تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۰

جمعه ۱۴۰۱/۰۸/۲۰

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه
تعداد سؤال ویژهٔ دی‌ماه: ۱۳۵	مدت پاسخگویی ویژهٔ دی‌ماه: ۱۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی	مدت پاسخگویی ویژهٔ دی‌ماه
				از	تا		
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۸۵ دقیقه	۸۵ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱	۲۰		
		هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰		
		ریاضی ۱	۵	۳۱	۳۵		
		حسابان ۱	۵	۳۶	۴۰		
		هندسه ۱	۵	۴۱	۴۵		
		آمار و احتمال	۱۰	۴۶	۵۵		
۲	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه	۵۵ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰		
		فیزیک ۲	۱۰	۹۱	۱۰۰		
۳	شیمی	شیمی ۳	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه	۳۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	۱۱۶	۱۲۵		
		شیمی ۲	۱۰	۱۲۶	۱۳۵		

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

ریاضیات

۱ ۳ هرگاه تابعی هم صعودی و هم نزولی باشد، آن تابع ثابت است، پس:

$$f(x)=(a-1)x^2+(b-2)x+a+b \Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \Rightarrow a=1 \\ b-2=0 \Rightarrow b=2 \end{cases}$$

اکنون $g(x)=x^2+2x+3$ خواهد بود و این تابع در بازهٔ $[-1,+\infty)$ اکیداً صعودی است، پس کم‌ترین مقدار $m=-1$ است.

۲ ۴

$$\frac{3(1+a^x)}{1+a^x}<a^x \Rightarrow a^x>3$$

$$\xrightarrow[\text{تابع } \log_a x \text{ نزولی است}]{0<a<1} \log_a a^x<\log_a 3 \Rightarrow x<\log_a 3$$

۳ ۴ تابع درجهٔ سوم که اکیداً صعودی بوده و در نقطهٔ $A(\alpha,\beta)$ بر خطی به موازات محور xها مماس باشد به صورت $f(x)=a(x-\alpha)^3+\beta$ می‌باشد، پس:

$$f(x)=a(x-2)^3+1 \xrightarrow{\text{از مبدأ می‌گذرد}} 0=a(-2)^3+1 \Rightarrow a=\frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{8}(x-2)^3+1$$

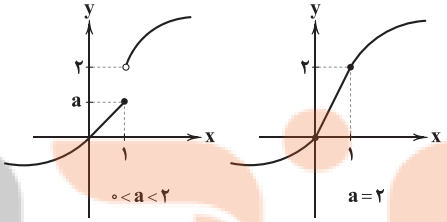
اکنون برای یافتن ریشه‌های معادلهٔ $f(x)+1=0$ داریم:

$$\frac{1}{8}(x-2)^3+1+1=0 \Rightarrow (x-2)^3=-16$$

$$\Rightarrow x-2=-2\sqrt[3]{2} \Rightarrow x=2-2\sqrt[3]{2}$$

۴ ۲ نمودار ضابطهٔ اول و سوم اکیداً صعودی است. برای آن‌که تابع ax اکیداً صعودی باشد باید $a>0$

ضمناً برای آن‌که کل تابع f اکیداً صعودی باشد، باید $0<a\le 2$ باشد. برای درک بهتر حالت‌های اکیداً صعودی را ببینید:



۵ ۳ طبق شکل داده‌شده f در بازهٔ $[a,b]$ نزولی و مثبت و g صعودی و منفی است، پس:

$$\forall x_1,x_2\in[a,b]: x_2>x_1 \Rightarrow 0<f(x_2)<f(x_1) \quad (1)$$

$$\forall x_1,x_2\in[a,b]: x_2>x_1 \Rightarrow 0>g(x_2)>g(x_1) \quad (2)$$

$$\begin{cases} (1)\ 0<f(x_2)<f(x_1) \\ (2) \xrightarrow{\text{در منفی ضرب}} 0<-g(x_2)<-g(x_1) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{با هم جمع می‌کنیم}} f(x_2)-g(x_2)<f(x_1)-g(x_1)$$

$$\Rightarrow (f-g)(x_2)<(f-g)(x_1) \Rightarrow h(x)=f(x)-g(x) \text{ نزولی است.}$$

$$\begin{cases} (1) \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 0<f^2(x_2)<f^2(x_1) \\ (2) \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 0<g^2(x_2)<g^2(x_1) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{با هم جمع می‌کنیم}} f^2(x_2)+g^2(x_2)<f^2(x_1)+g^2(x_1)$$

$$\Rightarrow (f^2+g^2)(x_2)<(f^2+g^2)(x_1)$$

$t(x)=f^2(x)+g^2(x)$ نزولی است.

۶ ۲ بدیهی است که نباید یک تقسیم معمولی انجام دهید، بنابراین بر اساس قضیهٔ تقسیم مندرج در کتاب و اتحاد زیر خواهید داشت:

$$x^n-a^n=(x-a)(x^{n-1}+\cdots+a^{n-2}x+a^{n-1})$$

$$f(x)=x^{12}=x^{12}-1+1=(x^6-1)(x^6+1)+1$$

$$\Rightarrow f(x)=(x-1)(x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)(x^6+1)+1$$

$$\Rightarrow f(x)=(x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)(x-1)(x^6+1)+1$$

$$\Rightarrow f(x)=g(x)(x-1)(x^6+1)+1 \Rightarrow h(x)=(x-1)(x^6+1)$$

اکنون باقی‌ماندهٔ خواسته‌شده برابر است با:

$$R=h(-2)=(-2-1)((-2)^6+1)=(-3)\times 65=-195$$

۷ ۱ بر اساس اتحاد زیر طبق صفحهٔ ۲۰ کتاب درسی داریم:

$$x^n-a^n=(x-a)(x^{n-1}+ax^{n-2}+\cdots+a^{n-2}x+a^{n-1})$$

$$a=(2023-1)(2023^9+2023^8+\cdots+2023^3+2023^2+2023+1)+1$$

$$\Rightarrow a=(2023^{10}-1)+1 \Rightarrow a=2023^{10}$$

$$\sqrt{2+\sqrt[10]{a}}=\sqrt{2+\sqrt[10]{2023^{10}}}=\sqrt{2+2023}=45$$

که مجموع ارقام حاصل برابر ۹ است.

۸ ۴ بدیهی است که خارج‌قسمت تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $f(x+2)$ و هم‌چنین خارج‌قسمت تقسیم چندجمله‌ای $f(x+2)$ بر $f(x)$ برابر یک است، بنابراین در این مسئله بنا به تعریف تقسیم داریم:

الف) $f(x)=f(x+2)\times 1+nx+5$

ب) $f(x+2)=f(x)\times 1+(2x-m)$

اکنون دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم:

$$f(x)+f(x+2)=f(x+2)+f(x)+(2+n)x+(5-m)$$

باید باقیمانده برابر صفر شود.

$$\Rightarrow (2+n)x+(5-m)=0 \Rightarrow \begin{cases} 2+n=0 \Rightarrow n=-2 \\ 5-m=0 \Rightarrow m=5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n-m=-7$$

۹ ۲ بر طبق قضیهٔ صفحهٔ ۱۹ کتاب درسی، باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ عبارت است از:

$$R=f(-\frac{b}{a})$$

بنابراین در این سؤال:

$$f(-2011)=25 \Rightarrow a(-2011)^{2011}-b(-2011)^{2005}+5=25$$

$$\Rightarrow -a(2011)^{2011}+b(2011)^{2005}=20 \quad (I)$$

$$R=f(2011)=a(2011)^{2011}-b(2011)^{2005}+5$$

$$\xrightarrow[a(2011)^{2011}-b(2011)^{2005}=(-20)]{\text{طبق رابطهٔ (I)}} R=(-20)+5 \Rightarrow R=-15$$

۱۰ ۳ باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x-a$ برابر است با:

$$R=P(a)$$

بنابراین:

$$R=P(1401)=(1401)^5-1402(1401)^4+1402(1401)^3$$

$$-1402(1401)^2+1402(1401)-1402$$

t.me/MrKonkori

اکنون برای محاسبهٔ مقدار عددی فوق به جای ۱۴۰۲ می نویسیم ۱۴۰۱+۱.

$$R=(1401)^5-(1401+1)(1401)^4+(1401+1)(1401)^3$$
$$-(1401+1)(1401)^2+(1401+1)(1401)-(1401+1)$$
$$R=1401^5-1401^5-1401^4+1401^4+1401^3-1401^3-1401^2$$
$$+1401^2+1401-1401-1\Rightarrow R=-1$$

۴ ۱۱

$$\begin{cases} d\mid 2n+4 \xrightarrow{\times n} d\mid 2n^2+4n \\ d\mid n^2-3n+7 \xrightarrow{\times(-2)} d\mid -2n^2+6n-14 \end{cases} \Rightarrow d\mid 10n-14$$
$$\begin{cases} d\mid 10n-14 \\ d\mid 2n+4 \xrightarrow{\times(-5)} d\mid -10n-20 \end{cases} \Rightarrow d\mid -34$$
$$\Rightarrow d=34,17,2,1$$

اما باید دقت کرد که n^2-3n+7 حتماً عددی فرد است که نمی‌تواند شمارنده زوج داشته باشد و همچنین $2n+4$ عددی زوج است و d نمی‌تواند شمارنده فرد به غیر از عدد ۱ داشته باشد، پس $d=1$ خواهد بود.

۴ ۱۲

$$7\mid 2a-b \quad (1)$$
$$7\mid a+3b-2k \xrightarrow{\times(-2)} 7\mid -2a-6b+4k \quad (2)$$
$$(1),(2): 7\mid -7b+4k \Rightarrow 7\mid 4k \Rightarrow 7\mid k$$
$$\Rightarrow k=7m,\ m=2,\cdots,14$$

پس ۱۳ مقدار برای k امکان‌پذیر است.

۴ ۱۳ **نکته:** اگر $a^m\mid b^n$ آن‌گاه $a^p\mid b^q$ زمانی برقرار است که $mq-np\geq 0$

$$a^5\mid a^6+b^3\Rightarrow a^5\mid b^3$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) $a^5\mid b^3\Rightarrow a^4\mid b^2 \qquad 5(2)-3(4)=-2$

۲) $a^5\mid b^3\Rightarrow a^3\mid b^2\Rightarrow 10-9=1\geq 0$

اما $a^3\not\mid a$ پس گزینهٔ (۲) نادرست است.

۳) $a^5\mid b^3\Rightarrow a^7\mid b^4 \qquad 5(4)-3(7)=-1$

۴) $\begin{cases} a^5\mid b^3\Rightarrow a^8\mid b^5 & 25-24=1>0 \\ a^8\mid a^9 \end{cases} \Rightarrow a^8\mid b^5+a^9$

۴ ۱۴ ابتدا بررسی می‌کنیم که اول اسفند چندشنبه است.

$$21+5(30)+1\overset{7}{\equiv}0+5(2)+1\overset{7}{\equiv}11\overset{7}{\equiv}4$$

چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه
۰	۱	۲	۳	۴

پس اول اسفند، یکشنبه است و اولین جمعه، ۶ اسفند است.

۲ ۱۵

$$\overline{34ab3}\overset{99}{\equiv}0\Rightarrow \overline{b3}+\overline{4a}+3\overset{99}{\equiv}0$$
$$\Rightarrow 43+\overline{ba}+3\overset{99}{\equiv}0\Rightarrow \overline{ba}+46\overset{99}{\equiv}0$$
$$\overline{ba}\overset{99}{\equiv}-46\overset{99}{\equiv}53\Rightarrow a=3$$

۳ ۱۶ چون باقی‌مانده بیشترین مقدار را دارد پس $r=b-1$ است.

$$161=bq+b-1\Rightarrow 162=b(q+1)\Rightarrow b\mid 162=2\times 3^4$$

تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد $2^1\times 3^4$ برابر $(1+1)(4+1)$ یعنی ۱۰ تاست.

۴ ۱۷

$$a=12q+6\xrightarrow{\times 3}3a=36q+18$$
$$a=18q'+7\xrightarrow{\times 2}2a=36q'+14$$
$$a=36(q-q')+4\Rightarrow a=36k+4$$
$$a^2+a=(36k+4)^2+36k+4=36^2k^2+8(36)k+16+36k+4$$
$$=36m+20\Rightarrow \text{باقی‌مانده}=20$$

۴ ۱۸

$$P=2\Rightarrow P^2+2P=4+4=8\Rightarrow r=8$$
$$P=3\Rightarrow P^2+2P=9+6=15\Rightarrow r=3$$
$$P>3\Rightarrow P=6k\pm 1$$
$$P=6k+1\Rightarrow P^2+2P=(6k+1)^2+2(6k+1)$$
$$=36k^2+12k+1+12k+2=12m+3\Rightarrow r=3$$
$$P=6k-1\Rightarrow P^2+2P=(6k-1)^2+2(6k-1)$$
$$=36k^2-12k+1+12k-2=36k^2-1=12t+11\Rightarrow r=11$$

۴ ۱۹ $a+4$ عددی فرد است $\Rightarrow a$ فرد است $\Rightarrow a>2$ عددی اول

$b\mid a+4\Rightarrow b$ عددی فرد است

$$\Rightarrow a^2=8t+1,\ b^2=8m+1$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+3=8t+1+8m+1+3=8k+5$$

پس باقی‌مانده برابر ۵ است.

۴ ۲۰

$$\begin{cases} d\mid 2n+2\xrightarrow{\times(-2n)}d\mid -4n^2-4n \\ d\mid 4n^2+3 \end{cases}\Rightarrow d\mid -4n+3$$
$$\begin{cases} d\mid -4n+3 \\ d\mid 2n+2\xrightarrow{\times 2}d\mid 4n+4 \end{cases}\Rightarrow d\mid 7$$

پس d عدد ۱ یا ۷ است.

۳ ۲۱

$$A+I=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 4 & 2\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & -1\\ -4 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2}\\ -2 & \frac{3}{2}\end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2}\\ -2 & \frac{3}{2}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -\frac{1}{2}\\ -2 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{-1}\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ 2 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ -2 & 0\end{bmatrix}$$

۳ ۲۲ به برخی از ویژگی‌های ماتریس وارون توجه کنید.

۱) $(A^{-1})^{-1}=A$

۲) $A^{-1}A=AA^{-1}=I$

۳) $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

۴) $(A^{-1})^n=A^{-n}=(A^n)^{-1}$

۵) $|A^{-1}|=\frac{1}{|A|}$

بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

t.me/MrKonkori

۲۳ ۱ **نکته:** شرط لازم و کافی برای این‌که A^{-1} وجود داشته باشد (A وارون‌پذیر باشد) آن است که $|A|\neq 0$. اگر $|A|=0$؛ آن‌گاه A وارون‌پذیر نیست.

$$|A|=0 \Rightarrow 2-m^2+m=0 \Rightarrow m^2-m-2=0 \Rightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=2 \end{cases}$$

$$m \text{ مجموع مقادیر} = 2-1=1$$

۲۴ ۲

$$A^2=A\times A=\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3=A^2\times A=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}=-I$$

$$A^9+A^3=(A^3)^3+(A^3)=(-I)^3+(-I)=-2I$$

$$\Rightarrow (A^9+A^3)^{-1}=(-2I)^{-1}=-\frac{1}{2}I$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=-1$$

۲۵ ۴

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^2=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(B^2)^{-1}=\frac{1}{16}\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}(B^2)^{-1}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\times\frac{1}{16}\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}=\frac{1}{48}\begin{bmatrix} 12 & -4 \\ -12 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع عناصر روی قطر اصلی} = \frac{1}{48}(12+8)=\frac{20}{48}=\frac{5}{12}$$

۲۶ ۴ می‌دانیم که:

۱) $A^{-1}A=AA^{-1}=I$

۲) $|I|=1$

$$A^2-4A-I=\bar{O} \Rightarrow A^2-4A=I \Rightarrow A(\underbrace{A-4I}_{A^{-1}})=I$$

$$\xrightarrow{A^{-1}=A-4I} A-A^{-1}=A-(A-4I)=4I$$

$$\Rightarrow |A-A^{-1}|=|4I|=16$$

۲۷ ۴ می‌دانید که $A^{-1}A=AA^{-1}=I$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}A\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 12 & -21 \\ -17 & 30 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 12-21-17+30=4$$

۲۸ ۲

$$X=A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x=2,\ y=-3 \Rightarrow x+y=-1$$

۲۹ ۴ برای این‌که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد باید:

$$\frac{2}{3m+1}=\frac{m}{1}=\frac{m-2}{3m-4} \Rightarrow \frac{2}{3m+1}=\frac{m}{1} \Rightarrow 3m^2+m-2=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=\frac{2}{3} \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{m}{1}=\frac{m-2}{3m-4} \Rightarrow 3m^2-5m+2=0 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$(1)\cap(2) \Rightarrow m=\frac{2}{3}$$

۳۰ ۴

$$A^4-2A^3+A-2I=I \Rightarrow A^3(A-2I)+(A-2I)=I$$

$$\Rightarrow (A-2I)(A^3+I)=I \Rightarrow (A^3+I)^{-1}=A-2I$$

۳۱ ۳

$$x^4<x^2 \Rightarrow x^2(x^2-1)<0$$

x		-1		0		1	
P	+	0	$-$	0	$-$	0	+

$$P<0 \Rightarrow x\in(-1,1)-\{0\}$$

۳۲ ۱

$$-2<|x-1|-2<2 \Rightarrow 0<|x-1|<4 \Rightarrow \begin{cases} |x-1|<4 \Rightarrow -3<x<5 \\ |x-1|>0 \Rightarrow x\neq 1 \end{cases}$$

در نتیجه مجموعه جواب نامعادله برابر $(-3,5)-\{1\}$ است، پس:

$$\alpha=-3,\ \beta=5,\ c=1 \Rightarrow \Rightarrow \alpha\beta c=-15$$

۳۳ ۴ با توجه به جدول تعیین علامت، عدد -2 ریشه مضاعف و عدد ۳ ریشه ساده است، پس عبارت y به صورت زیر است:

$$y=2(x+2)^2(x-3) \Rightarrow y=2x^3+2x^2-16x-24$$

$$\Rightarrow a=2,\ b=-16,\ c=-24 \Rightarrow \frac{a+b}{c}=\frac{-14}{-24}=\frac{7}{12}$$

۳۴ ۲ باید عبارت زیر رادیکال به ازای هر مقدار x نامنفی باشد.

در نتیجه باید $\Delta\leq 0$ و ضریب x^2 مثبت باشد.

$$\Delta\leq 0 \Rightarrow m^2-4(m+2)(\frac{1}{4})\leq 0$$

$$\Rightarrow m^2-m-2\leq 0 \Rightarrow -1\leq m\leq 2 \quad (1)$$

از طرفی: $m+2>0 \Rightarrow m>-2 \quad (2)$

$$(1)\cap(2): -1\leq m\leq 2$$

۳۵ ۱ مخرج تابع همواره مثبت است و در تعیین علامت تاثیری ندارد. واضح است که a و b ریشه‌های عبارت درجه ۲ و c ریشه داخل قدرمطلق است، پس داریم:

$$\Rightarrow c=4,\ a=-1,\ b=3 \Rightarrow a+b+c=6$$

۳۶ ۴

$$f^{-1}(-3k)=-1 \Rightarrow f(-1)=-3k \Rightarrow -2-12-24-k=-3k$$

$$\Rightarrow -38=-2k \Rightarrow k=19$$

$$f(x)=2(x^3-6x^2+12x-8+8)-19=2(x-2)^3+16-19$$

$$\Rightarrow f(x)=2(x-2)^3-3$$

t.me/MrKonkori

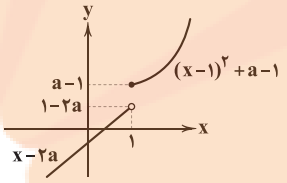
حال ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را به شکل زیر به دست می‌آوریم:

$$y=۲(x-۲)^۳-۳\Rightarrow ۲(x-۲)^۳=y+۳\Rightarrow (x-۲)^۳=\frac{y+۳}{۲}$$

$$\Rightarrow x-۲=\sqrt[۳]{\frac{y+۳}{۲}}\Rightarrow x=۲+\sqrt[۳]{\frac{y+۳}{۲}}\Rightarrow f^{-۱}(x)=۲+\sqrt[۳]{\frac{x+۳}{۲}}$$

۳۷ **۳** شرط یک‌به‌یک بودن تابع دو ضابطه‌ای آن است که هر یک از ضابطه‌ها به تنهایی در دامنه خود یک‌به‌یک باشند و برد دو ضابطه به ازای ورودی‌های غیر مشترک، اشتراک نداشته باشند.

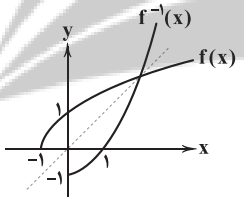
با رسم تقریبی تابع $f(x)=\begin{cases}(x-۱)^۲+a-۱ & x\geq ۱\\ x-۲a & x<۱\end{cases}$ داریم:



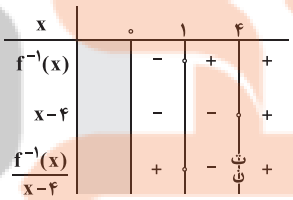
ملاحظه می‌شود هر یک از ضابطه‌ها یک‌به‌یک هستند و برای آن‌که برد ضابطه‌ها عضو مشترک نداشته باشند داریم:

$$a-۱\geq ۱-۲a\Rightarrow ۳a\geq ۲\Rightarrow a\geq \frac{۲}{۳}$$

۳۸ **۳** نمودار تابع $f^{-۱}(x)$ قرینهٔ $f(x)$ نسبت به خط $y=x$ است و به صورت زیر رسم می‌شود.



برای دامنهٔ تابع $g(x)$ باید داشته باشیم $\frac{f^{-۱}(x)}{x-۴}\geq ۰$ تابع $\frac{f^{-۱}(x)}{x-۴}$ را بدین صورت تعیین علامت می‌کنیم.



$$\frac{f^{-۱}(x)}{x-۴}\geq ۰\Rightarrow x\in[۰,۱]\cup(۴,+\infty)$$

۳۹ **۳**

$$(\frac{f+۲f^{-۱}}{۱+g})(۳)=-\frac{۱}{۵}\Rightarrow \frac{f(۳)+۲f^{-۱}(۳)}{۱+g(۳)}=-\frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow \frac{-۱+۲(۰)}{۱+۲a}=-\frac{۱}{۵}\Rightarrow ۱+۲a=۵\Rightarrow a=۲$$

به ازای $a=۲$ تابع g به صورت زیر خواهد بود.

$$g=\{(۱,۲),(۴,۶),(۳,۴)\}$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$(\frac{۱}{f}+\frac{g^{-۱}}{۲})(a)=(\frac{۱}{f}+\frac{g^{-۱}}{۲})(۲)=\frac{۱}{f(۲)}+\frac{g^{-۱}(۲)}{۲}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

۴۰ **۱**

$$D_{gof}=\{x\in D_f\mid f(x)\in D_g\}$$

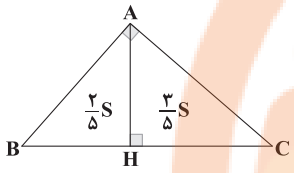
$$۴-x^۲\geq ۰\Rightarrow x^۲\leq ۴\Rightarrow |x|\leq ۲\Rightarrow -۲\leq x\leq ۲\Rightarrow D_f=[-۲,۲]$$

$$\begin{cases}D_g=(-۱,۱)\\ f(x)\in D_g\Rightarrow -۱<\sqrt{۴-x^۲}<۱\Rightarrow \sqrt{۴-x^۲}<۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow ۴-x^۲<۱\Rightarrow x^۲>۳\Rightarrow |x|>\sqrt{۳}\Rightarrow x<-\sqrt{۳}\ \text{یا}\ x>\sqrt{۳}$$

$$D_{gof}=(۱)\cap(۲)=[-۲,-\sqrt{۳})\cup(\sqrt{۳},۲]$$

۴۱ **۲**



$$S_{ABC}=S$$

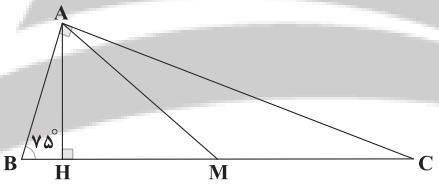
$$S_{ABH}=\frac{۲}{۵}S$$

$$S_{AHC}=\frac{۳}{۵}S$$

$$\frac{S_{ABH}}{S_{AHC}}=\frac{\frac{۲}{۵}S}{\frac{۳}{۵}S}=\frac{۲}{۳}$$

$$\text{نسبت تشابه}=\text{نسبت ارتفاع‌ها}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

۴۲ **۴**



نکته: در مثلث قائم‌الزاویه:

۱) اگر یک زاویه ۷۵° باشد، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ وتر است.

۲) میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

$$AM=\frac{۱}{۲}BC\ ,\ AH=\frac{۱}{۴}BC$$

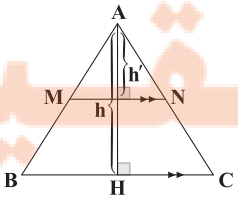
$$\overset{\Delta}{AHM}: AM^۲=AH^۲+HM^۲\Rightarrow HM^۲=AM^۲-AH^۲$$

$$=(\frac{BC}{۲})^۲-(\frac{BC}{۴})^۲=\frac{BC^۲}{۴}-\frac{BC^۲}{۱۶}=\frac{۳BC^۲}{۱۶}$$

$$\Rightarrow HM=\frac{\sqrt{۳}}{۴}BC$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{HM}=\frac{۴}{\sqrt{۳}}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$$

۴۳ **۴** با توجه به شکل زیر مطلوب مسأله h' می‌باشد.

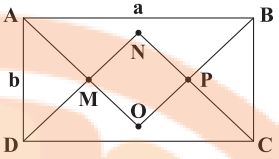


$$\overset{\Delta}{AMN}\sim\overset{\Delta}{ABC}(\hat{A}=\hat{A}\ ,\ \hat{M}=\hat{B})\Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}=(\frac{h'}{h})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}=(\frac{h'}{h})^۲\Rightarrow \frac{h'}{h}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow h'=\frac{\sqrt{۲}}{۲}h$$

t.me/MrKonkori

۴۴ ۳ می‌دانیم از تقاطع نیمسازهای داخلی مستطیل یک مربع حاصل می‌شود. حال طول ضلع مربع را به دست می‌آوریم. مثلث‌های AMD و AOB قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین هستند.

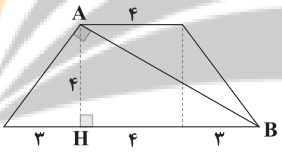


$$AM=DM\Rightarrow AD^2=AM^2+DM^2\Rightarrow b^2=2AM^2$$
$$\Rightarrow AM=\frac{\sqrt{2}}{2}b$$
$$OA=OB\Rightarrow AB^2=OB^2+OA^2\Rightarrow a^2=2OA^2$$
$$\Rightarrow OA=\frac{\sqrt{2}}{2}a$$
$$\text{طول یک ضلع مربع}=OM=OA-AM=\frac{\sqrt{2}}{2}a-\frac{\sqrt{2}}{2}b=\frac{\sqrt{2}}{2}(a-b)$$
$$\text{مساحت مربع}=(\frac{\sqrt{2}}{2}(a-b))^2=\frac{1}{2}(a-b)^2$$

۴۵ ۳ می‌دانید که:

الف) اگر وسط‌های اضلاع یک ذوزنقه متساوی‌الساقین را به هم وصل کنیم چهارضلعی حاصل لوزی خواهد بود که محیط آن برابر است با مجموع دو قطر ذوزنقه متساوی‌الساقین.

ب) در ذوزنقه متساوی‌الساقین قطرها با هم برابرند.



$$\Delta AHB:\ \text{قطر}=AB=\sqrt{4^2+7^2}=\sqrt{16+49}=\sqrt{65}$$
$$\xrightarrow{\text{قطرها برابرند}}\text{محیط چهارضلعی حاصل}=\text{مجموع دو قطر}=2\sqrt{65}$$

۴۶ ۴ با توجه به کار در کلاس صفحه ۳۳ کتاب درسی، گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) درست ولی گزینهٔ (۴) نادرست است. مثال نقض آن به‌صورت زیر است.

$$U=\{1,2,3,4,5,6\}$$
$$A=\{1,2,3,5\},B=\{3,4,5\},C=\{5,6\}$$
$$A-(B-C)=\{1,2,3,5\}-\{3,4\}=\{1,2,5\}$$
$$(A-B)-C=\{1,2\}-\{5,6\}=\{1,2\}$$
$$A-(B-C)\neq(A-B)-C$$

بنابراین:

۴۷ ۴ می‌دانید که:

الف) $A-B=A\cap B'$

ب) $(A\cap B)'=A'\cup B'$ (قوانین دمورگان)

$$[(A'-B)\cup(B-A')]'=[(A'\cap B')\cup(B\cap A)]'=$$
$$(A'\cap B')'\cap(B\cap A)'=(A\cup B)-(A\cap B)=(A-B)\cup(B-A)$$

۴۸ ۴ می‌دانید که:

قانون تفاضل ۱) $A-B=A\cap B'$

قانون جذب ۲) $A\cup(A\cap B)=A$

$$(A-B)\cup((B\cap C)'\cap(B'\cup A)-B)$$
$$=(A-B)\cup((B'\cup C')\cap(B'\cup A)-B)$$
$$=(A-B)\cup\underbrace{((B'\cup(C'\cap A))\cap B')}_{\text{قانون جذب}}=(A\cap B')\cup B'=B'$$

۴۹ ۳ چون $A\times B=B\times A$، بنابراین $A=B$ است، پس مجموعه A باید دو عضوی شود بنابراین:

۱) $x=4\Rightarrow\{4,16\}=\{y,y^2\}\Rightarrow y=4$

۲) $x^2=4\Rightarrow\begin{cases}x=2\Rightarrow\{2,4\}=\{y,y^2\}\Rightarrow y=2\\x=-2\Rightarrow\{-2,4\}=\{y,y^2\}\Rightarrow y=-2\end{cases}$

بنابراین حداکثر مقدار $x+y$ برابر ۸ است.

۵۰ ۲ می‌دانید که: $n(B^2-A^2)=(n(B))^2-(n(A\cap B))^2$

بنابراین:

$$n(B)=\left[\frac{99}{3}\right]-\left[\frac{11}{3}\right]=33-3=30$$
$$A\cap B=\{12,18,24,\ldots,96\}$$
$$n(A\cap B)=\left[\frac{96}{6}\right]-\left[\frac{11}{6}\right]=16-1=15$$

(مضرب ۶)

$$n(B^2-A^2)=30^2-15^2=900-225=675$$

۵۱ ۳
$$n(A-B)\times n(B-A)$$
$$=(n(A)-n(A\cap B))(n(B)-n(B\cap A))=6$$
$$\Rightarrow(5-2)(n(B)-2)=6\Rightarrow 3(n(B)-2)=6$$
$$\Rightarrow n(B)-2=2\Rightarrow n(B)=4$$

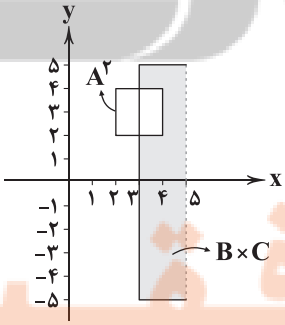
بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه B برابر $2^4-1=15$ است.

۵۲ ۳ می‌دانید که:

$$n((A\times B)\cap(B\times A))=(n(A\cap B))^2$$
$$A=\{-1,0,1\},B=\{0,1,2,3,4,5,6\}$$
$$A\cap B=\{0,1\}\Rightarrow n(A\cap B)=2$$
$$n((A\times B)\cap(B\times A))=(n(A\cap B))^2=2^2=4$$
$$\Rightarrow\text{تعداد زیرمجموعه‌ها}=2^4=16$$

۵۳ ۱ ابتدا مجموعه‌های A، B و C را مشخص می‌کنیم:

$$A:|x-3|\leq 1\Rightarrow -1\leq x-3\leq 1\Rightarrow 2\leq x\leq 4$$
$$B:\left[\frac{x+3}{2}\right]=3\Rightarrow 3\leq\frac{x+3}{2}<4\Rightarrow 6\leq x+3<8\Rightarrow 3\leq x<5$$
$$C:|x|\leq 5\Rightarrow -5\leq x\leq 5$$



$$S=2\times 10-1\times 2=18$$

۵۴ ۳ بدانید که:

الف) $(A\times B)\cap(B\times A)=(A\cap B)\times(B\cap A)$

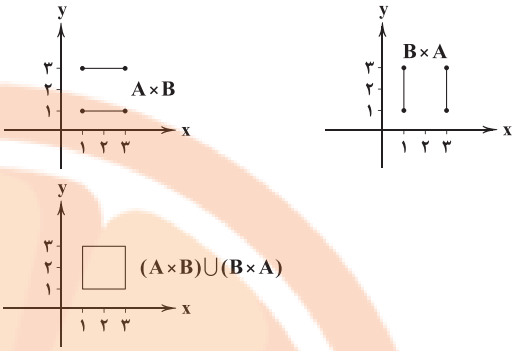
ب) $A\times B=\varnothing\Leftrightarrow A=\varnothing\vee B=\varnothing$

بنابراین داریم:

$$(A\times B)\cap(B\times A)=(A\cap B)\times(B\cap A)=\varnothing$$
$$\Rightarrow A\cap B=\varnothing\Rightarrow B\cap A'=B-A=B$$

t.me/MrKonkori

۵۵ ۴



فیزیک

۵۶ ۲ می‌دانیم فرمول سرعت متوسط $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ است. حال این فرمول را یک‌بار برای بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 و بار دیگر برای بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 می‌نویسیم:

$$\vec{v}_{av_1}=\frac{\vec{x}_2-\vec{x}_1}{t_2-t_1}\Rightarrow 5\vec{i}=\frac{\vec{x}_2-\vec{x}_1}{7-3}\Rightarrow \vec{x}_2-\vec{x}_1=20\vec{i}\,(m)$$

$$\vec{v}_{av_2}=\frac{\vec{x}_3-\vec{x}_2}{t_3-t_2}\Rightarrow -4\vec{i}=\frac{\vec{x}_3-\vec{x}_2}{9-7}\Rightarrow \vec{x}_3-\vec{x}_2=-8\vec{i}\,(m)$$

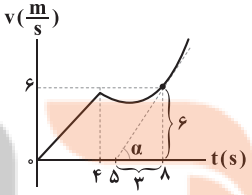
با جمع کردن دو معادلهٔ بالا داریم:

$$\vec{x}_2-\vec{x}_1+\vec{x}_3-\vec{x}_2=12\vec{i}\Rightarrow \vec{x}_3-\vec{x}_1=12\vec{i}\,(m)\Rightarrow \Delta\vec{x}=12\vec{i}\,(m)$$

بنابراین بردار سرعت متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=3s$ تا $t_3=9s$ برابر است با:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}=\frac{12\vec{i}}{9-3}=2\vec{i}\,(\frac{m}{s})$$

۵۷ ۲ ابتدا شتاب متحرک را در لحظهٔ $t=8s$ به دست می‌آوریم:



$$a_8=\tan\alpha=\frac{6}{3}=2\frac{m}{s^2}$$

حال می‌دانیم که سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکتش برابر با شتاب متحرک در لحظهٔ $t=8s$ است، بنابراین سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکتش برابر با $2\frac{m}{s}$ است، در نتیجه داریم:

$$v_{av}=\frac{v_0+v_4}{2}\Rightarrow 2=\frac{0+v_4}{2}\Rightarrow v_4=4\frac{m}{s}$$

حال می‌توانیم شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۴ ثانیه را به دست آوریم. از آن‌جا که حرکت متحرک از صفر تا ۴ ثانیه با شتاب ثابت انجام می‌شود، شتاب متحرک در لحظهٔ $t=2/5s$ برابر شتاب متوسط آن در این بازهٔ زمانی است، بنابراین:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_4-v_0}{\Delta t}=\frac{4-0}{4}=1\frac{m}{s^2}$$

پس شتاب متحرک در لحظهٔ $t=2/5s$ برابر با $1\frac{m}{s^2}$ است.

۵۸ ۴ از لحظهٔ $t=2s$ تا لحظهٔ $t=0$ به صورت معکوس حرکت می‌کنیم، بنابراین با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\xrightarrow{v_0=0}-9=\frac{1}{2}\times a\times 2^2\Rightarrow a=-\frac{9}{2}=-4/5\frac{m}{s^2}$$

می‌دانیم که آهنگ تغییرات سرعت در حرکت با شتاب ثابت برابر شتاب است. به بیان دیگر در این حرکت، سرعت به اندازهٔ $4/5\frac{m}{s}$ در هر ثانیه کاهش می‌یابد و در لحظهٔ $t=2s$، سرعت متحرک صفر می‌شود، پس یک ثانیه قبل آن، یعنی در لحظهٔ $t=1s$ سرعت متحرک $4/5\frac{m}{s}$ بوده است و ۳ ثانیه بعد از آن، یعنی در لحظهٔ $t=5s$ سرعت به $-3a$، یعنی به $-13/5\frac{m}{s}$ می‌رسد، پس داریم:

$$\frac{v_5}{v_1}=\frac{-13/5}{4/5}=-3$$

۵۹ ۳ ابتدا به کمک معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه و ثانویهٔ این متحرک را در جابه‌جایی ۶ متری به دست می‌آوریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x_1\xrightarrow{v=2v_0}4v_0^2-v_0^2=2\times 2\times 6\Rightarrow 3v_0^2=24$$

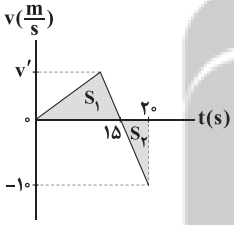
$$\Rightarrow v_0=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\frac{m}{s}\Rightarrow 2v_0=4\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

حال می‌توانیم از سرعت ثانویه‌ای که در مرحلهٔ قبل به دست آوردیم به عنوان سرعت اولیه برای بخش بعدی حرکت استفاده کنیم. شتاب نیز مانند قسمت اول حرکت است، پس داریم:

$$v'^2-v^2=2a\Delta x_2\Rightarrow v'^2-(4\sqrt{2})^2=2\times 2\times 8\Rightarrow v'^2-32=32$$

$$\Rightarrow v'^2=64\Rightarrow v'=8\frac{m}{s}$$

۶۰ ۲ بیشترین تندی متحرک را v' می‌نامیم، بنابراین داریم:



می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت ـ زمان، معادل جابه‌جایی متحرک است، در نتیجه:

$$\Delta x=S_1-S_2\Rightarrow \Delta x=\frac{15v'}{2}-\frac{5\times 10}{2}=\frac{15v'}{2}-25$$

حال با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط در کل حرکت داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow 1=\frac{\frac{15v'}{2}-25}{20}\Rightarrow \frac{15v'}{2}-25=20\Rightarrow \frac{15v'}{2}=45$$

$$\Rightarrow 15v'=90\Rightarrow v'=6\frac{m}{s}$$

پس با توجه به نمودار بالا، مشخص می‌شود که بیشترین تندی در کل حرکت برابر با $10\frac{m}{s}$ است.

۶۱ ۲ متحرک A حرکت شتاب‌داری را با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ و مکان و سرعت اولیهٔ صفر انجام می‌دهد، بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان آن برابر است با:

$$x_A=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\xrightarrow[x_0=0]{v_0=0}x_A=\frac{1}{2}\times 2t^2\Rightarrow x_A=t^2$$

t.me/MrKonkori

متحرک B نیز حرکتی با سرعت ثابت انجام می‌دهد، بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان آن برابر است با:

$$v_B=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۴}{۲}=۲\frac{m}{s}$$
$$x_B=v_Bt+x_{۰B}\Rightarrow x_B=۲t-۴$$

با توجه به این‌که فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر ۲۸ متر است، داریم:

$$x_A-x_B=۲۸\Rightarrow t^۲-۲t+۴=۲۸\Rightarrow t^۲-۲t-۲۴=۰$$
$$\Rightarrow (t-۶)(t+۴)=۰\Rightarrow \begin{cases} t=۶s\ (✓)\\ t=-۴s\ (✗)\end{cases}$$

۶۲ **۱** نمودار مکان ـ زمان داده‌شده یک سهمی است، پس متحرک با شتاب ثابت حرکت کرده است. در ۳ ثانیهٔ اول حرکت، سرعت متحرک از $v_۰$ به صفر رسیده است، پس داریم:

$$a_{av}=a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{۰-v_۰}{۳}\Rightarrow v_۰=-۳a$$

با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک را در دو لحظهٔ $t_۱=۱s$ و $t_۲=۳s$ به دست می‌آوریم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow \begin{cases} t=۱s\Rightarrow ۸=\frac{۱}{۲}a-۳a+x_۰\\ t=۳s\Rightarrow ۰=\frac{۹}{۲}a-۹a+x_۰\Rightarrow x_۰=\frac{۹}{۲}a\end{cases}$$
$$\Rightarrow ۸=\frac{۱}{۲}a-۳a+\frac{۹}{۲}a\Rightarrow ۲a=۸\Rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} x_۰=\frac{۹}{۲}a=۱۸m\\ v_۰=-۳a=-۱۲\frac{m}{s}\end{cases}$$

مکان متحرک در لحظهٔ $t=۸s$ برابر است با:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times۴\times۸^۲+(-۱۲\times۸)+۱۸$$
$$\Rightarrow x=۱۲۸-۹۶+۱۸=۵۰m$$

۶۳ **۱** ابتدا سرعت متحرک را در لحظه‌های $t_۱=۲s$ و $t_۲=۸s$ به دست می‌آوریم:

$$v=-۲t+۸\Rightarrow \begin{cases} t_۱=۲s\Rightarrow v_۱=-۲\times۲+۸=۴\frac{m}{s}\\ t_۲=۸s\Rightarrow v_۲=-۲\times۸+۸=-۸\frac{m}{s}\end{cases}$$

با توجه به معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت و معادلهٔ سرعت ــ زمان داده‌شده داریم:

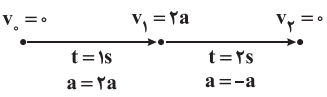
$$\begin{cases} v=at+v_۰\\ v=-۲t+۸\end{cases}\Rightarrow a=-۲\frac{m}{s^۲}\ \text{و}\ v_۰=+۸\frac{m}{s}$$

بنابراین با توجه به معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow (-۸)^۲-۴^۲=۲\times(-۲)\times\Delta x\Rightarrow ۶۴-۱۶=-۴\Delta x$$
$$\Rightarrow -۴\Delta x=۴۸\Rightarrow \Delta x=-۱۲m\Rightarrow |\Delta x|=۱۲m$$

۶۴ **۲** می‌توانیم حرکت متحرک را به شکل زیر شامل دو قسمت در نظر بگیریم. یکی ۱ ثانیهٔ اول که با شتاب $۲a$ حرکت کرده و دیگری ۲ ثانیهٔ بعدی که با شتاب $-a$ حرکت کرده است.

$$\begin{cases} v_۱=a_۱t+v_۰\Rightarrow v_۱=۲a\times۱+۰\Rightarrow v_۱=۲a\\ v_۲=a_۲t+v_۱\Rightarrow v_۲=-a\times۲+۲a=۰\end{cases}$$



حال با نوشتن معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت در این دو بازهٔ زمانی داریم:

$$t=۱s\ \text{تا}\ t=۰\Rightarrow v_۱^۲-v_۰^۲=۲a_۱\Delta x_۱\Rightarrow ۴a^۲-۰=۲\times۲a\times\Delta x_۱$$
$$\Rightarrow \Delta x_۱=a$$
$$t=۳s\ \text{تا}\ t=۱s\Rightarrow v_۲^۲-v_۱^۲=۲a_۲\Delta x_۲\Rightarrow ۰-۴a^۲=۲\times-a\times\Delta x_۲$$
$$\Rightarrow \Delta x_۲=۲a$$

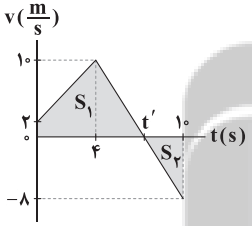
بنابراین جابه‌جایی کل متحرک برابر است با: $\Delta x_{کل}=۳a$

حال از آن‌جا که می‌دانیم جابه‌جایی کل متحرک برابر با ۱۵ متر است، داریم:

$$\Delta x_{کل}=۱۵m\Rightarrow ۳a=۱۵\Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

دقت کنید: در سه ثانیهٔ ابتدای حرکت، متحرک تغییر جهت نداده و اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر مسافت طی‌شده توسط آن است.

۶۵ **۱** ابتدا به کمک نمودار شتاب ـ زمان، نمودار سرعت ــ زمان متحرک را رسم می‌کنیم. متحرک با سرعت $۲\frac{m}{s}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از ۴ ثانیه حرکت با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$، به اندازهٔ $۸\frac{m}{s}$ به سرعتش اضافه می‌شود و سرعتش به $۱۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. سپس به مدت ۶ ثانیه با شتاب $-۳\frac{m}{s^۲}$ حرکت کرده و $۱۸\frac{m}{s}$ از سرعتش کم شده و سرعتش به $-۸\frac{m}{s}$ می‌رسد.



برای آن‌که t' را به دست آوریم، معادلهٔ سرعت ــ زمان متحرک را برای بازهٔ زمانی $t=۴s$ تا $t=۱۰s$ می‌نویسیم. برای این کار ابتدا شتاب حرکت متحرک را بین دو لحظهٔ $t=۴s$ تا $t=۱۰s$ به دست می‌آوریم:

$$a_{av}=a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-۸-۱۰}{۱۰-۴}=-\frac{۱۸}{۶}=-۳\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین معادلهٔ سرعت ـ زمان در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=-۳t+۱۰\xrightarrow{v=۰}-۳t+۱۰=۰\Rightarrow t=\frac{۱۰}{۳}s$$
$$\Rightarrow t'=۴+\frac{۱۰}{۳}=\frac{۲۲}{۳}s\Rightarrow t'=\frac{۲۲}{۳}s$$

مساحت زیر نمودار سرعت ـ زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین جابه‌جایی متحرک در کل برابر است با:

$$\Delta x=S_۱-S_۲=\frac{(۲+۱۰)\times۴}{۲}+\frac{\frac{۱۰}{۳}\times۱۰}{۲}-\frac{\frac{۸}{۳}\times۸}{۲}=۳۰m$$

در نتیجه سرعت متوسط متحرک برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۳۰}{۱۰}=۳\frac{m}{s}$$

t.me/MrKonkori

۶۶ **۳** دو اتومبیل با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت کرده $(v_0=0)$ و یکی ۶ ثانیه دیرتر از دیگری به خط پایان می‌رسد $(t'=t+6)$، در نتیجه داریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow{v_0=0} \Delta x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \begin{cases}\Delta x_1=\frac{1}{2}\times 2a(t+6)^2\\ \Delta x_2=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}at^2\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\Delta x_1=\Delta x_2} a(t+6)^2=\frac{9}{4}at^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} t+6=\frac{3}{2}t \Rightarrow \frac{1}{2}t=6 \Rightarrow t=12s$$

پس اتومبیل کندتر در ۱۸ ثانیه این مسیر را طی کرده است.

۶۷ **۴** ابتدا شتاب متحرک را محاسبه کرده و به کمک آن سرعت متحرک را در ابتدا و انتهای ۲ ثانیهٔ آخر این بازهٔ زمانی، یعنی بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ $t=18s$ و $t=20s$ به دست می‌آوریم:

$$a_{av}=a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{6-(-4)}{20}=0/5\frac{m}{s^2}$$

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=0/5t-4 \xrightarrow{t=18s} v=0/5\times 18-4=5\frac{m}{s}$$

با توجه به روابط سرعت متوسط داریم:

$$\begin{cases}v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\\ v_{av}=\frac{v+v_0}{2}\end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{v+v_0}{2} \Rightarrow \frac{\Delta x}{2}=\frac{6+5}{2} \Rightarrow \Delta x=11m$$

۶۸ **۴** اندازهٔ سرعت متوسط گلوله در $\frac{1}{3}$ ابتدای حرکتش برابر با $15\frac{m}{s}$ است، بنابراین:

$$v_{av}=\frac{v_0+v}{2} \xrightarrow{v_0=0} 15=\frac{v}{2} \Rightarrow v=30\frac{m}{s}$$

با توجه به این سرعت می‌توان این فاصله را که معادل $\frac{h}{3}$ است به دست آورد و پس از آن به مقدار h رسید:

$$v^2=-2g\Delta y \Rightarrow 900=-2\times 10\times \Delta y \Rightarrow \Delta y=-45 \Rightarrow \frac{h}{3}=45m$$

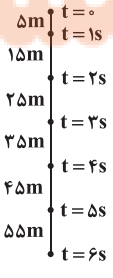
$$\Rightarrow h=135m$$

حال با توجه به این‌که $h=135m$ است می‌توان سرعت گلوله را در هنگام برخورد به زمین به دست آورد.

$$v^2=-2g\Delta y \xrightarrow{\Delta y=-135m} v^2=-2\times 10\times(-135)=2700$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{2700}=30\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

۶۹ **۳** ابتدا باید بدانیم که جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی از حرکت سقوط آزاد، تشکیل نوعی تصاعد عددی را می‌دهند که در زیر، شکل آن را رسم کرده‌ایم:



همان‌طور که مشاهده می‌شود جابه‌جایی گلوله در دو ثانیهٔ اول حرکت برابر با ۲۰ متر است، بنابراین طبق اطلاعات سؤال، جابه‌جایی گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر حرکتش برابر با ۸۰ متر است. با توجه به شکل بالا، در بازهٔ زمانی $t=3s$ تا $t=5s$، جابه‌جایی گلوله ۸۰ متر است، بنابراین در لحظهٔ $t=5s$ گلوله به زمین می‌رسد، در نتیجه داریم:

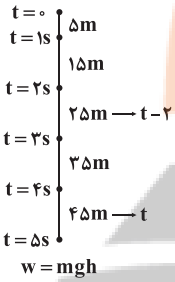
$$v=-gt \Rightarrow v=-10\times 5=-50 \Rightarrow |v|=50\frac{m}{s}$$

۷۰ **۱** در این جابه‌جایی، نیروی وزن بر روی گلوله کار انجام می‌دهد، بنابراین:

$$W=mgh \Rightarrow 45=0/1\times 10\times h \Rightarrow h=45m$$

بنابراین متحرک تا لحظهٔ $t-2$ ثانیه، (یعنی تا لحظهٔ $t=3s$) ۴۵ متر سقوط کرده است.

در سقوط آزاد، مسافت طی‌شده در هر ثانیه را می‌توان به کمک یک تصاعد حسابی به شکل زیر، به دست آورد:

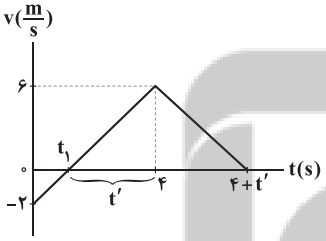


در نتیجه متحرک در مدت ۵ ثانیه به زمین رسیده و جابه‌جایی آن برابر است با:

$$h=45+35+25+15+5=125m$$

۷۱ **۴** لحظه‌ای که سرعت متحرک برای اولین بار صفر می‌شود را t_1 می‌نامیم:

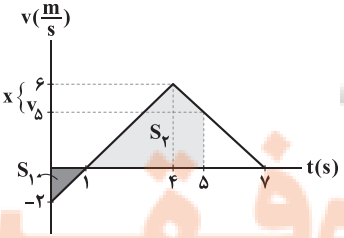
$$\frac{t_1}{4-t_1}=\frac{2}{6} \Rightarrow 3t_1=4-t_1 \Rightarrow t_1=1s$$



بنابراین t' برابر ۳s است.

در لحظهٔ $t=5s$ سرعت متحرک برابر است با:

$$\frac{7-4}{5-4}=\frac{6}{x} \Rightarrow x=2 \Rightarrow v_5=4\frac{m}{s}$$



با توجه به آن‌که مساحت زیر نمودار سرعت ـ زمان معادل جابه‌جایی است می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}S_1=\frac{1\times 2}{2}=1 \Rightarrow \Delta x_1=-1m\\ S_2=\frac{6\times 6}{2}-\frac{2\times 4}{2}=14m\end{cases} \Rightarrow \Delta x=-1+14=13m$$

بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{13}{5}=2/6\frac{m}{s}$$

تلاشی در مسیر موفقیت
t.me/MrKonkori

۷۲ **۴** سرعت رسیدن گلوله‌ها به سطح زمین به ارتفاع سقوط و سرعت اولیهٔ آن‌ها بستگی دارد که در هر دو متحرک با هم برابر هستند، **بنابراین سرعت رسیدن آن‌ها به زمین با هم برابر است.**

۷۳ **۳** جسم تحت تأثیر نیروی F دارای شتاب a می‌باشد. اگر F به $\frac{F}{3}$ کاهش یابد، یعنی a به $\frac{a}{3}$ کاهش یافته است. با وجود کاهش شتاب، حرکت هم‌چنان تندشونده است تا وقتی که $F=0$ شود و وقتی که $F=0$ شود، حرکت، یکنواخت می‌شود.

۷۴ **۱** با توجه به قانون دوم نیوتون، معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} F = m_A a_A \\ F = m_B a_B \end{cases}$$

از طرفی به کمک رابطهٔ زیر می‌توانیم شتاب خواسته‌شده را محاسبه کنیم:

$$a = \frac{F}{m_A + m_B} \xrightarrow[m_B = \frac{F}{a_B}]{m_A = \frac{F}{a_A}} a = \frac{F}{\frac{F}{a_A} + \frac{F}{a_B}} = \frac{a_A a_B}{a_A + a_B}$$

۷۵ **۳** نیروهای وارد بر وزنه همان mg و نیروی شخص می‌باشند، بنابراین **عکس‌العمل آن‌ها به شخص و مرکز زمین وارد می‌شوند.**

۷۶ **۱** ابتدا تغییر سرعت جسم و اندازهٔ آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = (6\vec{i} - 5\vec{j}) - (10\vec{i} - 8\vec{j}) = -4\vec{i} + 3\vec{j} \ (\frac{m}{s})$$

$$\Rightarrow |\Delta\vec{v}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5 \frac{m}{s}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{av} = ma_{av} \Rightarrow F_{av} = m\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = 0/2 \times \frac{5}{0/1} = 10N$$

۷۷ **۴** شیب نمودار مکان ـ زمان برابر سرعت جسم می‌باشد. با توجه به نمودار می‌توان برداشت کرد که سرعت جسم، ثابت است، بنابراین **نیروی خالص وارد بر جسم، صفر است.**

۷۸ **۲** طبق قانون اول نیوتون، اگر نیروی خالص وارد بر جسمی، صفر باشد، جسم یا ساکن می‌ماند یا با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد، بنابراین معادلهٔ حرکت جسم یا $x = x_0$ و یا $x = vt + x_0$ می‌شود که فقط گزینهٔ (۲) به این صورت است.

۷۹ **۴** ابتدا به کمک مساحت زیر نمودار، تغییرات سرعت را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta v = (2\times3) + (-1\times1) = 5 \frac{m}{s}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{av} = ma_{av} \xrightarrow{a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}} F_{av} = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = 20 \times \frac{5}{4} = 25N$$

۸۰ **۳** تغییر جهت نیرو (شتاب) در نمودار سرعت ـ زمان در نقاطی اتفاق می‌افتد که شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در آن نقاط، صفر شده و هم‌چنین علامت شیب آن تغییر کند که در نمودار داده‌شده در سؤال فقط ۲ بار این اتفاق افتاده است.

۸۱ **۳** روابط درصد تغییرات سطح و چگالی به صورت زیر می‌باشند:

درصد تغییرات سطح $= 2\alpha\Delta\theta \times 100$

درصد تغییرات چگالی $= -3\alpha\Delta\theta \times 100$

با دقت در روابط متوجه می‌شویم که درصد تغییرات چگالی، $-\frac{3}{2}$ درصد تغییرات سطح است، بنابراین:

درصد تغییرات چگالی $= -\frac{3}{2} \times (-2) = \%3$

بنابراین چگالی جسم ۳ درصد افزایش یافته است.

دقت کنید: سطح جسم ۲ درصد کاهش پیدا کرده، پس درصد تغییرات سطح -2% می‌باشد.

۸۲ **۴** رابطهٔ درصد تغییرات طول و مساحت به صورت زیر است:

درصد تغییرات طول $= \alpha\Delta\theta \times 100$

درصد تغییرات سطح $= 2\alpha\Delta\theta' \times 100$

از تقسیم دو رابطهٔ بالا به عبارت زیر می‌رسیم:

$$\frac{\text{درصد تغییرات سطح}}{\text{درصد تغییرات طول}} = \frac{2\alpha\Delta\theta' \times 100}{\alpha\Delta\theta \times 100}$$

هم‌جنس بودن میله و ورقه باعث می‌شود که α در هر دو رابطه برابر باشد، بنابراین:

$$\frac{\text{درصد تغییرات سطح}}{2} = \frac{2\times3\theta}{\theta} \Rightarrow \text{درصد تغییرات سطح} = \%12$$

۸۳ **۱** اگر اختلاف مساحت ورقه‌ها همیشه ثابت باشد، پس اگر دمای آن‌ها را به یک اندازه تغییر دهیم، تغییرات مساحت آن‌ها یکسان است. به طور مثال دمای آن‌ها $20^\circ C$ است و اختلاف مساحت آن‌ها $10cm^2$ است. اگر دمای آن‌ها به $200^\circ C$ برسد، هنوز اختلاف مساحت آن‌ها $10cm^2$ است. یعنی هر افزایش سطحی اولی داشته باشد، دومی نیز دارد.

$$\begin{cases} A_2 - A_1 = 10 \\ (A_2 + \Delta A_2) - (A_1 + \Delta A_1) = 10 \Rightarrow (A_2 - A_1) + (\Delta A_2 - \Delta A_1) = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta A_2 - \Delta A_1 = 0 \Rightarrow \Delta A_2 = \Delta A_1 \qquad (*)$$

از طرفی داریم:

$$\begin{cases} \Delta A_1 = a^2(2\alpha_1)\Delta\theta \\ \Delta A_2 = 4a^2(2\alpha_2)\Delta\theta \end{cases} \xrightarrow{(*)} \alpha_1 = 4\alpha_2 \Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{1}{4}$$

۸۴ **۴** با توجه به رابطهٔ انبساط حجمی داریم:

$$\Delta V = V_1\beta\Delta\theta \Rightarrow \Delta V = 3\times10^4 \times 10^{-3} \times (-20) = -600L$$

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = -600 \Rightarrow V_2 - 3\times10^4 = -600 \Rightarrow V_2 = 29400L$$

۸۵ **۱** ظرف، آب، گلوله و محیط، چهار عنصری هستند که با یک‌دیگر تبادل گرما می‌کنند، بنابراین:

$$Q_{\text{گلوله}} + Q_{\text{محیط}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{\text{گلوله}} + Q_{\text{محیط}} + mc_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} + C_{\text{ظرف}}\Delta\theta_{\text{ظرف}} = 0$$

$$\Rightarrow -240 + Q_{\text{محیط}} + 2\times4\times(30-20) + 10\times(30-20) = 0$$

$$\Rightarrow Q_{\text{محیط}} = 60kJ$$

۸۶ **۱** دمای ثانویهٔ آب هنگامی که $4kJ$ گرما به آب می‌دهیم، برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 4 = \frac{100}{1000} \times 4 \times (\theta - 2) \Rightarrow \theta = 12^\circ C$$

می‌دانیم با افزایش دمای آب از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$، چگالی آب افزایش می‌یابد و بعد از دمای $4^\circ C$ با افزایش دمای آب، چگالی آن کاهش می‌یابد.

t.me/MrKonkori

طبق قانون شناوری، وزن قطعهٔ چوب با نیروی شناوری برابر است. می‌دانیم نیروی شناوری به حجم آب جابه‌جاشده یا به عبارتی به حجم قسمتی از جسم که داخل مایع قرار دارد، بستگی دارد:

$$F_b = \rho \underbrace{V}_{\text{حجم قسمتی از جسم که داخل مایع است}} g = \underbrace{W}_{\text{وزن جسم (ثابت)}}$$

با افزایش چگالی آب، حجم قسمتی از جسم که داخل مایع است، کاهش می‌یابد و از دمای $4^\circ C$ تا دمای $12^\circ C$، چگالی آب کم شده و حجم قسمتی از جسم که داخل آب است، افزایش می‌یابد، بنابراین قطعهٔ چوب شروع به پایین رفتن می‌کند و حجم قسمت بیرونی آن کم می‌شود.

۸۷ **۳** با توجه به متن سوال، رابطهٔ زیر بین یک دما در مقیاس کلوین و فارنهایت برقرار است، در نتیجه داریم:

حالت اول:

$$T - F = 237 \Rightarrow \theta + 273 - \frac{9}{5}\theta - 32 = 237$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{5}\theta + 241 = 237 \Rightarrow -\frac{4}{5}\theta = -4 \Rightarrow \theta = 5^\circ C$$

حالت دوم:

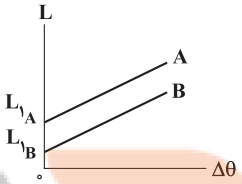
$$F - T = 237 \Rightarrow \frac{9}{5}\theta + 32 - \theta - 273 = 237$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5}\theta - 241 = 237 \Rightarrow \frac{4}{5}\theta = 478 \Rightarrow \theta = 597/5^\circ C$$

۸۸ **۳** در نمودار طول میله برحسب تغییر دمای آن، شیب خطوط برابر $L_1\alpha$ می‌باشد. شیب نمودار دو میلهٔ A و B برابر است، بنابراین:

$$L_{1A}\alpha_A = L_{1B}\alpha_B \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{L_{1B}}{L_{1A}}$$

با توجه به نمودار زیر داریم:



$$L_{1A} > L_{1B}$$

بنابراین:

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{L_{1B}}{L_{1A}} \xrightarrow{L_{1A} > L_{1B}} \frac{\alpha_A}{\alpha_B} < 1 \Rightarrow \alpha_A < \alpha_B$$

۸۹ **۳** حجم ظاهری دو کره برابر است (زیرا شعاع خارجی برابر دارند)، ولی کرهٔ A، توپر و کرهٔ B، توخالی است، بنابراین جرم کرهٔ A بیشتر و همین امر باعث می‌شود که گرمای بیشتری برای افزایش دمای یکسان نیاز داشته باشد، در نتیجه:

$$Q_A > Q_B$$

حجم اولیهٔ هر دو کره با هم برابر است و از طرفی دمای دو کره به یک اندازه بالا رفته است، بنابراین تغییر حجم آن‌ها برابر خواهد بود.

۹۰ **۴** برای این‌که $50cm^3$ مایع بیرون بریزد، ابتدا باید حجم خالی بالای ظرف پر شود و سپس سرریز کند. به عبارتی تغییر حجم مایع باید به صورت زیر محاسبه شود:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \Delta_{\text{خالی}} + V_{\text{سرریز}} = 10 \times 10 + 50 = 150 cm^3$$

از رابطهٔ تغییر حجم مایع بر اثر تغییر دمای آن، $\Delta\theta$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta \Rightarrow 150 = 10 \times 20 \times 10^{-2} \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 75^\circ C$$

۹۱ **۱** با بستن کلید K، یک مقاومت ۸ اهمی دیگر به صورت موازی به دو مقاومت ۸ اهمی که در حالت اول با یک‌دیگر موازی بودند، اضافه می‌شود. می‌دانیم وقتی چند مقاومت، موازی می‌شوند، مقاومت معادل آن‌ها از تک‌تک مقاومت‌ها کوچک‌تر است، بنابراین اضافه کردن مقاومت جدید به مقاومت‌های موازی، سبب کاهش مقاومت معادل مدار خواهد شد.

در پی کاهش مقاومت معادل مدار، طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \uparrow$، جریان کل عبوری از مدار افزایش می‌یابد.

به دلیل افزایش جریان کل مدار، طبق قانون اهم داریم:

$$V = RI \xrightarrow{\text{ثابت: R}} V \propto I$$

بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۳ اهمی افزایش می‌یابد، پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_1 کاهش یافته است.

طبق رابطهٔ توان مصرفی یک مقاومت $(P = \frac{V^2}{R})$، با کاهش ولتاژ دو سر مقاومت R_1، یعنی (V_1) و به دلیل ثابت بودن اندازهٔ این مقاومت (R)، **توان مصرفی این مقاومت کاهش می‌یابد.**

۹۲ **۲** می‌دانیم که در اتصال متوالی مقاومت‌ها، توان مصرفی مقاومتی که بزرگ‌تر از بقیه است، بیشتر خواهد بود.

چون همهٔ لامپ‌ها، با برق شهر کار می‌کنند، ولتاژ اسمی دو سر آن‌ها یکسان بوده، بنابراین:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{\text{ثابت: V}} P \propto \frac{1}{R}$$

پس مقاومت لامپ‌های ۷۰ واتی بیشتر از مقاومت لامپ ۱۲۰ واتی است.

در نتیجه در اتصال جدید، با جایگزین کردن لامپ‌های جدید، مقاومت کل، افزایش یافته و در نتیجه توان کل، کاهش می‌یابد. از طرفی سهم لامپ ۱۲۰ واتی از این توان جدید هم کم‌تر از بقیه است، **پس نور لامپ ۱۲۰ واتی کم‌تر از حالت قبل می‌شود.**

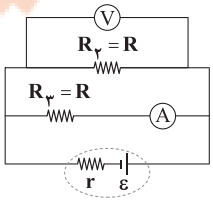
۹۳ **۴** با بستن کلید K، مقاومت R_1 به دلیل اتصال کوتاه از مدار حذف شده، بنابراین مقاومت معادل مدار (R_{eq}) کاهش می‌یابد.

در پی کاهش مقاومت معادل مدار، طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$، جریان کل مدار افزایش می‌یابد.

با افزایش جریان کل مدار، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری نیز با توجه به رابطهٔ $V = \varepsilon - Ir$ کاهش می‌یابد.

با کاهش اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_3 کاهش یافته و جریان عبوری از آن هم کاهش می‌یابد، **پس عددی که آمپرسنج ایده‌ال نشان می‌دهد، کاهش می‌یابد.**

با افزایش جریان کل مدار، چون جریان در شاخه‌ای که آمپرسنج قرار دارد، کاهش یافته، پس جریان عبوری از مقاومت R_2 افزایش یافته و در نتیجه اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن یعنی **عددی که ولت‌سنج ایده‌ال نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.**



t.me/MrKonkori

۹۴ **۳** می‌دانیم بیشینهٔ جریانی که از باتری می‌توان گرفت مربوط به حالتی است که تنها مقاومت موجود در مدار که در برابر عبور جریان ایستادگی می‌کند، مقاومت درونی باتری باشد، یعنی داریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow{R_{eq}=0 \Rightarrow I=I_{max}} I_{max}=\frac{\varepsilon}{r}$$

$$\xrightarrow{I_{max}=18A} \varepsilon=18r \quad (1)$$

بیشینهٔ توان خروجی باتری در این حالت از رابطهٔ زیر قابل محاسبه است:

$$P_{max}=\frac{\varepsilon^2}{4r} \xrightarrow[\varepsilon=18r]{P_{max}=64/8W} \frac{(18r)^2}{4r}=64/8 \Rightarrow \frac{324r^2}{4r}=64/8$$

$$\Rightarrow 81r=64/8 \Rightarrow r=\frac{64/8}{81}=0/8\Omega \Rightarrow r=0/8\Omega$$

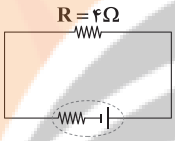
با جای‌گذاری مقدار مقاومت درونی باتری $(r=0/8\Omega)$ در رابطهٔ (۱) داریم:

$$\varepsilon=18r=18\times 0/8=14/4V$$

۹۵ **۳** در حالت اول هیچ جریانی از باتری عبور نمی‌کند و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با نیروی محرکهٔ باتری است، بنابراین:

$$\varepsilon=V=24V$$

با بستن مقاومت ۴ اهمی به دو سر باتری، مداری مطابق شکل زیر داریم:



توان خروجی از باتری در مدار شکل فوق برابر است با: $P=\varepsilon I-rI^2 \quad (1)$

می‌دانیم جریان کل عبوری از مدار از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ قابل محاسبه است، با جای‌گذاری در رابطهٔ (۱) خواهیم داشت:

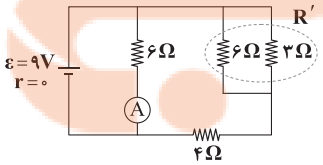
$$P=\frac{\varepsilon^2}{R+r}-r\times(\frac{\varepsilon}{R+r})^2 \Rightarrow P=\frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2} \Rightarrow 64=\frac{4\times(24)^2}{(4+r)^2}$$

$$\Rightarrow 16=\frac{(24)^2}{(4+r)^2} \xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم.}]{\text{از طرفین معادله}} 4=\frac{24}{(4+r)}$$

$$\Rightarrow 24=4\times(4+r) \Rightarrow 24=16+4r$$

$$\Rightarrow 4r=24-16=8 \Rightarrow r=2\Omega$$

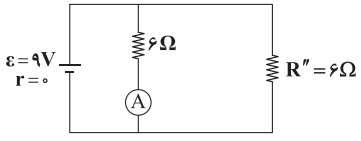
۹۶ **۳** وقتی کلید K باز است، مدار به شکل زیر ساده می‌شود:



در مدار شکل بالا، دو مقاومت ۳ و ۶ اهمی نشان داده‌شده موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R'=\frac{6\times 3}{6+3}=\frac{18}{9}=2\Omega$

مقاومت معادل دو مقاومت ۳ و ۶ اهمی که همان R' است، با مقاومت ۴ اهمی متوالی خواهد شد، پس داریم: $R''=R'+4=2+4=6\Omega$

با اعمال تغییرات فوق مدار به شکل زیر ساده می‌شود:



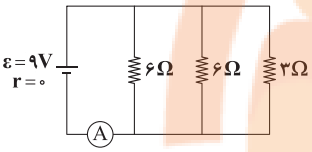
دو مقاومت $R''=6\Omega$ و ۶ اهمی در شکل فوق موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R_{eq}=\frac{R''\times 6}{R''+6}=\frac{6\times 6}{6+6}=\frac{36}{12}=3A$

بنابراین جریان کل گذرنده از مدار برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{9}{3}=3A$

جریان کل ۳ آمپر بین دو شاخه که هر کدام 6Ω هستند، به صورت مساوی تقسیم شده (چون هر دو مقاومت موازی و مساوی هستند)، بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج در حالت اول برابر است با: $I_{\text{آمپرسنج}_1}=\frac{I_{\text{کل}}}{2}=\frac{3}{2}=1/5A$

پس از بستن کلید K، مقاومت ۴ اهمی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و آمپرسنج در شاخهٔ اصلی قرار می‌گیرد.

شکل ساده‌شدهٔ مدار در حالت بسته بودن کلید K به صورت زیر است:



در مدار شکل زیر، هر سه مقاومت، موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R'_{eq}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{4}{6} \Rightarrow R'_{eq}=\frac{6}{4}=1/5\Omega$

جریان کل گذرنده از مدار، همان جریان گذرنده از آمپرسنج است، بنابراین:

$$I'=I_{\text{آمپرسنج}_2}=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{9}{1/5}=6A$$

بنابراین جریان گذرنده از آمپرسنج که در حالت اول برابر $1/5A$ بود، در حالت دوم به $6A$ رسیده، **پس ۴/۵ آمپر افزایش یافته است.**

۹۷ **۳** در حالت اول، یعنی باز بودن کلید K، دو مقاومت $R_1=5\Omega$ و $R_2=4\Omega$ متوالی بوده و مقاومت معادل مدار برابر با $R_{eq}=R_1+R_2=9\Omega$ می‌باشد، در نتیجه شدت جریان کل مدار برابر است با:

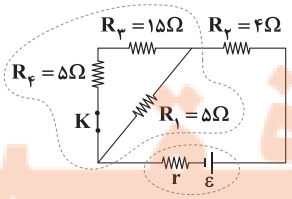
$$I_1=I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{35}{9+2}=3/18A$$

هنگامی که کلید K بسته می‌شود، مقاومت‌های $R_3=15\Omega$ و $R_4=5\Omega$ متوالی بوده و معادل این مقاومت‌ها، با مقاومت $R_1=5\Omega$ موازی و همچنین معادل این مقاومت‌ها، با مقاومت $R_2=4\Omega$ متوالی خواهد شد. در نتیجه مقاومت معادل مدار برابر است با: $R'_{eq}=\frac{20\times 5}{20+5}+4=8\Omega$

بنابراین شدت جریان کل مدار برابر خواهد شد با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{35}{8+2}=\frac{35}{10}=3/5A$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_1=5\Omega$ برابر خواهد شد با:



$$V_1=IR_{1,3,4}=3/5\times 4=14V$$

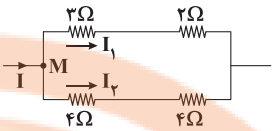
شدت جریان در مقاومت R_1 برابر است با:

$$V_{R_1}=I_{R_1}R_1 \Rightarrow 14=I_{R_1}\times 5 \Rightarrow I_{R_1}=2/8A$$

مشخص شد که شدت جریان در مقاومت R_1 از $I=3/18A$ به $I_{R_1}=2/8A$ رسیده، یعنی ۰/۳۸ آمپر **کاهش** یافته است.

t.me/MrKonkori

۹۸ **۴** با توجه به این‌که توان مصرفی مقاومت ۳ اهمی برابر ۱۲ وات است، داریم:



$$P_1 = RI_1^2 \xrightarrow{P_1=12W,\ R=3\Omega} 12 = 3I_1^2 \Rightarrow I_1^2 = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow I_1 = 2A$$

در شاخهٔ بالایی، دو مقاومت ۳ اهمی و ۲ اهمی متوالی هستند، در نتیجه مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_1' = 3 + 2 = 5\Omega$$

پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل مقاومت‌های ۳ و ۲ اهمی برابر است با:

$$V = I_1 R_1' \xrightarrow{I_1=2A,\ R_1'=5\Omega} V = 2\times 5 = 10V$$

در شاخهٔ پایینی نیز دو مقاومت ۴ اهمی با هم متوالی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_2' = 4 + 4 = 8\Omega$$

دو مقاومت R_1' و R_2' موازی هستند، پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن‌ها با هم برابر است، در نتیجه داریم:

$$V = I_2 R_2' \xrightarrow{V=10V,\ R_2'=8\Omega} 10 = I_2 \times 8 \Rightarrow I_2 = 1/25A$$

مجموع جریان واردشده به شاخهٔ بالایی و پایینی باید برابر جریان کل ورودی به گرهٔ M باشد، پس داریم:

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 1/25 = 3/25A$$

از طرفی مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R_1' \times R_2'}{R_1' + R_2'} = \frac{5\times 8}{5+8} = \frac{40}{13}\Omega$$

توان مصرفی کل مقاومت‌ها برابر است با:

$$P_t = R_{eq} I^2 \Rightarrow P_t = \frac{40}{13}\times (3/25)^2 = 32/5W$$

۹۹ **۲** می‌دانیم جریان کل گذرنده از هر مداری از رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ قابل محاسبه است که در آن R_{eq} همان مقاومت معادل تمامی مقاومت‌های خارجی مدار است.

وقتی دو سر باتری به صورت مستقیم با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل بشوند، عملاً هیچ مقاومت خارجی وجود ندارد و در این حالت، جریان گذرنده از باتری همان جریان بیشینه است و داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow{\varepsilon=36V,\ R_{eq}=0,\ r=7/5\Omega} I = \frac{36}{0+7/5} = \frac{36}{7/5} = 4/8A$$

در این حالت، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر است با:

$$\Delta V = \varepsilon - rI = \varepsilon - r\times\frac{\varepsilon}{r} = \varepsilon - \varepsilon = 0$$

توان خروجی باتری ($P_{خروجی}$) برابر است با حاصل‌ضرب جریان کل گذرنده از مدار در اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری که برابر است با:

$$P_{خروجی} = I\Delta V \xrightarrow{I=4/8A,\ \Delta V=0} P_{خروجی} = 4/8\times 0 = 0$$

۱۰۰ **۱** می‌دانیم در نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برحسب جریان عبوری از آن‌ها، شیب نمودار با اندازهٔ مقاومت درونی باتری، رابطهٔ مستقیم دارد، یعنی هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، اندازهٔ مقاومت درونی باتری، بزرگ‌تر است، پس داریم:

$$\text{شیب نمودار (۲)} > \text{شیب نمودار (۱)} \Rightarrow r_2 > r_1$$

از آن‌جا که محل تقاطع نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی برحسب جریان $(V-I)$ با محور V (اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری)، برابر با نیروی محرکهٔ باتری است، پس هر چه محل تقاطع، بالاتر باشد، نیروی محرکهٔ باتری، بزرگ‌تر است، پس طبق نمودار داده‌شده در سؤال $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ می‌باشد.

شیمی

۱۰۱ **۱** به‌جز عبارت دوم سایر عبارت‌ها درست هستند. رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها، آب‌راه‌ها و دیگ‌های بخار آن‌چنان به این سطح‌ها می‌چسبند که با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدوده نمی‌شوند.

۱۰۲ **۴**

اسید اولیه: $[H^+] = \alpha.M = 0/25\times 0/4 = 0/1 mol.L^{-1}$

$$K_a = \frac{\alpha^2.M}{1-\alpha} = \frac{(0/25)^2\times 0/4}{1-0/25} = \frac{1}{3}\times 10^{-1}$$

محلول نهایی: $pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2} mol.L^{-1}$

$$\Rightarrow [A^-] = 10^{-2} mol.L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow \frac{1}{3}\times 10^{-1} = \frac{(10^{-2})(10^{-2})}{M - 0/01}$$

$$\Rightarrow M = 0/013 mol.L^{-1}$$

$$M_1V_1 = M_2V_2 \Rightarrow 0/4\times 0/2 = 0/013\times V_2 \Rightarrow V_2 \simeq 6/15L$$

بنابراین حجم محلول از ۰/۲ لیتر باید به ۶/۱۵ لیتر برسد و برای این کار به ۵/۹۵L آب خالص نیاز است.

۱۰۳ **۱** فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- در زندگی روزانه با انواع اسیدها سر و کار داریم که **برخی قوی** و **اغلب آن‌ها ضعیف** هستند.
- اسیدهای قوی را می‌توان محلولی شامل یون‌های آب پوشیده دانست. به طوری که در آن‌ها **تقریباً مولکول‌های یونیده نشده یافت نمی‌شود.**
- بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به آن نیز **آسیب می‌رسانند.**

۱۰۴ **۲** شمار مول‌های H^+ موجود در pHهای ۳/۱ و ۳/۷ از HCl را به دست می‌آوریم:

$$pH = 3/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3/7} = 10^{0/3-4} = 2\times 10^{-4} mol.L^{-1}$$

$$pH = 3/1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3/1} = 10^{0/9-4} = 8\times 10^{-4} mol.L^{-1}$$

$$?mol H^+ (\text{آغازی}) = 2L\times 2\times 10^{-4} mol.L^{-1} = 4\times 10^{-4} mol$$

$$?mol H^+ (\text{نهایی}) = 2L\times 8\times 10^{-4} mol.L^{-1} = 16\times 10^{-4} mol$$

تفاوت مول‌های H^+ در این دو حالت برابر است با: $12\times 10^{-4} mol H^+$

وظیفهٔ ضد اسید این است همین تعداد مول H^+ را مصرف کند.

t.me/MrKonkori

مطابق داده‌های سؤال هر ۱۰۰ گرم از ضد اسید شامل ۱۶ گرم ناخالصی و ۸۴ گرم $Mg(OH)_2$ و $Al(OH)_3$ است که نسبت مولی آن‌ها ۳ به ۱ است. اگر جرم $Mg(OH)_2$ و $Al(OH)_3$ را به ترتیب با a و b نشان دهیم می‌توان نوشت:

$$a+b=84 \quad (*)$$

$$\frac{\frac{a}{58}}{\frac{b}{78}}=\frac{3}{1}\Rightarrow\frac{78a}{58b}=3\Rightarrow 26a=58b \quad (**)$$

با توجه به این‌که جمع ۵۸ و ۲۶ برابر ۸۴ است به راحتی می‌توان از معادله‌های (*) و (**) نتیجه گرفت که $a=58$ و $b=26$ است.

$$?mol\ Mg(OH)_2=58g\times\frac{1mol}{58g}=1mol\ Mg(OH)_2$$

$$?mol\ Al(OH)_3=26g\times\frac{1mol}{78g}=\frac{1}{3}mol\ Al(OH)_3$$

- هر مول $Mg(OH)_2$ با ۲ مول HCl خنثی می‌شود.
- هر مول $Al(OH)_3$ با ۳ مول HCl خنثی می‌شود.

شمار مول‌های HCl: $(2molHCl)+(3\times\frac{1}{3}molHCl)=3molHCl$

اکنون از یک تناسب ساده استفاده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} mol\,H^+ & \text{گرم ضداسید} \\ 3 & 100 \\ 12\times10^{-4} & x \end{bmatrix}\Rightarrow x=0/04g=40mg$$

۱۰۵ ۲

$$\frac{K_b(AOH)}{K_b(XOH)}=\frac{\frac{[OH^-]^2}{[AOH]}}{\frac{[OH^-]^2}{[XOH]}}\Rightarrow 245=\frac{[OH^-]^2_{AOH}}{[OH^-]^2_{XOH}}\times\frac{0/5}{0/4}$$

$$\Rightarrow\frac{[OH^-]^2_{AOH}}{[OH^-]^2_{XOH}}=196\Rightarrow\frac{[OH^-]_{AOH}}{[OH^-]_{XOH}}=14$$

$$\Rightarrow\frac{[H^+]_{AOH}}{[H^+]_{XOH}}=\frac{1}{14}$$

$$-\log\frac{[H^+]_{AOH}}{[H^+]_{XOH}}=-\log\frac{1}{14}$$

$$\Rightarrow pH_{AOH}-pH_{XOH}=\log14$$

$$=\log(2\times7)=\log2+\log7=0/3+0/85=1/15$$

۱۰۶ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- محیط اسیدی درون معده **برخی از فلزها** مانند روی را می‌تواند در خود حل کند.
- این عبارت هنگامی درست است که دما $25^\circ C$ باشد. البته برای دماهای بالاتر از $25^\circ C$ نیز درست است، اما برای دماهای پایین‌تر از $25^\circ C$ چنین نتیجه‌ای نمی‌توان گرفت.

۱۰۷ ۱ فورمیک اسید (HCOOH) در مقایسه با استیک اسید (CH_3COOH)، اسید قوی‌تری است.

عبارت‌های سوم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- اگر درجهٔ یونش هر کدام از اسیدها را ناچیز در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{[H^+]_{\text{فورمیک اسید}}}{[H^+]_{\text{استیک اسید}}}=\frac{\sqrt{M.K_a}}{\sqrt{M.K_a}}=\sqrt{10}$$

- فقط سرعت گاز H_2 تولید شده در ظرف فورمیک اسید بیشتر است.
- مجموع غلظت مولی گونه‌ها در ظرف حاوی فورمیک اسید که اسید قوی‌تری است، بیشتر خواهد بود.

۱۰۸ ۲ **بررسی موارد:**

آ) باریم هیدروکسید ($Ba(OH)_2$) یک باز قوی دو ظرفیتی بوده و هر مول از آن در آب ۳ مول یون تولید می‌کند.

$$(Ba(OH)_2\rightarrow Ba^{2+}+2OH^-)$$

بنابراین مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول مولار آن برابر ۳ مولار و در محلول ۲ مولار KOH برابر ۴ مولار است.

ب) غلظت مولی H^+ در محلول ۰/۱ مولار HCN با $\alpha=0/01$ برابر است با:

$$[H^+]=\alpha.M=10^{-3}mol.L^{-1}$$

در صورتی که غلظت مولی H^+ در محلول HNO_3 با $pH=3/7$ برابر با $10^{-3/7}$ است که از 10^{-3} کوچک‌تر است.

پ)

$$N_2O_5+H_2O\rightarrow 2H^++2NO_3^-$$

$$Na_2O+H_2O\rightarrow 2Na^++2OH^-$$

ت) هر چند درجهٔ یونش با غلظت رابطهٔ وارونه دارد، اما مشکل این عبارت در این است که درجهٔ یونش اتانول برابر صفر است.

۱۰۹ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با جوش شیرین (سدیم هیدروژن کربنات) با فرمول $NaHCO_3$ درست هستند.

$$NaHCO_3(s)+HCl(aq)\rightarrow NaCl(aq)+CO_2(g)+H_2O(l)$$

۱۱۰ ۱

$$?mol\ H^+=(0/08\times10^{-2/4})+(0/02\times0/005)$$

$$=(0/08\times10^{0/3+0/3-3})+(1\times10^{-4})=(0/08\times2\times2\times10^{-3})$$

$$+(1\times10^{-4})=42\times10^{-5}mol\ H^+$$

شمار مول OH^- حاصل از KOH برابر است با:

$$?mol\ OH^-=(0/025\times0/0008)=2\times10^{-5}mol\ OH^-$$

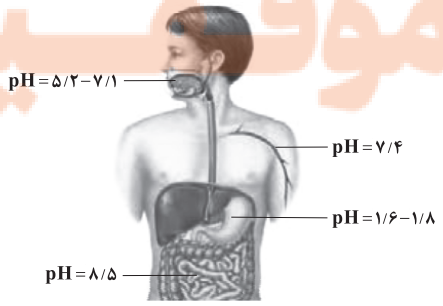
$$?mol\ H^+\text{(باقی‌مانده)}=(42\times10^{-5})-(2\times10^{-5})$$

$$=4\times10^{-4}mol\ H^+$$

$$[H^+]=\frac{4\times10^{-4}mol}{(80+20+25)\times10^{-3}L}=32\times10^{-4}mol.L^{-1}$$

$$pH=-\log(32\times10^{-4})=-[\log2^5-4]=-(5(0/3)-4)=2/5$$

۱۱۱ ۱ هر چه pH یک سامانه به منطقهٔ خنثی نزدیک‌تر باشد، غلظت یون‌های OH^- و H^+ تفاوت کم‌تری با هم دارند.



t.me/MrKonkori

۱۱۲ **۱** برای محلول‌های آبی بسیار رقیق $(d=1g.mL^{-1})$، ppm را می‌توان میلی‌گرم حل‌شونده در یک لیتر محلول تعریف کرد. بنابراین اگر حجم محلول HI را در یک لیتر در نظر بگیریم، این محلول شامل ۱۰۲۴mg حل‌شونده خواهد بود.

$$[HI]=\frac{1024\times10^{-3}g\times\frac{1mol}{128g}}{1L}=8\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$[H^+]=[HI]=8\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$pH=-\log[H^+]=-\log(8\times10^{-3})=-[\log8+\log10^{-3}]$$
$$=-[3\log2-3]=-[3(0/3)-3]=2/1$$

۱۱۳ **۴** نسبت غلظت تعادلی اسید HX به اسید HY معادل نسبت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ این دو اسید است:

$$\text{غلظت تعادلی}=\underbrace{M(1-\alpha)}_{\text{غلظت اولیه}}$$

$$HX: pH=1/7\Rightarrow[H^+]=\alpha.M\Rightarrow10^{-pH}=\alpha.M$$
$$\Rightarrow10^{-1/7}=0/2M\Rightarrow10^{0/3-2}=0/2M\Rightarrow2\times10^{-2}=0/2M$$
$$\Rightarrow M=0/1$$

$$HY: pH=1/1\Rightarrow[H^+]=\alpha.M\Rightarrow10^{-1/1}=\alpha.M$$
$$\Rightarrow10^{3(0/3)-2}=0/25M\Rightarrow8\times10^{-2}=0/25M\Rightarrow M=0/32$$
$$\frac{M(1-\alpha)HX}{M(1-\alpha)HY}=\frac{0/1(1-0/2)}{0/32(1-0/25)}=\frac{0/1\times0/8}{0/32\times0/75}=\frac{1}{3}$$

۱۱۴ **۱** برای اسید خیلی ضعیف HA می‌توان نوشت:

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M}$$

که در آن، M غلظت اولیهٔ اسید است. با توجه به این‌که مقدار K_a ثابت است، برای این‌که غلظت H^+ به یک چهارم مقدار اولیه برسد، باید غلظت محلول $(\frac{1}{4})^2$ یعنی $\frac{1}{16}$ برابر شود. به عبارتی باید حجم محلول ۱۶ برابر شده و از ۲۰ میلی‌لیتر به ۳۲۰ میلی‌لیتر برسد. بنابراین باید ۳۰۰ میلی‌لیتر آب خالص به آن اضافه کرد.

۱۱۵ **۴**

$$RCOOH+NaOH\rightarrow RCOONa+H_2O$$

$$\frac{119/2g\ RCOOH}{1\times M}=\frac{21/33g\ NaOH\times\frac{75}{100}}{1\times40}\Rightarrow M=298g.mol^{-1}$$

$$C_nH_{2n+1}COOH: 298g.mol^{-1}\Rightarrow12n+2n+1+12+32+1=298$$
$$\Rightarrow n=18$$

$$\%C=\frac{(18+1)\times12}{298}\times100\simeq\%76/51$$

۱۱۶ **۱** فقط مورد آخر درست است.

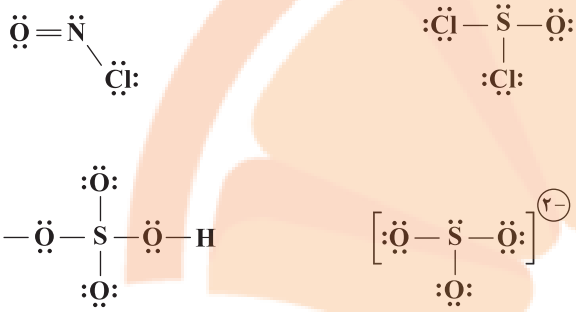
- N_2O : دی‌نیتروژن **مونو**اکسید
- ZnO : **روی** اکسید
- $SiBr_4$: سیلیسیم **ترا برمید**
- Co_3N_2 : کبالت (II) نیترید

۱۱۷ **۳** معادلهٔ موازنه‌شده هر دو واکنش در زیر آمده است:

$$a)\ \underbrace{Si_2H_6+4KOH+2H_2O}_{1+4+2}\rightarrow\underbrace{2K_2SiO_3+7H_2}_{2+7}$$

$$b)\ \underbrace{SO_2+2NaClO_3+H_2SO_4}_{1+2+1}\rightarrow\underbrace{2ClO_2+2NaHSO_4}_{2+2}$$

۱۱۸ **۴** در ساختار لوویس تمامی گونه‌ها به‌جز NOCl تمامی پیوندها یگانه است:



۱۱۹ **۲** **بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) هیدروژن از هر کدام از سوخت‌های فسیلی قیمت بالاتری دارد.

۳) زغال سنگ در مقایسه با بنزین و گاز طبیعی، آلایندگی بیشتری ایجاد می‌کند.

۴) گرمای آزادشده از سوختن یک گرم هیدروژن از هر کدام از سوخت‌های فسیلی بیشتر است.

۱۲۰ **۲** لایهٔ اوزون به منطقهٔ مشخصی از استراتوسفر گفته می‌شود که **بیشترین مقدار اوزون** در آن محدوده قرار دارد.

۱۲۱ **۲** عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- سوخت سبز توسط جانداران ذره‌بینی به **مواد ساده‌تر** تجزیه می‌شوند.
- لایهٔ هواکره **سبب گرم شدن کرهٔ زمین می‌شود.**

۱۲۲ **۲** به‌جز عبارت دوم سایر عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- **اغلب** فلزها در شرایط مناسب با گاز اکسیژن می‌سوزند.
- باران اسیدی شامل H_2SO_4 و $\mathbf{HNO_3}$ هستند.
- گوگرد در اثر سوختن به SO_2 تبدیل می‌شود.

۱۲۳ **۴** هر چهار مورد پیشنهادشده، عبارت مورد نظر را به درستی کامل می‌کنند.

۱۲۴ **۳** عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- بیماری‌های عصبی از عوارض تنفس اوزون تروپوسفری نیست.
- مطابق واکنش زیر با تولید اوزون تروپوسفری، گاز NO_2 مصرف می‌شود:

$$NO_2(g)+O_2(g)\xrightarrow{\text{نور خورشید}}NO(g)+O_3(g)$$

t.me/MrKonkori

۱۲۵ ۲ عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) ساختار هر ماده، تعیین‌کنندهٔ خواص و رفتار آن **است**.

ب) زمین بخش **قابل توجهی** از گرمای جذب‌شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.

۱۲۶ ۴

$$C_3H_4(g)+4O_2(g)\rightarrow 3CO_2(g)+2H_2O(l)$$

$$\frac{8g}{1\times 40}=\frac{x\,g}{3\times 44}=\frac{y\,g}{2\times 18}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=26/4g & CO_2\\ y=7/2g & H_2O\end{cases}$$

$$Q_{(\text{برای افزایش دمای فراورده‌ها})}=mc\Delta\theta=[(26/4\times 0/75)+(7/2\times 4/2)]\times(85-25)=[19/8+30/24]\times 60=3002J\simeq 3kJ$$

$$Q_{\text{کل}}=386+3\simeq 389\ kJ$$

$$\text{آنتالپی سوختن}=\frac{389\ kJ}{8g\times\frac{1mol}{40g}}=1945\ kJ$$

۱۲۷ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- ΔH واکنش تولید $CO(g)$ از گرافیت و اکسیژن را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.
- تجزیهٔ محلول آب اکسیژنه یک واکنش گرماده بوده و با انجام این واکنش، دمای ظرف انجام واکنش و محتویات آن، افزایش می‌یابد.
- گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH واکنش‌هایی به کار می‌رود که در فشار ثابت انجام می‌شوند.
- شرط استفاده از قانون هس این است که شرایط انجام همهٔ آن دو یا چند واکنش، یکسان باشد.

۱۲۸ ۳ معادلهٔ واکنش هدف به صورت زیر است:

$$2C(s)+2H_2O(g)\rightarrow CH_4(g)+CO_2(g)$$

برای رسیدن به واکنش هدف، کافیست تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

✓ ضرایب واکنش a را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم.

✓ واکنش c را وارونه می‌کنیم.

✓ واکنش b را به همان صورت می‌نویسیم.

$$\Delta H(\text{واکنش هدف})=2\Delta H_a-\Delta H_c+\Delta H_b$$

$$=2(132)-(206)+(-41)=17kJ$$

$$\frac{2000gC\times\frac{80}{100}\times\frac{75}{100}}{2\times 12}=\frac{x\,kJ}{17}\Rightarrow x=850kJ$$

۱۲۹ ۳ میان مولکول‌های الکل برخلاف سه ترکیب دیگر پیوند هیدروژنی تشکیل شده و همین مورد باعث می‌شود نقطهٔ جوش آن بالاتر باشد.

۱۳۰ ۲ به‌جز عبارت آخر سایر عبارت‌ها درست هستند.

قانون هس یک روش **دقیق** برای محاسبهٔ آنتالپی واکنش‌ها است.

۱۳۱ ۱ با توجه به این‌که تفاوت فرمول مولکولی متان (CH_4) و اتان (C_2H_6) همانند تفاوت فرمول مولکولی اتان و پروپان (C_3H_8) در یک گروه $-CH_2$ است، به تقریب می‌توان تفاوت آنتالپی سوختن متان و اتان را معادل تفاوت آنتالپی سوختن اتان و پروپان در نظر گرفت:

$$\text{آنتالپی سوختن پروپان}=(-1560)+(-1560-(-890))=-2230\frac{kJ}{mol}$$

$$\text{ارزش سوختی پروپان}:\frac{2230kJ.mol^{-1}}{44g.mol^{-1}}\simeq 50/7kJ.g^{-1}$$

۱۳۲ ۴ با توجه به داده‌های سؤال، واکنش‌های زیر و آنتالپی آن‌ها در دسترس است:

۱) $C_6H_{12}O_6(s)+6O_2(g)\rightarrow 6CO_2(g)+6H_2O(g)\quad \Delta H=-2808\ kJ$

۲) $C_6H_{12}O_6(s)\rightarrow C_6H_{12}O_6(g)\quad \Delta H=+90kJ$

اگر واکنش (۱) را با معکوس واکنش (۲) جمع کنیم خواهیم داشت:

$$C_6H_{12}O_6(g)+6O_2(g)\rightarrow 6CO_2(g)+6H_2O(g)\quad \Delta H=-2898kJ$$

مجموع آنتالپی‌های پیوند در یک مول $C_6H_{12}O_6(g)$ را با A نشان داده و از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta H_{(\text{واکنش})}=\begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی}\\ \text{پیوندهای فراورده‌ها}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندهای}\\ \text{واکنش‌دهنده‌ها}\end{bmatrix}$$

$$-2898=[A+6\Delta H(O=O)]-[12\Delta H(C=O)+12\Delta H(O-H)]$$

$$-2898=[A+6(500)]-[12(800+465)]\Rightarrow A=9282kJ$$

۱۳۳ ۱ مقایسه میان گرمای سوختن مولی ترکیب‌های مورد نظر به صورت زیر است:

گرمای سوختن ($kJ.mol^{-1}$): استیلن > اتانول > اتیلن > اتان

۱۳۴ ۳ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

طعم و بوی رازیانه به طور عمده وابسته به وجود ترکیبی با گروه عاملی **اتری** است.

۱۳۵ ۱ تهیهٔ آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن (واکنش a) یک واکنش گرماده ($\Delta H<0$) و دو مرحله‌ای بوده که مرحلهٔ اول آن (واکنش b) یک واکنش گرماگیر ($\Delta H>0$) و مرحلهٔ دوم آن (واکنش c) یک واکنش گرماده ($\Delta H<0$) است.

در واکنش‌های گرماگیر، سطح انرژی فراورده‌ها، بالاتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌هاست.

تلاشی در مسیر موفقیت
t.me/MrKonkori

تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net