تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۹

جمعه ۱۴۰۱/۰۸/۰۶

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه
تعداد سؤال ویژهٔ دی‌ماه: ۱۳۵	مدت پاسخگویی ویژهٔ دی‌ماه: ۱۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی	مدت پاسخگویی ویژهٔ دی‌ماه
				از	تا		
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۸۵ دقیقه	۸۵ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱	۲۰		
		هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰		
		ریاضی ۱	۵	۳۱	۳۵		
		حسابان ۱	۵	۳۶	۴۰		
		هندسه ۱	۵	۴۱	۴۵		
		آمار و احتمال	۱۰	۴۶	۵۵		
۲	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه	۵۵ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰		
		فیزیک ۲	۱۰	۹۱	۱۰۰		
۳	شیمی	شیمی ۳	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه	۳۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	۱۱۶	۱۲۵		
		شیمی ۲	۱۰	۱۲۶	۱۳۵		

تلاشی در مسیر موفقیت

آزمون‌های سراسری گاج

	دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۲)	سیروس نصیری محمدرضا سیاح	محدثه کارگرفرد ـ مجید فرهمند ندا فرهختی ـ مینا نظری
	گسسته	مفیدابراهیم‌پور	
	هندسه (۳)	علی ایمانی	
	ریاضی (۱)	مهدی وارسته	
	حسابان (۱)	سیروس نصیری	
	هندسه (۱)	هایده جواهری	
	آمار و احتمال	علی‌اکبر علیزاده	
	فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده ـ حسین شهبازی مسعود قره‌خانی ـ شهاب نصیری	حسین زین‌العابدین‌زاده سارا دانایی کجانی مروارید شاه‌حسینی
	شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی ـ میلاد عزیزی رضیه قربانی ـ میثم کیانی

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری ـ مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی ـ عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی ـ مروارید شاه‌حسینی ـ مریم پارسائیان ـ سپیده‌سادات شریفی ـ عاطفه دستخوش

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی ـ مینا عباسی ـ مهناز کاظمی ـ فرزانه رجبی ـ ربابه الطافی ـ حدیث فیض‌الهی

فروشگاه مرکزی گاج: تهران ـ خیابان انقلاب نبش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت‌نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

t.me/MrKonkori

ریاضیات

۱ ۲ k عددی مثبت است. داریم:

مرحلهٔ اول: k واحد به سمت راست $(x \to x-k)$

$$y=\sqrt{2(x-k)}=\sqrt{2x-2k}$$

مرحلهٔ دوم: k واحد به سمت yهای منفی

$$y=\sqrt{2x-2k}-k$$

مرحلهٔ سوم: نمودار را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم:

$$(x \to -x)$$

$$g(x)=\sqrt{-2x-2k}-k$$

با توجه به نمودار مشخص است که $g(-3)=1$ بنابراین داریم:

$$\sqrt{6-2k}-k=1 \Rightarrow \sqrt{6-2k}=k+1 \Rightarrow 6-2k=k^2+2k+1$$

$$\Rightarrow k^2+4k-5=0 \Rightarrow \begin{cases} k=-5 \text{ غ ق ق} \\ k=1 \end{cases}$$

۲ ۴ اگر α یکی از صفرهای تابع $y=2f(3x-1)$ باشد، صفر تابع $y=f(x)$ برابر $3\alpha-1$ و در نتیجه صفر تابع $y=\frac{1}{2}f(4-2x)$ به صورت $\frac{3\alpha-1-4}{-2}=-\frac{3}{2}\alpha+\frac{5}{2}$ خواهد بود.

مجموع صفرهای تابع $y=2f(3x-1)$ برابر ۳۰ است یعنی داریم:

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\ldots+\alpha_{10}=30$$

بنابراین مجموع صفرهای تابع $y=\frac{1}{2}f(4-2x)$ برابر است با:

$$(-\frac{3}{2}\alpha_1+\frac{5}{2})+(-\frac{3}{2}\alpha_2+\frac{5}{2})+\ldots+(-\frac{3}{2}\alpha_{10}+\frac{5}{2})$$

$$=-\frac{3}{2}(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_{10})+10(\frac{5}{2})=-\frac{3}{2}(30)+25$$

$$=-45+25=-20$$

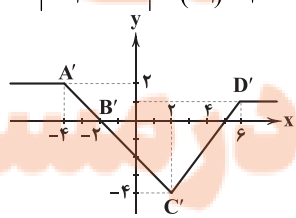
۳ ۲ **روش اول:** با یافتن نقاط نظیر A و B و C و D در نمودار جدید، تابع $y=-f(\frac{x}{2}+1)$ را رسم می‌کنیم:

$$A\begin{vmatrix}-1\\-2\end{vmatrix} \Rightarrow A'\begin{vmatrix}2(-1-1)=-4\\-(-2)=2\end{vmatrix}$$

$$B\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix} \Rightarrow B'\begin{vmatrix}2(0-1)=-2\\-(0)=0\end{vmatrix}$$

$$C\begin{vmatrix}2\\4\end{vmatrix} \Rightarrow C'\begin{vmatrix}2(2-1)=2\\-(4)=-4\end{vmatrix}$$

$$D\begin{vmatrix}4\\-1\end{vmatrix} \Rightarrow D'\begin{vmatrix}2(4-1)=6\\-(-1)=1\end{vmatrix}$$

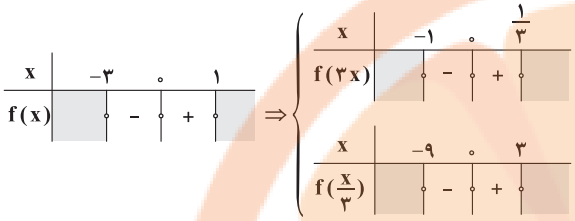


ملاحظه می‌شود تابع $y=-f(\frac{x}{2}+1)$ در بازهٔ $[2,-4]$ نزولی اکید است.

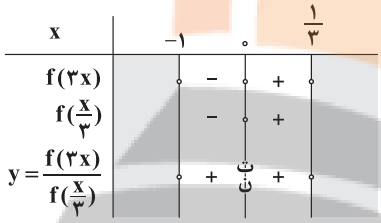
روش دوم: در بازهٔ $[2,-1]$ تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است. بنابراین در بازهٔ نظیر آن تابع $y=-f(\frac{x}{2}+1)$ نزولی اکید است. برای یافتن بازهٔ نظیر آن داریم:

$$[2(-1-1),2(2-1)]=[-4,2]$$

۴ ۳ در تابع $f(3x)$ طول نقاط $\frac{1}{3}$ برابر و در تابع $f(\frac{x}{3})$ طول نقاط ۳ برابر می‌شود. با توجه به جدول تعیین علامت $f(x)$ توابع $f(3x)$ و $f(\frac{x}{3})$ را تعیین علامت می‌کنیم:

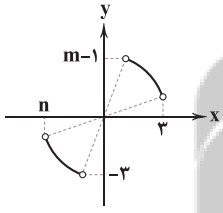


در محدودهٔ مشترک دامنه‌ها تابع $y=\frac{f(3x)}{f(\frac{x}{3})}$ را تعیین علامت می‌کنیم:



$$\frac{f(3x)}{f(\frac{x}{3})} \geq 0 \Rightarrow x \in [-1,\frac{1}{3}]-\{0\} \Rightarrow D_g=[-1,\frac{1}{3}]-\{0\}$$

۵ ۱ برای رسم تابع $f(x)$، نمودار $f(x)+1$ را یک واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم.



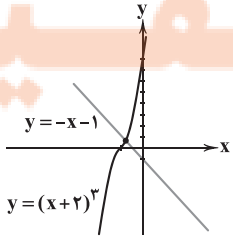
نمودار تابع $-f(-x)$ قرینهٔ تابع $f(x)$ نسبت به مبدأ مختصات است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m-1=+3 \Rightarrow m=4 \\ n=-3 \end{cases} \Rightarrow m+n=1$$

۶ ۲ ابتدا معادله را به فرم زیر می‌نویسیم:

$$x^3+6x^2+12x+8=-x-1 \Rightarrow (x+2)^3=-x-1$$

حال نمودارهای $y=(x+2)^3$ و $y=-x-1$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و طول نقطهٔ برخورد را به عنوان جواب معادله معرفی می‌کنیم.



دو نمودار یک‌دیگر را در یک نقطه با طول منفی قطع می‌کنند. بنابراین معادله دارای یک جواب منفی است.

t.me/MrKonkori

۷ ۲

f تابع اکیداً نزولی و g تابع اکیداً صعودی است $(g(x)=۲^{x-۲})$

نکته: $\begin{cases}\text{اگر } f \text{ اکیداً صعودی باشد داریم: } f(m)\le f(n)\Rightarrow m\le n\\ \text{اگر } f \text{ اکیداً نزولی باشد داریم: } f(m)\le f(n)\Rightarrow m\ge n\end{cases}$

بنابراین خواهیم داشت:

$$f(g(x^۲-x))\ge f(g(۳x+۵))\xrightarrow{f\text{ نزولی}}g(x^۲-x)\le g(۳x+۵)$$

$$\xrightarrow{g\text{ صعودی}}x^۲-x\le ۳x+۵\Rightarrow x^۲-۴x-۵\le ۰\Rightarrow -۱\le x\le ۵$$

۸ ۴ اگر $f(x)=[\frac{x^۲}{۱+x^۲}]$ و $g(x)=\sqrt{[x]+[-x]}$ داریم:

$$۰\le\frac{x^۲}{۱+x^۲}<۱\Rightarrow[\frac{x^۲}{۱+x^۲}]=۰\Rightarrow f(x)=۰$$

(دقت کنید کسر $\frac{x^۲}{۱+x^۲}$ همواره نامنفی و کوچک‌تر از واحد است)

از طرفی برای تابع $g(x)$ داریم:

$$[x]+[-x]=\begin{cases}۰ & x\in\mathbb{Z}\\ -۱ & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow g(x)=۰\ (x\in\mathbb{Z})$$

بنابراین داریم:

$$y=\sqrt{[x]+[-x]}+[\frac{x^۲}{۱+x^۲}]=۰+۰=۰\ (x\in\mathbb{Z})$$

بنابراین تابع ثابت است پس هم صعودی است و هم نزولی است.

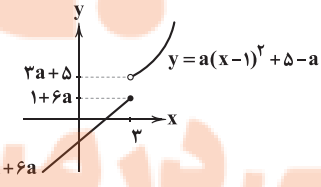
۹ ۳ تابع $f(x)$ را به شکل زیر می‌نویسیم و نمودار تقریبی آن را رسم می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}a(x-۱)^۲+۵-a & x>۳\\ \frac{۱}{۳}x+۶a & x\le ۳\end{cases}$$

تابع $y=\frac{۱}{۳}x+۶a$ اکیداً صعودی است.

بنابراین سهمی $y=a(x-۱)^۲+۵-a$ در بازهٔ $(۳,+\infty)$ نیز باید اکیداً صعودی باشد. پس قطعاً روی شاخهٔ راست سهمی قرار داریم و باید داشته باشیم $a>۰$

نمودار تقریبی $f(x)$ به شکل زیر است.



برای آن‌که کل تابع $f(x)$ اکیداً صعودی باشد، باید داشته باشیم:

$$۳a+۵\ge ۱+۶a\Rightarrow a\le\frac{۴}{۳}$$

با اشتراک این جواب و شرط $a>۰$ داریم:

$$۰<a\le\frac{۴}{۳}$$

در این بازه فقط عدد صحیح $a=۱$ قرار دارد.

۱۰ ۱ مرکز تقارن تابع $(۴,k)$ و تابع نزولی است. بنابراین ضابطهٔ تابع به صورت $y=-(x-k)^۳+۴$ خواهد بود. از طرفی تابع از نقطهٔ $(۰,۱۲)$ می‌گذرد و داریم:

$$۱۲=k^۳+۴\Rightarrow k=۲\Rightarrow y=-(x-۲)^۳+۴$$

$$\Rightarrow y=-x^۳+۶x^۲-۱۲x+۱۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲m=۶\Rightarrow m=۳\\ ۳p=۱۲\Rightarrow p=۴\\ -n=-۱۲\Rightarrow n=۱۲\end{cases}\Rightarrow m+n+p=۱۹$$

۱۱ ۱ بررسی عبارت‌ها:

الف) $n^۲+n+۱۱=n(n+۱)+۱۱$ با توجه به این‌که $n(n+۱)$ ضرب دو عدد متوالی است، بنابراین زوج است، پس: $n^۲+n+۱۱$ فرد است. (درست)

ب) اگر n عددی زوج باشد، داریم:

$$k+۱=n(n+۲)+۱=n^۲+۲n+۱=(n+۱)^۲$$ (درست)

پ) درست است. (در کتاب درسی به روش بازگشتی اثبات شده است.)

ت) درست است. زیرا:

$$(n^۳-n)(n^۲-۴)=n(n^۲-۱)(n^۲-۴)$$

$$=n(n-۱)(n+۱)(n-۲)(n+۲)=۵!k=۱۲۰k$$

می‌دانیم که ضرب ۵ عدد متوالی مضرب !۵ است.

۱۲ ۳ نکته: زوج بودن n و زوج بودن $n^۲$ هم‌ارزند.

اگر $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ زوج باشد، پس $\frac{n(n+۱)}{۲}$ نیز زوج است، بنابراین:

$$\frac{n(n+۱)}{۲}=۲k\Rightarrow n(n+۱)=۴k$$

یعنی $n(n+۱)$ باید مضرب ۴ شود و این زمانی حاصل می‌شود که n به صورت $۴k$ یا $۴k-۱$ باشد. حال باید از بین اعداد ۱۰۰ تا ۲۰۰، عددهایی که به فرم $۴k$ یا $۴k-۱$ هستند را شمارش کنیم.

$$۱۰۰\le ۴k\le ۲۰۰\xrightarrow{\div ۴}۲۵\le k\le ۵۰\Rightarrow\text{تعداد}=۵۰-۲۵+۱=۲۶$$

$$۱۰۰\le ۴k-۱\le ۲۰۰\xrightarrow{+۱}۱۰۱\le ۴k\le ۲۰۱\xrightarrow{\div ۴}۲۶\le k\le ۵۰$$

$$\Rightarrow\text{تعداد}=۲۵$$

$$\text{کل}=۲۶+۲۵=۵۱$$

۱۳ ۴ می‌دانید که: اگر $(a,b)=d$ آن‌گاه $d\mid b\wedge d\mid a$، بنابراین:

$$\begin{cases}d\mid ۲a-۵\Rightarrow d\mid a(۲a-۵)\Rightarrow d\mid ۲a^۲-۵a\\ d\mid a^۲-۶a-۳\Rightarrow d\mid ۲(a^۲-۶a-۳)\Rightarrow d\mid ۲a^۲-۱۲a-۶\end{cases}$$

$$\xrightarrow{d\text{ تفاضل را می‌شمارد}}d\mid ۷a+۶$$

$$\begin{cases}d\mid ۲a-۵\Rightarrow d\mid ۷(۲a-۵)\\ d\mid ۷a+۶\Rightarrow d\mid ۲(۷a+۶)\end{cases}\xrightarrow{d\text{ تفاضل را می‌شمارد}}d\mid ۴۷$$

$$\xrightarrow{d\neq ۱}d=۴۷$$

۱۴ ۱ برای دو عدد طبیعی a و b داریم:

$$(a,b)=d,[a,b]=c\Rightarrow\begin{cases}a=a'd\\ b=b'd\end{cases},c=a'b'd,(a',b')=۱$$

$$c=a'b'd\Rightarrow ۲۲۲=a'b'\times ۲\Rightarrow a'b'=۱۱۱$$

$$\Rightarrow\begin{cases}b'=۱\\ a'=۱۱۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=۲\\ a=۲۲۲\end{cases}\text{ یا }\begin{cases}a'=۳۷\Rightarrow a=۷۴\\ b'=۳\Rightarrow b=۶\end{cases}$$

کم‌ترین مقدار $a+b$ برابر ۸۰ است.

تلاشی دلگرم‌کننده برای موفقیت
t.me/MrKonkori

۱۵ **۴**

$$۶\mid ۵k+۱ \xrightarrow{a\mid b\Rightarrow a^n\mid b^n} ۳۶\mid ۲۵k^۲+۱۰k+۱$$

$$۶\mid ۵k+۱ \xrightarrow{a\mid b\Rightarrow ma\mid mb} ۳۶\mid ۳۰k+۶$$

$$\xrightarrow{\text{جمع را می‌شمارد}} ۳۶\mid ۲۵k^۲+۴۰k+۷ \Rightarrow n=۴۰$$

۱۶ **۱** برای این‌که حاصل کسر یک عدد طبیعی شود باید:

$$n^۲-۱\mid ۲n-۱$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} n^۲-۱\mid ۲n-۱ \Rightarrow n^۲-۱\mid (۲n-۱)(۲n+۱) \\ n^۲-۱\mid n^۲-۱ \Rightarrow n^۲-۱\mid ۴(n^۲-۱) \end{cases}$$

$$\begin{cases} n^۲-۱\mid ۴n^۲-۱ \\ n^۲-۱\mid ۴n^۲-۴ \end{cases} \xrightarrow[\text{می‌شمارد}]{\text{تفاضل را}} n^۲-۱\mid ۳ \Rightarrow n^۲-۱\in\{-۱,۱,۳,-۳\}$$

$$n^۲-۱=۱\Rightarrow n=\pm\sqrt{۲}$$

$$n^۲-۱=۳\Rightarrow n=\pm۲$$

$$n^۲-۱=-۱\Rightarrow n=۰$$

$$n^۲-۱=-۳\Rightarrow n^۲=-۲\Rightarrow n\in\varnothing$$

فقط جواب $n=۲$ قابل قبول است.

۱۷ **۱**

$$\begin{matrix} \alpha\mid ۵n+۳\Rightarrow \alpha\mid ۶(۵n+۳) \\ \alpha\mid ۶n+۷\Rightarrow \alpha\mid ۵(۶n+۷) \end{matrix} \xrightarrow{\text{تفاضل}}$$

$$\alpha\mid (۳۰n+۳۵)-(۳۰n+۱۸)\Rightarrow \alpha\mid ۱۷ \xrightarrow{\alpha\neq ۱} \alpha=۱۷$$

در یکی از رابطه‌های بالا قرار می‌دهیم:

$$۱۷\mid ۵n+۳\Rightarrow ۵n+۳=۱۷q\Rightarrow ۵n=۱۷q-۳$$

$$\Rightarrow ۵n=۱۷q-۳+۱۷-۱۷=۱۷(q+۱)-۲۰=۱۷q'-۲۰$$

$$\xrightarrow{\div ۵} n=۱۷(\frac{q'}{۵})-۴ \xrightarrow{q'=۵t} n=۱۷t-۴$$

$$\xrightarrow{t=۱} n=۱۷-۴=۱۳$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام}=۱+۳=۴$$

۱۸ **۱** می‌دانیم که: ۱) هر عدد صحیح و فرد به یکی از دو صورت $۴k+۱$ یا $۴k+۳$ $(۴k-۱)$ نوشته می‌شود.

۲) مربع هر عدد فرد به فرم $۸k+۱$ نوشته می‌شود.

بنابراین a و b هر دو عدد فرد هستند و مربع هر عدد فرد در تقسیم بر ۸ دارای باقی‌ماندهٔ ۱ خواهد بود. بنابراین باقی‌مانده برابر $-۵=-۷+۱+۱$ خواهد بود.

$$a^۲+b^۲-۷=۸q-۵\Rightarrow a^۲+b^۲-۷=۸q-۵+۸-۸$$
$$=۸(q-۱)+۳=۸q'+۳$$

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم ۳ است.

۱۹ **۲**

$$\begin{matrix} a \\ \hline ۱۲ \end{matrix}\ \begin{matrix} \lfloor b \\ ۲۳ \end{matrix} \Rightarrow a=b\times ۲۳+۱۲\ ,\ b>۱۲$$

$$\Rightarrow a=b\times ۲۳+۱۲+۲۳-۲۳=(b-۱)\times ۲۳+۳۵$$

چون a و ۳۵ هر دو مضرب ۵ هستند و ۲۳ مضرب ۵ نیست، پس $b-۱$ مضرب ۵ خواهد بود.

$$\begin{cases} b-۱=۵k \\ b>۱۲ \end{cases} \Rightarrow \min(b)=۱۶\Rightarrow \min(a)=۱۶\times ۲۳+۱۲=۳۸۰$$

مجموع ارقام $=۳+۸+۰=۱۱$

۲۰ **۳**

$$a=bq+r\ ,\ r=b-۱\Rightarrow ۱۴r=bq+(b-۱)$$

$$\Rightarrow ۱۴(b-۱)=bq+b-۱\Rightarrow ۱۴b-۱۴=bq+b-۱$$

$$\Rightarrow ۱۳b-bq=۱۳\Rightarrow (۱۳-q)\times b=۱\times ۱۳$$

اگر $۱۳-q=۱۳$ باشد، نتیجه می‌گیریم $q=۰$ و از آن‌جا که $a=r$ تناقض با فرض مسئله $(a=۱۴r)$ دارد، در نتیجه $۱۳-q=۱$ و از آن‌جا نتیجه می‌شود $b=۱۳$

$$۱۳-q=۱\Rightarrow q=۱۲\ ,\ b=۱۳$$

$$r=b-۱\Rightarrow r=۱۳-۱=۱۲\Rightarrow a=۱۴r=۱۴\times ۱۲=۱۶۸$$

۲۱ **۴** دو ماتریس $I+A$ و $I-aA$ وارون یکدیگرند بنابراین:

$$(I+A)(I-aA)=I\Rightarrow I-aA+A-aA^۲=I$$

$$\Rightarrow -aA+A-aA=\overline{O}\Rightarrow A(-۲a+۱)=\overline{O}$$

$$\Rightarrow -۲a+۱=۰\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

۲۲ **۴**

$$(A+۳I)(A+۴I)=A^۲+۷A+۱۲I=-۶I+۱۲I=۶I$$

$$\Rightarrow (A+۳I)(\frac{۱}{۶}A+\frac{۴}{۶}I)=I\Rightarrow (A+۳I)^{-۱}=\frac{۱}{۶}(A+۴I)$$

۲۳ **۱**

$$A^۲=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ab \\ ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}\ ,\ A^۳=A^۴=\ldots=\overline{O}$$

$$\text{کم‌ترین مقدار}=۱\times ۱=۱\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها}=ab$$

۲۴ **۲** **نکته:** اگر $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $A^۲=\alpha A+\beta I$ در این صورت:

$$\begin{cases} \alpha=a+d \\ \beta=-(ad-bc) \end{cases}$$

$$A^۲=\alpha A+\beta I\Rightarrow A^۳=\alpha A^۲+\beta A\Rightarrow \begin{cases} \alpha=۴+۱=۵ \\ \beta=-(۴-۶)=۲ \end{cases}$$

$$B^۲=\begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳۱ & ۱۲ \\ ۱۸ & ۷ \end{bmatrix}\Rightarrow \text{جمع درایه‌ها}=۶۸$$

۲۵ **۲**

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \log ۲ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \log ۴ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \log ۸ & ۱ \end{bmatrix}\cdots\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \log ۲۵۶ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \log ۲+\log ۴+\ldots+\log ۲۵۶ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \log(۲^۱\times ۲^۲\times\ldots\times ۲^۸) & ۱ \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \log ۲^{۱+۲+\ldots+۸} & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \log ۲^{۳۶} & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\text{جمع درایه‌ها}=۲+\log ۲^{۳۶}=\log ۱۰۰+\log ۲^{۳۶}=\log(۲^{۳۶}\times ۱۰^۲)$$

$$\Rightarrow a=۳۶\ ,\ b=۲\Rightarrow a+b=۳۸$$

t.me/MrKonkori

۲۶ **۴**

$a+b=۴\ ,\ ab=۳$

$\Rightarrow a^۳+b^۳=(a+b)^۳-۳(ab)(a+b)=۴^۳-۳(۳)(۴)$

$=۶۴-۳۶=۲۸$

۲۷ **۲**

$(ABC)_{ij}=(A\text{سطر } i\text{ام})(B)(C\text{ستون } j\text{ام})$

$\begin{bmatrix}۳ & ۰ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۱ & ۱\\ ۲ & ۲ & ۲\\ ۳ & ۳ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\ ۲\\ ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۹ & ۹ & ۹\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\ ۲\\ ۳\end{bmatrix}=۹+۱۸+۲۷=۵۴$

۲۸ **۲**

$D=A^۲-AB-BA+B^۲=(A-B)^۲=(۲I)^۲=۴I^۲=۴I$

$D=۴I\Rightarrow((D^{-۱})^۵)^{-۱}=((D^{-۱})^{-۱})^۵=D^۵$

$D^۵=(۴I)^۵=۴^۵I\Rightarrow$ مجموع درایه‌ها $=۲\times۴^۵=۲^{۱۱}$

۲۹ **۱** اگر دترمینان یک ماتریس برابر صفر باشد، ماتریس وارون‌پذیر نیست.

$|A|=a-۶=۰\Rightarrow a=۶$

$|B|=۲b-۴=۰\Rightarrow b=۲$

$C=\begin{bmatrix}۶ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow C^۲=\begin{bmatrix}۳۶ & ۰\\ ۰ & ۴\end{bmatrix}\Rightarrow$ جمع درایه‌ها $=۴۰$

۳۰ **۴**

$A+B=۳AB\xrightarrow{\times A^{-۱}}A^{-۱}A+A^{-۱}B=۳A^{-۱}AB$

$\Rightarrow I+A^{-۱}B=۳B\xrightarrow{\times B^{-۱}}IB^{-۱}+A^{-۱}BB^{-۱}=۳BB^{-۱}$

$\Rightarrow B^{-۱}+A^{-۱}=۳I\Rightarrow ۳A^{-۱}+۳B^{-۱}=۹I$

۳۱ **۱**

$\Delta=۰\Rightarrow ۴-۱۶\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha=۰$

$\Rightarrow \sin^۲\alpha\cos^۲\alpha=\frac{۱}{۴}\Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha=\pm\frac{۱}{۲}$

$\tan\alpha+\cot\alpha=\frac{۱}{\sin\alpha\cos\alpha}=\pm۲$

۳۲ **۲** به دلیل آن‌که:

$\frac{a-b}{a+b}+\frac{a+b}{a-b}=\frac{۲a^۲+۲b^۲}{a^۲-b^۲}\Rightarrow\begin{cases}x_۱=-۱\\ x_۲=-\frac{(a-b)^۲}{(a+b)^۲}\end{cases}$

$\Rightarrow$ واسطهٔ حسابی $=\frac{-۱-\frac{(a-b)^۲}{(a+b)^۲}}{۲}=\frac{-۲(a^۲+b^۲)}{۲(a+b)^۲}=\frac{-(a^۲+b^۲)}{(a+b)^۲}$

۳۳ **۳**

معادلهٔ سهمی : $y=a(x+۳)^۲+۹$

با جای‌گذاری $(۰\ ,۰)$ داریم: $a=-۱$

از طرفی $C(-۶\ ,۰)$ و $D(۰\ ,۰)$ است.

برای به دست آوردن مختصات نقاط A و B داریم:

$-(x+۳)^۲+۹=۸\Rightarrow\begin{cases}x_۱=-۲\\ x_۲=-۴\end{cases}$

پس $A(-۴\ ,۸)$ و $B(-۲\ ,۸)$ است.

$\Rightarrow S_{\text{ذوزنقه}}=\frac{۱}{۲}\times(۶+۲)\times۸=۳۲$

۳۴ **۱**

$x^۲-\frac{b}{a}x-\frac{۴}{a}=۰\Rightarrow(x-\frac{b}{۲a})^۲=\frac{b^۲}{۴a^۲}+\frac{۴}{a}$

$\Rightarrow\frac{b}{۲a}=\frac{۳}{۸}\Rightarrow\frac{b^۲}{۴a^۲}=\frac{۹}{۶۴}\Rightarrow\frac{۹}{۶۴}+\frac{۴}{a}=\frac{۷۳}{۶۴}\Rightarrow a=۴\ ,\ b=۳$

$\Rightarrow a\times b=۱۲$

۳۵ **۲** تنها نقطه‌ای روی سهمی که اگر طول آن از دامنه حذف شود یک مقدار y از برد آن حذف می‌شود، رأس سهمی است. پس الف غلط است.

قسمت ج نیز واضح است.

۳۶ **۳** اگر $\begin{cases}\alpha+\beta=۸\\ \alpha\beta=۷\end{cases}$ باشد، آن‌گاه دو تا از ریشه‌ها ۱ و ۷ هستند.

$x=۱\Rightarrow ۱+b-۹+۱۴=۰\Rightarrow b=-۶$

$x^۳-۶x^۲-۹x+۱۴=(x-۱)(x^۲-۵x-۱۴)=۰$

$\Rightarrow(x-۱)(x+۲)(x-۷)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\ x=-۲\\ x=۷\end{cases}$

۳۷ **۳**

$\frac{۴}{۲-\sqrt{x+۵}}+\frac{۵}{۲+\sqrt{x+۵}}=-۳$

$\Rightarrow\frac{۴(۲+\sqrt{x+۵})+۵(۲-\sqrt{x+۵})}{(۲-\sqrt{x+۵})(۲+\sqrt{x+۵})}=-۳$

$\Rightarrow\frac{۱۸-\sqrt{x+۵}}{۴-(x+۵)}=-۳\Rightarrow-۳(-۱-x)=۱۸-\sqrt{x+۵}$

$\Rightarrow\sqrt{x+۵}=۱۵-۳x\Rightarrow x+۵=۹(۵-x)^۲$

$\Rightarrow۹(۲۵-۱۰x+x^۲)=x+۵\Rightarrow۹x^۲-۹۱x+۲۲۰=۰$

$\Rightarrow(x-۴)(۹x-۵۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۴ & \text{ق ق}\\ x=\frac{۵۵}{۹}=۶\frac{۱}{۹} & \text{غ ق ق}\end{cases}$

$\Rightarrow\frac{a+۱}{۵}=\frac{۵}{۵}=۱$

۳۸ **۳** با فرض $x^۲+x+۱=t$ داریم:

$\frac{۳۱}{t}+\frac{۳۲}{t+۱}=۲\xrightarrow{\times t(t+۱)}۳۱t+۳۱+۳۲t=۲t^۲+۲t$

$\Rightarrow ۲t^۲-۶۱t-۳۱=۰\Rightarrow(t-۳۱)(۲t+۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۳۱\\ t=\frac{-۱}{۲}\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}x^۲+x+۱=۳۱\\ x^۲+x+۱=\frac{-۱}{۲}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^۲+x-۳۰=۰\Rightarrow x=۵\ ,-۶\\ x^۲+x+\frac{۳}{۲}=۰\Rightarrow\Delta<۰\end{cases}$

مجموع ریشه‌ها برابر -۱ خواهد بود.

۳۹ **۴**

$f(۲)=۰\Rightarrow ۴+۸+a=۰\Rightarrow a=-۱۲$

$\Rightarrow g(x)=\frac{x^۳+x^۲-۱۲}{x^۲-۳۶x-۱۲}+\frac{x}{x-۱۲}$

تابع g در دو ریشه معادله $x^۲-۳۶x-۱۲=۰$ و همچنین در ریشه معادله $x-۱۲=۰$ تعریف نمی‌شود.

بنابراین حاصل‌ضرب نقاطی که مخرج را صفر می‌کنند برابر است با:

$x_۱x_۲x_۳=(-۱۲)\times۱۲=-۱۴۴$

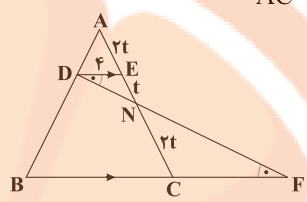
تلگرام درمسیر موفقیت
t.me/MrKonkori

۴۰ ۴ تابع $[\frac{1}{2}x]$ برای $x>0$ خروجی حسابی $(\mathbb{W})$ می‌دهد و تابع $\sqrt{-x}$ برای $x\le 0$ همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر است بنابراین برد تابع برابر است با:

$$R_f=\mathbb{W}\cup[0,+\infty)=[0,+\infty)$$

۴۱ ۴ با توجه به شکل،

$$\overset{\Delta}{ADE}\sim\overset{\Delta}{ABC}\Rightarrow\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$



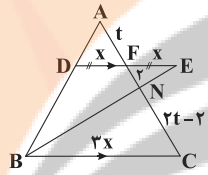
$$\frac{2t}{5t}=\frac{4}{BC}\Rightarrow BC=10$$

و همچنین:

$$\overset{\Delta}{DEN}\sim\overset{\Delta}{NCF}\Rightarrow\frac{4}{CF}=\frac{t}{2t}$$

$$\Rightarrow CF=8\Rightarrow BF=10+8=18$$

۴۲ ۲ با توجه به شکل داریم:

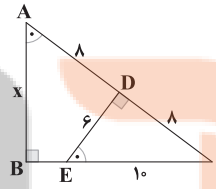


$$DE\parallel BC\xrightarrow{\text{ق تالس}}\frac{AF}{AC}=\frac{DF}{BC}\Rightarrow\frac{t}{3t}=\frac{x}{BC}\Rightarrow BC=3x$$

و همچنین: $\overset{\Delta}{FEN}\sim\overset{\Delta}{BNC}\Rightarrow\frac{FE}{BC}=\frac{FN}{NC}$

$$\frac{x}{3x}=\frac{2}{2t-2}\Rightarrow t=4\Rightarrow AC=t+2+2t-2=3t\Rightarrow AC=12$$

۴۳ ۱



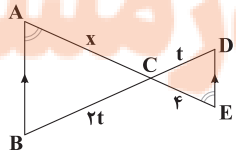
$$\hat{D}=90^\circ\Rightarrow EC^2=DE^2+DC^2$$

$$\Rightarrow EC^2=6^2+8^2\Rightarrow EC=10$$

$$\left.\begin{matrix}\hat{D}=\hat{B}=90^\circ\\ \hat{C}=\hat{C}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{زز}}\overset{\Delta}{DCE}\sim\overset{\Delta}{ABC}$$

$$\Rightarrow\frac{DE}{AB}=\frac{EC}{AC}\Rightarrow\frac{6}{x}=\frac{10}{16}\Rightarrow x=9/6$$

۴۴ ۳ با توجه به شکل داریم:



$$\left.\begin{matrix}AB\parallel DE\xrightarrow{\text{BD مورب}}\hat{D}=\hat{B}\\ AB\parallel DE\xrightarrow{\text{AE مورب}}\hat{A}=\hat{E}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{زز}}\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{DEC}$$

$$\Rightarrow\frac{AC}{CE}=\frac{CB}{CD}\Rightarrow\frac{x}{4}=\frac{2t}{t}\Rightarrow x=8$$

۴۵ ۲ با توجه به شکل داریم:

$$\overset{\Delta}{ABE}:DF\parallel BE\xrightarrow{\text{ق تالس}}\frac{AD}{AB}=\frac{AF}{AE}\Rightarrow\frac{AD}{AB}=\frac{1}{1+x}\quad(1)$$

$$\overset{\Delta}{ABC}:DE\parallel BC\xrightarrow{\text{ق تالس}}\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$$

$$\Rightarrow\frac{AD}{AB}=\frac{1+x}{1+x+12}=\frac{1+x}{x+13}\quad(2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow\frac{1}{1+x}=\frac{x+1}{x+13}\Rightarrow x=3$$

۴۶ ۴ مجموعهٔ تهی یک زیرمجموعه دارد که آن هم تهی است.

$$A\subseteq B\Rightarrow B'\subseteq A'\Rightarrow B'-A'=\varnothing$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) $C=\{3,-3,4\}$ ۲) $D=\{2\}$

۳) $E=\{17\}$ ۴) $F=\varnothing$

۴۷ ۳ مجموعه‌ها را با نوشتن اعضا مشخص می‌کنیم:

$$A=\{-1,0,1\},B=\{-1\},C=\{1,2,3\}$$

که ملاحظه می‌شود موارد «الف»، «ب» و «د» نادرست هستند.

۴۸ ۱ مجموعهٔ A دارای ۸ زیرمجموعه است که شامل هر چهار عدد ۲، ۳، ۵، ۷ باشد (زیرا طبق اصل ضرب هر یک از ارقام ۱، ۴، ۶ دو حالت در تشکیل زیرمجموعه ایجاد می‌کنند) بنابراین $n=8$ و اما برای محاسبهٔ m باید ابتدا به $\binom{4}{2}=6$ طریق، ۲ عدد اول از بین ۴ عدد اول مجموعهٔ A انتخاب و سپس در ۸ ضرب کنیم، یعنی $m=6\times 8=48$. در نتیجه $m+n=56$.

۴۹ ۳ مجموعهٔ A دارای ۶۴ زیرمجموعه و مجموعهٔ B دارای ۱۶ زیرمجموعه است و چون $A\cap B=\{a,f\}$، بنابراین ۴ زیرمجموعه وجود دارد که هم زیرمجموعهٔ A و هم زیرمجموعهٔ B است، بنابراین $(64-4)+(16-4)=72$ زیرمجموعه وجود دارد که دقیقاً زیرمجموعهٔ یکی از این دو مجموعه باشد.

۵۰ ۴ $P(A)$ دارای $16^8=2^{32}$ زیرمجموعه و در نتیجه دارای ۳۲ عضو است، بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ A، ۳۲ و تعداد اعضای آن ۵تا است و تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی آن هم $\binom{5}{2}=10$ تا است.

۵۱ ۱ با توجه به صورت سؤال باید $A=B$، بنابراین:

$$z^4-10=6\Rightarrow z^4=16\Rightarrow z=\pm 2$$

$$3y^2+y=4\Rightarrow 3y^2+y-4=0\Rightarrow\begin{cases}y=1\\ y=-\frac{4}{3}\end{cases}$$

$$x^2+2x=-1\Rightarrow x^2+2x+1=0\Rightarrow(x+1)^2=0\Rightarrow x=-1$$

دقت کنید: اگر $3y^2+y=-1$، معادله فاقد جواب خواهد بود.

حال برای آن‌که $x+y-z$ حداکثر شود:

$$x=-1,y=1,z=-2\Rightarrow x+y-z=2$$

۵۲ ۳ مجموعه‌های A_1 تا A_4 را به دست می‌آوریم:

$$A_1=(-6,3],A_2=(-3,\frac{7}{2}],A_3=(-2,\frac{11}{3}],A_4=(-\frac{3}{2},\frac{15}{4}]$$

$$A_2\cup A_3\cup A_4=(-3,\frac{15}{4}],A_1\cap A_2\cap A_3=(-2,3]$$

$$\bigcup_{i=2}^{4}A_i-\bigcap_{i=1}^{3}A_i=(-3,\frac{15}{4}]-(-2,3]=(-3,-2]\cup(3,\frac{15}{4}]$$

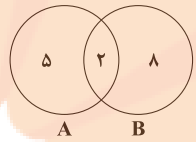
که تنها شامل عدد صحیح -2 است.

t.me/MrKonkori

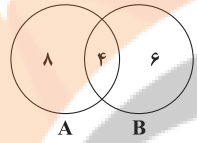
۵۳ **۴** در گزینهٔ (۱) عدد ۱ و در گزینهٔ (۲) عدد ۵ وجود ندارد. در گزینهٔ (۳) اشتراک زیرمجموعه‌های داده‌شده تهی نیست، اما گزینهٔ (۴) شامل دو زیرمجموعهٔ $\{۹,۱۰,۱۱,\cdots\}$ و $\{۱,۲,\ldots,۸\}$ است که افرازی برای $\mathbb{N}$ به حساب می‌آید.

۵۴ **۳** مجموعهٔ $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ خواهد بود. عضو c را کنار گذاشته و از ۵ عضو باقی‌مانده به $\binom{۵}{۲}=۱۰$ طریق می‌توان زیرمجموعهٔ ۲ عضوی فاقد c انتخاب کرد.

۵۵ **۳** در حالت اول، اعضا به صورت زیر است:



با اضافه شدن اعضای جدید به مجموعهٔ A، دو عضو از قسمت $B-A$ به قسمت $A\cap B$ منتقل می‌شوند، بنابراین اعضا در این حالت به صورت زیر می‌باشند:



و تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی $B-A$ برابر با $\binom{۶}{۲}=۱۵$ می‌باشد.

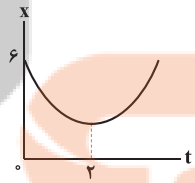
فیزیک

۵۶ **۳** هیچ متحرکی نمی‌تواند در یک لحظه در دو مکان قرار بگیرد و تنها گزینهٔ (۳) صحیح است.

۵۷ **۴** ابتدا به کمک رابطهٔ داده‌شده در سؤال، رابطهٔ مکان ـ زمان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$t=\sqrt{x-۲}+۲\Rightarrow t-۲=\sqrt{x-۲}$$
$$\Rightarrow (t-۲)^۲=x-۲\Rightarrow x=(t-۲)^۲+۲$$

نمودار مکان ـ زمان جسم را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که مشخص است، حرکت جسم از لحظهٔ $t=۰$ تا لحظهٔ $t=۲s$ به صورت کندشونده و سپس تندشونده است، زیرا قبل از $t=۲s$ اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش و سپس در حال افزایش است، بنابراین از لحظهٔ $t_۱=۱s$ تا لحظهٔ $t_۲=۳s$ حرکت جسم **ابتدا کندشونده و سپس تندشونده می‌باشد.**

۵۸ **۲** با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$$
$$\Rightarrow \Delta x=\frac{۱}{۲}\times(-۴)\times ۳^۲+۴\times ۳=-۶m$$

بنابراین: $\Delta\vec{x}=\vec{x}_۲-\vec{x}_۱\Rightarrow -۶\vec{i}=\vec{x}_۲-(-۳\vec{i})\Rightarrow \vec{x}_۲=-۹\vec{i}\,(m)$

۵۹ **۲** شروع حرکت با شتاب ثابت اتومبیل B از لحظهٔ سبقت گرفتن اتومبیل A می‌باشد، بنابراین در دومین سبقت، جابه‌جایی دو اتومبیل با هم برابر است. با توجه به این‌که اتومبیل A با سرعت ثابت حرکت می‌کند، داریم:

$$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow v_۱\times t=\frac{v_۱'+v_۲'}{۲}\times t$$
$$\Rightarrow v_۱=\frac{v_۱'+v_۲'}{۲}\Rightarrow ۲۰=\frac{۱۰+v_۲'}{۲}\Rightarrow v_۲'=۳۰\frac{m}{s}$$

دقت کنید: مدت‌زمان حرکت برای هر دو اتومبیل، یکسان است.

۶۰ **۳** هرگاه اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در دو بازهٔ زمانی در حرکت با شتاب ثابت با هم برابر باشند، لحظهٔ صفر شدن سرعت متحرک برابر با میانگین لحظهٔ اول بازهٔ اول و لحظهٔ آخر بازهٔ دوم است، بنابراین:

$$\begin{cases}\text{دو ثانیهٔ دوم حرکت}: t_۲=۴s \text{ تا } t_۱=۲s\\ \text{دو ثانیهٔ چهارم حرکت}: t_۲=۸s \text{ تا } t_۱=۶s\end{cases}\xrightarrow{\text{میانگین}} t_{\text{تقارن}}=\frac{۲+۸}{۲}=۵s$$

پس در لحظهٔ $t=۵s$ سرعت متحرک، صفر می‌شود، بنابراین:

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=۲\times ۵+v_۰\Rightarrow v_۰=-۱۰\frac{m}{s}$$

۶۱ **۲** در حرکت با شتاب ثابت، میزان جابه‌جایی‌های متحرک در t ثانیه‌های متوالی، تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند، بنابراین جابه‌جایی‌ها به صورت زیر هستند:

$۲۰m=$ جابه‌جایی در ۳ ثانیهٔ اول حرکتش
$\Delta x=$ جابه‌جایی در ۳ ثانیهٔ دوم حرکتش
$۸۰m=$ جابه‌جایی در ۳ ثانیهٔ سوم حرکتش

همان‌طور که می‌دانیم، در تصاعد حسابی در سه جملهٔ متوالی، جملهٔ دوم از میانگین جملات اول و سوم به دست می‌آید، بنابراین:

$$\Delta x=\frac{۲۰+۸۰}{۲}=۵۰m$$

در نتیجه جابه‌جایی متحرک در ۹ ثانیهٔ اول حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_{\text{کل}}=۲۰+۵۰+۸۰=۱۵۰m$$

۶۲ **۱** مساحت زیر نمودار سرعت ـ زمان برابر با جابه‌جایی است. با توجه به این‌که دو متحرک در مبدأ زمان از کنار هم عبور کرده‌اند، بنابراین فاصلهٔ دو متحرک در لحظه‌ای که اندازهٔ سرعت دو متحرک برابر می‌شود (t)، برابر با اختلاف جابه‌جایی دو متحرک بین دو لحظهٔ $t=۰$ و t است. به عبارت دیگر با محاسبهٔ مساحت ناحیهٔ بین دو نمودار، فاصلهٔ دو متحرک از هم به دست می‌آید:

$$\text{فاصله}=\frac{۱۰\times ۴}{۲}=۲۰m$$

۶۳ **۲** به کمک بردارهای سرعت متوسط در دو بازهٔ زمانی داده‌شده، بردارهای جابه‌جایی متحرک را در این دو بازهٔ زمانی به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}t=۶s \text{ تا } t=۲s: -۴\vec{i}=\frac{\Delta\vec{x}_۱}{۶-۲}\Rightarrow\Delta\vec{x}_۱=-۱۶\vec{i}\,(m)\\ t=۱۰s \text{ تا } t=۶s: -۳\vec{i}=\frac{\Delta\vec{x}_۲}{۱۰-۶}\Rightarrow\Delta\vec{x}_۲=-۱۲\vec{i}\,(m)\end{cases}$$

در ادامه با جمع دو جابه‌جایی به دست‌آمده، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۱۰s$ برابر است با:

$$\Delta\vec{x}_t=\Delta\vec{x}_۱+\Delta\vec{x}_۲=-۱۶\vec{i}-۱۲\vec{i}=-۲۸\vec{i}\,(m)$$

بنابراین سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۱۰s$ برابر است با:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}_t}{\Delta t}=\frac{-۲۸\vec{i}}{۱۰-۲}=-\frac{۲۸}{۸}\vec{i}=-۳/۵\vec{i}\,(\frac{m}{s})$$

t.me/MrKonkori

۶۴ ۱ هر دو جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. از طرفی شیب نمودار مکان ـ زمان برابر با سرعت متحرک است، بنابراین سرعت متحرک A برابر است با:

$$v_A = \text{شیب نمودار} = \frac{0-10}{5-0} = -2\ \frac{m}{s}$$

با توجه به این‌که دو نمودار برهم عمودند. شیب و سرعت نمودار B از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$v_A \times v_B = -1 \Rightarrow -2 \times v_B = -1 \Rightarrow v_B = \frac{1}{2}\ \frac{m}{s}$$

معادلهٔ حرکت دو متحرک برابر است با:

$$x_A = v_A t + x_{0_A} \Rightarrow x_A = -2t + 10$$

$$x_B = v_B t + x_{0_B} \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}t$$

وقتی دو متحرک به هم می‌رسند که مکان آن‌ها با هم برابر شود، بنابراین:

$$-2t + 10 = \frac{1}{2}t \Rightarrow \frac{5}{2}t = 10 \Rightarrow t = 4s$$

۶۵ ۳ معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده یک معادلهٔ درجهٔ دو است، بنابراین حرکت جسم با شتاب ثابت است، بنابراین با توجه به این‌که مکان جسم در لحظات $t = 5s$ و $t = 7s$ با هم برابر است، در نتیجه در وسط این دو لحظه، جهت حرکت جسم تغییر کرده است، بنابراین:

$$t_{\text{تغییر جهت}} = \frac{5+7}{2} = 6s$$

شرط برابر بودن تندی متوسط و سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی، عدم تغییر جهت حرکت جسم در آن بازهٔ زمانی است که تنها در گزینهٔ (۳) این اتفاق افتاده است.

۶۶ ۴ سرعت متوسط متحرک در مرحلهٔ دوم (حرکت در خلاف جهت محور x) را $-v$ و سرعت متوسط متحرک در مرحلهٔ اول (حرکت در جهت محور x) را $2v$ در نظر می‌گیریم. طبق رابطهٔ سرعت متوسط، سرعت متوسط متحرک در کل این حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{v_1 \times \Delta t_1 + v_2 \times \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

اگر مدت‌زمان کل حرکت را t در نظر بگیریم، مدت‌زمان حرکت در مرحلهٔ اول $\frac{t}{4}$ و در مرحلهٔ دوم $\frac{3t}{4}$ می‌باشد، بنابراین:

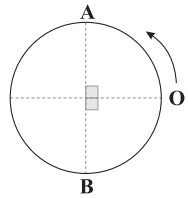
$$v_{av} = \frac{2v \times \frac{t}{4} - v \times \frac{3t}{4}}{\frac{t}{4} + \frac{3t}{4}} = \frac{\frac{2vt}{4} - \frac{3vt}{4}}{t} = -\frac{v}{4}$$

در نتیجه نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{v_{av}}{v_{av_1}} = \frac{-\frac{v}{4}}{2v} = -\frac{1}{8}$$

۶۷ ۳ در حرکت بر روی دایره، جابه‌جایی متحرک از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$d = 2r\sin\frac{\alpha}{2}$$



با جای‌گذاری مقدار جابه‌جایی در رابطهٔ بالا، زاویهٔ چرخش متحرک به دست می‌آید:

$$20\sqrt{2} = 2 \times 20 \times \sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

بنابراین جسم از نقطهٔ O به یکی از نقاط A و B می‌تواند رفته باشد.

اگر جسم به نقطهٔ A رفته باشد، مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر است با: (n تعداد دور کامل است.)

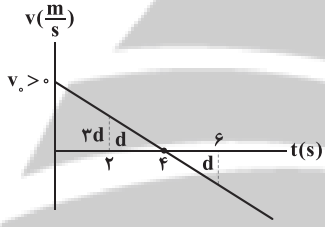
$$l = n \times 2\pi r + \frac{2\pi r}{4} = n40\pi + 10\pi \Rightarrow l = 50\pi\ ,\ 90\pi\ ,\ 130\pi (m)$$

اگر جسم به نقطهٔ B رفته باشد، مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر است با:

$$l = n \times 2\pi r + \frac{3 \times 2\pi r}{4} = n40\pi + 30\pi \Rightarrow l = 70\pi\ ,\ 110\pi\ ,\ 150\pi (m)$$

۶۸ ۳ مسافر در ابتدا و انتها روی یک صندلی نشسته است، بنابراین سرعت متوسط مسافر برابر با سرعت متوسط صندلی می‌باشد که سرعت صندلی نیز برابر سرعت اتوبوس است، پس سرعت متوسط مسافر همان سرعت اتوبوس، یعنی $30\ \frac{m}{s}$ $(108 \div 3/6 = 30)$ است.

۶۹ ۴ نمودار سرعت ـ زمان این متحرک را رسم می‌کنیم:

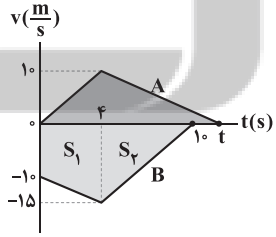


نمودار سرعت را به بازه‌های مساوی 2s‌ای تقسیم می‌کنیم و تصاعد $d\ ,\ 3d\ ,\ \ldots$ را از لحاظ صفر شدن سرعت به کار می‌بریم.

با توجه به نمودار سرعت ـ زمان رسم‌شده گزینهٔ (۴) صحیح است، زیرا در بازهٔ زمانی ۰ تا 2s، مساحت زیر نمودار $\Delta x = 3d$ است و مسافت طی‌شده در بازهٔ ۲ تا ۶ ثانیه برابر است با: $l = d + d = 2d$

و نسبت آن‌ها برابر است با: $\frac{\Delta x}{l} = \frac{3d}{2d} = 1/5$

۷۰ ۱ می‌دانیم مساحت زیرنمودار $v-t$ برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین ابتدا با محاسبهٔ مساحت زیر نمودار B، جابه‌جایی آن را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} S_1 = \frac{(15+10)\times 4}{2} = 50m \\ S_2 = \frac{6 \times 15}{2} = 45m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B = S_1 + S_2 = 95m$$

به کمک مساحت زیر نمودار، جابه‌جایی متحرک A را هم به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A = \frac{10 \times t}{2} = 5t$$

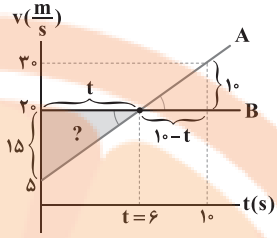
اندازهٔ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است، بنابراین:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \xrightarrow[\Delta x_A = 5t]{\Delta x_B = 95m} 5t = 95 \Rightarrow t = 19s$$

پس متحرک A در لحظهٔ $t = 19s$ متوقف شده و متحرک B در لحظهٔ $t = 10s$ متوقف شده است، بنابراین متحرک A 9 ثانیه دیرتر از متحرک B متوقف شده است.

t.me/MrKonkori

۷۱ **۱** ابتدا لحظه‌ای که سرعت‌ها با هم برابر می‌شوند را به کمک تشابه دو مثلث متقابل به رأس به دست می‌آوریم:



$$\frac{۱۰}{۱۵}=\frac{۱۰-t}{t}\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{۱۰-t}{t}\Rightarrow ۳۰-۳t=۲t\Rightarrow t=۶s$$

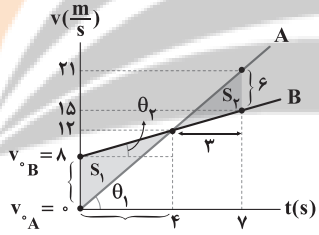
دقت کنید: بیشترین فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر که از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، در لحظه‌ای است که سرعت‌هایشان برابر می‌شود و مقدار آن برابر است با مساحت بین دو نمودار سرعت ـ زمان تا لحظهٔ برابر شدن سرعت‌ها.

پس بیشترین فاصله این دو متحرک برابر است با مساحت ناحیهٔ رنگ‌شده در شکل، بنابراین:

$$S=\frac{۶\times۱۵}{۲}=۴۵m$$

۷۲ **۲** ابتدا به کمک شیب نمودار سرعت ـ زمان، شتاب هر متحرک را به دست می‌آوریم:

$$a_A=\tan\theta_۱=\frac{۱۲}{۴}=۳\frac{m}{s^۲}\qquad a_B=\tan\theta_۲=\frac{۴}{۴}=۱\frac{m}{s^۲}$$



با توجه به نمودار سرعت ـ زمان داده‌شده مشخص است که حرکت دو متحرک با شتاب ثابت است، بنابراین سرعت هر متحرک را در لحظهٔ $t=۷s$ به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان به دست می‌آوریم:

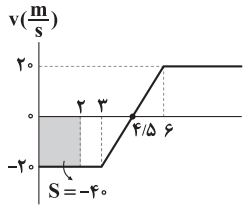
$$v_A=a_At+v_{°A}\xrightarrow[v_{°A}=۰]{a_A=۳\frac{m}{s^۲},\ t=۷s}v_A=۳\times۷=۲۱\frac{m}{s}$$

$$v_B=a_Bt+v_{°B}\xrightarrow[v_{°B}=۸\frac{m}{s}]{a_B=۱\frac{m}{s^۲},\ t=۷s}v_B=۱\times۷+۸=۱۵\frac{m}{s}$$

فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر در لحظهٔ $t=۷s$ برابر است با اختلاف مساحت‌های بین دو نمودار سرعت ـ زمان تا لحظهٔ $t=۷s$، در نتیجه داریم:

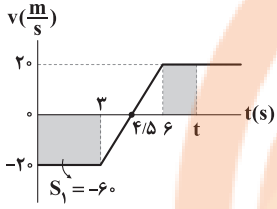
$$\begin{cases}S_۱=\frac{۸\times۴}{۲}=۱۶m\\ S_۲=\frac{۳\times۶}{۲}=۹m\end{cases}\Rightarrow\text{فاصله}=۱۶-۹=۷m$$

۷۳ **۳** مکان متحرک در شروع حرکت همان مکان اولیهٔ متحرک، یعنی $x_°=۴۰m$ است و مکان نهایی آن برابر $x=۰$ شده است، پس جابه‌جایی متحرک برابر است با: $\Delta x=x-x_°=۰-۴۰=-۴۰m$



باید لحظه‌ای را پیدا کنیم که جابه‌جایی متحرک یا همان مساحت زیر نمودار تا آن لحظه برابر با -۴۰ متر شود. با توجه به نمودار از لحظهٔ $t=۰$ تا $t=۳s$ جابه‌جایی متحرک (مساحت) برابر -۶۰ متر می‌شود و به راحتی می‌توان تشخیص داد جابه‌جایی (مساحت) از لحظهٔ $t=۰$ تا $t=۲s$ برابر -۴۰ متر می‌شود، پس اولین جواب $t=۲s$ است.

لحظهٔ $t=۴/۵s$ به راحتی با تشابه به دست می‌آید، چون ارتفاع دو مثلث متقابل به رأس هر دو یکسان و برابر ۲۰ است، پس قاعده‌های آن‌ها نیز باید مساوی باشد، پس t دقیقاً وسط $t=۳s$ و $t=۶s$ است و برابر با $t=۴/۵s$ است.



لحظهٔ بعدی که مساحت زیر نمودار یا جابه‌جایی $S=\Delta x=-۴۰m$ می‌شود، بعد از لحظهٔ $t=۶s$ قرار دارد، زیرا تا این لحظه مجموع مساحت‌ها برابر -۴۰ نمی‌شود. مساحت دو مثلث متقابل به رأس بین $t=۳s$ تا $t=۶s$ با هم خنثی می‌شوند، زیرا یکی مثبت و دیگری منفی است، پس لازم به محاسبه نیست.

بنابراین مجموع مساحت‌های $S_۱$ و $S_۲$ باید برابر -۴۰ شود:

$$S_۱+S_۲=-۴۰\xrightarrow{S_۱=-۶۰m}-۶۰+S_۲=-۴۰\Rightarrow S_۲=۲۰m$$

بنابراین:

$$S_۲=۲۰\times(t-۶)=۲۰\Rightarrow t-۶=۱\Rightarrow t=۷s$$

۷۴ **۴** ابتدا سرعت متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}$$

$$\xrightarrow[x_۲=-۳۰۰m,\ t_۲=۴۰s]{x_۱=۲۰۰m,\ t_۱=۱۵s}v=\frac{-۳۰۰-۲۰۰}{۴۰-۱۵}=-۲۰\frac{m}{s}$$

با قرار دادن یکی از نقاطی که متحرک از آن عبور کرده در معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت، مقدار مکان اولیهٔ آن $(x_°)$ را هم به دست می‌آوریم:

$$x=vt+x_°\xrightarrow{t_۱=۱۵s,\ x_۱=۲۰۰m}۲۰۰=-۲۰\times۱۵+x_°$$

$$\Rightarrow x_°=۵۰۰m$$

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را می‌نویسیم:

$$x=vt+x_°\xrightarrow{v=-۲۰\frac{m}{s},\ x_°=۵۰۰m}x=-۲۰t+۵۰۰$$

چون می‌خواهیم فاصلهٔ متحرک از مبدأ برابر $۵۰۰m$ شود، متحرک می‌تواند در دو طرف مبدأ (مثبت و منفی) فاصله‌اش از مبدأ برابر با $۵۰۰m$ باشد، یعنی $x=\pm۵۰۰$. پس در واقع در دو لحظهٔ مختلف فاصله از مبدأ برابر با $۵۰۰m$ می‌شود.

$x=\pm۵۰۰m$ را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار داده و t را به دست می‌آوریم:

$$x=-۲۰t+۵۰۰\xrightarrow{x=\pm۵۰۰}\begin{cases}۵۰۰=-۲۰t+۵۰۰\Rightarrow t=۰\\ -۵۰۰=-۲۰t+۵۰۰\Rightarrow t=۵۰s\end{cases}$$

۷۵ **۴** سرعت اتومبیل را به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$v=۱۰۸\frac{km}{h}\xrightarrow{\div۳/۶}v=۳۰\frac{m}{s}$$

محاسبه می‌کنیم چند ثانیه طول می‌کشد تا صدای بوق به عابر برسد.

جابه‌جایی صوت $۱۰۰m$ و سرعت آن $۳۰۰\frac{m}{s}$ است، پس داریم:

$$\Delta x_{\text{صوت}}=v\Delta t\xrightarrow{\Delta x=۱۰۰m,\ v=۳۰۰\frac{m}{s}}۱۰۰=۳۰۰\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۳}s$$

t.me/MrKonkori

محاسبه می‌کنیم در این مدت اتومبیل چند متر جابه‌جا شده و جلو آمده است:

$$\Delta x_{\text{اتومبیل}} = v\Delta t \xrightarrow{v=30\frac{m}{s},\ \Delta t=\frac{1}{3}s} \Delta x_{\text{اتومبیل}} = 30\times\frac{1}{3}=10m$$

در ابتدا فاصلهٔ اتومبیل تا عابر $100m$ بوده است. حال که اتومبیل $10m$ جلو آمده است، فاصله‌اش تا عابر برابر است با: $100-10=90m$

۷۶ **۲** ابتدا به کمک رابطهٔ سرعت متوسط $(\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t})$، بردار جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های زمانی داده‌شده محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{v}_{av_1}=\frac{\Delta\vec{x}_1}{\Delta t_1}\xrightarrow[\vec{v}_{av}=-10\vec{i}(\frac{m}{s})]{t_1=2s,\ t_2=5s} -10\vec{i}=\frac{\Delta\vec{x}_1}{3}\Rightarrow\Delta\vec{x}_1=-30\vec{i}(m)$$

$$\vec{v}_{av_2}=\frac{\Delta\vec{x}_2}{\Delta t_2}\xrightarrow[\vec{v}_{av_2}=18\vec{i}(\frac{m}{s})]{t_2=5s,\ t_3=10s} 18\vec{i}=\frac{\Delta\vec{x}_2}{5}\Rightarrow\Delta\vec{x}_2=90\vec{i}(m)$$

حال سرعت متوسط متحرک در کل مسیر را به دست می‌آوریم:

$$v_{av_{کل}}=\frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}$$

$$\xrightarrow[\Delta t_1=3s,\ \Delta t_2=5s]{\Delta x_1=-30\vec{i}(m),\ \Delta x_2=90\vec{i}(m)}$$

$$v_{av_{کل}}=\frac{-30\vec{i}+90\vec{i}}{3+5}=\frac{60\vec{i}}{8}=7/5\vec{i}(\frac{m}{s})$$

۷۷ **۲** ابتدا سرعت‌ها را برحسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم.

$$v_1=54\div3/6=15\frac{m}{s}$$

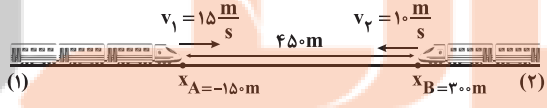
$$v_2=36\div3/6=10\frac{m}{s}$$

چون دو قطار خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، سرعت نسبی آن‌ها برابر است با حاصل جمع اندازهٔ سرعت‌ها، پس داریم:

$$v_{نسبی}=v_1+v_2=15+10=25\frac{m}{s}$$

با توجه به مکان جلوی دو قطار، یعنی $x_A=-150m$ و $x_B=300m$، فاصلهٔ دو قطار را از رابطهٔ $|x_B-x_A|$ به دست می‌آوریم:

$$|x_B-x_A|=|300-(-150)|=450m$$



برای آن‌که دو قطار به طور کامل از هم عبور کنند باید به اندازهٔ فاصلهٔ دو قطار به‌علاوهٔ مجموع طول آن‌ها جابه‌جا شوند، پس جابه‌جایی کل برابر است با:

$$\Delta x=450+150+200=800m$$

زمان عبور کامل دو قطار از کنار هم را از رابطهٔ $\Delta x=v_{نسبی}\times\Delta t$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=v_{نسبی}\times\Delta t\xrightarrow{\Delta x=800m,\ v_{نسبی}=25\frac{m}{s}} 800=25\times\Delta t$$

$$\Rightarrow\Delta t=\frac{800}{25}=32s$$

مکان اولیهٔ نقطهٔ A برابر با $x_{0A}=-150m$ و با توجه به سرعت قطار (۱) که برابر با $15\frac{m}{s}$ است به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت، مکان نهایی نقطهٔ A را به دست می‌آوریم: $x_A=v_1t+x_{0A}$

$$\xrightarrow{v_1=15\frac{m}{s},\ t=32s,\ x_{0A}=-150m} x_A=15\times32+(-150)=330m$$

۷۸ **۴** به کمک شیب نمودار مکان ـ زمان، سرعت هر متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_A=-\frac{20}{10}=-2\frac{m}{s}\qquad v_B=\frac{16}{4}=+4\frac{m}{s}$$

با توجه به مکان اولیهٔ دو متحرک در ابتدا، فاصلهٔ آن‌ها در ابتدا برابر است با:

$$|x_{0A}-x_{0B}|=|20-(-16)|=36m$$

چون سرعت یکی مثبت و دیگری منفی است، یعنی دو متحرک خلاف هم حرکت می‌کنند، پس سرعت نسبی آن‌ها برابر حاصل جمع سرعت‌ها است.

$$v_{نسبی}=|v_A|+|v_B|=2+4=6\frac{m}{s}$$

به کمک معادلهٔ $\Delta x=v_{نسبی}\times\Delta t$ حساب می‌کنیم، دو متحرک پس از چه مدت به هم می‌رسند:

$$\Delta x=v_{نسبی}\times\Delta t\xrightarrow{\Delta x=36m,\ v_{نسبی}=6\frac{m}{s}} 36=6\times\Delta t$$

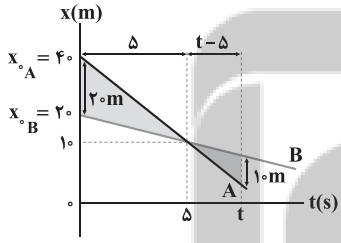
$$\Rightarrow\Delta t=6s$$

زمان $t=6s$ را در معادلهٔ مکان B قرار می‌دهیم:

$$x_B=v_Bt+x_{0}\xrightarrow{v_B=4\frac{m}{s},\ x_{0B}=-16m,\ t=6s} x_B=4\times6-16=8m$$

۷۹ **۲** با توجه به نمودار و مکان اولیهٔ دو متحرک، مشخص است که فاصلهٔ آن‌ها از هم در ابتدا برابر $20m$ است و به تدریج این فاصله کم شده تا در نهایت به $10m$ برای اولین بار می‌رسد. سپس در لحظهٔ $t=5s$ دو متحرک به هم می‌رسند و دوباره از هم دور می‌شوند تا فاصلهٔ بینشان برای بار دوم $10m$ شود. با نوشتن نسبت تشابه، لحظهٔ t یعنی لحظه‌ای که دومین بار فاصلهٔ دو متحرک $10m$ می‌شود، به دست می‌آید:

$$\frac{20}{10}=\frac{5}{t-5}\Rightarrow2t-10=5\Rightarrow2t=15\Rightarrow t=7/5s$$



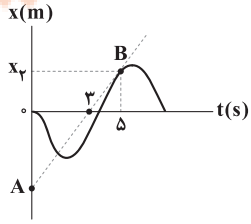
۸۰ **۱** سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکتش برابر با $6\frac{m}{s}$ است، بنابراین:

$$\begin{cases}t_1=0\Rightarrow x_1=0\\ t_2=5s\Rightarrow x_2=?\end{cases}\Rightarrow v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$$

$$\xrightarrow[t_1=0,\ t_2=5s]{v_{av}=6\frac{m}{s},\ x_1=0} 6=\frac{x_2}{5}\Rightarrow x_2=30m$$

به کمک شیب خط مماس بر نمودار مکان ــ زمان، سرعت متحرک در لحظهٔ $t=5s$ به دست می‌آید:

$$v_{t=5}=\tan\theta=\frac{30}{5-3}=15\frac{m}{s}$$



t.me/MrKonkori

در لحظهٔ $t=0$ شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان، افقی بوده، بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t=0$ برابر صفر است.

شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکتش برابر است با:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=5s]{v_2=15\frac{m}{s},\ v_1=0}a_{av}=\frac{15}{5}=3\ \frac{m}{s^2}$$

۸۱ **۲** با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$\frac{K_2}{K_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2\xrightarrow{K_2=0/49K_1}\frac{49}{100}=(\frac{v_2}{v_1})^2$$

$$\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=0/7\Rightarrow v_2=0/7v_1$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta v}{v_1}\times100=\frac{v_2-v_1}{v_1}\times100=\frac{0/7v_1-v_1}{v_1}\times100$$

$$\Rightarrow\frac{-0/3v_1}{v_1}\times100=\%-30$$

۸۲ **۳** کار کل انجام‌شده روی جسم، معادل مجموع کار نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا است. از آن‌جا که سرعت جسم در ابتدا و انتهای مسیر برابر است، پس کار کل انجام‌شده روی جسم از رابطهٔ کار و انرژی جنبشی $(W_t=\Delta K)$ برابر صفر می‌شود، چراکه $\Delta K=0$ است، پس کار نیروی مقاومت برابر است با:

$$W_t=W_{mg}+W_{f_D}=0\Rightarrow W_{f_D}=-W_{mg}=\Delta U=mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_{f_D}=90\times10\times(-400)$$

$$\Rightarrow W_{f_D}=-3/6\times10^5\,J\Rightarrow|W_{f_D}|=3/6\times10^5\,J=360kJ$$

۸۳ **۳** با سقوط وزنهٔ m_1، انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی جنبشی مجموع دو وزنه تبدیل می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_1gh_1=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2\Rightarrow m_1\times10\times0/8=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\times2^2$$

$$\Rightarrow8m_1=2m_1+2m_2\Rightarrow6m_1=2m_2\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=3$$

دقت کنید: چون هر دو وزنه با یک طناب به هم متصل هستند، بنابراین تندی حرکت آن‌ها با هم برابر است.

۸۴ **۳** با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌دانیم، کار کل انجام‌شده روی جسم معادل ΔK است، اما از آن‌جا که جسم در ابتدا و انتهای حرکت، ساکن است، پس $\Delta K=0$ یعنی داریم:

$$W_t=\Delta K=0\Rightarrow W_t=W_{mg}+W_{دست}=0\Rightarrow W_{دست}=-W_{mg}\ (*)$$

از آن‌جا که کار نیروی وزن، برابر قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم است، داریم:

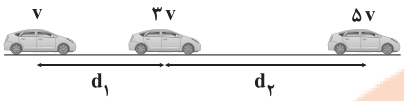
$$W_{mg}=-\Delta U\xrightarrow{(*)}W_{دست}=\Delta U$$

۸۵ **۱** زمانی‌که کار نیروی وزن، منفی است، یعنی جسم از سطح زمین به سمت بالا رفته است یا به اصطلاح بهتر **ارتفاع جسم افزایش یافته است.**

باید بدانیم که کار نیروی وزن بر روی جسم، قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن است، بنابراین:

$$W_{mg}=-\Delta U\Rightarrow\Delta U=-(-20)=+20J$$

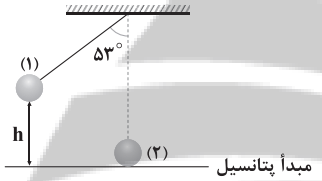
۸۶ **۲** با توجه به رابطهٔ کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت و هم‌چنین قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:



$$Fd=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}m(9v^2-v^2)=Fd_1\\ \frac{1}{2}m(25v^2-9v^2)=Fd_2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}m(8v^2)=Fd_1\\ \frac{1}{2}m(16v^2)=Fd_2\end{cases}\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر هم}}\frac{8}{16}=\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow\frac{d_2}{d_1}=2$$

۸۷ **۳** بیشترین تندی آونگ زمانی است که آونگ از وضعیت قائم عبور می‌کند و اگر پایین‌ترین نقطهٔ مسیر را هنگام عبور از وضعیت تعادل، مبدأ پتانسیل در نظر بگیریم، با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:



$$E_1=E_2\Rightarrow U_1=K_2\Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

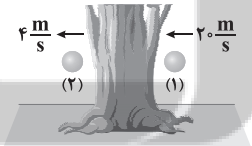
$$\Rightarrow10\times h=\frac{1}{2}\times4\Rightarrow h=0/2m$$

اگر طول نخ را L در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$h=L(1-\cos53^\circ)\Rightarrow0/2=L(1-\cos53^\circ)\Rightarrow0/2=L(1-0/6)$$

$$\Rightarrow0/2=L\times0/4\Rightarrow L=0/5m=50cm$$

۸۸ **۱** تنها نیروی مقاوم در برابر حرکت گلوله، نیرویی است که درخت به گلوله وارد می‌کند، بنابراین با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow K_2-K_1=-f\times d\Rightarrow\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)=-f\times d$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times10^{-2}\times(16-400)=-f\times20\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow384\times\frac{1}{2}=f\times20\Rightarrow f=9/6N$$

۸۹ **۲** مطابق رابطهٔ $K=\frac{1}{2}mv^2$ خواهیم داشت:

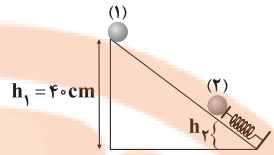
$$\frac{K_2}{K_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2\xrightarrow[K_2=1/69K_1]{v_2=v_1+30}1/69=(\frac{v_1+30}{v_1})^2$$

$$\Rightarrow1/3=\frac{v_1+30}{v_1}\Rightarrow1/3v_1=v_1+30$$

$$\Rightarrow0/3v_1=30\Rightarrow v_1=\frac{30}{0/3}=100\frac{m}{s}\xrightarrow{\times3/6}v_1=360\frac{km}{h}$$

t.me/MrKonkori

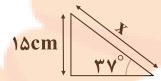
۹۰ ۱ در طول مسیر اتلاف انرژی وجود ندارد، بنابراین انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر یکسان است، بنابراین:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_{g_1} = U_{g_2} + U_e$$
$$\Rightarrow mgh_1 = mgh_2 + U_e$$
$$\Rightarrow ۰/۰۲\times ۱۰\times \frac{۴۰}{۱۰۰} = ۰/۰۲\times ۱۰\times h_2 + ۰/۰۵$$
$$\Rightarrow \frac{۸}{۱۰۰} = ۰/۲h_2 + ۰/۰۵ \Rightarrow h_2 = \frac{۰/۰۳}{۰/۲} = ۰/۱۵m = ۱۵cm$$

بنابراین طول فنر در حالت فشرده برابر است با:

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{۱۵}{x} \Rightarrow \frac{۶}{۱۰} = \frac{۱۵}{x} \Rightarrow x = \frac{۱۵۰}{۶} = ۲۵cm$$



طول اولیهٔ فنر $۴۰cm$ و طول آن در حالت فشرده ۲۵ سانتی‌متر است، بنابراین تغییر طول فنر برابر است با: $۴۰-۲۵=۱۵cm$

۹۱ ۳ فاصلهٔ بین صفحات خازن در حالت جدید برابر است با:

$$d_2 = d_1 - \frac{۲۰}{۱۰۰}d_1 = ۰/۸d_1 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{۸}{۱۰} = \frac{۴}{۵} \quad (*)$$

با توجه به رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_\circ \frac{A}{d}$ داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{(*)} \frac{C_2}{C_1} = \frac{۵}{۴}$$

خازن به باتری متصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن ثابت است، بنابراین:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^2 \xrightarrow{\text{ثابت: } V} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵$$

یعنی انرژی ذخیره‌شده در خازن ۲۵٪ افزایش یافته است.

۹۲ ۲ طبق گفتهٔ سؤال، تغییرات بار ذخیره‌شده در خازن (ΔQ) برابر با $\frac{۲}{۳}Q_1$ است، بنابراین:

$$Q_2 - Q_1 = \frac{۲}{۳}Q_1 \Rightarrow Q_2 = \frac{۵}{۳}Q_1$$

با توجه به این‌که ظرفیت خازن، ثابت است، داریم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1}\times\frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{\frac{۵}{۳}Q_1}{Q_1} = ۱\times\frac{۱۰}{V_1} \Rightarrow V_1 = ۶V$$

۹۳ ۴ با توجه به رابطهٔ ظرفیت خازن $(C = \kappa\varepsilon_\circ \frac{A}{d})$ داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{A_2}{A_1}\times\frac{d_1}{d_2} = ۱\times۱\times\frac{d_1}{۳d_1} = \frac{۱}{۳}$$

با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در خازن داریم:

$$U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2\times\frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{\text{ثابت: } Q} \frac{U_1 + ۲۰۰}{U_1} = ۱\times\frac{C_1}{\frac{۱}{۳}C_1}$$
$$\Rightarrow U_1 = ۱۰۰\mu J$$

با توجه به رابطهٔ $V = \frac{Q}{C}$ و ثابت بودن Q و کاهش C، می‌توان نتیجه گرفت که V نیز افزایش داشته است. بنابراین:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Q_2}{Q_1}\times\frac{C_1}{C_2} \Rightarrow \frac{V_1 + ۴}{V_1} = ۱\times\frac{C_1}{\frac{۱}{۳}C_1} \Rightarrow V_1 = ۲V$$

در آخر به کمک رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}QV$ داریم:

$$U = \frac{۱}{۲}QV \Rightarrow ۱۰۰\times۱۰^{-۶} = \frac{۱}{۲}\times Q\times ۲ \Rightarrow Q = ۱۰۰\mu C$$

۹۴ ۲ با توجه به رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_\circ \frac{A}{d}$ با افزایش A و کاهش d، می‌توان نتیجه گرفت که C افزایش می‌یابد (نادرستی عبارت «د»). از طرفی خازن از مدار جدا شده است، پس بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن ثابت است (درستی عبارت «الف»). با استفاده از رابطهٔ $V = \frac{Q}{C}$ و ثابت بودن Q و افزایش C می‌توان نتیجه گرفت که V کاهش پیدا می‌کند (درستی عبارت «ج») و در نهایت با توجه به رابطهٔ $U = \frac{Q^2}{۲C}$ و افزایش C، U کاهش می‌یابد (درستی عبارت «ب»).

۹۵ ۳ ابتدا انرژی ذخیره‌شده در خازن را برحسب ژول محاسبه می‌کنیم:

$$U = ۱kW.h\times ۳/۶\times۱۰^۶ = ۳/۶\times۱۰^۶ J$$

با توجه به رابطهٔ $U = \frac{Q^2}{۲C}$ داریم:

$$U = \frac{Q^2}{۲C} \Rightarrow C = \frac{۶^2}{۲\times ۳/۶\times۱۰^{+۶}} = ۵\times۱۰^{-۶} F = ۵\mu F$$

۹۶ ۴ با توجه به آن‌که لامپ LED نوعی دیود است فقط در صورتی جریان را از خود عبور می‌دهد که به درستی در مدار بسته شده باشد، یعنی باید قطب مثبت آن (پایه درازتر) به قطب مثبت باتری وصل شود. در مدار داده‌شده لامپ LED اشتباه وصل شده و در هر صورت جریانی در مدار جاری نمی‌شود و لامپ LED خاموش می‌ماند.

۹۷ ۱ بررسی عبارت‌ها:

الف) مقاومت الکتریکی برخی از مواد از قانون اهم پیروی می‌کنند که به آن‌ها مقاومت‌های اهمی می‌گویند. از طرفی بعضی از مواد مثل دیود نورگسیل از قانون اهم پیروی نمی‌کنند که به آن‌ها مقاومت غیراهمی می‌گویند. (✗)

ب) مقاومت ویژهٔ فلزات با کاهش دما کم می‌شود. (✓)

ج) مقاومت ویژهٔ نیم‌رساناها با افزایش دما کم می‌شود. (✓)

د) در برخی مواد مانند قلع، مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی صفر می‌شود و در دماهای پایین‌تر هم‌چنان صفر می‌ماند که به این پدیده ابررسانایی می‌گویند. (✗)

۹۸ ۲ ابتدا به کمک قانون اهم، مقاومت الکتریکی سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow[I=۴A]{V=۱۲V} R = \frac{۱۲}{۴} = ۳\Omega$$

با توجه به رابطهٔ مقاومت الکتریکی برحسب مشخصات ساختمانی آن، داریم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow[\rho=۱/۵\times۱۰^{-۶}\,\Omega.m]{R=۳\Omega\,,\,L=۲m} ۳ = ۱/۵\times۱۰^{-۶}\times\frac{۲}{A} \Rightarrow A = ۱۰^{-۶} m^2$$

t.me/MrKonkori

می‌دانیم سطح مقطع سیم به شکل دایره است، به کمک رابطهٔ مساحت دایره داریم:

$$A=\pi r^2 \xrightarrow{r=\frac{D}{2}} A=\pi\times(\frac{D}{2})^2=\pi\times\frac{D^2}{4}$$

$$\Rightarrow A=\frac{\pi D^2}{4} \xrightarrow[A=10^{-6}\,m^2]{\pi=3} 10^{-6}=\frac{3D^2}{4}\Rightarrow 4\times10^{-6}=3D^2$$

$$\Rightarrow D^2=\frac{4}{3}\times10^{-6} \xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم.}]{\text{از طرفین}} D=\sqrt{\frac{4}{3}\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow D=\frac{2\sqrt{3}}{3}\times10^{-3}\,m=\frac{\sqrt{3}}{15}\,cm$$

۹۹ **۲** با کاهش ۳۰ درصدی جریان الکتریکی گذرنده از مقاومت می‌توان نوشت:

$$I_2=0/7I_1$$

می‌دانیم مقاومت الکتریکی صرفاً به مشخصات ساختمانی مقاومت وابسته است $(R=\rho\frac{L}{A})$، بنابراین با تغییر جریان، **مقاومت الکتریکی، ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند.** (رد گزینه‌های (۳) و (۴))

با توجه به قانون اهم داریم:

$$R=\frac{V}{I} \xrightarrow{\text{ثابت}:R} \frac{V_1}{I_1}=\frac{V_2}{I_2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1}=\frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{I_2=0/7I_1} \frac{V_2}{V_1}=0/7\Rightarrow V_2=0/7V_1$$

درصد تغییرات اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{\Delta V}{V_1}\times100=\frac{V_2-V_1}{V_1}\times100=\frac{0/7V_1-V_1}{V_1}\times100$$

$$=\frac{-0/3V_1}{V_1}\times100=\%-30$$

بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت، ۳۰ درصد کاهش می‌یابد.

۱۰۰ **۳** برای هر قسمت از پتانسیومتر، طبق قانون اهم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\begin{cases}R_{AB}=\frac{12}{3\times10^{-3}}=4k\Omega\\ R_{AC}=\frac{6}{0/6\times10^{-3}}=10k\Omega\end{cases}$$

بنابراین: $R_{AC}=R_{AB}+R_{BC}\Rightarrow 10=4+R_{BC}\Rightarrow R_{BC}=6k\Omega$

با توجه به قانون اهم داریم: $V=RI\Rightarrow V=6\times10^3\times10\times10^{-3}=60V$

شیمی

۱۰۱ **۳** عبارت‌های اول و چهارم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- ذره‌های سازندهٔ کلوئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های **متفاوت** هستند.
- کلوئیدها همانند سوسپانسیون، **نور را پخش می‌کنند.**

۱۰۲ **۲** مطابق داده‌های سؤال مجموع شمار یون‌ها (H^+ , A^-)، $\frac{2}{3}$ شمار مولکول‌های یونیده نشدهٔ HA است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که شمار یون‌های H^+، $\frac{1}{3}$ شمار مولکول‌های یونیده نشدهٔ HA است.

$$\begin{array}{lccc} & HA & \rightleftharpoons & H^+ + A^- \\ \text{آغاز:} & 100 & & 0 \quad 0 \\ \text{تعادل:} & 100-x & & x \quad x \end{array}$$

$$\Rightarrow\frac{x}{100-x}=\frac{1}{3}\Rightarrow x=25\Rightarrow\alpha=0/25$$

$$K_a=\frac{\alpha^2.M}{1-\alpha}=\frac{(0/25)^2\times0/04}{1-0/25}=\frac{0/25\times0/01}{0/75}$$

$$=\frac{1}{3}\times10^{-2}=3/33\times10^{-3}$$

۱۰۳ **۲** عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- اتیلن گلیکول به صورت مولکولی در آب حل شده و از انحلال آن در آب، یون تولید نمی‌شود.
- اتانول همانند اتیلن گلیکول به صورت نامحدود در آب حل می‌شود.

۱۰۴ **۴**

$$2RCOONH_4(aq)+CaCl_2(s)$$
$$\rightarrow(RCOO)_2Ca(s)+2NH_4Cl(aq)$$

$$\frac{0/03mol}{1}=\frac{18/06g}{x}\Rightarrow x=602g.mol^{-1}$$

$$(C_nH_{2n-1}COO)_2Ca:602g.mol^{-1}\Rightarrow n=17$$

مجموع شمار اتم‌های صابون: $C_{17}H_{33}COONH_4$

$$\Rightarrow 17+33+1+2+1+4=58$$

۱۰۵ **۱** فرمول روغن زیتون به صورت $C_{57}H_{104}O_6$ است. در ساختار داده شده در سؤال به‌جز گروه‌های R، ۶ اتم کربن، ۶ اتم اکسیژن و ۵ اتم هیدروژن وجود دارد. بنابراین در مجموع سه گروه R، ۵۱ اتم کربن و ۹۹ اتم هیدروژن وجود دارد. $99-51=48$

۱۰۶ **۴** مولکول‌های صابون از سمت قطبی **بخش آنیونی** خود به مولکول‌های آب متصل می‌شوند.

۱۰۷ **۲** عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- فورمیک اسید (HCOOH) یک اسید ضعیف بوده و شمار مولکول‌های یونیده نشدهٔ اسید **بسیار بیشتر** از یون‌های آب پوشیده است.
- اگر یک محلول بازی به نمونه‌ای آب اضافه شود، **به همان نسبت** که غلظت یون OH^- افزایش می‌یابد، از غلظت یون H_3O^+ کاسته می‌شود.

۱۰۸ **۴** با رقیق کردن اسید، غلظت و درجهٔ یونش تغییر می‌کند اما ثابت یونش اسید، ثابت می‌ماند، زیرا فقط به دما وابسته است.

$$K_a=\alpha^2.M$$

$$\alpha_1^2.M_1=\alpha_2^2.M_2 \xrightarrow{\alpha_2=2\alpha_1} \alpha_1^2\times0/2=(2\alpha_1)^2\times M_2$$

$$\Rightarrow 0/2\alpha_1^2=4M_2\alpha_1^2\Rightarrow M_2=\frac{0/2}{4}$$

به این ترتیب غلظت محلول نهایی باید $\frac{1}{4}$ محلول اولیه باشد. یعنی حجم محلول نهایی باید ۴ برابر حجم محلول اولیه باشد.

$$\frac{1200}{4}=300mL$$

t.me/MrKonkori

۱۰۹ ۴

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow K_a = \frac{(۴\times۱۰^{-۳}K_a)(۴\times۱۰^{-۳}K_a)}{۰/۰۲}$$

$$\Rightarrow ۱ = ۸\times۱۰^{۸}K_a \Rightarrow K_a = \frac{۱}{۸}\times۱۰^{-۸} = ۱/۲۵\times۱۰^{-۹}$$

۱۱۰ ۴ پاک‌کننده‌های خورنده مانند سدیم هیدروکسید، جوهرنمک و سفیدکننده‌ها برخلاف صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند.

۱۱۱ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در واکنش‌های برگشت‌پذیر که هم‌زمان واکنش‌های رفت و برگشت به طور پیوسته انجام می‌شوند، سرانجام غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌شود، اما لزوماً با هم برابر نیست.

• پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

۱۱۲ ۳ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$A\text{ صابون}: C_xH_{۲x+۱}COONa \Rightarrow \text{مجموع شمار اتم‌ها}: ۳x+۵$$

$$B\text{ پاک کننده}: C_yH_{۲y+۱}C_۶H_۴SO_۳Na \Rightarrow \text{مجموع شمار اتم‌ها}: ۳y+۱۶$$

$$۳x+۵+۳y+۱۶ = ۱۱۱ \Rightarrow ۳x+۳y = ۹۰ \Rightarrow x+y = ۳۰ \quad (I)$$

از طرفی تفاوت شمار اتم‌های کربن دو پاک کننده برابر است با:

$$(y+۶)-(x+۱) = ۳ \Rightarrow y-x = -۲ \quad (II)$$

از حل معادله‌های (I) و (II) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x = ۱۶ \\ y = ۱۴ \end{cases}$$

$$B\text{ پاک کننده}: \frac{\%C}{\%H} = \frac{(۱۴+۶)\times۱۲}{(۲۹+۴)\times۱} \simeq ۷/۲۷$$

۱۱۳ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

برخی اکسیدها با آب واکنش می‌دهند، نه همه آن‌ها!

$$Li_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲Li^+(aq) + ۲OH^-(aq)$$

$$N_۲O_۵(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲H^+(aq) + ۲NO_۳^-(aq)$$

$$BaO(s) + H_۲O(l) \rightarrow Ba^{۲+}(aq) + ۲OH^-(aq)$$

$$SO_۳(g) + H_۲O(l) \rightarrow ۲H^+(aq) + SO_۴^{۲-}(aq)$$

۱۱۴ ۱ فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• اگر در یک سامانه، غلظت یون‌های هیدروکسید و هیدرونیوم **با هم برابر باشد**، آن سامانه حالت خنثی دارد.

• K برای یک واکنش تعادلی در دمای معین، مقداری ثابت است.

• در جدول صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی، K_a برای HCl، بسیار بزرگ و برای $HNO_۳$، بزرگ درج شده است.

۱۱۵ ۳ **بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) واکنش مخلوط **آلومینیم و سدیم هیدروکسید** با آب، یک واکنش گرماده بوده و طی آن گاز $H_۲$ تولید می‌شود.

۲) برای کاهش **میزان اسیدی بودن** خاک به آن آهک می‌افزایند.

۴) یاخته‌های دیواره معده با ورود مواد غذایی به آن، **هیدروکلریک اسید** ترشح می‌کنند.

۱۱۶ ۳ می‌دانیم انتقال‌هایی که به لایهٔ دوم انجام می‌شود، نور مرئی ایجاد می‌کند که حداکثر طول موج آن ۷۰۰ نانومتر است. برای تشکیل پرتوهایی با طول موج بیشتر از ۷۰۰ نانومتر، فقط انتقال‌های بالاتر از لایه دوم را در نظر می‌گیریم:

$$n = ۴ \rightarrow n = ۳$$
$$n = ۵ \rightarrow n = ۴$$
$$n = ۵ \rightarrow n = ۳$$

۱۱۷ ۲ با توجه به این‌که اتم‌های O و F به ترتیب دارای ۶ و ۷ الکترون ظرفیتی هستند، در هر کدام از مولکول‌های $XO_۲$، $XO_۳$ و $XOF_۲$ با فرض این‌که اتم X دارای ۵ الکترون ظرفیتی باشد، مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی هر کدام از مولکول‌ها یک عدد فرد بوده و در نتیجه تمام اتم‌های این مولکول‌ها نمی‌توانند قاعده هشت‌تایی را رعایت کنند.

۱۱۸ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• **بسیاری** از ترکیب‌های شیمیایی در ساختار خود هیچ یونی ندارند و ذره‌های سازنده آن‌ها مولکول‌ها هستند.

• آرایش الکترون ـ نقطه‌ای عنصر هلیم از دسته s به صورت $X:$ است.

۱۱۹ ۱ آرایش الکترونی اتم عنصر فرضی مورد نظر به صورت زیر است:

$$_{۱۲۵}A: [_{۱۱۸}Og]۵g^۵\ ۸s^۲$$

g همان زیرلایهٔ پنجم یک اتم بوده و عدد کوانتومی فرعی (l) آن برابر با ۴ است.

$$\left.\begin{array}{l} \text{مجموع } n\text{ها}: ۵(۵)+۲(۸) = ۴۱ \\ \text{مجموع } l\text{ها}: ۵(۴)+۲(۰) = ۲۰ \end{array}\right\} \Rightarrow ۴۱+۲۰ = ۶۱$$

۱۲۰ ۴ • در دورهٔ چهارم جدول، ۸ عنصر از $_{۲۹}Cu$ تا $_{۳۶}Kr$ دارای زیرلایهٔ $۳d^{۱۰}$ هستند.

• در دورهٔ چهارم جدول، آرایش الکترونی اتم ۹ عنصر (از $_{۲۰}Ca$ تا $_{۳۰}Zn$ به‌جز $_{۲۴}Cr$ و $_{۲۹}Cu$) به $۴s^۲$ ختم می‌شود.

• نسبت مورد نظر برابر است با: $\frac{۸}{۹}$

۱۲۱ ۱ عدد اتمی نخستین عنصر دستهٔ d دورهٔ ششم برابر ۷۱ و عدد اتمی آخرین عنصر دستهٔ f جدول برابر ۱۰۲ است.

$$۱۰۲-۷۱ = ۳۱$$

۱۲۲ ۴ برای تشکیل یک مول $Na_۲O$ از عنصرهای سازندهٔ آن، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

$$\frac{۱۸/۶g}{۶۲g.mol^{-۱}}\times۲ = ۰/۶mole^-$$

مطابق داده‌های سؤال برای تشکیل ۰/۱ مول ترکیب X، ۰/۳ مول الکترون و برای تشکیل هر مول ترکیب X، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود مانند AlP.

۱۲۳ ۱

• در دماهای $۰^\circ C$ و $-۷۸^\circ C$ به ترتیب $H_۲O$ و $CO_۲$ به حالت جامد در می‌آیند.

• از دماهای $-۱۸۳^\circ C$ تا $-۱۹۶^\circ C$، گازهای $O_۲$، Ar و $N_۲$ به حالت مایع در می‌آیند.

• در دمای $-۲۳۰^\circ C$، هلیم هم‌چنان به حالت گازی است.

t.me/MrKonkori

۱۲۴ **۲** به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

بررسی‌های دانشمندان برای هوای به دام افتاده، درون بلورهای یخ در یخچال‌های قطبی و نیز سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره **تقریباً ثابت مانده است.**

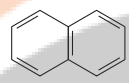
۱۲۵ **۴** مقایسه میان درصد فراوانی گازهای مورد نظر به صورت زیر است:

فراوانی : $Ne > He > Kr > Xe$

۱۲۶ **۳** عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- بدون شرح!
- گاز متان یک گاز **غیرسمی** است.
- در حدود $\frac{۲}{۳}$ سوخت توسط **خطوط لوله** به مراکز توزیع و استفاده منتقل می‌شود.
- نسبت شمار پیوندهای $C=C$ به شمار پیوندهای $C-C$ در بنزن برابر $\frac{۳}{۳}$ و در نفتالن برابر $\frac{۵}{۶}$ است:


نفتالن

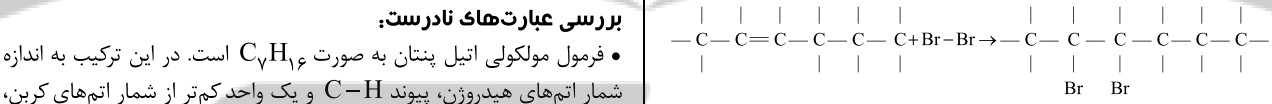
بنزن

۱۲۷ **۲** عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

$$C_۶H_{۱۲}(l) + Br_۲(l) \rightarrow C_۶H_{۱۲}Br_۲(l)$$

بررسی عبارت‌ها:

•



نام فراوردهٔ تولید شده ۲، ۳ـ دی برموهگزان است و در هر سمت از واکنش، ۱۹ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

- جرم مولی ۲ـ هگزن و فراورده به ترتیب برابر ۸۴ و ۱۶۴ گرم بر مول است.

درصد افزایش جرم $= \frac{(۱۶۴-۸۴)}{۸۴} \times ۱۰۰ = ٪۹۵/۲$

- اگر در این واکنش به جای ۲ـ هگزن از ۲ـ هگزین با فرض **شمار مول‌های یکسان** استفاده شود تا همان فراورده تولید شود، مقدار برم مصرفی دو برابر خواهد شد.

۱۲۸ **۳** هیدروکربن A را با فرمول C_xH_y نشان می‌دهیم:

$$C_xH_y + (x+\frac{y}{۴})O_۲ \rightarrow xCO_۲ + \frac{y}{۲}H_۲O$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت: $x + \frac{y}{۴} = ۱۲ \ (I)$

از طرفی خواهیم داشت:

$$\frac{۰/۲mol\ C_xH_y}{۱} = \frac{\text{فراورده}\ ۱۰۲/۴g}{(x\times۴۴)+(\frac{y}{۲}\times۱۸)}$$

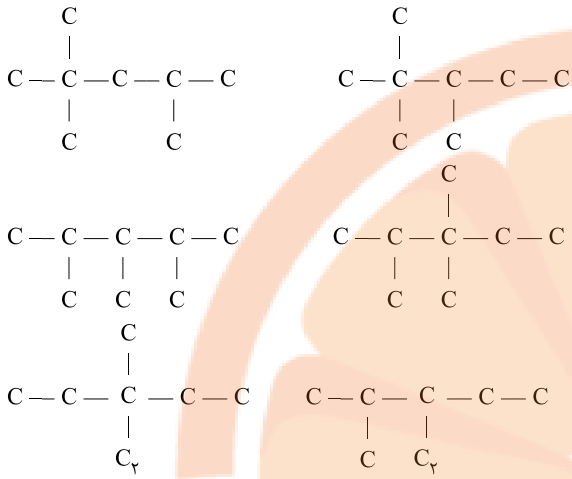
$$\Rightarrow ۴۴x + ۹y = ۵۱۲ \ (II)$$

از حل معادله‌های (I) و (II) مقادیر x و y به دست می‌آیند:

$$x = ۱۰ ,\ y = ۸ \Rightarrow A\text{فرمول}: C_{۱۰}H_۸$$

$$\frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \frac{x}{y} = \frac{۱۰}{۸} = ۱/۲۵$$

۱۲۹ **۴** نام هر کدام از آلکان‌های زیر با فرمول مولکولی $C_۸H_{۱۸}$ به پنتان ختم می‌شود.



۱۳۰ **۲**

$$C_nH_{۲n-۲} \Rightarrow \frac{۲n-۲}{n} = ۱/۶۶۶ = \frac{۵}{۳}$$

$$\Rightarrow n = ۶ \Rightarrow \text{فرمول آلکین} = C_۶H_{۱۰}$$

$$۱C_۶H_{۱۰} + ?O_۲ \rightarrow ۶CO_۲ + ۵H_۲O$$

$$\frac{۱/۲mol}{۱} = \frac{xg}{(۶\times۴۴)+(۵\times۱۸)} \Rightarrow x = ۴۲۴/۸g$$

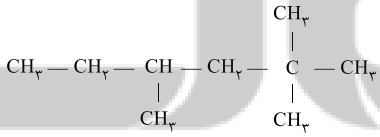
۱۳۱ **۲** فرمول مولکولی هیدروکربن مورد نظر $C_{۲۰}H_{۳۰}$ است.

$$٪C = \frac{۲۰(۱۲)}{۲۰(۱۲)+۳۰(۱)} \times ۱۰۰ = ٪۸۸/۸۸$$

۱۳۲ **۲** عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- فرمول مولکولی اتیل پنتان به صورت $C_۷H_{۱۶}$ است. در این ترکیب به اندازه شمار اتم‌های هیدروژن، پیوند $C-H$ و یک واحد کم‌تر از شمار اتم‌های کربن، پیوند $C-C$ وجود دارد. بنابراین نسبت شمار پیوندهای $C-C$ به شمار پیوندهای $C-H$ در آن برابر $\frac{۸}{۳} = \frac{۱۶}{۶}$ است.
- در آلکانی با نام ۲، ۲،۴ـ تری متیل هگزان که ساختار آن در زیر آمده است، ۲ گروه $-CH_۲$ وجود دارد.



۱۳۳ **۴** درصد نفت کوره در نفت سنگین ایران در مقایسه با نفت سنگین کشورهای عربی کم‌تر است.

۱۳۴ **۲** عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- داد و ستد گرما **می‌تواند** باعث تغییر دما شود.
- اتانول در مقایسه با نمک خوراکی، ظرفیت گرمایی ویژه بزرگ‌تری دارد.

۱۳۵ **۱** ابتدا جرم گاز اکسیژن را به دست می‌آوریم:

$$?gO_۲ = ۱۰۰/۸LO_۲ \times \frac{۱molO_۲}{۲۲/۴LO_۲} \times \frac{۳۲gO_۲}{۱molO_۲} = ۱۴۴gO_۲$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = \underbrace{[(۱۴۴g\times۰/۹۰\frac{J}{g.^\circ C})}_{\text{اکسیژن}} + \underbrace{(۳۲۰۰g\times۰/۴۵\frac{J}{g.^\circ C})]}_{\text{آهن}} \times (۸۰-۳۰)^\circ C$$

$$= [(۱۲۹/۶)+(۱۴۴۰)]\times۵۰ = ۷۸۴۸۰J \equiv ۷۸/۴۸kJ$$

تلاشگر درسی تیزهوشان
t.me/MrKonkori

تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net