تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفترچه پاسخ

آزمون ۶ آبان ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	بابک ابراهیمی-محمدمصطفی ابراهیمی-امیرهوشنگ انصاری-امیرمحمد باقری‌نصرآبادی-عادل حسینی-آریان حیدری افشین خاصه‌خان-محمدامین روانبخش-بابک سادات-علی سلامت-علی اصغر شریفی-فرشاد صدیقی‌فر-پویان طهرانیان حمید علیزاده-علی مقدم-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-علی ایمانی-جواد حاتمی-عادل حسینی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان فرزانه خاکپاش-محمد خندان-احسان خیراللهی-سوگند روشنی-نیما زارع-احمدرضا فلاح-محمد کریمی-مهرداد ملوندی امیر وفائی
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-عادل حسینی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی جمال صادقی-علی صادقی-محمد صحت‌کار-احمدرضا فلاح-نیلوفر مهدوی
	فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-مهدی براتی-فرهاد جوینی-امیرمسعود حاجی‌مرادی میثم دشتیان-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-مهدی سلطانی-پویا شمشیری-عبداله فقه زاده-مسعود قره‌خانی محسن قندچلر-احسان کرمی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-محمدصادق مام‌سیده-غلامرضا محبی-احسان محمدی حسین مخدومی سیدعلی میرنوری-حسام نادری-مصطفی واثقی
	شیمی	قادر باخاری-محمدرضا پورجاوید-کامران جعفری-امیرحاتمیان-ارژنگ خانلری-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی علیرضا رضایی‌سراب-روزبه رضوانی-امیرمحمد سعیدی-رضا سلیمانی-ساجد شیری-مسعود طبرسا-امیرحسین طیبی رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی زاده-اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی ارجمند علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محبوبه بیک‌محمدی محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل‌ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم — مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

تلاشی برای سیر موفقیت

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$a<1: f(x)=\begin{cases}(-a+4)x & ; \ x<0\\ (a+2)x & ; \ x\geq 0\end{cases}$$

$$a\geq 1: f(x)=3x-|(a-1)x|=\begin{cases}(a+2)x & ; \ x<0\\ (-a+4)x & ; \ x\geq 0\end{cases}$$

برای آنکه تابع f یک‌به‌یک باشد، لازم است که شیب خطوط $(a+2)x$ و $(-a+4)x$ هم علامت باشند:

$$\Rightarrow (a+2)(-a+4)>0 \Rightarrow (a+2)(a-4)<0$$
$$\Rightarrow a\in(-2,4)$$

اعداد صحیح این بازه عبارتند از: -1، 0، 1، 2 و 3.

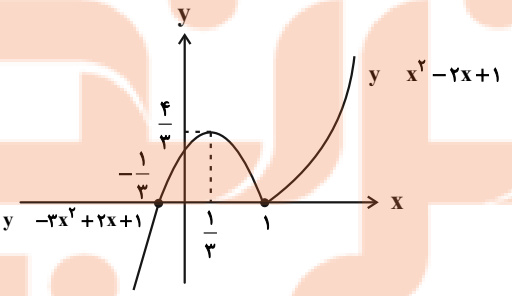
(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۲- **گزینهٔ «۱»** *(پویان طهرانیان)*

می‌دانیم تابع در بازه‌ای که یک‌به‌یک باشد، وارون‌پذیر است پس بهتر است تابع را رسم کنیم.

$$f(x)\begin{cases}2x(1-x)-x^2+1 & ; \ x\leq 1\\ 2x(x-1)-x^2+1 & ; \ x>1\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}-3x^2+2x+1 & ; \ x\leq 1\\ x^2-2x+1 & ; \ x>1\end{cases}$$



با توجه به شکل تابع در بازه‌های $(-\infty,\frac{1}{3}]$, $[\frac{1}{3},1]$, $[1,+\infty)$ و هر زیرمجموعه‌ای از این بازه‌ها، یک به یک و در نتیجه وارون‌پذیر است.

پس کم‌ترین مقدار a برابر $\frac{1}{3}$ است و داریم:

$$f(a)\quad f\left(\frac{1}{3}\right)\quad \frac{4}{3}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمحمد باقری‌نصرآبادی)*

تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f\quad\{(-4,x),(-1,2x-x^2),(0,2x^2-1)\}$$

برای اینکه f صعودی باشد، رابطه زیر باید برقرار باشد.

$$f(-4)\leq f(-1)\leq f(0)$$
$$\Rightarrow x\leq 2x-x^2\leq 2x^2-1$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x\leq 2x-x^2\Rightarrow x^2-x\leq 0\Rightarrow 0\leq x\leq 1\\ 2x-x^2\leq 2x^2-1\Rightarrow 3x^2-2x-1\geq 0\Rightarrow x\leq -\frac{1}{3} \text{ یا } x\geq 1\end{cases}$$

اشتراک دو مجموعهٔ بالا تنها $x=1$ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴- **گزینهٔ «۲»** *(پویان طهرانیان)*

تابع f اکیداً نزولی است، پس برای اینکه fog صعودی باشد، لازم است تابع g نزولی باشد:

$$g\quad\{(1,6),(2,k),(3,4),(4,2)\}\xrightarrow{g \text{ نزولی است}}4\leq k\leq 6$$

کم‌ترین مقدار k برابر ۴ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۵- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

$$D_g\quad\{x\in\mathbb{R}\mid f(x^3+4)>f(4x^2+x)\}$$

تابع f اکیداً نزولی است، پس باید نامعادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$x^3+4<4x^2+x$$
$$\Rightarrow \underbrace{x^3-4x^2}_{x^2(x-4)}-\underbrace{x+4}_{-(x-4)}<0\Rightarrow (x-4)(x^2-1)<0$$

x		-1		1		4	
$(x-4)(x^2-1)$	$-$		$+$		$-$		$+$

$$\Rightarrow D_g=(-\infty,-1)\cup(1,4)$$

اعداد صحیح نامنفی این مجموعه ۲ و ۳ هستند.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد باقری‌نصرآبادی)*

$$D_f\cap D_g\quad\{-3,1\}$$

اما با توجه به صورت سؤال واضح است تابع نهایی به ازای $x=-3$ تعریف نشده است، پس باید به ازای آن $f+1=0$ شود.

$$\frac{g(-3)}{f(-3)+1}=\frac{2}{a+1}\Rightarrow a+1=0\Rightarrow a=-1$$

تارنمای تدریس خصوصی موفقیت

حال برای $x=۱$ داریم:

$$\frac{g(۱)}{f(۱)+۱}-\frac{۳}{b+۱}=۴\Rightarrow b=-\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow ab=\frac{۱}{۴}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۷- **گزینهٔ «۱»** *(پویان طهرانیان)*

دامنه‌های هر دو تابع بازهٔ $(-\infty,-۱]$ است.

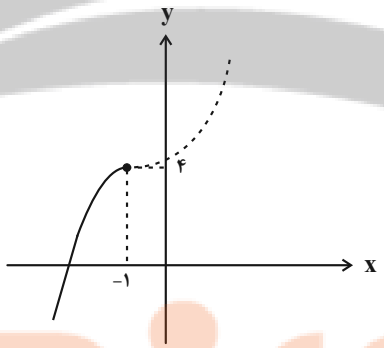
$$\Rightarrow D_{f\times g}=D_f\cap D_g=(-\infty,-۱]$$

حال ضابطه تابع حاصل‌ضرب را حساب می‌کنیم:

$$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$$

$$\xrightarrow{\text{اتحادمزدوج}}(f\times g)(x)=\frac{۴-(x+۱)^۲}{۴+(x+۱)^۳}(-x-۱)$$

نمودار این تابع با دامنهٔ $(-\infty,-۱]$ به صورت زیر است:



این نمودار از نواحی اول و چهارم عبور نمی‌کند.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶ و حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۸- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

دامنه‌های توابع f و g به‌ترتیب برابر $(-\infty,۰]\cup[\frac{۱}{۲},+\infty)$ و $[\frac{۱}{۲},+\infty)$ است. پس دامنه تابع $f+g$ برابر است با:

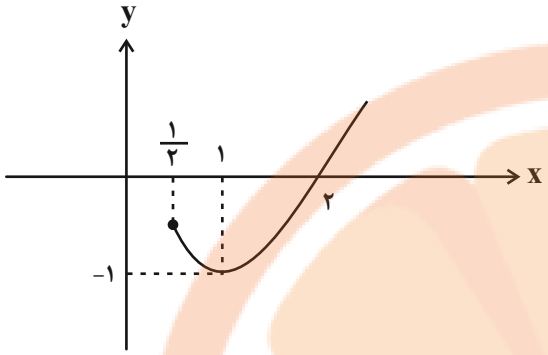
$$D_{f+g}=D_f\cap D_g=[\frac{۱}{۲},+\infty)$$

حال ضابطه تابع $f+g$ را می‌یابیم:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)=x^۲-\sqrt{۲x^۲-x}+\sqrt{۲x^۲-x}-۲x$$

$$x^۲-۲x$$

نمودار این تابع در شکل زیر رسم شده است:



برد این تابع بازهٔ $[-۱,+\infty)$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(پویان طهرانیان)*

تابع f با دامنه و برد $[۰,+\infty)$ اکیداً صعودی است، پس تابع $f^{-۱}$ نیز با همین دامنه و برد اکیداً صعودی است.

حال تابع $y=f^{-۱}(۱-x)$ با دامنه $(-\infty,۱]$ اکیداً نزولی است، پس تابع g با دامنه $[۰,۱]$ اکیداً صعودی است، پس برد تابع g بازهٔ $[g(۰),g(۱)]$ است.

$$g(۰)\quad f(۰)-f^{-۱}(۱)=۰-f^{-۱}(۱)$$

کافی است $f^{-۱}(۱)$ را حساب کنیم:

$$f^{-۱}(۱)\quad k\Rightarrow f(k)=\frac{k+\sqrt{k}}{۲}=۱\Rightarrow k=۱$$

پس کم‌ترین مقدار تابع g برابر ۱- است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

دامنه تابع مرکب fog برابر است با:

$$D_{fog}\quad\{x\in D_g\mid g(x)\in D_f\}$$

از طرفی $D_g=\mathbb{R}$ و $D_f=[-\infty,۲]$ است. پس داریم:

$$D_{fog}\quad\{x\in\mathbb{R}\mid ۲^x+۲^{-x}\le ۲\}$$

حال نامعادلهٔ اخیر را حل می‌کنیم:

$$۲^x+۲^{-x}-۲\le ۰\Rightarrow ۲^x+\frac{۱}{۲^x}-۲\le ۰\Rightarrow\frac{۲^{۲x}+۱-۲(۲^x)}{۲^x}\le ۰$$

$$\Rightarrow\frac{(۲^x-۱)^۲}{۲^x}\le ۰$$

تلاشی نارنجی برای موفقیت

می‌دانیم صورت و مخرج عبارت بالا هر دو نامنفی هستند، پس تساوی بالا فقط در حالت $\frac{(۲^x-۱)^۲}{۲^x}=۰$ برقرار است.

$$\Rightarrow ۲^x-۱=۰\Rightarrow ۲^x=۱\Rightarrow x=۰$$
$$\Rightarrow D_{fog}=\{۰\}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱۱- **گزینهٔ «۴»** (امیرمحمد باقری نصرآبادی)

برای به دست آوردن دامنه تابع f می‌توانیم بنویسیم:

$$-\frac{۱}{۲}<x\le\frac{۲}{۳}\Rightarrow -۲<۲x-۱\le\frac{۱}{۳}$$
$$\Rightarrow D_f=(-۲,\frac{۱}{۳}]$$

حال برای دامنه تابع h داریم:

$$-۲<\frac{x-۴}{۳}\le\frac{۱}{۳}\Rightarrow -۲<x\le ۵$$
$$\Rightarrow D_h=(-۲,۵]$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** (افشین خاصه‌خان)

نقطه $\left(-\frac{۱}{۲},-۱\right)$ را در ضابطه گزینه‌ها جای‌گذاری می‌کنیم، پاسخ درست باید تساوی $f(۲)=۴$ را تولید کند. درگزینه «۱» داریم:

$$-۱=۱-\frac{۱}{۲}f(۱-۲(-\frac{۱}{۲}))=۱-\frac{۱}{۲}f(۲)$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}f(۲)=۲\Rightarrow f(۲)=۴$$

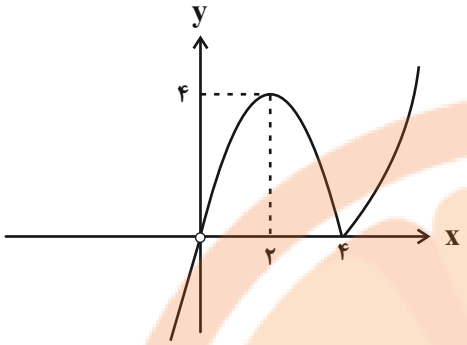
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** (جوانبخش نیکنام)

ضابطه تابع f به صورت زیر است:

$$f(x)\begin{cases}-|x^۲-۴x|; & x<۰\\ |x^۲-۴x| & ; x>۰\end{cases}$$

نمودار این تابع در شکل زیر رسم شده است:



بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع f روی آن اکیداً نزولی باشد، بازهٔ $[۲,۴]$ است و از آنجا که مقدار a مثبت است، تبدیل یافته همین بازه، قسمت اکیداً نزولی نمودار تابع g را تولید می‌کند.

فقط ضریب x (همان ضریب انبساط یا انقباض افقی) است که طول بازه را تغییر می‌دهد، پس طول بازه‌های که نمودار تابع g روی آن اکیداً نزولی است، با طول بازهٔ $\left[\frac{۲}{a},\frac{۴}{a}\right]$ برابر است. در نتیجه داریم:

$$\frac{۴}{a}-\frac{۲}{a}=\frac{۲}{a}=۱۰\Rightarrow a=۰/۲$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۹ و ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- **گزینهٔ «۲»** (علی سلامت)

به دلیل اینکه تابع f اکیداً صعودی است، $f(۱)=۲$ و $f(۳)=۴$. پس نقاط $A(۱,۲)$ و $B(۳,۴)$ روی تابع f قرار دارند.

مختصات این نقاط بعد از تبدیل تابع f به صورت زیر خواهد بود:

$$A\left|\begin{matrix}۱\\۲\end{matrix}\right.\xrightarrow{g(x)=۲f\left(\frac{۱}{۲}x-۱\right)+۱}A'\left|\begin{matrix}۴\\۵\end{matrix}\right.\Rightarrow g(۴)=۵\Rightarrow g^{-۱}(۵)=۴$$

$$B\left|\begin{matrix}۳\\۴\end{matrix}\right.\xrightarrow{g(x)=۲f\left(\frac{۱}{۲}x-۱\right)+۱}B'\left|\begin{matrix}۸\\۹\end{matrix}\right.\Rightarrow g(۸)=۹\Rightarrow g^{-۱}(۹)=۸$$

بنابراین حاصل $g^{-۱}(۵)+g^{-۱}(۹)$ برابر ۱۲ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۸)

۱۵- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

می‌دانیم: $(fog)^{-۱}(x)\quad g^{-۱}of^{-۱}(x)$

حال توابع $f^{-۱}$ و $g^{-۱}$ و سپس تابع $g^{-۱}of^{-۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}f^{-۱}=\{(-۱,۶),(۵,۷),(۱,-۲),(-۲,۴)\}\\ g^{-۱}\quad \{(-۲,۳),(۴,۶),(۷,۲),(۰,۴)\}\end{cases}$$
$$\Rightarrow g^{-۱}of^{-۱}=\{(۵,۲),(۱,۳),(-۲,۶)\}$$

تلاشی در مسیر موفقیت

مؤلفه دوم باید ۳- برابر مؤلفه اول باشد، پس $(a,-3a)=(-2,6)$ است که $a=-2$.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱ و ۶۶ تا ۶۸)

۱۶- **گزینهٔ «۱»** (جهانبخش نیکنام)

$g^{-1}(4)$ را برابر a قرار می‌دهیم و داریم: $g(a)=4$

حال در رابطه $g(x+3)+2f(x+1)=8$ به جای x، $a-3$ قرار می‌دهیم. داریم:

$$g(a)+2f(a-2)=8\Rightarrow 2f(a-2)=4\Rightarrow f(a-2)=2$$

$$\Rightarrow a-2=f^{-1}(2)\xrightarrow[f^{-1}(2)\ \frac{1}{5}]{f^{-1}(x)}a-2=\frac{1}{5}\Rightarrow a=\frac{11}{5}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

۱۷- **گزینهٔ «۲»** (علی سلامت)

ابتدا تابع f را به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای نوشته و برد هریک از ضابطه‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$f(x)\begin{cases}\sqrt{x+1}-1 & ;\ -1\le x<0\Rightarrow -1\le y<0\\ \sqrt{x+1}+1 & ;\ x>0\Rightarrow y>2\end{cases}$$

حال وارون هر ضابطه را مشخص می‌کنیم:

$$y=\sqrt{x+1}-1\Rightarrow \sqrt{x+1}=y+1\Rightarrow x=y^2+2y$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=x^2+2x,-1\le x<0$$

$$y=\sqrt{x+1}+1\Rightarrow \sqrt{x+1}=y-1\Rightarrow x=y^2-2y$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=x^2-2x,x>2$$

بنابراین ضابطه f^{-1} به صورت $f^{-1}(x)\begin{cases}x^2+2x\ ;\ -1\le x<0\\ x^2-2x\ ;\ x>2\end{cases}$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

توابع f و g خطی هستند و اگر تابع $g^{-1}of$ را به عنوان ورودی تابع fog قرار دهیم داریم:

$$(fof)(x)=6\left(\frac{3}{2}x+1\right)-10=9x-4\quad (fog)(g^{-1}of)(x)$$

اگر تابع fof برابر $9x-4$ باشد، برای تابع f دو ضابطهٔ $f(x)=3x-1$ و $f(x)=-3x+2$ به‌دست می‌آید.

با توجه به رابطهٔ $(fog)(x)=f(g(x))=6x-10$، اگر $f(x)=3x-1$ باشد، ضابطه تابع g، $g(x)=2x-3$ و اگر $f(x)=-3x+2$ باشد، $g(x)=-2x+4$ به دست می‌آید.

در هر دو حالت مقدار $(fg)(1)$ که برابر $f(1)g(1)$ است، برابر می‌شود با:

$$f(1)g(1)=-2$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** (حمید علیزاده)

ابتدا ضابطه تابع g را می‌یابیم:

$$f(x)=\sqrt[3]{x-1}\xrightarrow[\text{محور y‌ها}]{\text{قرینه نسبت به}}y=\sqrt[3]{-x-1}$$

$$\xrightarrow[\text{۲ واحد به بالا}]{\text{۲ واحد به راست}}g(x)=\sqrt[3]{1-x}+2$$

حال نمودار تابع g را با نمودار $f^2(x)=\sqrt[3]{(x-1)^2}$ قطع می‌دهیم:

$$\sqrt[3]{1-x}+2\quad (\sqrt[3]{1-x})^2\xrightarrow{\sqrt[3]{1-x}=t}t^2-t-2=0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t+1)=0\Rightarrow\begin{cases}t=\sqrt[3]{1-x}=-1\Rightarrow x=2\\ t=\sqrt[3]{1-x}=2\Rightarrow x=-7\end{cases}$$

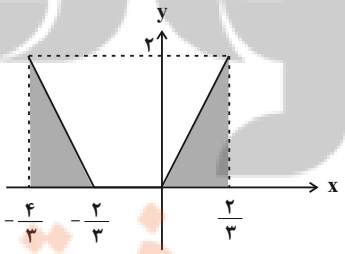
پس نقاط تقاطع $A(2,1)$ و $B(-7,4)$ هستند.

$$\Rightarrow AB=\sqrt{9^2+3^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۲۰- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

نقاط $(-1,0)$، $(0,2)$، $(1,2)$ و $(2,0)$ روی نمودار تابع f به‌ترتیب به نقاط $\left(-\frac{4}{3},2\right)$، $\left(-\frac{2}{3},0\right)$، $(0,0)$ و $\left(\frac{2}{3},2\right)$ نظیر می‌شوند، پس با وصل کردن این نقاط به هم نمودار تابع g حاصل می‌شود.



سطح سایه‌خورده، سطح موردنظر است که از دو مثلث هم‌نهشت تشکیل شده است و مساحت آن‌ها برابر است با:

$$S=2\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times 2\right)=\frac{4}{3}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$\begin{bmatrix}۱ & ۲ & -۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x & -۱\\ ۱ & x\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x+۱\\ x\end{bmatrix}=۰\Rightarrow\begin{bmatrix}x-۱ & ۲x-۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x+۱\\ x\end{bmatrix}=۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)(x+۱)+x(۲x-۲)=۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)(x+۱+۲x)=۰\Rightarrow (x-۱)(۳x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\ x=-\frac{۱}{۳}\end{cases}$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

$$I\begin{bmatrix}۳^{x-y} & ۰\\ x+y-z & ۲^{x-۱}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲^{x-۱}=۱\Rightarrow x-۱=۰\Rightarrow x=۱\\ ۳^{x-y}=۱\Rightarrow x-y=۰\Rightarrow y=x=۱\\ x+y-z=۰\Rightarrow ۱+۱-z=۰\Rightarrow z=۲\end{cases}$$

$$A=\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow A^{۲}=\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ ۰ & ۴\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ مجموع درایه‌ها $۱+۳+۴=۸$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(جواد هاتمی)*

ابتدا ماتریس $A^{۲}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$A^{۲}\begin{bmatrix}-a & a\\ a & -a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-a & a\\ a & -a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲a^{۲} & -۲a^{۲}\\ -۲a^{۲} & ۲a^{۲}\end{bmatrix}=-۲a\begin{bmatrix}-a & a\\ a & -a\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{۲}=(-۲a)A\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}}A^{۴}=(-۲a)^{۲}A^{۲}=(-۲a)^{۳}A$$

با ادامهٔ این روند نتیجه می‌گیریم:

$$A^{۲n}\quad (-۲a)^{۲n-۱}\times A$$

و با مقایسهٔ عبارت صورت سؤال داریم:

$$(-۲a)^{۲n-۱}=۲^{۲n-۱}\Rightarrow -۲a=۲\Rightarrow a=-۱$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیدرضا فلاح)*

دو ماتریس A و $۳I-A$ وارون یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$A(۳I-A)=I\Rightarrow A^{-۱}=۳I-A\Rightarrow A+A^{-۱}=۳I$$

$$\Rightarrow (A+A^{-۱})^{۲}=(۳I)^{۲}=۹I=\begin{bmatrix}۹ & ۰\\ ۰ & ۹\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ مجموع درایه‌ها $۹+۹=۱۸$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

طبق فرض داریم:

$$A^{۲}+۵A-۶I=\bar{O}\Rightarrow A^{۲}+۵A=۶I$$

$$\xrightarrow{+۴I}A^{۲}+۵A+۴I=۱۰I$$

$$\Rightarrow (A+۴I)(A+I)=۱۰I$$

$$\Rightarrow (A+۴I)\times\frac{۱}{۱۰}(A+I)=I$$

$$\Rightarrow (A+۴I)^{-۱}=\frac{۱}{۱۰}(A+I)$$

تذکر: دو ماتریس A و I تعویض‌پذیرند، پس اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۶- **گزینهٔ «۱»** *(نیما زارع)*

ماتریس A قطری است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند.

$$۶x^{۲}+۵x-۱=۰\xrightarrow{a+c=b}\begin{cases}x=-۱\\ x=\frac{۱}{۶}\end{cases}$$

از طرفی ماتریس A غیراسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگر نیستند.

$$۶x-۲\neq ۱۰x+۲\Rightarrow ۴x\neq -۴\Rightarrow x\neq -۱$$

پس تنها مقدار قابل قبول $x=\frac{۱}{۶}$ است و در نتیجه داریم:

$$A\begin{bmatrix} 6(\frac{1}{6})-2 & 0 \\ 0 & 10(\frac{1}{6})+2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{11}{3} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{11}{3} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 3y+1 & y-1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}\quad \begin{bmatrix} 3y & y-1 \\ 1 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

ماتریس $A+B$ وارون‌پذیر نیست، پس داریم:

$$|A+B|=0 \Rightarrow 3y\times\frac{2}{3}-(y-1)=0$$

$$\Rightarrow 2y-y+1=0 \Rightarrow y=-1$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۲۳)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$(A+B)^2=A^2+B^2 \Rightarrow A^2+B^2+AB+BA=A^2+B^2$$

$$\Rightarrow AB+BA=\bar{O} \Rightarrow \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}=\bar{O}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & ab \\ 0 & b \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} b & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}=\bar{O} \Rightarrow \begin{bmatrix} b+1 & ab \\ a & b+1 \end{bmatrix}=\bar{O}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b+1=0 \Rightarrow b=-1 \\ a=0 \end{cases}$$

بنابراین $a+b=-1$ است.

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\quad I$$

بنابراین ماتریس A^n برابر است با:

$$A^n \begin{cases} A: n \text{ فرد} \\ I: n \text{ زوج} \end{cases}$$

می‌دانیم $n!$ به ازای $n\geq 2$، عددی زوج است، پس داریم:

$$A^{1!}+2A^{2!}+3A^{3!}+\ldots+10A^{10!}$$

$$A+2I+3I+\ldots+10I$$

$$A+(2+3+\ldots+10I)=A+54I$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

می‌دانیم حاصل‌ضرب یک ماتریس مربعی در وارون آن ماتریس (در صورت وجود) برابر ماتریس I است، بنابراین داریم:

$$(I-A)(I-A)^{-1}=I \Rightarrow I(I-A)^{-1}-A(I-A)^{-1}=I$$

$$\Rightarrow A(I-A)^{-1}=(I-A)^{-1}-I$$

$$=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر A و B دو ماتریس مربعی و $AB=I$ یا $BA=I$ باشد، آن‌گاه A و B وارون یکدیگرند. بنابراین دو ماتریس B و C هر دو وارون ماتریس A هستند و چون وارون هر ماتریس (در صورت وجود) منحصر به فرد است، پس $B=C$ است و داریم:

$$\begin{bmatrix} -y & 1 \\ -5 & -x \end{bmatrix}\quad \begin{bmatrix} x-1 & 1 \\ y+z & z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -y=x-1 \Rightarrow y=-x+1 \\ z=-x \\ y+z=-5 \end{cases}$$

$$y+z=-5 \Rightarrow -x+1-x=-5$$

$$\Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3 \Rightarrow \begin{cases} y=-2 \\ z=-3 \end{cases}$$

$$A^{-1}\quad B\quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{وارون}}(A^{-1})^{-1}=A=\frac{1}{2(-3)-1(-5)}\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها}\quad 3+1-5-2=-3$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

تلاشی درسیر موفقیت

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۳»** (سوگند روشنی)

گزینهٔ «۱» نادرست است. زیرا اگر $b=0$ باشد، این گزاره شرطی نادرست است در نتیجه باید گزاره به صورت زیر بیان شود: اگر $a \mid b$ و $b \neq 0$ آنگاه $|a| \leq |b|$.

گزینهٔ «۲» نادرست است. مثال نقض: $12 \mid 8-12$ ولی $4 \nmid 8\times 12$.

گزینهٔ «۳» درست است. زیرا:

$$n^2+n+41-43+43=n^2+n-2+43$$

$$(n+2)(n-1)+43 \xrightarrow{n=44} 46\times 43+43=43\times 47$$

عدد اول نیست

گزینهٔ «۴»: نادرست است. زیرا اگر $n=2k+1$

$$n^2 \quad 4k^2+4k+1=4k(k+1)+1=4(2q)+1=8q+1$$

در نتیجه به ازاء nهای فرد، معادله مذکور دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دو گزاره هم ارز هستند:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B' = \varnothing \Leftrightarrow A-B=\varnothing$$

گزینهٔ «۲»: دو گزاره هم ارز هستند:

$$A \subseteq B' \Leftrightarrow A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow A-B=A$$

گزینهٔ «۳»: دو گزاره هم ارز هستند:

می‌دانیم $A-B=A\cap B'$، $B \subseteq A \cup B$ و $A \cap B' \subseteq B'$ است، پس داریم:

$$B \subseteq A\cup B \subseteq A\cap B' \subseteq B' \Rightarrow B \subseteq B'$$
$$\Rightarrow B \cap B \subseteq \underbrace{B' \cap B}_{\varnothing} \Rightarrow B=\varnothing$$

اگر $B=\varnothing$ باشد، آن‌گاه $A-B=A$ است، پس $A \cup B$.

$A \cup B \subseteq A-B$

گزینهٔ «۴»: دو گزاره هم ارز نیستند:

$$A' \cup B' \quad \varnothing \Rightarrow (A\cap B)'=\varnothing \Rightarrow A\cap B=U$$
$$\Rightarrow A=B=U$$

ولی عکس این گزارهٔ شرطی برقرار نیست، یعنی از تساوی A B نمی‌توان نتیجه گرفت $A' \cup B'=\varnothing$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** (سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)

برای عدد n می‌توان ۶ حالت در نظر گرفت:

$$n \quad 6k \rightarrow (n+1)(n+4)+1=6k+5$$
$$n=6k+1 \rightarrow (n+1)(n+4)+1=6k+5$$
$$n=6k+2 \rightarrow (n+1)(n+4)+1=6k+1$$
$$n \quad 6k+3 \rightarrow (n+1)(n+4)+1=6k+5$$
$$n \quad 6k+4 \rightarrow (n+1)(n+4)+1=6k+5$$
$$n \quad 6k+5 \rightarrow (n+1)(n+4)+1=6k+1$$

پس عبارت حاصل یا به صورت $6k+1$ یا به صورت $6k+5$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** (سوگند روشنی)

$$5m^2 \mid 15m^3 \Rightarrow (5m^2, 15m^3)=5m^2$$
$$[(5m^2,15m^3),(5m^2,20m)] \quad [5m^2,(5m^2,20m)]$$

از طرفی $(5m^2,20m) \mid 5m^2$، پس حاصل عبارت فوق همواره برابر $5m^2$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** (علی صادقی)

ابتدا معادله منحنی را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$2xy+3y=4x^2+1 \Rightarrow y=\frac{4x^2+1}{2x+3}$$

برای یافتن نقاط با مختصات صحیح روی این منحنی باید داشته باشیم:

$2x+3 \mid 4x^2+1$ پس:

$$2x+3 \mid 4x^2+1 \quad (1)$$
$$2x+3 \mid 2x+3 \Rightarrow 2x+3 \mid (2x+3)^2$$
$$\Rightarrow 2x+3 \mid 4x^2+12x+9 \quad (2)$$
$$(2)-(1) \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2x+3 \mid 12x+8 \\ 2x+3 \mid 6(2x+3) \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 2x+3 \mid 10$$

$$2x+3=1 \Rightarrow x=-1 \qquad 2x+3=5 \Rightarrow x=1$$
$$2x+3=-1 \Rightarrow x=-2 \qquad 2x+3=-5 \Rightarrow x=-4$$
$$2x+3=2 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \qquad 2x+3=10 \Rightarrow x=\frac{7}{2}$$
$$2x+3=-2 \Rightarrow x=-\frac{5}{2} \qquad 2x+3=-10 \Rightarrow x=-\frac{13}{2}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** (احمدرضا فلاح)

$a \quad bq+r \qquad 0 \le r < b$

$a \quad 55q+2q-1 = 57q-1$

$0 \le r < b \Rightarrow 0 \le 2q-1 < 55 \Rightarrow 1 \le 2q < 56$

$\Rightarrow 1 \le q < \frac{56}{2} = 28$

از طرفی $a+1 = 57q$ و چون a فرد می‌باشد پس q زوج است.

$q < 28 \Rightarrow q_{max} = 26$

$a \quad 57q-1 = 57\times 26 - 1 = 1481 \Rightarrow$ مجموع ارقام $= 14$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۷- **گزینهٔ «۴»** (محمد صحت‌کار)

$(5n+3, 7n-2) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 5n+3 \\ d \mid 7n-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 35n+21 \\ d \mid 35n-10 \end{cases}$

$\Rightarrow d \mid 31 \Rightarrow d = 1$ یا $31 \Rightarrow 31 \mid 5n+3 \Rightarrow 31 \mid 5n+3+62$

$\Rightarrow 31 \mid 5n+65 \Rightarrow 31 \mid 5(n+13)$

$\Rightarrow 31 \mid n+13 \Rightarrow n+13 = 31k$

$\Rightarrow n = 31k-13$

k	۱	۲	۳	۴	...
n	۱۸	۴۹	۸۰	۱۱۱	...

بزرگ‌ترین عدد دورقمی ۸۰

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به اینکه $a+10 > a$ و $b < b+1$، پس خارج‌قسمت تقسیم اول، قطعاً بزرگ‌تر از خارج قسمت تقسیم دوم است. در صورتی که این دو خارج‌قسمت را به ترتیب با $q+1$ و q نمایش دهیم، آن‌گاه طبق قضیهٔ تقسیم داریم:

$\left.\begin{matrix} a+10 = b(q+1) \\ a \quad (b+1)q \end{matrix}\right\} \Rightarrow (b+1)q+10 = bq+b$

$\Rightarrow bq+q+10 = bq+b \Rightarrow b = q+10 \qquad (1)$

$a \quad (b+1)q \xrightarrow{(1)} a = (q+11)q$

$10 \le a \le 99 \Rightarrow 10 \le q(q+11) \le 99 \xrightarrow{q\in\mathbb{N}} 1 \le q \le 5$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** (محمد صحت‌کار)

$\left.\begin{matrix} a \quad 7q+5 \xrightarrow{\times 15} 15a = 3\times 35q+75 \\ 2a \quad 5q'+3 \xrightarrow{\times 7} 14a = 35q'+21 \end{matrix}\right\}$

$\xrightarrow{\text{تفاضل}} a = \underbrace{35(3q-q')+35}_{\text{مضرب ۳۵}} + 19$

$\Rightarrow a = 35k'+19 \xrightarrow{\times 3} 3a = 3\times 35k'+57$

$\underbrace{3\times 35k'+35}_{35k''} + 22$

$\Rightarrow 3a = 35k''+22 \Rightarrow$ باقی‌مانده: $r = 22$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** (جمال صادقی)

باید صورت بر مخرج بخش‌پذیر باشد یعنی $x^2+1 \mid x^5+3$، بنابراین داریم:

$\begin{cases} x^2+1 \mid x^5+3 \\ x^2+1 \mid (x^2+1)(x^2-1)x \Rightarrow x^2+1 \mid x^5-x \end{cases}$

$\xrightarrow{-} x^2+1 \mid x+3 \Rightarrow x^2+1 \mid (x+3)(x-3)$

$\Rightarrow x^2+1 \mid x^2-9 \xrightarrow{x^2+1 \mid x^2+1} x^2+1 \mid (x^2-9)-(x^2+1)$

$\Rightarrow x^2+1 \mid -10$

$x^2+1 = 1 \to x = 0 \to \frac{0^5+3}{0^2+1} = 3 \in \mathbb{Z}$

$x^2+1 \quad 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \to \frac{1^5+3}{1^2+1} = \frac{4}{2} = 2 \in \mathbb{Z} \\ x = -1 \to \frac{(-1)^5+3}{(-1)^2+1} = \frac{2}{2} = 1 \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$x^2+1 \quad 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \to \frac{2^5+3}{2^2+1} = \frac{35}{5} = 7 \in \mathbb{Z} \\ x = -2 \to \frac{(-2)^5+3}{(-2)^2+1} = -\frac{29}{25} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

$x^2+1 \quad 10 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \to \frac{3^5+3}{3^2+1} = \frac{246}{10} \notin \mathbb{Z} \\ x = -3 \to \frac{(-3)^5+3}{(-3)^2+1} = \frac{-240}{10} = -24 \in \mathbb{Z} \end{cases}$

به ازای مقادیر ۰، ۱، ۱-، ۲ و ۳- حاصل کسر مورد نظر صحیح می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

هندسه ۱

۴۱- **گزینهٔ «۲»** (محمد کریمی)

می‌دانیم اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدهٔ مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت اندازهٔ قاعده‌های آن‌هاست. بنابراین داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}}\ \frac{BD}{BC}=\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{S_{AED}}{S_{ABD}}\ \frac{AE}{AB}=\frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{S_{DEF}}{S_{AED}}\ \frac{FD}{AD}=\frac{1}{2} \quad (3)$$

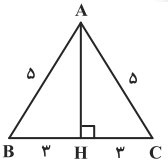
$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} \frac{S_{ABD}}{S_{ABC}}\times\frac{S_{AED}}{S_{ABD}}\times\frac{S_{DEF}}{S_{AED}}$$

$$\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}}=\frac{1}{5}$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** (سامان اسپهرم)

کافی است طول کوتاه‌ترین ارتفاع را در مثلث ABC به دست آوریم و سپس با استفاده از نسبت تشابه دو مثلث، مقدار مشابه را در مثلث $A'B'C'$ پیدا کنیم. می‌دانیم کوتاه‌ترین ارتفاع هر مثلث، ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع آن است، پس مطابق شکل داریم:



$$\overset{\Delta}{ABH}: AH^2\quad AB^2-BH^2=5^2-3^2=16\Rightarrow AH=4$$

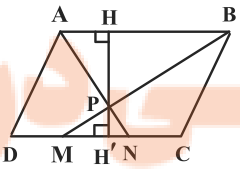
نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه دو مثلث است. از طرفی نسبت محیط‌ها در دو مثلث متشابه نیز با همین نسبت برابر است. با توجه به این‌که محیط مثلث ABC، برابر $16=5+5+6$ است، داریم:

$$\frac{AH}{A'H'}\ \frac{\overset{\Delta}{ABC}\text{ محیط}}{\overset{\Delta}{A'B'C'}\text{ محیط}}\Rightarrow\frac{4}{A'H'}=\frac{16}{56}\Rightarrow A'H'=14$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** (افشین خاصه‌خان)

دو مثلث PAB و PMN به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.



نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه آن دو مثلث است، بنابراین داریم:

$$\frac{PH}{PH'}\ \frac{AB}{MN}=\frac{3}{1}$$

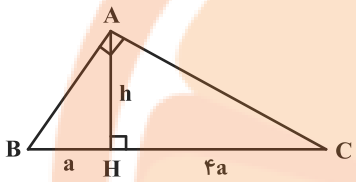
$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{PH+PH'}{PH'}=\frac{3+1}{1}\Rightarrow\frac{HH'}{PH'}=4$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{PMN}}\ \frac{HH'\times AB}{\frac{1}{2}PH'\times MN}=2\times\frac{HH'}{PH'}\times\frac{AB}{MN}=2\times4\times3=24$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحهٔ ۴۵)

۴۴- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$AH^2\quad BH\times CH\Rightarrow h^2=a\times4a\Rightarrow h=2a$$

$$S\quad\frac{1}{2}AH\times BC=\frac{1}{2}\times2a\times5a=5a^2$$

$$\Rightarrow5a^2=45\Rightarrow a^2=9\Rightarrow a=3\Rightarrow BC=5\times3=15$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** (علی ایمانی)

با توجه به موازی بودن EF و BD، دو مثلث EFT و BDT متشابه هستند و داریم:

$$\frac{ET}{BT}\ \frac{EF}{BD}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{EF}{4}\Rightarrow EF=2$$

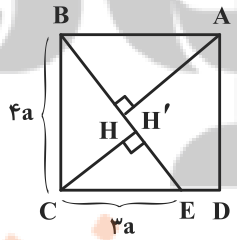
اگر AE x باشد، آن‌گاه ET x و BT $2x$ است، پس AB $4x$ و در نتیجه داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: EF\parallel BC\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}$$

$$\frac{AE}{AB}\ \frac{EF}{BC}\Rightarrow\frac{x}{4x}=\frac{2}{BC}\Rightarrow BC=8$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملوندی)



طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب، $A\hat{B}H$ $C\hat{E}H'$ است و در نتیجه داریم:

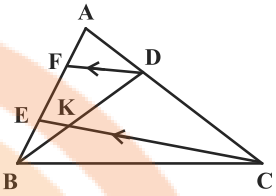
$$\left.\begin{matrix}\hat{H}\quad\hat{H}'\quad 90^\circ\\ A\hat{B}H\quad C\hat{E}H'\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}}\overset{\Delta}{ABH}\sim\overset{\Delta}{CEH'}$$

$$\Rightarrow\frac{AH}{CH'}=\frac{AB}{CE}=\frac{4a}{3a}\Rightarrow\frac{CH'}{AH}=\frac{3}{4}=0/75$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

از D خطی موازی CE رسم می‌کنیم.



$$\overset{\Delta}{ACE}: DF \parallel CE \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AE}$$

$$\xrightarrow{\frac{AD}{AC}=\frac{۱}{۳}} \frac{AF}{AE} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \begin{cases} AF = m \\ AE = ۳m \end{cases} \Rightarrow EF = ۲m$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$\frac{BE}{AB} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{BE}{AE+BE} = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow AE+BE = ۳BE \Rightarrow AE = ۲BE = ۳m \Rightarrow BE = \frac{۳}{۲}m$$

$$\overset{\Delta}{BFD}: EK \parallel FD \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{BK}{KD} = \frac{BE}{EF} = \frac{\frac{۳}{۲}m}{۲m} = \frac{۳}{۴}$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب، $D\hat{C}E$ و $B\hat{A}E$، $C\hat{D}E$ و $A\hat{B}E$، پس دو مثلث ABE و CDE متشابه هستند و داریم:

$$\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}} = \frac{۴}{۹} \quad k^۲ \Rightarrow k = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \begin{cases} AB = ۲x \\ CD = ۳x \end{cases}$$

با فرض $CF = a$ و $BF = b$ داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EF}{AB} = \frac{CF}{CB} = \frac{a}{a+b}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۲x} = \frac{a}{a+b} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{۳}{۲x-۳} = \frac{a}{b} \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{BCD}: EF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EF}{CD} = \frac{BF}{BC} = \frac{b}{a+b}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۳x} = \frac{b}{a+b} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{۳}{۳x-۳} = \frac{b}{a} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{۳}{۲x-۳} = \frac{x-۱}{۱} \Rightarrow ۲x^۲ - ۵x + ۳ = ۳$$

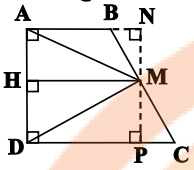
$$\Rightarrow ۲x^۲ - ۵x = ۰ \Rightarrow x(۲x-۵) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \text{ غ ق ق} \\ x = \frac{۵}{۲} \Rightarrow CD = \frac{۱۵}{۲} = ۷/۵ \end{cases}$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

مطابق شکل از نقطهٔ M، دو عمود MN و MP را به ترتیب بر اضلاع AB و CD و عمود MH را بر ضلع AD رسم می‌کنیم.



با توجه به نسبت مساحت‌ها داریم:

$$\frac{S_{CDM}}{S_{ABM}} = ۲ \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}\times ۴ \times MP}{\frac{۱}{۲}\times ۳ \times MN} = ۲ \Rightarrow \frac{MP}{MN} = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{HD} = \frac{MN}{MP} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \begin{cases} AH = ۲x \\ HD = ۳x \end{cases}$$

MH موازی دو قاعدهٔ ذوزنقه است، پس داریم:

$$MH = \frac{HD \times AB + AH \times CD}{AD} = \frac{۳x \times ۳ + ۲x \times ۴}{۵x} = \frac{۱۷}{۵}$$

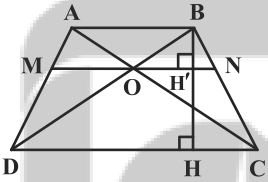
(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۵۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیر وفائی)*

ارتفاع وارد از رأس C بر ضلع ON در مثلث ONC، برابر ارتفاع وارد از رأس O بر ضلع DC در مثلث ODC است، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث با نسبت قاعده‌هایی که این ارتفاع‌ها بر آن‌ها وارد می‌شوند، برابر است.

$$\frac{S_{ONC}}{S_{ODC}} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{ON}{DC} = \frac{۱}{۴}$$

از طرفی $ON \parallel DC$، پس طبق قضیهٔ اساسی تشابه، دو مثلث BON و BDC متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث، برابر نسبت اضلاع متناظر است.



$$\frac{BH'}{BH} = \frac{ON}{DC} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{BH'}{HH'} = \frac{۱}{۳}$$

همچنین دو مثلث OAB و ODC با هم متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BH'}{HH'} = \frac{۱}{۳}$$

با فرض $ON = x$ داریم:

$$\frac{S_{BON}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{۱}{۲}ON \times BH'}{\frac{۱}{۲}(AB+CD)\times BH}$$

$$\frac{ON}{AB+CD}\times\frac{BH'}{BH} = \frac{x}{\frac{۴}{۳}x+۴x}\times\frac{۱}{۴}$$

$$\frac{x}{\frac{۱۶}{۳}x}\times\frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۱۶}\times\frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۶۴}$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۱)

هندسه ۲- اختیاری

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

فرض کنید R و R' شعاع‌های دو دایره $(R > R')$ و TT' طول مماس مشترک خارجی دو دایره باشد. چون دو دایره سه مماس مشترک دارند، پس مماس خارج هستند و در نتیجه داریم:

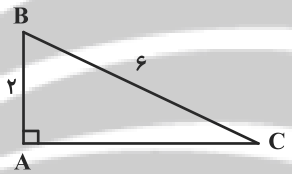
$$TT' \quad ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{R \times \frac{۱}{۶}R} = \frac{۲}{\sqrt{۶}}\sqrt{R^۲}$$

$$\frac{۲\sqrt{۶}}{۶}R \quad \frac{\sqrt{۶}}{۳}R$$

(هندسه ۲: دایره؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABC داریم:



$$BC^۲ \quad AB^۲ + AC^۲ \Rightarrow ۳۶ = ۴ + AC^۲$$

$$AC^۲ \quad ۳۲ \Rightarrow AC = ۴\sqrt{۲}$$

اگر r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی و S و P به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC باشند، آن‌گاه داریم:

$$S \quad \frac{۱}{۲}AB \times AC = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۴\sqrt{۲} = ۴\sqrt{۲}$$

$$P \quad \frac{۲+۶+۴\sqrt{۲}}{۲} = ۴ + ۲\sqrt{۲}$$

$$r \quad \frac{S}{P} \quad \frac{۴\sqrt{۲}}{۴+۲\sqrt{۲}} \times \frac{۴-۲\sqrt{۲}}{۴-۲\sqrt{۲}} = \frac{۱۶\sqrt{۲}-۱۶}{۸} = ۲\sqrt{۲}-۲$$

(هندسه ۲: دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

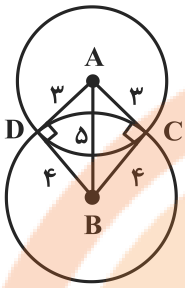
طول هر ضلع n ضلعی منتظم محیط بر دایره‌ای به شعاع r از رابطهٔ $a \quad ۲r\tan\frac{۱۸۰^\circ}{n}$ به دست می‌آید. بنابراین با فرض $n = ۶$ و $a = ۲$ داریم:

$$۲ \quad ۲r \times \tan ۳۰^\circ \Rightarrow ۱ = r \times \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow r = \sqrt{۳}$$

$S \quad \pi r^۲ = ۳\pi$: مساحت دایرهٔ محاطی

(هندسه ۲: دایره؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیر وفائی)*



$$AD + BC = ۳ + ۴ = ۷ \qquad (۱)$$

$$AC + BD = ۳ + ۴ = ۷ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} AD + BC = AC + BD$$

$\Rightarrow$ چهارضلعی $ACBD$ محیطی است

از طرفی طول اضلاع دو مثلث ABC و ABD در قضیهٔ فیثاغورس صدق می کنند، بنابراین هر دو مثلث قائم‌الزاویه هستند و در نتیجه داریم:

$$\hat{C} \quad \hat{D} \quad ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{C} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = ۱۸۰^\circ$$

یعنی چهارضلعی $ACBD$ محاطی است.

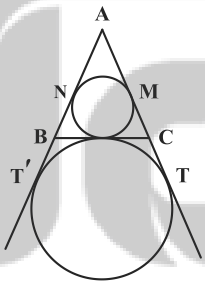
(هندسه ۲: دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق تمرین ۶ صفحهٔ ۳۰ کتاب درسی داریم:

$$AM \quad AN \quad P - a$$

$$AT \quad AT' = P$$



مطابق شکل MT مماس مشترک خارجی دایرهٔ محاطی داخلی و دایرهٔ محاطی خارجی نظیر قاعدهٔ مثلث ABC است، پس داریم:

$$MT \quad AT - AM = P - (P - a) = a = ۸$$

(هندسه ۲: دایره؛ مشابه تمرین صفحهٔ ۳۰)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

نقطهٔ M وسط مماس مشترک TT' قرار دارد، زیرا طبق روابط طولی در دایره داریم:

تاشر درمسیر موفقیت

$$MT^2 = MA.MB = 2(2+5) = 14$$
$$MT'^2 = MA.MB = 2(2+5) = 14$$
$$\Rightarrow MT = MT' = \sqrt{14}$$

بنابراین طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر $TT' = 2\sqrt{14}$ است و داریم:

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R-R')^2} \Rightarrow 2\sqrt{14} = \sqrt{9^2 - (R-R')^2}$$
$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 56 = 81 - (R-R')^2 \Rightarrow (R-R)^2 = 81-56 = 25$$
$$\Rightarrow |R-R'| = 5$$

(هندسه ۲: دایره؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)

اندازهٔ شعاع دایرهٔ محاطی داخلی این مثلث به صورت زیر به دست می‌آید:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{12}{\frac{8}{2}} = 3$$

با فرض $r_a = 6$ و $r_b = 9$ داریم:

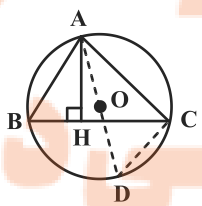
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{r_c}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{1}{18} \Rightarrow r_c = 18$$

حال اندازهٔ اضلاع مثلث را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} r_a = \frac{S}{P-a} \Rightarrow 6 = \frac{12}{4-a} \Rightarrow a = 2 \\ r_b = \frac{S}{P-a} \Rightarrow 9 = \frac{12}{4-b} \Rightarrow b = \frac{8}{3} \\ r_c = \frac{S}{P-c} \Rightarrow 18 = \frac{12}{4-c} \Rightarrow c = \frac{10}{3} \end{cases}$$

(هندسه ۲: دایره؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۹)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** (احسان خیراللهی)



فرض کنید AD قطر دایرهٔ محیطی مثلث ABC باشد در این صورت زاویهٔ ACD، زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر و در نتیجه برابر 90° است. بنابراین داریم:

$$\left.\begin{matrix} \hat{B} & \hat{D} & \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} \\ \hat{H} & A\hat{C}D & 90^\circ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \overset{\Delta}{AHB} \sim \overset{\Delta}{ACD}$$

($\hat{B}$ و $\hat{D}$: زاویهٔ محاطی)

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{AH}{6} = \frac{5}{2\times 4} \Rightarrow AH = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$

(هندسه ۲: دایره؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** (محمد خندان)

$\overset{\Delta}{ADE}$: $C\hat{D}F$ زاویهٔ خارجی است

$$\Rightarrow C\hat{D}F = \hat{A} + \hat{E} = 3x + x = 4x$$

$\overset{\Delta}{FCD}$: $B\hat{C}D$ زاویهٔ خارجی است

$$\Rightarrow B\hat{C}D = \hat{F} + C\hat{D}F = 2x + 4x = 6x$$

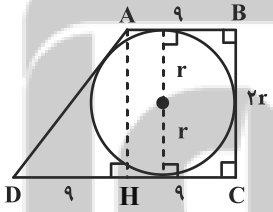
چهارضلعی $ABCD$ محاطی است، پس داریم:

$$\hat{A} + B\hat{C}D = 180^\circ \Rightarrow 3x + 6x = 180^\circ$$
$$\Rightarrow 9x = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

(هندسه ۲: دایره؛ صفحهٔ ۲۷)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** (محمد خندان)

اگر شعاع دایرهٔ محاطی ذوزنقه را با r نمایش دهیم، آن‌گاه مطابق شکل BC $2r$ است. طبق رابطهٔ چهارضلعی محیطی داریم:



$$AB + CD = AD + BC$$
$$\Rightarrow 9 + 18 = AD + 2r \Rightarrow AD = 27 - 2r$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHD داریم:

$$AD^2 = AH^2 + HD^2 \Rightarrow (27-2r)^2 = (2r)^2 + 9^2$$
$$\Rightarrow 729 - 108r + 4r^2 = 4r^2 + 81$$
$$\Rightarrow 108r = 648 \Rightarrow r = 6$$

(هندسه ۲: دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

تاشیر مسیر موفقیت

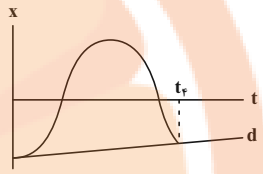
فیزیک ۳

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

به بررسی هر یک از عبارات می‌پردازیم:

الف) درست: در لحظه‌هایی که متحرک از مبدأ مختصات عبور می‌کند $(t_۳, t_۱)$، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.

ب) درست: شیب خط واصل بین دو لحظه از نمودار مکان – زمان، سرعت متوسط بین آن دو لحظه را نشان می‌دهد.



با توجه به شکل چون شیب خط d مثبت است، پس بردار سرعت متوسط بین دو لحظهٔ صفر تا $t_۴$ در جهت محور x است.

پ) نادرست: فقط در لحظه $t_۲$ جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

ت) نادرست: متحرک در لحظهٔ $t_۲$ بیشترین فاصله را از نقطهٔ شروع حرکت خود (مبدأ حرکت) دارد.

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

سرعت متوسط، جابه‌جایی در واحد زمان است و طبق صورت سؤال، در ۸ ثانیهٔ اول حرکت این متحرک، اندازهٔ آن برابر با $۴/۵ \frac{m}{s}$ است. پس:

$$|v_{av}| \quad \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۴/۵ = \frac{|۰ - x_۰|}{۸} \Rightarrow x_۰ = ۳۶m$$

مسافت طی شده در ۸ ثانیهٔ اول حرکت برابر است:

$$\ell \quad (۵۶-۳۶) + |۰-۵۶| = ۷۶m$$

بنابراین تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} \quad \frac{\ell}{\Delta t} \quad \frac{۷۶}{۸} \Rightarrow s_{av} = ۹/۵ \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

در نمودار مکان – زمان، شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار، سرعت متوسط را نشان می‌دهد. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار، سرعت را نشان می‌دهد. با توجه به این نکات، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ (۱): در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۳$ شیب خط واصل منفی است، در نتیجه سرعت متوسط در این بازه منفی است. از لحظهٔ $t_۱$ تا $t_۲$، اندازهٔ شیب خط مماس افزایش و از لحظهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ اندازهٔ شیب خط مماس کاهش می‌یابد. پس از $t_۱$ تا $t_۲$ تندی متحرک در حال افزایش و از $t_۲$ تا $t_۳$ تندی متحرک در حال کاهش است.

گزینهٔ (۲): از $t_۱$ تا $t_۲$ سرعت متوسط منفی و تندی متحرک در حال افزایش است.

گزینهٔ (۳): در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$، سرعت متوسط منفی و تندی در حال کاهش است.

گزینهٔ (۴): در بازهٔ زمانی $t_۳$ تا $t_۴$، سرعت متوسط مثبت و تندی در حال افزایش است.

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۶۴- **گزینهٔ «۱»** *(سیدعلی میرنوری)*

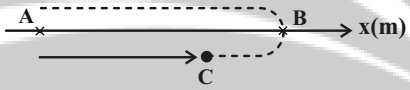
با توجه به رابطهٔ تندی متوسط، زمان حرکت متحرک در مسیر رفت از A تا B را محاسبه می‌کنیم:

$$s_{av} \quad \frac{\ell_۱}{\Delta t_۱} \xrightarrow[\ell_۱ = ۱۰۰m]{s_{av} = ۲۰ \frac{m}{s}} ۲۰ = \frac{۱۰۰}{\Delta t_۱} \Rightarrow \Delta t_۱ = ۵s$$

چون در مدت $۷/۵s$، متحرک $۵s$ را در جهت محور رفته و بلافاصله برگشته، پس زمان برگشت $۲/۵s$ خواهد بود. در این مدت مقدار جابه‌جایی‌اش برابر است با:

$$v_۲ \quad \frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲} \xrightarrow[\Delta t_۲ = ۲/۵s]{v_۲ = ۱۰ \frac{m}{s}} ۱۰ = \frac{\Delta x_۲}{۲/۵} \Rightarrow \Delta x_۲ = ۲۵m$$

سپس با توجه به نمودار مسیری که در زیر رسم شده، کل جابه‌جایی متحرک در این $۷/۵s$ با فاصلهٔ AC برابر است که داریم:



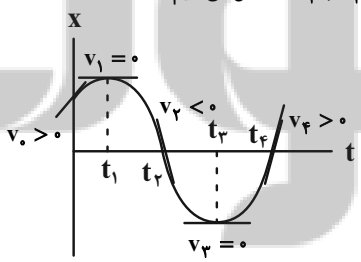
$$\Delta x_t = ۱۰۰ - ۲۵ = ۷۵m$$

$$v_{av} \quad \frac{\Delta x_t}{\Delta t_t} = \frac{۷۵}{۷/۵} \Rightarrow v_{av} = ۱۰ \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

می‌دانیم که در نمودار مکان – زمان، شیب خط مماس بر نمودار، سرعت متحرک را نشان می‌دهد. پس علامت سرعت را مطابق شکل در لحظه‌های صفر، $t_۱$، $t_۲$، $t_۳$ و $t_۴$ مشخص می‌کنیم.



از طرفی می‌دانیم وقتی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن مثبت و وقتی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن منفی است. در نتیجه با توجه به رابطه‌های v_{av} و $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ و a_{av} و $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ در بازه‌های داده شده، علامت v_{av} و a_{av} را مشخص می‌کنیم.

گزینهٔ (۱)، بازهٔ زمانی صفر تا t_1:

$$\Delta x>0 \Rightarrow v_{av}>0 \ , \ a_{av}=\frac{v_1-v_0}{\Delta t} \xrightarrow{v_0>0} a_{av}<0$$

گزینهٔ (۲)، بازهٔ زمانی t_2 تا t_3:

$$\Delta x<0 \Rightarrow v_{av}<0 \ , \ a_{av}=\frac{v_3-v_2}{\Delta t} \xrightarrow{v_2<0} a_{av}>0$$

گزینهٔ (۳)، بازهٔ زمانی صفر تا t_3:

$$\Delta x<0 \Rightarrow v_{av}<0 \ , \ a_{av}=\frac{v_3-v_0}{\Delta t} \xrightarrow{v_0>0} a_{av}<0$$

گزینهٔ (۴)، بازهٔ زمانی t_1 تا t_4:

$$\Delta x<0 \Rightarrow v_{av}<0 \ , \ a_{av}=\frac{v_4-v_1}{\Delta t} \xrightarrow{v_4>0} a_{av}>0$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(سیدعلی میرنوری)*

با توجه به تعریف شتاب متوسط، تغییر سرعت در دو ثانیهٔ اول و سه ثانیهٔ بعد از آن‌را می‌یابیم.

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 1/5\vec{i}=\dfrac{\vec{v}_2-\vec{v}_0}{2} \Rightarrow \vec{v}_2-\vec{v}_0=3\vec{i}\ \dfrac{m}{s} \\ -\dfrac{5}{3}\vec{i}=\dfrac{\vec{v}_5-\vec{v}_2}{3} \Rightarrow \vec{v}_5-\vec{v}_2=-5\vec{i}\ \dfrac{m}{s} \end{cases}$$

حال تغییر سرعت در پنج ثانیهٔ اول و پس از آن شتاب متوسط را در این پنج ثانیه می‌یابیم.

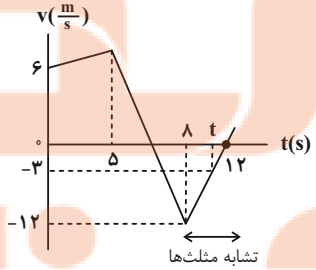
$$\begin{cases} \vec{v}_2-\vec{v}_0=3\vec{i} \\ \vec{v}_5-\vec{v}_2=-5\vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_5-\vec{v}_0=-2\vec{i}\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\vec{a}_{av}=\frac{\vec{v}_5-\vec{v}_0}{\Delta t}=\frac{-2\vec{i}}{5} \Rightarrow \vec{a}_{av}=-0/4\vec{i}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

سومین بار در لحظه‌ای بین $8s$ و $12s$ تندی متحرک نصف تندی اولیه یعنی $3\frac{m}{s}$ می‌شود. برای محاسبهٔ این زمان، داریم:



$$\text{تشابه مثلث‌ها} \Rightarrow \frac{12}{3}=\frac{12-8}{12-t} \Rightarrow t=11s$$

$$\xrightarrow{t=0} v_0=6\frac{m}{s} \ , \ \xrightarrow{t=11s} v_{11}=-3\frac{m}{s}$$

$$a_{av}=\frac{v_{11}-v_0}{11-0}=\frac{-3-6}{11}=\frac{-9}{11}\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}|=\frac{9}{11}\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمسعود حاجی‌مرادی)*

با توجه به اینکه تندی متحرک A به اندازهٔ $16\frac{m}{s}$ از تندی متحرک B بیشتر است، پس جابه‌جایی متحرک A تا لحظهٔ $t=30s$ به اندازهٔ $480m$ از جابه‌جایی متحرک B بیشتر است. در نتیجه با توجه به نمودار، چون در ابتدا متحرک A به اندازهٔ $430m$ از متحرک B عقب است، در لحظهٔ $t=30s$، متحرک A، $50m$ از متحرک B جلوتر خواهد بود.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گونه)*

با توجه به این‌که $BC=0/6AB$ است، پس می‌توان نتیجه گرفت که $AC=AB-0/6AB=0/4AB$ است. از طرفی چون هر دو متحرک در نقطهٔ C از کنار یکدیگر عبور می‌کنند. پس تا قبل از رسیدن به C زمان سپری شده برای هر دو متحرک یکسان است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |\Delta x_{AC}|=|v_1|t \\ |\Delta x_{BC}|=|v_2|t \end{cases} \Rightarrow \frac{|\Delta x_{AC}|}{|\Delta x_{BC}|}=\frac{|v_1|}{|v_2|}$$

$$\xrightarrow[|\Delta x_{BC}|=0/6|\Delta x_{AB}|]{|\Delta x_{AC}|=0/4|\Delta x_{AB}|} \left|\frac{v_1}{v_2}\right|=\frac{2}{3}$$

هنگامی‌که دو متحرک از کنار یکدیگر عبور کردند، متحرک (۱) جابه‌جایی BC و متحرک (۲) جابه‌جایی AC را خواهد داشت، پس داریم:

$$\begin{cases} |\Delta x_{AC}|=|v_2|t_2 \\ |\Delta x_{BC}|=|v_1|t_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{|\Delta x_{AC}|}{|\Delta x_{BC}|}=\left|\frac{v_2}{v_1}\right|\times\frac{t_2}{t_1}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{3}{2}\times\frac{20}{t_1} \Rightarrow t_1=45s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(بابک اسلامی)*

ابتدا سرعت حرکت قطار را بر حسب متر بر ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$v \quad 88/2\frac{km}{h} \quad \frac{88/2}{3/6}\frac{m}{s} \quad 24/5\frac{m}{s}$$

چون طول پل بزرگتر از طول قطار است، بنابراین در طول حرکت قطار روی پل، حتماً لحظه‌هایی وجود دارد که قطار به‌طور کامل روی پل قرار دارد. از لحظه‌ای که قطار در آستانهٔ ورود به پل است تا لحظه‌ای که به‌طور کامل روی پل قرار می‌گیرد، قطار مسافتی را به اندازهٔ طول خود طی می‌کند. این مدت زمان برابر است با:

$$\Delta x=vt \Rightarrow 196=24/5t \Rightarrow t=8s$$

با همین استدلال برای لحظه‌ای که قطار در آستانهٔ خروج از روی پل است تا زمانی‌که به‌طور کامل از روی پل عبور می‌کند، مدت زمان همان $8s$ به‌دست می‌آید. بنابراین در مجموع قطار به مدت $16s$ به‌طور کامل روی پل قرار ندارد.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

فیزیک ۱

۷۱- گزینهٔ «۳» *(مهری سلطانی)*

این الگو مربوط به یک جامد بلورین مانند نمک می‌باشد که از طرح منظمی تشکیل شده است.

موارد «الف»، «پ» و «ت» صحیح هستند.

مورد «ب» غلط است چون شیشه جامد بی شکل است.

(فیزیک ۱ – ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۷۲- گزینهٔ «۴» *(حسین مفرومی)*

با توجه به بیشتر بودن نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه نسبت به نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب، سطح آب در لولهٔ مویین بالاتر از سطح آب درون ظرف قرار می‌گیرد. از طرفی هر چه سطح مقطع لولهٔ مویین کوچکتر باشد، ارتفاع آب در آن بیشتر خواهد بود. با این توضیحات، گزینهٔ (۴) صحیح است.

(فیزیک ۱ – ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۷۳- گزینهٔ «۱» *(محمدعلی راست‌پیمان)*

با توجه به شکل، فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B برابر است با:

$$\Delta h = ۴۵ - ۱۵ = ۳۰cm$$

اختلاف فشار دو نقطهٔ A و B برابر است با:

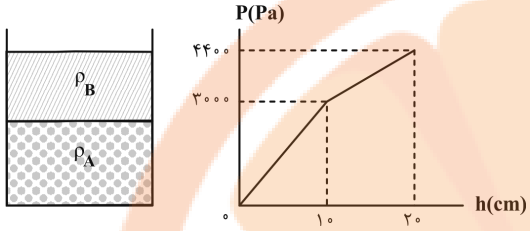
$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow ۷/۵\times۱۰^{۳} = \rho \times ۱۰ \times ۰/۳$$

$$\Rightarrow \rho = ۲/۵\times۱۰^{۳}\ \frac{kg}{m^{۳}} \Rightarrow \rho = ۲/۵\ \frac{g}{cm^{۳}}$$

(فیزیک ۱ – ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۴- گزینهٔ «۴» *(مصطفی کیانی)*

ابتدا چگالی مایع‌های A و B را می‌یابیم. بنا به رابطهٔ $P = P_۰ + \rho gh$، شیب نمودار P برحسب h برابر ρg است. داریم:



$$\rho_A g = \text{شیب خط ۱} = \frac{۳۰۰۰-۰}{۰/۱-۰} \Rightarrow \rho_A \times ۱۰ = \frac{۳۰۰۰}{۰/۱}$$

$$\Rightarrow \rho_A = ۳۰۰۰kg/m^{۳} = ۳g/cm^{۳}$$

$$\rho_B g = \text{شیب خط ۲} = \frac{۴۴۰۰-۳۰۰۰}{۰/۲-۰/۱} \Rightarrow \rho_B \times ۱۰ = \frac{۱۴۰۰}{۰/۱}$$

$$\Rightarrow \rho_B = ۱۴۰۰kg/m^{۳} = ۱/۴g/cm^{۳}$$

اکنون چگالی مخلوط را می‌یابیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_A = ۳g/cm^{۳},\rho_B = ۱/۴g/cm^{۳}]{V_A = ۱۰۰۰cm^{۳},V_B = ۵۰۰cm^{۳}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{۳\times۱۰۰۰ + ۱/۴\times۵۰۰}{۱۰۰۰+۵۰۰}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{۳۷}{۱۵}\frac{g}{cm^{۳}} = \frac{۳۷۰۰۰}{۱۵}\frac{kg}{m^{۳}}$$

بنابراین فشار کل در عمق ۱۵۰ سانتی‌متری مخلوط دو مایع برابر است با:

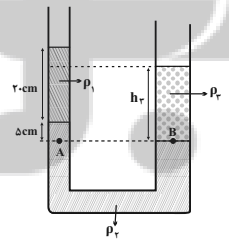
$$P = P_۰ + \rho_{\text{مخلوط}} gh \xrightarrow[P_۰ = ۱۰۰۰۰۰Pa]{h = ۱۵۰cm = ۱/۵m}$$

$$P = ۱۰۰۰۰۰ + \frac{۳۷۰۰۰}{۱۵}\times۱۰\times۱/۵ \Rightarrow P = ۱۳۷۰۰۰Pa$$

(فیزیک ۱ – ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۵- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

در شکل زیر، فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است. بنابراین داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_۱ h_۱ + \rho_۲ h_۲ = \rho_۳ h_۳$$

$$\Rightarrow ۰/۸\times۲۰ + ۲/۴\times۵ = \rho_۳ h_۳$$

$$\Rightarrow \rho_۳ h_۳ = ۲۸\frac{g}{cm^{۲}}$$

اکنون جرم مایع سوم برابر است با:

$$m_۳ = \rho_۳ V_۳ = \rho_۳ A h_۳$$

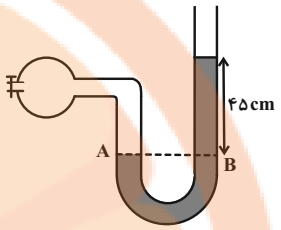
$$\Rightarrow m_۳ = (\rho_۳ h_۳).A \Rightarrow ۸۴ = ۲۸A \Rightarrow A = ۳cm^{۲}$$

(فیزیک ۱ – ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

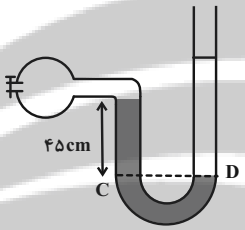
۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا فشار مخزن را در حالت اولیه محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$P_A \quad P_B \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = P_{\circ} + P_{\text{جیوه}} = ۷۵ + ۴۵ = ۱۲۰\text{cmHg}$$



برای این‌که دوباره اختلاف ارتفاع جیوهٔ درون لوله برابر با ۴۵cm شود، باید فشار هوای درون مخزن را کاهش دهیم تا از فشار هوا کم‌تر گردد. در این حالت داریم:



$$P_C \quad P_D \Rightarrow P'_{\text{مخزن}} + P_{\text{جیوه}} = P_{\circ} \Rightarrow P'_{\text{مخزن}} = P_{\circ} - P_{\text{جیوه}}$$
$$\Rightarrow P'_{\text{مخزن}} = ۷۵ - ۴۵ = ۳۰\text{cmHg}$$

آنگاه داریم:

$$\Delta P = P'_{\text{مخزن}} - P_{\text{مخزن}} = ۳۰ - ۱۲۰ = -۹۰\text{cmHg}$$

(فیزیک ۱ — ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

فشار وارد بر یک مایع بدون هیچ تغییری به تمام نقاط مایع منتقل می‌شود، داریم:

$$\Delta P = (\rho gh)_{\text{آب}} = ۵\text{cmHg} \Rightarrow (\rho_۱ h_۱)_{\text{آب}} = (\rho_۲ h_۲)_{\text{جیوه}}$$
$$\Rightarrow ۱ \times h = ۵ \times ۱۳/۶ \Rightarrow h = ۶۸\text{cm}$$

یعنی ارتفاع ستون آب درون ظرف باید به ۶۸cm برسد، داریم:

$$\Delta h = ۷۶ - ۶۸ = ۸\text{cm}$$

بنابراین باید ۸cm از ارتفاع آب بکاهیم. داریم:

$$m \quad \rho \Delta V = ۱ \times ۱۰ \times ۸ = ۸۰\text{g}$$

(فیزیک ۱ — ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(بابک اسلامی)*

برای جسمی که در سطح یک شاره شناور است، همواره اندازهٔ نیروی شناوری وارد بر جسم که بالاسو است، با اندازهٔ نیروی وزن وارد بر جسم که به سمت پایین است، برابر می‌باشد.

(فیزیک ۱ — ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به معادلهٔ پیوستگی، در قسمتی که سطح مقطع لوله کم باشد، تندی شاره بیشتر است. پس داریم: $v_B > v_C > v_A$

از طرفی با توجه به اصل برنولی، وقتی تندی شاره افزایش می‌یابد، فشار کاهش می‌یابد.

$$P_B < P_C < P_A$$

پس گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست‌اند.

برای گزینهٔ «۳» داریم:

$$A_B v_B \quad A_C v_C \xrightarrow{A\ \pi\frac{d^۲}{۴}} \frac{d^۲}{۹} v_B = \frac{d^۲}{۴} v_C$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{۹}{۴} v_C = ۲/۲۵ v_C$$

در گزینهٔ «۴» داریم:

$$A_C v_C \quad A_A v_A \Rightarrow \frac{d^۲}{۴} v_C = d^۲ v_A \Rightarrow v_C = ۴ v_A$$

پس گزینه «۴» هم نادرست است.

(فیزیک ۱ — ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسین مفرومی)*

۱) تندی هوا باعث کاهش فشار هوای بیرون کامیون می‌شود و برزنت آن پف می‌کند.

۲) تندی هوا در زیر بال هواپیما کمتر ولی فشار آن بیشتر است.

۳) با وزش باد تندی هوا بیشتر و فشار هوا کمتر و ارتفاع امواج بیشتر می‌شود.

۴) کاربرد اصل برنولی است.

(فیزیک ۱ — ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

تلاشی در مسیر موفقیت

فیزیک ۲

۸۱- گزینهٔ «۴» *(احسان محمدی)*

بر اساس خطوط میدان الکتریکی اطراف دو بار الکتریکی منفی، در حرکت از A تا B، ابتدا در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم، بنابراین پتانسیل الکتریکی نقاط میدان کاهش می‌یابد، سپس در خلاف جهت خط‌های میدان حرکت می‌کنیم و بنابراین پتانسیل نقاط میدان افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۸۲- گزینهٔ «۴» *(امیرمسعود حاجی‌مرادی)*

می‌دانیم جسمی که در تعادل الکتروستاتیک قرار دارد، پتانسیل الکتریکی در همهٔ نقاط آن برابر است. بنابراین کنده شدن بار آزمون q_0 از هر نقطه‌ای از جسم دوکی شکل، تأثیری در تندی آن هنگام رسیدن به سطح S ندارد.

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

۸۳- گزینهٔ «۱» *(زهره آقامحمدی)*

چون اتلاف انرژی نداریم، با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$\Delta U = -\Delta K = -(۴\times۱۰^{-۳}) = -۴\times۱۰^{-۳}\,J$$

برای محاسبه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q}$$

$$\xrightarrow[q=-۱۰\times۱۰^{-۶}C, V_A=-۱۰۰V]{\Delta U=-۴\times۱۰^{-۳}J}$$

$$V_B-(-۱۰۰) = \frac{-۴\times۱۰^{-۳}}{-۱۰\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow V_B = ۳۰۰V$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۸۴- گزینهٔ «۲» *(غلامرضا محبی)*

بار یک جسم رسانا در سطح خارجی جسم توزیع می‌شود. بار در هر دو حالت یکسان است، ولی سطح خارجی که بار روی آن توزیع می‌شود، در حالت اول معادل مساحت کرهٔ B و در حالت دوم معادل مساحت هر دو کره می‌باشد.

$$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{Q_1\ Q_2} \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{A_2}{A_1} > ۱ \Rightarrow \sigma_2 < \sigma_1$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۸۵- گزینهٔ «۲» *(بابک اسلامی)*

وقتی دو کرهٔ رسانای مشابهٔ باردار با یکدیگر تماس پیدا می‌کنند و از هم جدا می‌شوند، بار نهایی آن‌ها با یکدیگر برابر می‌شود.

$$q_1' \quad q_2' = \frac{q_1+q_2}{۲} = \frac{۴+۸}{۲} = ۶\mu C$$

حال با توجه به رابطهٔ چگالی سطحی بار، داریم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sigma_1'}{\sigma_1} = \frac{q_1'}{q_1} = \frac{۶}{۴} = ۱/۵ \\ \frac{\sigma_2'}{\sigma_2} = \frac{q_2'}{q_2} = \frac{۶}{۸} = ۰/۷۵ \end{cases}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۸۶- گزینهٔ «۴» *(پویا شمشیری)*

(۱) $C \quad \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$ با توجه به رابطهٔ (۱) ظرفیت خازن دو برابر می‌شود.

با توجه به رابطهٔ (۲) و ثابت بودن V، بار خازن دو برابر می‌شود.

(۲) $Q \quad CV$

با توجه به رابطهٔ (۳) و ثابت بودن V، انرژی خازن دو برابر می‌شود.

(۳) $U = \frac{1}{2}CV^2$

با توجه به رابطهٔ (۴) و ثابت بودن V، اندازهٔ میدان بین صفحات خازن دو برابر می‌شود.

(۴) $E = \frac{V}{d}$

(فیزیک ۲ – الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

ابتدا از رابطه $Q = CV$ استفاده می‌کنیم.

$$Q' - Q = C(V - V') \Rightarrow ۳۰\times۱۰^{-۶} = C(۲V - V) = CV$$

از طرفی طبق رابطه $U = \frac{1}{2}CV^2$ می‌توان نوشت:

$$\Delta U = \frac{1}{2}C(V'^2 - V^2) \Rightarrow ۳۰۰\times۱۰^{-۶} = \frac{1}{2}C(۴V^2 - V^2)$$
$$\Rightarrow CV^2 = ۲\times۱۰^{-۴}\,J$$

دو رابطهٔ به‌دست آمده را در یک دستگاه حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} CV^2 = ۲\times۱۰^{-۴} \\ CV = ۳\times۱۰^{-۵} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} V = \frac{۲۰}{۳}V$$

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{۳\times۱۰^{-۵}}{\frac{۲۰}{۳}} = ۴/۵\times۱۰^{-۶}\,F = ۴/۵\mu F$$

(فیزیک ۲ – الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \xrightarrow{C=\frac{Q}{V}} \frac{Q}{V} = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{V}{d} = \frac{Q}{\kappa\varepsilon_۰ A}$$

می‌دانیم $E = \frac{V}{d}$ بنابراین:

$$E = \frac{Q}{\kappa\varepsilon_۰ A} = \frac{۲/۷\times۱۰^{-۶}}{۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۱۰\times۱۰^{-۴}} = ۳\times۱۰^{۸}\,\frac{V}{m}$$

(فیزیک ۲ – الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به افزایش انرژی خازن، پس بار خازن افزایش یافته است. یعنی بار منتقل شده از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی خازن، منفی است. با توجه به رابطهٔ انرژی خازن، داریم:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \xrightarrow{\text{ثابت } C} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 \xrightarrow{U_2 = ۱/۴۴U_1}$$

$$۱/۴۴ = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = ۱/۲ \Rightarrow Q_2 = ۱/۲Q_1$$

$$\xrightarrow{Q_2 = Q_1 + |q|} Q_1 + |q| = ۱/۲Q_1 \Rightarrow |q| = ۰/۲Q$$
$$\xrightarrow{Q_1 = ۲mC} |q| = ۰/۴mC \Rightarrow q = -۰/۴mC$$

(فیزیک ۲ – الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره شده در خازن، ابتدا انرژی ذخیره شده در خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow[V = ۲۰V]{C = ۸\mu F = ۸\times۱۰^{-۶}F} U = \frac{1}{2}\times۸\times۱۰^{-۶}\times۲۰^2$$

$$\Rightarrow U = ۱/۶\times۱۰^{-۳}\,J$$

اکنون توان متوسط تخلیهٔ انرژی خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{P} = \frac{U}{t} \xrightarrow[U = ۱/۶\times۱۰^{-۳}J]{t = ۰/۲ms} \bar{P} = \frac{۱/۶\times۱۰^{-۳}}{۰/۲\times۱۰^{-۳}} = ۸W = ۰/۰۰۸kW$$

(فیزیک ۲ – الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

تلاشی درمسیر موفقیت

فیزیک ۱

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(محسن قندچلر)*

عبارت (الف) و (پ) صحیح می‌باشند.

عبارت (ب): آب تا جایی بالا می‌رود که وزن آب بالا آمده در لوله، با نیروی دگرچسبی بین آب و شیشه برابر شود.

(فیزیک ۱ – ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

فشار کل در عمق h از یک مایع برابر است با: $P = \rho gh + P_0$

$$P = 1250\times 10\times 0/4 + 95000 = 100000\,Pa = 100\,kPa$$

اگر در عمق h' فشار را با P' نشان دهیم، داریم:

$$P' = 1/05P \Rightarrow \rho gh' + P_0 = 1/05\times(100000)$$
$$\Rightarrow 1250\times 10\times h' = 10000 \Rightarrow h' = 0/8\,m = 80\,cm$$

پس اگر $40\,cm$ دیگر پایین برویم، فشار کل ۵ درصد افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

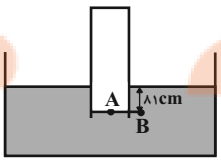
۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا با مساوی قرار دادن فشار نقاط هم‌تراز در مایع ساکن شکل (۱)، فشار هوای محیط را محاسبه می‌کنیم. فشار هوای محیط در شکل (۱) معادل فشار ۶/۳ متر از این مایع است.

$$P_{cmHg} = \frac{(\rho h)_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{1/5\times 630}{13/5} = 70\,cmHg$$
$$\Rightarrow P_0 = 70\,cmHg$$

اکنون در شکل (۲) با مساوی قرار دادن فشار نقاط A و B داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{هوا}} = P_{\text{مایع}} + P_0$$



که در آن $P_{\text{مایع}}$ برابر است با:

$$P_{\text{مایع}} = \frac{(\rho h)_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{1/5\times 81}{13/5} = 9\,cmHg$$
$$\Rightarrow P_{\text{هوا}} = 9 + 70 = 79\,cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

اولاً قبل از ریختن روغن بر روی سطح آب، سطح آزاد آب در هر سه شاخه در یک ارتفاع قرار دارد و بعد از ریختن روغن، سطح آزاد آب در دو شاخهٔ دیگر در یک ارتفاع قرار می‌گیرد.

ثانیاً باید ببینیم که فشار تولیدی توسط ستون روغن معادل فشار چه ستونی از آب است:

$$(\rho h)_{\text{روغن}} = (\rho h)_{\text{آب}} \Rightarrow 0/8\times 70 = 1\times h \Rightarrow h = 56\,cm$$

پس فرض می‌کنیم ستونی از آب به ارتفاع $56\,cm$ h به لولهٔ سمت راست اضافه می‌کنیم:

این حجم از سیال $(V = Ah)$ در سه شاخه تقسیم می‌شود و ارتفاع سطح آب در سه شاخه به اندازهٔ h' بالا می‌برد به طوری‌که می‌توان گفت:

$$Ah = Ah' + 2Ah' + 4Ah' \Rightarrow h' = \frac{h}{7} = \frac{56}{7} = 8\,cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به اینکه $m_1 = m$ و $m_2 = 2m$ است داریم:

$$m_2 = 2m_1 \xrightarrow{m = \rho V} \rho_2 V_2 = 2\rho_1 V_1 \xrightarrow{V = Ah}$$
$$\rho_2 h_2 = 2\rho_1 h_1 \Rightarrow 2/25\times h_2 = 2\times 2/7 h_1 \Rightarrow h_2 = 2/4 h_1 \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$h_1 + h_2 = 68\,cm \xrightarrow{(1)} 3/4 h_1 = 68 \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 20\,cm \\ h_2 = 48\,cm \end{cases}$$

اکنون فشار ناشی از هر کدام از مایع‌ها را برحسب $cmHg$ محاسبه می‌کنیم:

$$P_{cmHg} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \Rightarrow P_1 = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_{Hg}} = \frac{2/7\times 20}{13/5} = 4\,cmHg$$
$$P_2 = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_{Hg}} = \frac{2/25\times 48}{13/5} = 8\,cmHg$$

در نتیجه مجموع فشار ناشی از دو مایع در کف ظرف برابر است با:

$$P_1 + P_2 = 12\,cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

تلاش در مسیر موفقیت

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(بهنام رستمی)*

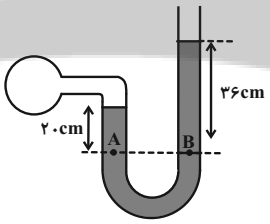
وقتی سطح جیوه داخل دو شاخه یکسان می‌شود که فشار ناشی از ستون آب با فشار ناشی از ستون مایع به چگالی ρ برابر شود. بنابراین فشار ستونی از آب که باید برداشته شود با فشار ناشی از ستون جیوه به ارتفاع $۰/۸cm$ برابر است. بنابراین داریم:

$$\rho_{آب}h_{آب}=\rho_{جیوه}h_{جیوه}\Rightarrow ۱\times h_{آب}=۱۳/۶\times ۰/۸$$
$$\Rightarrow h_{آب}=۱۰/۸۸cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود قره‌خانی)*

فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است. بنابراین:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}+(\rho gh)_{جیوه}=P_{۰}+(\rho gh)_{مایع}$$

از آنجا که سؤال، فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه خواسته، ابتدا باید فشار ستون مایع سمت راست را به $cmHg$ تبدیل کنیم:

$$(\rho gh)_{مایع}=\rho_{جیوه}gh$$
$$\Rightarrow ۱/۷\times ۳۶=۱۳/۶\times h\Rightarrow h=۴/۵cm$$

پس می‌توان نوشت:

$$P_{گاز}+۲۰cmHg=P_{۰}+۴/۵cmHg$$
$$\Rightarrow P_{گاز}-P_{۰}=۴/۵cmHg-۲۰cmHg\Rightarrow P_g=-۱۵/۵cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۸- **گزینهٔ «۳»** *(بابک اسلامی)*

وقتی جسمی در شاره‌ای قرار می‌گیرد، نیروی بالاسوی خالصی به نام نیروی شناوری بر آن وارد می‌شود که ناشی از اختلاف فشار وارد بر جسم در بالا و پایین آن است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(حسام نادری)*

طبق اصل برنولی، هر جا تندی شاره بیشتر باشد، فشار کمتر است و طبق معادلهٔ پیوستگی، هر چه سطح مقطع کوچکتر باشد، تندی شاره بیشتر است یعنی:

$$P\propto A\propto \frac{۱}{v}$$

پس در شکل سؤال، تندی در ناحیهٔ (۱) بیشتر از ناحیهٔ (۲) و در نتیجه فشار کمتر می‌شود و مایع در شاخهٔ راست لولهٔ U شکل بالا می‌آید و با توجه به اختلاف فشار داده شده بین دو شاخه داریم:

$$P_۲-P_۱=۱۰cmHg$$
$$\Delta P=\rho g\Delta h$$
$$\Rightarrow ۶/۸\times g\times \Delta h=۱۳/۶\times g\times ۱۰\Rightarrow \Delta h=۲۰cm$$

مایع در شاخهٔ راست بالا می‌آید و اختلاف سطح آن با شاخهٔ سمت چپ $۲۰cm$ می‌شود.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰ و ۴۳ تا ۴۷)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی واثقی)*

تندی حرکت شاره: هر چه سطح مقطع لوله کمتر باشد، تندی حرکت شاره بیشتر است، پس:

$$v_B>v_A$$

فشار شاره: طبق اصل برنولی، هر چه تندی حرکت شاره بیشتر باشد، فشار شاره کمتر است، پس:

$$P_A>P_B$$

آهنگ شارش حجمی شاره: حجم شاره عبوری در واحد زمان یا همان آهنگ شارش حجمی شاره در تمامی مقطع لوله ثابت است.

جرم شاره عبوری در واحد زمان: چون شاره تراکم‌ناپذیر است و چگالی آن ثابت است، پس جرم شاره عبوری در واحد زمان نیز در تمامی مقطع لوله ثابت است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

شیمی ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

برای این منظور محلول پتاسیم هیدروکسید لازم است.

بررسی برخی گزینه‌ها:

۱) زیرا این ترکیب در آب نامحلول است.

۴) به ازای هر گروه استری ۲ پیوند یگانه $C-O$ وجود دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱۰۲- **گزینهٔ «۱»** *(ارژنگ خاندری)*

بررسی موارد:

مورد اول نادرست است. مثلاً روغن زیتون $(C_{57}H_{104}O_6)$ در آب نامحلول است.

مورد دوم درست است. به ازای مصرف ۲ مول $R-COONa$ ، یک مول $(R-COO)_2Ca$ تولید می‌شود.

مورد سوم درست است.

مورد چهارم درست است.

مورد پنجم درست است. بخش هیدروکربنی پاک‌کننده صابونی با قطرهٔ چربی جاذبه برقرار می‌کند و قسمت آنیونی روی سطح قطره باقی می‌ماند. در نتیجه سطح ذره دارای بار منفی می‌گردد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۹ و ۱۲)

۱۰۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین طیبی)*

ابتدا غلظت یون کلسیم را به مولار تبدیل می‌کنیم.

$$a \quad ppm \times 10^{-4} \Rightarrow a = 64 \times 10^{-4} \Rightarrow C_M = \frac{10 \times a \times d}{\text{جرم مولی}}$$

$$= \frac{10 \times 64 \times 10^{-4} \times 1}{40} \quad 16 \times 10^{-4} mol.L^{-1}$$

$$\left[X^{2+}\right] \quad \left[Ca^{2+}\right] + \left[Mg^{2+}\right]$$

$$= 16 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$$

واکنش موازنه شده:

$$3X^{2+} + 2Na_3PO_4 \rightarrow 6Na^+ + X_3(PO_4)_2$$

$$?g \text{ پودر} \quad 3L \text{ آب سخت} \times \frac{2 \times 10^{-3} mol\, X^{2+}}{1L \text{ آب سخت}} \times \frac{2 mol\, Na_3PO_4}{3 mol\, X^{2+}}$$

$$\times \frac{164 g\, Na_3PO_4}{1 mol\, Na_3PO_4} \times \frac{100 g \text{ پودر}}{41 g\, Na_3PO_4} = 1/6 g \text{ پودر}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۹)

۱۰۴- **گزینهٔ «۳»** *(ارژنگ خاندری)*

گزینهٔ «۱»: این واکنش گرماده است نه گرماگیر.

گزینهٔ «۲»: پاک‌کنندهٔ خورنده می‌تواند خاصیت اسیدی داشته باشد یا خاصیت بازی!

گزینهٔ «۴»: پاک‌کنندهٔ صابونی فقط بر اساس بر هم کنش فیزیکی با آلاینده عمل می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین طیبی)*

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: نادرست- بازها در سطح پوست مانند صابون احساس لیزی ایجاد می‌کنند و به آن آسیب نیز می‌رسانند.

مورد دوم: نادرست- اسید معده، هیدروکلریک اسید می‌باشد نه سولفوریک اسید!

مورد سوم: نادرست- سوآنت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

مورد چهارم: نادرست – طبق نظریهٔ آرنیوس اگر در محلولی $\left[H_3O^+\right] \quad \left[OH^-\right]$ باشد، آن محلول خاصیت اسیدی یا بازی ندارد و خنثی می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهند پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند. سوانت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) درست، فرمول آهک، CaO می‌باشد و برای این منظور از آهک استفاده می‌شود.

۲) درست. HCl یک اسید آرنیوس به شمار می‌رود، زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدرونیوم می‌شود.

۳) درست

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

به کمک مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را تشخیص داد اما نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی بودن یا بازی بودن یک محلول اظهارنظر کرد.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) $N_2O_5(s)+H_2O(l)\rightarrow 2H^+(aq)+2NO_3^-(aq)$

$$?\,mol\,NO_3^- \quad 10/8\,g\,N_2O_5\times\frac{1\,mol\,N_2O_5}{108\,g\,N_2O_5}\times\frac{2\,mol\,NO_3^-}{1\,mol\,N_2O_5}$$

$$0/2\,mol\,NO_3^-$$

نیتریک اسید (HNO_3) یک اسید قوی است و تقریباً به طور کامل یونیده می‌شود.

۳) درست، زیرا در غلظت یکسان در محلول هیدروکلریک اسید، شمار یون‌ها (Cl^-, H^+) بیشتر است.

۴) $K_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow 2KOH(aq)$

$$?\,mol\,OH^- \quad 0/4\,mol\,K_2O\times\frac{2\,mol\,KOH}{1\,mol\,K_2O}$$

$$\times\frac{1\,mol\,OH^-}{1\,mol\,KOH}=0/8\,mol\,OH^-$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

در اسید ضعیف با فرمول HA داریم:

$$K_a \quad \frac{(M\alpha)^2}{M-M\alpha} \quad \frac{[H^+]^2}{M(1-\alpha)} \xrightarrow[\text{اسید ضعیف}]{\alpha\simeq 0} K_a=\frac{[H^+]^2}{M}$$

چون با تغییر غلظت ثابت یونش تغییر پیدا نمی‌کند و فقط تابع دما است داریم:

$$K_{a_1} \quad K_{a_2} \rightarrow \frac{[H^+]^2_{\text{ثانویه}}}{M_{\text{ثانویه}}}=\frac{[H^+]^2_{\text{اولیه}}}{M_{\text{اولیه}}}$$

$$\rightarrow \frac{[H^+]^2_{\text{ثانویه}}}{[H^+]^2_{\text{اولیه}}}=\frac{M_{\text{ثانویه}}}{M_{\text{اولیه}}}=\frac{\frac{1}{3}M_{\text{اولیه}}}{M_{\text{اولیه}}}$$

$$[H^+]_{\text{ثانویه}}=\frac{\sqrt{3}}{3}[H^+]_{\text{اولیه}} \xrightarrow[-\log \text{بگیریم}]{\text{از طرفین}}$$

$$pH_{\text{ثانویه}} \quad -\log\frac{\sqrt{3}}{3}[H^+]_{\text{اولیه}} \quad -(\log 3^{-\frac{1}{2}}+\log[H^+]_{\text{اولیه}})$$

$$-(-\frac{1}{2}\log 3-pH_{\text{اولیه}})$$

$$pH_{\text{اولیه}}+0/25$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۱۰۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

فرض می‌کنیم در مخلوط اولیه a مول N_2O_5 و b مول $NaNO_3$ وجود داشته باشد.

$$N_2O_5(s)+H_2O\rightarrow 2HNO_3(aq)\rightarrow 2H^+(aq)+2NO_3^-(aq)$$

$$NaNO_3(s)\xrightarrow{H_2O}NaNO_3(aq)$$

$$\rightarrow Na^+(aq)+NO_3^-(aq)$$

غلظت یون نیترات در محلول نهایی را محاسبه می‌کنیم.

$$?\,mol\,NO_3^- \quad a\,mol\,N_2O_5\times\frac{2\,mol\,NO_3^-}{1\,mol\,N_2O_5}=2a\,mol\,NO_3^-$$

$$?\,mol\,NO_3^- \quad b\,mol\,NaNO_3\times\frac{1\,mol\,NO_3^-}{1\,mol\,NaNO_3}=b\,mol\,NO_3^-$$

$$\left[NO_3^-\right]=\frac{2a+b}{2}=0/6\Rightarrow 2a+b=1/2$$

$$\text{جرم مخلوط اولیه} \quad N_2O_5\text{ جرم}+NaNO_3\text{ جرم}\Rightarrow 108a+85b=71$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a & 0/5\\ b=0/2\end{cases}$$

در نتیجه غلظت یون H^+ را محاسبه می‌کنیم.

$$[H^+] \quad \frac{2\times 0/5}{2}=5\times 10^{-1}\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow pH=-\log[H^+]=-\log(5\times 10^{-1})=1-\log 5=1-0/7=0/3$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹ و ۲۴ تا ۲۷)

۱۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(حمید زبی)*

$$[H^+] \quad 10^{-pH}\Rightarrow [H^+]_1=10^{-0/7}=10^{-1+0/3}=0/2\,mol.L^{-1}$$

$$[H^+]_2 \quad 10^{-1/3} \quad 10^{-2+0/7} \quad 0/05\,mol.L^{-1}$$

$[H^+]_{\text{محلول نهایی}} = \frac{(0/2\times V)+(0/05\times V)}{2V} = 0/125 mol.L^{-1}$

$pH_{\text{نهایی}} \quad -\log[H^+] = -\log 0/125$

$-\log 125\times 10^{-3} = -(\log 5^3 + \log 10^{-3})$

$pH \quad -(2/1-3) = 0/9$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

شیمی ۱

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با دور شدن لایه‌ها از هستهٔ اتم، اختلاف سطح انرژی آن‌ها کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

درطیف نشری خطی هیدروژن در محدوده مرئی:

بنفش $n_6 \rightarrow n_2$

نیلی $n_5 \rightarrow n_2$

آبی $n_4 \rightarrow n_2$

قرمز $n_3 \rightarrow n_2$

بررسی عبارت‌های درست:

۲) با توجه به رابطهٔ $2n^2$، حداکثر گنجایش الکترونی این زیرلایه ۱۸ الکترون می‌باشد و در هرکدام از دوره‌های چهارم و پنجم جدول دوره‌ای ۱۸ عنصر وجود دارد.

۳) نخستین عنصر جدول دوره‌ای که سومین لایهٔ اتم آن پر می‌شود، $_{29}Cu$ است و در گروه ۱۱ قرار دارد.

$_{29}Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 \underbrace{3s^2 3p^6 3d^{10}}_{18e^-} 4s^1$

۴) انرژی زیرلایه‌ها به n و $(n+l)$ بستگی دارد؛ هرچه $(n+l)$ کوچک‌تر باشد، انرژی زیرلایه کمتر است. زیرلایهٔ $4d$ در دورهٔ پنجم جدول دوره‌ای شروع به پُر شدن می‌نماید.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۱۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

فقط مورد پ درست است.

بررسی موارد:

الف) حداکثر شمار الکترون‌ها در هر زیرلایه برابر $4l+2$ و در هر لایه $2n^2$ است.

ب) $(n+l)$ برای $6s$ و $4f$ به‌ترتیب برابر ۶ و ۷ است، پس $4f$ دیرتر از $6s$ الکترون می‌گیرد.

پ)

$_{32}Ge: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, \underbrace{3d^{10}}_{l\ 2\rightarrow 10e^-}, 4s^2, 4p^2$

$_{50}X$ عنصر زیرین $1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, \underbrace{3d^{10}}_{l\ 2\longrightarrow 20e^-}, 4s^2, 5p^2$

ت) $_{24}Cr: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^5, 4s^1$

$l=2 \rightarrow$ تعداد الکترون‌های با $5e^-$

$l=0 \rightarrow$ تعداد الکترون‌های با $7e^-$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۱۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

$X \rightarrow$ دوره ۵ و گروه ۱۵

$_{23}A \rightarrow$ دوره ۴ و گروه ۵

$_{43}B \rightarrow$ دوره ۵ و گروه ۷

$_{33}C \rightarrow$ دوره ۴ و گروه ۱۵

$_{15}E \rightarrow$ دوره ۳ و گروه ۱۵

$_{52}F \rightarrow$ دوره ۵ و گروه ۱۷

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ابتدا لازم است که آرایش الکترونی اتم‌های A، B و C را تعیین کنیم:

$_{37}A: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 5s^1$

$_{34}B: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^4$

$_{33}C: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^3$

اتم A از عناصر دستهٔ s می‌باشد.

$_{53}I$ عنصری از دوره پنجم جدول است در حالی که C در دورهٔ چهارم جدول جای دارد.

اتم‌های A و B در ۳ الکترون با یکدیگر اختلاف دارند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴، ۳۸ و ۳۹)

تلاشی در مسیر موفقیت

۱۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان فوابوی‌مهر)*

به ازای تشکیل هر مول Al_2O_3 ، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود، در حالی که ضمن تشکیل هر مول CaO دو مول الکترون مبادله می‌شود.

$$?e \quad 5/1g\,Al_2O_3 \times \frac{1mol\,Al_2O_3}{102g\,Al_2O_3} \times \frac{6N_A e^-}{1mol\,Al_2O_3} = 0/3N_A e^-$$

$$?e \quad 2/8g\,CaO \times \frac{1mol\,CaO}{56g\,CaO} \times \frac{2N_A\,e^-}{1mol\,CaO} = 0/1N_A e^-$$

نسبت خواسته شده برابر ۳ خواهد بود.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$2M + \frac{n}{2}O_2 \rightarrow M_2O_n$$

$$0/3mol\,M_2O_n \times \frac{2n\,mol\,e^-}{1mol\,M_2O_n} \times \frac{6/02\times10^{23}}{1mol\,e^-} = 3/612\times10^{23}$$

بنابراین بار فلز M می‌تواند برابر ۱+ و فرمول اکسید آن به صورت M_2O باشد.

جرم مولی M_2O ۶۲ $\Rightarrow 2M+16=62 \Rightarrow M = 23g.mol^{-1}$

فرمول فسفید M:

$$I)\,M^+P^{3-} \Rightarrow M_3P \Rightarrow (23\times3)+31 = 100g.mol^{-1}$$

نسبت خواسته شده برابر است با: $\Rightarrow \frac{23}{100} = 0/23$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

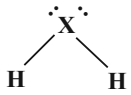
عنصری که بیرونی‌ترین زیرلایهٔ آن $3p^5$ است، در دوره سوم جدول تناوبی قرار دارد. پس عنصر X نیز در دوره سوم و گروه ۱۶ قرار دارد. در نتیجه این عنصر دارای عدد اتمی ۱۶ بوده که همان گوگرد است.

$$_{16}X: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^4$$

بررسی موارد:

الف) نادرست- در بیرونی‌ترین لایهٔ اتم آن ۶ الکترون وجود دارد.

ب) درست



پ) نادرست- $Al^{3+}X^{2-} \rightarrow Al_2X_3$

ت) درست – تعداد الکترون‌ها با $l=0$ برابر ۶ و تعداد الکترون‌ها با $l=1$ برابر ۱۰ الکترون می‌باشد، در نتیجه نسبت آن‌ها برابر $\frac{6}{10}$ است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴، ۳۶ و ۳۷ تا ۴۱)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

می‌دانیم به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع در لایهٔ تروپوسفر، دمای هوا ۶ درجهٔ سلسیوس کاهش می‌یابد.

دمای انتهای لایهٔ تروپوسفر ۲۲۱K $\Rightarrow T = \theta + 273$

$\Rightarrow \theta = -52^\circ C$

تغییرات دما $(\Delta\theta)$: $14-(-52)=66 \xrightarrow{1km\sim6^\circ C} 11km$ ارتفاع

دما در ارتفاع خواسته شده ۲۳۳K معادل $-40^\circ C$ می‌باشد.

$$-40 = -6h + 14 \Rightarrow -54 = -6h \Rightarrow h = 9km$$

$$\Rightarrow P = 1 - \frac{4\times9}{45} = \frac{1}{5} = 0/2atm$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان فوابوی‌مهر)*

گازهای A، B و C به‌ترتیب N_2 ، CO_2 و O_2 هستند.

بررسی عبارت‌ها:

* O_2 و N_2 فراوان‌ترین گازهای سازنده هواکره هستند. (نادرستی عبارت اول)

* از N_2 برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک استفاده می‌شود. (درستی عبارت دوم)

* مقایسه نقطه جوش: $N_2 < O_2 < CO_2$ (درستی عبارت سوم)

* اکسیژن در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد و $_{34}Se$ هم در این گروه قرار دارد. (درستی عبارت چهارم)

تلاشی درسی برای موفقیت

* CO_2 فراوان‌ترین ترکیب سازنده هوای پاک و خشک محسوب می‌شود. گازهای فراوان‌تر از CO_2 در هوای خشک و پاک (Ar, O_2, N_2) عنصر هستند. (درستی عبارت پنجم)

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

شیمی ۲

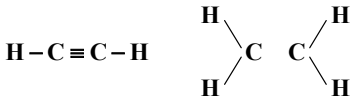
۱۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

اتم کربن افزون بر تشکیل پیوند اشتراکی یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای اشتراکی دوگانه و سه گانه را با خود و برخی اتم‌های دیگر دارد.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود و بخش اعظم نیم دیگر آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما به کار می‌رود.

۲) ساده‌ترین آلکن (C_2H_4) و ساده‌ترین آلکین (C_2H_2) به‌ترتیب دارای ۶ و ۵ پیوند اشتراکی می‌باشند.



۳) در برخی از هیدروکربن‌های نفت خام، بین اتم‌های کربن فقط پیوندهای یگانه وجود دارد، در حالی که برخی دیگر دارای یک پیوند سه گانه یا دارای یک یا چند پیوند دوگانه هستند. (مثال: اتن، بنزن و ...)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های۲۹، ۳۱، ۳۲، ۳۹ و ۴۱)

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(حمید زبی)*

عبارت اول نادرست است. در آلکان‌ها هرچه جرم مولی کاهش یابد، درصد جرمی هیدروژن افزایش و فرارّیت نیز افزایش می‌یابد.

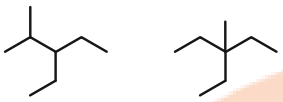
عبارت دوم درست است.

عبارت سوم درست است.

بوتان در دمای اتاق به حالت گازی می‌باشد.

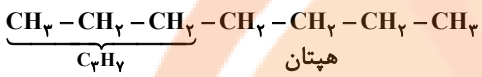
$$\frac{2n+2}{n-1}=\frac{10}{3}\Rightarrow 6n+6=10n-10\Rightarrow n=4$$

عبارت چهارم درست است.

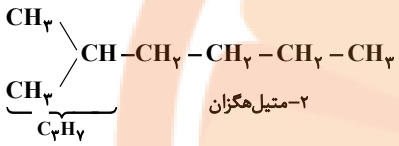


۳-اتیل - ۳- متیل پنتان ۳-اتیل- ۲- متیل پنتان

عبارت پنجم درست است.



هپتان

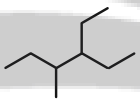


۲-متیل‌هگزان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۱۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

آلکان صورت سؤال: «۳- اتیل - ۴- متیل هگزان»



بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: نادرست- ۳ گروه CH_2 در آن وجود دارد.

مورد دوم: نادرست – فرمول آلکان صورت سؤال C_9H_{20} است و فرمول گریس $C_{18}H_{38}$ است.

مورد سوم: نادرست – در آلکان‌ها با فرمول عمومی C_nH_{2n+2} ، $3n+1$ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

$$3n+1=37\Rightarrow 3n=36\Rightarrow n=12$$

این آلکان ۹ کربنه نسبت به آلکان۱۲ کربنه مطرح شده تمایل بیشتری به جاری شدن دارد.

مورد چهارم: درست

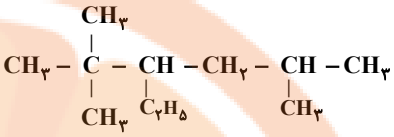
مورد پنجم: درست -۳، ۳- دی اتیل - ۲- متیل پنتان، یک آلکان ۱۰ کربنه است که نسبت به آلکان ۹ کربنه صورت سؤال فرارّیت (تمایل به تبدیل شدن به حالت گاز) کمتری دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

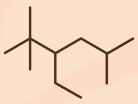
تلاشی درمسیر موفقیت

۱۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ابتدا فرمول گسترده ترکیب داده شده را رسم می‌کنیم:



به این ترتیب فرمول پیوند – خط آن به صورت زیر است (که در صورت سؤال برعکس رسم شده است):

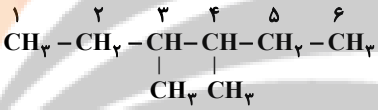


(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۳۳)

۱۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با توجه به ساختار گستردهٔ این ترکیب، نام آن عبارت است از:

۳، ۴- دی‌متیل هگزان



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

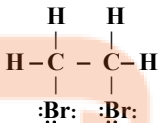
۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

نقطهٔ جوش اتانول کمتر از نقطهٔ جوش آب است.

اتانول یک ترکیب فرّار است.

بررسی گزینه‌های درست:

۱) درست، با توجه به ساختار لوویس آن



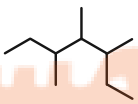
۲) درست ، هر دو مایع هستند.

۳) درست

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۴۰)

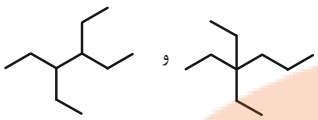
۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

آ) نادرست – نام این آلکان به روش آیوپاک ۳، ۴، ۵- تری‌متیل هپتان است.



ب) درست، در این آلکان ۹ پیوند یگانه $C-C$ و در سیکلوهگزان ۶ پیوند یگانهٔ $C-C$ وجود دارد.

پ) نادرست، برای آن دو همپار دارای دو شاخهٔ فرعی اتیل می‌توان رسم کرد.



ت) درست، فرمول مولکولی آن با آلکان مورد نظر یکسان است.

$(C_{10}H_{22})$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۲)

۱۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان فوادوی‌مهر)*

تنها عبارت اول صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

* شستشوی زغال‌سنگ برای حذف گوگرد و ناخالصی‌های دیگر انجام می‌شود.
* برای به دام انداختن SO_2 حاصل از سوختن زغال‌سنگ می‌توان از CaO استفاده کرد.
* متان گازی بی‌بو است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۴۵)

۱۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) درست، با توجه به جدول صفحهٔ ۵۸، در میان ترکیبات ذکر شده بیشترین و کمترین گرمای ویژه به‌ترتیب مربوط به آب و طلا می‌باشد.

ب) نادرست، دمای یک ماده معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن است.

پ) نادرست، سرانه مصرف شیر در جهان از سرانه مصرف سایر خوراکی‌ها بیشتر است.

ت) نادرست، هنگامی که بدن دچار کمبود آهن باشد می‌توان با خوردن اسفناج و عدسی بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.

ث) درست، مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک ماده به اندازهٔ یک کلوین یا $1^\circ C$ را ظرفیت گرمایی آن ماده می‌نامند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(حمید زبنی)*

عبارت (آ) درست است. هرچه گرمای ویژهٔ یک ماده کوچک‌تر باشد، تغییرات دمای آن بیشتر خواهد بود.

عبارت (ب) درست است. ظرفیت گرمایی به مقدار ماده بستگی دارد ولی گرمای ویژه به مقدار ماده بستگی ندارد.

عبارت (پ) درست است.

تلاشی در مسیر موفقیت

$C \quad m \times c_{\text{ویژه}} \Rightarrow C_{\text{اتانول}} = ۵۰ \times ۲/۴۳ = ۱۲۱/۵ J.°C^{-۱}$

$C_{\text{آب}} \quad ۱۰ \times ۴/۱۸۴ = ۴۱/۸۴ J.°C^{-۱}$

$\Rightarrow \frac{۱۲۱/۵}{۴۱/۸۴} \sim ۲/۹$

عبارت (ت) نادرست است. چون ظرفیت گرمایی ویژه آب بیشتر است، دیرتر سرد می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

شیمی ۱

۱۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خواجوی‌مهر)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) انرژی لایه‌های الکترونی هر اتم ویژه همان اتم است و تابع عدد اتمی است پس طول موج نور حاصل از انتقال الکترونی از $[n_۲ \rightarrow n_۱]$ در اتم عنصرهای متفاوت با یکدیگر متفاوت است.

ب و پ) با افزایش فاصله از هسته اختلاف سطح انرژی لایه‌های الکترونی کاهش می‌یابد.

ت) از آن جا که عدد اتمی تغییر نمی‌کند، پس تفاوت خاصی در طول موج نور حاصل از انتقال الکترونی مشاهده نمی‌شود.

پس عبارت‌های «آ»، «ب» و «ت» صحیح هستند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

$^{۵۲}_{Z}X : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۵ ۴s^۱$

$^{۵۲}_{Z}X^{۲+} : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۴$

$Z \quad ۲۴ \rightarrow {}_{۲۴}Cr$ کروم

۶ گروه

۴ دوره

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: $۷e^-$

گزینه ۲: X عنصر دارای ۷ الکترون با $l = ۰$ است: $۱s^۲, ۲s^۲, ۳s^۲, ۴s^۱$

گزینه ۲: گروه ۶ و دوره ۴

گزینه ۳:

$^{۵۲}_{۲۴}X^{۲+} : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۴$

در بیرونی‌ترین لایهٔ این کاتیون $۲ + ۶ + ۴ = ۱۲e^-$ وجود دارد.

گزینه ۴: درست

$n \quad A - Z = ۵۲ - ۲۴ = ۲۸$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۲۷ تا ۳۴)

۱۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا رضایی سراب)*

اتم X در لایهٔ دوم ۸ الکترون دارد، بنابراین لایهٔ سوم ۱۶(۸×۲) الکترون دارد.

$X : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۸ ۴s^۲$

$X^{۲+} : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۸$

شمار الکترون‌های لایهٔ آخر یون $X^{۲+}$ برابر ۱۶ و الکترون‌های لایه اول برابر ۲ است. $۱۶ \div ۲ = ۸$

آخرین زیرلایهٔ اتم X، $۴s$ است که مجموع n و l آن برابر ۴(۰+۴) می‌باشد.

(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(حمید زیبی)*

عبارت اول درست است. $_{۲}He : ۱s^۲ , _{۱۰}Ne : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶$

عبارت دوم درست است. $_{۴}Be : ۱s^۲ ۲s^۲$ Be، $_{۲}He : ۱s^۲$ He :

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم درست است.

$_{۱۵}P : ۱s^۲ \underbrace{۲s^۲ ۲p^۶}_{۸} \underbrace{۳s^۲ ۳p^۳}_{۵} \Rightarrow \frac{۵}{۸} = ۰/۶۲۵$

عبارت پنجم درست است.

$_{۱۷}X : [_{۱۰}Ne] \underbrace{۳s^۲ ۳p^۵}_{۷ \text{الکترون}}$

$_{۲۵}Y : [_{۱۸}Ar] \underbrace{۳d^۵ ۴s^۲}_{۷ \text{الکترون}}$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۵)

۱۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(حمید زیبی)*

$_{۱۵}P : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ \quad \underbrace{۳p^۳}_{(۳+۱)\times ۳ = ۱۲}$

تلاشی درمسیر موفقیت

گزینهٔ «۱»:

$$K_3P \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{1}{3}$$

گزینهٔ «۲»: ۳ مول الکترون مبادله می‌شود. $Na^+ P^{3-}$

گزینهٔ «۳»: $\cdot\dot{P}\cdot$

گزینهٔ «۴»:

$$_{15}P : 1s^2 2s^2 2p^6 \underline{3s^2 3p^3}$$

$$_{23}V : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 \underline{3d^3 4s^2}$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

۱۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

با توجه به شمار الکترون‌های با $l = 1$ در عنصر X، این عنصر می‌تواند یکی از عناصر $_{18}Ar$ تا $_{30}Zn$ باشد.

برای اتم عناصر واسطه آرایش الکترون – نقطه‌ای در نظر گرفته نمی‌شود و آرایش الکترون-نقطه‌ای اتم این عنصر می‌تواند به صورت $\dot{X}:$ ، $X\cdot$ یا $\dot{X}\cdot$ باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست. $_{18}Ar$ در دوره سوم و از عنصر $_{19}K$ تا عنصر $_{30}Zn$ در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای قرار دارند.

۲) درست. در سومین لایه اتم‌های $_{18}Ar$ ، $_{19}K$ و $_{20}Ca$ ، ۸ الکترون و در سومین لایه اتم عنصرهای $_{29}Cu$ و $_{30}Zn$ ، ۱۸ الکترون وجود دارد.

۴) درست، زیرا شمار الکترون‌های با $l = 1$ آن از ۱۲ بیشتر خواهد شد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲ و ۳۷)

۱۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

فقط در ردیف چهارم همهٔ اطلاعات به درستی آمده است.

اشتباهات:

ردیف اول ستون دوم: آرایش الکترون نقطه‌ای هلیم به‌صورت $He:$ می‌باشد.

ردیف دوم ستون چهارم: $_{8}O$ و $_{13}Al$ ترکیب یونی Al_2O_3 را می‌سازند.

ردیف سوم ستون اول:

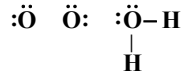
$_{12}Mg : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$ مجموع $n+l$ الکترون‌های ظرفیتی $= 2(3+0) = 6$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۹)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) درست، با توجه به ساختار لوویس مولکول‌های O_2 و H_2O:



ب) نادرست، این عنصر، هلیم $(He:)$ می‌باشد.

پ) درست، در لایه‌های بالایی هواکره کاتیون‌های He^+ ، O^+ ، H^+ ، O_2^+ و N_2^+ وجود دارد.

ت) درست، درصد حجمی آرگون در هواکره از مجموع درصد حجمی سایر گازهای نجیب هواکره بیشتر است.

ث) درست، حدود ۷۵ درصد جرم هواکره در تروپوسفر قرار دارد و در تروپوسفر به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع دما در حدود $6^\circ C$ افت می‌کند.

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۲۷، ۴۱، ۴۷ تا ۴۹)

۱۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

درصد حجمی گازها در تروپوسفر تقریباً ثابت است و با تغییر ارتفاع تغییر نمی‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها (گزینه‌های نادرست):

۱) نمودار تعداد ذره – ارتفاع در هواکره نزولی است.

۲) با افزایش ارتفاع فشار هوا کاهش می‌یابد.

۳) الگوی این نمودار شبیه تغییرات دما – ارتفاع هواکره می‌باشد ولی بیشینه و کمینه نمودار درست نشان داده نشده است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

$$T \quad \theta + 273 \Rightarrow 15 + 273 = 288K$$

با توجه به اینکه به ازای هر کیلومتر ۶ درجه کاهش دما داریم:

$$5600m \times \frac{-6^\circ C}{1000m} = -33/6^\circ C = \Delta T$$

از آنجایی که تغییرات دمای سلسیوس و کلوین با هم برابر است.

$$\%\text{تغییرات دما} \quad \frac{33/6}{288} \times 100 \simeq \%11/66$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

تلاشگران برتر

حسابان ۲- اختیاری

۱۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(علی مقرم)*

هرگاه دو تابع f و g در نقطه‌ای به طول a بر هم مماس باشند؛ $f(a)$ $g(a)$ و $g'(a)$ $f'(a)$. پس داریم؛

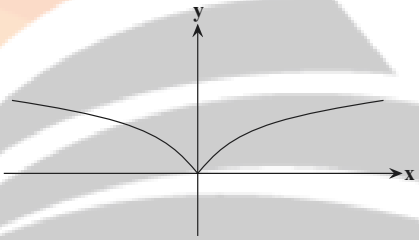
$f(۳)$ $y(۳)=۲\times۳+۳=۹$

$f'(۳)=۲$ (همان شیب خط y)

$\Rightarrow f(۳)+f'(۳)=۱۱$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحهٔ ۷۳)

۱۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(علی‌اصغر شریفی)*



از نمودار مشخص است که شیب خطوط مماس بر نمودار در سمت راست محور yها مثبت و در سمت چپ محور yها منفی است. (درست بودن گزینهٔ «۱»)

این نمودار نسبت به محور y متقارن است، پس $f'(-a)=-f'(a)$ (درست بودن گزینهٔ «۲»)

از شکل نمودار مشخص است که برای xهای مثبت، با افزایش x شیب خط مماس و درنتیجه مشتق کاهش می‌یابد. هم‌چنین برای xهای منفی، با افزایش x شیب خط مماس و درنتیجه مشتق منفی‌تر می‌شود (نادرست بودن گزینهٔ «۳»).

برای بررسی درست بودن گزینهٔ «۴» داریم؛

$$f'(۲)<f'(۱)\Rightarrow -f'(۱)+f'(۲)<۰\Rightarrow f'(-۱)+f'(۲)<۰$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(بابک سادات)*

برای نوشتن معادلهٔ خط مماس نیاز به مختصات نقطهٔ تماس و شیب خط مماس داریم.

طول نقطه در صورت سؤال داده شده و عرض آن هم $f(۲)=۰$ است. برای تعیین شیب از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم.

$$f'(۲)=\lim_{x\to۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}\quad \lim_{x\to۲}\frac{(x-۲)\sqrt{x^۲+۵}-۰}{x-۲}$$

$$\sqrt{۲^۲+۵}=\sqrt{۹}=۳\Rightarrow m=۳$$

حال معادلهٔ خط مماس را می‌نویسیم؛

$$\left.\begin{matrix}A(۲,۰)\\ m\quad ۳\end{matrix}\right\}\Rightarrow y-y_۱=m(x-x_۱)\Rightarrow y-۰=۳(x-۲)\Rightarrow y=۳x-۶$$

$$\xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}} y=-۶$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۱۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیرهوشنگ انصاری)*

$$f'(۱)\quad \lim_{x\to۱}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}\Rightarrow f'(۱)=\lim_{x\to۱}\frac{\frac{(x^۳-۱)(|x^۲-۳x+۱|)}{\sqrt{x}}-۰}{x-۱}$$

$$\Rightarrow f'(۱)=\lim_{x\to۱}\frac{(x^۲+x+۱)(|x^۲-۳x+۱|)}{\sqrt{x}}\Rightarrow f'(۱)=\frac{(۳)(۱)}{۱}=۳$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۱۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(حمید علیزاده)*

باتوجه به تعریف مشتق داریم؛ $\lim_{h\to۰}\frac{f(۱-h)-f(۱)}{h}=-f'(۱)$ (*)

$f'(۱)$ برابر شیب خط مماس بر نمودار f در $x=۱$ است. باتوجه به شکل از آن‌جا که خط مماس از دو نقطهٔ $(۰,۰)$ و $(۱,۲)$ می‌گذرد، شیب خط مماس برابر $\frac{۲-۰}{۱-۰}=۲$ است.

$$\Rightarrow f'(۱)=۲\xrightarrow{(*)}-f'(۱)=-۲$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(آریان حیدری)*

ابتدا معادلهٔ خط مماس با شیب منفی را می‌نویسیم؛

این خط از نقطهٔ $(a,f(a))$ یا $(a,-a^۲)$ می‌گذرد و شیب آن برابر با $f'(a)$ است.

$$f'(x)\quad -۲x\Rightarrow f'(a)=-۲a$$

$$y-(-a^۲)=-۲a(x-a)\Rightarrow y=-۲ax+a^۲\xrightarrow{\text{برخورد با محور x}}x_B=\frac{a}{۲}$$

برای خط با شیب مثبت می‌دانیم که از $(-a,f(a))$ یا $(-a,-a^۲)$ می‌گذرد و شیب آن برابر با $f'(-a)$ است.

$f'(x) \quad -2x \Rightarrow f'(-a) = 2a$

$y-(-a^2) = 2a(x+a) \Rightarrow y = 2ax + a^2 \xrightarrow{\text{برخورد با محور x}} x_A = -\frac{a}{2}$

ارتفاع مثلث OAB برابر عرض از مبدأ این خطوط یعنی a^2 و قاعدهٔ آن برابر $x_B - x_A = a$ است، پس مساحت آن برابر است با:

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}(a^2)(a) = \frac{a^3}{2}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۱۴۷- **گزینهٔ «۳»** (محمدامین روانبخش)

ضابطه تابع f را در یک همسایگی $x = 2$ می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) \quad \begin{cases} |x^2 - x - 2| & ; \quad x < 2 \\ 2|x^2 - x - 2| & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2 & ; \quad x < 2 \\ 2x^2 - 2x - 4 & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$$

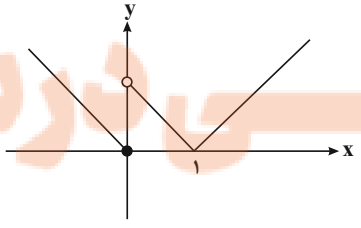
$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2x + 1 & ; \quad x < 2 \\ 4x - 2 & ; \quad x > 2 \end{cases} \Rightarrow f'_-(2) = -3, f'_+(2) = 6$$

$$\Rightarrow f'_+(2) - f'_-(2) = 9$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۴۸- **گزینهٔ «۲»** (محمدمصطفی ابراهیمی)

نمودار تابع را رسم می‌کنیم. مطابق شکل زیر، تابع در $x = 0$ از راست پیوسته نیست، پس $f'_+(0)$ موجود نیست و تابع مشتق‌پذیر نمی‌باشد. (گزینه‌های ۱ و ۳ حذف می‌شوند.) به علاوه در $x = 1$ نقطهٔ گوشه داریم و تابع نمی‌تواند در این نقطه مشتق‌پذیر باشد (گزینهٔ «۴» حذف می‌شود.) در $x = 0$ مشتق چپ وجود دارد پس اگرچه $f'(0)$ موجود نیست ولی تابع، در فاصلهٔ $(-\infty, 0]$ مشتق‌پذیر است.



(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۴۹- **گزینهٔ «۲»** (علی‌اصغر شریفی)

ابتدا تعداد نقاط مشتق‌ناپذیری g را بسته به مقادیر مختلف a تعیین می‌کنیم:

اگر $a \geq 0$ باشد، شکل نمودار به‌صورت $\vee$ می‌شود که یک نقطهٔ مشتق‌ناپذیر دارد

و اگر $a < 0$ باشد، شکل نمودار به‌صورت $\wedge$ خواهد شد. که سه نقطهٔ مشتق‌ناپذیر دارد.

حال در مورد f؛ می‌دانیم که ریشه‌های زیر رادیکال نقاط مشتق‌ناپذیری هستند، پس اگر ریشه‌های عبارت درجه دوم $x^2 + ax + 1$ را تعیین کنیم، همان نقاط مشتق‌ناپذیری خواهند بود که بسته به علامت دلتای آن، می‌تواند صفر، یک و یا دو تا باشد.

پس تنها حالتی که مطلوب مسئله رخ می‌دهد، یک نقطهٔ مشتق‌ناپذیری است.

$a > 0 \quad (I)$

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

پس تنها عدد صحیح قابل قبول، $a = 2$ است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۵۰- **گزینهٔ «۲»** (بابک ابراهیمی)

در تابع $f(x) \quad ax + [ax]$، قسمت $[ax]$ می‌تواند باعث به‌وجود آمدن نقطهٔ مشتق‌ناپذیر از طریق ناپیوستگی شود. این اتفاق زمانی رخ می‌دهد که $ax \in \mathbb{Z}$ باشد.

در حالت کلی برای $[x]$ در $(0,4)$ به‌ازای ۳ عدد صحیح ۱، ۲ و ۳ این اتفاق رخ می‌دهد و در $[ax]$ (که با توجه به گزینه‌ها $a \in \mathbb{Z}$) به‌ازای اعداد به فرم $\frac{1}{a}$، $\frac{2}{a}$ و ... (یعنی $\frac{k}{a}$ که $k \in \mathbb{Z}$) این اتفاق رخ می‌دهد. اگر $a = -2$ باشد، به‌ازای ۷ عدد صحیح زیر این اتفاق می‌افتد:

$$x \quad \{\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}\}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

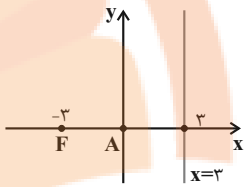
تلاشی در مسیر موفقیت

هندسه ۳ – اختیاری

۱۵۱- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

رأس سهمی نقطهٔ $A(0,0)$ (وسط خط عمود از کانون بر خط هادی) و $a=3$ است. همچنین سهمی رو به چپ باز می‌شود، بنابراین معادلهٔ آن به‌صورت زیر است:

$$y^2=-12x$$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

۱۵۲- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$y^2=2x-4y\Rightarrow y^2+4y+4=2x+4$$

$$\Rightarrow (y+2)^2=2(x+2)$$

رأس سهمی، نقطهٔ $A(-2,-2)$ و فاصلهٔ کانونی آن $a=\frac{1}{2}$ است و سهمی رو به راست باز می‌شود، بنابراین داریم:

$$\text{کانون سهمی}: F(a+h,k)=(-\frac{3}{2},-2)$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

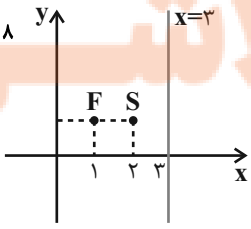
۱۵۳- **گزینهٔ «۴»** (فرزانه خاکپاش)

مطابق شکل سهمی رو به چپ باز می‌شود. نقطهٔ $S(2,1)$ رأس سهمی است و فاصلهٔ کانونی آن برابر $a=1$ است، بنابراین داریم:

$$(y-1)^2=-4(x-2)\xrightarrow{x\to 0}(y-1)^2=8$$

$$\Rightarrow y-1=\pm 2\sqrt{2}\Rightarrow \begin{cases} y_A=1+2\sqrt{2} \\ y_B=1-2\sqrt{2}\end{cases}$$

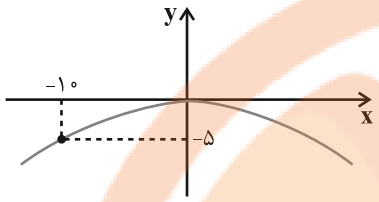
$$AB\quad (1+2\sqrt{2})-(1-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}$$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۱۵۴- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

مطابق شکل سهمی رو به پایین باز می‌شود، بنابراین داریم:



$$x^2=-4ay\xrightarrow{(-10,-5)}100=20a\Rightarrow a=5$$

معادلهٔ سهمی: $x^2=-20y$

خط هادی سهمی: $y=a+k\Rightarrow y=5+0=5$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۱۵۵- **گزینهٔ «۲»** (فرزانه خاکپاش)

ابتدا معادلهٔ سهمی را به‌صورت متعارف در می‌آوریم:

$$x=y^2+my+n\Rightarrow y^2+my+\frac{m^2}{4}=x-n+\frac{m^2}{4}$$

$$\Rightarrow (y+\frac{m}{2})^2=x-n+\frac{m^2}{4}$$

$$\Rightarrow \text{رأس سهمی}: A(n-\frac{m^2}{4},-\frac{m}{2})$$

$$\begin{cases} -\frac{m}{2}=2\Rightarrow m=-4 \\ n-\frac{m^2}{4}=-1\Rightarrow n-4=-1\Rightarrow n=3\end{cases}$$

$$\Rightarrow m+n=-4+3=-1$$

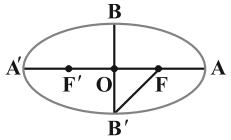
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۱۵۶- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$\overset{\Delta}{OB'F}: B'F^2\quad OB'^2+OF^2=b^2+c^2=a^2$$

$$\Rightarrow B'F=a=5$$

$$AF\quad OA-OF=a-c$$



$$\Rightarrow ۵-c=۱\Rightarrow c=۴$$

بنابراین فاصلهٔ کانونی بیضی برابر است با:

$$FF'=۲c=۲\times ۴=۸$$

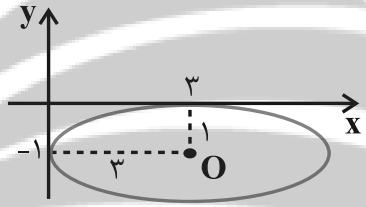
(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۵۷- **گزینهٔ «۴»** (فرزانه خاکپاش)

مطابق شکل در این بیضی $a=۳$ و $b=۱$ است، بنابراین داریم:

$$a^۲\quad b^۲+c^۲\Rightarrow ۹=۱+c^۲\Rightarrow c^۲=۸\Rightarrow c=۲\sqrt{۲}$$

$$e\quad \frac{c}{a}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$



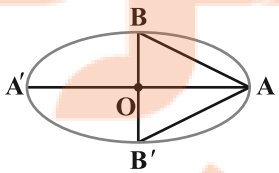
(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۵۸- **گزینهٔ «۳»** (فرزانه خاکپاش)

$$e\quad \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}\Rightarrow c=\frac{\sqrt{۶}}{۳}a\Rightarrow c^۲=\frac{۶}{۹}a^۲=\frac{۲}{۳}a^۲$$

$$a^۲\quad b^۲+c^۲\Rightarrow a^۲=b^۲+\frac{۲}{۳}a^۲\Rightarrow b^۲=\frac{۱}{۳}a^۲$$

$$\Rightarrow \frac{b^۲}{a^۲}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$



$$\overset{\Delta}{AOB}:\tan(B\hat{A}O)\quad \frac{OB}{OA}$$

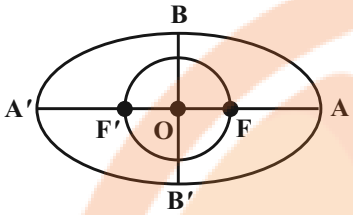
$$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\Rightarrow B\hat{A}O=۳۰^\circ\Rightarrow B\hat{A}B'=۶۰^\circ$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۵۹- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا فلاح)

مطابق شکل دایره به قطر FF' کاملاً درون بیضی قرار دارد پس:



$$OF<OB\Rightarrow c<b\Rightarrow c^۲<b^۲$$

$$\Rightarrow c^۲<a^۲-c^۲\Rightarrow ۲c^۲<a^۲$$

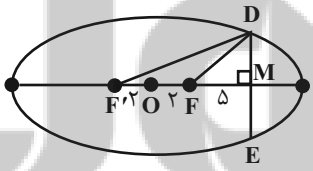
$$\Rightarrow \frac{c^۲}{a^۲}<\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۰<\frac{c}{a}<\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۶۰- **گزینهٔ «۳»** (سید محمدرضا حسینی‌فرد)

خروج از مرکز بیضی $\frac{c}{a}=\frac{۱}{۷}$ است. با توجه به $۲c=۴$، داریم: $۲a=۲۸$.

بنابراین $DF+DF'=۲۸$ است، پس اگر DF x باشد، آنگاه $DF'=۲۸-x$ است. از رابطهٔ فیثاغورس در مثلث‌های DFM و $DF'M$ داریم:



$$DF^۲-FM^۲=DF'^۲-F'M^۲\Rightarrow x^۲-۲۵=(۲۸-x)^۲-۸۱$$

$$\Rightarrow x^۲-۲۵=۲۸^۲-۵۶x+x^۲-۸۱\Rightarrow ۵۶x=۲۸^۲-۵۶$$

$$\xrightarrow{\div ۲۸} ۲x=۲۸-۲\Rightarrow x=۱۳\Rightarrow DM=۱۲\Rightarrow DE=۲۴$$

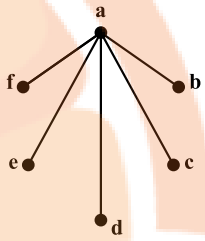
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

تلاشی در مسیر موفقیت

ریاضیات گسسته – اختیاری

۱۶۱- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

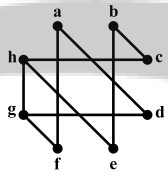
گراف G دارای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم یک عضوی است، پس رأسی در این گراف وجود دارد که با تمام رئوس دیگر گراف مجاور است. مطابق شکل زیر چنین گرافی حداقل دارای ۵ یال است.



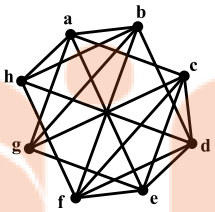
(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ مشابه تمرین ۸ صفحهٔ ۵۳)

۱۶۲- گزینهٔ «۲» *(نیلوفر مهدوی)*

گراف G به صورت شکل زیر است:



در نتیجه مکمل گراف G، یعنی گراف $\overline{G}$ مطابق شکل زیر است:



در گراف $\overline{G}$ رأسی وجود ندارد که با تمام رئوس دیگر مجاور باشد، پس عدد احاطه‌گری گراف $\overline{G}$ بزرگتر از ۱ است. از طرفی مجموعهٔ $\{a,d\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر برای این گراف است، پس $\gamma(\overline{G}) = ۲$.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۱۶۳- گزینهٔ «۴» *(علیرضا شریف‌طیبی)*

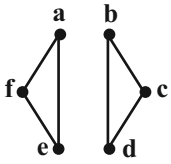
تمام مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال این گراف عبارت‌اند از:

$$\{a\},\{b,e\},\{c,f\},\{c,e\},\{b,f,d\}$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

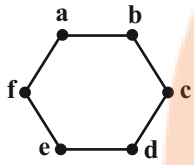
۱۶۴- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

عدد احاطه‌گری تمام گراف‌های داده شده برابر ۲ است.

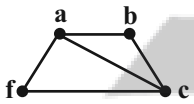


به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم این گراف می‌تواند شامل یک رأس از مجموعهٔ $\{a,e,f\}$ و یک رأس از مجموعهٔ $\{b,c,d\}$ باشد، پس یکتا نیست.

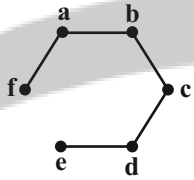


گزینهٔ «۲»: این گراف دارای سه مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم $\{a,d\}$، $\{b,e\}$ و $\{c,f\}$ است.



گزینهٔ «۳»: هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم این گراف می‌تواند شامل یک رأس از مجموعهٔ $\{a,c\}$ و یک رأس از مجموعهٔ $\{d,e\}$ باشد، پس یکتا نیست.

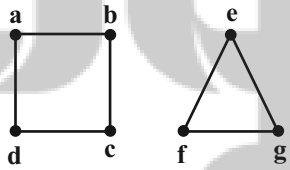
گزینهٔ «۴»: مجموعهٔ $\{a,d\}$ تنها مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم این گراف است.



(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ مشابه تمرین ۹ صفحهٔ ۵۳)

۱۶۵- گزینهٔ «۲» *(احمدرضا فلاح)*

گراف ۲- منتظم ناهمبند از مرتبهٔ ۷ مطابق شکل زیر است:



عدد احاطه‌گری این گراف برابر ۳ است و هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم آن شامل دو رأس از مجموعهٔ $\{a,b,c,d\}$ و یک رأس از مجموعه $\{e,f,g\}$ است. بنابراین تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم این گراف برابر است با:

$$\binom{۴}{۲}\times\binom{۳}{۱}=۶\times۳=۱۸$$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

تاشی در مسیر موفقیت

۱۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

مطابق شکل دو حرف c و i و حرف بین آن‌ها را به صورت یک بستهٔ ۳ تایی در نظر می‌گیریم که این بسته به همراه ۳ حرف باقی‌مانده، دارای $4!$ جایگشت هستند. همچنین برای انتخاب حرف بین c و i، ۴ انتخاب از میان حروف دیگر داریم و حروف c و i نیز دارای $2!$ جایگشت هستند. از طرفی کلمهٔ «hoochi» دارای دو حرف تکراری o و دو حرف تکراری h است، پس تعداد کلمات موردنظر برابر است با:

$$\frac{4!\times 4\times 2!}{2!\times 2!}=48$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(فرزانه خاکپاش)*

مجموعهٔ A را می‌توان به سه زیرمجموعهٔ A_0، A_1 و A_2 افراز نمود به گونه‌ای که باقی‌ماندهٔ تقسیم هر یک از اعضای مجموعهٔ A_i $(i=0,1,2)$ بر عدد ۳، برابر i باشد.

$$A_0=\{3,6,9\},A_1=\{1,4,7,10\},A_2=\{2,5,8\}$$

حالت‌های ممکن در این سؤال عبارت‌اند از:

۱) انتخاب دو عضو از A_1 و دو عضو از A_2: $\binom{4}{2}\times\binom{3}{2}=6\times 3=18$

۲) انتخاب دو عضو از A_0 و یک عضو از هر کدام از A_1 و A_2:

$$\binom{3}{2}\times\binom{4}{1}\times\binom{3}{1}=3\times 4\times 3=36$$

۳) انتخاب یک عضو از A_0 و سه عضو از A_1:

$$\binom{3}{1}\times\binom{4}{3}=3\times 4=12$$

۴) انتخاب یک عضو از A_0 و سه عضو از A_2:

$$\binom{3}{1}\times\binom{3}{3}=3\times 1=3$$

بنابراین تعداد کل زیرمجموعه‌های موردنظر برابر است با:

$$18+36+12+3=69$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

هر زوج را یک بسته فرض می‌کنیم، پس ۳ بسته داریم که جایگشت آن‌ها $3!$ است. هر زن و شوهر هم بین خود به $2!$ حالت جابه‌جایی دارند. پس در کل $3!\times 2!\times 2!\times 2!=48$ حالت مختلف داریم.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

ابتدا حروف بی‌صدا (c,m,b,n) را می‌چینیم که این‌کار به $4!$ طریق امکان‌پذیر است. بین این ۴ حرف، ۵ جای خالی وجود دارد.

$(|__|__|__|__|)$ حال کافی است ۳ جا از این جاهای خالی انتخاب کنیم و حروف صدادار را در آن‌ها بچینیم که این کار به $3!\times\binom{5}{3}$ طریق امکان‌پذیر است. پس تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$4!\times\binom{5}{3}\times 3!=4!\times 3!\times 10=1440$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۱۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

رقم یکان عدد موردنظر برابر ۱ است. همچنین رقم صفر نمی‌تواند به عنوان رقم سمت چپ عدد قرار داده شود. با توجه به اینکه در میان ۵ رقم (غیر از رقم یکان)، دو رقم صفر و دو رقم ۲ وجود دارد، طبق قضیهٔ جایگشت با تکرار، تعداد اعداد شش رقمی موردنظر برابر است با:

$$\frac{3\times 4\times 3\times 2\times 1}{2!\times 2!}\times 1=18$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

تلاشی در مسیر موفقیت

فیزیک ۳ – اختیاری

۱۷۱- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی براتی)*

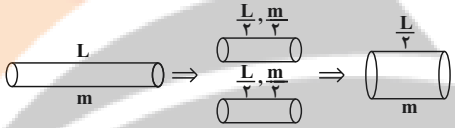
$$\frac{5\lambda}{4}=100\Rightarrow\lambda=80cm=0/8m$$

$$\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}=\frac{4}{0/8}=5Hz$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۱۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدصادق مام‌سپره)*

هنگامی‌که سیم را نصف کرده و دو نیمه را بر روی هم می‌تابانیم، جرم کل سیم ثابت می‌ماند اما طول سیم نصف می‌شود.



$$v\ \sqrt{\frac{FL}{m}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\Rightarrow\frac{v_2}{40\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{\frac{L}{2}}{L}}$$

$$\frac{v_2}{40\sqrt{2}}\quad\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow v_2=40\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۱۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی براتی)*

ترتیب امواج الکترومغناطیسی از بسامد زیاد به کم به‌ترتیب از راست بـه چـپ به‌صورت زیر می‌باشد:

گاما – ایکس – فرابنفش – مرئـی (بـنفش – نیلـی – آبـی – سـبز – زرد – نارنجی – قرمز) – فروسرخ – میکروموج - رادیویی

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۱۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(احسان کرمی)*

الف) امواج اولیهٔ P از نوع امواج طولی است.

ب) تندی انتشار صوت عموماً در جامدها بیش‌تر از مایع‌ها است.

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

۱۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی براتی)*

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}=24dB$$

$$\Rightarrow\log\frac{I}{I_0}=2/4=8\times\log2=\log2^8$$

$$\Rightarrow\frac{I}{10^{-12}}=2^8\Rightarrow I=2^8\times10^{-12}\frac{W}{m^2}$$

$$I\quad\frac{\overline{P}}{A}\Rightarrow\frac{6912\times10^{-12}}{A}=2^8\times10^{-12}\Rightarrow A=27m^2$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۶- **گزینهٔ «۴»** *(فرهاد بوینی)*

$$\left.\begin{aligned}\beta_1=10\log\frac{I_1}{I_0}\\ \beta_2=10\log\frac{I_2}{I_0}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\beta_1-\beta_2=10(\log\frac{I_1}{I_0}-\log\frac{I_2}{I_0})=10(\log\frac{I_1}{I_2})$$

$$\Rightarrow\beta_1-\beta_2=10\log(\frac{\frac{P_1}{d_1^2}}{\frac{P_2}{d_2^2}})$$

$$\xrightarrow[\beta_1=40dB,\beta_2=20dB]{d_1\ 20m,P_2\ 16P_1}20=10\log\frac{d_2^2}{20^2\times16}$$

$$\Rightarrow1=\log\frac{d_2}{20\times4}\Rightarrow d_2=800m$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

برای به‌دست آوردن $\beta_A-\beta_B$ باید نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ را داشته باشیم. بنابراین ابتدا از رابطهٔ $\frac{I_A}{I_B}=\left(\frac{A_A}{A_B}\times\frac{f_A}{f_B}\times\frac{r_B}{r_A}\right)^2$، نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ را می‌یابیم. بـا توجه به شکل A_A ۸cm و A_B ۲cm است. بـا $\lambda_B=\frac{\lambda_A}{2}$

توجه به این‌که در این محیط تندی انتشار موج برای هر دو موج یکسان است، می‌توان نوشت:

$$f \quad \frac{v}{\lambda} \xrightarrow{v \text{ ثابت}} \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{A_A}{A_B} \times \frac{f_A}{f_B} \times \frac{r_B}{r_A} \right)^2$$

$$\xrightarrow[A_A \text{ واحد } 8]{r_A \; r_B \, , A_B \text{ واحد } 2} \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{8}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 \right)^2 = 2^2$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 10 \log 2^2 = 20 \log 2$$

$$\xrightarrow{\log 2 \; 0/3} \beta_A - \beta_B = 20 \times 0/3 = 6 dB$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۸- **گزینهٔ «۲»** *(میثم رشتیان)*

با توجه به اطلاعات روی نمودار می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \beta_2 - \beta_1 = 20 dB \\ I_2 - I_1 = 19/8 \times 10^{-15} \frac{W}{cm^2} \end{cases}$$

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 20 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^2 \Rightarrow I_2 = 10^2 I_1$$

$$I_2 - I_1 = 19/8 \times 10^{-15} \Rightarrow 10^2 I_1 - I_1 = 19/8 \times 10^{-15}$$

$$\Rightarrow 99 I_1 = 19/8 \times 10^{-15} \Rightarrow I_1 = 2 \times 10^{-16} \frac{W}{cm^2} = 2 \times 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

$$I_1 \quad \frac{\bar{P}}{A_1} \quad \frac{\bar{P}}{4\pi r_1^2} \Rightarrow 2 \times 10^{-12} = \frac{2/4 \times 10^{-13}}{4 \times 3 \times r_1^2}$$

$$\Rightarrow r_1^2 = 0/01 \Rightarrow r_1 = 0/1 m = 10 cm$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

۱- اگر جبهه‌های موج یکدیگر را قطع کنند تندی چشمهٔ صوت بیشتر از تندی صوت است. (گزینهٔ «۱»)

۲- اگر فاصلهٔ جبهه‌های موج از یکدیگر هم‌اندازه باشد، چشمهٔ صوت ساکن است. (گزینهٔ «۲»)

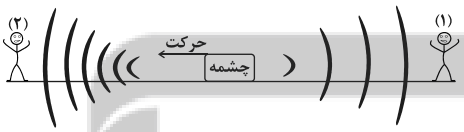
۳- اگر فاصلهٔ جبهه‌های موج در جلوی چشمه کم‌تر از فاصلهٔ جبهه‌های موج در عقب چشمه باشد، تندی چشمهٔ صوت کم‌تر از تندی صوت است. (گزینهٔ «۳»)

۴- اگر جبهه‌های موج در جلوی چشمهٔ صوت مماس بر هم باشند، تندی چشمهٔ صوت برابر تندی صوت است. (گزینهٔ «۴»)

بنابراین گزینهٔ «۳» درست است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۸۲)

۱۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(عبداله فقه‌زاده)*



حرکت چشمهٔ صوت به‌طرف ناظر (۲) باعث کاهش فاصلهٔ بین جبهه‌های موج سمت چپ چشمه می‌شود، بنابراین طول‌موج دریافتی از چشمه توسط ناظر (۲) نسبت به حالتی که چشمه ساکن است، کاهش می‌یابد و با توجه به ثابت بودن تندی صوت در محیط، به معنای افزایش بسامد است $\begin{cases} \lambda_2 \downarrow \\ f_2 \uparrow \end{cases}$ ولی فاصلهٔ جبهه‌های موج در عقب چشمهٔ صوت افزایش می‌یابد؛ بنابراین طول‌موج دریافتی از چشمهٔ صوت توسط ناظر (۱) افزایش و بسامد کاهش می‌یابد.

$$\begin{cases} \lambda_1 \uparrow \\ f_1 \downarrow \end{cases}$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

تلاشی دلپذیر برای موفقیت

شیمی ۳

۱۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(قادر باغاری)*

همهٔ موارد صحیح هستند. بررسی موارد:

آ) در ساختار یخ هر اتم اکسیژن از طریق ۲ پیوند کووالانسی به ۲ اتم هیدروژن از مولکول خود و از طریق ۲ پیوند هیدروژنی به ۲ اتم هیدروژن از مولکول‌های دیگر متصل است.

ب) درست.

پ) در H_2O و CO_2 تراکم بار الکتریکی بر روی اتم اکسیژن بیش‌تر است؛ اما مولکول CO_2 به‌صورت خطی و مولکول H_2O خمیده است. همین شکل مولکول‌ها سبب می‌شود تا H_2O برخلاف CO_2 قطبی باشد و در میدان الکتریکی جهت‌گیری کند.

ت) هرچه تفاوت میان نقطهٔ ذوب و جوش یک ماده بیش‌تر، باشد انرژی لازم برای جداکردن ذره‌های سازندهٔ آن در حالت مایع بیش‌تر بوده و تبدیل مایع به گاز دشوارتر است و نیروی جاذبه میان ذره‌های سازندهٔ آن در حالت مایع بیشتر است.

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۶)

۱۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(ساجد شیری)*

بررسی موارد:

آ) شکل، نقشهٔ پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول کربونیل سولفید (SCO) را نشان می‌دهد که مولکولی خطی و قطبی است.

ب) اتم مرکزی در مولکول NH_3 دارای بار جزئی منفی و اتم مرکزی در مولکول SO_3 دارای بار جزئی مثبت است.

پ) مولکول SO_2 برخلاف CS_2 قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

ت) در مولکول‌های دو اتمی جورهسته، احتمال حضور الکترون‌ها در فضای بین دو هسته بیش‌تر است.

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

فقط مورد پ درست است.

بررسی موارد:

آ) شارهٔ یونی قبل از تبادل گرمایی با شاره مولکولی، وارد منبع ذخیره انرژی گرمایی می‌شود.

ب) بهره‌گیری از انرژی خورشیدی برای تولید برق کاهش ردپای زیست‌محیطی را به دنبال دارد اما مقدار آن را به صفر نمی‌رساند.

پ) شارهٔ یونی انرژی خورشید را دریافت می‌کند و نسبت به شارهٔ مولکولی که از سردکننده عبور می‌کند، در گسترهٔ دمایی بیش‌تری به حالت مایع است.

ت) شاره‌ای که باعث حرکت توربین می‌شود، بخار آب بسیار داغ است.

ث) آینه‌ها پرتوهای خورشیدی را بازتاب می‌کنند (جذب نمی‌کنند.)

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۱۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(حسن عیسی‌زاده)*

گرمای مصرف شده برای تبخیر آب را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_{H_2O} \quad ۵۴\times۱۰^۳ g \times \frac{۱ mol H_2O}{۱۸ g H_2O} \times \frac{۴۵ kJ}{۱ mol H_2O} = ۱۳۵\times۱۰^۳ kJ$$

با توجه به این‌که ۷۵ درصد از گرمای $NaCl$ به آب منتقل می‌شود. بنابراین گرمای مربوط به $NaCl(l)$ برابر است با:

$$Q_{NaCl} \quad ۱۳۵\times۱۰^۳ kJ \times \frac{۱۰۰}{۷۵} = ۱۸\times۱۰^۴ kJ$$

$$\Delta\theta_{NaCl} = \frac{Q}{m\times c} = \frac{۱۸\times۱۰^۷ J}{۵\times۱۰^۵ g \times ۰/۸ \frac{J}{g.^\circ C}} \quad ۴۵۰^\circ C$$

$$\frac{۱۸\times۱۰^۴ kJ}{۲۰} = ۹\times۱۰^۳ kJ$$ سهم هر آینه

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۱۸۵- **گزینهٔ «۴»** *(کامران جعفری)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: واکنش‌پذیری مواد مورد استفاده در آثار ماندگار کم می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: مواد کووالانسی شامل مجموعه‌ای از اتم‌هایی هستند که با هم پیوند کووالانسی یا اشتراکی دارند.

گزینهٔ «۳»: آنتالپی پیوند $C-C$ در الماس از آنتالپی پیوند $Si-Si$ در سیلیسیم بیش‌تر است و به همین دلیل نقطه ذوب سیلیسیم کم‌تر از الماس است.

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۶، ۶۹، ۷۰ و ۷۲)

۱۸۶- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود طبرسا)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

تلاشی درمسیر موفقیت

ب) در الماس هر اتم کربن به چهار اتم دیگر متصل است ولی در گرافیت هر اتم کربن به سه اتم دیگر متصل شده است.

پ) گرافن و گرافیت هر دو جزو جامدهای کووالانسی هستند.

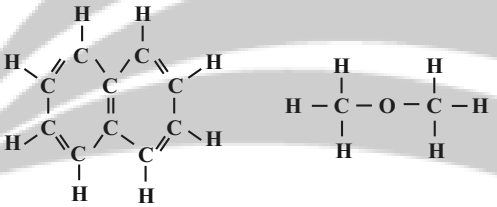
(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۱۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمحمّد سعیری)*

نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در منیزیم سیلیکات (Mg_2SiO_4) برابر $\frac{۷}{۳}$ و این نسبت در جوش شیرین (سدیم هیدروژن‌کربنات – $NaHCO_3$) برابر $\frac{۶}{۴}$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در ساختار دی‌متیل‌اتر و نفتالن به ترتیب ۸ و ۲۴ پیوند اشتراکی وجود دارد:



گزینهٔ «۲»: در نقشهٔ الکتروستاتیکی کربونیل‌سولفید (SCO) اتمی که شعاع کمتری دارد (اتم اکسیژن) با رنگ قرمز نشان داده می‌شود، زیرا خصلت نافلزی بیش‌تری نسبت به کربن و گوگرد دارد.

گزینهٔ «۳»: گاز Cl_2 ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵ و ۸۸)

۱۸۸- **گزینهٔ «۱»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

فقط مورد (ت) درست است.

بررسی موارد:

مورد آ) شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهم‌نام موجود پیرامون هر یون در شبکهٔ بلور ترکیب یونی، عدد کوئوردیناسیون نام دارد.

مورد ب) مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ این سه ترکیب به‌صورت $NaF > NaCl > KBr$ است.

مورد پ) آلیاژ هوشمند از عناصر Ni و Ti (نیکل و تیتانیم) ساخته می‌شود.

مورد ت) به طور کلی فلزهای دستهٔ d از فلزهای دستهٔ s و p سخت‌ترند و نقطهٔ ذوب بالاتری دارند و عددهای اکسایش آنها متنوع است.

(شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۸، ۸۰، ۸۱، ۸۵ و ۸۶)

۱۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(رضا سلیمانی)*

هر ماده در گسترهٔ دمایی بین نقطهٔ ذوب و جوش خود در حالت مایع قرار دارد. پس میزان گسترهٔ دمایی که مادهٔ B در آن به‌صورت مایع است، ۵۴ درجهٔ سلسیوس (بین $-۷۷^\circ C$ تا $-۲۳^\circ C$) است؛ در حالی که میزان گسترهٔ دمایی مایع بودن آب و هیدروژن فلوئورید به ترتیب برابر ۱۰۰ و ۱۰۲ درجهٔ سلسیوس است.

مقایسهٔ میزان گسترهٔ دمایی مایع بودن مادهٔ $HF > H_2O > B$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: تنوع و شمار مواد مولکولی بیشتر از مواد یونی و کووالانسی است. باتوجه به تفاوت نقطهٔ ذوب و جوش دو ترکیب B و D می‌توان نتیجه گرفت که B یک ترکیب مولکولی و D یک ترکیب یونی یا کووالانسی است.

گزینهٔ «۳»: نقطهٔ ذوب ترکیب A از سه ترکیب دیگر بالاتر بوده و درنتیجه دیرگدازتر است.

گزینهٔ «۴»: هرچه تفاوت بین نقطهٔ ذوب و جوش یک ماده بیشتر باشد، نیروی جاذبهٔ میان ذره‌های آن ماده در حالت مایع قوی‌تر است. پس نیروی جاذبهٔ میان ذره‌های مادهٔ C در حالت مایع، قوی‌تر از سه ترکیب دیگر است.

(شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۲ و ۷۵ تا ۷۷)

۱۹۰- **گزینهٔ «۱»** *(اکبر هنرمند)*

جامد یونی برخلاف جامد فلزی، در حالت جامد نارساناست. (تفاوت)

جامد یونی برخلاف جامد فلزی، در اثر ضربه خرد می‌شود. (تفاوت)

هر دو جامد در شبکهٔ بلور خود، دارای کاتیون هستند. (شباهت)

جامد یونی برخلاف جامد فلزی، در حالت مذاب و در اثر جریان برق تجزیه می‌شود. (تفاوت)

جامد یونی برخلاف جامد فلزی در شبکهٔ بلور خود، الکترون آزاد ندارد. (تفاوت)

(شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۷، ۷۸، ۸۱ و ۸۲)

تلاشی درمسیر موفقیت

تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net