تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net

دفترچه پاسخ

آزمون هدیه ۹ دی ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه	آمارواحتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	یاسر راش امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	میلاد سیاوشی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

تلاشی درمسیر موفقیت

ریاضیات پایه

۱- **گزینهٔ «۴»** (امیرهوشنگ انصاری)

$$9-4\sqrt{5}=(\sqrt{5}-2)^2$$

$$(9-4\sqrt{5})^{\frac{1}{2}}\times(9-4\sqrt{5})^5\times(2+\sqrt{5})^{13}=(9-4\sqrt{5})^{\frac{11}{2}}\times(2+\sqrt{5})^{13}$$

$$=(\sqrt{5}-2)^{11}\times(\sqrt{5}+2)^{13}=(\sqrt{5}+2)^2=9+4\sqrt{5}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۷)

۲- **گزینهٔ «۳»** (بابک سادات)

دسته‌بندی به شکل روبه‌روست: $\{2\},\{4,6\},\{8,10,12\},\{14,16,18,20\},\ldots$

دستهٔ اول یک عدد، دوم دو عدد، سوم سه عدد و به همین ترتیب دستهٔ نهم نه عدد. پس باید ببینیم آخرین جمله دستهٔ پانزدهم چندمین عدد طبیعی زوج است.

$$1+2+3+\ldots+15=\frac{15}{2}(1+15)=120$$

پس اولین جمله دستهٔ شانزدهم ۱۲۱امین عدد زوج است یعنی ۲۴۲ و این دسته شامل ۱۶ عدد زوج است:

$$\{242,244,246,248,250,252,254,256,\ldots\}\Rightarrow a_8=256=\text{دستهٔ ۱۶ام}$$

به همین ترتیب باید ببینیم آخرین جملهٔ دستهٔ هفدهم چندمین عدد طبیعی زوج است؟

$$1+2+\ldots+17=\frac{17}{2}(1+17)=153$$

پس اولین جمله دستهٔ هجدهم ۱۵۴امین عدد طبیعی زوج است یعنی ۳۰۸

داریم:

$$\{308,310,312,314,316,318,320,322,324,\ldots\}\Rightarrow b_9=324$$

حال واسطهٔ هندسی:

$$\sqrt{256\times324}=16\times18=288$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۶)

۳- **گزینهٔ «۲»** (اکبر کلاه‌ملکی)

ابتدا ریشه‌های معادلهٔ دومی را می‌یابیم:

$$x+\frac{1}{x+1}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{x^2+x+1}{x+1}=\frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{x\neq-1}2x^2+2x+2=3x+3$$

$$\Rightarrow 2x^2-x-1=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\\x=-\frac{1}{2}\end{cases}$$

پس ریشه‌های معادلهٔ $x+\frac{a}{x+2}=b$ برابر ۲ و ۱- هستند.

$$\left.\begin{matrix}x=2:2+\frac{a}{4}=b\\x=-1:-1+a=b\end{matrix}\right\}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}\Rightarrow a+b=7$$

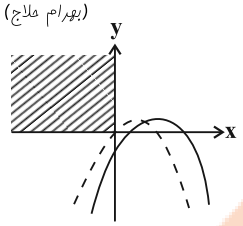
راه حل دوم: در معادله $x+\frac{1}{x+1}=\frac{3}{2}$ به‌جای x، $\frac{1}{2}x$ می‌گذاریم:

$$\frac{1}{2}x+\frac{1}{\frac{1}{2}x+1}=\frac{3}{2}\Rightarrow x+\frac{2}{\frac{x+2}{2}}=3\Rightarrow x+\frac{4}{x+2}=3$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}\Rightarrow a+b=7$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴- **گزینهٔ «۲»** (بهرام ملاج)



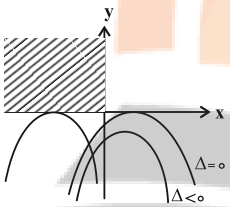
با توجه به اینکه در صورت سؤال اشاره نشده سهمی فقط از ناحیهٔ دوم نمی‌گذرد پس دو حالت وجود دارد.

حالت اول: فقط از ناحیهٔ دوم عبور نکند.

$$\begin{cases}\Delta>0\Rightarrow 4m^2+4m-8>0\Rightarrow m<-2\ \text{یا}\ m>1\\S>0\Rightarrow 2m>0\Rightarrow m>0\\P\geq0\Rightarrow-(m-2)\geq0\Rightarrow m\leq2\\a<0\Rightarrow\text{همواره برقرار}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}}1<m\leq2\quad(I)$$

حالت دوم: از ناحیهٔ اول و دوم عبور نکند.



$$\Rightarrow\begin{cases}\Delta\leq0\Rightarrow 4(m+2)(m-1)\leq0\\a<0\Rightarrow\text{همواره برقرار}\end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک}}-2\leq m\leq1\ (II)$$

$$I\cup II\Longrightarrow-2\leq m\leq2\xrightarrow{\text{اعداد طبیعی}}1,2$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۵- **گزینهٔ «۲»** (وحید راضی)

$$\sqrt{3x-5}=1+\sqrt{x+2}\xrightarrow{\text{توان ۲}}3x-5=1+2\sqrt{x+2}+x+2$$

$$2x-8=2\sqrt{x+2}\xrightarrow{\div2}x-4=\sqrt{x+2}\xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$x^2-8x+16=x+2$$

$$\Rightarrow x^2-9x+14=0\Rightarrow(x-7)(x-2)=0$$

$$\begin{cases}x=7\Rightarrow\text{ق ق}\Rightarrow m=7\Rightarrow m^2-5m=14\\x=2\quad\text{غ ق ق}\Rightarrow\text{در معادلهٔ اولیه صدق نمی‌کند}\end{cases}$$

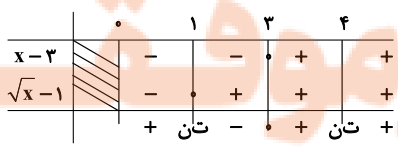
(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۶- **گزینهٔ «۳»** (فرشاد حسن‌زاده رضایی)

ابتدا عبارت $\frac{\sqrt{x}(x^2-7x+12)}{x-3\sqrt{x}+2}$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{x}(x-3)(x-4)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}=\frac{\sqrt{x}(x-3)(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}(x-3)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-1},x\neq4$$



همانطور که مشاهده می‌کنید تنها جواب صحیح ۲ است اگر $x=k$ به عبارت اضافه شود و $k>3$ باشد به ازی $x>k$ عبارت مثبت است که جواب نیست

و برای $x<k$ علامت تعیین علامت عوض می‌شود یعنی $x=۲$ دیگر جواب نیست بنابراین k باید از $x=۳$ بیشتر باشد. با توجه به این‌که $x=۴$ ریشهٔ مخرج عبارت اولیه است، بنابراین $k=۷$ قابل قبول است.

	۰		۱		۳		۴		۷	
$\frac{x-۳}{\sqrt{x}-۱}$	‖	+	۰	−	۰	+	ت‌ن	+		+
$x-۷$	‖	−		−		−		−	۰	+
عبارت	۰	−		+	۰	−	ت‌ن	−	۰	+
صورت		ج				ج		ج		
سؤال										

جواب = $\{۵,۶\}$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

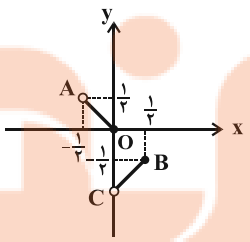
۷- **گزینهٔ «۱»** (حبیب شفیعی)

تابع $y=|x|+[-۲x]$ را با توجه به جدول زیر به‌صورت ساده‌تر می‌نویسیم:

$-۲x$	$-۱\le -۲x<۰$	$۰\le -۲x<۱$
$[-۲x]$	-۱	۰
x	$۰<x\le \frac{۱}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}<x\le ۰$

$$y=\begin{cases}-x & ;-\frac{۱}{۲}<x\le ۰\\ x-۱ & ;۰<x\le \frac{۱}{۲}\end{cases}$$

برای محاسبهٔ مساحت مثلث ABC، کافی است مساحت مثلث‌های OBC و OAC را با هم جمع کنیم؛ زیرا نقاط A، O و B روی یک خط $(y=-x)$ قرار دارند:



$$S_{\triangle OAC}=\frac{\frac{۱}{۲}\times ۱}{۲}=\frac{۱}{۴},\quad S_{\triangle OBC}=\frac{\frac{۱}{۲}\times ۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۸- **گزینهٔ «۲»** (امیرهوشنگ انصاری)

برای حل معادلهٔ $f(x)=g^{-۱}(۲)$ کافی است $g(f(x))=۲$ را حل کنیم:

$$g(f(x))=۲\Rightarrow\begin{cases}f(x)\ge ۱: \sqrt{f(x)}+۱=۲\Rightarrow f(x)=۱ & \text{قابل قبول}\\ f(x)<۱: ۲f(x)-۱=۲\Rightarrow f(x)=\frac{۳}{۲} & \text{غیر قابل قبول}\end{cases}$$

$$f(x)=۱\Rightarrow\begin{cases}x\ge ۰: -x+۱=۱\Rightarrow x=۰\\ x<۰: x^۲-۱=۱\Rightarrow x^۲=۲\xrightarrow{x<۰} x=-\sqrt{۲}\end{cases}$$

در نهایت مجموعه جواب معادلهٔ $f(x)=g^{-۱}(۲)$ برابر است با: $\{۰,-\sqrt{۲}\}$

(حسابان۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

۹- **گزینهٔ «۱»** (فرشاد صدیقی)

ابتدا از اتحاد مربع دوجمله‌ای استفاده می‌کنیم: $D_f=[۰,+\infty)\ ,\ R_f=[۰,+\infty)$

$$y=x+۲\sqrt{x}=(\sqrt{x}+۱)^۲-۱$$

$$\Rightarrow y+۱=(\sqrt{x}+۱)^۲\xrightarrow{\text{جذر}}|\sqrt{x}+۱|=\sqrt{y+۱}$$

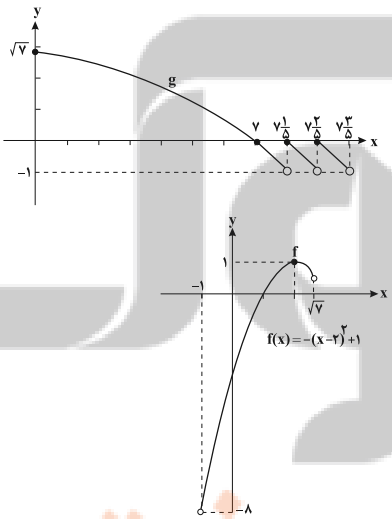
$$\xrightarrow{\text{چون }\sqrt{x}+۱\text{ همواره مثبت است قدرمطلق را برمی‌داریم.}}\sqrt{x}+۱=\sqrt{y+۱}$$

$$\Rightarrow x=(\sqrt{y+۱}-۱)^۲\Rightarrow f^{-۱}(x)=(\sqrt{x+۱}-۱)^۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=۱\\ b=۱\\ c=-۱\end{cases}\Rightarrow a+b+c=۱$$

(حسابان۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** (بابک سادات)



با رسم نمودار g به‌راحتی متوجه می‌شویم که برد g بازه $[-۱,\sqrt{۷})$ است که به عنوان دامنهٔ تابع f در نظر می‌گیریم. حال باید ببینیم که برد f با توجه به دامنه $[-۱,\sqrt{۷})$ چه بازه‌ای می‌شود. از روی نمودار مشخص است که برد تابع بازه $[-۸,۱)$ بوده و در نتیجه $b-a=۹$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱۱- **گزینهٔ «۱»** (میلاد سجادی)

با توجه به داده‌های مسئله:

$$f^{-1}(g(a))=2\Rightarrow (g(a),2)\in f^{-1}\Rightarrow (2,g(a))\in f\Rightarrow f(2)=g(a)$$

$$f(2)=2+\sqrt{4}=4\Rightarrow g(a)=4\Rightarrow (a,4)\in g\Rightarrow (4,a)\in g^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{3}=a\Rightarrow a=3$$

$$\xrightarrow{\frac{a}{6}=\frac{1}{2}} f(\frac{1}{2})=g(b)\xrightarrow{f(\frac{1}{2})=\frac{3}{2}} \frac{3}{2}=g(b)$$

$$\Rightarrow (b,\frac{3}{2})\in g\Rightarrow (\frac{3}{2},b)\in g^{-1}$$

$$b=\frac{2\times\frac{3}{2}+1}{\frac{3}{2}-1}=\frac{4}{\frac{1}{2}}=8\Rightarrow b=8$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱ و ۶۶ تا ۶۸)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** (محمدسجاد پیشوایی)

با توجه به اینکه نمودار تابع نمایی ۲ واحد پایین آمده است، پس $a=-2$

همچنین نقطهٔ $(0,2)$ را در تابع صدق می‌دهیم.

$$f(0)=2\Rightarrow -2+2^{0+b}=2\Rightarrow 2^b=4\Rightarrow b=2$$

لذا ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x)=-2+2^{x+2}$ خواهد بود.

$$f^{-1}(2b-1)=f^{-1}(3)=?$$

پس به‌جای معکوس کردن، در تابع اصلی y را برابر ۳ قرار می‌دهیم.

$$3=-2+2^{x+2}\Rightarrow 2^{x+2}=5\Rightarrow x+2=\log_2^5\Rightarrow x=\log_2^5-2$$

$$x=\log_2^5-\log_2^4\Rightarrow \log_2^{\frac{5}{4}}$$

بنابراین خواهیم داشت: $f^{-1}(3)=\log_2^{\frac{5}{4}}$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** (سعید علیپور)

$$\log_3(2x^2+1)-\log_3(x+2)=1\Rightarrow \log_3\frac{2x^2+1}{x+2}=1$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+1}{x+2}=3^1=3\Rightarrow 2x^2+1=6+3x$$

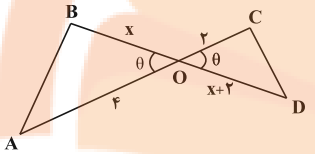
$$\Rightarrow 2x^2-3x-5=0\Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{5}{2}\end{cases}$$

با توجه به اینکه عبارت $\log_8(6x+1)$ به ازای $x>-\frac{1}{6}$ تعریف شده‌است، $x=-1$ غیرقابل‌قبول است.

$$\Rightarrow \log_8(6x+1)\overset{x=\frac{5}{2}}{=}\log_8 16=\log_{2^3}2^4=\frac{4}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** (کاظم اجلالی)



$$S_1=S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}(4)(x)\sin\theta=2x\sin\theta$$

$$S_2=S_{\Delta COD}=\frac{1}{2}(2)(x+2)\sin\theta=(x+2)\sin\theta$$

حالت‌های زیر برای نسبت مساحت‌های این دو مثلث امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases}\frac{S_1}{S_2}=\frac{2x}{x+2}=\frac{6}{5}\Rightarrow x=3\\ \frac{S_2}{S_1}=\frac{x+2}{2x}=\frac{6}{5}\Rightarrow x=\frac{10}{7}\end{cases}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحهٔ ۳۳)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** (مجتبی نادری)

با ساده‌کردن رابطهٔ داده شده، داریم:

$$\sqrt{1-\cos^2\theta}\times\tan\theta-1=0\Rightarrow\sqrt{\sin^2\theta}\times\tan\theta=1$$

$$\Rightarrow |\sin\theta|\times\tan\theta=1$$

$$\xrightarrow{|\sin\theta|>0}\tan\theta>0\Rightarrow \text{(I)}$$

تانژانت در ناحیه‌های اول و سوم مثبت است.

طبق دایرهٔ مثلثاتی چون $-1\le\cos\theta\le 1$ است، لذا عبارت $3-2\cos\theta$ همواره مثبت است زیرا $1\le 3-2\cos\theta\le 5$

پس مخرج عبارت $\frac{\sin\theta}{3-2\cos\theta}<0$، مثبت است پس باید $\sin\theta<0$ باشد و سینوس در ناحیه‌های سوم و چهارم منفی است. (II)

بنابراین از (I) و (II) نتیجه می‌شود که θ در ناحیهٔ سوم دایرهٔ مثلثاتی واقع است.

(ریاضی ۱، مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

تلاشگر برتر بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

۱۶- **گزینهٔ «۲»** (میلاد منصوری)

$$\sin 130^\circ = \sin\left(90^\circ + 40^\circ\right) = \cos 40^\circ$$

$$\cos 230^\circ = \cos\left(270^\circ - 40^\circ\right) = -\sin 40^\circ$$

$$\sin 230^\circ = \sin\left(270^\circ - 40^\circ\right) = -\cos 40^\circ$$

$$\sin 320^\circ = \sin\left(360^\circ - 40^\circ\right) = -\sin 40^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\cos 40^\circ - 2\sin 40^\circ}{-4\cos 40^\circ - \sin 40^\circ} = a \xrightarrow{\div \cos 40^\circ} \frac{1 - 2\tan 40^\circ}{-4 - \tan 40^\circ} = a$$

$$\Rightarrow 1 - 2\tan 40^\circ = -4a - a\tan 40^\circ \Rightarrow (a-2)\tan 40^\circ = -4a - 1$$

$$\Rightarrow \tan 40^\circ = \frac{4a+1}{2-a}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** (کاظم اجلالی)

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{3}{5}$$

چون α در ربع دوم است، $\cos\alpha$ منفی و برابر $-\frac{3}{5}$ است.

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2(\frac{4}{5})(-\frac{3}{5}) = -\frac{24}{25} \\ \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2(-\frac{3}{5})^2 - 1 = -\frac{7}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos(\frac{\pi}{3} + 2\alpha) = \cos\frac{\pi}{3}\cos 2\alpha - \sin\frac{\pi}{3}\sin 2\alpha$$

$$= (\frac{1}{2})(-\frac{7}{25}) - (\frac{\sqrt{3}}{2})(-\frac{24}{25}) = \frac{24\sqrt{3} - 7}{50}$$

$$\Rightarrow 50\cos(\frac{\pi}{3} + 2\alpha) = 24\sqrt{3} - 7$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** (وحید راضی)

برای این‌که تابع f در $x=2$ دارای حد باشد، باید حد راست و چپ در این نقطه با هم برابر باشد:

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = [2^+]a + [(-4)^-](2) = 2a + (-5)(2) = 2a - 10$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = [2^-]a + [(-4)^+](2) = a + (-4)(2) = a - 8$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x)$$

حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:

$$\Rightarrow 2a - 10 = a - 8 \Rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x\to 3^+} (2[x] + [-2x]x) = 2[3^+] + [(-6)^-](3) = 2(2) + (-7)(3) = -15$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** (سروش موئینی)

با جای‌گذاری $\frac{\pi}{2}$ در کسر به $\frac{0}{0}$ می‌رسیم. صورت را گویا می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{\sin x} - \sqrt{-\cos 2x}}{\cos^2 x} = \frac{\sin x - (-\cos 2x)}{\cos^2 x(\sqrt{\sin x} + \sqrt{-\cos 2x})}$$

$$= \frac{\cos 2x + \sin x}{\cos^2 x(\underbrace{\sqrt{\sin x} + \sqrt{-\cos 2x}}_{\text{این در } \frac{\pi}{2} \text{ می‌شود } 2})} = \frac{1 - 2\sin^2 x + \sin x}{2\underbrace{\cos^2 x}_{1-\sin^2 x}}$$

پس حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\sin x)(1+2\sin x)}{2(1-\sin x)(1+\sin x)} = \frac{1+2}{2(1+1)} = \frac{3}{4}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** (مهران حسینی)

برای پیوستگی تابع f در $x=8$ باید حد تابع و مقدار آن با هم برابر باشد:

$$1)\ \lim_{x\to 8} f(x) = \lim \frac{\sqrt{6 - \sqrt[3]{x}} - 2}{a(x-8)} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 8} \frac{\sqrt{6-\sqrt[3]{x}} - 2}{a(x-8)} \times \frac{\sqrt{6-\sqrt[3]{x}} + 2}{\sqrt{6-\sqrt[3]{x}} + 2}$$

$$= \lim_{x\to 8} \frac{\overbrace{2 - \sqrt[3]{x}}}{\underbrace{6 - \sqrt[3]{x} - 4}} \times \frac{4 + 2\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}{4 + 2\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to 8} \frac{8 - x}{a(x-8)(\sqrt{6-\sqrt[3]{x}} + 2)(4 + 2\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2})}$$

$$= \lim_{x\to 8} \frac{-1}{a(\sqrt{6-\sqrt[3]{x}} + 2)(4 + 2\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2})} = \frac{-1}{a \times 4 \times 12} = \frac{-1}{48a}$$

$$2)\ f(8) = 8 - 7 = 1$$

$$\frac{-1}{48a} = 1 \Rightarrow a = \frac{-1}{48}$$

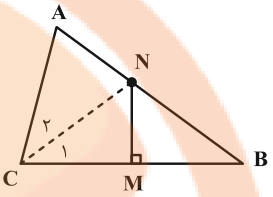
(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

تلاشی دلپذیر موفقیت

هندسه ۱

۲۱- **گزینهٔ «۲»** (علی احمدی قزل‌رشت)

چون N روی عمودمنصف است، پس از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است و مثلث NBC متساوی‌الساقین خواهد بود.



$$\hat{B} = \hat{C}_1 = x$$

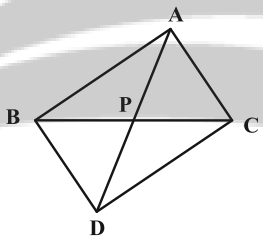
$$AB = BC \Rightarrow \hat{C} = \hat{A} = ۴۲^\circ + x$$

$$\hat{A} + \hat{C} + \hat{B} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow (۴۲^\circ + x) + (۴۲^\circ + x) + x = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۸۴^\circ + ۳x = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۳۲^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا فلاح)



میانهٔ AP در مثلث ABC را از سمت P به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم تا نقطهٔ D حاصل شود. چهارضلعی $ABDC$ متوازی‌الاضلاع است چون در این چهارضلعی، قطرها منصف یکدیگرند، بنابراین $AB = CD$ و $B\hat{A}P = P\hat{A}C$ و در نتیجه داریم:

$$AB > AC \Rightarrow DC > AC \xrightarrow{\Delta ADC} P\hat{A}C > P\hat{D}C$$

$$\Rightarrow P\hat{A}C > B\hat{A}P$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۲۳- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

اگر مساحت مثلث ABC را با S نمایش دهیم، آن‌گاه طبق فرض داریم:

$$h_c = ۲h_a + \frac{۱}{۲}h_b \Rightarrow \frac{۲S}{c} = ۲\times\frac{۲S}{a} + \frac{۱}{۲}\times\frac{۲S}{b}$$

$$\xrightarrow{\div ۲S} \frac{۱}{c} = \frac{۲}{a} + \frac{۱}{۲b} = \frac{۲}{۱۲} + \frac{۱}{۲\times۹} = \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۸} = \frac{۴}{۱۸}$$

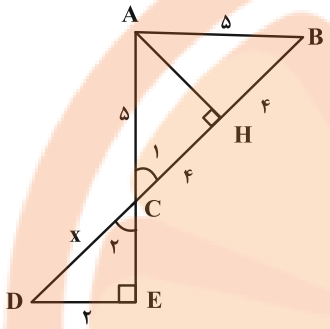
$$\Rightarrow c = \frac{۱۸}{۴} = ۴/۵$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** (علی احمدی قزل‌رشت)

در مثلث متساوی‌الساقین ABC، ارتفاع وارد بر قاعدهٔ BC، میانهٔ نظیر این ضلع است، پس داریم:

$$BH = CH = ۴$$



$$\overset{\Delta}{AHC}: AH^۲ = AC^۲ - CH^۲ = ۲۵ - ۱۶ = ۹$$

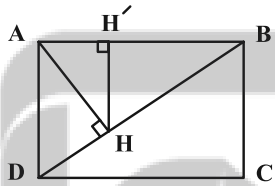
$$\Rightarrow AH = ۳$$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \text{ (متقابل به راس)} \\ \hat{H} = \hat{E} = ۹۰^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{AHC} \sim \overset{\Delta}{DEC}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{AH}{DE} \Rightarrow \frac{۵}{x} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow x = \frac{۱۰}{۳}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)



درمثلث قائم‌الزاویهٔ ABD داریم:

$$BD^۲ = AB^۲ + AD^۲ = ۱۲ + ۴ = ۱۶ \Rightarrow BD = ۴$$

طبق روابط طولی در این مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AB^۲ = BH \times BD \Rightarrow ۱۲ = BH \times ۴ \Rightarrow BH = ۳$$

حال اگر از H، عمود HH' را بر ضلع AB رسم کنیم، آن‌گاه طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث ABD داریم:

$$HH' \parallel AD \Rightarrow \frac{HH'}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow \frac{HH'}{۲} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow HH' = \frac{۳}{۲}$$

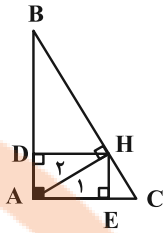
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ و ۴۲)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$\hat{A} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = ۹۰^\circ \xrightarrow{\hat{C} = ۵\hat{B}} ۶\hat{B} = ۹۰^\circ$$

$$\hat{B} = ۱۵^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۷۵^\circ$$

تلاشی در مسیر موفقیت



می‌دانیم اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه، یکی از زوایای حاده برابر ۱۵° باشد، آن‌گاه طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است، بنابراین داریم:

$$\overset{\Delta}{AHB}: \hat{B}=۱۵^\circ \Rightarrow HD=\frac{۱}{۴}AB$$

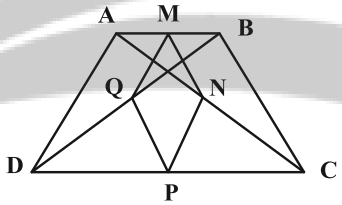
$$\overset{\Delta}{AHC}: \hat{A}_۱=۱۵^\circ \Rightarrow HE=\frac{۱}{۴}AC$$

چهارضلعی $ADHE$ مستطیل است. در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{ADHE}}{S_{ABC}}=\frac{HD\times HE}{\frac{۱}{۲}AB\times AC}=۲\times\frac{HD}{AB}\times\frac{HE}{AC}=۲\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۸}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۴)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(جواد فاتحی)*



در مثلث ABD، نقاط M و Q به‌ترتیب وسط اضلاع AB و BD هستند، پس طبق تعمیم قضیهٔ تالس، $MQ=\frac{۱}{۲}AD$ است. به دلیل مشابه به‌ترتیب در مثلث‌های ABC، ADC و BDC، $MN=\frac{۱}{۲}BC$، $NP=\frac{۱}{۲}AD$ و $PQ=\frac{۱}{۲}BC$ است و در نتیجه داریم:

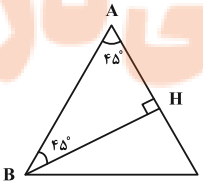
$$\text{محیط } MNPQ=\frac{۱}{۲}AD+\frac{۱}{۲}BC+\frac{۱}{۲}AD+\frac{۱}{۲}BC$$

$$=AD+BC=۳+۳=۶$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مجموع فواصل هر نقطهٔ دلخواه واقع بر قاعدهٔ یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق مثلث برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است.



اگر ارتفاع وارد بر ساق AC را مطابق شکل رسم کنیم، آن‌گاه مثلث ABH، مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است و در نتیجه داریم:

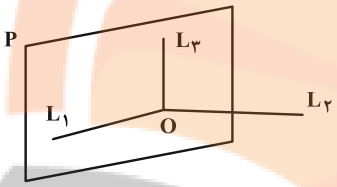
$$\overset{\Delta}{ABH}: AB^۲=AH^۲+BH^۲=(۲\sqrt{۲})^۲+(۲\sqrt{۲})^۲=۱۶$$

$$\Rightarrow AB=AC=۴$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}BH\times AC=\frac{۱}{۲}\times۲\sqrt{۲}\times۴=۴\sqrt{۲}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۸)

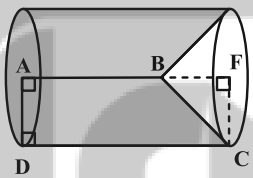
۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(رضا عباسی‌اصل)*



فرض کنید خط $L_۳$ درون صفحهٔ P نباشد. در این صورت بر دو خط متقاطع $L_۱$ و $L_۳$، صفحه‌ای مانند P' می‌گذرد. چون خط $L_۲$ بر دو خط متقاطع از صفحهٔ P' در محل تقاطع عمود است، پس $L_۲\perp P$، پس $P\parallel P'$. با توجه به اینکه دو صفحهٔ P و P' هر دو شامل خط $L_۱$ هستند، پس نمی‌توانند موازی یکدیگر باشد و در نتیجه طبق برهان خلف، خط $L_۳$ لزوماً درون صفحهٔ P قرار دارد.

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*



کافی است حجم مخروط با رأس B را از حجم استوانه کم کنیم.

$$\overset{\Delta}{BFC}: \hat{F}=۹۰^\circ, \hat{BCF}=۴۵^\circ \Rightarrow \hat{CBF}=۴۵^\circ$$

$$\overset{\Delta}{CBF}: BF=FC=۲$$

$$\Rightarrow AF=AB+BF=۵+۲=۷$$

$$\text{حجم استوانه}=\pi(AD)^۲\times AF=\pi\times۲^۲\times۷=۲۸\pi$$

$$\text{حجم مخروط}=\frac{۱}{۳}\pi(FC)^۲\times BF=\frac{\pi}{۳}\times۲^۲\times۲=\frac{۸\pi}{۳}$$

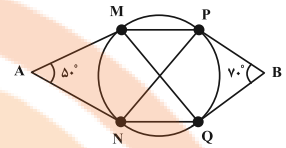
$$\text{حجم حاصل از دوران}=۲۸\pi-\frac{۸\pi}{۳}=\frac{۸۴\pi-۸\pi}{۳}=\frac{۷۶\pi}{۳}$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

تلاشی در مسیر موفقیت

هندسه ۲

۳۱- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)



می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از یک نقطهٔ خارج دایره بر آن دایره برابر یکدیگرند، پس دو مثلث AMN و BPQ متساوی‌الساقین هستند و داریم:

$$\overset{\Delta}{AMN}: AM = AN \Rightarrow \hat{AMN} = \hat{ANM} = \frac{۱۸۰^\circ - ۵۰^\circ}{۲} = ۶۵^\circ$$

(زاویهٔ ظلی) $\hat{AMN} = \frac{\overset{\frown}{MN}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{MN} = ۱۳۰^\circ$

$$\overset{\Delta}{BPQ}: BP = BQ \Rightarrow \hat{BPQ} = \hat{BQP} = \frac{۱۸۰^\circ - ۷۰^\circ}{۲} = ۵۵^\circ$$

(زاویهٔ ظلی) $\hat{BPQ} = \frac{\overset{\frown}{PQ}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{PQ} = ۱۱۰^\circ$

$$\left.\begin{array}{l} \text{(زاویهٔ محاطی)}\ M\hat{P}N = \frac{\overset{\frown}{MN}}{۲} = ۶۵^\circ \\ \text{(زاویهٔ محاطی)}\ P\hat{M}Q = \frac{\overset{\frown}{PQ}}{۲} = ۵۵^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow M\hat{P}N - P\hat{M}Q = ۱۰^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** (فرزانه خاکپاش)

$$\overset{\frown}{BD} = ۱۸۰^\circ - \overset{\frown}{CD} = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

(زاویهٔ محاطی) $\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} = \frac{۱۲۰^\circ}{۲} = ۶۰^\circ$

چون شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است، پس مثلث ABC قائم‌الزاویه و $\hat{A} = ۳۰^\circ$ است.

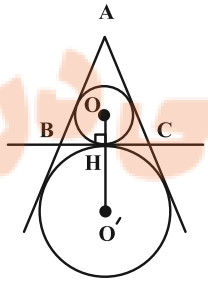
طل ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° در مثلث قائم‌الزاویه نصف طول وتر است، پس داریم:

$$BC = \frac{۱}{۲}AC = \frac{۱}{۲} \times ۱۲ = ۶ \Rightarrow ۲R = ۶ \Rightarrow R = ۳$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

مطابق شکل فاصلهٔ بین مراکز دو دایرهٔ محاطی داخلی و خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر مجموع شعاع‌های دایرهٔ محاطی داخلی و دایرهٔ محاطی خارجی مثلث است.



اگر مساحت مثلث را با S و نصف محیط آن را با P نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times ۶^۲ = ۹\sqrt{۳}$$

$$P = \frac{۳ \times ۶}{۲} = ۹$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۹} = \sqrt{۳}$$

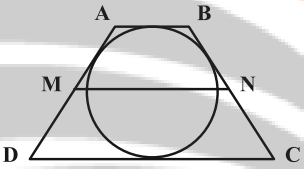
$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۹ - ۶} = ۳\sqrt{۳}$$

$$OO' = r + r_a = ۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** (فرزانه خاکپاش)

فرض کنیم طول قاعده‌های ذوزنقه برابر a و b $(a < b)$ باشد.



می‌دانیم طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق ذوزنقه را به هم وصل می‌کند، میانگین طول دو ساق ذوزنقه است، پس داریم:

$$MN = \frac{a + b}{۲} = ۱۰ \Rightarrow a + b = ۲۰$$

از طرفی قطر دایرهٔ محاطی یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، واسطهٔ هندسی بین دو قاعده است، پس داریم:

$$(۲R)^۲ = a \times b \xrightarrow{R=۴} ab = ۶۴$$

با حل معادلهٔ درجه دوم زیر مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

$$x^۲ - ۲۰x + ۶۴ = ۰ \Rightarrow (x - ۴)(x - ۱۶) = ۰ \xrightarrow{a<b} \begin{cases} a = ۴ \\ b = ۱۶ \end{cases}$$

اختلاف طول‌های دو قاعده $= b - a = ۱۶ - ۴ = ۱۲$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** (محمد فندان)

هر سه گزاره نادرست است.

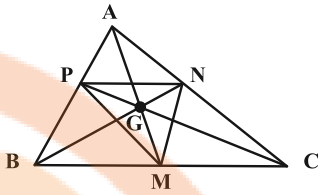
الف) ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی به فاصلهٔ m از یکدیگر، یک انتقال با برداری به طول $۲m$ است.

ب) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع که با یکدیگر زاویهٔ θ می‌سازند، یک دوران با زاویهٔ ۲θ است.

پ) تصویر یک خط تحت یک انتقال بر خودش منطبق می‌گردد اگر و تنها اگر بردار انتقال موازی با آن خط باشد.

(هندسه ۲- تبدیلهای هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** (سوگند روشنی)



مطابق شکل اگر نقطهٔ G محل همرسی میانه‌های مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:

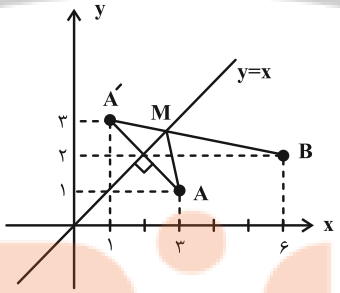
$$\frac{GM}{GA}=\frac{GN}{GB}=\frac{GP}{GC}=\frac{۱}{۲}$$

از طرفی دو نقطهٔ M و A در دو طرف نقطهٔ G قرار دارند، پس در یک تجانس به مرکز G و نسبت $\left(-\frac{۱}{۲}\right)$، نقطهٔ A بر M تصویر می‌شود. به طور مشابه در این تجانس نقطهٔ B بر روی نقطهٔ N و نقطهٔ C بر روی نقطهٔ P تصویر می‌گردد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۳۷- **گزینهٔ «۴»** (علی ایمانی)

طبق روش هرون ابتدا قرینهٔ نقطهٔ A را نسبت به خط $y=x$ پیدا کرده و آن را A' می‌نامیم.



طبق ویژگی بازتاب اگر M نقطهٔ تقاطع $A'B$ با خط $y=x$ (محور بازتاب) باشد، آن‌گاه $MA=MA'$ است و در نتیجه داریم:

$$MA+MB=MA'+MB=A'B$$

بنابراین کافی است مختصات نقطهٔ A' و سپس طول پاره‌خط $A'B$ را محاسبه کنیم.

$$A(۳,۱)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } y=x}A'(۱,۳)$$

$$A'B=\sqrt{(۶-۱)^۲+(۲-۳)^۳}=\sqrt{۲۶}$$

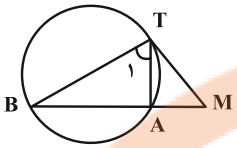
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحهٔ ۵۴)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** (محمد فندان)

طبق روابط طولی در این دایره داریم:

$$MT^۲=MA\times MB\Rightarrow(۶\sqrt{۳})^۲=۶\times MB\Rightarrow ۶MB=۱۰۸$$

$$\Rightarrow MB=۱۸\Rightarrow AB=۱۸-۶=۱۲$$



مطابق شکل $\hat{T}_۱$ زاویهٔ محاطی روبه‌رو به کمان AB است، پس داریم:

$$\hat{T}_۱=\frac{AB}{۲}=\frac{۱۲۰^\circ}{۲}=۶۰^\circ$$

این دایره، دایرهٔ محیطی مثلث ABT است، پس اگر R شعاع این دایره باشد، طبق قضیهٔ سینوس‌ها داریم:

$$\frac{AB}{\sin\hat{T}_۱}=۲R\Rightarrow\frac{۱۲}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=۲R\Rightarrow R=\frac{۱۲}{\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}=۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲-، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

طبق قضیهٔ استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^۲\times DC+AC^۲\times BD=AD^۲\times BC+BD\times DC\times BC$$

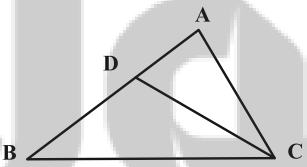
$$\Rightarrow ۴^۲\times۵+۶^۲\times۳=AD^۲\times۸+۳\times۵\times۸$$

$$\Rightarrow ۸۰+۱۰۸=۸AD^۲+۱۲۰\Rightarrow ۸AD^۲=۶۸\Rightarrow AD^۲=\frac{۱۷}{۲}$$

$$\Rightarrow AD=\frac{\sqrt{۱۷}}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۳۴}}{۲}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحهٔ ۶۹)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** (سوگند روشنی)



طبق قضیهٔ نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AD}{BD}=\frac{AC}{BC}\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}}\frac{AD}{AB}=\frac{AC}{AC+BC}$$

$$\Rightarrow\frac{AD}{۱۴}=\frac{۸}{۲۸}\Rightarrow AD=۴\Rightarrow BD=۱۰$$

طبق رابطهٔ طول نیمساز داخلی داریم:

$$CD^۲=CA\times CB-AD\times BD$$
$$=۸\times۲۰-۴\times۱۰=۱۲۰$$
$$\Rightarrow CD=\sqrt{۱۲۰}=۲\sqrt{۳۰}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

تلاشی درمسیر موفقیت

آمار و احتمال

۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه خاکپاش)*

گزارهٔ $(s \Rightarrow r) \sim$ درست است، پس گزارهٔ $s \Rightarrow r$ نادرست است و در نتیجه گزاره‌های s و r به‌ترتیب درست و نادرست هستند.

یک ترکیب فصلی زمانی درست است که حداقل یکی از گزاره‌های سازندهٔ آن درست باشد، بنابراین از درستی گزارهٔ $r \vee \sim q$ و نادرستی گزارهٔ r نتیجه می‌شود q نادرست است، از طرفی $p \Rightarrow q$ درست و q نادرست است، پس گزارهٔ p نیز لزوماً نادرست خواهد بود، یعنی هر سه گزارهٔ p، q و r نادرست هستند.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمد فندان)*

ابتدا اعضای دو مجموعهٔ A و B را به دست می‌آوریم.

$$x^۲ = ۳x \Rightarrow x^۲ - ۳x = ۰ \Rightarrow x(x-۳) = ۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۳ \end{cases} \Rightarrow A = \{۰, ۳\}$$

$$x^۲ \leq ۵x \Rightarrow x^۲ - ۵x \leq ۰ \Rightarrow x(x-۵) \leq ۰ \Rightarrow ۰ \leq x \leq ۵$$

$$\Rightarrow B = \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$$

مجموعهٔ C لزوماً شامل اعضای مجموعهٔ A یعنی ۰ و ۳ است و می‌تواند شامل هریک از اعضای مجموعهٔ $B - A$، یعنی ۱، ۲، ۴ و ۵ باشد یا نباشد، بنابراین تعداد مجموعه‌های C برابر است با:

$$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۱۶$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A \cap B)' \cap (A' \cup B) \cap C = [(A' \cup B') \cap (A' \cup B)] \cap C$$
$$= [A' \cup \underbrace{(B' \cap B)}_{\varnothing}] \cap C = A' \cap C$$

طبق فرض مسئله، این مجموعه برابر مجموعهٔ C است. بنابراین داریم:

$$A' \cap C = C \Rightarrow C - A = C$$

$$\Rightarrow \text{ } C \text{ و } A \text{ جدا از هم هستند.} \Rightarrow A \cap C = \varnothing$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۳۴)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید $P(a) = x$ باشد. در این صورت داریم:

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = ۱$$

$$\Rightarrow x + (x + \frac{۱}{۸}) + (x + \frac{۲}{۸}) + (x + \frac{۳}{۸}) = ۱$$

$$\Rightarrow ۴x + \frac{۶}{۸} = ۱ \Rightarrow ۴x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۶}$$

$$\frac{P(\{c,d\})}{P(\{a,b\})} = \frac{\left(\frac{۱}{۱۶} + \frac{۲}{۸}\right) + \left(\frac{۱}{۱۶} + \frac{۳}{۸}\right)}{\frac{۱}{۱۶} + \left(\frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۸}\right)} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۴}} = ۳$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(جواد حاتمی)*

فرض کنید A پیشامد یکسان ظاهر شدن تمام سکه‌ها و $B_۱$، $B_۲$ و $B_۳$ به‌ترتیب پیشامدهای آمدن دو رو، دو پشت و یک رو و یک پشت در دو پرتاب اول باشند. در این صورت طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B_۱)P(A \mid B_۱) + P(B_۲)P(A \mid B_۲) + P(B_۳)P(A \mid B_۳)$$

$$= \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۲} \times ۰$$
$$= \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۳۲} = \frac{۴+۱}{۳۲} = \frac{۵}{۳۲}$$

تذکر: $P(A \mid B_۱)$ و $P(A \mid B_۲)$ به‌ترتیب احتمال رو ظاهر شدن تک سکهٔ پرتاب شده و پشت ظاهر شدن سه سکهٔ پرتاب شده هستند.

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۴۶- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، بنابراین پیشامدهای A و B' نیز مستقل از هم هستند و در نتیجه داریم:

$$P(A\cup B')=P(A)+P(B')-P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow ۰/۸=۰/۵+P(B')-۰/۵P(B')\Rightarrow ۰/۵P(B')=۰/۳$$

$$\Rightarrow P(B')=\frac{۰/۳}{۰/۵}=۰/۶\Rightarrow P(B)=۰/۴$$

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)=۰/۵\times ۰/۴=۰/۲$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۴۷- **گزینهٔ «۱»** (جواد حاتمی)

مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است، پس داریم:

$$-۴+a-۲+۱+۲+۳+۴=۰\Rightarrow a=-۴$$

بزرگ‌ترین داده برابر ۲۰ است، پس در صورتی که $\bar{x}$ میانگین این داده‌ها باشد، داریم:

$$۲۰-\bar{x}=۴\Rightarrow \bar{x}=۱۶$$

در این صورت با افزودن ۱۶ واحد به مقادیر انحراف از میانگین، داده‌های اصلی حاصل می‌شوند:

$$\underset{Q_۱}{\downarrow}\ \underset{Q_۲}{\downarrow}\ \underset{Q_۳}{\downarrow}$$
$$۱۲,۱۲,۱۴,۱۷,۱۸,۱۹,۲۰$$

بنابراین چارک اول داده‌ها $Q_۱=۱۲$ است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** (نیلوفر مهروی)

$$\sigma_۱^۲=۶\Rightarrow \frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲}{n}=۶\Rightarrow \sum(x_i-\bar{x})^۲=۶n$$

با حذف ۴ دادهٔ مساوی با میانگین، میانگین و مجموع مربعات انحراف از میانگین داده‌ها تغییری نمی‌کند، اما تعداد داده‌ها برابر $n-۴$ خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$\sigma_۱^۲=۱۴\Rightarrow ۱۴=\frac{۶n}{n-۴}\Rightarrow ۱۴n-۵۶=۶n$$

$$\Rightarrow ۸n=۵۶\Rightarrow n=۷$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

شمارهٔ داده‌های انتخاب شده در نمونه‌گیری سیستماتیک جمله‌های یک دنباله حسابی هستند. اگر ۲۱ و ۴۰ جمله‌های یک دنبالهٔ حسابی باشند، تفاضل آن‌ها مضربی از قدر نسبت است.

با توجه به اینکه ۱۹ عددی اول است، پس قدر نسبت همان ۱۹ است و جمله‌های دنباله حسابی به صورت زیر هستند:

$$۲,۲۱,۴۰,۵۹,\ldots,۲+۱۹(n-۱)$$

پس در بین گزینه‌ها عددی که به صورت $۲+۱۹k$ باشد، قابل قبول است. با توجه به اینکه $۲+۱۹\times ۷=۱۳۵$، پس دادهٔ ۱۳۵ در این نمونه‌گیری انتخاب شده است.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

میانگین واقعی این جامعه برابر است با: $\mu=\frac{۱+۲+\ldots+۹}{۹}=\frac{۴۵}{۹}=۵$

تعداد نمونه‌های دو عضوی که می‌توان از این جامعه انتخاب کرده برابر $\binom{۹}{۲}=۳۶$ است که در بین آن‌ها ۴ نمونهٔ $\{۱,۹\}$، $\{۲,۸\}$، $\{۳,۷\}$ و $\{۴,۶\}$ دارای میانگین برابر ۵، یعنی برابر میانگین واقعی جامعه هستند. در بین سایر نمونه‌ها، نیمی دارای میانگین بیشتر از میانگین واقعی جامعه و نیمی دیگر دارای میانگین کمتر از میانگین واقعی جامعه هستند. بنابراین اگر پیشامد موردنظر سؤال را A بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$P(A)=\frac{\frac{۳۶-۴}{۲}}{۳۶}=\frac{۱۶}{۳۶}=\frac{۴}{۹}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

فیزیک ۱

۵۱- گزینهٔ «۲» (بهادر کامران)

در مدل‌سازی از اثر نیروهای جزئی صرف‌نظر می‌شود.

بنابراین فرض می‌کنیم جرم اتومبیل ثابت است و نیروی مقاومت هوا ثابت می‌ماند و نیروی بالابری وارد بر اتومبیل نیز ناچیز است.

(فیزیک ۱، فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۵۲- گزینهٔ «۲» (محمدامین عمودی‌نژاد)

الف و ب درست و ج و د غلط هستند.

الف) درست. $۱۰^{-۶}\,daA = ۱۰^{-۶}\,daA \times \frac{۱۰A}{۱daA} \times \frac{۱mA}{۱۰^{-۳}A} = ۱۰^{-۲}\,mA$

ب) درست. $۱۰^{-۶}\,dm = ۱۰^{-۶}\,dm \times \frac{۱۰^{-۱}m}{۱dm} \times \frac{۱nm}{۱۰^{-۹}m} = ۱۰^{۲}\,nm$

ج) نادرست. $۱kg = ۱kg \times \frac{۱۰^{۳}g}{۱kg} \times \frac{۱Tg}{۱۰^{۱۲}g} = ۱۰^{-۹}\,Tg$

د) نادرست. $۱۰^{-۲۲}\,Gm = ۱۰^{-۲۲}\,Gm \times \frac{۱۰^{۹}m}{۱Gm} \times \frac{۱pm}{۱۰^{-۱۲}m} = ۱۰^{-۱}\,pm$

(فیزیک ۱، فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۵۳- گزینهٔ «۱» (فاروق مردانی)

$$P = \rho gh + P_۰ \Rightarrow (P_۰ + ۰/۸P_۰) = \rho gh + P_۰$$
$$\Rightarrow ۱/۸P_۰ - P_۰ = \rho gh$$
$$\Rightarrow ۰/۸ \times ۱۰^{۵} = ۱۰^{۳} \times ۱۰h$$
$$\Rightarrow h = ۸m$$

(فیزیک ۱، ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

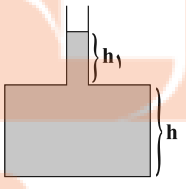
۵۴- گزینهٔ «۳» (محمدرضا حسین‌نژادی)

باید دقت کنیم که ابتدا فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع برابر است با:

$$P = \rho gh + \rho gh_۱$$

حال وقتی مساحت قسمت باریک $\frac{۱}{۳}$ برابر شود، آن‌گاه:

$h_۱ = \frac{V_۱}{A_۱}$ ($V_۱$ → ثابت، $A_۱$ → برابر $\frac{۱}{۳}$) ⇒ $h_۱$ → ۳ برابر



بنابراین فشار جدید وارد بر کف ظرف برابر است با: $P' = \rho gh + ۳\rho gh_۱$

$$\frac{P'}{P} = \frac{\rho gh + ۳\rho gh_۱}{\rho gh + \rho gh_۱}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{P'}{P} = \frac{(\rho gh + \rho gh_۱) + ۲\rho gh_۱}{\rho gh + \rho gh_۱} = ۱ + \frac{۲\rho gh_۱}{\rho gh + \rho gh_۱} > ۱ \\ \frac{P'}{P} = \frac{۳(\rho gh + \rho gh_۱) - ۲\rho gh}{\rho gh + \rho gh_۱} = ۳ - \frac{۲\rho gh}{\rho gh + \rho gh_۱} < ۳ \end{cases}$$

(فیزیک ۱، ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۵۵- گزینهٔ «۲» (میثم رشتیان)

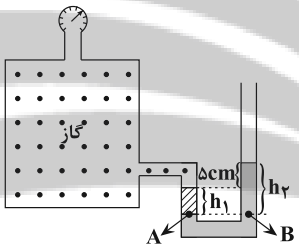
فشارسنج، فشار پیمانه‌ای مخزن گاز یعنی $P_{گاز} - P_۰$ را نمایش می‌دهد. اگر برای دو نقطهٔ A و B فشار را بنویسیم، داریم:

$$P_A = P_{گاز} + \rho_۱ gh_۱$$
$$P_B = P_۰ + \rho_۲ gh_۲$$
$$\xrightarrow{P_A = P_B} P_{گاز} + \rho_۱ gh_۱ = P_۰ + \rho_۲ gh_۲$$
$$\Rightarrow \underbrace{P_{گاز} - P_۰}_{P_g} = \rho_۲ gh_۲ - \rho_۱ gh_۱$$
$$\Rightarrow ۱۸۰۰ = (۳ \times ۱۰^{۳} \times ۱۰ \times h_۲) - (۸ \times ۱۰^{۲} \times ۱۰ \times h_۱)$$
$$\Rightarrow ۳۰۰h_۲ - ۸۰h_۱ = ۱۸ \Rightarrow ۱/۵h_۲ - ۰/۴h_۱ = ۹ \times ۱۰^{-۲}(m)$$
$$\Rightarrow ۱/۵h_۲ - ۰/۴h_۱ = ۹(cm) \quad (۱)$$

از طرفی طبق شکل می‌توان نوشت: $h_۲ - h_۱ = ۵cm \quad (۲)$

با حل دو معادلهٔ (۱) و (۲) داریم: $h_۱ = \frac{۱۵}{۱۱}cm$ و $h_۲ = \frac{۷۰}{۱۱}cm$. در نتیجه:

$$\frac{h_۲}{h_۱} = \frac{۷۰}{۱۵} = \frac{۱۴}{۳}$$



(فیزیک ۱، ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

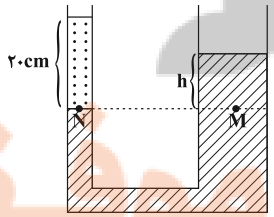
۵۶- گزینهٔ «۲» (امیرحسین برادران)

اگر مایع A در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x پایین بیاید مایع A در شاخهٔ سمت چپ به اندازهٔ $۴x$ بالا می‌رود. زیرا:

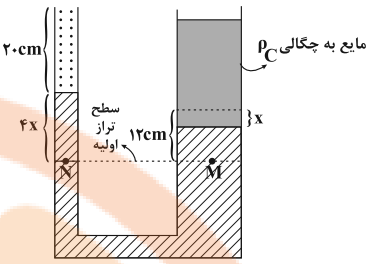
$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow A_۱x = A_۲x' \xrightarrow[r_۱ = ۲r_۲]{A = \pi r^۲} x' = ۴x$$

ابتدا اختلاف ارتفاع مایع A را در دو طرف لوله پیش از ریختن مایع C به‌دست می‌آوریم: $P_N = P_M \Rightarrow P_۰ + \rho_B gh_B = P_۰ + \rho_A gh_A$

$$\xrightarrow[\rho_B = ۳\frac{g}{cm^۳},\ \rho_A = ۵\frac{g}{cm^۳}]{h_B = ۲۰cm} ۳ \times ۲۰ = ۵ \times h_A \Rightarrow h_A = ۱۲cm$$



اکنون بعد از ریختن مایع C در شاخهٔ سمت راست مجدداً رابطهٔ هم‌فشاری نقاط M و N را می‌نویسیم. فرض می‌کنیم مایع A در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x پایین بیاید.



$$P'_M = P'_N$$

$$\Rightarrow P_0 + \rho_B g h_B + \rho_A g(4x) = P_0 + \rho_A g(12-x) + \rho_C g h_C$$

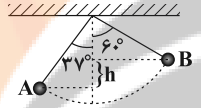
$$h_B = 20cm, \rho_B = 3\frac{g}{cm^3}, \rho_A = 5\frac{g}{cm^3} \xrightarrow{} h_C = 25cm, \rho_C = 4\frac{g}{cm^3}$$

$$3\times20+5\times4\times x = 5(12-x)+4\times25 \Rightarrow x = 4cm \Rightarrow 4x = 16cm$$

(فیزیک ۱، ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(سیاوش فارسی)*

کار نیروی وزن روی جسم تنها تابع اختلاف ارتفاع قائم نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر است.



$$h = L\cos37^\circ - L\cos60^\circ = 4\times0/8 - 4\times0/5 = 1/2m$$

با توجه به این‌که گلوله رو به بالا حرکت کرده، کار نیروی وزن منفی است.

$$W_{mg} = -mgh = -0/4\times10\times1/2 = -4/8J$$

(فیزیک ۱، کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(نیما نوروزی)*

از آن‌جا که در طول مسیر اتلاف انرژی وجود ندارد از اصل پایستگی انرژی مکانیکی $E_1 = E_2$ استفاده می‌کنیم. پس برای دو حالت می‌نویسیم:

$$\left.\begin{aligned} E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh \\ E_A = E_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A'^2 = mg(2h) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v'_A}\right)^2 = \frac{h}{2h} \Rightarrow \frac{20}{v'_A} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow v'_A = 20\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱، کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(هوشنگ غلام عابدی)*

کار خروجی انجام شده توسط پمپ معادل $W = mgh$ است.

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \xrightarrow{v=\frac{h}{\Delta t}} P = mgv = \rho Vgv$$

$$P_A = 2P_B \Rightarrow m_{آب} g v_A = 2\rho_{گلیسیرین} V_{گلیسیرین} g v_B$$

$$\Rightarrow 200\times10 = 2\times1250\times20V_{گلیسیرین}$$

$$\Rightarrow V_{گلیسیرین} = 0/04m^3 = 40L$$

(فیزیک ۱، کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(فاروق مردانی)*

تغییرات دمای کلوین و درجهٔ سلسیوس با یکدیگر برابر است. با توجه به رابطهٔ درجهٔ سلسیوس و درجهٔ فارنهایت داریم:

$$\Delta\theta = \Delta T \Rightarrow \Delta\theta = 90^\circ C$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\times90 = 162^\circ F$$

(فیزیک ۱، دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(اسماعیل امارم)*

مجموع افزایش طول دو میله برابر با $2mm$ است. با توجه به رابطهٔ تغییرات طول با دما داریم: $\Delta L = L_{01}\alpha_1\Delta\theta + L_{02}\alpha_2\Delta\theta$

$$\Rightarrow 0/2 = 40\times2\times10^{-5}\Delta\theta + 80\times4\times10^{-5}\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 0/2 = (8\times10^{-4} + 32\times10^{-4})\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{0/2}{4\times10^{-3}} = 50^\circ C$$

(فیزیک ۱، دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** *(هوشنگ غلام‌عابدی)*

با توجه به رابطهٔ ظرفیت گرمایی (C) داریم:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta} \Rightarrow \frac{C_A}{C_B} = \frac{Q_A}{Q_B}\times\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{Q}{2Q}\times\frac{2\theta}{\theta} = 1$$

با توجه به رابطهٔ گرمای ویژه (c) داریم:

$$c = \frac{Q}{m\Delta\theta} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{Q_A}{Q_B}\times\frac{m_B}{m_A}\times\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{Q}{2Q}\times\frac{\frac{m}{2}}{m}\times\frac{2\theta}{\theta} = \frac{1}{2}$$

یا

$$c = \frac{C}{m} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{C_A}{C_B}\times\frac{m_B}{m_A} = 1\times\frac{\frac{m}{2}}{m} = \frac{1}{2}$$

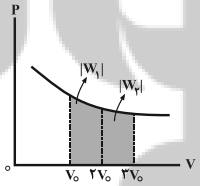
(فیزیک ۱، دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی میراب‌زاده)*

هر سه تغییر حالت تصعید (تبدیل جامد به گاز)، ذوب (تبدیل جامد به مایع) و تبخیر (تبدیل مایع به گاز) فرایندهایی گرماگیر هستند.

(فیزیک ۱، دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(سعید شرق)*



با توجه به نمودار $P-V$ یک فرایند آرمانی بی‌دررو، چون مساحت زیر نمودار $P-V$ برابر با اندازهٔ کار انجام شده است، داریم:

$$\frac{|W_2|}{|W_1|} < 1 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} < 1$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۹)

۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(حسن اسحاق‌زاده)*

چون نمودار $P-T$ فرایند AB خط راستی است که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد، بنابراین AB فرایندی هم‌حجم است که طی آن فشار افزایش

می‌یابد و هم‌چنین فرایند BC به‌صورت هم‌دما است. پس فقط نمودار گزینهٔ «۴» درست نشان داده شده است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

فیزیک ۲

۶۶- گزینهٔ «۲» (فاروق مردانی)

$$\begin{cases} q_1 \\ q_2 \\ r = d \\ F \end{cases} \quad \begin{cases} q_1' = q_1 \\ q_2' = q_2 \\ r' = d - x \\ F' = F + \frac{5}{4}F = \frac{9}{4}F \end{cases}$$

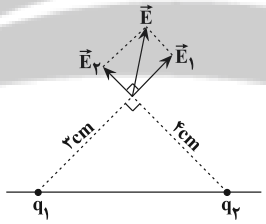
$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|} \times (\frac{r}{r'})^2 \Rightarrow \frac{\frac{9}{4}F}{F} = (\frac{d}{d-x})^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = (\frac{d}{d-x})^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{d}{d-x} \Rightarrow 3d - 3x = 2d \Rightarrow d = 3x \Rightarrow \frac{x}{d} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۲، الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۷- گزینهٔ «۳» (فرهاد جوینی)

نقطهٔ مورد نظر در خارج خط واصل دو بار است:



$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9\times10^9 \times \frac{6\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2} \Rightarrow E_1 = 6\times10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9\times10^9 \times \frac{8\times10^{-6}}{(4\times10^{-2})^2} \Rightarrow E_2 = 4/5\times10^7 \frac{N}{C}$$

دو میدان $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در نقطهٔ مزبور بر هم عمودند (چون عددهای ۳، ۴ و ۵ که اضلاع یک مثلث می‌باشند عددهای فیثاغورثی هستند $3^2 + 4^2 = 5^2$) بنابراین داریم:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 = (6\times10^7)^2 + (4/5\times10^7)^2$$

$$\Rightarrow E = 7/5\times10^7 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲، الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۶۸- گزینهٔ «۳» (مهری میراب‌زاده)

تغییرات انرژی جنبشی ذره برابر قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره است و داریم:

$$\Delta K = -\Delta U \ , \ \Delta U = \Delta V.q \Rightarrow \Delta U = (V_B - V_A).q$$

$$\Rightarrow \Delta U = (20-(-80))\times4\times10^{-6} = 4\times10^{-4} J$$

$$\xrightarrow{\Delta K = -\Delta U} \frac{1}{2}\times4\times10^{-6}(v^2 - 2000) = -4\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow 2\times10^{-6}v^2 - 40\times10^{-4} = -4\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow 2\times10^{-6}v^2 = 36\times10^{-4} \Rightarrow v^2 = 1800 \Rightarrow v = 30\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲، الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶۹- گزینهٔ «۴» (محسن پیکان)

چون خازن شارژ شده از مولد جدا است. بنابراین بار آن ثابت است. با قرار دادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت آن κ برابر می‌شود و لذا مطابق رابطهٔ زیر، انرژی ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد.

$$\left.\begin{aligned} U' &= \frac{Q^2}{2C'} \\ U &= \frac{Q^2}{2C} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{C'=\kappa C} U' = \frac{U}{\kappa}$$

$$U' - U = -0/6U \xrightarrow{U'=\frac{U}{\kappa}} U(\frac{1}{\kappa} - 1) = -0/6U$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\kappa} = 1 - 0/6 \Rightarrow \kappa = 2/5$$

(فیزیک ۲، الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۰- گزینهٔ «۱» (سؤال ۱۰۹۰ کتاب آبی فیزیک کنکور تجربی، پایه)

ابتدا به‌صورت زیر رابطهٔ بین بزرگی میدان الکتریکی (E)، بار الکتریکی (Q) و ε_0 را به‌دست می‌آوریم.

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{V=\frac{Q}{C}} E = \frac{\frac{Q}{C}}{d} \Rightarrow E = \frac{Q}{C\times d} \xrightarrow{C=\varepsilon_0\frac{A}{d}}$$

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0\frac{A}{d}\times d} \Rightarrow E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \xrightarrow[A=600\times10^{-4}m^2]{Q=1/2\times10^{-6}C}$$

$$E = \frac{1/2\times10^{-6}}{8\times10^{-12}\times600\times10^{-4}} = \frac{12\times10^{-7}}{8\times6\times10^{-14}} = \frac{1}{4}\times10^7$$

$$\Rightarrow E = 2/5\times10^6 \frac{N}{C} \text{ یا } \frac{V}{m}$$

(فیزیک ۲، الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۲۶، ۲۷ و ۳۲ تا ۳۴)

۷۱- گزینهٔ «۲» (میثم رشتیان)

چگالی: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}$

$$\xrightarrow[\frac{m_A}{m_B}=6]{\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{3}{2},} \frac{3}{2} = 6\times\frac{V_B}{V_A}$$

$$\Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{1}{4} \xrightarrow{V=AL} \frac{A_B L_B}{A_A L_A} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{4A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{L_A=L_B} \frac{A_B}{A_A} = \frac{1}{4}$$

مقاومت ویژه: $\rho, R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}$

$$\xrightarrow[\frac{A_B}{A_A}=\frac{1}{4}]{L_A=L_B,\ \frac{\rho_A}{\rho_B}=2} \frac{R_A}{R_B}=2\times1\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{V=RI} \frac{V_A}{V_B}=\frac{R_AI_A}{R_BI_B}$$

$$\xrightarrow{V_A=V_B} \frac{I_A}{I_B}=2$$

(فیزیک ۲، جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(حسین ناصحی)*

با افزایش مقاومت R_2، مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد و طبق رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ جریان کل مدار کاهش می‌یابد. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مولد طبق رابطهٔ $V=\varepsilon-Ir$ افزایش خواهد یافت.

با کاهش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 طبق رابطهٔ $V_1=I_1R_1$ کاهش می‌یابد. بنابراین برای اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 داریم:

$$V=V_1+V_2$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 حتماً افزایش خواهد یافت.

(فیزیک ۲، جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(حسین ناصحی)*

جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها بین شاخه‌ها تقسیم می‌شود. بنابراین داریم:

$$\frac{I_3}{I_2}=\frac{R_2}{R_3}\Rightarrow\frac{I_3}{2}=\frac{20}{20}\Rightarrow I_3=2A$$

$$I_1=I_2+I_3=2+2=4A$$

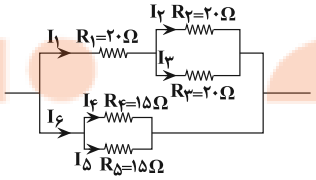
$$R_{23}=\frac{R_2}{2}=\frac{20}{2}=10\Omega$$

$$R_{123}=R_1+R_{23}=20+10=30\Omega$$

$$R_{45}=\frac{R_4}{2}=\frac{15}{2}=7/5\Omega\Rightarrow\frac{I_1}{I_6}=\frac{R_{45}}{R_{123}}\Rightarrow\frac{4}{I_6}=\frac{7/5}{30}$$

$$\Rightarrow I_6=16A$$

$$\xrightarrow{R_4=R_5}\left.\begin{matrix}I_4=I_5\\ I_4+I_5=I_6\end{matrix}\right\}\Rightarrow 2I_5=I_6=16A\Rightarrow I_5=8A$$



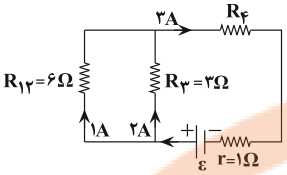
(فیزیک ۲، جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۷۴- **گزینهٔ «۱»** *(فاروق مردانی)*

R_1 و R_2 متوالی $R_{12}=R_1+R_2=2+4=6\Omega$

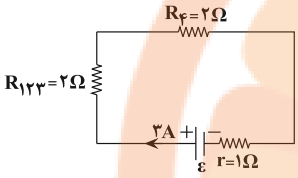
$$V_{12}=V_3\Rightarrow R_{12}I_{12}=R_3I_3\Rightarrow 6I_{12}=3\times2\Rightarrow I_{12}=1A$$

$$\Rightarrow I_1=I_2=1A,\ I_4=I_{12}+I_3=1+2=3A$$



$$9P_1=P_4\Rightarrow 9R_1I_1^2=R_4I_4^2\Rightarrow 9\times2\times1^2=R_4\times9\Rightarrow R_4=2\Omega$$

$$\frac{1}{R_{123}}=\frac{1}{R_{12}}+\frac{1}{R_3}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\Rightarrow R_{123}=2\Omega$$

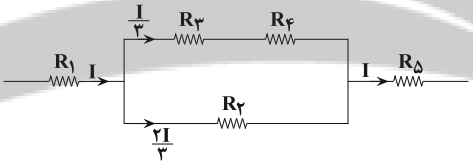


$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow 3=\frac{\varepsilon}{2+2+1}\Rightarrow\varepsilon=15V$$

(فیزیک ۲، جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(سیرجلال میری)*

در مدار سؤال بیش‌ترین جریان از R_1 و R_5 می‌گذرد. اگر این دو مقاومت آسیب نبینند، هیچ مقاومت دیگری آسیب نمی‌بیند. بنابراین بیش‌ترین توان را برای این دو مقاومت درنظر می‌گیریم:



$$P_1=P_5=RI^2=54W$$

$$P_T=P_1+P_2+P_3+P_4+P_5$$

$$\Rightarrow P_T=RI^2+\frac{4}{9}RI^2+\frac{1}{9}RI^2+\frac{1}{9}RI^2+RI^2$$

$$\Rightarrow P_T=\frac{24}{9}RI^2=\frac{24}{9}\times54=144W$$

(فیزیک ۲، جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(سیاوش فارسی)*

ابتدا نیروی وزن و نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار را محاسبه می‌کنیم.

دقت کنید که جهت جنوب را به صورت برون‌سو در نظر می‌گیریم.

$$F_B=|q|vB\sin\theta=(300\times10^{-6})\times(2\times10^4)\times(1/5\times10^{-4})\times1$$

$$\Rightarrow F_B=9\times10^{-4}N\ (1)$$

$$W=mg=(30\times10^{-3}\times10^{-3})\times10=3\times10^{-4}N\ (2)$$

$$\xrightarrow{(1),\ (2)}F_B>W$$

بنابراین جهت نیروی الکتریکی و در نتیجه میدان الکتریکی باید به سمت پایین باشد تا برایند نیروهای وارد بر جسم صفر شود.

$$W+F_E=F_B \xrightarrow{F_E=|q|E} ۳\times۱۰^{-۴}+۳۰۰\times۱۰^{-۶}E=۹\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow ۳+۳E=۹\Rightarrow E=۲\frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲، مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین برادران)

چون حلقه‌ها به هم چسبیده است، بنابراین طول سیملوله از رابطهٔ $\ell=Nd$ به‌دست می‌آید:

$$\ell_A=۲\ell_B \xrightarrow[\text{N: تعداد دور سیملوله}]{\ell=Nd} N_Ad_A=۲N_Bd_B(*)$$

$$m_A=۳m_B \xrightarrow[\rho_A=\frac{۴}{۳}\rho_B]{m=\rho V} \frac{۴}{۳}\rho_B\times V_A=۳\rho_BV_B$$

$$\Rightarrow V_A=\frac{۹}{۴}V_B \xrightarrow[\text{L: طول سیم}\quad \text{A: مساحت مقطع سیم}]{V=AL,\ A=\pi\frac{d^۲}{۴}}$$

$$\frac{\pi d_A^۲}{۴}\times L_A=\frac{۹}{۴}\times\frac{\pi d_B^۲}{۴}\times L_B$$

$$\Rightarrow d_A^۲L_A=\frac{۹}{۴}d_B^۲L_B \xrightarrow[\text{R= شعاع مقطع سیملوله}]{L=N(۲\pi R)}$$

$$d_A^۲\times N_A\times ۲\pi R_A=\frac{۹}{۴}d_B^۲\times N_B\times ۲\pi\times R_B$$

$$\xrightarrow{R_A=\frac{۱}{۲}R_B} d_A^۲\times N_A=\frac{۹}{۲}d_B^۲\times N_B \xrightarrow{(*)} d_A=\frac{۹}{۴}d_B$$

$$B=\mu_۰nI \xrightarrow[n=\frac{N}{\ell},\ \ell=Nd]{} B=\frac{\mu_۰I}{d}\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=\frac{I_A}{I_B}\times\frac{d_B}{d_A}$$

$$\xrightarrow[\frac{I_A=\frac{۱}{۴}}{I_B}]{\frac{d_B=\frac{۴}{۹}}{d_A}} \frac{B_A}{B_B}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۴}{۹}=\frac{۱}{۹}$$

(فیزیک ۲، مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** (سیدعلی میرنوری)

$$I=I_m\sin(\frac{۲\pi}{T}t) \xrightarrow[t=۱۴(ms),\ I_m=۵A]{I=-۲/۵A} -۲/۵=۵\sin(\frac{۲\pi}{T}\times۱۴)$$

$$\frac{-۱}{۲}=\sin(\frac{۲۸\pi}{T})\Rightarrow\frac{۲۸\pi}{T}=\frac{۷\pi}{۶}\Rightarrow T=۲۴ms=\frac{۲۴}{۱۰۰۰}s$$

$$\Rightarrow I=۵\sin(\frac{۲\pi}{۰/۰۲۴}t)=۵\sin(\frac{۲۵۰\pi}{۳}t)$$

$$\xrightarrow{t=۳ms=۰/۰۰۳s} I=۵\sin(\frac{۲۵۰\pi}{۳}\times\frac{۳}{۱۰۰۰})$$

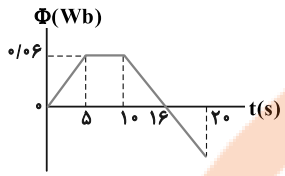
$$\Rightarrow I=۵\sin(\frac{\pi}{۴})=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}A$$

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲ \xrightarrow[L=۱۲H]{I=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}A} U=\frac{۱}{۲}\times۱۲\times\frac{۲۵\times۲}{۴}=۷۵J$$

(فیزیک ۲، القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** (سراسری خارج از کشور ریاضی-۸۸)

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده یعنی $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط متناسب با آهنگ تغییر شار مغناطیسی (شیب نمودار Φ برحسب t) است.



شیب خط در بازهٔ زمانی $t=۱۰s$ تا $t=۲۰s$ ثابت و برابر شیب خط از $t=۱۰s$ تا $t=۱۶s$ است، بنابراین داریم:

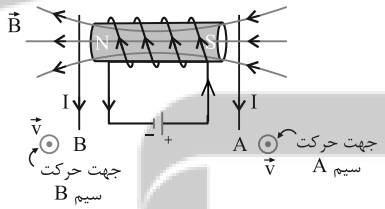
$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{۰-(۰/۰۶)}{۶}=-۰/۰۱\frac{Wb}{s}$$

$$\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-۱\times(-۰/۰۱)=۰/۰۱\ V\Rightarrow\varepsilon=۱۰mV$$

(فیزیک ۲، القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** (سراسری تجربی — ۷۷)

در ابتدا خطوط میدان مغناطیسی ایجاد شده در اطراف سیم‌لوله را تعیین می‌کنیم. طبق قاعدهٔ دست راست با توجه به جهت جریان گذرنده از سیملوله، انتهای راست آن قطب S مغناطیسی و انتهای چپ آن قطب N می‌شود، از این رو خطوط میدان مغناطیسی را در سیملوله و اطراف آن رسم می‌کنیم. حال اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت حرکت سیم A (در این‌جا عمود بر صفحهٔ کاغذ و به طرف بیرون صفحه) به‌گونه‌ای قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود. انگشت شست جهت جریان القایی در سیم متحرک یعنی به طرف پایین ↓ را نمایش می‌دهد.



با همین استدلال سوی جریان در سیم چپ نیز رو به پایین خواهد بود.

(فیزیک ۲، القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

فیزیک ۱

۸۱- **گزینهٔ «۲»** (خسرو ارغوانی‌فرد)

توان، کار انجام شده در واحد زمان است. بنابراین یکای آن به‌صورت زیر می‌باشد:

$$P=\frac{W}{t}=\frac{F.d}{t}=\frac{m.a.d}{t}\Rightarrow[P]=\frac{kg\times\frac{m}{s^۲}\times m}{s}=kg.\frac{m^۲}{s^۳}$$

$$x=y.z^۳\Rightarrow y=\frac{x}{z^۳}\Rightarrow[y]=\frac{kg\frac{m^۲}{s^۳}}{m^۳}=\frac{kg}{m.s^۳}$$

(فیزیک ۱، فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۸۲- **گزینهٔ «۴»** (اسماعیل امارم)

پس از تبدیل واحدها مشخص می‌شود که گزینهٔ «۴»، صحیح نیست.

$$۱\frac{\mu g.m^۳}{s^۲}=.....\frac{g.cm^۳}{hs^۲}$$

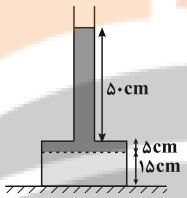
$$۱\frac{\mu g.m^۳}{s^۲}\times\frac{۱۰^{-۶}g}{۱\mu g}\times\frac{۱۰^۶cm^۳}{۱m^۳}\times\frac{۱۰^۴s^۲}{۱hs^۲}=۱۰^۴\frac{g.cm^۳}{hs^۲}$$

(فیزیک ۱، فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** (هوشنگ غلام عابدی)

فضای خالی قسمت پایین ظرف $۲۵۰cm^۳$ است ($V_{خالی}=Ah=۵۰\times۵=۲۵۰cm^۳$) پس از $۰/۵L=۵۰۰cm^۳$ آبی که اضافه شده، به میزان $۲۵۰cm^۳$ وارد قسمت باریک ظرف می‌شود و به اندازهٔ $۵۰cm$ در قسمت باریک ظرف، آب بالا می‌آید.

$$(V=Ah\Rightarrow ۲۵۰=۵h\Rightarrow h=۵۰cm)$$



پس به اندازهٔ $\Delta h=۵۵cm$ به ارتفاع آب موجود اضافه شده، در نتیجه:

کف ظرف $\Delta F=\Delta P\times A=\rho g\Delta h.A$

$$=۱۰۰۰\times۱۰\times۵۵\times۱۰^{-۲}\times۵۰\times۱۰^{-۴}=۲۷/۵N$$

به میزان وزن اضافه شده، به نیروی وارد بر سطح تکیه‌گاه اضافه می‌شود.

$$\Delta F_{\text{تکیه‌گاه}}=W_{\text{اضافه شده}}=mg=\rho Vg$$

$$=۱۰۰۰\times۰/۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰=۵N$$

(فیزیک ۱، ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۸۴- **گزینهٔ «۴»** (هوشنگ غلام عابدی)

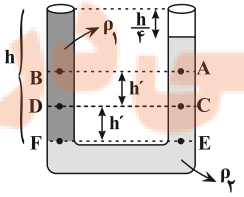
ابتدا نسبت چگالی دو مایع را به‌دست می‌آوریم:

$$P_F=P_E\Rightarrow\rho_۱gh+P_۰=\rho_۲g(h-\frac{h}{۴})+P_۰\Rightarrow\rho_۱=\frac{۳}{۴}\rho_۲$$

اکنون فشار را در نقاط A، B، C و D به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned}P_B&=P_F-\rho_۱g(۲h')\\P_D&=P_F-\rho_۱gh'\\P_C&=P_E-\rho_۲gh'\\P_A&=P_E-\rho_۲g(۲h')\end{aligned}\right\}\xrightarrow[P_F=P_E]{\rho_۱=\frac{۳}{۴}\rho_۲}\left\{\begin{aligned}P_B&=P_E-\frac{۳}{۲}\rho_۲gh'\\P_D&=P_E-\frac{۳}{۴}\rho_۲gh'\\P_C&=P_E-\rho_۲gh'\\P_A&=P_E-۲\rho_۲gh'\end{aligned}\right.$$

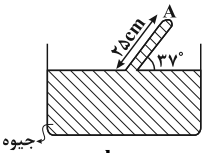
$$\Rightarrow P_D>P_C>P_B>P_A$$



(فیزیک ۱، ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** (حسین ناصحی)

ابتدا ارتفاع قائم لوله را حساب می‌کنیم:



$$\sin۳۷^\circ=\frac{h_A}{۲۵}\Rightarrow۰/۶=\frac{h_A}{۲۵}\Rightarrow h_A=۱۵cm$$

$$P_A+P_{\text{جیوه}}=P_۰\Rightarrow P_A=۷۵-۱۵=۶۰cmHg$$

فشار حاصل از $۶۰cmHg$ را برحسب Pa (پاسکال) محاسبه می‌کنیم:

$$P_A=\rho_{\text{جیوه}}gh_{\text{جیوه}}\Rightarrow P=۱۳۶۰۰\times۱۰\times۰/۶=۸۱۶۰۰Pa$$

$$F=P.A=۸۱۶۰۰\times۵\times۱۰^{-۴}=۴۰/۸N$$

(فیزیک ۱، ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** (وحید مهرآبادی)

$$P_۰+\rho gh=P_۰+P_g$$

$$\Rightarrow ۱۱۰۰\times۱۰\times h=۱۲۱۰\Rightarrow h=۰/۱۱m=۱۱cm$$

(فیزیک ۱، ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** (بهادر کامران)

در گام اول انرژی مکانیکی جسم را در لحظهٔ پرتاب محاسبه می‌کنیم.

$$E_۱=K_۱+U_۱$$

$$\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲+۰=\frac{۱}{۲}m\times۴۰۰=۲۰۰m(J)$$

در گام دوم انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گلوله را در نقطهٔ دوم محاسبه می‌کنیم.

$$K_۲=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۲۵}{۲}m=۱۲/۵m(J)$$

با توجه به این‌که اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی پایسته است و داریم:

$$E_۱=E_۲\Rightarrow E_۱=K_۲+U_۲$$

$$\Rightarrow ۲۰۰m=۱۲/۵m+U_۲\Rightarrow U_۲=۱۸۷/۵m(J)$$

$$\Rightarrow\frac{U_۲}{K_۲}=\frac{۱۸۷/۵m}{۱۲/۵m}=۱۵$$

(فیزیک ۱، کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۸۸- **گزینهٔ «۱»** (اسماعیل امارم)

طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی برایند کار نیروهای وارد برجسم برابر تغییرات انرژی جنبشی است.

$$W_t=W_f+W_{mg}=\frac{۱}{۲}mv^۲-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

$$\xrightarrow{W_{mg}=mgh}W_f+۱\times۱۰\times۱۰=\frac{۱}{۲}\times۱\times۶۴\Rightarrow W_f=-۶۸J$$

$$\frac{W_f}{W_{mg}}=\frac{-۶۸}{۱۰۰}=-۰/۶۸$$

(فیزیک ۱، کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** (یاسر علیلو)

با توجه به قضیهٔ کار – انرژی جنبشی داریم: $\Delta k=W_t=W_{\text{بالابر}}+W_{\text{وزن}}$

تلاشی برای مسیر موفقیت

توان از رابطهٔ $P=\frac{W}{t}$ به‌دست می‌آید.

$$W_{\text{بالابر}}=mgh+\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow P.t=mgh+\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 2\times10^3 t=50\times10\times40+25\times400 \Rightarrow t=15s$$

(فیزیک ۱، کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** (محمدرضا حسین‌نژادی)

راه اول: جمع جبری گرماهای مبادله شده برابر صفر است. باید دقت کنیم $20^\circ C$ دمای تعادل می‌باشد.

$$Q_1+Q_2=0$$

$$m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\xrightarrow{c_1=c_2} m_1\times(20-18)+m_2\times(20-26)=0 \Rightarrow m_1=3m_2$$

$$\begin{cases} m_1+m_2=200g \\ m_1=3m_2 \end{cases} \Rightarrow 3m_2+m_2=200g \Rightarrow m_2=50g$$

$$m_1=3m_2=150g$$

راه دوم: دمای تعادل برای چند جسم هم جنس بدون تغییر حالت برابر است با:

$$\theta_e=\frac{m_1\theta_1+m_2\theta_2}{m_1+m_2} \Rightarrow 20=\frac{18m_1+26m_2}{m_1+m_2} \Rightarrow m_1=3m_2$$

$$m_1+m_2=200g \Rightarrow 3m_2+m_2=200g$$

$$\Rightarrow m_2=50g \Rightarrow m_1=150g$$

(فیزیک ۱، دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۹۱- **گزینهٔ «۳»** (سراسری ریاضی - ۹۰)

اگر از آب صفر درجهٔ سلسیوس، $100/8kJ$ گرما بگیریم، جرم یخ تولید شده برابر است با:

$$Q=-mL_F \xrightarrow[L_F=336\frac{kJ}{kg}]{Q=-100/8kJ}$$

$$-100/8=-m\times336 \Rightarrow m=0/3kg=300g$$

پس درصد نسبت جرم منجمد شده به جرم اولیه برابر خواهد بود با:

$$\frac{m}{M}\times100=\frac{300}{500}\times100=60\%$$

(فیزیک ۱، دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین برادران)

شکل نشان دهندهٔ یک دماسنج بیشینه - کمینه است، که جزء دماسنج‌های معیار نیست. دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تف‌سنج جزء دماسنج‌های معیار هستند.

(فیزیک ۱، دما و گرما؛ صفحهٔ ۸۷)

۹۳- **گزینهٔ «۴»** (سیدجلال میری)

قسمت افقی نمودار ذوب شدن ماده را نشان می‌دهد. در نتیجه در یک شرایط یکسان جسم (۱) زودتر ذوب شده است و گرمای نهان ذوب آن کمتر است.

$$\left.\begin{matrix} Q_1=m_1L_{F_1} \\ Q_2=m_2L_{F_2} \end{matrix}\right\} \xrightarrow[Q_1=P_1t_1,\ Q_2=P_2t_2]{m_1=m_2,\ t_1<t_2} Q_1<Q_2$$

$$\Rightarrow m_1L_{F_1}<m_2L_{F_2} \Rightarrow L_{F_1}<L_{F_2}$$

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=P.t} \Delta\theta=\frac{P}{mc}t$$

$$\xrightarrow{\text{شیب خط (۲) > شیب خط (۱)}} \frac{P_1}{m_1c_1}>\frac{P_2}{m_2c_2} \xrightarrow{P_1=P_2,\ m_1=m_2} c_1<c_2$$

در قسمت ابتدایی با توجه به تغییر زمان یکسان تا نقطهٔ ذوب شیب نمودار (۱) بیشتر است به عبارتی جسم (۱) با گرفتن همان گرما تغییر دمای بیشتر داده است. در نتیجه گرمای ویژهٔ آن کمتر است.

(فیزیک ۱، دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۹۴- **گزینهٔ «۱»** (بابک اسلامی)

چون پیستون در حالت تعادل قرار دارد، بنابراین فشار در دو بخش مخزن یکسان است. با استفاده از قانون گازهای کامل می‌توان نوشت:

$$PV=nRT \Rightarrow \frac{P_{O_2}}{P_{N_2}}\times\frac{V_{O_2}}{V_{N_2}}=\frac{n_{O_2}}{n_{N_2}}\times\frac{T_{O_2}}{T_{N_2}}$$

$$\xrightarrow{P_{O_2}=P_{N_2}} 1\times\frac{V_{O_2}}{V_{N_2}}=\frac{4}{3}\times\frac{330}{280} \Rightarrow \frac{V_{O_2}}{V_{N_2}}=\frac{11}{7}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

چون دمای حالت‌های a و c یکسان است، پس تغییرات انرژی درونی گاز در هر دو مسیر برابر با صفر است. $\Delta U_{ac}=\Delta U_{abc}=0$

$$\Rightarrow Q_{ac}+W_{ac}=Q_{ab}+Q_{bc}+W_{ab}+W_{bc}=0$$

$$\xrightarrow[W_{ab}=0:\text{ فرایندی هم حجم}]{Q_{bc}=0:\text{ فرایندی بی‌دررو}} Q_{ac}+W_{ac}=Q_{ab}+W_{bc}=0$$

طبق معادلهٔ فوق داریم: $Q_{ab}+W_{bc}=0 \Rightarrow Q_{ab}=-W_{bc}$

(نادرستی گزینهٔ «۱»)

چون مساحت زیر نمودار $P-V$ در فرایند تراکمی ac بیشتر از مساحت زیر نمودار در فرایند تراکمی bc است، پس $W_{ac}>W_{bc}>0$ است.

(نادرستی گزینهٔ «۳»)

مطابق نمودار چون $T_2>T_1$ است، بنابراین در فرایند ab دمای گاز کاهش می‌یابد و در نتیجه $\Delta U_{ab}<0$ خواهد شد. (نادرستی گزینهٔ «۴»)

از طرفی داریم:

$$\left.\begin{matrix} Q_{ac}+W_{ac}=0 \Rightarrow |Q_{ac}|=W_{ac}>0 \\ Q_{ab}+W_{bc}=0 \Rightarrow |Q_{ab}|=W_{bc}>0 \end{matrix}\right\}$$

$$W_{ac}>W_{bc} \Rightarrow |Q_{ac}|>|Q_{ab}|$$

(درستی گزینهٔ «۲»)

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

شیمی ۱

۹۶- **گزینهٔ «۲»** (روزبه رضوانی)

بررسی موارد نادرست:

پ) ۱۰ گرم از عنصر A دارای $۱/۵۰۵\times۱۰^{۲۳}$ اتم است.

$$۱۰\,g\,A\times\frac{۱\,mol\,A}{۴۰\,g\,A}\times\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}}{۱\,mol\,A}=۱/۵۰۵\times۱۰^{۲۳}\,A\ \text{اتم}$$

ت) عدد اتمی $_{۵۲}C$ با مجموع عدد اتمی A و B برابر است.

(شیمی ۱، کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۲ تا ۱۹)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** (حمید ذبحی)

با توجه به جملهٔ (آ)، فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر $(F_۲)$، ۴ برابر فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر $(F_۱)$ آن است.

$$F_۱+F_۲=۱۰۰\Rightarrow F_۱+۴F_۱=۱۰۰\Rightarrow F_۱=۲۰\%,F_۲=۸۰\%$$

با توجه به جملهٔ (ب)، جرم مولی CO برابر $۲۸\frac{g}{mol}$ است، که جرم ۲ مول آن برابر ۵۶ گرم خواهد بود، پس جرم مولی ایزوتوپ سبک‌تر $(X_۱=۵۶g.mol^{-۱})$ است و با توجه به اینکه جرم هر پروتون و نوترون برابر ۱amu است، پس عدد جرمی ایزوتوپ سبک‌تر برابر ۵۶ خواهد بود.

با توجه به جملهٔ (پ)، چون تعداد اتم‌های عنصر تک اتمی X با تعداد مولکول‌های اوره برابر است، پس مول این دو ماده نیز برابر خواهد بود، از طرف دیگر چون جرم آن‌ها نیز برابر فرض شده است، پس جرم مولی اوره با ایزوتوپ سنگین‌تر برابر خواهد بود.

$$CO(NH_۲)_۲=(۱۲\times۱)+(۱۶\times۱)+(۱۴\times۲)+(۱\times۴)$$

$$=۶۰\frac{g}{mol}\Rightarrow X_۲=۶۰\frac{g}{mol}$$

حال می‌توان جرم اتمی میانگین را برای عنصر X محاسبه کرد:

$$X_{\text{میانگین}}=\frac{(X_۱\times F_۱)+(X_۲\times F_۲)}{F_۱+F_۲}$$

$$=\frac{(۵۶\times۲۰)+(۶۰\times۸۰)}{۱۰۰}=۵۹/۲$$

(شیمی ۱، کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** (یاسر راش)

عدد جرمی $(n+p)$ آنیون X^- برابر ۸۰ است. پس می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}n+p=۸۰\\p=e-۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}n+e=۸۱\\n-e=۹\end{cases}\Rightarrow n=\frac{۹۰}{۲}=۴۵$$

$$,e=۳۶\Rightarrow p=۳۵$$

عدد اتمی عنصر X برابر ۳۵ است که با عدد اتمی نزدیک‌ترین گاز نجیب خود $(_{۳۶}Kr)$ یک واحد اختلاف دارد. پس عنصر X همانند $_{۱۷}Cl$، در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای قرار دارد.

از طرفی، عناصر گروه ۱۷، دارای ۷ الکترون ظرفیتی هستند. شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر $_{۲۵}M$ نیز برابر ۷ است.

$$_{۲۵}M:[_{۱۸}Ar]۳d^{۵}۴s^{۲}\Rightarrow\text{شمار الکترون‌های ظرفیتی}=۵+۲=۷$$

(شیمی ۱، کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۱۰، ۱۳ و ۳۰ تا ۳۵)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین طیبی)

واکنش‌های موازنه شده:

$$I)۶S_۲Cl_۲+۱۶NH_۳\rightarrow S_۴N_۴+S_۸+۱۲NH_۴Cl$$

$$II)۴C_۳H_۵(NO_۳)_۳\rightarrow ۱۲CO_۲+۱۰H_۲O+۶N_۲+O_۲$$

$$III)۲FeTiO_۳+۶C+۷Cl_۲\rightarrow ۲FeCl_۳+۲TiCl_۴+۶CO$$

$$IV)Cu+۲H_۲SO_۴\rightarrow CuSO_۴+SO_۲+۲H_۲O$$

بیشترین ضریب مربوط به $NH_۳$ در واکنش اول و کمترین اختلاف بین مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها مربوط به واکنش (IV) می‌باشد.

(شیمی ۱، ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا پورجاوید)

با توجه به نسبت عکس میان چگالی (d) و حجم (v) یک گاز می‌توان گفت:

$$\frac{d_۲}{d_۱}=\frac{V_۱}{V_۲}\xrightarrow{V_۲=V_۱+\frac{۸۰}{۱۰۰}V_۱}\frac{d_۲}{d_۱}=\frac{V_۱}{V_۱+\frac{۸۰}{۱۰۰}V_۱}=\frac{V_۱}{V_۱+\frac{۴}{۵}V_۱}$$

$$=\frac{V_۱}{\frac{۹}{۵}V_۱}=\frac{۵}{۹}\Rightarrow\frac{d_۲}{d_۱}=\frac{۵}{۹}\Rightarrow d_۲=\frac{۵}{۹}d_۱$$

حال برای تعیین درصد تغییر چگالی خواهیم داشت:

$$\Delta d=d_۲-d_۱=\frac{۵}{۹}d_۱-d_۱=-\frac{۴}{۹}d_۱$$

$$\text{درصد تغییرات d}=\frac{\Delta d}{d_۱}\times۱۰۰=\frac{-\frac{۴}{۹}d_۱}{d_۱}\times۱۰۰\simeq-۴۴/۵\%$$

(شیمی ۱، ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** (روزبه رضوانی)

$$\text{مقدار اکسیژن دریافتی در هر بار تنفس}=۲L\times\frac{۵}{۱۰۰}=۰/۱LO_۲$$

$$?=۱min\times\frac{\text{یک شبانه‌روز}}{(۲۴\times۶۰)min}\times\frac{۲۱۵۰L\,O_۲}{\text{یک شبانه‌روز}}$$

$$\times\frac{\text{یک بار تنفس}}{۰/۱LO_۲}\simeq۱۴/۹۳\simeq۱۵$$

(شیمی ۱، ردپای گازها در زندگی؛ صفحهٔ ۸۰ و ۸۱)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** (حمید ذبحی)

گزینهٔ «۱»: هنگام تشکیل یک مول $Ca_۳(PO_۴)_۲$، ۶ مول الکترون بین یون‌ها مبادله می‌شود.

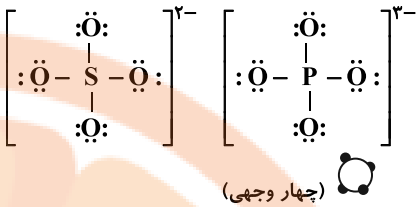
گزینهٔ «۲»: فلز M در $MSO_۴$ همان $M^{۲+}$ و در MOH همان M^+ است که می‌تواند فلز Cu باشد.

گزینهٔ «۳»:

$$NH_۴NO_۳(s)\xrightarrow{\text{آب}}NH_۴^+(aq)+NO_۳^-(aq)$$

$$K_۲CO_۳(s)\xrightarrow{\text{آب}}۲K^+(aq)+CO_۳^-(aq)$$

گزینهٔ «۴»: مدل فضا پرکن هر دو آنیون SO_4^{2-} و PO_4^{3-} مشابه است.



(چهار وجهی)

(شیمی ۱، ترکیبی؛ صفحه‌های ۳۸، ۳۹ و ۵۳ تا ۵۶، ۹۱ و ۹۲)

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** (یاسر راش)

الکترون‌هایی که در زیرلایه‌های $5s$ ، $3d$ و $4p$ قرار می‌گیرند، دارای $n+l=5$ خواهند بود. از آن‌جایی که عنصر X فلز واسطه‌ای از دورهٔ چهارم است، پس زیرلایه‌های $5s$ و $4p$ آن خالی است و زیرلایهٔ $3d$ در اتم عنصر آن دارای ۱۰ الکترون می‌باشد.

از طرفی نسبت شمار الکترون‌های با $n+l=5$ به شمار الکترون‌های $4s$ در اتم عنصر X برابر ۱۰ است. پس برای برقراری این شرایط بایستی زیرلایهٔ $4s$ در اتم عنصر X دارای یک الکترون باشد. پس آرایش الکترونی عنصر X به صورت زیر است:

$$X:[{}_{18}Ar]3d^{10}4s^1 \Rightarrow {}_{29}e^-$$

عنصر X در واقع همان عنصر مس با عدد اتمی ۲۹ است و از آن جایی که اختلاف پروتون و نوترون عنصر X برابر ۶ است، عدد جرمی عنصر X برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases} n-p=6 \\ p=29 \end{cases} \Rightarrow n=35 \Rightarrow A=n+p=64amu$$

در نتیجه جرم مولی عنصر X برابر $64g.mol^{-1}$ است.

روش خلاقانهٔ شناسایی عنصر X:

تنها فلز واسطهٔ دورهٔ چهارم که دارای ظرفیت‌های (+۱) و (+۲) است و با اکسیژن اکسیدهایی به فرمول شیمیایی XO و X_2O تشکیل می‌دهد، عنصر مس با عدد اتمی ۲۹ و عدد جرمی ۶۴ می‌باشد. $\left({}^{64}_{29}Cu\right)$ و اما حل مسئله!

شمار مول CuO و Cu_2O را به‌ترتیب x و y در نظر می‌گیریم. اگر درصد جرمی عنصر مس در مخلوط اکسیدهای آن ۸۳/۲٪ باشد، پس درصد جرمی اکسیژن در این مخلوط برابر ۱۶/۸٪ خواهد بود. پس داریم:

درصد جرمی یک عنصر در یک مخلوط از رابطهٔ $\frac{\text{مقدار جرم عنصر مورد نظر در ترکیب}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 = \text{درصد جرمی عنصر}$ بدست می‌آید.

$$\begin{cases} O: \frac{16x+16y}{100}=\frac{16/8}{100} \Rightarrow x+y=1/05 \\ Cu: \frac{64x+128y}{100}=\frac{83/2}{100} \Rightarrow x+2y=1/3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} x=0/8mol\,CuO \\ y=0/25mol\,Cu_2O \end{cases}$$

در ۰/۸مول CuO ، ۰/۸ مول Cu^{2+} و در ۰/۲۵ مول Cu_2O ، ۰/۵ مول Cu^+ وجود دارد. آرایش الکترونی هرکدام از این کاتیون‌ها به صورت زیر است:

$${}_{29}Cu^+ : [{}_{18}Ar]3d^{10} \xrightarrow{0/5mol\,Cu^+}$$

$$e^-_{(n+l=5)} = 10\times 0/5 = 5mole^-$$

$${}_{29}Cu^{2+} : [{}_{18}Ar]3d^{9} \xrightarrow{0/8mol\,Cu^+}$$

$$e^-_{(n+l=5)} = 9\times 0/8 = 7/2mole^-$$

در نتیجه مجموعاً $(5+7/2)12/2mole^-$ با $n+l=5$ در مخلوط اکسیدهای مس وجود دارد. که شمار آن برابر است با:

شمار الکترون‌های با $n+l=5$ در مخلوط اکسیدهای عنصر مس $= 12/2mole^-$

$$\times \frac{6/02\times 10^{23}e^-}{1mole^-} = 73/444\times 10^{23}e^-$$

(شیمی ۱، ترکیبی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹، ۳۵ تا ۳۸، ۵۳، ۵۴ و ۹۶)

۱۰۴- **گزینهٔ «۱»** (روزبه رضوانی)

در ۵۰۰ گرم محلول ۶۰٪ جرمی، ۳۰۰ گرم نمک و ۲۰۰ گرم آب وجود دارد.

$$\text{نمک} = 500g\,\text{محلول} \times \frac{60g\,\text{نمک}}{100g\,\text{محلول}} = 300g\,\text{نمک}$$

$$\Rightarrow \text{جرم آب} = 500-300 = 200g$$

بنابراین محلول فراسیر شده است. حال اگر تا دمای $15^\circ C$ سرد شود، ۲۰ گرم نمک می‌تواند در ۲۰۰ گرم آب حل شود.

$$200g\,\text{آب} \times \frac{10g\,\text{نمک}}{100g\,\text{آب}} = 20g\,\text{نمک}$$

$$\text{جرم رسوب} = 300-20 = 280g$$

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** (حمید زیبی)

گزینهٔ «۱»: هنگام قرار دادن خیارتازه در آب شور، چون محیط بیرون نسبت به درون خیار غلیظ‌تر است، پس مولکول‌های آب از خیار به آب شور مهاجرت می‌کنند و خیار پلاسیده می‌شود.

گزینهٔ «۲»: در روش تقطیر، میکروب‌ها و ترکیب‌های آلی فرّار از آب جدا نمی‌شوند.

گزینهٔ «۳»: در هر ۳ روش، میکروب‌ها در آب تصفیه شده باقی می‌مانند و نیاز به کلرزنی است.

گزینهٔ «۴»: در اسمز معکوس، آب از محیط غلیظ به محیط رقیق مهاجرت می‌کند، پس ارتفاع محلول غلیظ‌تر رفته رفته کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

شیمی ۲

۱۰۶- گزینهٔ «۱» (محمدرضا پورجاوید)

نهمین عنصر واسطه از دورهٔ چهارم $_{29}Cu$ است که دارای ۱۱ الکترون ظرفیتی است:

$$_{29}Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 \underbrace{3d^{10} 4s^1}_{\text{۱۱ الکترون ظرفیتی}}$$

دومین عنصر دورهٔ چهارم نیز $_{20}Ca$ است که ۸ الکترون با $n+l=4$ دارد:

$$_{20}Ca: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 \underbrace{3p^6}_{\substack{n=3\\ l=1}} \underbrace{4s^2}_{\substack{n=4\\ l=0}}$$

به این ترتیب اختلاف آن‌ها با یکدیگر ۳ واحد خواهد بود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۰۷- گزینهٔ «۴» (محمد عظیمیان‌زواره)

واکنش گزینهٔ ۴ انجام ناپذیر است و عکس آن انجام پذیر بوده واکنش ترمیت نام دارد. $2Al(s)+Fe_2O_3(s)\rightarrow Al_2O_3(s)+2Fe(l)$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست. با توجه به آرایش الکترونی آن‌ها:

$$_{29}Cu^{2+}:[Ar]3d^9,\ _{24}Cr^{2+}:[Ar]3d^4,\ \frac{9}{4}=2/25$$

۲) درست، زیرا واکنش‌پذیری کربن و سدیم از واکنش‌پذیری آهن بیشتر است.

۳) درست

$$C_6H_{12}O_6(aq)\rightarrow 2C_2H_5OH(aq)+2CO_2(g)$$

$$?LCO_2=0/15molC_2H_5OH\times\frac{2molCO_2}{2molC_2H_5OH}$$

$$\times\frac{22/4LCO_2}{1molCO_2}=3/36LCO_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۵، ۱۶، ۲۱، ۲۳ و ۲۴)

۱۰۸- گزینهٔ «۳» (محمد عظیمیان‌زوار)

$$4KNO_3(s)\xrightarrow{\Delta}2K_2O(s)+2N_2(g)+5O_2(g)$$

کاهش جرم در این واکنش به مجموع جرم گازهای N_2 و O_2 تولیدشده مربوط است. پیداست که به ازای تولید ۷ مول گاز (۲ مول N_2 و ۵ مول O_2)، کاهش جرمی برابر ۲۱۶ گرم رخ می‌دهد.)

$$?gN_2=43/2g\text{کاهش جرم}\times\frac{2molN_2}{216g\text{کاهش جرم}}$$

$$\times\frac{28gN_2}{1molN_2}=11/2gN_2$$

$$?gKNO_3=43/2g\text{کاهش جرم}\times\frac{4molKNO_3}{216g\text{کاهش جرم}}$$

$$\times\frac{101gKNO_3}{1molKNO_3}=80/8gKNO_3$$

با توجه به انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات با ۴۰/۴ گرم آن می‌توان ۱۴۰/۴ گرم محلول سیرشدهٔ آن در دمای $29^\circ C$ را تهیه نمود. بنابراین:

$$\frac{80/8g}{40/4gKNO_3}\quad\frac{x=280/8gKNO_3\text{ محلول سیرشده}}{140/4gKNO_3\text{ محلول سیرشده}}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱۰۹- گزینهٔ «۲» (احمدرضا جعفری‌نژاد)

تنها، عبارت سوم نادرست است. بررسی برخی عبارات:

عبارت دوم:

$$2C_8H_{18}+25O_2\rightarrow 16CO_2+18H_2O$$

$$C_5H_{12}+8O_2\rightarrow 5CO_2+6H_2O$$

$$\Delta m=\left(\frac{16}{2}\times 44\right)-(5\times 44)=3\times 44=132gCO_2$$

عبارت سوم:

$$C_nH_{2n}+\frac{3n}{2}O_2\rightarrow nCO_2+nH_2O$$

$$\rightarrow 1+\frac{3n}{2}=n+n\rightarrow n=2\rightarrow C_2H_4\ \text{(اولین عضو)}$$

$$C_nH_{2n-2}+\frac{3n-1}{2}O_2\rightarrow nCO_2+(n-1)H_2O$$

$$\rightarrow 1+\frac{3n-1}{2}=n+n-1\rightarrow n=3\rightarrow C_3H_4\ \text{(دومین عضو)}$$

تلاش در مسیر موفقیت

عبارت چهارم:

$$C_xH_{2x+2}\ ,\ C_yH_{2y-2} \Rightarrow 2x+2=2y-2 \rightarrow y-x=2$$

$$\Delta M=(14y-2)-(14x+2)=14(y-x)-4$$

$$\xrightarrow{y-x=2} 28-4=24$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۱)

۱۱۰- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا پورجاوید)

عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

برای محاسبهٔ آنتالپی واکنش با استفاده از آنتالپی پیوند لازم است هم واکنش‌دهنده‌ها و هم فراورده‌ها در حالت گازی باشند.

از آنجا که شعاع اتمی O از C کمتر است (هر دو در یک دوره جای دارند)، طول پیوند $C-O$ کمتر از طول پیوند $C-C$ بوده و آنتالپی پیوند آن بیشتر خواهد بود.

جدا کردن پیوندهای $N-H$ یا $C-H$ در مولکول‌هایی نظیر NH_3 و CH_4 به انرژی‌های متفاوتی نیاز دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** (روزبه رضوانی)

$$\underbrace{\left(9g\times\frac{17kJ}{1g}\right)}_{\text{کربوهیدرات}}+\underbrace{\left(15g\times\frac{38kJ}{1g}\right)}_{\text{چربی}}+\underbrace{\left(51g\times\frac{17kJ}{1g}\right)}_{\text{پروتئین}}=1590kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۵)

۱۱۲- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا جعفری)

همهٔ موارد درست هستند. بررسی برخی عبارات:

اول: واکنش‌پذیری پتاسیم از سدیم بیشتر است و سرعت واکنش بیشتر است.

دوم: درست است.

سوم: افزایش غلظت محلول H_2SO_4 موجب افزایش سرعت می‌شود.

جایگزین کردن آهن با ایزوتوپ سنگین‌تر آن بی‌تأثیر است چون خواص شیمیایی ایزوتوپ‌ها یکسان است. استفاده از براده‌های آهن بجای قطعه‌ای از آن هم موجب افزایش سطح تماس و سرعت واکنش می‌شود.

مورد چهارم: درست است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۱۳- **گزینهٔ «۳»** (روزبه رضوانی)

$$Fe_2O_3+2Al \rightarrow 2Fe+Al_2O_3$$

$$140g\,Fe\times\frac{1mol\,Fe}{56g\,Fe}=2/5mol\,Fe$$

$$\overline{R}_{(Fe)}=\frac{\Delta n}{\Delta t}=\frac{2/5mol}{5min}=0/5mol.min^{-1}$$

$$\overline{R}_{\text{واکنش}}=\frac{\overline{R}_{Fe}}{2}=\frac{0/5}{2}=0/25\frac{mol}{min}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** (حمید زبحی)

عبارت سوم: چگالش نوعی فرایند فیزیکی است و در فرایند فیزیکی نیز نباید ماهیت شیمیایی ماده تغییر کند. پس چگالش رخ نداده است.

عبارت چهارم: در همهٔ پلیمرها، مولکول‌های پلیمر به دلیل جرم و حجم بسیار بیشتر نسبت به مونومر خود، نیروی بین مولکولی بسیار قوی‌تری نسبت به مونومرهای سازندهٔ خود دارند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۴)

۱۱۵- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین طیبی)

$$2/56g\,C_5H_8N_2O_2\times\frac{1mol\,C_5H_8N_2O_2}{128ng\,C_5H_8N_2O_2}$$

$$\times\frac{2n\,mol\,H_2O}{1mol\,C_5H_8N_2O_2}\times\frac{6/02\times10^{23}\,H_2O}{1mol\,H_2O}$$

$$=2/408\times10^{22}\,H_2O$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۷)

تلاش درمسیر موفقیت

شیمی ۱

۱۱۶- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا جعفری)

همه موارد درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: نیم‌عمر $^{5}_{1}H$ از $^{4}_{1}H$ بیشتر است.

عبارت دوم:

$$n_A = x-4, n_B = y+3 \Rightarrow x-4 = y+3 \rightarrow x-y = 7$$

$$e_{A^{2+}} - e_{B^{3-}} = (x-5)-(y+3) = x-y-8$$

$$\xrightarrow{x-y=7} e_{B^{3-}} - e_{A^{2+}} = 1$$

عبارت سوم:

$$\frac{n}{Z} \geq \frac{3}{2} \xrightarrow{+1} \frac{n+Z}{Z} \geq \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{A}{Z} \geq \frac{5}{2} \rightarrow \frac{Z}{A} \leq \frac{2}{5}$$

عبارت چهارم:

$$^{24}_{12}Mg \rightarrow n = 12 \ , \ ^{3}_{1}H \rightarrow n = 2$$

$$\xrightarrow{MgH_2} 12 + 2(2) = 16 \rightarrow 16N_A$$

(شیمی ۱، کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۱۷، ۱۸، ۳۸ و ۳۹)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین طیبی)

موارد دوم و چهارم نادرست هستند.

سبک‌ترین هالوژن جدول تناوبی $_{9}F$ می‌باشد.

$$^{79}X^{2-} \begin{cases} n+p = 79 \\ n-e = 9 \end{cases} \xrightarrow{e=p+2} n-p-2 = 9 \Rightarrow n-p = 11$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 45 \\ p = 34 \end{cases} \Rightarrow ^{79}_{34}Se^{2-}$$

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: رادیو ایزوتوپ تکنسیم $^{99}_{43}Tc$ می‌باشد و تعداد نوترون‌های آن برابر با ۵۶ می‌باشد.

$$_{34}Se : [_{18}Ar]3d^{10} \underbrace{4s^2 4p^4}_{n+l:2(4+0)+4(4+1)=28} \Rightarrow 28 = 56 \times \frac{1}{2}$$

مورد دوم: در طیف نشری خطی هیدروژن، ۴ خط در ناحیهٔ مرئی وجود دارد.

$$_{34}Se : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^4$$

به جز زیرلایه‌های $3d^{10}$ و $2p^6$ ، باقی زیرلایه‌ها دارای $\frac{l}{n} < 0/5$ می‌باشند.

مورد سوم: اولین عنصر دستهٔ d، $_{21}Sc$ می‌باشد. ترکیب حاصل از $_{16}S$ و $_{21}Sc$ به صورت اسکاندیم سولفید (Sc_2S_3) می‌باشد که نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در آن، برابر با $\frac{3}{2} = 1/5$ می‌باشد.

مورد چهارم: منیزیم ۳ ایزوتوپ طبیعی ^{24}Mg ، ^{25}Mg و ^{26}Mg را دارد که ترتیب درصد فراوانی آن‌ها به صورت $^{24}Mg > ^{26}Mg > ^{25}Mg$ است؛ در نتیجه ^{25}Mg، ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی منیزیم است.

در گروه ۱۶ و بالای عنصر $_{34}Se$ ، عنصرهای $_{8}O$ و $_{16}S$ قرار دارند

$$\Leftarrow 16+8 \neq 25$$

(شیمی ۱، کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۷، ۱۰، ۱۱، ۲۳، ۲۹، ۳۰ تا ۳۳ و ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا جعفری‌نژاد)

همه موارد درست هستند.

۱. یون پتاسیم

۲. فسفر و نیتروژن

۳. درست، چون گونه‌ای که آرایش الکترونی‌اش به $3d^{10}$ ختم می‌شود، فقط می‌تواند متعلق به کاتیون باشد.

۴. کلسیم

(شیمی ۱، کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۳۰)

۱۱۹- **گزینهٔ «۳»** (علی‌رضا کیانی‌دوست)

با توجه به اطلاعات سؤال می‌توان نتیجه گرفت که عنصر A اکسیژن، X کربن، W فلوئور و Q لیتیم است.

عبارت اول: درست است.

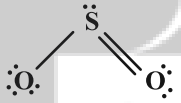
$$A \Rightarrow O \Rightarrow \underset{0/5mol}{Al_2O_3} \sim \underset{3mol}{6e}$$

عبارت دوم: نادرست است. دگر شکل A (اوزون) $X \Rightarrow C \Rightarrow$

عبارت سوم درست است.

$$W \Rightarrow F \qquad Ca^{2+}F^{-} \Rightarrow CaF_2$$

$$\frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{2}{1}$$



عبارت چهارم درست است. انحلال لیتیم سولفات در آب گرماده است.

(شیمی ۱، ترکیبی؛ صفحه‌های ۲۹، ۳۰، ۳۵ تا ۴۰، ۵۵، ۵۶ و ۱۰۲)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین طیبی)

مقایسهٔ دوم و چهارم نادرست است.

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: نقطهٔ جوش آمونیاک، اوزون و اکسیژن به ترتیب $-33^{\circ}C$ و $-112^{\circ}C$ و $-183^{\circ}C$ است.

مورد دوم: شمار جفت الکترون پیوندی NO_2 و CO برابر ۳ است.

مورد سوم: C_3H_8 به دلیل کربن کمتر نسبت به C_4H_8 توانایی تولید CO_2 کمتری را در مول یکسان دارد.

مورد چهارم: مطابق قانون گازها این دو نمونه گاز حجم برابری دارند.

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1}=\frac{P_2V_2}{n_2T_2}\Rightarrow\frac{1\times V_1}{0/5\times 273}=\frac{4\times V_2}{1\times(2\times 273)}\Rightarrow V_1=V_2$$

شرایط STP شامل دمای $0^\circ C$ و فشار $1atm$ می‌باشد.

(شیمی ۱، ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۴، ۵۵، ۷۴، ۷۷ تا ۸۰ و ۸۲)

۱۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

معادلهٔ موازنه شده واکنش عبارت است از:

$$2KMnO_4+H_2O_2\rightarrow 2MnO_2+2O_2+2KOH$$

با توجه به مقدار H_2O_2 مصرف شده و O_2 تولید شده می‌توان گفت (چگالی گاز را x گرم بر لیتر در نظر می‌گیریم):

$$6/8g\,H_2O_2\times\frac{1mol\,H_2O_2}{34g\,H_2O_2}\times\frac{2mol\,O_2}{1mol\,H_2O_2}\times\frac{32g\,O_2}{1mol\,O_2}\times\frac{1L\,O_2}{xg\,O_2}=10L\,O_2\Rightarrow x=1/28g.L^{-1}$$

(شیمی ۱، ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ابتدا باید مقدار مول $NaOH$ موجود در محلول نهایی را به دست آوریم:

$$\text{حجم محلول نهایی}=(390g\times\frac{1mL}{1/3g})+(300g\times\frac{1mL}{1/5g})$$

$$=500mL=0/5L$$

$$\text{غلظت مولی محلول نهایی}=\frac{\text{تعداد مول NaOH}}{\text{حجم محلول}}$$

$$\Rightarrow 0/2=\frac{\text{تعداد مول NaOH}}{0/5}\Rightarrow \text{تعداد مول NaOH}=0/1mol$$

این مقدار مول مربوط به مجموع مقدار $NaOH$ موجود در محلول‌های «آ» و «ب» است که تعداد مول حل شده در هریک از آن‌ها عبارت است از:

محلول «آ»: $390g$ محلول $\times\frac{1mL}{1/3g}\times\frac{1000mL\text{ محلول}}{1L\text{ محلول}}\times\frac{0/2mol\,NaOH}{1L\text{ محلول}}$

$$=0/06mol\,NaOH$$

مول $NaOH$ در محلول نهایی = مول $NaOH$: محلول «ب»

مول $NaOH$ در محلول «آ» $-0/1=0/06=0/04mol\,NaOH$

به این ترتیب جرم $NaOH$ موجود در محلول «ب» برابر خواهد بود با:

$$0/04mol\,NaOH\times\frac{40g\,NaOH}{1mol\,NaOH}=1/6g\,NaOH$$

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(حمید زبحی)*

$$H: a=2\times 2=4\Rightarrow N: 4=2+b\rightarrow b=2$$

$$?mL\,NO_2=2L\text{ محلول}\times\frac{5\times10^{-3}mol\,HNO_3}{1L}$$

$$\times\frac{2mol\,NO_2}{4mol\,HNO_3}\times\frac{25000mL\,NO_2}{1mol\,NO_2}=125mL\,NO_2(g)$$

$$?g\,NO_3^-=2L\text{ محلول}\times\frac{5\times10^{-3}mol\,HNO_3}{1L}$$

$$\times\frac{2mol\,NO_3^-}{4mol\,HNO_3}\times\frac{62g\,NO_3^-}{1mol\,NO_3^-}=31\times10^{-2}g\,NO_3^-$$

$$ppm\,NO_3^-=\frac{\text{جرم }NO_3^-}{\text{جرم محلول}}\times10^6=\frac{31\times10^{-2}}{2000\times1/2}\times10^6\simeq 129$$

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

S : انحلال‌پذیری

$P.e$: جفت الکترون پیوندی

M : جرم مولی

الف) $\begin{cases}P.e_{N_2}=1/5P.e_{O_2}\\2S_{N_2}=S_{O_2}\\M_{N_2}=28, M_{O_2}=32\end{cases}\Rightarrow$ شمار $P.e$: نمونهٔ N_2 < نمونهٔ O_2

ب) $S=\underbrace{0/03g}_{100g\,H_2O}\Rightarrow ?mol=\frac{0/03}{30}=10^{-3}$

$$\xrightarrow{\div 0/1L}M_{NO}=0/01mol.L^{-1}$$

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰ و ۱۱۵)

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(حمید زبحی)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: غشاء نیمه‌تراوا اجازه عبور مولکول‌های کوچک دیگری غیر از آب و یون‌ها را نیز می‌دهد.

عبارت دوم: ته‌نشین شدن گل و لای ربطی به اسمز ندارد.

عبارت پنجم: تولید آب شیرین از آب دریا به روش اسمز معکوس صورت می‌گیرد.

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net