

۱- با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶، یک دنباله حسابی به دست می آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

$$\frac{48}{5} \quad (4)$$

$$\frac{24}{5} \quad (3)$$

$$\frac{64}{7} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\frac{32}{7} \quad (1)$$

$$4\frac{b}{r}, 8b, 16br \rightarrow 16b = 16br + \frac{4b}{r} \rightarrow 4 = 4r + \frac{1}{r}$$

$$\times r \rightarrow 0 = 4r^2 - 4r + 1 = (2r - 1)^2 \rightarrow r = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دنباله هندسی} \\ 2b, b, \frac{1}{2}b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varepsilon b^2 + b^2 + \frac{1}{\varepsilon} b^2 = 4\varepsilon b \\ \frac{1}{\varepsilon} b^2 = 2\varepsilon b \rightarrow \frac{1}{\varepsilon} b = 2\varepsilon \rightarrow b = \frac{2\varepsilon}{\varepsilon} \end{array}$$

(باله حسابی)

$$1b, 1b, 1b$$

۲- رأس سهمی $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

$$\textcircled{-8} \quad (4)$$

$$-4 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$S\left(\frac{2}{k}, -\frac{\varepsilon + 7k}{k}\right)$$

$$y_s = -\frac{\Delta}{\varepsilon a} = -\frac{16 + 2\varepsilon k}{\varepsilon k}$$

$$x - k \rightarrow -\frac{\varepsilon + 7k}{k} = -\frac{1}{k} - 4$$

$$\varepsilon + 7k = 1 + \varepsilon k$$

$$2k = \varepsilon$$

$$k = 2$$

$$k = 2 \rightarrow -\frac{16}{2} = -8$$

۵- معادله‌های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیرصفر دارند. اختلاف ریشه‌های

غیرمشترک کدام است؟

۷ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$\begin{cases} x^2 + 6x + m = 0 \\ x^2 + 2x - 3m = 0 \end{cases}$$

$$-m, \underline{\underline{3}}$$

$$-m, \underline{\underline{-1}}$$

$$\Sigma x + \Sigma m = 0$$

$$\boxed{x = -m}$$

۶- نمودار تابع $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی $y = 0$ و $y = -2$ واقع می‌شود؟

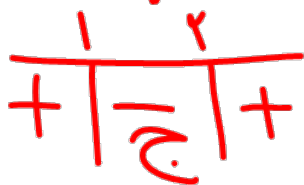
۴ (صفر)

۴ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

$$-2 < \frac{2}{x^2 - 3x + 2} < 0$$



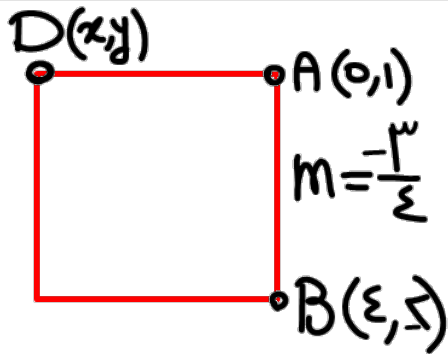
۷- نقاط $A(0,1)$ و $B(4,-2)$ دو رأس مجاور مربع $ABCD$ هستند. طول مختصات نقطه D در ربع سوم، کدام است؟

-4 (۴)

-3 (۳)

-2 (۲)

-1 (۱)



$$\frac{y-1}{x-0} = \frac{1}{4} \rightarrow y-1 = \frac{1}{4}x$$

$$x^2 + (y-1)^2 = 20$$

$$\frac{20}{9}x^2 = 20 \rightarrow x = \pm 3$$

۸- توابع $f(x) = \log(2x-5)$ و $g(x) = x + \sqrt{2x-4}$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را

در α قطع کند، مقدار α کدام است؟

$4 + \sqrt{3}$ (۴)

$4 + \sqrt{2}$ (۳)

$4 - \sqrt{3}$ (۲)

$4 - \sqrt{2}$ (۱)

$$g^{-1}(f^{-1}(\alpha)) =$$

$$x + \sqrt{2x-4} = 3$$

$$\sqrt{2x-4} = 3-x$$

$$2x-4 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 8x + 13 = 0$$

$$\Delta = 64 - 52 = 12$$

$$x = 4 \pm \sqrt{3} \leftarrow x = \frac{8 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

۹- نمودار $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر

(۱، ۴)

$f^{-1}(10) = -1$ باشد، مقدار $2b - a$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۳ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

$$f(1) = 2 \rightarrow 2 + 2^{b-a} = 2 \rightarrow b-a = 1$$

$$f(-1) = 10 \rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \rightarrow b+a = 3$$

$$b = 2, a = 1$$

۱۰- معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2-9x-2}{x^2+8} = \frac{6x}{x^2-2x+4}$ دارای چند جواب مثبت است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$(x+2)(x^2-2x+4) \left\{ \frac{1}{x+2} - \frac{x^2-9x-2}{(x+2)(x^2-2x+4)} = \frac{6x}{x^2-2x+4} \right\}$$

$$\cancel{x^2-2x+4} - \cancel{x^2} + 9x + 2 = 6x^2 + 12x$$

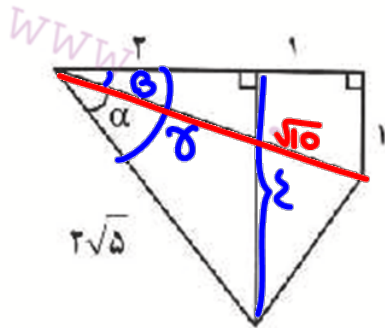
$$6x^2 + 10x - 2 = 0$$

$$\Delta = 100 + 48 = 148$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{148}}{12} = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$x = \frac{-5 + \sqrt{37}}{6}$

۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟

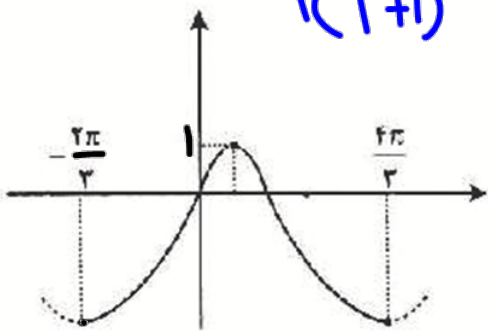


$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos(\delta - \beta) \\ &= \cos \delta \cos \beta + \sin \delta \sin \beta \\ &= \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{10}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \frac{10}{2\sqrt{5} \times \sqrt{10}}$$

- (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ✓
- (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (4) $\frac{\sqrt{2}}{10}$
- (5) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

۱۲- شکل زیر، قسمتی از نمودار $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{3})$ را نشان می‌دهد. مقدار $b(c-a)$ کدام است؟



$$2(1+1)$$

$$\begin{aligned} (0,0) &\rightarrow a + \frac{b}{2} = 0 \\ \text{Max} = 1 &\rightarrow |b| + a = 1 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} b = 2 \\ a = -1 \end{array} \right.$$

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 6

$$y = -1 + 2 \cos(cx - \frac{\pi}{3})$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = 2\pi \rightarrow c = \pm 1 \rightarrow c = 1$$

۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos\left(\frac{17\pi}{8} + x\right)\cos\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)$ در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ کدام است؟

$\frac{\pi}{4}$ (۴)

$\frac{2\pi}{3}$ (۳)

$\frac{\pi}{3}$ (۲)

$\frac{\pi}{2}$ (۱)

$$\frac{17\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = \frac{20\pi}{8} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\sin\alpha \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

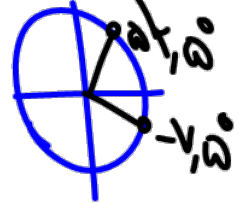
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{2} - 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \frac{5\pi}{2} - 2x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \\ 2x = 10\omega + 2k\pi \\ 2x = -10\omega + 2k\pi \end{cases}$$

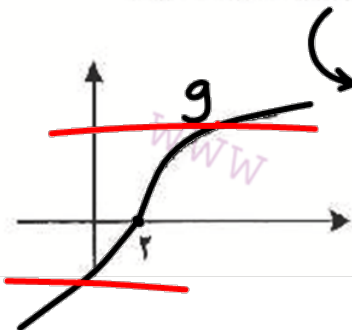
$\sin \frac{\pi}{4}$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} - 2x\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \leftarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow x = \omega, \omega + k\pi, -\omega, -\omega + k\pi$$



۱۴- اگر $f(x) = \left| \frac{1}{2}x - 1 \right|$ و شکل زیر نمودار تابع $g(x)$ باشد، معادله $g(f(g(x+2))) = 0$ چند ریشه دارد؟



$$f(g(x+2)) = 2$$

$$g(x+2) = 2$$

$$g(x+2) = -2$$

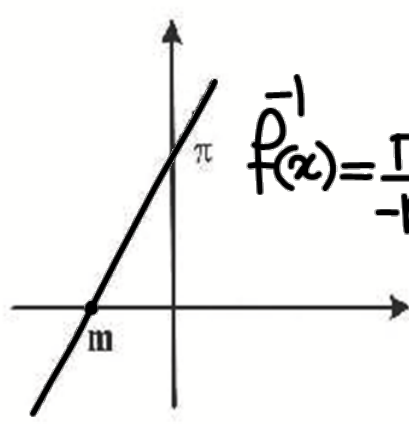
$$\left| \frac{1}{2}x - 1 \right| = 2$$

$$x = 6, -2$$

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

1

۱۵- شکل زیر، نمودار تابع f^{-1} را نشان می‌دهد. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \pi$ باشد، مقدار m کدام است؟



$$f^{-1}(x) = \frac{\pi}{m}x + \pi$$

$$\frac{\frac{-\pi}{m}}{-\frac{\pi}{m}} = \pi$$

$$\frac{\pi^2}{m^2} = \pi$$

$$m^2 = \pi \rightarrow m = \pm \sqrt{\pi}$$

- (۱) $-\sqrt{\pi}$
- (۲) $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$
- (۳) $-\frac{1}{\pi}$
- (۴) $-\pi\sqrt{\pi}$

۱۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x - |x|| & \text{زوج } [x] \\ |x - |x - a|| & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، مجموعه مقادیر $|a|$ شامل چند عضو است؟

$(a < -1)$ *

$x = 2k - 1 : |2k - 1 - [2k - 1 - a]| = 1$
 $[a] = \pm 1 \leftarrow |[a]| = 1$
 $-1 \leq -a < 2 \rightarrow -1 \geq a > -2$
 $-1 \leq -a < 0 \rightarrow 1 > a > 0 \rightarrow -1 < a < 1$
 $\lim_{x \rightarrow \bar{y}} |2 - [x - a]| = 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \bar{y}} [x - a] = 2$
 $2 < 2 \rightarrow 3 < x - a < 4$

۱۷- تابع $f(x) = \frac{x}{1-x|x|}$ چند نقطه بحرانی دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

بحرانی $x=0$ $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1-x|x|} = 1$

$x \geq 0$: $\frac{x}{1-x^2} \rightarrow \frac{1-x^2 - (-2x)x}{(1-x^2)^2} = 0 \rightarrow 1+x^2=0$

$x < 0$: $\frac{x}{1+x^2} \rightarrow \frac{1+x^2 - (2x)x}{(1+x^2)^2} = 0 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm 1$
 $x=-1$

۱۸- به ازای کدام مقدار a ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |4x-3|\sqrt{ax}$ ، در

$y = \pm (4x-3)\sqrt{ax}$

نقطه $x = \frac{3}{4}$ برابر $2\sqrt{6}$ می‌شود؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۸ (۲)

۲ (۱)

$f'_+(\frac{3}{4}) = +\epsilon \sqrt{\frac{3}{\epsilon}} a = 2\sqrt{3a}$
 $f'_-(\frac{3}{4}) = -\epsilon \sqrt{\frac{3}{\epsilon}} a = -2\sqrt{3a}$

$2\sqrt{3a} = 2\sqrt{6}$

$\sqrt{3a} = \sqrt{6}$

$3a = 6 \rightarrow a = \frac{1}{2}$

۱۹- نمودار تابع $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$ محور xها را در α و β قطع می‌کند. اگر مجموع α و β بیشترین مقدار باشد، m کدام است؟

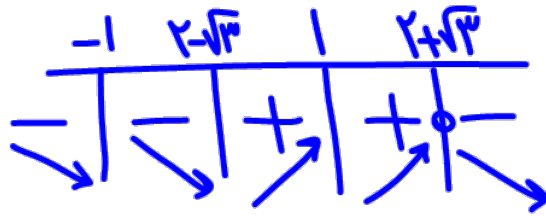
$$2 - \sqrt{3} \quad (4)$$

$$2 - \sqrt{5} \quad (3)$$

$$2 + \sqrt{3} \quad (2)$$

$$2 + \sqrt{5} \quad (1)$$

$$\alpha + \beta = \frac{m-2}{m^2-1} \xrightarrow{\text{مُنق}} \frac{m^2-1-2m(m-2)}{(m^2-1)^2} = \frac{-m^2+4m-1}{(m^2-1)^2}$$



$$\Delta = 12$$

$$m = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{-2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

ریشه‌ها