تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفترچه پاسخ

آزمون ۱۹ اسفند ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی-امیرمحمد باقری‌نصرآبادی-شاهین پروازی-سعید تن‌آرا-عادل حسینی-طاهر دادستانی-وحید راحتی-آرش رحیمی-محمدمهدی زریون-یاسین سپهر-عارف سمیعی-علی شهرابی-کامیار علّییون-مهدی ملارمضانی-میلاد منصوری-محمد مهران-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی‌امیرآبادی-علی ایمانی-حسین حاجیلو-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-یاسین سپهر-شروین سیاح‌نیا-رضا عباسی‌اصل-احمدرضا فلاح-سیدسروش کریمی‌مداحی-محمدابراهیم گیتی‌زاده-محسن محمدکریمی-مهرداد ملوندی مهدی نیک‌زاد-سرژ یقیازاریان تبریزی
	آمارواحتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-امیررضا امینی-علی ایمانی-جواد حاتمی-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-امیرهوشنگ خمسه-سوگند روشنی علیرضا شریف‌خطیبی-محمد صحت‌کار-عزیزاله علی‌اصغری-احمدرضا فلاح-حمید گروسی-نیلوفر مهدوی-هومن نورائی-امیر وفائی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-محمد اسدی-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-محمد پوررضا-بیتا خورشید-میثم دشتیان محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-فرشید رسولی-محمد ساکی-مهدی سلطانی-کاظم شاهملکی-سعید شرق-عرفان عسکریان‌چایجان پوریا علاقه‌مند - مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی-محمد نادری سعید نصیری -شادمان ویسی
	شیمی	حامد الهوردیان-علی امینی-سینا باسلی‌زاده-عامر برزیگر-جعفر پازوکی-محمدرضا پورجاوید-احمدرضا جشانی‌پور-کامران جعفری مسعود جعفری-اسامه جوشن-امیر حاتمیان-عبدالرضا دادخواه-حسن رحمتی‌کوکنده-روزبه رضوانی-محمدرضا زهره‌وند-مبینا شرافتی‌پور علیرضا شیخ الاسلامی‌پول- میلاد شیخ الاسلامی‌خیاوی-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-رامین علیداری-محمدپارسا فراهانی فاضل قهرمانی‌فرد -مهدی مبهوتی -امین نوروزی-سیدرحیم هاشمی‌دهکردی-اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	آمارو احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محبوبه بیک‌محمدی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	میلاد سیاوشی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تن‌آرا)*

برای محاسبه دامنه g، زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$۱-f'(x)\geq ۰ \Rightarrow f'(x)\leq ۱$$

در نتیجه به دنبال نقاطی خواهیم بود که در آن، شیب خط‌های رسم شده در نمودار f کوچک‌تر یا مساوی ۱ باشد.

واضح است که در $(-\infty,۱)$ شیب خط منفی (و در نتیجه کوچکتر از ۱) و در $(۲,+\infty)$ شیب خط صفر می‌باشد. ولی در بازه $(۱,۲)$ شیب خط برابر $\frac{۱-(-۲)}{۲-۱}=۳$ می‌باشد. همچنین f' در نقاط ۱ و ۲ وجود ندارد.

در نتیجه جواب $(-\infty,۱)\cup(۲,+\infty)=\mathbb{R}-[۱,۲]$ است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۳ و ۸۹)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمحمد باقری‌نصرآبادی)*

تابع $y=|x-a|$ در $x=a$ مشتق‌ناپذیر است. برای اینکه f در $x=a$ مشتق‌پذیر باشد، لازم است که $x=a$ ریشه $۲x^۲-ax-۱$ باشد:

$$\Rightarrow ۲a^۲-a^۲-۱=۰ \Rightarrow a^۲=۱ \Rightarrow a=\pm ۱$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۳- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

هرکدام از ضابطه‌ها در دامنه‌شان پیوسته و مشتق‌پذیرند، پس برای اینکه تابع f در $x=۱$ مشتق‌پذیر باشد.

تابع f در $x=۱$ باید پیوسته باشد:

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x)=\lim_{x\to ۱^-}\frac{ax^۲}{۱+x}=\frac{a}{۲}$$

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x)=f(۱)=b(۱)+۱=b+۱$$

باید این دو برابر باشند:

$$\frac{a}{۲}=b+۱ \Rightarrow b=\frac{a}{۲}-۱ \qquad (*)$$

حال مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases}\frac{a(x^۲+۲x)}{(x+۱)^۲} & ; x<۱\\ b & ; x\geq ۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۱^-} f'(x)=\frac{۳}{۴}a \ , \ f'_+(۱)=b$$

برای مشتق‌پذیری باید دو عبارت بالا برابر باشند:

$$\frac{۳}{۴}a=b$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{۳}{۴}a=\frac{a}{۲}-۱ \Rightarrow a=-۴ \xrightarrow{(*)} b=-۳$$

$$\Rightarrow a+b=-۷$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۴- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تن‌آرا)*

محیط شش‌ضلعی منتظم با طول ضلع a برابر $۶a$ است. از طرفی شش‌ضلعی منتظم از ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع با ضلع a تشکیل شده است. بنابراین مساحت آن برابر است با:

$$S=۶\times\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲$$

$$\Rightarrow S'(a)=۳\sqrt{۳}a$$

حال داریم:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر محیط}=\frac{P(a+۳)-P(a)}{۳}$$

$$=\frac{۶(a+۳)-۶(a)}{۳}=۶$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت}=S'(\sqrt{۳})=\left(۳\sqrt{۳}\right)\times\left(\sqrt{۳}\right)=۹$$

در نتیجه جواب برابر $\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳}$ است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۶)

۵- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی ملارمضانی)*

شیب خط مماس در $x=c$ برابر صفر است، پس $f'(c)=۰$.

$$f'(x)=\frac{\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}}(x-۲)-\sqrt[۳]{x}}{(x-۲)^۲}=-\frac{۲(x+۱)}{\sqrt[۳]{x^۲}(x-۲)^۲}$$

$$\xrightarrow{f'(c)=۰} c+۱=۰ \Rightarrow c=-۱$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۶- **گزینهٔ «۳»** *(کامیار علّیون)*

ابتدا معادله خط مماس را بدست آورده تا تلاقی آن با محور xها را بدست آوریم:

$$f'(x)=-۳x^۲+۵ \Rightarrow f'(۱)=۲ \Rightarrow \text{شیب خط مماس}=۲$$

از طرفی مختصات نقطه A برابر است با:

$$x=۱ \Rightarrow y=-(۱)^۳+۵(۱)=۴ \Rightarrow A(۱,۴)$$

بنابراین معادله خط مماس به صورت زیر خواهد بود:

$$y-۴=۲(x-۱) \Rightarrow y=۲x+۲ \xrightarrow[y=۰]{\text{تلاقی با محور x}} x_M=-۱$$

پس می‌توان گفت:

$$S_{MAH}=\frac{MH\times HA}{۲}=\frac{(۱-(-۱))(۴)}{۲}=۴$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحهٔ ۹۴)

۷- **گزینهٔ «۱»** (سعید تن‌آرا)

ابتدا ضابطه f را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$h=\frac{f}{g}\left(\frac{f'}{f}-\frac{g'}{g}\right)=\frac{f.f'}{g.f}-\frac{f.g'}{g^۲}=\frac{f'}{g}-\frac{f.g'}{g^۲}$$

$$=\frac{f'g-fg'}{g^۲}=\left(\frac{f}{g}\right)'$$

در نتیجه $h(x)=\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$. حال داریم:

$$\begin{cases}f(x)=x+x\sqrt{x}=x(۱+\sqrt{x})\\ g(x)=x+\sqrt{x}=\sqrt{x}(\sqrt{x}+۱)\end{cases}\Rightarrow\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{x}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}$$

بنابراین $h(x)=(\sqrt{x})'=\frac{۱}{۲\sqrt{x}}$ و $h'(x)=-\frac{۱}{۴\sqrt{x^۳}}$ است.

$$\Rightarrow h'\left(\frac{۱}{۴}\right)=-\frac{۱}{\sqrt[۴]{\left(\frac{۱}{۴}\right)^۳}}=-\frac{۸}{۴}=-۲$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحهٔ ۹۴)

۸- **گزینهٔ «۳»** (شاهین پروازی)

ابتدا f را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{x^۲+x}{\sqrt{۲x^۲+x}(\sqrt{۲x^۲+x}-x)}\times\frac{\sqrt{۲x^۲+x}+x}{\sqrt{۲x^۲+x}+x}$$

$$=\frac{\sqrt{۲x^۲+x}+x}{\sqrt{۲x^۲+x}}=۱+\frac{x}{\sqrt{۲x^۲+x}}$$

و حال مشتق می‌گیریم:

$$f'(x)=\frac{(\sqrt{۲x^۲+x}-(\frac{۴x+۱}{۲\sqrt{۲x^۲+x}})x)}{۲x^۲+x}=\frac{x}{۲\sqrt{۲x^۲+x}(۲x^۲+x)}$$

$$\xrightarrow{x=۲}f'(۲)=\frac{۱}{۱۰\sqrt{۱۰}}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰۰}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحهٔ ۹۴)

۹- **گزینهٔ «۴»** (مهدی ملارمضانی)

از تابع اولیه مشتق می‌گیریم:

$$y'=\frac{-۳}{(x-۲)^۲}f'\left(\frac{۲x-۱}{x-۲}\right)\xrightarrow{x=۵}۱=-\frac{۳}{۹}f'(۳)\Rightarrow f'(۳)=-۳$$

از طرفی با جای‌گذاری $x=۵$ داریم:

$$f(۳)=-۱$$

حال از g مشتق می‌گیریم:

$$g'(x)=f(\sqrt{x^۲+۵})+\frac{x^۲}{\sqrt{x^۲+۵}}f'(\sqrt{x^۲+۵})$$

$$\xrightarrow{x=۲}g'(۲)=f(۳)+\frac{۴}{۳}f'(۳)=-۱+\frac{۴}{۳}(-۳)$$

$$=-۱-۴=-۵$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۶)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** (بهانبخش نیکنام)

برای اینکه $f(۵)$ را محاسبه کنیم، $x=۱$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f^۲(۵)+f(۵)=۶$$

$$\Rightarrow f^۲(۵)+f(۵)-۶=[f(۵)+۳][f(۵)-۲]=۰$$

$$\xrightarrow{f>۰}f(۵)=۲$$

حال از طرفین رابطه داده شده مشتق می‌گیریم:

$$۸f'(۴x+۱)f(۴x+۱)+۱۲xf'(۶x^۲-۱)=۴x$$

مجدداً $x=۱$ را جای‌گذاری می‌کنیم تا $f'(۵)$ را حساب کنیم:

$$۸f'(۵)f(۵)+۱۲f'(۵)=۴\xrightarrow{f(۵)=۲}۲۸f'(۵)=۴$$

$$\Rightarrow f'(۵)=\frac{۱}{۷}$$

پس معادله خط مماس به صورت زیر است:

$$y-۲=\frac{۱}{۷}(x-۵)\Rightarrow ۷y-۱۴=x-۵\Rightarrow ۷y-x=۹$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحهٔ ۹۶)

۱۱- **گزینهٔ «۱»** (عادل حسینی)

$$h(x)=f(\frac{۴\pi}{۳}g(x))\Rightarrow h'(x)=\frac{۴\pi}{۳}g'(x)f'(\frac{۴\pi}{۳}g(x))$$

$g\left(\frac{\pi}{۹}\right)=\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}$ در $x=\frac{\pi}{۹}$ داریم:

$$\Rightarrow h'(\frac{\pi}{۹})=\frac{۴\pi}{۳}g'(\frac{\pi}{۹})f'(\frac{۲\pi}{۳})\qquad(*)$$

$$\begin{cases}g'(x)=\frac{۳}{۲}\cos\frac{۳x}{۲}\xrightarrow{x=\frac{\pi}{۹}}g'(\frac{\pi}{۹})=\frac{۳}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}\\ f'(x)=\frac{۱}{۲}(۱+\tan^۲\frac{x}{۲})\xrightarrow{x=\frac{۲\pi}{۳}}f'(\frac{۲\pi}{۳})=\frac{۱}{۲}(۱+۳)=۲\end{cases}$$

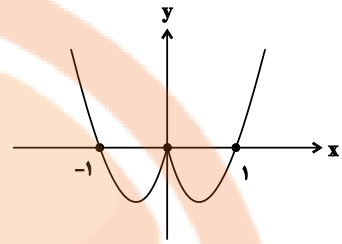
در نتیجه داریم:

$$\xrightarrow{(*)}h'(\frac{\pi}{۹})=\frac{۴\pi}{۳}\times\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}\times۲=۲\sqrt{۳}\pi$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** (محمدمهدی زریون)

$$f(x)=\begin{cases}x^2-x & ; x\geq 0\\ x^2+x & ; x<0\end{cases}\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}2x-1 & ; x>0\\ 2x+1 & ; x<0\end{cases}$$



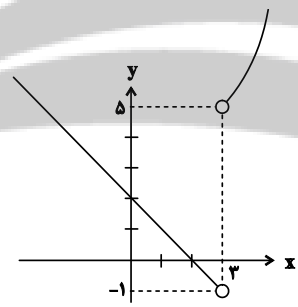
با توجه به نمودار، تابع دارای سه اکسترمم نسبی است که در $x=0$ ماکزیمم نسبی دارد، اما ماکزیمم مطلق ندارد.

ازطرفی $f'_+(0)=-1$ و $f'_-(0)=1$، بنابراین تابع در $x=0$ مشتق‌ناپذیر است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** (وحید راهتی)

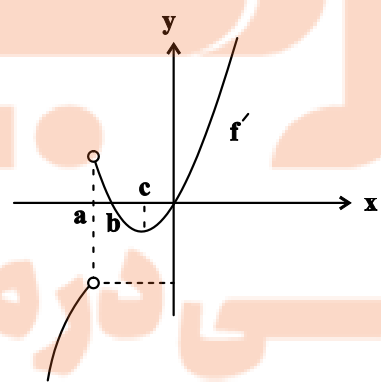
نمودار تابع را در $\mathbb{R}-\{3\}$ رسم می‌کنیم:



طبق نمودار اگر $-1<k\leq 5$ باشد، تابع در $x=3$ فاقد اکسترمم نسبی است و چون $k\in\mathbb{Z}$ بوده پس ۶ مقدار صحیح برای k وجود دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** (جهانبخش نیکنام)



تابع در $x=a$ نقطه گوشه‌ای دارد، که $f'_-(a)$ منفی و $f'_+(a)$ مثبت است.

$x=b$ طول ماکزیمم نسبی نمودار تابع f است.

$x=0$ نیز طول مینیمم نسبی نمودار تابع f است.

نمودار گزینه «۱» هر سه ویژگی بالا را داراست.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** (میلاد منصوری)

دقت کنید که $f(x)=x|x(x^2+1)|=x(x^2+1)|x|$ پس:

$$f(x)=(x^3+x)|x|=\begin{cases}x^4+x^2 & ; x\geq 0\\ -(x^4+x^2) & ; x<0\end{cases}$$

حال مشتق تابع f را حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases}4x^3+2x & ; x\geq 0\\ -(4x^3+2x) & ; x<0\end{cases}$$

تابع f در $x=0$ مشتق‌پذیر است، زیرا $f'_-(0)=f'_+(0)=0$.

چون $f'(0)=0$، $x=0$ طول یکی از نقاط بحرانی است.

طول دیگر نقاط بحرانی جواب‌های معادلهٔ $4x^3+2x=0$ هستند:

$$\Rightarrow 2x(2x^2+1)=0\Rightarrow x=0$$

که این را قبلاً حساب کرده بودیم. پس طول تنها نقطه بحرانی تابع $x=0$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحهٔ ۱۱۷)

۱۶- **گزینهٔ «۴»** (مهدی ملارمضانی)

دامنه تابع بازهٔ $[-2,2]$ است و مقدار تابع در $x=2$ و $x=-2$ به‌ترتیب ۴ و ۴- است.

حال نقاط بحرانی تابع را در بازهٔ $(-2,2)$ حساب می‌کنیم:

$$y'=2-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\xrightarrow{y'=0}2\sqrt{4-x^2}=x$$

$$\xrightarrow[x>0]{\text{به‌توان ۲}}4(4-x^2)=x^2\Rightarrow 5x^2=16\xrightarrow{x>0}x=\frac{4}{\sqrt{5}}$$

مقدار تابع در این نقطه برابر $2\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)+\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$ است.

در نتیجه مینیمم و ماکزیمم مطلق تابع به ترتیب ۴- و $2\sqrt{5}$ و برد تابع بازهٔ $[-4,2\sqrt{5}]$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

فاصله نقطه (α,α^2) روی سهمی را از خط $y-x+1=0$ حساب می‌کنیم:

$$d(\alpha)=\frac{|\alpha^2-\alpha+1|}{\sqrt{2}}=\frac{\alpha^2-\alpha+1}{\sqrt{2}}$$

تلاشی در مسیر موفقیت

$d(\alpha)$ در جواب معادله $d'(\alpha)=0$ کم‌ترین مقدار است (که همان طول رأس سهمی $d(\alpha)$ است.)

$$\Rightarrow d'(\alpha)=\frac{1}{\sqrt{2}}(2\alpha-1)=0\Rightarrow 2\alpha-1=0\Rightarrow \alpha=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d_{min}=d(\frac{1}{2})=\frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1}{\sqrt{2}}=\frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

ابتدا طول نقاط بحرانی مشتق‌پذیر را حساب می‌کنیم:

$$y'=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x-\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}=\cos x(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{2\sqrt{\sin x}})$$

$$\xrightarrow{y'=0}\begin{cases}\cos x=0\Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\\ \frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}=0\Rightarrow\sqrt{\sin x}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\sin x=\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x=2k\pi+\frac{\pi}{6}\ \text{یا}\ 2k\pi+\frac{5\pi}{6}$$

دقت کنید که $\sin x>0$ است.

پس نقاط بحرانی مورد نظر تابع $(\frac{12k+1}{6}\pi,-\frac{1}{2\sqrt{2}})$، $(\frac{4k+1}{2}\pi,\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}})$ و $(\frac{12k+5}{6}\pi,-\frac{1}{2\sqrt{2}})$ هستند.

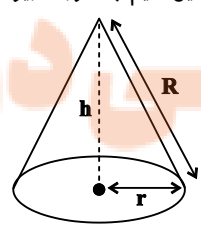
ارتفاع مثلث مورد نظر همواره برابر $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{3-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ است، پس مساحت مثلث هنگامی کم‌ترین مقدار است که قاعده آن کم‌ترین مقدار باشد. طول کوچک‌ترین قاعده برابر $\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$ است. پس کم‌ترین مساحت مثلث برابر است با:

$$S_{min}=\frac{1}{2}(\frac{2\pi}{3})(\frac{3-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}})=\frac{3\sqrt{2}-4}{12}\pi$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحهٔ ۱۱۷)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

اگر قطاع را به مخروط تبدیل کنیم، به صورت زیر خواهد شد:



R شعاع قطاع دایره و r شعاع قاعدهٔ مخروط است. داریم:

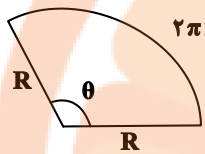
$$V=\frac{1}{3}\pi r^2h\xrightarrow{h^2+r^2=R^2}V(r)=\frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{R^2-r^2}$$

در جواب معادلهٔ $V'(r)=0$، حجم ماکزیمم است.

$$\Rightarrow V'(r)=\frac{1}{3}\pi(2r\sqrt{R^2-r^2}-\frac{r^3}{\sqrt{R^2-r^2}})=\frac{1}{3}\pi\frac{2rR^2-3r^3}{\sqrt{R^2-r^2}}$$

$$\xrightarrow{V'(r)=0}r(2R^2-3r^2)=0\xrightarrow{r>0}r=\sqrt{\frac{2}{3}}R$$

حال قطاع دایره که تبدیل به این مخروط شده است. به صورت زیر است:



در نتیجه داریم:

$$R\theta=2\pi r\Rightarrow\theta=2\pi\frac{r}{R}=2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

دامنه تابع $\mathbb{R}-\{2k\pi-\frac{\pi}{2}\,|\,k\in\mathbb{Z}\}$ است. در واقع خطوط $x=2k\pi-\frac{\pi}{2}$ مجانب‌های قائم نمودار تابع هستند. نقاط بحرانی را حساب می‌کنیم:

$$y'=\frac{\cos x(1+\sin^3x)-\sin x(3\cos x\sin^2x)}{(1+\sin^3x)^2}$$

$$\xrightarrow{y'=0}\cos x-2\cos x\sin^3x=\cos x(1-2\sin^3x)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cos x=0\\ 1-2\sin^3x=0\Rightarrow\sin^3x=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin x=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\end{cases}$$

حال مقادیر تابع را در نقاط بحرانی و هم‌چنین حد تابع را در همسایگی مجانب قائم آن حساب می‌کنیم:

$$\sin x=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\Rightarrow y=\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$$

$$\cos x=0\xrightarrow{\sin x=1}y=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to2k\pi-\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+\sin^3x}=\lim_{\sin x\to(-1)^+}\frac{\sin x}{1+\sin^3x}=\frac{\text{عدد منفی}}{0^+}=-\infty$$

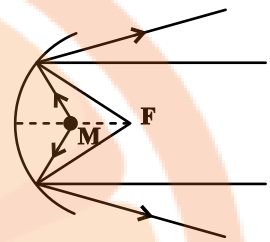
پس بیشترین مقدار تابع $\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل اگر لامپ در نقطهٔ M (در راستای افقی کانون و در فاصلهٔ بین کانون و سهمی) قرار داده شود، پرتوهای بازتابش از هم دور می‌شوند.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا دستگاه معادلات را حل می‌کنیم:

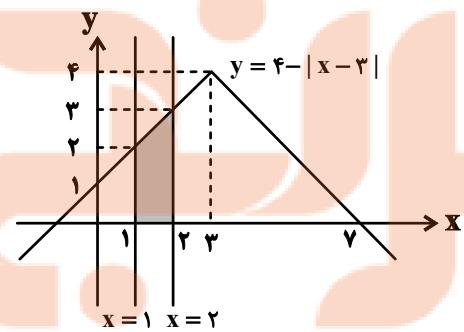
$$\begin{cases} y-z=2 \\ 2y+z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ z=-1 \end{cases}$$

بنابراین معادلهٔ خط l به صورت $\begin{cases} y=1 \\ z=-1 \end{cases}$ است. چنین خطی عمود بر صفحهٔ yz و موازی محور ox است.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحهٔ ۶۷)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

مطابق شکل، سطح محصور یک ذوزنقه است که مساحت آن برابر است با:



$$S=\frac{(2+3)\times 1}{2}=2/5$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

طبق فرض داریم:

$$\vec{u}=\alpha(2,1)-\beta(1,-2)=(5,5)$$

$$\Rightarrow (2\alpha-\beta,\alpha+2\beta)=(5,5)\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha-\beta=5 \\ \alpha+2\beta=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=3 \\ \beta=1 \end{cases}$$

$$\vec{v}=\beta\vec{a}+\alpha\vec{b}=\vec{a}+3\vec{b}=(2,1)+3(1,-2)=(5,-5)$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

$$\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MB}\Rightarrow 3\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$$

$$\Rightarrow 3(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OA})=2(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OM})$$

$$\Rightarrow 5\overrightarrow{OM}=3\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}=3(1,2,3)+2(-1,1,-4)$$

$$\Rightarrow 5\overrightarrow{OM}=(1,8,1)\Rightarrow \overrightarrow{OM}=(\frac{1}{5},\frac{8}{5},\frac{1}{5})$$

بنابراین مختصات نقطهٔ M به صورت $M=(\frac{1}{5},\frac{8}{5},\frac{1}{5})$ است. فاصلهٔ این نقطه از محور xها برابر است با:

$$\sqrt{y^2+z^2}=\sqrt{(\frac{8}{5})^2+(\frac{1}{5})^2}=\sqrt{\frac{64}{25}+\frac{1}{25}}=\sqrt{\frac{65}{25}}=\frac{\sqrt{65}}{5}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۷۲)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

علامت محورها برحسب ناحیه‌ها در فضای R^3 مطابق جدول زیر است:

شماره ناحیه	علامت محورها		
	x	y	z
۱	+	+	+
۲	−	+	+
۳	−	−	+
۴	+	−	+
۵	+	+	−
۶	−	+	−
۷	−	−	−
۸	+	−	−

بنابراین برای اینکه نقطهٔ A در ناحیهٔ ششم باشد، داریم:

$$x<0\Rightarrow 4-2m<0\Rightarrow m>2$$

$$y>0\Rightarrow \sqrt{m^2+1}>0 \quad \text{همواره برقرار است}$$

$$z<0\Rightarrow m-4<0\Rightarrow m<4$$

اشتراک جواب‌ها به صورت $2<m<4$ است، پس فقط به ازای مقدار صحیح $m=3$، نقطهٔ A در ناحیهٔ ششم فضای R^3 قرار دارد.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحهٔ ۶۴)

تلاشی در مسیر موفقیت

۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیدرضا فلاح)*

فصل مشترک دو صفحهٔ $x=۵$ و $y=۳$، خط $D:\begin{cases}x=۵\\y=۳\end{cases}$ است.

$$A=(m^۲+۱,۲n-۱,a)\in D\Rightarrow\begin{cases}m^۲+۱=۵\Rightarrow m=\pm ۲\\۲n-۱=۳\Rightarrow n=۲\end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$m=۲\Rightarrow B=(۳,۵,۱)$$
$$\Rightarrow OB=\sqrt{(۳-۰)^۲+(۵-۰)^۲+(۱-۰)^۲}=\sqrt{۳۵}$$
$$m=-۲\Rightarrow B=(-۵,۵,۱)$$
$$\Rightarrow OB=\sqrt{(-۵-۰)^۲+(۵-۰)^۲+(۱-۰)^۲}=\sqrt{۵۱}$$

بنابراین حداکثر فاصلهٔ نقطهٔ B از مبدأ مختصات، برابر $\sqrt{۵۱}$ است.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

برای اینکه نقطه‌ای فقط روی یکی از یال‌های این مکعب مستطیل قرار داشته باشیم، باید دقیقاً دو مؤلفه از میان x، y و z برابر مقادیر این مؤلفه‌ها در صفحه‌های شامل وجه‌های مکعب مستطیل بوده و مؤلفهٔ دیگر بین مقدار دو وجه باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: این نقطه یکی از رئوس مکعب مستطیل است، یعنی محل تقاطع سه یال مکعب مستطیل است.

گزینهٔ «۲»: مقدار y خارج از بازهٔ $-۱\le y\le ۱$ قرار دارد، پس این نقطه خارج از مکعب مستطیل است.

گزینهٔ «۳»: فقط مقدار x آن برابر یکی از وجه‌های مکعب مستطیل است، پس صرفاً روی یک وجه و نه روی یک یال قرار دارد.

گزینهٔ «۴»: مقادیر y و z برابر وجه‌های مکعب مستطیل است و مقدار x در بازهٔ $-۱\le x\le ۴$ واقع شده است، پس این نقطه فقط روی یک یال مکعب مستطیل قرار دارد.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحهٔ ۶۸)

۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

دو بردار $\vec{a}=(a_۱,a_۲,a_۳)$ و $\vec{b}=(b_۱,b_۲,b_۳)$ در صورتی موازی یکدیگرند که رابطهٔ $\frac{a_۱}{b_۱}=\frac{a_۲}{b_۲}=\frac{a_۳}{b_۳}$ برقرار باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{m+n}{-۲}=\frac{-۳m+۳}{-۳n+۳}=\frac{۲m+n}{-۶}$$

دو معادله از میان معادلات ایجاد شده را حل می‌کنیم:

$$\frac{m+n}{-۲}=\frac{۲m+n}{-۶}\Rightarrow\frac{m+n}{۱}=\frac{۲m+n}{۳}$$
$$\Rightarrow ۳m+۳n=۲m+n\Rightarrow m=-۲n$$
$$\frac{m+n}{-۲}=\frac{-۳m+۳}{-۳n+۳}\xrightarrow{m=-۲n}\frac{-n}{-۲}=\frac{۶n+۳}{-۳n+۳}=\frac{۲n+۱}{-n+۱}$$
$$\Rightarrow -n^۲+n=۴n+۲\Rightarrow n^۲+۳n+۲=۰$$
$$\Rightarrow (n+۱)(n+۲)=۰$$
$$\Rightarrow\begin{cases}n=-۱\Rightarrow m=۲\\n=-۲\Rightarrow m=۴\end{cases}$$

بنابراین حداکثر مقدار $m-n$ برابر است با: $۴-(-۲)=۶$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا معادلهٔ سهمی را به صورت استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$y^۲-۲۰=-۸x+۴y\Rightarrow y^۲-۴y+۴=-۸x+۲۴$$
$$\Rightarrow (y-۲)^۲=-۸(x-۳)\Rightarrow\begin{cases}\text{راس سهمی}: S(۳,۲)\\۴a=۸\Rightarrow a=۲\end{cases}$$

دهانهٔ سهمی رو به چپ است، پس داریم:

کانون : $F(۳-۲,۲)=(۱,۲)$

شعاع نوری موازی با محور تقارن سهمی به آن تابیده است، پس پرتو بازتابش از کانون سهمی عبور می‌کند. کافی است نقطهٔ برخورد شعاع نوری با سهمی را به دست آوریم که این نقطه به پرتو بازتابش نیز تعلق دارد.

$$(y-۲)^۲=-۸(x-۳)\xrightarrow{y=۱}۱=-۸(x-۳)$$
$$\Rightarrow x-۳=-\frac{۱}{۸}\Rightarrow x=\frac{۲۳}{۸}$$

بنابراین پرتو بازتابش از نقاط $F(۱,۲)$ و $M(\frac{۲۳}{۸},۱)$ عبور می‌کند.

$$m_{MF}=\frac{۲-۱}{۱-\frac{۲۳}{۸}}=\frac{۱}{-\frac{۱۵}{۸}}=-\frac{۸}{۱۵}$$

معادلهٔ پرتوبازتابش: $y-۲=-\frac{۸}{۱۵}(x-۱)$

$$\xrightarrow{\times ۱۵}۱۵y-۳۰=-۸x+۸$$
$$\Rightarrow ۸x+۱۵y=۳۸\Rightarrow\begin{cases}a=۸\\b=۱۵\end{cases}\Rightarrow b-a=۷$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

اگر x_1، x_2 و x_3 تعداد شاخه‌های گل‌های رز، میخک و مریم باشد، باید نامعادلهٔ $x_1+x_2+x_3 \le 8$ را مجموعهٔ اعداد طبیعی حل کنیم. برای این کار جواب‌های صحیح و نامنفی $x_1+x_2+x_3+x_4=8$ را با شرط $\begin{cases} x_1 \ge 1 \\ x_2 \ge 1 \\ x_3 \ge 1 \end{cases}$ و $x_4 \ge 0$ به دست می‌آوریم:

$$t_1 = x_1 - 1 \ge 0$$
$$t_2 = x_2 - 1 \ge 0 \Rightarrow t_1+t_2+t_3+x_4 = 5$$
$$t_3 = x_3 - 1 \ge 0$$

تعداد جواب: $\binom{8}{3} = 56$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

اگر x_1 : تعداد ۱های بکار رفته در عدد، x_2 تعداد ۲های به کار رفته در عدد و x_5 تعداد ۵های به کار رفته در عدد باشد، تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=6$ مطلوب سؤال است که برابر $\binom{10}{4} = 210$ حالت است و چون ارقام از چپ به راست نزولی هستند. جایگشت ندارند و به ۱ حالت کنار هم قرار می‌گیرند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(محمد صحت‌کار)*

تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=7$ با شرط اینکه دقیقاً دو متغیر برابر صفر باشد. اگر فرض کنیم $x_1=0, x_2=0$ آنگاه با توجه به شرط مسئله، متغیرهای دیگر نمی‌توانند صفر باشند پس تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با جواب‌های طبیعی معادله $x_3+x_4+x_5=7$ که برابر $\binom{6}{2}=15$ است.

بنابراین برای یافتن تعداد کل جواب‌ها، ابتدا ۲ متغیر از ۵ متغیر را برابر صفر در نظر می‌گیریم که این کار به $\binom{5}{2}=10$ طریق انجام می‌شود و سپس تعداد جواب‌های طبیعی را به دست می‌آوریم.

جواب مسئله: $10 \times 15 = 150$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید تعداد آرای افراد a، b و c را به‌ترتیب با x_1 ، x_2 و x_3 نمایش دهیم.

برای اینکه یکی از افراد به اکثریت نسبی رسیده باشد، باید حداقل ۶ رأی به دست آورد.

تعداد حالت‌های ممکن در صورتی که رأی فرد a حداقل برابر ۶ باشد، از معادلهٔ زیر به دست می‌آید:

$$x_1+x_2+x_3=10$$
$$x_1 \ge 6 \Rightarrow x_1 = y_1+6$$
$$y_1+6+x_2+x_3=10 \Rightarrow y_1+x_2+x_3=4$$

$\Rightarrow$ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $= \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$

به طور مشابه ممکن است $x_2 \ge 6$ یا $x_3 \ge 6$ باشد، پس تعداد حالت‌های جواب برابر است با: $3 \times 15 = 45$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیررضا امینی)*

با توجه به مربع داده شده، ۲ مربع لاتین به صورت زیر قابل تعریف است.

تلاشی درمسیر موفقیت

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۳۶- گزینهٔ «۲» *(امیررضا فلاح)*

با توجه به اینکه در یک مربع لاتین ۴×۴ ارقام ۱ تا ۴ در هر سطر و ستون فقط یک بار باید ظاهر شوند سطر دوم این مربع به یکی از این ۴ حالت می‌تواند باشد:

۴	۳	۲	۱

۴	۳	۱	۲

۳	۴	۲	۱

۳	۴	۱	۲

در هر حالت سطر سوم منحصراً فقط به یک حالت پر می‌شوند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۳۷- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

برنامه‌ریزی مسیر در یک مربع لاتین ۳×۳ صورت می‌گیرد. چون هر قایق در هر مسیر فقط یک بار استفاده می‌شود، پس، دو مربع لاتین مربوط به قایق‌ها و مسیرها متعامد هستند. با توجه به اینکه نفر اول در روز اول، مسیر C را انتخاب کرده است، پس برنامه‌ریزی مسیرها به یکی از دو صورت زیر امکان‌پذیر است.

	روز اول	روز دوم	روز سوم
نفر اول	C	B	A
نفر دوم	B	A	C
نفر سوم	A	C	B

	روز اول	روز دوم	روز سوم
نفر اول	C	A	B
نفر دوم	A	B	C
نفر سوم	B	C	A

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۳۸- گزینهٔ «۲» *(سوکند روشنی)*

در مربع لاتین اول با توجه به اینکه درایه‌های هر سطر و هر ستون باید متفاوت باشند. $\begin{cases} a=۳ \\ b=۱ \\ c=۲ \\ d=۴ \end{cases}$ **است و با توجه به متعامد بودن دو مربع لاتین خواهیم داشت:**

۱	۳	۴	۲
۳	۱	۲	۴
۴	۲	۱	۳
۲	۴	۳	۱

,

۱	۳	۴	۲
۴	۲	۱	۳
۲	۴	۳	۱
۳	۱	۲	۴

$$\begin{cases} i=۳ \\ f=۴ \end{cases} \Rightarrow if+kl=۱۲+۸=۲۰ \quad \begin{cases} k=۲ \\ l=۴ \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۳۹- گزینهٔ «۴» *(امیررضا امینی)*

در صورتی که مربع‌های لاتین A و B متعامد باشند هنگامی که آن‌ها را نظیر به نظیر کنار هم قرار می‌دهیم اعداد زیر به دست می‌آید:

۱۱ ۱۲ ۱۳
۲۱ ۲۲ ۲۳
۳۱ ۳۲ ۳۳

بنابراین اگر درایه‌های نظیر به نظیر را با هم جمع کنیم به اعداد ۲، ۳، ۴، ۳، ۴، ۵، ۴، ۵، ۶ می‌رسیم.

۳۶ : مجموع اعداد

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۴۰- گزینهٔ «۳» *(سوکند روشنی)*

سوال مشابه مثال کتاب درسی صفحه ۶۸ است. چون با دو مربع لاتین متعامد مواجه‌ایم. جدول داده شده به صورت زیر پر می‌شود:

۵۱	۲۳	۴۴	۱۲	۳۵
۲۵	۴۱	۱۳	۳۴	۵۲
۴۲	۱۵	۳۱	۵۳	۲۴
۱۴	۳۲	۵۵	۲۱	۴۳
۳۳	۵۴	۲۲	۴۵	۱۱

ماشین اول وا

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

تاشی در مسیر موفقیت

هندسه ۱

۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی نیک‌زاد)*

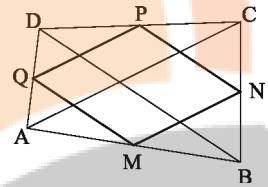
طبق رابطهٔ تعداد اضلاع و قطرهای یک چندضلعی داریم:

$$\frac{۲n(۲n-۳)}{۲}=۲(n+۱+\frac{(n+۱)(n-۲)}{۲})\Rightarrow n^۲-۴n=۰\begin{cases}n=۰ \text{ غ ق ق}\\ n=۴\end{cases}$$

$$\text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی}=\frac{n(n-۳)}{۲}=\frac{۴\times ۱}{۲}=۲$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۵۵)

۴۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمدابراهیم کیتی‌زاده)*



چهارضلعی MNPQ متوازی‌الاضلاع است و در آن $MN=\frac{AC}{۲}$ و $NP=\frac{BD}{۲}$ است. باتوجه به برابری قطرها داریم:

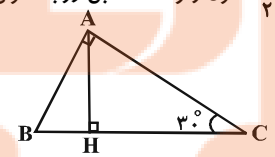
$$AC=BD\Rightarrow\frac{AC}{۲}=\frac{BD}{۲}\Rightarrow MN=NP$$

متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع مجاور آن برابر باشند، یک لوزی است، پس چهارضلعی MNPQ لوزی می‌باشد.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۴)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(حسین حاجیلو)*

در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع روبه‌رو به زاویای ۳۰° و ۶۰°، به‌ترتیب $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ طول وتر است. طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\frac{AB^۲}{AC^۲}=\frac{BH\times BC}{CH\times BC}$$

$$\Rightarrow\frac{BH}{CH}=\left(\frac{AB}{AC}\right)^۲=\left(\frac{\frac{۱}{۲}BC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}BC}\right)^۲=\left(\frac{۱}{\sqrt{۳}}\right)^۲=\frac{۱}{۳}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمد قندان)*

اگر a طول ضلع مثلث و h_a طول ارتفاع وارد بر هر ضلع باشد، آنگاه داریم:

$$S=\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲\Rightarrow ۳\sqrt{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲\Rightarrow a^۲=۱۲\Rightarrow a=۲\sqrt{۳}$$

$$h_a=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۲\sqrt{۳}=۳$$

مجموع فواصل هر نقطهٔ درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن، برابر طول ارتفاع مثلث است. اگر فاصلهٔ نقطهٔ M از ضلع BC برابر x باشد، داریم:

$$\frac{۳}{۸}+\frac{۱۵}{۸}+x=۳\Rightarrow x=۳-\frac{۹}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر b و i به‌ترتیب تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی شبکه‌ای اولیه و S و S' به‌ترتیب مساحت‌های چندضلعی شبکه‌ای اولیه و ثانویه باشند، آنگاه طبق فرمول پیک داریم:

$$\frac{S'}{S}=۴\Rightarrow\frac{\frac{۴b}{۲}+۳i-۱}{\frac{b}{۲}+i-۱}=۴\Rightarrow\frac{۴b}{۲}+۳i-۱=\frac{۴b}{۲}+۴i-۴$$

$$\Rightarrow i=۳$$

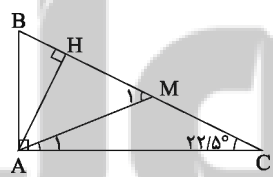
حداقل تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۳ است، بنابراین داریم:

$$S=\frac{b}{۲}+i-۱\Rightarrow S_{min}=\frac{۳}{۲}+۳-۱=۳/۵$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(سیدسروش کریمی مدامی)*

در این مثلث قائم‌الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم طول میانهٔ وارد بر وتر نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM=CM=\frac{۱}{۲}BC\Rightarrow\hat{A}_۱=\hat{C}=۲۲/۵^\circ$$

$$\overset{\Delta}{AMC}:\text{ زاویهٔ خارجی } \hat{M}_۱\Rightarrow\hat{M}_۱=\hat{A}_۱+\hat{C}=۴۵^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۴۵°، $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ طول وتر است، پس داریم:

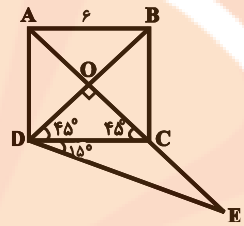
$$\Delta AMH:\hat{M}_۱=۴۵^\circ$$

$$\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{۲}}{۲}AM=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۱}{۲}BC=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times ۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

مطابق شکل در مثلث DOE، $\hat{D}=۶۰^\circ$ و $\hat{O}=۹۰^\circ$، بنابراین $\hat{E}=۳۰^\circ$ است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰°، نصف طول وتر است، پس داریم:



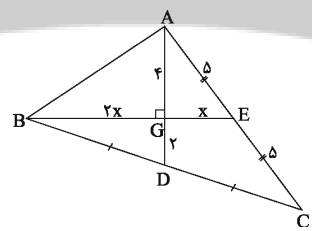
$$DB=\sqrt{۲}AB=۶\sqrt{۲}\Rightarrow DO=\frac{۱}{۲}DB=۳\sqrt{۲}\quad (*)$$

$$\overset{\Delta}{DOE}: DO=\frac{۱}{۲}DE\xrightarrow{(*)}DE=۶\sqrt{۲}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(رضا عباسی‌اصل)*

با توجه به این‌که میانه‌های هر مثلث همدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند، داریم:



$$AG=۲GD=۴$$

$$BG=۲GE=۲x$$

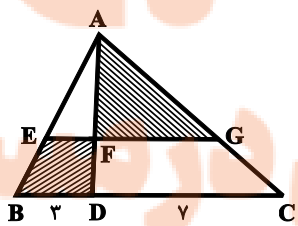
$$\overset{\Delta}{AGE}: GE^۲=AE^۲-AG^۲\Rightarrow x^۲=۲۵-۱۶$$

$$\Rightarrow x=۳\Rightarrow BE=۳\times ۳=۹$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۷)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

طبق قضیهٔ اساسی تشابه می‌توان نوشت:



$$EF\parallel BD\Rightarrow \overset{\Delta}{AEF}\sim\overset{\Delta}{ABD}$$

$$FG\parallel DC\Rightarrow \overset{\Delta}{AFG}\sim\overset{\Delta}{ADC}$$

$$\overset{\Delta}{AFG}\sim\overset{\Delta}{ADC}\Rightarrow\frac{S_{AFG}}{S_{ADC}}=\left(\frac{AF}{AD}\right)^۲=\frac{۹}{۱۶}$$

$$\overset{\Delta}{AEF}\sim\overset{\Delta}{ABD}\Rightarrow\frac{S_{AEF}}{S_{ABD}}=\left(\frac{AF}{AD}\right)^۲=\frac{۹}{۱۶}$$

$$\frac{S_{AEF}}{S_{ABD}}=\frac{۹}{۱۶}\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت درصورت}}\frac{S_{BEFD}}{S_{ABD}}=\frac{۷}{۱۶}\Rightarrow S_{BEFD}=\frac{۷}{۱۶}S_{ABD}$$

دو مثلث ABD و ADC دارای ارتفاع مشترک هستند، بنابراین نسبت مساحت آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های آن دو مثلث، بنابراین داریم:

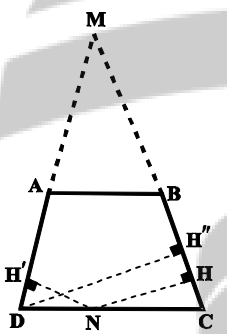
$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}}=\frac{BD}{DC}=\frac{۳}{۷}$$

$$\Rightarrow\frac{S_{BEFD}}{S_{AFG}}=\frac{\frac{۷}{۱۶}S_{ABD}}{\frac{۹}{۱۶}S_{ADC}}=\frac{۷}{۹}\times\frac{۳}{۷}=\frac{۱}{۳}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۷۳)

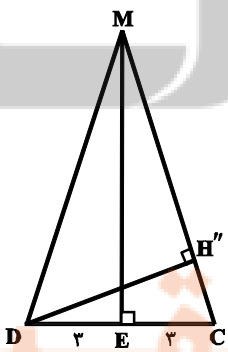
۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

طبق صورت سؤال، دو ساق AD و BC را امتداد می‌دهیم تا در نقطهٔ M همدیگر را قطع کنند. از نقطهٔ N واقع بر قاعدهٔ مثلث دو عمود NH و NH' را رسم می‌کنیم. به راحتی می‌توان متوجه شد که مثلث MDC متساوی‌الساقین است و مجموع طول دو عمود وارد بر ساق، برابر ارتفاع وارد بر ساق می‌باشد.



$$AB\parallel DC\Rightarrow\frac{MB}{MC}=\frac{AB}{DC}\Rightarrow\frac{MB}{MB+۳}=\frac{۲/۴}{۶}\Rightarrow MB=۲$$

$$MC=MB+BC=۳+۲=۵$$



$$ME=\sqrt{MC^۲-EC^۲}=\sqrt{۲۵-۹}=۴$$

$$ME\times DC=DH''\times MC$$

$$\Rightarrow ۴\times ۶=DH''\times ۵\Rightarrow DH''=۴/۸$$

$$\Rightarrow NH+NH'=۴/۸$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۸)

آمار و احتمال (اختیاری)

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهدوی)*

مجموع درصدهای فراوانی برابر ۱۰۰ است، بنابراین داریم:

$$a+۲۷+۳۴+۲۴=۱۰۰\Rightarrow a=۱۵$$

بنابراین زاویهٔ متناظر با نمرهٔ A در نمودار دایره‌ای این نمرات برابر است با:

$$\alpha=\frac{۱۵}{۱۰۰}\times ۳۶۰^\circ=۵۴^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$\bar{x}\ \ ۱۶\Rightarrow\frac{x_۱+x_۲+\ldots+x_{۲۵}}{۲۵}\ \ ۱۶\Rightarrow x_۱+x_۲+\ldots+x_{۲۵}=۴۰۰$$

حال ۱۲۵ را از مجموع نمرات کم کرده و ۱۲/۵ را به آن اضافه می‌کنیم. اگر میانگین جدید را با $\bar{y}$ نمایش دهیم، داریم:

$$\bar{y}\ \ \frac{۴۰۰-۱۲۵+۱۲/۵}{۲۵}=\frac{۲۸۷/۵}{۲۵}=۱۱/۵$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

فرض کنید داده‌های اولیه را با x_i و داده‌های جدید را با y_i نمایش دهیم.

در این صورت داریم: $y_i\ \ \frac{۱}{۲}x_i+۱$

$$\Rightarrow\begin{cases}\bar{y}=\frac{۱}{۲}\bar{x}+۱=\frac{۱}{۲}\times ۳+۱=\frac{۵}{۲}\\ \sigma^۲_y=(\frac{۱}{۲})^۲\sigma^۲_x=\frac{۱}{۴}\times ۴=۱\Rightarrow\sigma_y=۱\end{cases}$$

بنابراین ضریب تغییرات داده‌های جدید برابر است با: $CV\ \ \frac{\sigma_y}{\bar{y}}=\frac{۱}{\frac{۵}{۲}}=\frac{۲}{۵}$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(نیلوفر مهدوی)*

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱,۲,۲,۴,۷,۷,۷,۸,۹,۱۲,۱۳,۱۷,۱۷

مد داده‌ها برابر ۷ است و مجموع داده‌های کوچک‌تر از مد برابر است با:

$$۱+۲+۲+۴=۹$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است، پس دادهٔ هفتم میانه و میانگین داده‌های دهم و یازدهم برابر چارک سوم است. $Q_۳\ \ \frac{۱۲+۱۳}{۲}=۱۲/۵$

مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با: $۱۳+۱۷+۱۷=۴۷$

بنابراین اختلاف بین مجموع این دو دسته از داده‌ها برابر است با: $۴۷-۹=۳۸$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه خاکپاش)*

میانگین وزنی نمرات برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{۵\times ۱۰+۸\times ۱۲+۷\times ۱۴+۱۰\times ۱۵+۶\times ۱۷+۴\times ۱۸}{۵+۸+۷+۱۰+۶}\ \ \frac{۵۶۸}{۴۰}\ \ ۱۴/۲$$

اگر نمرات را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، دادهٔ بیستم برابر ۱۴ و دادهٔ بیست و یکم برابر ۱۵ است. میانهٔ داده‌ها برابر میانگین این دو داده (داده‌های وسط) است: $Q_۲\ \ \frac{۱۴+۱۵}{۲}=۱۴/۵$

در نتیجه داریم: $Q_۲-\bar{x}=۱۴/۵-۱۴/۲=۰/۳$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

جدول فراوانی داده‌های اولیه مطابق با نمودار بافت نگاشت داده شده به صورت زیر است:

ÙTwj j»ke	[۵۰,۶۰)	[۶۰,۷۰)	[۷۰,۸۰)	[۸۰,۹۰)	[۹۰,۱۰۰)
Â°l»lo‹	۳	۷	۸	۵	۲

با افزودن دانش‌آموزانی به وزن‌های ۸۲، ۷۶، ۶۳، ۹۴ و ۶۹ کیلوگرم، تعداد کل داده‌های ۵ واحد و تعداد داده‌های دستهٔ وسط یک واحد افزایش می‌یابد. داریم:

فراوانی نسبی اولیهٔ دستهٔ وسط $\frac{۸}{۲۵}$ ۰/۳۲

فراوانی نسبی ثانویهٔ دستهٔ وسط $\frac{۹}{۳۰}\ \ \frac{۳}{۱۰}$ ۰/۳

چون فراوانی نسبی ثانویه دستهٔ وسط کمتر از فراوانی نسبی اولیهٔ آن است، پس فراوانی نسبی ۰/۰۲ کم شده است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیر وفائی)*

تعداد داده‌های برابر ۱۵ است، پس دادهٔ هشتم، میانه و دادهٔ دوازدهم، چارک سوم داده‌ها است. با توجه به صورت سؤال، دادهٔ دوازدهم قطعاً برابر ۲۶ است و در نتیجه گزینهٔ «۱» نادرست است. به عنوان مثال نقض گزینه‌های «۲» و «۴» به داده‌های زیر توجه کنید:

۲۴,۲۴,۲۴,۲۴,۲۴,۲۴,۲۴,۲۴,۲۴,۲۴,۲۴,۲۶,۲۶,۳۶,۳۸

$Q_۱$ $Q_۲$ $Q_۳$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۵۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیر هوشنگ‌فمسه)*

اگر فراوانی گروه خونی با کمترین فراوانی را با x نمایش دهیم، فراوانی ۳ گروه خونی دیگر به‌ترتیب برابر ۲x، ۴x و ۸x خواهد بود.

حال اگر زاویهٔ مربوط به گروه خونی با کمترین فراوانی را با $\theta_۱$ و زاویهٔ مربوط به گروه خونی با بیشترین فراوانی را با $\theta_۲$ نمایش دهیم، داریم:

$$\left.\begin{aligned}\theta_۱&=\frac{x}{۱۵x}\times ۳۶۰^\circ=۲۴^\circ\\ \theta_۲&=\frac{۸x}{۱۵x}\times ۳۶۰^\circ=۱۹۲^\circ\end{aligned}\right\}\Rightarrow\theta_۲-\theta_۱=۱۶۸^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌خطیبی)*

می‌دانیم اگر تعدادی داده برابر یکدیگر باشند، واریانس آنها برابر صفر است و بالعکس، بنابراین داریم:

$$\begin{cases}۳x-۹=۶\Rightarrow x=۵\\ ۵y+۱=۶\Rightarrow y=۱\\ ۴z-۲=۶\Rightarrow z=۲\end{cases}$$

پس داده‌های $y^۲$، $x+۱$، $۲z-۳$ و $x-y$ به ترتیب عبارتند از: ۴,۶,۱,۱

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. چون تعداد داده‌ها زوج است، میانه برابر میانگین دو دادهٔ وسط است: $\frac{۱+۴}{۲}=۲/۵$ میانه $\Rightarrow$ ۱,۱,۴,۶

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

۱۷,۲۳,۲۶,۳۲,۴۵,۵۱,۵۳,۵۹,۶۱,۶۴,۷۴

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ است، پس دادهٔ ششم میانهٔ داده‌هاست و در نتیجه میانهٔ ۵ دادهٔ اول برابر $Q_۱$ و میانهٔ ۵ دادهٔ آخر برابر $Q_۳$ است:

$$Q_۱\ \ ۲۶, Q_۳=۶۱$$

پس داده‌های داخل جعبه عبارت‌اند از ۳۲,۴۵,۵۱,۵۳,۵۹ و میانگین این داده‌ها برابر است با: $\bar{x}\ \ \frac{۳۲+۴۵+۵۱+۵۳+۵۹}{۵}=\frac{۲۴۰}{۵}=۴۸$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۵، ۹۷ و ۹۸)

فیزیک 3

61- **گزینهٔ «4»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

کم‌ترین زمانی که ذره از نقطهٔ M به نقطهٔ N می‌رسد، برابر با $\frac{T}{4}$ است.

$$\frac{T}{4} \quad 0/01s \Rightarrow T = 0/04s$$

ازطرفی طول‌موج برابر است با:

$$\frac{5\lambda}{4} = 40 \Rightarrow \lambda = 32cm = 0/32m$$

$$v \quad \frac{\lambda}{T} = \frac{0/32}{0/04} = 8\frac{m}{s}$$

از طرفی تندی انتشار موج عرضی در ریسمان از رابطهٔ $v \quad \sqrt{\frac{F.L}{m}}$ به‌دست می‌آید، داریم:

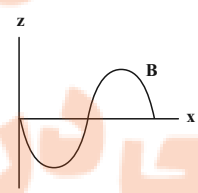
$$v \quad \sqrt{\frac{F.L}{m}} \xrightarrow{L\ 10^{-2}m} 8 = \sqrt{\frac{64\times10^{-2}}{m}}$$

$$\Rightarrow m = 10^{-2}kg = 10g$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 69 تا 74)

62- **گزینهٔ «2»** (مصطفی کیانی)

می‌دانیم در امواج الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم بسامد و هم‌گامند و در هر لحظه نوسان‌های مشابهی دارند. یعنی، با هم به بیشینه مقدار خود و با هم به کمینه مقدار خود (صفر) می‌رسند. در ضمن، این دو موج در هر لحظه بر یکدیگر عمودند. بنابراین، با توجه به این که نوسانات میدان الکتریکی در راستای محور y و انتشار موج در جهت محور x می‌باشد، لذا باید نوسانات میدان مغناطیسی در راستای محور z باشد (گزینه‌های 1 و 4 حذف می‌شوند). با توجه به این که نوسانات میدان‌های $\vec{E}$ و $\vec{B}$ مشابه‌اند، بنابراین، گزینهٔ «2» درست است.



(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 74 و 75)

63- **گزینهٔ «1»** (پوریا علاقه‌مند)

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 25 = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 2/5 = \log\frac{I}{I_0}$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$2/5 \quad 1+1/5 = 1+(5\times0/3) = \log10+5\log2$$

$$\Rightarrow 2/5 = \log10+\log2^5 = \log10+\log32 = \log320$$

بنابراین:

$$\log320 \quad \log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 320 = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = 320I_0$$

$$\Delta I = 319I_0 = 319\times10^{-12}\frac{W}{m^2}\times\frac{1\mu W}{10^{-6}W}\times\frac{10^{-4}m^2}{1cm^2}$$

$$\Rightarrow \Delta I = 319\times10^{-10}\frac{\mu W}{cm^2}$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 80 و 81)

64- **گزینهٔ «1»** (پوریا علاقه‌مند)

در پدیدهٔ دوپلر اگر چشمهٔ متحرک به ناظر ساکن نزدیک شود، در یک مدت زمان معین، ناظر با تعداد جبهه‌های موج بیشتری مواجه می‌شود که باعث افزایش بسامد و کاهش طول‌موج صوت دریافتی توسط ناظر خواهد شد.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 81 تا 84)

65- **گزینهٔ «1»** (بهنام رستمی)

بسامد موج از ویژگی‌های منبع موج است و با رفتن از یک محیط به محیط دیگر ثابت می‌ماند، بنابراین $\frac{f_1}{f_2} = 1$ است.

از طرفی طبق رابطهٔ $v \quad \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$، تندی انتشار در بخش ضخیم طناب کم‌تر است یعنی $v_1 < v_2$ در نتیجه $\frac{v_1}{v_2} < 1$ می‌شود.

همچنین طبق رابطهٔ $v \quad \lambda f$، چون $v_1 < v_2$ و $f_1 \quad f_2$ است، در نتیجه $\lambda_1 < \lambda_2$ یعنی $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} < 1$ می‌شود.

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 94 و 95)

تلاشی در مسیر موفقیت

66- **گزینهٔ «2»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

می‌دانیم هرگاه موجی از محیطی با تندی بیشتر وارد محیطی با تندی کمتر شود، آنگاه پرتوی شکست به خط عمود نزدیک شده و زاویهٔ شکست کوچک‌تر از زاویهٔ تابش می‌شود. توجه کنید عکس بیان فوق نیز صحیح است.

مطابق شکل داریم:

در مرز جدایی (1) و (2): $(\theta = ۶۰^\circ) > (r = ۳۰^\circ) \Rightarrow v_۱ > v_۲$

در مرز جدایی (2) و (3): $(\theta = ۳۰^\circ) < (r = ۵۰^\circ) \Rightarrow v_۲ < v_۳$

در مرز فرضی جدایی (1) و (3): $(\theta = ۶۰^\circ) > (r = ۵۰^\circ) \Rightarrow v_۱ > v_۳$

با مقایسهٔ سه رابطهٔ بالا داریم:

$$v_۱ > v_۳ > v_۲$$

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 94 تا 99)

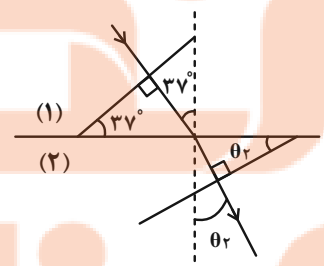
67- **گزینهٔ «4»** (مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ و با توجه به این‌که بسامد موج در هر دو محیط یکسان است، به‌صورت زیر نسبت $\frac{v_۲}{v_۱}$ را می‌یابیم:

$$v \quad \lambda f \xrightarrow{f \text{ ثابت}} \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} \xrightarrow{\lambda_۲ = \frac{۵}{۶}\lambda_۱} \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\frac{۵}{۶}\lambda_۱}{\lambda_۱}$$

$$\Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۵}{۶}$$

اکنون، با توجه به این‌که زاویهٔ جبهه‌های موج فرودی و شکست با سطح جدایی دو محیط به‌ترتیب برابر با زاویه‌های تابش و شکست می‌باشد، با استفاده از رابطهٔ قانون شکست عمومی، زاویهٔ $\theta_۲$ را می‌یابیم:



$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} \quad \frac{v_۲}{v_۱} \xrightarrow{\theta_۱ = ۳۷^\circ} \frac{\sin\theta_۲}{\sin ۳۷^\circ} = \frac{۵}{۶}$$

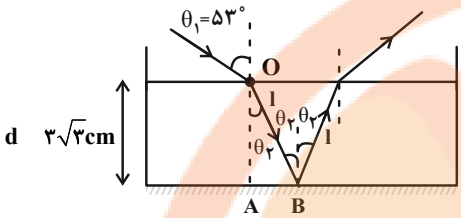
$$\xrightarrow{\sin ۳۷^\circ = ۰/۶} \frac{\sin\theta_۲}{۰/۶} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow \sin\theta_۲ = ۰/۵$$

$$\Rightarrow \theta_۲ = ۳۰^\circ$$

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 94 تا 99)

68- **گزینهٔ «4»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا مسیر پرتو نور را از لحظهٔ ورود به مایع تا خارج شدن از آن، رسم می‌کنیم.



اکنون به کمک رابطهٔ اسنل، زاویهٔ $\theta_۲$ و پس از آن طول l را می‌یابیم.

$$n_۱ \sin\theta_۱ = n_۲ \sin\theta_۲ \xrightarrow[\theta_۱ = ۵۳^\circ]{n_۱ = ۱, n_۲ = ۱/۶}$$

$$۱ \times ۰/۸ = ۱/۶ \sin\theta_۲ \Rightarrow \sin\theta_۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta_۲ = ۳۰^\circ$$

در مثلث OAB داریم:

$$\cos\theta_۲ = \frac{d}{l} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۳\sqrt{۳}}{l} \Rightarrow l = ۶cm$$

پرتو طول $۲l$ را داخل مایع طی می‌کند. از طرفی تندی پرتو داخل مایع از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

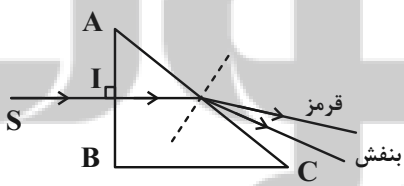
$$v \quad \frac{c}{n} \xrightarrow{v = \frac{۲l}{t}} \frac{۲l}{t} = \frac{c}{n} \xrightarrow[c = ۳\times۱۰^۸ m/s]{l = ۰/۰۶m, n = ۱/۶}$$

$$t = \frac{۲ \times ۰/۰۶ \times ۱/۶}{۳ \times ۱۰^۸} = ۰/۶۴ \times ۱۰^{-۹} s = ۰/۶۴ ns$$

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 90 تا 99)

69- **گزینهٔ «2»** (مصطفی کیانی)

چون پرتوی SI به‌صورت عمود بر وجه AB منشور تابیده است، بدون انحراف وارد منشور می‌شود. از طرف دیگر، در هنگام خروج از وجه AC، چون ضریب شکست برای نور بنفش بزرگ‌تر از ضریب شکست برای نور قرمز است، زاویهٔ شکست برای نور بنفش بیشتر از زاویهٔ شکست برای نور قرمز است، لذا، انحراف پرتوی بنفش بیشتر خواهد بود. بنابراین گزینهٔ «2» درست است.



(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحهٔ 100)

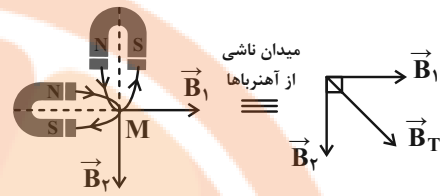
70- **گزینهٔ «4»** (زهره آقامحمدی)

در شکل (1) پراش بارزتر است. پس طول‌موج نور در شکل (1) نسبت به شکل (2) بیشتر است. (هرچه پهنای شکاف در مقایسه با طول‌موج نور کمتر باشد، پراش بارزتر است.) طول‌موج نور آبی، از قرمز، زرد و سبز کمتر و از بنفش بیشتر است.

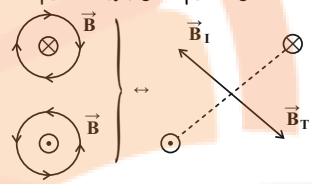
(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 101 و 102)

فیزیک 2

71- **گزینهٔ «3»** (عرفان عسکریان چایان)



برای خنثی شدن $\vec{B}_T$ باید میدانی در خلاف جهت $\vec{B}_T$ موجود باشد و با توجه به جهت میدان حاصل از سیم حامل جریان، داریم:

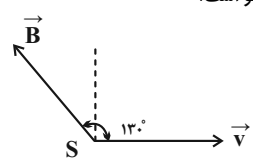


که در این سؤال فقط سیم C شانس خنثی کردن میدان حاصل از آهنرباها را در نقطهٔ M دارد.

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 84 تا 87 و 94 تا 96)

72- **گزینهٔ «1»** (محمدعلی راست‌پیمان)

قبل از دوران، چهار انگشت دست راست را روی $\vec{v}$ قرار می‌دهیم، طوری که وقتی خم شوند روی $\vec{B}$ قرار گیرند، انگشت شست ما جهت نیرو را نشان می‌دهد، پس قبل از دوران جهت نیروی مغناطیسی برای بار مثبت برون‌سو و برای بار منفی درون‌سو است.



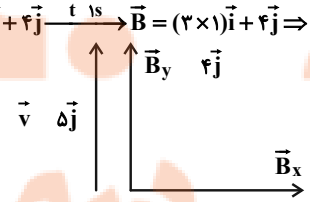
پس از دوران، هم جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار منفی درون‌سو است.

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 89 و 90)

73- **گزینهٔ «4»** (مصطفی کیانی)

ابتدا بردار میدان مغناطیسی $\vec{B}=3t\vec{i}+4\vec{j}$ را در لحظهٔ $t=1s$ به‌دست می‌آوریم و سپس بردارهای $\vec{B}$ و $\vec{v}$ را به‌صورت مولفه‌های سازنده‌اش رسم می‌کنیم.

$$\vec{B}\ \ 3t\vec{i}+4\vec{j} \xrightarrow{t\ 1s} \vec{B}=(3\times1)\vec{i}+4\vec{j} \Rightarrow \vec{B}=3\vec{i}+4\vec{j}$$



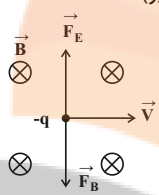
همان‌طور که می‌بینید، زاویهٔ بین بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}_y$ برابر $\theta=0$ است، لذا بنا به رابطهٔ $F=|q|vB\sin\theta$، از طرف مولفهٔ $\vec{B}_y$ به ذرهٔ باردار نیرو وارد نمی‌شود و تمام نیرو را مولفهٔ $\vec{B}_x$ به این ذره وارد می‌کند. بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست، این نیرو در خلاف جهت محور z است و اندازهٔ آن برابر است با:

$$F=|q|v_yB_x\sin90^\circ \xrightarrow[B_x\ 3T,\sin90^\circ=1]{|q|\ 5\times10^{-6}C,\ v_y=5m/s} F=5\times10^{-6}\times5\times3\times1\Rightarrow F=7/5\times10^{-5}N$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 89 و 90)

74- **گزینهٔ «2»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

طبق قاعدهٔ دست راست برای بار الکتریکی منفی، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت پایین است و بنابراین نیروی الکتریکی باید به سمت بالا باشد تا ذره منحرف نشود. (شکل زیر)



از طرفی طبق رابطهٔ $\vec{F}_E=q\vec{E}$ هرگاه بار الکتریکی منفی باشد، نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی در خلاف جهت یکدیگرند. بنابراین میدان الکتریکی به سمت پایین است.

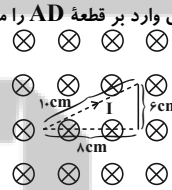
$$F_B=F_E\Rightarrow|q|vB=|q|E\Rightarrow E=vB$$

$$\Rightarrow E=2\times10^{+3}\times0/2=400\frac{N}{C}$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 89 و 90)

75- **گزینهٔ «1»** (مهدی سلطانی)

برای به‌دست آوردن نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی، شکل سیم مهم نیست و می‌توانیم ابتدای سیم را به انتهای سیم وصل کنیم و نیروی وارد بر قطعهٔ AD را مستقیم به‌دست آوریم:



$$L=\sqrt{6^2+8^2}=10cm$$

$$F=I\ell B\sin\theta$$

$$2\times0/1\times0/2\times\sin90^\circ=0/04N$$

طبق قاعدهٔ دست راست، جهت نیرو مطابق زیر خواهد بود:

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 91 تا 94)

76- **گزینهٔ «1»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

ابتدا به کمک مساحت پیچه، شعاع آن‌را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$S=\pi r^2\Rightarrow36\pi=\pi R^2\Rightarrow R=6cm$$

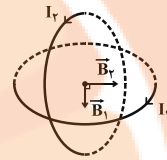
بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ قابل محاسبه است.

$$B \quad \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow 2\pi\times10^{-3} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times50\times I}{2\times6\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{24\pi\times10^{-5}}{2\pi\times10^{-5}} = 12A$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 97 تا 99)

77- **گزینهٔ «1»** (محمد سکی)



با توجه به این‌که سطح دو حلقه بر یکدیگر عمود است، میدان مغناطیسی ناشی از جریان حلقه‌ها در مرکز مشترک آن‌ها بر یکدیگر عمود است و داریم:

$$B_1 = \frac{\mu_0 NI_1}{2R_1} = \frac{12\times10^{-7}\times1\times6}{2\times12\times10^{-2}} \Rightarrow B_1 = 3\times10^{-5}T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 NI_2}{2R_2} = \frac{12\times10^{-7}\times1\times8}{2\times12\times10^{-2}} \Rightarrow B_2 = 4\times10^{-5}T$$

$$B_T \quad \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left(3\times10^{-5}\right)^2 + \left(4\times10^{-5}\right)^2}$$

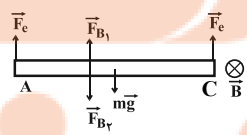
$$\Rightarrow B_T = 5\times10^{-5}T = 0/5G$$

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 97 تا 99)

78- **گزینهٔ «2»** (بیتا خورشید)

روش اول:

اگر فرض کنیم در حالتی‌که جریان 1/5 آمپری در میله از A به C می‌گذرد، اندازهٔ نیروی مغناطیسی برابر با F_B باشد، در حالتی که جریان 4/5 آمپری در میله از C به A می‌گذرد، اندازهٔ نیروی مغناطیسی برابر با $3F_B$ و جهت آن برعکس می‌شود. بنابراین با توجه به اینکه نیروسنج‌ها زمانی که جریان از A به C است عدد کمتری را از زمانی که جریان از C به A است نشان می‌دهند، می‌توان نتیجه گرفت نیروی مغناطیسی در حالت اول به‌طرف بالا (خلاف جهت $m\vec{g}$) و در حالت دوم پایین (هم جهت با $m\vec{g}$) است.



جریان $1/5A$ و از A به C:

$$mg \quad F_e + F_e + F_B$$

$$\Rightarrow mg = 2F_e + I\ell B\sin90^\circ$$

$$\Rightarrow mg = 2\times0/6 + 1/5\times0/8\times B\times1$$

$$\Rightarrow mg = 1/2 + 1/2B \qquad (1)$$

جریان $4/5A$ و از C به A:

$$mg + F'_B = F'_e + F'_e$$

$$\Rightarrow mg + I'\ell B\sin90^\circ = 2F'_e$$

$$\Rightarrow mg + 4/5\times0/8\times B\times1 = 2\times1/2$$

$$\Rightarrow mg + 3/6B = 2/4 \qquad (2)$$

با استفاده از دو رابطهٔ (1) و (2) داریم:

$$1/2 + 1/2B + 3/6B = 2/4 \Rightarrow 4/8B = 1/2 \Rightarrow B = 0/25T$$

روش دوم:

چون جهت میدان مغناطیسی مشخص نیست، با استفاده از اطلاعات داده شده، در حالت دوم اندازهٔ نیروی مغناطیسی سه برابر و جهت آن عکس حالت اولیه است. داریم:

حالت اول: $\vec{F}_B - mg\vec{j} + 2F_e\vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{F}_B = \left(mg - 2F_e\right)\vec{j}$ (1)

حالت‌دوم: $-3\vec{F}_B - mg\vec{j} + 2F'_e\vec{j} = 0 \Rightarrow 3\vec{F}_B = \left(-mg + 2F'_e\right)\vec{j}$ (2)

با جمع معادله‌های (1) و (2) داریم:

$$2\vec{F}_B \quad \left(F'_e - F_e\right)\vec{j} \Rightarrow 2\vec{F}_B = \left(1/2 - 0/6\right)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_B = 0/3\vec{j}$$

در نتیجه جهت نیروی مغناطیسی در حالت اول به سمت بالا است و داریم:

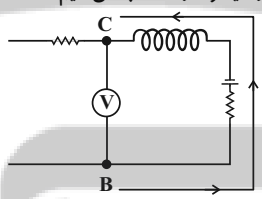
$$F_B \quad I\ell B\sin\theta \Rightarrow 0/3 = 1/5\times0/8\times B\times\sin90^\circ$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{4}T$$

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 91 تا 94)

79- **گزینهٔ «2»** (غلامرضا محبی)

ابتدا جریان عبوری از سیملوله را محاسبه می‌کنیم:



$$V_C + \varepsilon + Ir = V_B \Rightarrow V_B - V_C = \varepsilon + Ir$$

$$\xrightarrow[\varepsilon=8V, r=0/75\Omega]{\Delta V=11V} 11 = 8 + 0/75I \Rightarrow I = 4A$$

اندازهٔ میدان درون سیملوله برابر است با:

$$B \quad \mu_0 \frac{N}{\ell} I \xrightarrow[I\ 4A]{\frac{N}{\ell}\ 30} B = 12\times10^{-7}\times30\times4$$

$$\Rightarrow B = 1/44\times10^{-4}T$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 99 تا 101)

80- **گزینهٔ «4»** (بابک اسلامی)

مواد فرومغناطیسی به دو دستهٔ فرومغناطیسی نرم و فرومغناطیسی سخت تقسیم می‌شوند. در مواد فرومغناطیسی نرم، مرز بین حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی به سهولت تغییر می‌کند ولی در مواد فرومغناطیسی سخت، مرز بین حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی به سختی تغییر می‌کند. بنابراین مواد فرومغناطیسی سخت برای ساخت آهنرباهای دائمی مناسب است.

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 101 تا 103)

فیزیک 1

81- **گزینهٔ «3»** (مسعود قره‌خانی)

طبق متن کتاب، دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج را به عنوان دماسنج معیار پذیرفته‌اند که عبارتند از: دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تف‌سنج (پیرومتر)

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه‌های 84 تا 87)

82- **گزینهٔ «1»** (غلامرضا محبی)

به کمک رابطهٔ بین دما بر حسب کلوین و برحسب درجهٔ سلسیوس، داریم:

$$\frac{T_2}{T_1}\ \frac{\theta_2+273}{\theta_1+273}\xrightarrow[\theta_2=3\theta_1]{\frac{T_2}{T_1}=\frac{3}{2}}\frac{3}{2}=\frac{3\theta_1+273}{\theta_1+273}\Rightarrow\theta_1=91^\circ C$$

این دما برحسب درجهٔ فارنهایت برابر است با:

$$F_1\quad \frac{9}{5}\theta_1+32\xrightarrow{\theta_1=91^\circ C}F_1=\frac{9}{5}\times91+32=195/8^\circ F$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه‌های 84 و 85)

83- **گزینهٔ «1»** (شادمان ویسی)

با توجه به اینکه نقطهٔ ذوب یخ و جوش آب در فشار یک اتمسفر برابر با $0^\circ C$ و $100^\circ C$ است، رابطهٔ تغییر دمایی این دو دماسنج را با هم به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\theta-0}{100-0}\quad\frac{x-30}{120-30}\Rightarrow x=\frac{9}{10}\theta+30\Rightarrow\Delta x=\frac{9}{10}\Delta\theta$$

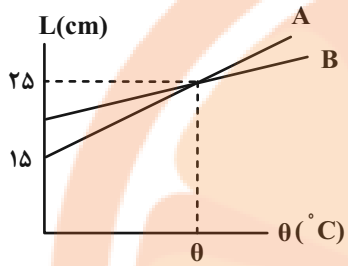
پس 90° تغییرات دما در این دماسنج معادل با $100^\circ C$ تغییرات دما در دماسنج سلسیوس است. هم‌چنین با توجه به رابطهٔ تغییرات طول داریم:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta L=10^3\times10^{-5}\times10^2=1mm$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه‌های 84 تا 90)

84- **گزینهٔ «1»** (مصطفی کیانی)

با توجه به نمودار، در دمای θ، طول دو میله با هم برابر است. چون دمای اولیهٔ میله‌ها برابر $\theta_1=0$ است، $\Delta\theta_A=\Delta\theta_B$ خواهد بود.



از طرف دیگر $\Delta L_A=25-15=10cm$ و $\Delta L_B=25-L_{1B}$ است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ $\Delta L=\alpha L_1\Delta\theta$ به‌صورت زیر L_{1B} را می‌یابیم:

$$\Delta L=\alpha L_1\Delta\theta\Rightarrow\frac{\Delta L_B}{\Delta L_A}=\frac{\alpha_B}{\alpha_A}\times\frac{L_{1B}}{L_{1A}}\times\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

$$\frac{\alpha_B=\frac{3}{8}\alpha_A}{L_{1A}\ 15cm}\xrightarrow{}\frac{25-L_{1B}}{10}=\frac{\frac{3}{8}\alpha_A}{\alpha_A}\times\frac{L_{1B}}{15}\times1$$

$$\Rightarrow\frac{25-L_{1B}}{10}=\frac{L_{1B}}{40}\Rightarrow L_{1B}=20cm$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه‌های 87 تا 90)

85- **گزینهٔ «2»** (حسین مفدومی)

طول میلهٔ اول را با L و طول میلهٔ دوم را با L' نمایش می‌دهیم.

$$\xrightarrow{k\{\text{llol}\copyright\text{nql}}L_1'=0/1+L_1$$

از طرفی داریم:

$$L_2\quad L_1(1+\alpha\Delta T)=L_1(1+5\times10^{-4}\times2\times10^2)=1/1L_1$$

$$L_2'\quad L_1'(1+\alpha\Delta T)=(L_1+0/1)(1+5\times10^{-4}\times2\times10^2)$$

$$\Rightarrow L_2'=(L_1+0/1)\times1/1$$

$$L'_۲ + L_۲ = ۴/۵۱ \Rightarrow ۱/۱L_۱ + ۱/۱L_۱ + ۰/۱۱ = ۴/۵۱$$

$$\Rightarrow ۲/۲L_۱ + ۰/۱۱ = ۴/۵۱ \Rightarrow L_۱ = ۲m = ۲۰۰cm$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های 87 تا 90)

86- **گزینهٔ «3»** (بیتا خورشید)

طولی که خط‌کش نشان می‌دهد $\frac{\text{طول واقعی}}{\text{طول روی خط‌کش}}$

قبل از گرم کردن: $L = \frac{۱۰۰۰mm}{۱mm} = ۱۰۰۰\text{خط}$

بعد از گرم کردن :

$$L' = \frac{۱۰۰۰mm}{۱mm(۱+\alpha\Delta\theta)} \quad \frac{۱۰۰۰}{۱+\frac{۱}{۱۹۹}\times ۱۰^{-۲}(۱۲۵-۲۵)}$$

$$\Rightarrow L' = \frac{۱۰۰۰}{\frac{۲۰۰}{۱۹۹}} = ۵\times ۱۹۹ = ۹۹۵mm$$

بنابراین: $۱۰۰۰ - ۹۹۵ = ۵mm$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های 87 تا 90)

87- **گزینهٔ «4»** (احسان محمدی)

چون گرمای ویژه برحسب $\frac{J}{kg.^\circ F}$ خواسته شده، پس همان ابتدا تغییرات دما را برحسب فارنهایت به‌دست آورده و لحاظ می‌کنیم.

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta F = \frac{۹}{۵}\times ۳۵ = ۶۳^\circ F$$

و به این ترتیب:

$$Q \quad mc\Delta F \Rightarrow c = \frac{Q}{m\Delta F} = \frac{۶۳۰۰۰}{۰/۵\times ۶۳} = ۲۰۰۰\frac{J}{kg.^\circ F}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های 84، 85 و 96 تا 99)

88- **گزینهٔ «3»** (فسرو ارغوانی‌فرد)

دمای جسم در مدت $۱۸۰^\circ s$ از $-۳۰^\circ C$ به $۶۰^\circ C$ رسیده و $۹۰^\circ C$ افزایش دما داشته است. گرمایی که طی این مدت جسم جامد گرفته است را به‌دست می‌آوریم.

$$Q \quad mc\Delta\theta = ۰/۱۵\times ۴۰۰\times ۹۰ = ۵۴۰۰J$$

بنابراین گرمایی که جسم در هر ثانیه دریافت می‌کند، برابر است با:

$$Q' = ۵۴۰۰ \div ۱۸۰ = ۳۰J$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های 96 تا 99)

89- **گزینهٔ «3»** (محمدعلی راست‌پیمان)

چون تغییرات دما بر حسب درجهٔ سلسیوس و کلوین برابر است. داریم:

$$Q_A \quad m_Ac_A\Delta\theta_A \Rightarrow Q_A = m_Ac_A\times ۴۰$$

برای جسم B داریم:

$$\Delta F_B = ۱/۸\Delta\theta_B \Rightarrow (۱۳۰-۴۰) = ۱/۸\Delta\theta_B \Rightarrow \Delta\theta_B = ۵۰^\circ C$$

$$Q_B \quad m_Bc_B\Delta\theta_B \Rightarrow Q_B = m_Bc_B\times ۵۰$$

پس: $\frac{Q_A}{Q_B} \quad \frac{m_Ac_A\times ۴۰}{m_Bc_B\times ۵۰}$

$$\Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{۱/۲c_B\times ۴}{c_B\times ۵} = \frac{۴/۸}{۵} = \frac{۴۸}{۵۰} = \frac{۲۴}{۲۵}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های 96 تا 99)

90- **گزینهٔ «3»** (شارمان ویسی)

چون هر دو گلوله مسی هستند، گرمای ویژهٔ یکسانی دارند. طبق رابطهٔ گرمای داده شده به یک جسم $mc\Delta\theta$ Q داریم:

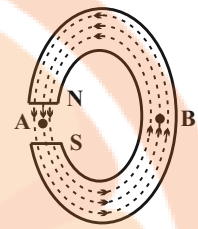
$$\frac{Q_۲}{Q_۱} \quad \frac{m_۲}{m_۱}\times\frac{\theta'-\theta_۲}{\theta'-\theta_۱} \Rightarrow ۲ = ۳\times\frac{۱۰۰-\theta_۲}{۱۰۰-۲۵} \Rightarrow \theta_۲ = ۵۰^\circ C$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های 96 تا 99)

تلاشی درمسیر موفقیت

فیزیک 2

91- **گزینهٔ «4»** (حسین مفدومی)



با توجه به این‌که خط‌های میدان مغناطیسی، منحنی‌هایی بسته هستند که در خارج از آهنربا از N به S و در داخل آهنربا از S به N می‌باشند، بنابراین جهت میدان مغناطیسی در نقاط A و B به ترتیب به صورت $\downarrow$ و $\uparrow$ است.

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 84 تا 88)

92- **گزینهٔ «4»** (علیرضا گونه)

باید توجه کرد که میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ با جهت حرکت $(\vec{v})$ لزوماً عمود بر هم نیستند و نیروی $\vec{F}$ بر صفحه‌ای که از $\vec{B}$ و $\vec{v}$ می‌گذرد، عمود است.

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 89 و 90)

93- **گزینهٔ «4»** (علیرضا گونه)

با توجه به این‌که بردار میدان مغناطیسی در راستای محور x ها است، زاویهٔ مؤلفهٔ x بردار سرعت با آن برابر با صفر است و در نتیجه این مؤلفه تأثیری در نیروی مغناطیسی ندارد. بنابراین داریم:

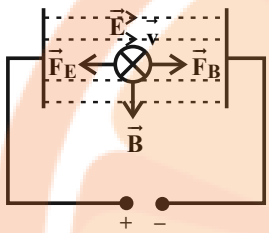
$$F = |q|vB\sin\theta = |q|v_yB_x\sin 90^\circ \quad 40\times10^{-3}\times2\times450\times10^{-4}\times1$$

$$\Rightarrow F = 3600\times10^{-6}N = 3600\mu N = 3/6\times10^{3}\mu N$$

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 89 تا 91)

94- **گزینهٔ «4»** (زهره آقامحمدی)

به بار الکتریکی منفی در میدان الکتریکی، در خلاف جهت خط‌های میدان، نیروی الکتریکی وارد می‌شود.



بنابراین جهت نیروی الکتریکی به سمت چپ خواهد بود. لذا برای این‌که ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، باید نیروی مغناطیسی هم‌اندازه با نیروی الکتریکی به سمت راست به آن وارد شود. از طرفی چون کم‌ترین اندازهٔ میدان مغناطیسی خواسته شده است، باید بردار میدان مغناطیسی بر بردار سرعت الکترون عمود باشد که در این حالت طبق قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی به طرف پایین خواهد بود. داریم:

$$F_E = F_B \Rightarrow |q|E = |q|vB\sin\theta$$

$$\xrightarrow{\theta=90^\circ} E = vB \Rightarrow 500 = 4\times10^{3}\times B \Rightarrow B = 0/125T$$

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 89 تا 91)

95- **گزینهٔ «4»** (سعید شرق)

چون سیم در حال تعادل است، نیروی وزن وارد بر سیم با نیروی مغناطیسی وارد بر آن خنثی می‌شود. بنابراین داریم:

$$F = mg \Rightarrow BI\ell\sin\theta = mg \Rightarrow \frac{m}{\ell} = \frac{BI\sin\theta}{g}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{\ell} = \frac{100\times10^{-4}\times4\times1}{10} \Rightarrow \frac{m}{\ell} = 4\times10^{-3}\frac{kg}{m} = 4\frac{g}{m}$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 91 تا 94)

96- **گزینهٔ «1»** (محسن قندچلر)

همواره نیروی خالص مغناطیسی وارد بر مسیرهای بستهٔ درون میدان مغناطیسی، که از آن‌ها جریان الکتریکی می‌گذرد برابر صفر است.

قسمت‌های AB و CD چون موازی با میدان مغناطیسی هستند، نیرویی بر آنان وارد نمی‌شود در نتیجه نیرویی که بر قسمت DA وارد می‌شود با نیرویی که به قسمت BC وارد می‌شود هم‌اندازه اما در خلاف جهت است.

$$F_{DA} \quad F_{BC} \quad I\ell_{DA}B\sin\theta = ۲\times۳\times۱۰^{-۲}\times۵\times۱۰^{-۲}\times۱$$

$$\Rightarrow F_{BC} = ۳\times۱۰^{-۳}\,N$$

(فیزیک 2- مغناطیس، صفحه‌های 91 تا 94)

97- **گزینهٔ «1»** (عرفان عسکریان چاپیان)

میدان را باید با رابطه $B \quad \frac{\mu_۰NI}{۲R}$ محاسبه کنیم.

برای محاسبهٔ تعداد حلقه‌ها داریم:

$$N\times \underbrace{(۲\pi R)}_{\text{%£ e oÅ ðÅd¶}} = L \quad \cdot k\{\ \%£ e\ p\ll ®L¤´Åw\ll ¼$$

$$N \quad \frac{۹۰cm}{۲\pi\times۵cm} = \frac{۹}{\pi}$$

$$B \quad \frac{\mu_۰NI}{۲R} \quad \frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times\left(\frac{۹}{\pi}\right)\times۱}{۲\times\frac{۵}{۱۰۰}} = ۳۶\times۱۰^{-۶}\,T = ۳۶\mu T$$

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 97 تا 99)

98- **گزینهٔ «3»** (یغنام رستمی)

$$B \quad \frac{\mu_۰NI}{L} \Rightarrow \frac{B_۱}{B_۲} = \frac{N_۱}{N_۲}\times\frac{I_۱}{I_۲}\times\frac{L_۲}{L_۱}$$

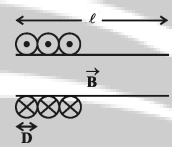
$$\Rightarrow \frac{B_۱}{B_۲} = \frac{۲}{۱}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۱} = \frac{۴}{۳}$$

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 99 و 100)

99- **گزینهٔ «3»** (ناظم شاهملکی)

مطابق شکل زیر اگر قطر سیم D باشد، می‌توان طول سیملوله را برحسب قطر سیم به‌دست آورد.

$$\ell \quad N.D \Rightarrow \frac{N}{\ell} = \frac{۱}{D}$$



$$B \quad \mu_۰\frac{N}{\ell}I = \mu_۰\frac{I}{D}$$

$$\Rightarrow B = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\times\frac{۰/۲}{\pi\times۱۰^{-۳}} \Rightarrow B = ۰/۸\times۱۰^{-۴}T = ۰/۸G$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 99 تا 101)

100- **گزینهٔ «2»** (بابک اسلامی)

مواد دیامغناطیسی به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند ولی هنگامی که در میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرند، به‌سبب القاء، دو قطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان مغناطیسی در آن القاء می‌شوند.

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 101 تا 103)

شیمی ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(جعفر پازوکی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: گرافن، تک‌لایه‌ای از گرافیت بوده و یک گونهٔ شیمیایی دوبعدی است.

گزینهٔ «۲»: گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است که در آن اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی حلقه‌های شش‌گوشه تشکیل داده‌اند.

گزینهٔ «۳»: یافته‌های تجربی نشان داده است که گرافن همانند الماس شفاف بوده و استحکام بالایی دارد و همانند الماس تمام اتم‌های آن با پیوند اشتراکی به هم متصل‌اند.

گزینهٔ «۴»: در ساختار گرافن هر اتم کربن به سه اتم دیگر متصل است.

(شیمی۳، شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** *(جعفر پازوکی)*

عبارت‌های اول، سوم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نوع بار جزئی اتم کربن در مولکول حاصل (کربونیل سولفید) $+\delta$ ولی در مولکول اتین $-\delta$ می‌باشد.

عبارت دوم: با جایگزین کردن یکی از گوگردها با اتم اکسیژن تغییری در تعداد جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی ایجاد نمی‌شود.

$$\ddot{S}=C=\ddot{O} \quad , \quad \ddot{S}=C=\ddot{S}$$

عبارت سوم: از آن‌جا که خاصیت نافلزی اکسیژن بیش‌تر از گوگرد می‌باشد، با جایگزین کردن یکی از گوگردها با اتم اکسیژن، بار جزئی مثبت $(+\delta)$ روی اتم کربن افزایش می‌یابد.

عبارت چهارم: مولکول کربونیل سولفید حاصل، یک مولکول قطبی می‌باشد که گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارد.

عبارت پنجم: با توجه به این‌که تعداد اتم کربن در هردو ترکیب ثابت است با جایگزین کردن اتم گوگرد با اکسیژن، جرم مولی کاهش یافته و درصد جرمی کربن بیش‌تر می‌شود.

درصد جرمی کربن در $CS_2 = \frac{12}{76} \times 100 \simeq 16\%$

درصد جرمی کربن در $CSO = \frac{12}{60} \times 100 = 20\%$

(شیمی۳، شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۰۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدپارسا فراهانی)*

فراوان‌ترین اکسید پوستهٔ جامد کرهٔ زمین سیلیس است. سیلیس یک جامد کووالانسی است و دارای ذرات سازندهٔ مجزا به نام مولکول نیست و جامد مولکولی محسوب نمی‌شود.

(شیمی ۳، شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۱۰۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) مجموع درصد جرمی Al_2O_3، Na_2O، Fe_2O_3 و MgO بیش از ۴۰٪ می‌باشد.

۲) درصد جرمی Fe_2O_3 از ۱ درصد کمتر است.

۳) با کاهش درصد جرمی آب بر اثر پختن سفالینه، درصد جرمی سایر مواد افزایش می‌یابد.

۴) SiO_2 یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و نیز شن و ماسه است.

(شیمی ۳، شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۶۷)

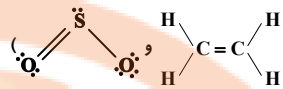
۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** *(رامین علیداری)*

با توجه به شکل‌های صفحات ۷۴ و ۷۵ کتاب درسی، SCO برخلاف $CHCl_3$، دارای ساختار خطی است امّا هر دوی آن‌ها قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: NH_3 و H_2O هر دو قطبی هستند.

گزینهٔ «۲»: SO_3 و CCl_4 هر دو ناقطبی هستند.

گزینـهٔ «۳»: مولکـول C_2H_4 نـاقطبی و SO_2 قطبـی اسـت، امـا SO_2 و C_2H_4 دارای ساختار خطی نیستند. ()

(شیمی ۳، شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۰۶- **گزینهٔ «۳»** (میلاد شیخ الاسلامی فیاوی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): شارهٔ استفاده شده باید دمای ذوب بالا داشته و در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع باشد یا به عبارتی اختلاف دمای ذوب و جوش آن زیاد باشد که برای ترکیب‌های مولکولی مانند HF اینگونه نیست.

عبارت (ب): عناصر A تـا D بـه ترتیـب یـون‌هـای A^{2+}، B^{+}، C^{-} و D^{2-} را تشکیل می‌دهند. در نتیجه AD بیشترین آنتالپی فروپاشی شبکه را خواهد داشت.

عبارت (پ): شعاع آنیون و کاتیون در LiF کم‌تر از NaCl است، بنابراین این جمله صحیح است.

عبارت (ت): چگالی بار Na^{+} بیشتر از K^{+} است؛ پس آنتالپی شبکه KCl باید کمتر از NaCl باشد. همچنین چگالی بار Cl^{-} بیش‌تر از Br^{-} است، پس آنتالپی شبکه KCl باید بیشتر از KBr باشد. یعنی باید عددی بـین ۶۸۹ تا ۷۸۷ کیلوژول بر مول باشد.

(شیمی ۳، شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۶ و ۷۸ تا ۸۱)

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** (احمدرضا جشانی‌پور)

تنها عبارت (آ) نادرست است.

عبارت (آ)، اغلب آلاینده‌های موجود در هوای آلوده بی‌رنگ هستند.

عبارت (ب)، با توجه به وجود کارخانه‌ها و ماشین‌آلات مختلف و هـم‌چنـین جمعیت متفاوت در شهرها، نوع و مقـدار آلاینـده‌هـا در شـهرهای مختلـف، متفاوت است.

(شیمی ۳، شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۴)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا زهره‌وند)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هر کاتالیزگر به یک یا شمار معـدودی از واکـنش هـا سـرعت می‌بخشد.

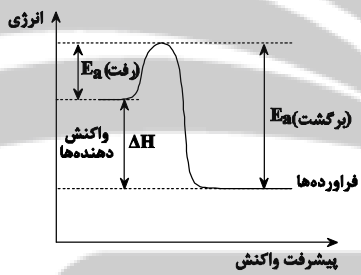
گزینهٔ «۲»: بر روی سطح مبدل‌های کاتالیسـتی فلزهـای رودیـم، پـالادیم و پلاتین نشانده شده است.

گزینهٔ «۴»: کاتالیزگر در شرایط انجام واکـنش، بایـد پایـداری شـیمیایی و گرمایی مناسبی داشته باشد.

(شیمی ۳، شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** (امین نوروزی)

مطابق نمودار «انرژی – پیشرفت واکنش» یک واکنش (گرماده):



آ) تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌هـا بـا فـراورده‌هـا را آنتـالپی (ΔH) می‌نامند.

ب) تفاوت سطح انرژی قلهٔ نمودار با فراورده‌ها را انرژی فعال‌سازی برگشت می‌گویند که آن را با (E_a برگشت) نمایش می‌دهند.

پ) تفاوت سطح انرژی قلهٔ نمودار با واکنش‌دهنده‌ها را انرژی فعـال‌سـازی رفت گویند که آن را با (E_a رفت) نمایش می‌دهند.

(شیمی ۳، شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** (امیر حاتمیان)

مجموع جرم آلاینده‌ها به‌ازای ۱ کیلومتر در نبود مبدل:

$$۵/۹۹ + ۱/۶۷ + ۱/۰۴ = ۸/۷g$$

مقدار جرم آلاینده‌ها در حضور مبدل:

$$\frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۸/۷ = ۱/۷۴g$$

$$۱۰^۷ \text{ خودرو} \times \frac{۲ \times ۱۰^۴ km}{۱ \text{ خودرو}} \times \frac{۱/۷۴g}{۱km} \times \frac{۱ton}{۱۰^۶ g} = ۳/۴۸ \times ۱۰^۵ ton$$

دلیل قهوه‌ای رنگ بودن هوای آلودهٔ شهرها گاز آلایندهٔ $NO_۲$ است.

(شیمی۳، شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

شیمی ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(سینا باسلی‌زاده)*

گرماسنج $q = q_{آب} + q$

$$\Rightarrow q = (m_{آب} \times c_{آب} + C_{گرماسنج}) \times \Delta T$$

$$q = (۵۰۰ \times ۴/۲ + ۱۲۰۰) \times ۱۰ = ۳۳۰۰۰J = ۳۳kJ$$

$$?g = ۳۳kJ \times \frac{۱mol}{۵۶۵۰kJ} \times \frac{۳۴۲g}{۱mol} \simeq ۲g$$

(شیمی۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸، ۷۰ تا ۷۲)

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

معادلهٔ واکنش سوختی آمونیاک به صورت زیر است:

$$۴NH_۳ + ۵O_۲ \rightarrow ۴NO + ۶H_۲O$$

برای محاسبهٔ ΔH واکنش فوق، واکنش (I) را معکوس و در ۴ ضرب کرده و واکنش‌های (II) و (III) را به‌ترتیب در ۶ و ۲ ضرب می‌کنیم.

$$\Delta H = ۴(+۴۶) + ۶(-۲۸۶) + ۲(۱۸۰) = -۱۱۷۲kJ$$

$$?kJ = ۸/۵g\ NH_۳ \times \frac{۱mol\ NH_۳}{۱۷g\ NH_۳} \times \frac{-۱۱۷۲kJ}{۴mol\ NH_۳} = -۱۴۶/۵kJ$$

(شیمی۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۱۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(حسن رحمتی کوکنده)*

بررسی موارد نادرست:

آ) به کمک گرماسنج لیوانی می‌توان گرمای واکنش را در فشار ثابت محاسبه کرد؛ گرمایی که هم‌ارز با آنتالپی واکنش است.

پ) در بیان علمی قانون هس، «اگر معادلهٔ واکنشی را بتوان از جمع معادلهٔ دو یا چند واکنش دیگر به‌دست آورد، ΔH آن نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها به‌دست می‌آید».

(شیمی۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۴ و ۷۰ تا ۷۲)

۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

تنها مورد (ب) نادرست است.

در محیط مرطوب میکروب‌ها شروع به رشد و تکثیر نموده، تا جایی که مادهٔ غذایی کپک زده و سرانجام فاسد می‌شود. حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی و خوراکی‌ها، سبب افزایش زمان ماندگاری و بهبود کیفیت آن‌ها خواهد شد. مواد غذایی در حضور نور یا دمای بالا سریع‌تر فاسد می‌شوند.

(شیمی۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در هوا نمی‌سوزد، درحالی‌که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

(شیمی۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

گزینهٔ «۱»: درست. با توجه به شمارمول‌های تولیدی C که دو برابر شمار مول‌های مصرفی A یا B است.

گزینهٔ «۲»: درست.

$$\bar{R}_A = \frac{۱}{۲}\bar{R}_C$$

گزینهٔ «۳»: درست. با توجه به ضریب استوکیومتری C و مجموع ضرایب استوکیومتری A و B که با هم برابراند.

گزینهٔ «۴»: نادرست.

$A + B \longrightarrow ۲C$			
mol آغازی	۰	۰/۳	۰/۲
mol زمانی‌که A و C برابر می‌شوند	۲x	۰/۳ − x	۰/۲ − x

$$\Rightarrow ۰/۲-x=۲x \Rightarrow ۰/۲=۳x \Rightarrow x \simeq ۰/۰۶۷$$

$$\Rightarrow molB=۰/۳-۰/۰۶۷=۰/۲۳۳$$

(شیمی۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** (میلاد شیخ الاسلامی فیاوی)

$$\Delta t=۳۰s, \Delta V=(۴۰۰-۲۵۰)mL$$

$$\Delta n=۱۵۰mL\times\frac{۱L}{۱۰۰۰mL}\times\frac{۱mol}{۲۵L}=۰/۰۰۶mol$$

$$\Delta_{[NO_۲]}=\frac{\Delta n}{V}=\frac{۰/۰۰۶mol}{۲L}=۰/۰۰۳mol.L^{-۱}$$

$$\bar{R}_{(NO_۲)}=\frac{\Delta[NO_۲]}{\Delta t}=\frac{۰/۰۰۳mol.L^{-۱}}{۰/۵min}=۰/۰۰۶mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

(شیمی ۲، درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

۱۱۸- **گزینهٔ «۴»** (فاضل قهرمانی‌فرد)

$$Zn(s)+CuSO_۴(aq)\rightarrow ZnSO_۴(aq)+Cu(s)$$

$$?s=۱۲/۸gCu\times\frac{۱molCu}{۶۴gCu}\times\frac{۱molZn}{۱molCu}\times\frac{۶۵gZn}{۱molZn}\times\frac{۱min}{۰/۵gZn}$$

$$\times\frac{۶۰s}{۱min}=۱۵۶۰s$$

$$\text{جرم روی مصرف شده}=\frac{۱۵۶۰}{۶۰}min\times\frac{۰/۵gZn}{۱min}=۱۳gZn$$

$$\text{جرم تیغه}=۲۰-۱۳+۱۲/۸=۱۹/۸g$$

(شیمی ۲، درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** (کامران جعفری)

افزودن آب اسید را رقیق‌تر می‌کند، لذا سرعت واکنش کم می‌شود. پس B نمی‌تواند تولید $CO_۲$ را در این شرایط نشان دهد.

(شیمی ۲، درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** (فاضل قهرمانی فرد)

با توجه به ضرایب استوکیومتری و شیب نمودارها می‌توان نتیجه گرفت منحنی بالایی مربوط به NO و پایینی مربوط به $O_۲$ است.

$$\text{مول NO تولید شده}=۲۲/۴L\times\frac{۱mol}{۲۲/۴L}=۱mol\,NO$$

$$\bar{R}_{NO}=\frac{۱mol}{\frac{۲۰}{۶۰}min}=۳mol.min^{-۱}$$

ضریب NO و $NO_۲$ یکسان است و می‌توان گفت به‌ترتیب سرعت تولید و مصرف آن‌ها برابر خواهد بود.

$$\bar{R}_{NO_۲}=\bar{R}_{NO}=۳mol.min^{-۱}$$

(شیمی ۲، درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

شیمی ۱

۱۲۱- **گزینهٔ «۱»** (عبدالرضا دادخواه)

عبارت (آ): درست.

$(NH_۴)_۲CO_۳\rightarrow ۲NH_۴^{+}+CO_۳^{۲-}$ (۳ مول یون)

$Li_۲SO_۴\rightarrow ۲Li^{+}+SO_۴^{۲-}$ (۳ مول یون)

عبارت (ب): نادرست. در محلول‌های آبی، حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی مانند رنگ و غلظت در سراسر محلول، یکسان و یکنواخت است.

عبارت (پ): نادرست. اتیلن گلیکول (ضدیخ) و محلول آبی گلاب، ترکیبات آلی بوده و انحلال مولکولی دارند، از این رو با حل شدن در آب، یون تولید نمی‌کنند.

عبارت (ت): درست. خواص محلول‌ها به خواص حلال، حل‌شونده و مقدار هریک از آن‌ها بستگی دارد.

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۲۲- **گزینهٔ «۴»** (عامر برزیکر)

فقط مورد (ت) نادرست است.

موارد (آ) و (پ) مطابق کتاب درسی درست‌اند.

مورد (ب) ⇐ می‌توان گفت اگر رابطه درصد جرمی را در $۱۰^{۴}$ ضرب کنیم، به رابطهٔ ppm می‌رسیم:

$$\underbrace{\frac{\text{حل‌شونده(g)}}{\text{محلول(g)}}\times 10^{6}}_{\text{رابطه ppm}}=\underbrace{\frac{\text{حل‌شونده(g)}}{\text{محلول(g)}}\times 100}_{\text{درصد جرمی}}\times 10^{4}$$

مورد (ت) ⇐ به‌جای غلیظ باید «رقیق» نوشته شود.

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

فرمول شیمیایی ترکیب های داده شده و نسبت تعداد کاتیون به آنیون در آنها، عبارتند از:

آمونیوم فسفات: $(NH_4)_3PO_4 \rightarrow \frac{3}{1}$

منیزیم نیترات: $Mg(NO_3)_2 \rightarrow \frac{1}{2}$

کروم (II) سولفات: $CrSO_4 \rightarrow \frac{1}{1}$

لیتیم کربنات: $Li_2CO_3 \rightarrow \frac{2}{1}$

آهن (III) هیدروکسید: $Fe(OH)_3 \rightarrow \frac{1}{3}$

نقره هیدروژن کربنات: $AgHCO_3 \rightarrow \frac{1}{1}$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

$$Al_2(SO_4)_3 \rightarrow 2Al^{3+} + 3SO_4^{2-}$$

$$540\frac{mgAl^{3+}}{L}\times\frac{1grAl^{3+}}{1000mgAl}\times\frac{1molAl^{3+}}{27gAl^{3+}}\times\frac{1molAl_2(SO_4)_3}{2molAl^{3+}}\times\frac{342gAl_2(SO_4)_3}{1mol}\times\frac{1000mgAl_2(SO_4)_3}{1gAl_2(SO_4)_3}=3420\frac{mg}{L}\simeq ppm$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۱۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

$$M_2SO_4 \rightarrow 2M^{+} + SO_4^{2-}$$

$$8/7gM_2SO_4 = 500mL\times\frac{0/2molM^{+}}{1000mL}\times\frac{1molM_2SO_4}{2molM^{+}}\times\frac{(2x+96)gM_2SO_4}{1mol}\Rightarrow 8/7=\frac{2x+96}{20}\Rightarrow x=39g.mol^{-1}$$

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۲۶- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

$$53g\ \text{محلول}\times\frac{74gCaBr_2}{100g\ \text{محلول}}\times\frac{1molCaBr_2}{200gCaBr_2}\times\frac{6molKBr}{3molCaBr_2}=0/3922molKBr$$

$$M=\frac{n}{v}=\frac{0/3922}{\frac{53}{1/2}\times 10^{-3}}=8/88mol.L^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیر هاتمیان)*

ابتدا جرم حل شونده در محلول اولیه را محاسبه می کنیم، سپس با توجه به این که ۸ گرم $NaOH$ اضافه کرده ایم مولاریتهٔ محلول جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$?gNaOH_{\text{اولیه}}=200ml_{\text{محلول}}\times\frac{1/2g_{\text{محلول}}}{1ml_{\text{محلول}}}\times\frac{30g\ \text{حل شونده}}{100g_{\text{محلول}}}=72gNaOH_{\text{اولیه}}$$

$$?gNaOH_{\text{جدید}}=72+8=80g$$

$$?molNaOH=80gNaOH\times\frac{1molNaOH}{40gNaOH}=2molNaOH$$

غلظت مولی محلول را حساب می کنیم:

$$M=\frac{n}{v}=\frac{۲mol}{۰/۲L}=۱۰mol.L^{-۱}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

برای تعیین غلظت مولی $KNO_۳$ می توان ابتدا مقدار مول تولید شده از آن را طبق محاسبات زیر به دست آورد:

$$۱۳۰۵g\text{محلول}\times\frac{۸۷g\,Ba(NO_۳)_۲}{۱۰۰g\text{محلول}}\times\frac{۱mol\,Ba(NO_۳)_۲}{۲۶۱g\,Ba(NO_۳)_۲}\times\frac{۲mol\,KNO_۳}{۱mol\,Ba(NO_۳)_۲}=۸/۷mol\,KNO_۳$$

حجم محلول اولیه نیز با توجه به جرم و چگالی آن برابر است با:

$$\text{چگالی}=\frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}\Rightarrow ۱/۵\frac{g}{mL}=\frac{۱۳۰۵g}{x\,mL}\Rightarrow x=۸۷۰mL$$

به این ترتیب غلظت مولی پتاسیم نیترات به دست آمده برابر است با:

$$[KNO_۳]=\frac{۸/۷mol}{۸۷۰\times۱۰^{-۳}L}=۱۰\frac{mol}{L}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

در ظرف اول:

$$CaCl_۲(aq)+۲AgNO_۳(aq)\rightarrow Ca(NO_۳)_۲(aq)+۲AgCl(s)$$

۱ لیتر محلول ۰/۲ مولار دارای ۰/۲ مول $CaCl_۲$ است. بنابراین ۰/۴ مول $AgCl$ رسوب می کند.

$$n=M\times v=۰/۲\times۱=۰/۲mol\,CaCl_۲$$

$$\left.\begin{array}{l}۱mol\,CaCl_۲\sim ۲mol\,AgCl\\ ۰/۲mol\,CaCl_۲\sim ۰/۴mol\,AgCl\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\text{رسوب سفید } AgCl\Rightarrow ۰/۴mol\,AgCl\times\frac{۱۴۳/۵g\,AgCl}{۱mol\,AgCl}=۵۷/۴g$$

در ظرف دوم:

$$Li_۲SO_۴(aq)+BaCl_۲(aq)\rightarrow ۲LiCl(aq)+BaSO_۴(s)$$

۰/۵ لیتر محلول ۰/۱ مولار دارای ۰/۰۵ مول $Li_۲SO_۴$ است. بنابراین ۰/۰۵ مول $BaSO_۴$ رسوب می کند.

$$\left.\begin{array}{l}۱mol\,Li_۲SO_۴\sim ۱mol\,BaSO_۴\\ ۰/۰۵mol\,Li_۲SO_۴\sim ۰/۰۵mol\,BaSO_۴\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow ۰/۰۵mol\,BaSO_۴\times\frac{۲۳۳g\,BaSO_۴}{۱mol\,BaSO_۴}$$

$$=۱۱/۶۵gBaSO_۴$$

$$\text{جرم کل رسوب سفید رنگ}=۵۷/۴+۱۱/۶۵=۶۹/۰۵g$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۳، ۹۴، ۹۸ و ۹۹)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

$$\text{غلظت نهایی }(M_۲)=۰/۵+\left(\frac{۵۰}{۱۰۰}\times۰/۵\right)=۰/۷۵\frac{mol}{L}$$

حال از فرمول مقابل حجم محلول غلیظ را بدست می آوریم:

$$M_{\text{غلیظ}}\times V_{\text{غلیظ}}=M_{\text{رقیق}}\times V_{\text{رقیق}}$$

$$۰/۵\times۰/۲۵=۰/۷۵\times V_{\text{غلیظ}}$$

$$\rightarrow V_{\text{غلیظ}}=\frac{۰/۵\times۰/۲۵}{۰/۷۵}\simeq ۱۶۷\times۱۰^{-۳}L=۱۶۷mL$$

حجم آب تبخیر شده $۲۵۰-۱۶۷=۸۳mL$

حال از واکنش داده شده جرم سدیم هیدروکسید مصرفی را بدست می‌آوریم:

$$HNO_۳(aq)+NaOH(aq)\rightarrow NaNO_۳(aq)+H_۲O(l)$$

$$?g\,NaOH=\frac{۰/۵}{۳}L\,HNO_۳\times\frac{۰/۷۵mol\,HNO_۳}{۱L\,HNO_۳}$$

$$\times\frac{۱mol\,NaOH}{۱mol\,HNO_۳}\times\frac{۴۰g\,NaOH}{۱mol\,NaOH}=۵gNaOH$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

شیمی ۲ (اختیاری)

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** (روزبه رضوانی)

$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها}]$

$\Delta H = [(-۱۴۱۰) + (-۲۸۶)] - [(-۱۵۶۰)] = -۱۳۶ kJ.mol^{-۱}$

اکنون با در اختیار داشتن ΔH واکنش، گرمای حاصل از واکنش $۷/۵L$ گاز اتن را محاسبه می‌کنیم:

$$?kJ = ۷/۵ L C_۲H_۴ \times \frac{۱ mol C_۲H_۴}{۲۵ L C_۲H_۴} \times \frac{۱۳۶ kJ}{۱ mol C_۲H_۴} = ۴۰/۸ kJ$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** (مهدی مبهوتی)

$$Q_{H_۲O} = mc\Delta\theta = ۳۰۰ \times ۴/۲ \times (۵۰ - ۳۰) = ۲۵۲۰۰ J$$

$$Q_A = mc\Delta\theta = ۸۰ \times ۱ \times (۵۰ - ۳۰) = ۱۶۰۰ J$$

$$Q_{کل} = Q_{H_۲O} + Q_A = ۲۵۲۰۰ + ۱۶۰۰ = ۲۶۸۰۰ J$$

$$\frac{?kJ}{mol} = \frac{۴۰ gA}{۱ mol A} \times \frac{۲۶۸۰۰ J}{۸۰ gA} \times \frac{۱ kJ}{۱۰۰۰ J} = ۱۳/۴ \frac{kJ}{mol}$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۸ و ۷۲)

۱۳۳- **گزینهٔ «۳»** (مهدی مبهوتی)

با توجه به قانون هس، واکنش (۱) بر ۲ تقسیم شده، واکنش (۲) در $\frac{۳}{۲}$ ضرب شده و واکنش (۳) معکوس می‌شود. بنابراین:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \frac{\Delta H_۱}{۲} + \frac{۳\Delta H_۲}{۲} - \Delta H_۳ = -۱۲۵۵ - ۸۵۸ + ۲۱۴۷ = ۳۴ kJ$$

$$?kJ = ۶۷/۲ L B_۲H_۶ \times \frac{۱ mol B_۲H_۶}{۲۲/۴ L B_۲H_۶} \times \frac{۳۴ kJ}{۱ mol B_۲H_۶} = ۱۰۲ kJ$$

علامت ΔH واکنش مثبت است $(+۳۴kJ)$، یعنی گرما از محیط به سامانه منتقل می‌شود؛ پس واکنش گرماگیر است.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۴، ۶۵ و ۷۲ تا ۷۵)

۱۳۴- **گزینهٔ «۲»** (محمد عظیمیان‌زواره)

نادرست. در انفجار مقدار کمی از مادهٔ منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌کند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۳۵- **گزینهٔ «۴»** (امین نوروزی)

$$?mol O_۲ = ۴۹ g KClO_۳ \times \frac{۱ mol KClO_۳}{۱۲۲/۵ g KClO_۳} \times \frac{۳ mol O_۲}{۲ mol KClO_۳} = ۰/۶ mol O_۲$$

سرعت تولید گاز اکسیژن برحسب $mol.L^{-۱}.min^{-۱}$ خواسته شده، بنابراین داریم:

$$۲۰ s \times \frac{۱ min}{۶۰ s} = \frac{۱}{۳} min$$

$$\Delta[O_۲] = \frac{\Delta n O_۲}{V} = \frac{۰/۶ mol}{۰/۵ L} = ۱/۲ mol.L^{-۱}$$

$$\bar{R}_{(O_۲)} = \frac{\Delta[O_۲]}{\Delta t} = \frac{۱/۲}{\frac{۱}{۳}} = ۳/۶ mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۱۳۶- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا شیخ‌الاسلامی پول)

مطابق نمودار، مقایسهٔ سرعت واکنش به‌صورت: $C > B > A$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: واکنش‌پذیری پتاسیم بیش‌تر از سدیم است. پس B می‌تواند مربوط به پتاسیم و A می‌تواند مربوط به سدیم باشد.

گزینهٔ «۳»: در حضور کاتالیزگر KI، سرعت واکنش بیش‌تر می‌شود.

گزینهٔ «۴»: در شرایط غلظت یکسان، سرعت واکنش در محلول هیدروکلریک اسید بیش‌تر است.

(شیمی۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۳۷- **گزینهٔ «۱»** (حسن رحمتی‌کوکنده)

رادیکال، گونهٔ پرانرژی و ناپایداری است که در ساختار خود، الکترون جفت‌نشده دارد؛ درواقع محتوی اتم‌هایی است که از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند. بدیهی است که رادیکال‌ها واکنش‌پذیری بالایی دارند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی لیکوپن بوده که فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: در ساختار لیکوپن حلقهٔ بنزنی وجود ندارد؛ پس آروماتیک نیست.

گزینهٔ «۴»: سبزیجات و میوه‌ها، محتوی ترکیب‌های آلی سیرنشده به نام ریزمغذی هستند، ترکیب‌هایی که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام، دخالت دارند.

(شیمی۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۱۳۸- **گزینهٔ «۳»** (رسول عابدینی‌زواره)

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش:

$$CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + H_2O + CO_2$$

$$?molHCl = 2LCO_2 \times \frac{1/1gCO_2}{1LCO_2} \times \frac{1molCO_2}{44gCO_2} \times \frac{2molHCl}{1molCO_2} = 0/1molHCl$$

$$\text{مقدار اولیهٔ } HCl = 0/2LHCl \times \frac{0/8molHCl}{1LHCl} = 0/16molHCl$$

$$\text{مقدار } HCl \text{ باقی‌مانده} = 0/16mol - 0/1mol = 0/06molHCl$$

$$M_{(HCl)} = \frac{0/06mol}{0/2L} = 0/3mol.L^{-1}$$

با توجه به نمودار پس از ۶۰ ثانیه، غلظت HCl به $0/3mol.L^{-1}$ می‌رسد.

(شیمی۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱۳۹- **گزینهٔ «۱»** (حامد الهوردیان)

کاهش جرم ناشی از خروج گاز اکسیژن است.

$$80g \times \frac{36g}{100g} \times \frac{1molO_2}{32gO_2} = 0/9molO_2$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{O_2} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

$$0/03mol.s^{-1} = \frac{0/9mol}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 30s$$

$$\Delta t = 30s \times \frac{1min}{60s} = 0/5min$$

(شیمی۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱۴۰- **گزینهٔ «۲»** (رسول عابدینی‌زواره)

چهرهٔ آشکار ردپای غذا این است که حدود ۳۰ درصد غذایی که در جهان فراهم می‌شود به مصرف نمی‌رسد و به زباله تبدیل می‌شود. این در حالی است که آمارها نشان می‌دهد که به ازای هر هفت نفر در جهان، یک نفر گرسنه است. چهرهٔ پنهان این ردپا شامل همهٔ منابعی است که در تهیهٔ غذا، از آغاز تا سر سفره، سهم داشته‌اند و چهرهٔ پنهان دیگر این ردپا، تولید گازهای گلخانه‌ای به‌ویژه کربن دی‌اکسید است.

(شیمی۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

تلاشی در مسیر موفقیت

حسابان 2 - اختیاری

141- **گزینهٔ «2»** (ناظم اجلالی)

$$\lim_{x\to 2} f(x)=4 \Rightarrow \left[\lim_{x\to 2} f(x)\right]=[4]=4$$

از طرف دیگر، در یک همسایگی $x=2$ مقادیر تابع f در بازهٔ $[3,4)$ قرار دارند. پس در این همسایگی $[f(x)]=3$ است و در نتیجه:

$$\lim_{x\to 2}[f(x)]=3$$

$$\Rightarrow 2\lim_{x\to 2}[f(x)]-\left[\lim_{x\to 2} f(x)\right]=2\times 3-4=2$$

(حسابان 1- حد و پیوستگی: مشابه تمرین 6 صفحهٔ 129)

142- **گزینهٔ «1»** (ناظم اجلالی)

فرض کنید $\lim_{x\to 2} f(x)=L$ باشد، بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-f(x)}{x+f(x)} \quad \frac{\lim_{x\to 2} x-\lim_{x\to 2} f(x)}{\lim_{x\to 2} x+\lim_{x\to 2} f(x)} \quad \frac{2-L}{2+L}=3$$

$$\Rightarrow 2-L=6+3L \Rightarrow 4L=-4 \Rightarrow L=-1$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-f(x)}{x^2+f(x)} \quad \frac{\lim_{x\to 2} x^2-\lim_{x\to 2} f(x)}{\lim_{x\to 2} x^2+\lim_{x\to 2} f(x)} \quad \frac{4-(-1)}{4+(-1)}=\frac{5}{3}$$

(حسابان 1- حد و پیوستگی: صفحه‌های 130 تا 136)

143- **گزینهٔ «1»** (علی شهرابی)

از اتحاد $\cos 2x \quad 1-2\sin^2 x$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{6}}\frac{2\cos 2x-1}{2\sin^2 x+\sin x-1}=\lim_{x\to \frac{\pi}{6}}\frac{2\left(1-2\sin^2 x\right)-1}{2\sin^2 x+\sin x-1}$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{6}}\frac{1-4\sin^2 x}{2\sin^2 x+\sin x-1}=\lim_{x\to \frac{\pi}{6}}\frac{(1-2\sin x)(1+2\sin x)}{(\sin x+1)(2\sin x-1)}$$

$$=\lim_{x\to \frac{\pi}{6}}\frac{-(1+2\sin x)}{\sin x+1} \quad \frac{-\left(1+\frac{2}{2}\right)}{\frac{1}{2}+1} \quad -\frac{4}{3}$$

(حسابان 1- حد و پیوستگی: صفحه‌های 141 تا 144)

144- **گزینهٔ «3»** (ممد مهران)

$$\lim_{x\to \pi^+} f(x)=\left[\sin \pi^+\right]-\left[\cos \pi^+\right]=-1-(-1)=0$$

$$f(\pi)=[\sin \pi]-[\cos \pi]=0-(-1)=1$$

$$\lim_{x\to \pi^-} f(x)=\left[\sin \pi^-\right]-\left[\cos \pi^-\right]=0-(-1)=1$$

پس تابع تنها پیوستگی چپ دارد.

(حسابان 1- حد و پیوستگی: صفحه‌های 145 تا 151)

145- **گزینهٔ «3»** (میلاد منصوری)

$$g(x)\begin{cases} ax-[x]+3 & ;x\geq 1 \\ x+2-[x] & ;x<1 \end{cases}$$

$$g(1) \quad a(1)-[1]+3=a+2$$

$$\lim_{x\to 1^+} g(x) \quad \lim_{x\to 1^+}(ax-[x]+3)=a-\left[1^+\right]+3=a+2$$

$$\lim_{x\to 1^-} g(x) \quad \lim_{x\to 1^-}(x+2-[x])=3-\left[1^-\right]=3$$

$$\Rightarrow a+2=3 \Rightarrow a=1$$

(حسابان 1- حد و پیوستگی: مکمل تمرین 2 قسمت (ب) صفحهٔ 151)

تلاشی درمسیر موفقیت

146- **گزینهٔ «2»** (یاسین سپهر)

با توجه به قضایای مربوط به حد در بی‌نهایت، می‌توانیم بنویسیم:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) \begin{cases} \lim\limits_{x\to\infty} \frac{-x^2}{4x^2} = -\frac{1}{4} & ; \quad k \le 1 \\ \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x^2}{6x^2} = \frac{1}{3} & ; \quad k = 2 \\ \lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x^k}{2x^k} = \frac{3}{2} & ; \quad k \ge 3 \end{cases}$$

(*حسابان 2- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت: صفحه‌های 59 تا 62*)

147- **گزینهٔ «1»** (علی شهرابی)

برای آن‌که $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = +\infty$ باشد، باید حد چپ و راست f، وقتی $x \to 2$ هر دو برابر با $+\infty$ باشند، پس:

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) \quad \lim_{x\to 2^+} \frac{[x+2]+k}{x-2} \quad \frac{[4^+]+k}{2^+-2}$$

$$\frac{4+k}{0^+} = +\infty \xrightarrow[\text{مثبت باشد.}]{\text{باید صورت کسر}} k+4>0 \Rightarrow k>-4$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) \quad \lim_{x\to 2^-} \frac{[x+2]+k}{x-2} \quad \frac{[4^-]+k}{2^--2}$$

$$\frac{3+k}{0^-} = +\infty \xrightarrow[\text{منفی باشد.}]{\text{باید صورت کسر}} 3+k<0 \Rightarrow k<-3$$

از اشتراک دو شرط بالا، داریم: $-3 > k > -4$.

(*حسابان 2- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت: صفحه‌های 46 تا 51*)

148- **گزینهٔ «4»** (طاهر دادستانی)

حد صورت -2 است، پس باید حد مخرج 0^+ شود. این در معادلهٔ درجهٔ 2 هنگامی امکان‌پذیر است که مخرج، ریشهٔ مضاعف -4 داشته باشد. یعنی $x^2+ax+b=(x+4)^2$ باشد.

$$\Rightarrow x^2+ax+b = x^2+8x+16 \Rightarrow a=8\ ,\ b=16$$

$$\Rightarrow a-b=-8$$

(*حسابان 2- حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت: صفحه‌های 46 تا 54*)

149- **گزینهٔ «4»** (آرش رحیمی)

مخرج کسر باید ریشهٔ مضاعف $x=-3$ داشته باشد، یعنی به فرم $(x+3)^2$ باشد؛

$$\Rightarrow x^2+2ax+b=(x+3)^2=x^2+6x+9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a=3 \\ b=9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{3x^3+2x+5}{9x^3+x^2+7} = \frac{1}{3}$$

(*حسابان 2- حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت: صفحه‌های 46 تا 54 و 59 تا 62*)

150- **گزینهٔ «3»** (عارف سمیعی)

$$y=\frac{(x-1)(x+1)}{x^3-x}=\frac{(x-1)(x+1)}{x(x^2-1)}=\frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)(x+1)}=\frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

شکل نمودار گزینهٔ «3» این ویژگی را دارد.

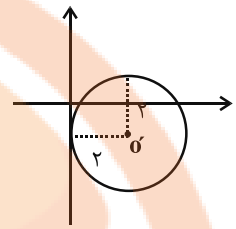
(*حسابان 2- حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت: صفحه‌های 55 تا 58*)

تلاشی در مسیر موفقیت

هندسه ۳- اختیاری

۱۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(یاسین سپهر)*

شعاع دایره ۲ و مرکز آن $O'=(2,-1)$ می‌باشد.



با توجه به شکل، دایره از نواحی اول و چهارم عبور می‌کند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(یاسین سپهر)*

محل تلاقی دو خط $2x-y=3$ و $x+y=3$، مرکز دایره می‌باشد.

$$\begin{cases}2x-y=3\\x+y=3\end{cases}\Rightarrow x=2,y=1\Rightarrow O=(2,1)$$

از طرفی فاصلهٔ مرکز دایره تا خط مماس بر دایره، برابر شعاع دایره است.

$$r=\frac{|3(2)+4(1)+5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{15}{5}=3$$

پس معادلهٔ دایره عبارت است از:

$$(x-2)^2+(y-1)^2=3^2\Rightarrow x^2+y^2-4x-2y=4$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ مشابه تمرین ۱ (ت) صفحهٔ ۴۶)

۱۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(عباس اسدی‌امیرآبادی)*

فرض کنید $C(x,y)=0$، معادلهٔ یک دایره باشد. در این‌صورت اگر $M(x_0,y_0)$ نقطه‌ای خارج این دایره باشد، آنگاه $C(x_0,y_0)>0$ است.

در نتیجه داریم:

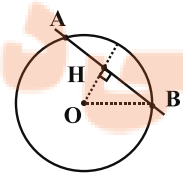
$$(2-t)^2+t^2-34>0\Rightarrow 4+t^2-4t+t^2-34>0$$

$$\Rightarrow 2t^2-4t-30>0\Rightarrow t^2-2t-15>0\Rightarrow (t-5)(t+3)>0$$

$$\Rightarrow t>5 \text{ یا } t<-3$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۴۶)

۱۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(یاسین سپهر)*



ابتدا فاصلهٔ مرکز دایره تا خط را به دست می‌آوریم:

$$OH=\frac{|0+4+11|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{15}{5}=3$$

از طرفی عمودی که از مرکز دایره بر یک وتر رسم می‌شود، آن وتر را نصف می‌کند، پس چون طول AB برابر ۶ می‌باشد، $HB=3$ است.

$$\overset{\Delta}{OHB}:(OB)^2\quad (OH)^2+(HB)^2\Rightarrow (OB)^2=3^2+3^2$$

$$\Rightarrow OB=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۴۳)

۱۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(یاسین سپهر)*

شرط این که رابطهٔ $x^2+y^2+ax+by+c=0$، معادلهٔ ضمنی یک دایره باشد، آن است که: $a^2+b^2>4c$.

در گزینهٔ «۴» داریم:

$$3x^2+3y^2+6x-12y+3=0\Rightarrow x^2+y^2+2x-4y+1=0$$

$$a\ 2,b\ -4,c=1\Rightarrow 2^2+(-4)^2>4\times 1$$

در این رابطه $a^2+b^2>4c$ می‌باشد، بنابراین معادلهٔ ضمنی یک دایره است.

برای سایر گزینه‌ها، رابطهٔ $a^2+b^2>4c$ برقرار نیست.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

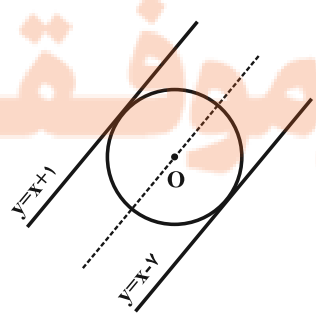
خطوط داده‌شده هر کدام شامل قطری از دایره هستند، بنابراین محل تقاطع آنها مرکز دایره است.

$$\begin{cases}x+2y=3\\2x-y=1\end{cases}\Rightarrow \text{%oÂhj q¨o¶}:O(1,1)$$

$$\Rightarrow OA=R=\sqrt{(1-1)^2+(2-1)^2}=1$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۱۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(محسن محمدکریمی)*



معادلهٔ خطی که موازی دو خط داده شده و به یک فاصله از آنها قرار دارد عبارت است از $y = x - ۳$. پس مرکز دایره روی این خط قرار دارد.

مرکز دایره: $O\left(۲, \frac{-m}{۲}\right) \Rightarrow -\frac{m}{۲} = ۲ - ۳ \Rightarrow m = ۲$

فاصلهٔ دو خط موازی $\frac{|۱-(-۷)|}{\sqrt{۱+۱}} = ۴\sqrt{۲}$

شعاع دایره: $\Rightarrow R = ۲\sqrt{۲}$

$R \quad \frac{\sqrt{۱۶+۴-۴n}}{۲} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow ۱۶+۴-۴n = ۳۲ \Rightarrow n = -۳$

بنابراین حاصل $m+n$ برابر $۱- = ۳- ۲$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(رضا عباسی‌اصل)*

$x^۲ + y^۲ + ۴x + my + ۴ = ۰$

$\Rightarrow (x^۲ + ۴x + ۴) + (y^۲ + my + \frac{m^۲}{۴}) - \frac{m^۲}{۴} = ۰$

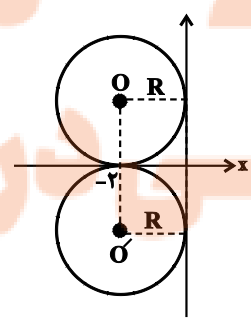
$\Rightarrow (x+۲)^۲ + (y + \frac{m}{۲})^۲ = (\frac{m}{۲})^۲$

مرکز دایره: $\Rightarrow O\ (-۲, -\frac{m}{۲})$

شعاع دایره: $R = \left|\frac{m}{۲}\right|$

چون دایره بر محور yها مماس است، پس شعاع دایره برابر قدرمطلق طول مرکز دایره است و در نتیجه داریم:

$\left|\frac{m}{۲}\right| \quad ۲ \Rightarrow m = \pm ۴$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(شروین سیاح‌نیا)*

معادلهٔ دایره‌ها را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$C_۱ : x^۲ + y^۲ - ۴x - ۲y + ۱ = ۰ \Rightarrow (x-۲)^۲ + (y-۱)^۲ = ۴$

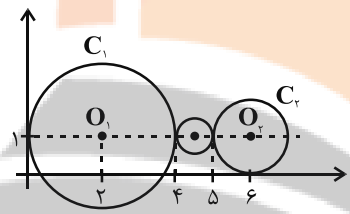
$R_۱ \quad ۲, O_۱ \quad (۲,۱)$

$C_۲ : x^۲ + y^۲ - ۱۲x - ۲y + ۳۶ = ۰ \Rightarrow (x-۶)^۲ + (y-۱)^۲ = ۱$

$R_۲ \quad ۱, O_۲ \quad (۶,۱)$

با توجه به شکل، شعاع دایرهٔ مطلوب برابر با $\frac{۱}{۲}$ و مرکز آن نقطهٔ $(\frac{۹}{۲},۱)$ می‌باشد. لذا معادلهٔ این دایره عبارت است از:

$(x - \frac{۹}{۲})^۲ + (y-۱)^۲ = \frac{۱}{۴}$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۱۶۰- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

مرکز یک دایره، محل همرسی عمودمنصف‌های وترهای آن دایره است. پس کافی است معادلهٔ عمودمنصف‌های دو وتر از میان سه وتر AB، AC و BC را پیدا کرده و با هم تلاقی دهیم تا مرکز دایره پیدا شود. نقاط A و B طول یکسانی دارند، پس معادلهٔ عمودمنصف آنها به سادگی پیدا می‌شود. از طرفی نقاط A و C عرض یکسانی دارند، پس معادلهٔ عمودمنصف آنها نیز به سادگی پیدا می‌شود.

$\left.\begin{matrix} A & (۱,۲) \\ B & (۱,-۴) \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ معادلهٔ عمودمنصف: $y \quad \frac{۲+(-۴)}{۲} \Rightarrow y = -۱$

$\left.\begin{matrix} A & (۱,۲) \\ C & (۳,۲) \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ معادلهٔ عمودمنصف: $x \quad \frac{۱+۳}{۲} \Rightarrow x = ۲$

$\begin{cases} x \quad ۲ \\ y = -۱ \end{cases} \xrightarrow{\text{محل تلاقی}} \text{¼OÀ¼j q¨o¶} : O = (۲,-۱)$

شعاع دایره: $R \quad |OA| \quad \sqrt{(-۱)^۲ + ۳^۲} = \sqrt{۱۰}$

بنابراین معادلهٔ دایره به صورت زیر است:

$(x-۲)^۲ + (y+۱)^۲ = ۱۰$

از بین نقاط داده شده، تنها مختصات نقطهٔ $(۵,۰)$ در معادلهٔ این دایره صدق می‌کند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۴۶)

تلاشگر مسیر موفقیت

ریاضیات گسسته – اختیاری

۱۶۱- **گزینهٔ «۱»** *(حمید کروسی)*

می‌دانیم مجموع درجات رئوس گراف، دو برابر تعداد یال‌های آن است. اگر مجموع درجات رئوس زوج را با A و مجموع درجات رئوس فرد گراف را با B نمایش دهیم، داریم:

$$2q \quad A+B \Rightarrow 64 = 54 + B \Rightarrow B = 10$$

با توجه به این که $\Delta = 4$ است، پس این گراف نمی‌تواند رأسی با درجهٔ بزرگ‌تر از ۴ داشته باشد، بنابراین رئوس فرد گراف فقط می‌توانند از درجهٔ ۱ یا ۳ باشند. اعداد گزینه‌های دیگر بر اساس حالت‌های زیر امکان‌پذیر هستند:

گزینهٔ «۲»: گراف سه رأس درجهٔ ۳ و یک رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینهٔ «۳»: گراف دو رأس درجهٔ ۳ و چهار رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینهٔ «۴»: گراف یک رأس درجهٔ ۳ و هفت رأس درجه ۱ داشته باشد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ مشابه فعالیت صفحهٔ ۳۹ و ۴۰)

۱۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم مجموع درجات هر رأس در یک گراف و مکمل آن برابر با $p-1$ است، یعنی داریم:

$$p-1 = 2+5 \Rightarrow p = 8$$

گراف کامل مرتبه ۸، دارای $\frac{8\times 7}{2} = 28$ یال است. با توجه به درجهٔ رأس a در گراف $\bar{G}$، این گراف حداقل ۵ یال دارد و در نتیجه حداکثر اندازهٔ گراف مکمل آن یعنی گراف G برابر است با: $28-5 = 23$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۶۳- **گزینهٔ «۴»** *(جواد حاتمی)*

تعداد مسیرهای از رأس a به رأس b در گراف K_6 با مجموعهٔ رئوس $V \ \{a,b,c,d,e,f\}$ که از رأس e عبور نکنند، معادل تعداد مسیرهای از رأس a به رأس b در گراف K_5 با مجموعهٔ رئوس $V_1 \ \{a,b,c,d,f\}$ است. داریم:

یک مسیر $a \to b$: مسیر به طول ۱

۳ مسیر $a \to \underset{3}{\bigcirc} \to b$: مسیر به طول ۲

۶ مسیر $a \to \underset{3\times 2}{\bigcirc\to\bigcirc} \to b$: مسیر به طول ۳

۶ مسیر $a \to \underset{3\times 2\times 1}{\bigcirc\to\bigcirc\to\bigcirc} \to b$: مسیر به طول ۴

بنابراین تعداد کل مسیرها برابر است با:

$$1+3+6+6 = 16$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۸)

۱۶۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

حداکثر اندازهٔ یک گراف ناهمبند از مرتبهٔ p مربوط به حالتی است که گراف از یک رأس تنها و یک گراف کامل مرتبهٔ $p-1$ تشکیل شده باشد. حال اگر گراف با حذف یک یال، ناهمبند شود، یعنی رأس تنها را با یک یال به یکی از رئوس گراف K_{p-1} وصل کرده‌ایم. در این صورت، اندازهٔ گراف مفروض برابر است با $\frac{(p-1)(p-2)}{2}+1$. با فرض $p = 10$ داریم:

$$q_{max} \quad \frac{9\times 8}{2}+1 = 37$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(هومن نورائی)*

$$q(G)+q(\bar{G}) = q(K_p) \Rightarrow \frac{4p}{2}+25 = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{p(p-1)}{2}-\frac{4p}{2} = 25 \Rightarrow p(p-1)-4p = 50$$

$$\Rightarrow p(p-5) = 50 = 10\times 5 \Rightarrow p = 10$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

تلاشی درمسیر موفقیت

۱۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌خطیبی)*

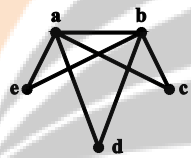
تعداد یال‌های گراف P_n، برابر $n-1$ است، پس مطابق شکل زیر، گراف P_7 دارای ۶ یال است.

تعداد یال‌های گراف K_7، برابر $\frac{7\times 6}{2}=21$ است، بنابراین باید $21-6=15$ یال به این گراف اضافه کرد تا به گراف کامل تبدیل شود.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌خطیبی)*

مطابق تعریف مجموعهٔ همسایه‌های باز یک رأس، نمودار گراف مطابق شکل روبه‌رو است:



این گراف ۳ دور به طول ۳ دارد که عبارت‌اند از:

$abca, abda, abea$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۱۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(عزیزاله علی‌اصغری)*

می‌توانیم این گراف را گراف کامل (K_9) در نظر بگیریم که ۴ یال آن را برداشته‌ایم. در گراف K_9 درجهٔ تمام رئوس برابر ۸ است. اگر این ۴ یال را از یک رأس برداریم، حداقل مقدار δ به‌دست می‌آید که برابر با $8-4=4$ است. امّا اگر این ۴ یال را از ۸ رأس مختلف برداریم، حداکثر مقدار δ به‌دست می‌آید که برابر $8-1=7$ است. پس δ مقادیر ۷، ۶، ۵ و ۴ را می‌تواند داشته باشد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

این گراف شامل دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است، ولی دوری به طول ۸ ندارد. به‌عنوان مثال داریم:

دور به طول ۵ : $v_1v_2v_3v_4v_5v_1$

دور به طول ۶ : $v_1v_5v_6v_7v_8v_9v_1$

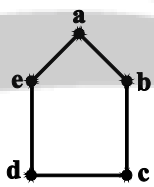
دور به طول ۷ : $v_1v_2v_3v_8v_7v_6v_5v_1$

دور به طول ۹ : $v_1v_2v_3v_4v_5v_6v_7v_8v_9v_1$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۴۲)

۱۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیر وفائی)*

گراف G را مطابق شکل در نظر بگیرید.



با توجه به اینکه گراف فرد ـ منتظم از مرتبهٔ فرد وجود ندارد، پس زیرگراف ۱- منتظم فقط می‌تواند از مرتبه‌های ۲ و ۴ باشد. هر یال گراف G، یک زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۲ است، پس ۵ زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۲ وجود دارد. از طرفی با حذف هر رأس گراف و یال مقابل به آن، یک زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۴ حاصل می‌شود.

به عنوان مثال با حذف رأس a و یال cd داریم:

بنابراین ۵ زیرگراف ۱- منتظم نیز از مرتبهٔ ۴ در گراف G موجود است و در مجموع این گراف دارای ۱۰ زیرگراف ۱- منتظم است.

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

فیزیک 3 - اختیاری

-171 **گزینهٔ «3»** (سراسری ریاضی - 96)

انرژی جنبشی یک جسم (K) برحسب تکانهٔ آن از رابطهٔ $K=\frac{p^2}{2m}$ به‌دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$K=\frac{p^2}{2m} \xrightarrow[m=2kg]{p=6\frac{kg.m}{s}} K=\frac{6^2}{4}=9J$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 46 تا 48)

-172 **گزینهٔ «4»** (محمد اسری)

با توجه به قانون دوم نیوتون برحسب تکانه برای نیروی ثابت، داریم:

$$\vec{F}_{net}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\Rightarrow\Delta\vec{p}=\vec{F}_{net}\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta p=-5\times 2\Rightarrow \Delta p=-10\frac{kg.m}{s}$$

$$\Rightarrow p_2-p_1=-10\Rightarrow p_2-4\times 10=-10\Rightarrow p_2=30\frac{kg.m}{s}$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 46 تا 48)

-173 **گزینهٔ «4»** (لاظم شاهملکی)

نیروی کشسانی فنر، نیروی مرکزگرای لازم جهت دوران یکنواخت جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک را تأمین می‌کند. اگر طول اولیهٔ فنر را L_1 و تغییر طول آن‌را x در نظر بگیریم، شعاع حرکت دایره‌ای برابر با L_2 L_1+x خواهد بود. با استفاده از قانون دوم نیوتون و قانون هوک داریم:

$$F_{net}\quad m\frac{v^2}{r}\xrightarrow{v=\frac{2\pi r}{T}}F_{net}=4\pi^2\frac{mr}{T^2}$$

$$\xrightarrow[r=L_2-L_1]{F_{net}=kx}kx=4\pi^2\frac{m(L_1+x)}{T^2}$$

$$\Rightarrow 150x=4\pi^2\times\frac{0/1(L_1+x)}{\left(\frac{\pi}{5}\right)^2}$$

$$\Rightarrow 15x=L_1+x\Rightarrow\frac{x}{L_1}=\frac{1}{14}$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 48 تا 53)

-174 **گزینهٔ «1»** (فرشید رسولی)

نیروی مرکزگرای لازم برای آن‌که سکه روی صفحهٔ گردان ساکن بماند و با آن دوران کند، نیروی اصطکاک ایستایی بین سکه و صفحه است. چون شتاب مرکزگرای دوران بیشینه است، بنابراین سکه در آستانهٔ لغزش روی صفحهٔ گردان قرار دارد.

$$F_{net}\quad f_{s,max}\Rightarrow ma=\mu_s mg\Rightarrow a=\mu_s g$$

$$\Rightarrow 3=\mu_s\times 10\Rightarrow\mu_s=0/3$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 48 تا 53)

-175 **گزینهٔ «2»** (محمد نادری)

طبق قانون گرانش نیوتون، نیروی وزن وارد از طرف زمین به جسمی به جرم m، از رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

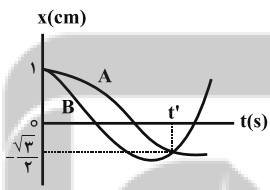
$$F\quad\frac{GmM_e}{r^2}$$

اگر رابطهٔ بالا را برای دو وضعیت گفته شده به‌کار ببریم، خواهیم داشت:

$$\Rightarrow\begin{cases}45=\dfrac{GmM_e}{R_e^2}\\ F'\quad\dfrac{GmM_e}{\left(\frac{3}{2}R_e\right)^2}\end{cases}\Rightarrow\frac{45}{F'}=\frac{\frac{9}{4}R_e^2}{R_e^2}\Rightarrow\frac{45}{F'}=\frac{9}{4}\Rightarrow F'=20N$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 53 تا 56)

-176 **گزینهٔ «3»** (سعید نصیری)



با توجه به نمودار، در لحظهٔ t' متحرک A برای اولین بار و متحرک B برای دومین بار در مکان $\frac{-\sqrt{3}}{2}cm$ x هستند. بنابراین داریم:

$$x_A\quad A_A\cos(\omega_A t)\Rightarrow\frac{-\sqrt{3}}{2}=1\times\cos(\omega_A t')$$

$$\Rightarrow\omega_A t'=\frac{5\pi}{6}rad$$

$$x_B\quad A_B\cos(\omega_B t)\Rightarrow\frac{-\sqrt{3}}{2}=1\times\cos(\omega_B t')$$

$$\Rightarrow\omega_B t'=\frac{7\pi}{6}rad$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\omega_B t'}{\omega_A t'}=\frac{\frac{7\pi}{6}}{\frac{5\pi}{6}}\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\frac{T_A}{T_B}=\frac{7}{5}$$

(فیزیک 3- نوسان و موج: صفحه‌های 62 تا 65)

177- **گزینهٔ «1»** (میثم رستیان)

طبق رابطهٔ تندی متوسط می‌توان نوشت:

$$s_{av} \quad \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۴ = \frac{\ell}{۲۰} \Rightarrow \ell = ۸۰cm$$

از آنجا که در هر نوسان کامل مسافتی معادل دو برابر طول پاره‌خط نوسان (یعنی $۲ \times ۸ = ۱۶cm$) طی می‌شود و در این بازه مسافت $۸۰cm$ طی شده است، پس در این بازه 5 نوسان کامل صورت گرفته است. در نتیجه داریم:

$$۲۰ \quad ۵T \Rightarrow T = ۴s$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲ \times ۳}{۴} \Rightarrow \omega = ۱/۵ \frac{rad}{s}$$

$$A \quad \frac{L}{۲} \quad \frac{۸}{۲} \quad ۴cm \quad ۴ \times ۱۰^{-۲} m$$

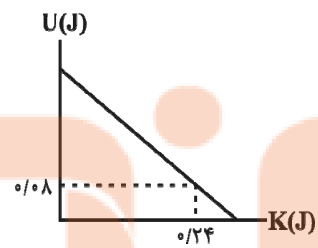
$$v_{max} \quad A\omega = ۴ \times ۱۰^{-۲} \times ۱/۵ = ۶ \times ۱۰^{-۲} \frac{m}{s}$$

(فیزیک 3- نوسان و موج: صفحه‌های 62 تا 67)

178- **گزینهٔ «1»** (مصطفی کیانی)

برای محاسبهٔ معادلهٔ حرکت باید در رابطهٔ $x \quad A\cos(\omega t)$ به جای A و ω مقدار هر یک را قرار دهیم. بنابراین ابتدا از رابطهٔ $E \quad U + K$ انرژی مکانیکی را به‌دست می‌آوریم:

$$E \quad U + K \xrightarrow[K \ ۰/۲۴J]{U \ ۰/۰۸J} E = ۰/۰۸ + ۰/۲۴ \Rightarrow E = ۰/۳۲J$$



سپس با استفاده از رابطهٔ $E \quad ۲\pi^۲ mf^۲ A^۲$ دامنهٔ نوسان را حساب می‌کنیم.

$$E \quad ۲\pi^۲ mf^۲ A^۲$$

$$\xrightarrow[\pi^۲=۱۰, f=۲Hz]{m \ ۱۰۰g \ ۰/۱kg} ۳۲ \times ۱۰^{-۲} = ۲ \times ۱۰ \times ۰/۱ \times ۴ \times A^۲$$

$$\Rightarrow A^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۲} m \Rightarrow A = ۲ \times ۱۰^{-۱} m \Rightarrow A = ۰/۲m$$

در نهایت ω را حساب می‌کنیم و معادلهٔ حرکت را می‌نویسیم:

$$\omega = ۲\pi f \xrightarrow{f \ ۲Hz} \omega = ۲\pi \times ۲ \Rightarrow \omega = ۴\pi \frac{rad}{s}$$

$$x \quad A\cos(\omega t) \Rightarrow x = ۰/۲\cos(۴\pi t)$$

(فیزیک 3- نوسان و موج: صفحه‌های 62 تا 67)

179- **گزینهٔ «4»** (محمد پوررضا)

ابتدا با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم.

$$x \quad A\cos(\omega t) \xrightarrow[t \ ۰/۴s, x \ -۱cm]{A \ ۲cm} -۱ = ۲\cos(۰/۴\omega)$$

$$\Rightarrow \cos(۰/۴\omega) = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۰/۴\omega = \frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow \omega = \frac{۵\pi}{۳} \frac{rad}{s}$$

حال بیشینهٔ تندی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$v_{max} \quad A\omega = ۲ \times ۱۰^{-۲} \times \frac{۵\pi}{۳} \Rightarrow v_{max} = \frac{\pi}{۳۰} \frac{m}{s}$$

در حرکت هماهنگ‌ساده، تندی زمانی بیشینه می‌شود که نوسانگر از مبدأ نوسان عبور کند و این اتفاق برای دومین بار در لحظهٔ $t \quad \frac{۳}{۴}T$ رخ می‌دهد. داریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \frac{۵\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۱/۲s$$

$$t \quad \frac{۳}{۴}T \xrightarrow{T \ ۱/۲s} t = \frac{۳}{۴} \times ۱/۲ = ۰/۹s$$

(فیزیک 3- نوسان و موج: صفحه‌های 62 تا 67)

180- **گزینهٔ «3»** (مصطفی کیانی)

روش اول: با استفاده از رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ ساده، طول‌های $L_۱$ و $L_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$T \quad ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_۱ = ۳s \Rightarrow ۳ = ۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{g}} \Rightarrow ۹ = ۴\pi^۲ \times \frac{L_۱}{g} \Rightarrow L_۱ = ۲/۲۵m \\ T_۲ = ۴s \Rightarrow ۴ = ۲\pi\sqrt{\frac{L_۲}{g}} \Rightarrow ۱۶ = ۴\pi^۲ \times \frac{L_۲}{g} \Rightarrow L_۲ = ۴m \end{cases}$$

مجموع طول دو آونگ را به‌دست آورده و دورهٔ آونگ جدید را حساب می‌کنیم.

$$L \quad L_۱ + L_۲ = ۲/۲۵ + ۴ \Rightarrow L = ۶/۲۵m$$

$$T \quad ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{\frac{۶/۲۵}{g}} \Rightarrow T^۲ = ۴\pi^۲ \times \frac{۶/۲۵}{g}$$

$$\Rightarrow T^۲ = ۲۵ \Rightarrow T = ۵s$$

روش دوم: اگر دو آونگ به طول‌های $L_۱$ و $L_۲$ و دوره‌های تناوب $T_۱$ و $T_۲$ داشته باشیم و آونگی به طول $(L_۱ + L_۲)$ درست کنیم، دورهٔ تناوب آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$T \quad \sqrt{T_۱^۲ + T_۲^۲} \xrightarrow[T_۲ \ ۴s]{T_۱ \ ۳s} T = \sqrt{۹ + ۱۶} = \sqrt{۲۵} \Rightarrow T = ۵s$$

سعی کنید رابطهٔ فوق را اثبات کنید و آن‌را به خاطر بسپارید.

(فیزیک 3- نوسان و موج: صفحه‌های 67 تا 69)

شیمی ۳(اختیاری)

۱۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(سید رحیم هاشمی‌دهکردی)*

در تمامی سامانه‌ها شامل سلول‌های گالوانی و الکترولیتی، جهت جریان الکترون‌ها همواره از آند به کاتد است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$2Al_2O_3(s)+3C(s)\rightarrow 4Al(l)+3CO_2(g)$$ واکنش کلی سلول

$$1molAl\times\frac{3molCO_2}{4molAl}\times\frac{22/4LCO_2}{1molCO_2}=16/8LCO_2$$

گزینهٔ «۲»: به دلیل اکسایش میله‌های گرافیت توسط اکسیژن و تبدیل آنها به گاز CO_2، به‌طور مرتب میله‌های گرافیتی در آند جایگزین می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: در کاتد آلومینیم مذاب تولید می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۱۸۲- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا دارخواه)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) در نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی O_2-H_2، گاز اکسیژن در مجاورت $H^+(aq)$ حاصل از نیم‌واکنش آندی و الکترون‌هایی که از بخش آندی به بخش کاتدی حرکت کرده‌اند، کاهش می‌یابد.

ب) نیم‌واکنش کاتدی در سلول سوختی O_2-CH_4، همانند سلول سوختی O_2-H_2 می‌باشد.

پ) نیم‌واکنش کاتدی در سلول نور الکتروشیمیایی چنین است:

$$2H_2O+2e^-\rightarrow H_2+2OH^-$$

ت) در صورتی‌که آهن در مجاورت محلول‌های حاوی اسید قرار داشته باشد، آهن در بخش آندی، اکسایش یافته و گاز اکسیژن در محیط اسیدی، طی نیم‌واکنش کاتدی، کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴، ۵۷ و ۶۴)

۱۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(علی امینی)*

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست است.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

اول) مطابق متن کتاب درسی درست است.

$$O_2(g)+2H_2O(l)+4e^-\rightarrow 4OH^-(aq)\quad E^\circ=+0/40(V)$$
$$O_2(g)+4H^+(aq)+4e^-\rightarrow 2H_2O(l)\quad E^\circ=+1/23(V)$$

دوم) مطابق شکل کتاب درسی، برای حفاظت کاتدی آهن در لوله‌های نفتی و بدنه کشتی، از منیزیم (Mg) استفاده می‌شود که با تکمیل اکسایش Mg، باید به شکل دوره‌ای تعویض شود.

از آهن گالوانیزه (آهن سفید) که حاوی روی (Zn) می‌باشد، در ساخت تانکر آب، کانال کولر و ... استفاده می‌شود.

سوم)

$$4Fe^{2+}(aq)+O_2(g)+4H^+(aq)\rightarrow 4Fe^{3+}(aq)+2H_2O(l)\Rightarrow\frac{2}{1}=2$$

چهارم)

$$4Fe(s)+6H_2O(l)+3O_2(g)\rightarrow 4Fe(OH)_3(s)$$

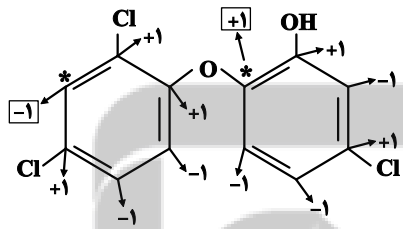
$$70gFe\times\frac{1molFe}{56gFe}\times\frac{3molO_2}{4molFe}\times\frac{22/4LO_2}{1molO_2}=21LO_2$$

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(اسامه بوشن)*

عدد اکسایش‌های اتم‌های کربن مشخص‌شده برابر ۱- و ۱+ است که اختلاف آن‌ها برابر ۲ می‌شود.

در این ساختار تنها دو نوع عدد اکسایش ۱- و ۱+ برای اتم‌های کربن یافت می‌شود.



(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(مینا شراختی‌پور)*

نیم‌واکنش‌های انجام شده در فرایند برقکافت آب به‌صورت زیر هستند:

آند: $2H_2O(l)\rightarrow O_2(g)+4H^+(aq)+4e^-$

کاتد: $4H_2O(l)+4e^-\rightarrow 2H_2(g)+4OH^-(aq)$

ابتدا میزان اکسیژن تولیدی در برقکافت آب را محاسبه می‌کنیم:

$$?molO_2=1/2mole^-\times\frac{1molO_2}{4mole^-}=0/3molO_2$$

حال می‌توان نوشت:

$$CH_4+2O_2\rightarrow CO_2+2H_2O$$

$$?gCH_4=0/3molO_2\times\frac{1molCH_4}{2molO_2}\times\frac{16gCH_4}{1molCH_4}=2/4gCH_4$$

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۱۸۶- **گزینهٔ «۲»** (محمد عظیمیان زواره)

سدیم‌کلرید خالص در $801^\circ C$ ذوب می‌شود. افزودن مقداری کلسیم کلرید به آن، دمای ذوب را تا حدود $587^\circ C$ پایین می‌آورد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: فلز سدیم یک کاهندهٔ قوی است که در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شود.

گزینهٔ «۳»: فلزهای فعال کاهنده‌های قوی هستند و باید آن‌ها را همانند سدیم از برقکافت نمک مذاب آن‌ها تهیه کرد.

گزینهٔ «۴»: نیم‌واکنش کاتدی در برقکافت NaCl مذاب به‌صورت $Na^+(l)+e^- \rightarrow Na(l)$ است.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۵۵)

۱۸۷- **گزینهٔ «۲»** (مسعود جعفری)

در هر دو مورد مولکول‌های اکسیژن کاهش می‌یابند و نیم‌واکنش کاهش انجام شده به‌صورت مقابل است: $O_2(g)+2H_2O(l)+4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در سلول الکترولیتی برقکافت آب، حجم گاز تولید شده در کاتد (هیدروژن) دو برابر حجم گاز تولید شده در آند (اکسیژن) است:

$$2H_2O(l) \rightarrow 2H_2(g)+O_2(g)$$

گزینهٔ «۳»: عدد اکسایش اتم مرکزی در این دو ترکیب برابر است با:

$$H_3PO_3: 3(+1)+P+3(-2)=0 \Rightarrow P=+3$$

$$ClO_2^- = Cl+2(-2)=-1 \Rightarrow Cl=+3$$

گزینهٔ «۴»: واکنش انجام شده در این سلول به‌صورت $Cu^{2+}(aq)+H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq)+Cu(s)$ است. در این سلول با گذشت زمان، بر غلظت یون‌های $H^+(aq)$ اضافه می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۷، ۵۲ تا ۵۴، ۵۸ و ۵۹)

۱۸۸- **گزینهٔ «۱»** (سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)

پوشاندن سطح یک فلز با لایهٔ نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم در مقابل خوردگی، آبکاری نامیده می‌شود. فرایندی که در سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

در این سلول‌ها، فلزی که به عنوان روکش (نقره) انتخاب شده در آند و جسمی که برای پوشش دادن انتخاب شده (انگشتر مسی) در کاتد قرار می‌گیرد.

طی عمل برقکافت نمک مذاب Al_2O_3، در آند گاز CO_2 تولید می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۱۸۹- **گزینهٔ «۲»** (اکبر هنرمند)

موارد دوم و چهارم نادرست‌اند.

بررسی موارد:

مورد اول) به دلیل تولید H^+ در آند (اسیدی شدن محیط)، مطابق نیم‌واکنش: $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g)+4H^+(aq)+4e^-$، کاغذ pH به رنگ سرخ در می‌آید.

مورد دوم) گاز A (هیدروژن) در کاتد (قطب منفی) سلول تولید می‌شود.

مورد سوم) جهت حرکت الکترون همواره از آند به کاتد است.

مورد چهارم) در دما و فشار یکسان، حجم گازهای مختلف با هم برابر است. (قانون آووگادرو). بنابراین نسبت چگالی این دو گاز با نسبت جرم مولی آنها برابر می‌باشد.

$$\frac{d_{O_2}}{d_{H_2}}=\frac{M_B(O_2)}{M_A(H_2)}=\frac{32}{2}=16$$

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۵۵)

۱۹۰- **گزینهٔ «۴»** (محمد عظیمیان‌زواره)

بررسی برخی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در سلول‌های الکترولیتی، قطب منفی سلول همان کاتد است و در این‌جا یون‌های Na^+ با گرفتن الکترون در کاتد کاهش می‌یابند.

گزینهٔ «۳»: با توجه به واکنش کلی: $2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l)+Cl_2(g)$، به‌ازای مبادلهٔ ۲ مول الکترون، مقدار یک مول یا ۲۲/۴ لیتر گاز Cl_2 در شرایط STP تولید می‌شود. بنابراین:

$$?LCl_2=0/4mole^- \times \frac{1molCl_2}{2mole^-} \times \frac{22/4LCl_2}{1molCl_2}=4/48LCl_2$$

گزینهٔ «۴»: در برقکافت آب، گاز اکسیژن در آند و گاز هیدروژن در کاتد تولید می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

www.konkur.in

پاسخ تشریحی آزمون شناختی ۱۹ اسفند ۱۴۰۱

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفا برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال، پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱. کدام مورد را برای مدیریت منابع توجهی مفید می‌دانید؟

۱. وقفه‌های کوتاه مدت استراحت در زمان مطالعه
۲. تقسیم‌بندی تکالیف به اجزای کوچکتر
۳. با صدای بلند خواندن مطالب درسی
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. همه موارد مطرح شده برای مدیریت منابع توجهی مفید است. وقفه‌های کوتاه‌مدت موجب افزایش توجه برای دوره‌های فعالیت می‌شود، تقسیم تکالیف به اجزای کوچک‌تر نیز امکان استراحت بین اجزا را فراهم می‌کند. با صدای بلند خواندن نیز موجب تقویت اطلاعات مهم می‌شود.

۲۶۲. کدام گزینه در مورد اجرای هم‌زمان چند تکلیف صحیح است؟

۱. باعث عملکرد بهتر فرد در هر دو تکلیف می‌شود.
۲. موجب کاهش کارایی هر دوتکلیف می‌شود.
۳. تاثیری در کارایی فرد ندارد.
۴.نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. اجرای هم‌زمان تکلیف‌ها نیاز به تقسیم منابع توجهی بین آنها دارد و کارایی فرد را در هر دو تکلیف کاهش می‌دهد. تکالیفی که کارایی فرد در آنها مهم است، مانند تکالیف درسی، نباید به صورت هم‌زمان انجام شود.

۲۶۳. کدام گزینه در مورد تغییر تکلیف درسی در فواصل زمانی مشخص درست است؟

۱. مفید است، چون یکنواختی تکلیف درسی را کم می‌کند و موجب عملکرد بهتر توجه می‌شود.
۲. مفید نیست و موجب حواسپرتی می‌شود.
۳. اثری بر عملکرد درسی ندارد.
۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. تغییر تکالیف درسی و یا موضوع درسی در فواصل زمانی مفید است. این تغییر باید در شرایطی صورت گیرد که تکلیف قبلی در حد مطلوبی تکمیل شده باشد. به عبارت، دیگر رهاکردن ناقص یک تکلیف و رفتن سراغ دیگری نباشد.

۲۶۴. کدام مورد برای به خاطرسپاری اطلاعات مفید است؟

۱. دسته‌بندی
۲. نوشتن
۳. با صدای بلند خواندن
۴.همه موارد.

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. ذخیره اطلاعات بر اساس ارتباط معنایی بین آنهاست که دسته‌بندی این ذخیره را تسهیل می‌کند. هر نوع درگیر شدن با مطالب مثل نوشتن و با صدای بلند خواندن موجب تسهیل یادگیری آنها می‌شود.

تلاشی درمسیر موفقیت

www.konkur.in

۲۶۵. کدام نوع تکرار برای یادگیری مطالب درسی مفیدتر است؟

۱. تکرار هر چه بیشتر مطالب درسی به همان صورتی که در کتاب آمده در زمان یادگیری.

۲. تکرار مطالب درسی با روش‌های مختلف (کتاب درسی، آزمون، کتاب کمک درسی، تدریس)

۳. تکرار مطالب با فواصل زمانی مشخص. ۴. مورد ۲ و ۳

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. هر چند تکرار پیش‌نیاز یادگیری است، ولی تکرار هدفمند با روش‌های مختلف مفیدتر از تکرار خام اطلاعات است. علاوه بر این، تکرار با فواصل زمانی مناسب‌تر از تکرار فشرده پشت سر هم است.

۲۶۶. کدام مورد برای یادگیری ضروری است؟

۱. خواب ۲. تکرار ۳. تغذیه ۴. همه موراد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. تکرار برای تسهیل فرایند یادگیری، تغذیه برای سوخت و ساز مرتبط با یادگیری و خواب برای تثبیت اطلاعات فراگرفته شده نیاز است.

۲۶۷. کدام گزینه در مورد یادگیری درسی درست است؟

۱. منابع مختلف درسی و کمک درسی موجب تسهیل و عمیق‌شدن یادگیری می‌شود.

۲. استفاده از یک منبع درسی کافی است.

۳. شنیدن تدریس‌های مختلف از یک موضوع مفید است. ۴. مورد ۱ و ۳

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. خواندن منابع مختلف و شنیدن از افراد مختلف علاوه بر تکرار مفید موجب عمیق شدن یادگیری می‌شود. یادگیری صرفا چیدن تکه‌های مطلب در کنار هم نیست، هر فرد در توضیح مطالب با واژگان خود ارتباط معنایی آن را دوباره بازنمایی می‌کند. این بازنمایی‌های متفاوت موجب عمیق و ماندگار شدن یادگیری می‌شود.

۲۶۸. در خواندن یک متن برای یادگیری کدام مورد را مفیدتر می‌دانید؟

۱. نگاه انتقادی به متن ۲. نگاه تاییدی

۳. هر دو مورد ۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۳ صحیح است. هر دو رویکرد مفید است. فقط در نگاه انتقادی نباید به اشتباه انگاری متن فکر کرد، بیشتر هدف از این نگاه عمیق‌شدن در مطالب ارائه شده و یافتن فلسفه پشت آن است.

۲۶۹. کدام گزینه در مورد اطلاع از راه حل‌های هکلاسی ها در مورد یک مساله صحیح است؟

۱. مفید است، چون مطلب را از دید دیگری می‌بینیم. ۲. مفید نیست، الگوی ذهنی خودمان به هم می‌ریزد.

۳. هیچکدام ۴. هر دو

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. یادگیری صرفا چیدن تکه‌های مطلب در کنار هم نیست، هر فرد در توضیح مطالب با واژگان خود ارتباط معنایی آن را دوباره بازنمایی می‌کند. این بازنمایی‌های متفاوت موجب عمیق و ماندگار شدن یادگیری می‌شود.

تلاشی درمسیر موفقیت

تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net
ToranjBook_Net
ToranjBook_Net