تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net

دفترچه پاسخ

آزمون ۸ مهر ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی پایه و حسابان ۲	رضا اکبری-سعید آذرحزین-میثم بهرامی جویا-حامد چوقادی-عادل حسینی-فرامرز سپهری-علی سلامت-علی اصغر شریفی علی شهرابی-نسترن صمدی-علی کردی-یغما کلانتریان-اکبر کلاه ملکی-محمدجواد محسنی-امیر محمودیان-علی مرشد رحیم مشتاق نظم-میلاد منصوری-ابراهیم نجفی-امین نصراله-جهانبخش نیکنام-پدرام نیکوکار
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-فرشاد فرامرزی احمدرضا فلاح-سهام مجیدی‌پور-مجید محمدی‌نویسی-امیر وفائی-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-حسین خزایی سیدوحید ذوالفقاری احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی-نیلوفر مهدوی-محمد هجری
	فیزیک	عباس اصغری-رضا امامی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-ابوالفضل خالقی-میثم دشتیان-محمدعلی راست‌پیمان-سجاد شهرابی‌فراهانی علی عاقلی-علی قائمی-علیرضا گونه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا محبی-آرش مروتی-سیدعلی میرنوری-مجتبی نکوبیان
	شیمی	مجتبی اسدزاده-حسن اسماعیل زاده-نوید آرمات-قادر باخاری-فرزین بوستانی-محمدرضا پورجاوید-علی جدی-مسعود جعفری امیرحسین حسینی-حسن رحمتی‌کوکنده-محمدرضا زهره‌وند-رضا سلیمانی-مبینا شرافتی‌پور-ساجد شیری-محمد عظیمیان‌زواره حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده‌مقدم-سیدمحمدرضا میرقائمی-امین نوروزی-اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم یلدا بشیری بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۶۴۶۳ ۰۲۱

تلاشی در مسیر موفقیت

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۲»** (پررام نیکوکار)

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -3 \end{cases}$$

اگر α و β را در معادلهٔ اولیه جای‌گذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \alpha^2 - \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 3 = \alpha \xrightarrow{\times\alpha} \alpha^3 - 3\alpha = \alpha^2 \\ \beta^2 - \beta - 3 = 0 \Rightarrow \beta^2 - 3 = \beta \xrightarrow{\times\beta} \beta^3 - 3\beta = \beta^2 \end{cases}$$

حال معادلهٔ جدید را می نویسیم:

$$\begin{cases} S' = (\alpha^3 - 3\alpha) + (\beta^3 - 3\beta) = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 + 6 = 7 \\ P' = (\alpha^3 - 3\alpha)(\beta^3 - 3\beta) = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = 9 \end{cases}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 9 = 0$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۲- **گزینهٔ «۲»** (جوانبخش نیکنام)

مثلث در رأس A قائمه می‌باشد، پس شیب AB و AC، قرینه و معکوس همدیگر هستند.

$$\begin{cases} m_{AB} = \dfrac{2k-6}{4} = \dfrac{k-3}{2} \\ m_{AC} = \dfrac{4}{2-k} \end{cases} \Rightarrow \frac{k-3}{2} = \frac{k-2}{4} \Rightarrow k = 4$$

پای میانهٔ وارد بر وتر همان وسط پاره‌خط BC است.

$$\Rightarrow \begin{cases} B(6\ ,\ 5) \\ C(4\ ,\ -1) \end{cases} \Rightarrow \text{وسط پاره‌خط BC} (5\ ,\ 2)$$

و در نهایت فاصلهٔ این نقطه تا مبدأ برابر است با: $\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۳- **گزینهٔ «۳»** (علی کردی)

$$\begin{cases} D_f : 3x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq \dfrac{a}{3} \Rightarrow D_f = [\dfrac{a}{3}, +\infty) \\ D_g : \mathbb{R} - \{\dfrac{b}{2}\} \end{cases}$$

$$D_{\frac{f}{g}} \quad D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = [\frac{1}{3}, +\infty) - \{\frac{3}{2}\}$$

$$[\frac{a}{3}, +\infty) - \{\frac{b}{2}\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 1 \\ \frac{b}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۴- **گزینهٔ «۴»** (کتاب زرد ۹۸)

$$f(x) \quad \frac{2}{5}x - 4 \qquad g(x) = x^3 + x$$

$$(g^{-1}of^{-1})(8) \quad a \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(8)) = a$$

ابتدا $f^{-1}(8)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f^{-1}(8) = m \Rightarrow f(m) = 8 \Rightarrow \frac{2}{5}m - 4 = 8 \Rightarrow m = 30$$

$$g^{-1}(f^{-1}(8)) \quad g^{-1}(30) = a \Rightarrow g(a) = 30$$

$$\Rightarrow a^3 + a = 30 \xrightarrow{\text{امتحان گزینه‌ها}} a = 3$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱ و ۶۶ تا ۶۸)

۵- **گزینهٔ «۱»** (علی شهرابی)

$$\log_3^{(2x-1)} - \log_{(2x-1)}^9 = 1 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} - 2\log_{(2x-1)}^3 = 1$$

$$\xrightarrow{\frac{\log_3^{(2x-1)} A}{\log_{(2x-1)}^3 \frac{1}{\log_3^{(2x-1)}}}} A - \frac{2}{A} = 1$$

$$\xrightarrow{\times A} A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A & 2 \\ A = -1 \end{cases}$$

$$A \quad 2 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} = 2 \Rightarrow 2x - 1 = 9 \Rightarrow x_1 = 5$$

$$A \quad -1 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} = -1 \Rightarrow 2x - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

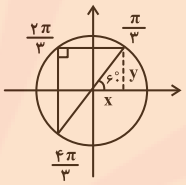
$$x_1 + x_2 = 5 + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

تلاشی درمسیر موفقیت

۶- **گزینهٔ «۴»** (میثم بهرامی‌پویا)

با توجه به شکل زیر، از آنجا که $\sin\frac{\pi}{3}$ و $\sin\frac{2\pi}{3}$ و $\cos\frac{4\pi}{3}$ $\cos\frac{2\pi}{3}$ می‌باشد، مثلث ایجاد شده یک مثلث قائم‌الزاویه است. حال طول اضلاع قائم آن را به دست می‌آوریم:



$x \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $y \quad \sin 60^\circ \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$

با توجه به آن‌که $-\sin\frac{\pi}{3} = -y$ و $\sin\frac{4\pi}{3}$ $-\cos\frac{\pi}{3} = -x$ $\cos\frac{2\pi}{3}$ است، پس:

اضلاع قائم : $2x = 1$, $\sqrt{3}$ $2y$

$$\text{مساحت} = \frac{2x \times 2y}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۷- **گزینهٔ «۱»** (علی کردی)

$$\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} \quad \frac{\cos(270^\circ + 15^\circ) - \sin(270^\circ - 15^\circ)}{\sin(540^\circ - 15^\circ) - \sin(90^\circ + 15^\circ)}$$

$$\frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} \quad \frac{\frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ}}{\frac{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ}} \quad \frac{\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + 1}{\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} - 1} \quad \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1}$$

حال با فرض $x \quad \tan 15^\circ$ ، داریم:

$$\frac{x+1}{x-1} = -\frac{127}{73} \Rightarrow 73x + 73 = -127x + 127$$
$$\Rightarrow 200x = 54 \Rightarrow x = 0/27$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- **گزینهٔ «۱»** (علی سلامت)

ابتدا دو کسر موجود در عبارت A را هم‌مخرج کرده و سپس به‌کمک رابطهٔ $\sin x.\cos x \quad \frac{1}{2}\sin 2x$ مخرج را ساده می‌کنیم.

$$A \quad \frac{\sin^2 22/5^\circ + \cos^2 22/5^\circ}{\sin^2 22/5^\circ . \cos^2 22/5^\circ} = \frac{1}{\left(\sin 22/5^\circ . \cos 22/5^\circ\right)^2}$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\sin 45^\circ\right)^2} \quad 4 \times 2 = 8$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۱)

۹- **گزینهٔ «۲»** (میلاد منصوری)

با توجه به نمودار تابع f واضح است که:

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) \quad 3, \quad \lim_{x\to 2^+} f(x) \quad 2$$

حال تابع g در $x = 2$ هنگامی حد دارد که حدهای چپ و راست آن در این نقطه برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-} g(x) \quad \lim\limits_{x\to 2^-} \frac{x^2 + mf(x)}{m[x] + f(x)} \quad \frac{4+3m}{m+3} \\ \lim\limits_{x\to 2^+} g(x) \quad \lim\limits_{x\to 2^+} \frac{x^2 + mf(x)}{m[x] + f(x)} \quad \frac{4+2m}{2m+2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{چپ و راست}]{\text{برابری حدود}} \frac{3m+4}{m+3} = \frac{m+2}{m+1}$$
$$\Rightarrow 3m^2 + 7m + 4 = m^2 + 5m + 6$$
$$\Rightarrow 2m^2 + 2m - 2 = 0 \Rightarrow m^2 + m - 1 = 0$$

معادلهٔ فوق ۲ جواب دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱- است.

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۳۲)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** (میلاد منصوری)

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) \quad \lim_{x\to 2^-} \frac{x+a}{x^3 - 8} \quad \frac{2+a}{0} \Rightarrow 2 + a = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2^-} \frac{x-2}{x^3 - 8} = \lim_{x\to 2^-} \frac{x-2}{(x-2)\left(x^2 + 2x + 4\right)} \quad \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2^+} f(x) = \frac{1}{12} \Rightarrow b + 2 = \frac{1}{12} \Rightarrow b = -\frac{23}{12}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

تلاشی درمسیر موفقیت

هندسه ۲

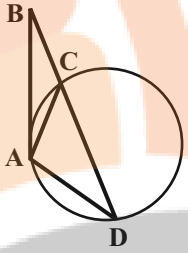
۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیر وفائی)*

$\overset{\Delta}{ABD}: AB \quad AD \Rightarrow \hat{D} = \hat{B} \quad (*)$

$\left.\begin{array}{ll} \text{(زاویهٔ ظلی)} \ B\hat{A}C & \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} \\ \text{(زاویهٔ محاطی)} \ \hat{D} & \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow B\hat{A}C = \hat{D} \xrightarrow{(*)} B\hat{A}C = \hat{B} \xrightarrow{\overset{\Delta}{ABC}} BC = AC$

محیط مثلث $ACD \quad AC + CD + AD = BC + CD + AD$

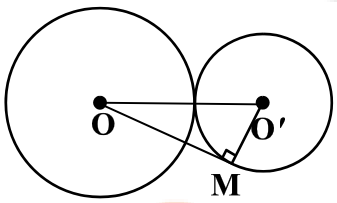
$BD + AD = 16 + 10 = 26$



(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(سهام مجیری‌پور)*

با توجه به فرض مسئله $r + r' \quad 13 \quad OO'$ بنابراین دو دایره مماس بیرون هستند. داریم:



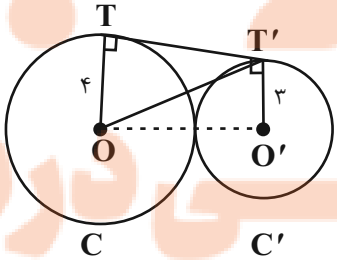
$\overset{\Delta}{OMO'}: OM^2 \quad OO'^2 - O'M^2 = 13^2 - 5^2 = 144$

$\Rightarrow OM = 12$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد فرامرزی)*

ابتدا اندازهٔ مماس مشترک خارجی دو دایره را بدست می‌آوریم.



$TT' \quad 2\sqrt{rr'} = 2\sqrt{4 \times 3} = 4\sqrt{3}$

در مثلث قائم الزاویهٔ OTT' داریم.

$OT'^2 \quad OT^2 + TT'^2$

$\Rightarrow OT'^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = 16 + 48 = 64$

$\Rightarrow OT' = 8$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(فرزانه شاکپاش)*

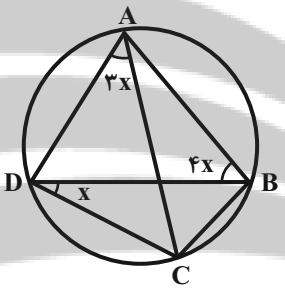
ابتدا دایرهٔ محیطی چهارضلعی $ABCD$ را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:

$\overset{\frown}{CD} \quad 2(3x) \quad 6x$

$\overset{\frown}{AD} \quad 2(4x) \quad 8x$

$\overset{\frown}{BC} \quad 2(x) \quad 2x$

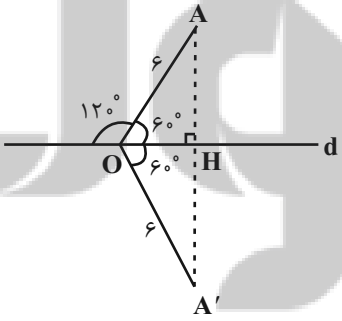
$\frac{\hat{A}}{\hat{B}} \quad \frac{\frac{1}{2}(\overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD})}{\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{CD})} \quad \frac{\frac{1}{2}(2x + 6x)}{\frac{1}{2}(8x + 6x)} \quad \frac{4x}{7x} \quad \frac{4}{7}$



(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۷)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل $A\hat{O}H \quad 60^\circ$ است.



از طرفی بازتاب تبدیلی طولپا است و اندازهٔ زاویه‌ها و طول پاره‌خط‌ها در بازتاب ثابت باقی می‌ماند، بنابراین داریم:

$OA' = OA = 6$

$A\hat{O}A' = 2A\hat{O}H = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

$S_{OAA'} \quad \frac{1}{2}OA \times OA' \times \sin(A\hat{O}A') = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(سهام مجیدی‌پور)*

اگر O' مرکز دایرهٔ C' باشد، آن‌گاه نقاط O و O' دو طرف نقطهٔ A هستند و داریم:

$$OO' \quad OA + O'A = OA + ۳OA = ۴OA$$

$$\Rightarrow OO' = ۴ \times ۶ = ۲۴$$

$$R' = ۳R = ۳ \times ۲ = ۶$$

طول مماس مشترک داخلی $\sqrt{۲۴^۲ - (۲+۶)^۲} = \sqrt{۸^۲ \times ۳^۲ - ۸^۲}$

$$۸\sqrt{۸} \quad ۱۶\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

(دایره: صفحهٔ ۲۲)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل داریم:

$$\overset{\Delta}{AHB} : AB^۲ \quad AH^۲ + BH^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰^۲ = ۶^۲ + BH^۲ \Rightarrow BH^۲ = ۱۰۰ - ۳۶ = ۶۴ \Rightarrow BH = ۸$$

از نقطهٔ B، خطی به طول ۳ کیلومتر موازی با خط d (ساحل دریا) و به سمت A رسم می‌کنیم تا نقطهٔ B' حاصل شود. سپس از نقطهٔ A' (بازتاب نقطهٔ A نسبت به خط d) به B' وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. اگر N نقطه‌ای به فاصلهٔ ۳ کیلومتر از M روی خط d باشد، آن‌گاه مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

طول مسیر $AMNB$ $\quad AM + MN + NB$

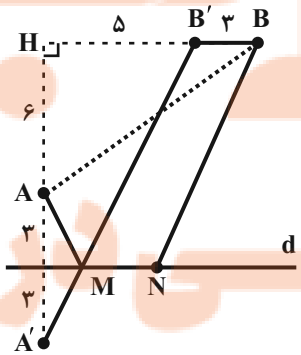
$$A'M + BB' + MB' = (A'M + MB') + BB'$$

$$A'B' + BB'$$

$$\overset{\Delta}{A'HB'} : A'B'^۲ \quad A'H^۲ + B'H^۲ = ۱۲^۲ + ۵^۲ = ۱۶۹$$

$$\Rightarrow A'B' = ۱۳$$

بنابراین طول مسیر $AMNB$، برابر $۱۶ = ۳ + ۱۳$ کیلومتر است.



(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحهٔ ۵۵)

۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$BC^۲ \quad AB^۲ + AC^۲ - ۲AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$۶^۲ + ۱۰^۲ - ۲ \times ۶ \times ۱۰ \times (\frac{-۱}{۲}) = ۱۹۶ \Rightarrow BC = ۱۴$$

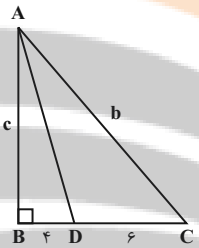
طبق قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} \quad \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{۱۴}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۶}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۱۴}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۹)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

طبق قضیهٔ نیم‌سازهای زوایای داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC} \quad \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{۴}{۶}$$

$$\Rightarrow c = ۴x, b = ۶x$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : b^۲ \quad c^۲ + ۱۰^۲ \Rightarrow ۳۶x^۲ = ۱۶x^۲ + ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰x^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow x^۲ = ۵ \Rightarrow x = \sqrt{۵} \Rightarrow c = ۴\sqrt{۵}$$

$$\overset{\Delta}{ABD} : AD^۲ \quad AB^۲ + BD^۲ \Rightarrow AD^۲ = (۴\sqrt{۵})^۲ + ۴^۲$$

$$\Rightarrow AD^۲ = ۸۰ + ۱۶ = ۹۶ \Rightarrow AD = \sqrt{۱۶ \times ۶} = ۴\sqrt{۶}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

ابتدا به کمک رابطهٔ هرون، مساحت مثلث را به‌دست می‌آوریم:

$$P \quad \frac{۹ + ۱۰ + ۱۷}{۲} = ۱۸$$

$$S \quad \sqrt{۱۸(۹)(۸)(۱)} = \sqrt{۳^۴ \times ۲^۴} = ۳۶$$

می‌دانیم که بلندترین ارتفاع متناظر با کوچکترین ضلع مثلث است، بنابراین داریم:

$$۳۶ \quad \frac{۹ \times h}{۲} \Rightarrow h = ۸$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

گزارهٔ $p \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست است، پس p درست و $p \wedge q$ نادرست است که با توجه به درست بودن p، q لزوماً نادرست است. هر دو گزارهٔ $\sim p$ و q نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آن‌ها یعنی $\sim p \vee q$ نادرست است. از طرفی هر دو گزارهٔ p و $\sim q$ درست هستند، پس ترکیب عطفی آن‌ها یعنی $p \wedge \sim q$ درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

گزینهٔ «۱»: نادرست است.

$$\left.\begin{matrix} A \subseteq B \\ A \subseteq B' \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \cap A \subseteq B \cap B' \Rightarrow A \subseteq \varnothing \Rightarrow A = \varnothing$$

گزینهٔ «۲»: نادرست است. دو مجموعهٔ $A-B$ و $B-A$ جدا از هم هستند و رابطهٔ $A-B \subseteq B-A$ در صورتی برقرار است که $A-B=\varnothing$ باشد، یعنی $A \subseteq B$.

گزینهٔ «۳» درست است.

$$\left.\begin{matrix} A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B \\ A \cup B \subseteq A \cap B \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$$

گزینهٔ «۴»: نادرست است. دو مجموعهٔ A و $B-A$ جدا از هم هستند و رابطهٔ $B-A \subseteq A$ در صورتی برقرار است که $B-A=\varnothing$ باشد، یعنی $B \subseteq A$.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A-B) \cup (A \cap C) = (A \cap B') \cup (A \cap C)$$

$$A \cap (B' \cup C)$$

$$A \cap (B \cap C')'$$

$$A \cap (B - C)'$$

$$A - (B - C)$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

دو مجموعهٔ A و B غیرتهی هستند، بنابراین از رابطهٔ $A \times B = B \times A$ نتیجه می‌شود A B است. دو حالت زیر برای تساوی دو مجموعهٔ A و B امکان‌پذیر است:

حالت اول:

$$x+1=3 \Rightarrow x=2$$

$$\begin{cases} 2-y=2 \Rightarrow y=0 \\ 2z+3=5 \Rightarrow z=1 \end{cases}$$

در این حالت $xyz=0$ است.

حالت دوم:

$$x+1=3 \Rightarrow x=2$$

$$\begin{cases} 2-y=5 \Rightarrow y=-3 \\ 2z+3=2 \Rightarrow z=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

در این حالت $xyz=3$ است.

بنابراین بیشترین مقدار ممکن برای xyz، برابر ۳ است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۳۸)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(مرتضی خوبیم‌علوی)*

$$P(A \cup B) \quad P(\{a_1, a_2, a_3\}) \quad 1 - P(\{a_4, a_5\}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B) \quad P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - P(a_2)$$

$$\Rightarrow P(a_2) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = \frac{10+12-15}{30} = \frac{7}{30}$$

$$P(a_1) \quad P(\{a_1, a_2\}) - P(a_2) = \frac{1}{3} - \frac{7}{30} = \frac{10-7}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(علی ایمانی)*

فضای نمونهٔ کاهش یافته برابر است با:

$S \quad \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,2),(2,4),(2,6),(3,3),(3,6),(4,4),(5,5),(6,6)\}$

پیشامد آن که مجموع دو تاس برابر ۶ باشد، در این فضای نمونهٔ کاهش یافته به‌صورت زیر است:

$A \quad \{(1,5),(2,4),(3,3)\}$

بنابراین داریم:

$$P(A)=\frac{3}{14}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

پیشامدهای انتخاب دو مهره به طور متوالی و با جای‌گذاری، مستقل از یکدیگر هستند.

اگر پیشامد همرنگ بودن دو مهرهٔ خارج شده از جعبه را با A نمایش دهیم، داریم:

$$P(A)=\underbrace{\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}}_{\text{دو مهر قرمز}}+\underbrace{\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}}_{\text{دو مهر زرد}}+\underbrace{\frac{2}{8}\times\frac{2}{8}}_{\text{دو مهر سفید}}=\frac{9}{64}+\frac{9}{64}+\frac{4}{64}=\frac{22}{64}=\frac{11}{32}$$

بنابراین احتمال همرنگ نبودن دو مهره برابر است با:

$$P(A')=1-\frac{11}{32}=\frac{21}{32}$$

(آمار و احتمال- احتمال: مشابه تمرین ۹ صفحهٔ ۷۲)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(جواد حاتمی)*

واریانس تعدادی داده، زمانی برابر صفر است که داده‌ها برابر هم باشند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x-1=4 \Rightarrow x=5 \\ y+2=4 \Rightarrow y=2 \end{cases}$$

اضافه کردن یک مقدار ثابت به تمام داده‌ها و یا کم کردن یک مقدار ثابت از تمام داده‌ها، واریانس آن‌ها را تغییر نمی‌دهد، بنابراین برای محاسبهٔ واریانس داده‌های ۵،۵،۵،۲، می‌توانیم ابتدا ۵ واحد از همهٔ آن‌ها کم کنیم.

در این صورت داریم:

داده‌ها: $0,0,0,-3 \Rightarrow \bar{x}=-\frac{3}{4}$

$$\sigma^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}=\frac{(\frac{3}{4})^2+(\frac{3}{4})^2+(\frac{3}{4})^2+(-\frac{9}{4})^2}{4}$$

$$\frac{3\times\frac{9}{16}+\frac{81}{16}}{4} \quad \frac{108}{64} \quad \frac{27}{16}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$3,5,6,8,9,12,13,14,15,17,23$

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ است، پس میانهٔ ۵ دادهٔ اول، یعنی دادهٔ سوم برابر چارک اول و میانه ۵ دادهٔ آخر، یعنی دادهٔ نهم برابر چارک سوم است.

$Q_1 \quad 6, Q_3=15$

چارک اول و چارک سوم این داده‌ها روی جعبه و داده‌های بین آنها درون جعبه قرار دارند، بنابراین میانگین داده‌های داخل و روی جعبه برابر است با:

$$\bar{x} \quad \frac{6+8+9+12+13+14+15}{7}=\frac{77}{7}=11$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(فرزانه شاکپاش)*

اگر n و $\bar{x}$ به‌ترتیب اندازه و میانگین نمونه و σ انحراف معیار جامعه باشد، آن‌گاه فاصلهٔ اطمینان ۹۵ درصد برای برآورد میانگین جامعه به‌صورت $[\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \text{و} \bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$ است. بنابراین داریم:

$$(\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}})-(\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}})=13-11 \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}=2 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\sigma=4} \frac{4}{\sqrt{n}}=\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{n}=8 \Rightarrow n=64$$

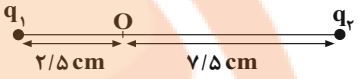
(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

تلنگر | تلنگر در مسیر موفقیت

فیزیک ۲

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

چون میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در نقطهٔ O در خلاف جهت یکدیگرند، بارهای q_1 و q_2 هم‌نام هستند.



$$\vec{E}_1 = -5\vec{E}_2 \Rightarrow E_1 = 5E_2 \xrightarrow{E = k\frac{|q|}{r^2}} k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 5k\frac{|q_2|}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{2/5^2} = 5\frac{|q_2|}{7/5^2} \Rightarrow q_2 = \frac{9}{5}q_1$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

چون $W_E = -\Delta U$ است، پس در جابه‌جایی بار از O تا A داریم:

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow -40\times10^{-6} = 2\times10^{-6}\Delta V_{OA} \Rightarrow \Delta V_{OA} = -20V$$

از طرفی می‌دانیم که در میدان الکتریکی یکنواخت، داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow \frac{|\Delta V_{OA}|}{OA} = \frac{|\Delta V_{BO}|}{OB} \Rightarrow \frac{20}{8} = \frac{|\Delta V_{BO}|}{2}$$
$$\Rightarrow |\Delta V_{BO}| = 5V \Rightarrow \Delta V_{BO} = -5V$$

چون صفحهٔ B به زمین متصل شده است پتانسیل آن صفر است.

$$\xrightarrow[V_B = 0]{\Delta V_{BO} = V_O - V_B} V_O = -5V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(ابوالفضل خالقی)*

هنگامی‌که دو صفحهٔ خازن به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل است، اندازهٔ میدان الکتریکی بین صفحات خازن تنها با فاصلهٔ میان صفحات خازن رابطهٔ عکس دارد.

$$V = Ed \Rightarrow E = \frac{V}{d} \xrightarrow{d_2 = \frac{d_1}{2}} E_2 = 2E_1$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$، مقاومت سیم مسی را به‌دست می‌آوریم:

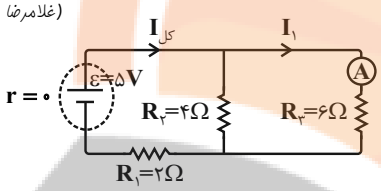
$$R = \rho\frac{L}{A} = 1/7\times10^{-8}\times\frac{40}{1/7\times10^{-6}} = 0/4\Omega$$

سپس با استفاده از قانون اُهم، اندازهٔ اختلاف پتانسیل دو سر سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$V = RI = 0/4\times5 = 2V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا محبی)*



در حالت اول داریم:

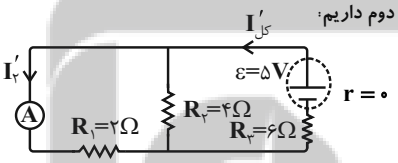
$$R_{2,3} = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} = \frac{6\times4}{6+4} = 2/4\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{2,3} = 2 + 2/4 = 4/4\Omega$$

$$I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{5}{4/4}A$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{R_2}{R_2+R_3}I_{کل} = \frac{4}{10}\times\frac{5}{4/4} = \frac{5}{11}A$$

در حالت دوم داریم:



$$R'_{1,2} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{2\times4}{2+4} = \frac{4}{3}\Omega$$

$$R'_{eq} = R'_{1,2} + R_3 = \frac{4}{3} + 6 = \frac{22}{3}\Omega$$

$$I'_{کل} = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r} = \frac{5}{\frac{22}{3}} = \frac{15}{22}A$$

$$I'_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}I'_{کل} = \frac{4}{6}\times\frac{15}{22} = \frac{5}{11}A$$

ملاحظه می‌شود که عددی که آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهد، تغییری نمی‌کند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

تلاشی درمسیر موفقیت

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

با بستن کلید k، مقاومت معادل شاخهٔ بالایی کاهش می‌یابد. (کلید شاخهٔ موازی بسته شده است.) پس مقاومت معادل کل کاهش، لذا جریان کل مدار افزایش و افت پتانسیل دو سر مولد افزایش، در نتیجه ولتاژ دو سر مولد کاهش می‌یابد.

$$I \quad \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow{\text{کاهش: } R_{eq}} \text{افزایش: } I \Rightarrow \text{افزایش: } rI$$

$$\xrightarrow{\text{کاهش: } V \quad V=\varepsilon-rI}$$

پس ولتاژ کل شاخهٔ پایینی نیز کاهش، جریان عبوری از این شاخه کاهش، پس توان مصرفی مقاومت R_2 یعنی $R_2I_2^2$ P_2 نیز کاهش می‌یابد. از طرفی، با توجه به این‌که جریان کل مدار افزایش یافته اما جریان شاخهٔ پایینی کاهش پیدا کرده است، $(I\uparrow = I_1 + I_2\downarrow)$ جریان شاخهٔ بالایی افزایش، پس توان مصرفی مقاومت R_1 افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

در ابتدا جهت جریان در سیم AB از B به A است. با توجه به این‌که جهت میدان مغناطیسی در خارج آهن‌ربا از N به S است، جهت نیروی وارد بر سیم AB طبق قاعدهٔ دست راست به سمت پایین خواهد شد. در نتیجه طبق قانون سوم نیوتون جهت نیروی وارد بر آهنربا از طرف سیم رو به بالا است و عدد ترازو برابر است با: $F_1 \quad mg-F$

که در آن F نیروی وارد بر سیم حامل جریان است. با عوض کردن قطب‌های باتری، جهت نیروی بین سیم حامل جریان و آهنربا عوض می‌شود و این بار ترازو عدد بیش‌تری نشان می‌دهد.

$$F_2 \quad mg+F$$

در نتیجه داریم:

$$F_2 - F_1 = 2F$$

$$۴ \quad 2(I\ell B) \Rightarrow B = \frac{2}{40\times 0/2} = 0/25T$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(آرش مروتی)*

اگر از سیمی به طول L تعداد N حلقه به شعاع r درست کنیم، تعداد حلقه‌ها از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$N \quad \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط حلقه}} \quad \frac{L}{2\pi r} \qquad (1)$$

برای به‌دست آوردن جریان هم از رابطهٔ قانون اهم استفاده می‌کنیم:

$$I \quad \frac{V}{R} \qquad (2) \quad \text{قانون اهم:}$$

با جای‌گذاری روابط (۱) و (۲) در رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}$، میدان مغناطیسی درون سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{\mu_0 VL}{2\pi r \ell R}$$

$$B = \frac{4\pi\times 10^{-7}\times 10\times 30}{2\pi\times 0/02\times 0/1\times 6} \quad 5\times 10^{-3}T = 50G$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi=AB\cos\theta} \bar{\varepsilon} = -NA\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

در بازهٔ صفر تا ۰/۱s داریم: $\bar{\varepsilon}_1 = -800\times 25\times 10^{-4}\,\frac{(0-0/4)}{0/1} = 8V$

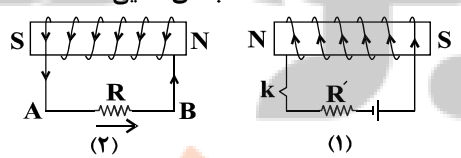
در بازهٔ ۰/۱ تا ۰/۱۵ ثانیه داریم:

$$\bar{\varepsilon}_2 = -800\times 25\times 10^{-4}\times\frac{0/4-0}{0/05} = -16V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(سیدعلی میرنوری)*

قطب‌های القایی



برای ایجاد جریان القایی در مقاومت R از A به B باید شار مغناطیسی عبوری از سیملوله مدار (۲) افزایش یابد، بنابراین یا می‌تواند مقاومت R' کاهش یابد، یا مدار (۱) به سمت چپ حرکت کند و یا در صورت باز بودن کلید k، کلید k بسته شود.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

شیمی ۲

۴۱- **گزینهٔ «۳»** (محمد عظیمیان‌زواره)

خواص فیزیکی و شیمیایی Si و Ge مشابه است (نه یکسان!)

بررسی برخی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم این عنصرها، دو الکترون (np^2) و نخستین زیرلایهٔ آن‌ها $(1s^2)$ نیز ۲ الکترون وجود دارد.

گزینهٔ «۴»: در هر گروه با افزایش شعاع اتمی، خصلت فلزی عنصرها افزایش می‌یابد و در هر گروه، با افزایش عدد اتمی، شمار زیرلایه‌ها و لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** (امین نوروزی)

$$2LiHCO_3 \rightarrow Li_2CO_3 + CO_2 + H_2O$$

$$?mol\,LiHCO_3 \quad 5/4g\,H_2O \times \frac{1mol\,H_2O}{18g\,H_2O}$$

$$\times \frac{2mol\,LiHCO_3}{1mol\,H_2O} \quad 0/6mol\,LiHCO_3$$

مقدار عملی در واکنش (۱)

$$?g\,CO_2 \quad 5/4g\,H_2O \times \frac{1mol\,H_2O}{18g\,H_2O} \times \frac{1mol\,CO_2}{1mol\,H_2O}$$

$$\times \frac{44g\,CO_2}{1mol\,CO_2} = 13/2g\,CO_2$$

مقدار CO_2 تولیدشده در واکنش (۱) $\rightarrow$

مقدار CO_2 تولید شده در واکنش (۲) $\rightarrow 13/2 - 13/2 = 26/4$

$$?mol\,Na_2CO_3 \quad 13/2gCO_2 \times \frac{1mol\,CO_2}{44g\,CO_2}$$

$$\times \frac{1mol\,Na_2CO_3}{1mol\,CO_2} \quad 0/3molNa_2CO_3$$

مقدار عملی در واکنش (۲)

$$\frac{R_1}{R_2} \quad \frac{\frac{\text{عملی واکنش ۱}}{\text{نظری}}}{\frac{\text{عملی واکنش ۲}}{\text{نظری}}} \quad \frac{\frac{0/6}{n}}{\frac{0/3}{n}} \quad 2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

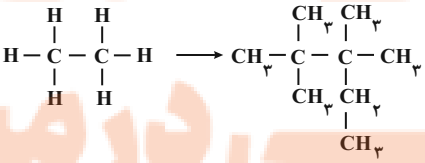
۴۳- **گزینهٔ «۲»** (رضا سلیمانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نام ترکیب $(CH_3)_3CCH_2CH(C_2H_5)CH_2CH_3$، «۴- اتیل ۲، ۲- دی‌متیل هگزان» است در نتیجه این ترکیب در واقع همان ترکیب با نام ارائه شده است و ایزومر یکدیگر محسوب نمی‌شوند.

توجه: ایزومرها ترکیب‌هایی هستند که فرمول مولکولی یکسان دارند ولی ساختار و نام شیمیایی آنها متفاوت است.

گزینهٔ «۲»: نام ترکیب به‌دست آمده «۲، ۲، ۳، ۳- تترامتیل‌پنتان» است.



گزینهٔ «۳»: با توجه به قواعد نام‌گذاری در آیوپاک، نام درست ترکیب به صورت «۱- برمو – ۵- کلروپنتان» است.

گزینهٔ «۴»: فرمول مولکولی ترکیب به‌دست آمده، C_9H_{20} است و درصد جرمی کربن در آن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی کربن} \quad \frac{\text{مجموع جرم اتم‌های کربن}}{\text{مجموع جرم اتم‌های هیدروژن + مجموع جرم اتم‌های کربن}} \times 100$$

$$\frac{12(9)}{12(9)+20(1)} \times 100 = \frac{108}{128} \times 100 \simeq \%84/37$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** (امین نوروزی)

با توجه به فرمول زیر می‌توان ارزش سوختی یک ماده را از آنتالپی سوختن آن ماده به‌دست آورد.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\Delta H_{\text{سوختن}}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{|-393|}{12} = 32/75kJ.g^{-1}$$

$$?kJ \quad 171g\,Al_2(SO_4)_3 \times \frac{\text{خالص } 80g\,Al_2(SO_4)_3}{\text{ناخالص } 100g\,Al_2(SO_4)_3} \text{ ناخالص}$$

$$\times \frac{1mol\,Al_2(SO_4)_3}{342g\,Al_2(SO_4)_3} \times \frac{524kJ}{1mol\,Al_2(SO_4)_3} \quad 209/6kJ$$

جرم کربن مورد نیاز برای تأمین این مقدار گرما:

$$?gC \quad 209/6kJ \times \frac{1gC}{32/75kJ} = 6/4gC$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا زهره‌وند)

$$\Delta H_{\text{(واکنش)}} \left[\begin{array}{c}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{array}\right] - \left[\begin{array}{c}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{array}\right]$$

$$\Delta H = (4\times\Delta H(C-H) + 2\times\Delta H(O=O))$$
$$-(2\times\Delta H(C=O) + 4\times\Delta H(O-H))$$
$$\Delta H = 4\Delta H(C-H) + 2\Delta H(O=O)$$
$$-2\Delta H(C=O) - 4\Delta H(O-H)$$
$$\Delta H = 4(\underbrace{\Delta H(C-H) - \Delta H(O-H)}_{-50kJ.mol^{-1}})$$
$$+2(\underbrace{\Delta H(O=O) - \Delta H(C=O)}_{-302kJ.mol^{-1}})$$
$$\Delta H = 4\times(-50) + 2\times(-302) = -200 - 604 = -804kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** (اکبر هنرمند)

موارد اول، دوم و سوم درست‌اند.

عبارت اول: کاتالیزگر بر حجم گاز O_2 اثری ندارد بلکه زمان رسیدن به مقدار مشخصی از آن را کوتاه می‌کند.

عبارت دوم: در ظرف A، با افزودن کاتالیزگر و افزایش دما، سرعت واکنش بیشتر افزایش پیدا می‌کند.

عبارت سوم: از آنجا که آنتالپی واکنش تابع مقادیر واکنش‌دهنده است، پس با نصف شدن مقدار مول H_2O_2، گرمای آزاد شده نیز نصف خواهد شد.

عبارت چهارم: سرعت متوسط واکنش در ظرف A بیش‌تر است، اما با توجه به این‌که ضریب H_2O در معادلهٔ واکنش دو برابر O_2 است، نمی‌توان به‌طور قطع گفت که سرعت تولید O_2 در ظرف A بیش‌تر از سرعت تولید H_2O در ظرف B است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۰، ۸۱ و ۹۰)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(اکبر هنرمند)*

مطابق قانون هس، برای رسیدن به واکنش هدف، باید واکنش‌های I و II هریک وارونه شده و دو طرف معادلهٔ آنها در ۲ ضرب شوند و معادلهٔ III کافی است وارونه شود:

$$I)\ 4NO_2 \rightarrow 4NO + 2O_2 \quad \Delta H = -2\times 141 = -282\,kJ$$
$$II)\ 4NO \rightarrow 2N_2 + 2O_2 \quad \Delta H = -2\times 180 = -360\,kJ$$
$$III)\ 2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2 \quad \Delta H = 110\,kJ$$
$$2N_2O_5 \rightarrow 2N_2 + 5O_2 \quad \Delta H = -532\,kJ$$

$$N_2O_5 \text{ خالص} \quad 200\times\frac{75}{100} = 150\,g$$

محاسبهٔ گرمای واکنش (نظری) $150\,g\,N_2O_5 \times \frac{1\,mol\,N_2O_5}{108\,g\,N_2O_5} \times \frac{532\,kJ}{2\,mol\,N_2O_5} \simeq 369/4\,kJ$

محاسبهٔ گرمای واکنش (عملی): بازده درصدی $\frac{Q_{عملی}}{Q_{نظری}}\times 100$

$$\Rightarrow 80 = \frac{Q}{369/4}\times 100 \Rightarrow Q_{عملی} \simeq 295/5\,kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود جعفری)*

عبارت‌های (آ)، (ب) و (پ) درست هستند. فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر به‌صورت $C_{14}H_{21}NO_2$ است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ):

$$\frac{\text{جرم مولی کربن}\times\text{شمار اتم‌های کربن}}{\text{جرم مولی هیدروژن}\times\text{شمار اتم‌های هیدروژن}} \quad \frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}}$$

$$\frac{14\times 12}{21\times 1} \quad 8$$

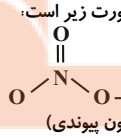
عبارت (ب): شمار پیوندهای اشتراکی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} \quad \frac{(\text{تعداد اتم N}\times 3)+(\text{تعداد اتم O}\times 2)+(\text{تعداد اتم H}\times 1)+(\text{تعداد اتم C}\times 4)}{2}$$

$$\frac{(2\times 2)+(1\times 3)+(21\times 1)+(14\times 4)}{2} \quad 42$$

عبارت (پ): در ترکیب‌های آلی، به ازای هر اتم اکسیژن، ۴ الکترون ناپیوندی و به ازای هر اتم نیتروژن، ۲ الکترون ناپیوندی در لایهٔ ظرفیت اتم‌ها وجود دارد. بنابراین شمار الکترون‌های ناپیوندی در این ترکیب برابر است با: $(2\times 4)+(1\times 2)=10$

فرمول ساختاری نیتریک‌اسید به‌صورت زیر است:



۱۰ الکترون پیوندی (۵ جفت‌الکترون پیوندی)

عبارت (ت): هم در ساختار این ترکیب و هم در ساختار ویتامین (ث)، گروه عاملی استری وجود دارد. مولکول‌های ترکیب نشان داده شده برخلاف مولکول‌های ویتامین (ث) نمی‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی ایجاد کنند، چون در ساختار این ترکیب، اتم هیدروژن متصل به اتم‌های اکسیژن، نیتروژن و یا فلوئور وجود ندارد.

عبارت (ث): چون به اتم نیتروژن موجود در گروه آمینی این ترکیب هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است، پس این ترکیب نمی‌تواند از سمت گروه آمینی خود با کربوکسیلیک‌اسیدها واکنش بدهد.

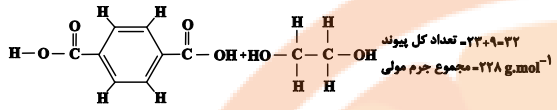
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۴)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

ترکیب (۱) پلی‌استر بوده که از مونومرهای دی‌اسید و دی‌الکل و ترکیب (۲) پلی‌آمید بوده که از مونومرهای دی‌اسید و دی‌آمین ساخته می‌شود.

مونومرهای دو ترکیب، تعداد پیوندها و جرم مولی آنها به‌صورت زیر است:

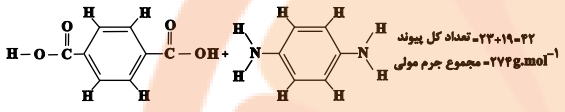
ترکیب (۱):



تعداد کل پیوند = ۳۲+۹+۲۳=۶۴

مجموع جرم مولی = ۲۲۸ g.mol^{-1}

ترکیب (۲):



تعداد کل پیوند = ۴۲+۱۹+۲۳=۸۴

مجموع جرم مولی = ۲۷۴ g.mol^{-1}

تفاوت جرم مولی = ۲۷۴-۲۲۸=۴۶ ، تفاوت شمار پیوندها = ۸۴-۷۴=۱۰

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(رضا سلیمانی)*

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

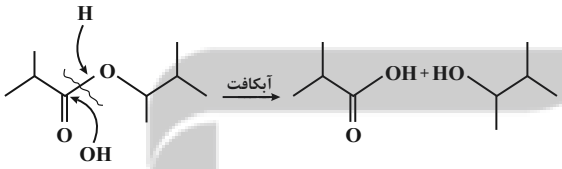
عبارت (آ): درصد جرمی C در C_2H_3Cl $= \frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم کل ترکیب}}\times 100 =$

$$\frac{2\times 12}{(2\times 12)+(3\times 1)+(1\times 35/5)}\times 100 = \%38/4$$

درصد جرمی C در C_2F_4 $= \frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم کل ترکیب}}\times 100 =$

$$\frac{2\times 12}{(2\times 12)+(4\times 19)}\times 100 = \%24$$

عبارت (ب) واکنش آبکافت استر داده شده به‌صورت زیر است:

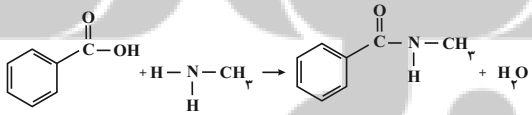


معادله موازنه شدهٔ واکنش:

$$C_9H_{18}O_2 + H_2O \rightarrow C_4H_8O_2 + C_5H_{12}O$$

جرم مولی $C_4H_8O_2$ و $C_5H_{12}O$ یکسان و برابر ۸۸ گرم است.

عبارت (پ) فرمول ساختاری آمید حاصل از واکنش ساده‌ترین آمین (متیل‌آمین) و بنزوئیک‌اسید به‌صورت زیر است:



معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش: $C_7H_6O_2 + CH_5N \rightarrow C_8H_9NO + H_2O$

درصد جرمی اکسیژن درآمید حاصل برابر است با:

$$\text{درصد جرمی اکسیژن درآمید حاصل} \quad \frac{16}{(8\times 12)+(9\times 1)+(1\times 16)+(1\times 14)}\times 100 \simeq \%11/85$$

عبارت (ت) مولکول‌هایی که در ساختار خود هم دارای گروه عاملی اسیدی و هم دارای گروه عاملی الکلی هستند نیز می‌توانند پلی‌استر ایجاد کنند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۴، ۱۱۵، ۱۱۷ و ۱۱۹)

ریاضی ۱

۵۱- گزینهٔ «۲» (رحیم مشتاق‌نظم)

اگر x تعداد افرادی باشد که هر دو کتاب را خریدند، در این صورت:

$$(۸۰-x)+x+(۳۰-x)+۵۰=۱۴۰\Rightarrow ۱۶۰-x=۱۴۰\Rightarrow x=۲۰$$

تعداد افرادی که فقط کتاب کمک درسی ریاضی (۱) خریدند:

$$۸۰-x=۸۰-۲۰=۶۰$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۵۲- گزینهٔ «۱» (کتاب آبی)

فرض کنید a مقدار ثابت باشد: $۲۰+a\ ,\ ۵۰+a\ ,\ ۱۰۰+a$

در دنبالهٔ هندسی، قدرنسبت از تقسیم یک جمله به جملهٔ قبلی به‌دست می‌آید:

$$r\quad \frac{a+۵۰}{a+۲۰}\quad \frac{a+۱۰۰}{a+۵۰}$$

$$\Rightarrow (a+۵۰)^۲=(a+۲۰)(a+۱۰۰)$$

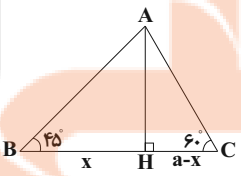
$$\Rightarrow a^۲+۱۰۰a+۲۵۰۰=a^۲+۱۲۰a+۲۰۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰a=۵۰۰\Rightarrow a=۲۵\Rightarrow r=\frac{a+۱۰۰}{a+۵۰}=\frac{۱۲۵}{۷۵}=\frac{۵}{۳}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۵۳- گزینهٔ «۳» (سعید آذرهزین)

با رسم ارتفاع مثلث داریم:



$$\tan(\hat{B})\quad \frac{AH}{BH}\Rightarrow \tan ۴۵^\circ=\frac{AH}{x}=۱\Rightarrow AH=x$$

$$\tan(\hat{C})\quad \frac{AH}{CH}\Rightarrow \tan ۶۰^\circ=\frac{AH}{a-x}=\sqrt{۳}\Rightarrow AH=\sqrt{۳}(a-x)$$

$$\Rightarrow x=\sqrt{۳}(a-x)\Rightarrow x=\frac{\sqrt{۳}a}{۱+\sqrt{۳}}$$

$$\text{مساحت مثلث}=\frac{AH\times BC}{۲}=\frac{x\times a}{۲}=\frac{\sqrt{۳}a^۲}{۲(۱+\sqrt{۳})}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۵۴- گزینهٔ «۳» (ابراهیم نیفی)

$$(۸+۲\sqrt{۱۵})^{\frac{\sqrt{۵}+۲}{۲}}=(۵+۲\sqrt{۱۵}+۳)^{\frac{\sqrt{۵}+۲}{۲}}$$

$$((\sqrt{۵}+\sqrt{۳})^۲)^{\frac{\sqrt{۵}+۲}{۲}}=(\sqrt{۵}+\sqrt{۳})^{\sqrt{۵}+۲}$$

از طرفی:

$$\frac{۱}{\sqrt{۵}-۲}\times\frac{\sqrt{۵}+۲}{\sqrt{۵}+۲}=\frac{\sqrt{۵}+۲}{۵-۴}=\sqrt{۵}+۲$$

$$\Rightarrow ۲^{\sqrt{۵}-۲}\times(\sqrt{۵}+\sqrt{۳})^{\sqrt{۵}+۲}\times(\sqrt{۵}-\sqrt{۳})^{\sqrt{۵}+۲}$$

$$۲^{\sqrt{۵}-۲}\times ۲^{\sqrt{۵}+۲}$$

$$۲^{۲\sqrt{۵}}\quad ۴^{\sqrt{۵}}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۵ تا ۶۷)

۵۵- گزینهٔ «۲» (امیر محمودیان)

در نامعادلهٔ داده شده داریم:

$$\begin{cases}۳x+۱<۱-x\Rightarrow ۴x<۰\Rightarrow x<۰\\ ۱-x<x+۵\Rightarrow -۴<۲x\Rightarrow -۲<x\end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک}}-۲<x<۰$$

$$\Rightarrow x\in(-۲\ ,\ ۰)\Rightarrow a=-۲\ ,\ b=۰$$

$$|۳x+a|<b+۱\Rightarrow |۳x-۲|<۱\Rightarrow -۱<۳x-۲<۱$$

$$\Rightarrow ۱<۳x<۳\Rightarrow \frac{۱}{۳}<x<۱$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۵۶- گزینهٔ «۲» (امیر محمودیان)

دو زوج مرتب با مؤلفهٔ اول یکسان $x+۲$ وجود دارد، پس برای تابع شدن رابطه، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر باشد:

$$x^۳\quad x^۲+۲x\Rightarrow x^۳-x^۲-۲x=۰\Rightarrow x(x^۲-x-۲)=۰$$

$$\Rightarrow x(x-۲)(x+۱)=۰\Rightarrow x=۰\ \text{یا}\ x=-۱\ \text{یا}\ x=۲$$

به ازای $x=۰$ رابطه را بازنویسی می‌کنیم:

تابع است. $\{(۲,۰),(۰,۰),(۲,۰),(۲,۰)\}$

به ازای $x=-۱$:

تابع نیست. $\{(1,-1),(1,1),(1,-1),(4,-1)\}$

به ازای $x=2$:

تابع نیست. $\{(4,8),(-2,4),(4,8),(-2,2)\}$

پس تنها به ازای $x=0$ تابع است.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(امین نصراله)*

$$\binom{n}{2}+\binom{n-1}{2}=16 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2}+\frac{(n-1)(n-2)}{2}=16$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(n+n-2)}{2} \quad 16$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(2n-2)}{2} \quad 16$$

$$\Rightarrow (n-1)^2=16 \Rightarrow n-1=\pm 4$$

$$\Rightarrow n=-3 \text{ یا } n=5 \Rightarrow n=5 \text{ قابل قبول است}$$

$$\Rightarrow n+(n-1)=5+4=9$$

$$\binom{9}{3} \quad \frac{9\times 8\times 7}{3\times 2} \quad 84$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۵۸- **گزینهٔ «۴»** *(میلاد منصوری)*

برای حل سؤال دو حالت در نظر می‌گیریم. اول اینکه «یکان < دهگان = صدگان» برای ساختن چنین عددی کافی است که ۲ رقم متمایز مانند $\{a,b\}$ از $\{0,1,\ldots,9\}$ انتخاب کنیم و رقم بزرگتر را به صدگان و دهگان نسبت دهیم، رقم کوچکتر را به یکان. پس در این حالت $\binom{10}{2}=45$ عدد داریم.

در حالت دوم «یکان > دهگان > صدگان». در این حالت باید ۳ رقم متمایز انتخاب کنیم و رقم بزرگتر را به صدگان، رقم متوسط را به دهگان و رقم کوچکتر را به یکان نسبت دهیم. یعنی $\binom{10}{3}=120$ حالت مختلف.

در نتیجه $120+45=165$ عدد با این ویژگی وجود دارند.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(رضا اکبری)*

$$n(S) \quad \binom{9}{3} \quad \frac{9\times 8\times 7}{3\times 2\times 1} \quad 84$$

$$n(A)=\binom{5}{2}\binom{4}{1}+\binom{4}{2}\binom{5}{1}=40+30=70$$

$$P(A) \quad \frac{n(A)}{n(S)}=\frac{70}{84}=\frac{5}{6}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(علی مرشد)*

اگر تعداد مهره‌های سبز ظرف n باشد، داریم:

اگر $n>1$ باشد:

$$\frac{1}{2}=\frac{\binom{n}{2}+\binom{3}{2}}{\binom{n+3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{\frac{n(n-1)}{2}+3}{\frac{(n+3)(n+2)}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{\frac{n^2-n+6}{2}}{\frac{n^2+5n+6}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{n^2-n+6}{n^2+5n+6}$$

$$\Rightarrow n^2-7n+6=0 \Rightarrow \begin{cases} n=6 \\ n \quad 1 \end{cases}$$

اگر $n=1$ باشد:

$$\frac{1}{2}=\frac{\binom{3}{2}}{\binom{1+3}{2}} \Rightarrow \frac{\binom{3}{2}}{\binom{4}{2}}=\frac{3}{\frac{4\times 3}{2}}=\frac{1}{2}$$

پس به‌ازای $n=1$ نیز تساوی برقرار است و $n=1$ نیز قابل قبول است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

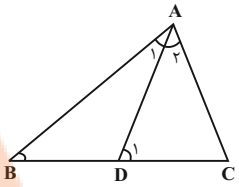
تلاشی در مسیر موفقیت

هندسه ۱

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به شکل داریم:

$$\hat{C} > \hat{B} \Rightarrow \hat{C} > \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow \hat{C} > \hat{A}_2$$



$$\xrightarrow{\Delta ADC} AD > CD \qquad (1)$$

$$\Delta ADB: \text{زاویهٔ خارجی است } \hat{D}_1 \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B}$$

$$\Rightarrow \hat{D}_1 = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{A}}{2} = \hat{A} \xrightarrow{\hat{A} > \hat{C}} \hat{D}_1 > \hat{C}$$

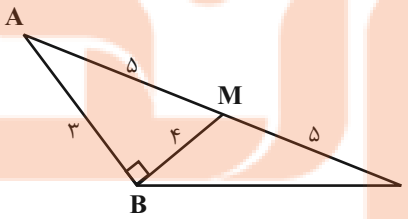
$$\xrightarrow{\Delta ADC} AC > AD \qquad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow AC > AD > CD$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(سهام مجیری‌پور)*

با توجه به شکل مشاهده می‌کنیم که بین اضلاع مثلث ABM رابطهٔ فیثاغورس برقرار است، پس $A\hat{B}M = 90^\circ$ و در نتیجه زاویهٔ ABC یک زاویهٔ باز است. بنابراین ارتفاع‌های مثلث ABC در نقطه‌ای بیرون از مثلث همرس‌اند.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحهٔ ۱۹)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

در دو مثلث با ارتفاع‌های برابر، نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است،

بنابراین داریم:

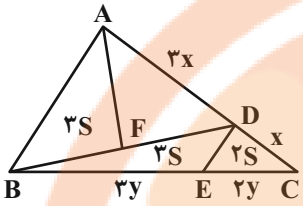
$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDE}} \quad \frac{2y}{3y} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{CDE} & 2S \\ S_{BDE} & 3S \end{cases}$$

با توجه به تساوی مساحت‌های مثلث‌های ABF و BDE، S_{ABF} $3S$ است. همچنین داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} \quad \frac{AD}{DC} \quad \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{5S} = 3 \Rightarrow S_{ABD} = 15S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABF}}{S_{ABD}} = \frac{3S}{15S} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{BF}{BD} = \frac{1}{5}$$



(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

فرض کنید $\frac{AE}{EC} = k$ باشد. در این‌صورت طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AE}{AE + EC} = \frac{k}{k+1}$$

دو مثلث ADE و CDE در ارتفاع رسم شده از رأس D مشترک‌اند، پس:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{CDE}} \quad \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{4}{S_{CDE}} = k \Rightarrow S_{CDE} = \frac{4}{k} \qquad (1)$$

در دو مثلث CDE و BDC، ارتفاع وارد بر قاعده‌های DE و BC برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDC}} \quad \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{S_{CDE}}{3} = \frac{k}{k+1} \Rightarrow S_{CDE} = \frac{3k}{k+1} \qquad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{4}{k} = \frac{3k}{k+1} \Rightarrow 3k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (k-2)(3k+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k & 2 \\ k = -\frac{2}{3} & \text{غقق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{CDE} = \frac{4}{k} = \frac{4}{2} = 2$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(میر محمدی نویسی)*

$$CE \parallel AB \Rightarrow \overset{\Delta}{ABG} \sim \overset{\Delta}{CEG} \Rightarrow \frac{AB}{CE} = \frac{BG}{CG} \Rightarrow \frac{10}{2} = \frac{BG}{5 - BG}$$

$$\Rightarrow 5(5 - BG) = BG \Rightarrow BG = \frac{25}{6}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیر وفائی)*

مطابق شکل داریم:

$$\overset{\Delta}{BAD}: \frac{BM}{MA} \quad \frac{BQ}{QD} \quad 1 \Rightarrow \begin{cases} MQ \parallel AD \\ MQ \quad \frac{AD}{2} \end{cases} \qquad (1)$$

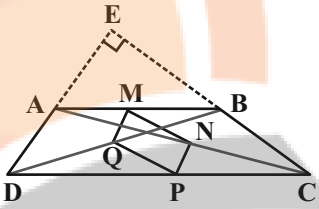
$$\overset{\Delta}{CAD}: \frac{CN}{NA}\ \frac{CP}{PD}\ 1 \Rightarrow \begin{cases} NP \parallel AD \\ NP\ \ \frac{AD}{2} \end{cases} (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \begin{cases} MQ \parallel NP \\ MQ = NP \end{cases} \Rightarrow MNPQ \text{ متوازی الاضلاع است.}$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: \frac{AM}{MB}\ \frac{AN}{NC}\ 1 \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel BC \\ MN\ \ \frac{BC}{2} \end{cases}$$

چون امتداد اضلاع AD و BC برهم عمودند، پس دو پاره‌خط MQ و MN نیز برهم عمودند و در نتیجه چهارضلعی $MNPQ$ مستطیل است.

داریم: $S_{MNPQ}\ \ MN \times MQ = \frac{BC}{2} \times \frac{AD}{2} = 5 \times 3 = 15$



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۴)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$\frac{AM}{MB}\ \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} AM\ \ 2x \\ MB\ \ 5x \end{cases}$$

$$\frac{CN}{ND}\ \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} CN\ \ y \\ ND\ \ 3y \end{cases}$$

$$AB\ \ CD \Rightarrow 7x = 4y \Rightarrow y = \frac{7}{4}x$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMND}}{S_{BMNC}} = \frac{\frac{1}{2}AD(AM+ND)}{\frac{1}{2}BC(MB+CN)}\ \ \frac{AM+ND}{MB+CN}\ \ \frac{2x+3y}{5x+y}$$

$$\frac{2x+3\times\frac{7}{4}x}{5x+\frac{7}{4}x}\ \ \frac{\frac{29}{4}x}{\frac{27}{4}x}\ \ \frac{29}{27}$$

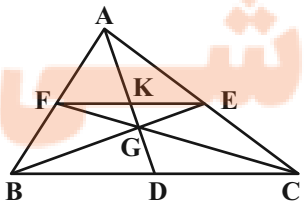
(هندسه ۱- چند ضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۵)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

$$\frac{AF}{FB}\ \ \frac{AE}{EC} = 1$$

$$\xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} FE \parallel BC$$

$$\Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$$



با توجه به موازی بودن FE و BC، دو مثلث EGF و BGC به دلیل تساوی زاویه‌ها متشابه هستند. از طرفی GK و GD میانه‌های نظیر اضلاع EF و BC در این دو مثلث هستند، بنابراین داریم:

$$\frac{GD}{GK}\ \ \frac{BC}{EF} = 2 \Rightarrow GD = 2GK = 6$$

از طرفی G نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث ABC است، پس داریم:

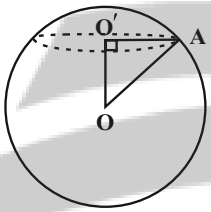
$$GD\ \ \frac{1}{3}AD \Rightarrow 6 = \frac{1}{3}AD \Rightarrow AD = 18$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱ و چند ضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۷)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** *(سهام مجیدی‌پور)*

از تقاطع صفحهٔ P و کره، دایره‌ای به مرکز O' و شعاع r حاصل می‌شود:

$$S\ \text{(سطح مقطع)}\ \ \pi r^2 \Rightarrow 64\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 64$$



اگر شعاع کره را با R نمایش دهیم، داریم:

$$\overset{\Delta}{OO'A}: OA^2\ \ OO'^2 + O'A^2 \Rightarrow R^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\Rightarrow R = 10$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(علی ایمانی)*

در مکعب‌های ردیف پشت، در سمت چپ از بالا به پایین به‌ترتیب ۴، ۲ و ۲ حرف A و در سمت راست از بالا به پایین به ترتیب ۴، ۳ و ۲ حرف A قابل مشاهده است. در مکعب‌های ردیف جلو، در سمت چپ از بالا به پایین به‌ترتیب ۴ و ۲ حرف A و در سمت راست ۳ حرف A قابل مشاهده است. بنابراین در مجموع تعداد حروف A که قابل مشاهده هستند، برابر است با:

$$(4+2+2)+(4+3+2)+(4+2)+3 = 26$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

تلاشی در شیرینی موفقیت

فیزیک ۱

۷۱- **گزینهٔ «۲»** *(آرش مروتی)*

دو کمیت در صورتی با هم قابل جمع شدن هستند که از یک نوع و دارای یکای یکسان باشند. پس می‌توان نوشت:

$$\left[\frac{B}{C}\right]\ \left[\frac{D}{B}\right]\Rightarrow [CD]=[B^2]=m^2$$

$$\Rightarrow\left[\sqrt{CD}\right]=m\Rightarrow\left[\frac{1}{\sqrt{CD}}\right]=\frac{1}{m}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۷۲- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا گونه)*

با استفاده از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\frac{V_A}{V_B}\Rightarrow\frac{4}{5}=\frac{32}{200}\times\frac{650}{V_B}\Rightarrow V_B=130cm^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

در حالت اول فشار پیمانه‌ای گاز ۱۰ سانتی‌متر جیوه است.

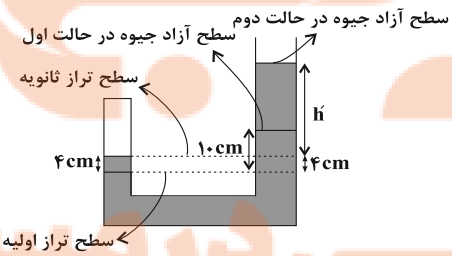
$$P_1\quad P_g+P_0\Rightarrow P_1=80cmHg$$

$$P_2\quad P'_g+P_0\xrightarrow{P'_g=3P_g}P_2=30+70=100cmHg$$

اکنون مطابق قانون گازهای کامل درحالتی که دما ثابت است داریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}\ \ \frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow[P_1=80cmHg,P_2=100cmHg]{T_1\ T_2,V\ Ah}$$

$$80\times h_1=100\times h_2\xrightarrow{h_1\ 20cm}h_2=16cm$$



$$P_2\quad P_0+h'\xrightarrow[P_0\ 70cmHg]{P_2\ 100cmHg}h'=30cmHg$$

جیوه در شاخهٔ سمت چپ ۴cm بالا رفته است، چون سطح مقطع شاخهٔ سمت چپ نصف سطح مقطع شاخهٔ سمت راست است بنابراین جیوه در شاخهٔ سمت راست ۲cm پایین آمده است. به عبارت دیگر ۴cm جیوه در شاخهٔ سمت چپ که بالاتر از سطح تراز اولیه قرار دارد، معادل ارتفاع ۲ سانتی‌متر جیوه در شاخهٔ سمت راست است. پس ارتفاع جیوهٔ اضافه شده در شاخهٔ سمت راست برابر است با:

$$h_{\text{اضافه شده}}\quad (h'+4)-10+2=26cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(سپهر شهرابی‌فراهانی)*

براساس اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره‌ای که به‌طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، با افزایش تندی، فشار کاهش می‌یابد. از طرفی با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی یک شارهٔ تراکم‌ناپذیر (مانند آب) می‌توان نوشت:

$$A_Av_A\quad A_Cv_C,\frac{A_A}{A_C}\quad\left(\frac{D_A}{D_C}\right)^2\quad\left(\frac{d}{0/5d}\right)^2=4$$

$$\Rightarrow\frac{v_C}{v_A}=\frac{A_A}{A_C}=4\quad(1)$$

از آن‌جایی که طبق معادلهٔ پیوستگی، تندی شاره با سطح مقطع جریان نسبت عکس دارد، می‌توان نوشت:

$$v_A<v_B,v_B>v_C\xrightarrow{(1)}v_A<v_C<v_B$$

$$\Rightarrow P_A>P_C>P_B$$

بنابراین با عبور جریان آب از مقطع A تا C، فشار ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا گونه)*

با توجه به این‌که در هر دو حالت توان‌ها یکسان است لذا با استفاده از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

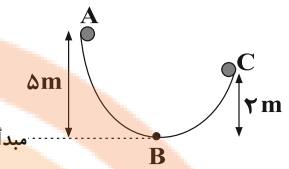
$$W_1\quad\Delta K_1=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)=\frac{1}{2}m(25-1)=12m$$

$$W_2\quad\Delta K_2=\frac{1}{2}m(v_4^2-v_3^2)=\frac{1}{2}m(100-36)=32m$$

$$\bar{P}_1\quad\bar{P}_2\Rightarrow\frac{W_1}{\Delta t_1}=\frac{W_2}{\Delta t_2}\Rightarrow\frac{12m}{15}=\frac{32m}{\Delta t_2}\Rightarrow\Delta t_2=40s$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴، ۷۳ و ۷۴)

۷۶- **گزینهٔ «۱»** (علی عاقلی)



$$E_C - E_A = W_f = W_{f_{AB}} + W_{f_{BC}}$$

$$\Rightarrow (U_C + \cancel{K_C}) - (U_A + \cancel{K_A}) \quad mgh_C - mgh_A = W_f$$

$$\Rightarrow W_f = m\times 10\times 2 - m\times 10\times 5 = -30m$$

طبق صورت سؤال $W_{f_{AB}}$ $\frac{3}{2}W_{f_{BC}}$ است پس:

$$W_f \quad W_{f_{AB}} + W_{f_{BC}} = \frac{5}{2}W_{f_{BC}} = -30m$$

$$\Rightarrow W_{f_{BC}} = -12m$$

$$\Rightarrow W_{f_{AB}} = \frac{3}{2}W_{f_{BC}} = \frac{3}{2}\times(-12)m = -18m$$

حال رابطهٔ $\Delta E = W_f$ را برای نقاط A و B می‌نویسیم.

$$E_B - E_A = W_{f_{AB}}$$

$$\Rightarrow (\cancel{U_B} + K_B) - (\cancel{U_A} + \cancel{K_A}) = W_{f_{AB}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 - \cancel{m}gh_A \quad -18\cancel{m}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 - 10\times 5 = -18 \Rightarrow v_B^2 = 64 \Rightarrow v_B = 8\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳)

۷۷- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین برادران)

ابتدا با توجه به نمودار ضریب انبساط طولی فلز را به‌دست می‌آوریم:

$$\alpha = \frac{\Delta\ell}{\Delta\theta\ell_\circ} \xrightarrow[\Delta\theta=50^\circ C]{\ell_\circ = 2m,\Delta\ell=10^{-4}m} \alpha = \frac{10^{-4}}{50\times 2} = 10^{-6}\frac{1}{K}$$

اکنون افزایش حجم کره را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V = V_\circ\beta\Delta\theta \xrightarrow[\alpha=10^{-6}\frac{1}{K},V_\circ=\frac{4}{3}\pi R^3,\pi=3]{\Delta\theta'=40^\circ C,\beta=3\alpha,R=5cm}$$

$$\Delta V = \frac{4}{3}\times 3\times 5^3\times 3\times 10^{-6}\times 40$$

$$\Rightarrow \Delta V = 6\times 10^{-2}cm^3 = 60mm^3$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** (مجتبی نکویان)

با توجه به رابطهٔ $mc\Delta\theta$ $P.t$ Q، برای آب درون ظرف‌های A، B و C داریم: (توان گرمکن ثابت و برابر P است.)

$$A: P(15) \quad m_A c(20) \Rightarrow P = \frac{4}{3}m_A c \ (1)$$

$$B: P(15) \quad m_B c(32) \Rightarrow P = \frac{32}{15}m_B c \Rightarrow m_B = \frac{5}{8}m_A$$

$$C: P(19/5) \quad (m_A + m_B)c\Delta\theta \xrightarrow{m_B \ \frac{5}{8}m_A}$$

$$P(19/5) \quad \frac{13}{8}m_A c\Delta\theta \Rightarrow P = \frac{1}{12}m_A c\Delta\theta \ (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \frac{4}{3}m_A c = \frac{1}{12}m_A c\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 16^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** (علی خاتمی)

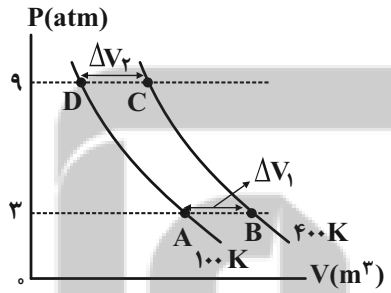
طبق تعریف در فرایند ایستاوار، دستگاه گرمای Q را می‌گیرد و کار W روی آن انجام می‌شود.

$$\Delta U = Q + W$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۱)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین مهوّری)

برای هر یک از نقاط مشخص شده، معادلهٔ حالت گاز کامل را می‌نویسیم.



$$\left.\begin{matrix} P_A V_A = nRT_A \\ P_B V_B = nRT_B \end{matrix}\right\} \xrightarrow{P_A \ P_B \ 3atm}$$

$$3\underbrace{(V_B - V_A)}_{\Delta V_1} = nR(T_B - T_A) \ (1)$$

$$\left.\begin{matrix} P_C V_C = nRT_C \\ P_D V_D = nRT_D \end{matrix}\right\} \xrightarrow{P_C \ P_D \ 9atm}$$

$$9\underbrace{(V_C - V_D)}_{\Delta V_2} = nR(T_C - T_D) \ (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{9\Delta V_2}{3\Delta V_1} = \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} = \frac{400-100}{400-100} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3\Delta V_2}{\Delta V_1} = 1 \Rightarrow \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۵ تا ۱۳۷)

تلاشی درسیر موفقیت

شیمی ۱

۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی $^{6}_{3}Li$ و $^{7}_{3}Li$ است و درصد فراوانی $^{7}_{3}Li$ از $^{6}_{3}Li$ بیشتر است. (نسبت $\frac{Z}{N}$ در $^{7}_{3}Li$ و $^{6}_{3}Li$ به ترتیب برابر ۰/۷۵ و ۱ است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: طبق متن کتاب در صفحهٔ ۴ درست است.

گزینهٔ «۲»: منظور دو عنصر هیدروژن و هلیم است که دو عنصر فراوان سیارهٔ مشتری نیز هستند.

گزینهٔ «۳»: شمار رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن برابر ۱ و شمار ایزوتوپ‌های ساختگی آن برابر ۴ است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(فرزین بوستانی)*

گام ۱: محاسبهٔ جرم اتمی میانگین عنصر M:

$$۳۰۱\times۱۰^{۱۸}\ M_۲\times\frac{۱mol\,M_۲}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}M_۲}\times\frac{۲M\ g}{۱mol\,M_۲}$$

$$۰/۰۸۰۵g\Rightarrow M=۸۰/۵g.mol^{-۱}$$

گام ۲: محاسبهٔ درصد فراوانی‌ها:

درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر را $a_۱$ و درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر را $a_۲$ در نظر می‌گیریم، پس:

$$a_۱+a_۲=۱۰۰\%\rightarrow a_۱=۱۰۰-a_۲$$

$$۸۰/۵\quad\frac{۸۰a_۱+۸۲a_۲}{a_۱+a_۲}\quad\frac{۸۰(۱۰۰-a_۲)+۸۲a_۲}{۱۰۰}$$

$a_۲$ ۲۵%، $a_۱$ ۷۵%

$$\frac{a_۱}{a_۲}=\frac{۷۵}{۲۵}=۳$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** *(میرحسین حسینی)*

تنها مورد چهارم درست است.

مورد اول: برای رسم آرایش الکترونی فشرده یک عنصر از نزدیک‌ترین گاز نجیب ماقبل اتم عنصر مورد نظر استفاده می‌شود.

$$_{۵۶}B:[_{۵۴}Xe]۶s^{۲}$$

مورد دوم: با دقت در آرایش الکترونی اتم $_{۳۵}A:۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۵}$ معلوم می‌شود که این اتم با دریافت یک الکترون و تبدیل شدن به یون A^-، به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب $_{۳۶}Kr$ می‌رسد.

مورد سوم: براساس آرایش‌های الکترونی فشرده، اتم A به یون A^- و اتم B به یون $B^{۲+}$ تبدیل می‌شود و فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل، $BA_۲$ است.

مورد چهارم: با توجه به آرایش الکترونی اتم A، ۱۸ الکترون با $n=۳$ و ۸ الکترون با $n=۲$ هستند.

$$\frac{۱۸}{۸}\quad ۲/۲۵$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۹)

۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی اسدزاده)*

$$I)\ N_۲H_۴(g)+KIO_۳(s)+۲HCl(g)\xrightarrow{۵۰atm}KCl(s)+ICl(g)+N_۲(g)+۳H_۲O(g)$$

$$II)\ ۲FeS(s)+۲SiO_۲(s)+۳O_۲(g)\rightarrow ۲FeSiO_۳(s)+۲SO_۲(g)$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$\frac{۶}{۴}\quad ۱/۵\quad\text{نسبت خواسته شده}$$

گزینهٔ «۲»: با انجام واکنش (I) در یک ظرف دربسته، به‌دلیل افزایش تعداد مول‌های مواد گازی از ۳ به ۵، فشار ظرف افزایش می‌یابد. علامت $(\xrightarrow{۵۰atm})$ نشان می‌دهد که واکنش در فشار ۵۰ اتمسفر انجام می‌شود.

گزینهٔ «۳»: $SO_۲$ یک عامل ایجاد باران اسیدی است.

گزینهٔ «۴»: تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش (II) برابر ۳ بوده، در حالی‌که مجموع شمار اتم‌ها در $PI_۳$ برابر ۴ است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۲ تا ۶۴)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(اکبر هنرمند)*

موارد اول و چهارم درست‌اند.

عبارت اول: با توجه به فرمول ساختاری خواهیم داشت:

$$(NH_۴)_۲SO_۴:\left(H-\underset{H}{\overset{H}{N}}-H\right)^{+}_{۲}\left(O-\underset{O}{\overset{O}{S}}-O\right)^{۲-}\Rightarrow\frac{\text{شمار الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار انواع عنصرها}}=\frac{۲۴}{۴}=۶$$

$$Cu(NO_۳)_۲:Cu^{۲+}\left(O-\overset{O}{\overset{\|}{N}}-O\right)^{-}_{۲}\Rightarrow\frac{\text{شمار الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار انواع عنصرها}}=\frac{۱۶}{۳}$$

عبارت دوم: نقطهٔ جوش گاز هلیم $-۲۶۹°C$ بوده و در هوای مایع با دمای $-۲۰۰°C$ وجود ندارد.

عبارت سوم: گازهای دارای مولکول‌های ناقطبی نیز می‌توانند در آب حل شوند.

عبارت چهارم: تشکیل $O_۳$ از اتم O و مولکول $O_۲$ با آزادشدن انرژی به‌صورت تابش فروسرخ همراه است.

عبارت پنجم: در ارتفاع بالاتر از ۷۵ کیلومتری از سطح زمین، علاوه بر اتم‌ها و مولکول‌های خنثی، یون‌های تک‌اتمی و چنداتمی نیز وجود دارند.

(ترکیبی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۴۷، ۵۰، ۵۵، ۵۶، ۷۴ و ۱۱۵)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(ساجد شیری)*

ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم، برای موازنهٔ کامل واکنش (I) از ضرایب مجهول استفاده می‌کنیم:

$$I)\ aN_۲O_۴+۲KI\rightarrow ۲KNO_۳+bNO+۱I_۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}N:۲a\quad ۲+b\\O:۴a=۶+b\end{cases}\Rightarrow a=۲,b=۲$$

$$?LNO\quad ۵۵/۲gN_۲O_۴\times\frac{۱molN_۲O_۴}{۹۲gN_۲O_۴}\times\frac{۲molNO}{۲molN_۲O_۴}$$

$$\times\frac{۲۲/۴LNO}{۱molNO}=۱۳/۴۴LNO$$

$$II)\ ۴NH_۳+۵O_۲\rightarrow ۴NO+۶H_۲O$$

$?gNH_3 \quad 13/44LNO \times \frac{1molNO}{22/4LNO} \times \frac{4molNH_3}{4molNO}$

$\times \frac{17gNH_3}{1molNH_3} = 10/2gNH_3$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۳، ۶۴، ۸۰ و ۸۱)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود جعفری)*

ابتدا باید مول SO_2 و SO_3 را به‌دست آوریم. مول SO_2 را x و مول SO_3 را y در نظر می‌گیریم.

درصد جرمی $O = \frac{\text{جرم O در } SO_2 + \text{جرم O در } SO_3}{\text{جرم } SO_2 + \text{جرم } SO_3} \times 100$

$$= \frac{64xgSO_2 \times \frac{32gO}{64gSO_2} + 80ygSO_3 \times \frac{48gO}{80gSO_3}}{64x + 80y} \times 100 = 56/25$$

$$\Rightarrow \frac{32x + 48y}{64x + 80y} = \frac{56/25}{100} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{2x + 3y}{4x + 5y} = \frac{9}{16} \Rightarrow 32x + 48y = 36x + 45y$$

$$\Rightarrow 4x = 3y \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{4}y}$$

جرم مخلوط $256g \Rightarrow$ جرم $SO_2 + $ جرم $SO_3 = 256$

$$\Rightarrow 64x + 80y = 256 \Rightarrow 64(\frac{3}{4}y) + 80y = 128y = 256$$

$\Rightarrow y = 2$ و $x = 1/5 \Rightarrow$ مجموع شمار مول‌های گازی $x + y = 3/5$

در مجموع در مخلوط گازی، ۳/۵ مول گاز وجود دارد.

فشار کل $3/5mol$ گاز $\times \frac{0/3atm}{1molگاز} = 1/05atm$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۸۸- **گزینهٔ «۱»** *(قادر باطاری)*

ابتدا گنجایش مقدار آب در هر مخزن را محاسبه می‌کنیم:

$V \quad 4 \times 4 \times 4 = 64m^3 = 64 \times 10^3 L$

$?gH_2O \quad 64 \times 10^3 L \times \frac{1000mL}{1L} \times \frac{1g}{1mL} = 64 \times 10^6 gH_2O$

یون کلرید مورد نیاز روزانه برای هر مخزن:

$?gCl^- \quad 64 \times 10^6 gH_2O \times \frac{142gCl^-}{10^6 gH_2O} = 9088gCl^-$

در نهایت مقدار $CaCl_2$ لازم را حساب می‌کنیم:

$CaCl_2 \rightarrow Ca^{2+} + 2Cl^-$

$?kgCaCl_2 \quad 9088gCl^- \times \frac{1molCl^-}{35/5gCl^-} \times \frac{1molCaCl_2}{2molCl^-}$

$\times \frac{111gCaCl_2}{1molCaCl_2} \times \frac{1kgCaCl_2}{1000gCaCl_2} \simeq 14/2kgCaCl_2$

در مجموع ۵ مخزن داریم:

$5 \times 14/2 = 71kg$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود جعفری)*

براساس نمودار، انحلال‌پذیری KNO_3 در دماهای $45^\circ C$، $34^\circ C$ و $52^\circ C$ به ترتیب برابر با ۷۰ گرم، ۵۰ گرم و ۹۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. ابتدا باید محاسبه کنیم چند گرم KNO_3 را می‌توان در ۳۰ گرم آب با دمای $52^\circ C$ حل کرد.

در دمای $52^\circ C$: $30g$ آب $\times \frac{90gKNO_3}{100gآب} = 27gKNO_3$

با توجه به نمودار اگر ۱۷۰ گرم محلول سیرشدهٔ KNO_3 را از دمای $45^\circ C$ تا $34^\circ C$ سرد کنیم، ۲۰ گرم (۵۰ − ۷۰) رسوب تشکیل می‌شود. با توجه به این اطلاعات، جرم محلول سیرشدهٔ اولیهٔ KNO_3 برابر است با:

محلول سیرشده $229/5g$ $\quad \frac{\text{محلول سیرشده}170g}{\text{رسوب}20g} \times$ رسوب $27g$

حال باید جرم آب و KNO_3 را در این محلول سیرشده که در دمای $45^\circ C$ قرار دارد، به‌دست آوریم:

حل‌شونده $94/5g$ $\quad \frac{\text{حل‌شونده}70g}{\text{محلول سیرشده}170g} \times$ محلول سیرشده $229/5g$

جرم حل‌شونده − جرم محلول سیرشده $=$ جرم آب

$229/5 - 94/5 = 135g$

اختلاف جرم حلال و حل‌شونده $135 - 94/5 = 40/5g$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(نوید آرمات)*

موارد اول، سوم و چهارم درست‌اند.

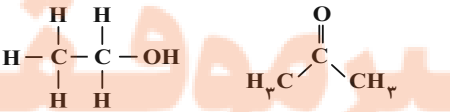
بررسی موارد:

مورد «۱»: اتانول (C_2H_6O) و استون (C_3H_6O) هر دو جزء حلال‌های آلی اکسیژن‌دار هستند.

مورد «۲»: هر دو مولکول می‌توانند با آب پیوند هیدروژنی برقرار نمایند.

مورد «۳»: از اتانول به عنوان حلال در تهیهٔ مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی و از استون به عنوان حلال برخی از چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها استفاده می‌شود.

مورد «۴»: مولکول‌های اتانول و استون مطابق ساختارهای زیر به ترتیب ۸ و ۱۰ پیوند کووالانسی دارند.



مورد «۵»: اتانول ۲ اتم کربن و استون ۳ اتم کربن دارد که مجموع آن‌ها برابر ۵ می‌شود که برابر تعداد اتم‌های پنتان است نه هگزان.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۱)

حسابان ۲

۹۱- گزینهٔ «۴» (عادل حسینی)

فرض می‌کنیم مختصات A' به صورت $A'(x_0, y_0)$ باشد:

$$\begin{cases} 1-2x_0=3 \Rightarrow x_0=-1 \\ y_0=f(3)-3=1-3=-2 \end{cases}$$

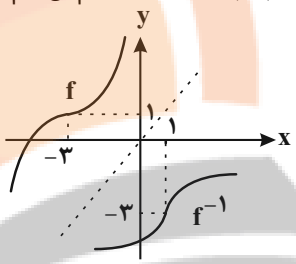
پس $A'(-1,-2)$ است. فاصلهٔ $A(3,1)$ از $A'(-1,-2)$ برابر است با:

$$AA'=\sqrt{(-1-3)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{25}=5$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۲- گزینهٔ «۱» (نسترن صمدی)

قرینهٔ نمودار تابع را نسبت به خط x y رسم می‌کنیم:

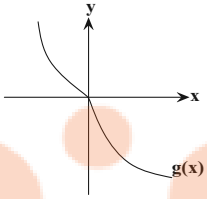


(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹۳- گزینهٔ «۳» (حامد چوقادی)

از آن‌جا که $g(x)$ یک تابع اکیداً نزولی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد، نمودار آن می‌تواند به شکل زیر باشد. برای یافتن دامنهٔ تابع $y=\sqrt{(gof)(x)}$ داریم:

$$(gof)(x)\geq 0 \Rightarrow g(f(x))\geq 0$$



با توجه به نمودار $g(x)$، به‌ازای ورودی‌های کوچک‌تر یا مساوی صفر، مقدار تابع بزرگ‌تر یا مساوی صفر می‌شود.

$$\xrightarrow{g(f(x))\geq 0} f(x)\leq 0 \Rightarrow 3x+5\leq 0 \Rightarrow x\leq -\frac{5}{3}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۴- گزینهٔ «۱» (عادل حسینی)

با تساوی پایه‌های توان، معادله را به صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

$$3^{3-x^2}\geq 3^{2x}$$

تابع $y=3^x$ اکیداً صعودی است، بنابراین نامعادلهٔ بالا به صورت زیر در می‌آید.

$$3-x^2\geq 2x \Rightarrow x^2+2x-3=(x+3)(x-1)\leq 0$$
$$\Rightarrow x\in[-3,1]$$

طول این بازه برابر ۴ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۵- گزینهٔ «۱» (یغما کلانتریان)

$$f(-1)=3 \Rightarrow -1+3a-2+9=3 \Rightarrow a=-1$$
$$g(x) \quad x\,f(2x-1) \Rightarrow g(2)=2f(3)=2(27-27+6+9)=30$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۹۶- گزینهٔ «۱» (علی‌اصغر شریفی)

$$T=\frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow 4\pi=\frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b|=\frac{1}{2}$$

$$|a| \quad 2 \Rightarrow |ab|=2\times\frac{1}{2}=1$$

کم‌ترین مقدار تابع برابر ۲- است. پس:

چون نمودار سینوس قرینه نشده پس $ab>0$ است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحهٔ ۲۷)

۹۷- گزینهٔ «۳» (خرامرز سپهری)

بیشترین مقدار تابع برابر $\frac{1}{2}$ است، بنابراین $|a|$ $\frac{1}{2}$ است، یعنی $a=\pm\frac{1}{2}$.

هم‌چنین فاصلهٔ طولی $x=\frac{3}{4}$ تا $x=\frac{9}{4}$ برابر $\frac{3}{4}$ دورهٔ تناوب است:

$$\frac{3T}{4} \quad \frac{9}{4}-\frac{3}{4}=\frac{6}{4} \Rightarrow T=2$$

$$T_f \quad \frac{2\pi}{|b|\pi}=\frac{2}{|b|}=2 \Rightarrow |b|=1 \Rightarrow b=\pm 1$$

می‌توان حالات $(a \quad \frac{1}{2}, b \quad 1)$ یا $(a \quad -\frac{1}{2}, b=-1)$ را در نظر گرفت.

حال با فرض مثبت بودن a و b داریم:

$$f(x) \quad \frac{1}{2}\sin\pi(x-c)$$

$$\Rightarrow f(\frac{9}{4})=\frac{1}{2}\sin\pi(\frac{9}{4}-c)=\frac{1}{2}\sin\pi(2+\frac{1}{4}-c)=\frac{1}{2}\sin\pi(\frac{1}{4}-c)=0$$

$$\Rightarrow \pi(\frac{1}{4}-c)=k'\pi;\ k'\in\mathbb{Z} \Rightarrow c=k'+\frac{1}{4}$$

k' باید زوج باشد؛ زیرا اگر فرد باشد نمودار نسبت به محور xها قرینه می‌شود که نادرست است:

$$\Rightarrow c=2k+\frac{1}{4}$$

در نتیجه حاصل $a+b+c$ با توجه به علامت a و b به دو صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} a,b<0 & : a+b+c=2k-\frac{5}{4} \\ a,b>0 & : a+b+c=2k+\frac{7}{4} \end{cases}$$

کم‌ترین مقدار مثبت $a+b+c$ به ازای $k=1$ در رابطهٔ $2k-\frac{5}{4}$ به دست می‌آید که برابر $\frac{3}{4}$ خواهد شد.

هم‌چنین در حالات $(a \quad \frac{1}{2}, b \quad -1)$ و $(a \quad -\frac{1}{2}, b=1)$ ضابطهٔ تابع به صورت $f(x) \quad -\frac{1}{2}\sin\pi(x-c)$ خواهد بود. در این حالات نیز هم‌چنان $c \quad k'+\frac{1}{4}$ است، اما k' باید فرد باشد:

$$\Rightarrow c = 2k+1+\frac{1}{4} = 2k+\frac{5}{4}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} a>0, b<0 : a+b+c = 2k+\frac{3}{4} \\ a<0, b>0 : a+b+c = 2k+\frac{7}{4} \end{cases}$$

کم‌ترین مقدار مثبت $a+b+c$ به ازای $k=0$ در رابطهٔ $2k+\frac{3}{4}$ به دست می‌آید که برابر $\frac{3}{4}$ است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** (محمدجواد محسنی)

طول نقاط نمودار تابع $f(x) \quad 4\tan\frac{x}{2}$ نسبت به نمودار تابع $y \quad \tan x$ دوبرابر شده است، پس: $a \quad 2(\frac{\pi}{2}) = \pi$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** (فرامرز سپهری)

در مثلث BCE، $BC=1$ و $BE=\sqrt{5}$ است و طبق رابطهٔ فیثاغورس داریم:

$$CE \quad \sqrt{BE^2-BC^2} = \sqrt{5-1} = 2$$

حال در مثلث ADE رابطهٔ $\tan\alpha = \frac{AD}{DE} = \frac{1}{3}$ و در مثلث BCE نیز رابطهٔ $\tan(\alpha+\beta) = \frac{BC}{CE} = \frac{1}{2}$ را داریم. پس می‌توانیم $\tan\beta$ را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\tan\beta = \tan((\alpha+\beta)-\alpha) = \frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha}{1+\tan(\alpha+\beta)\tan\alpha}$$

$$\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{1+(\frac{1}{2})(\frac{1}{3})} \quad \frac{\frac{1}{6}}{\frac{7}{6}} \quad \frac{1}{7}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** (اکبر کلاه‌ملکی)

$$2\sin x\cos x + 1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x + \cos x$$
$$(2\sin x - 1)\cos x - (2\sin x - 1)\sin x = 0$$
$$\Rightarrow (2\sin x - 1)(\cos x - \sin x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \xrightarrow{0<x<2\pi} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \\ \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \cos x \xrightarrow{0<x<2\pi} x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}+\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{4} = \frac{5\pi}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

حسابان ۲- آشنا

۱۰۱- **گزینهٔ «۲»** (کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)

ابتدا تابع g را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x) \quad \sqrt{x} \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = \sqrt{x+1}$$
$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x ها}} y = -\sqrt{x+1}$$
$$\xrightarrow{\frac{1}{2}\text{ واحد به بالا}} y = -\sqrt{x+1}+\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\sqrt{x+1}+\frac{1}{2}$$

برای یافتن ریشه‌های معادلهٔ $g(2x)=0$، کافی است ریشه‌های معادلهٔ $g(x)=0$ را بر ۲ تقسیم کنیم.

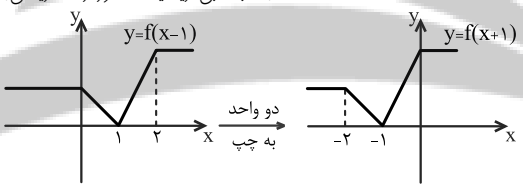
$$g(x) \quad -\sqrt{x+1}+\frac{1}{2}=0 \Rightarrow \sqrt{x+1}=\frac{1}{2}$$

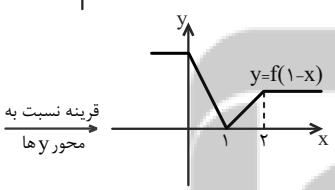
$$\Rightarrow x+1=\frac{1}{4} \Rightarrow x=\frac{-3}{4}$$

پس ریشهٔ معادلهٔ $g(2x)=0$ برابر با $\frac{\frac{-3}{4}}{2} \quad \frac{-3}{8}$ x است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** (کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)





(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

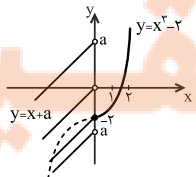
۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** (کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^3-2 & ;x\geq 0 \\ x+a & ;x<0 \end{cases}$$

برای رسم ضابطهٔ بالایی تابع f، نمودار تابع $y \quad x^3$ را دو واحد به پایین منتقل کرده، سپس قسمت چپ محور yها را حذف می‌کنیم.

با توجه به نمودار، برای آنکه برد تابع برابر با R شود، باید $a\geq -2$ باشد، پس کمترین مقدار a برابر با -2 است.



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)*

اگر f مثبت و اکیداً نزولی باشد، توابع $f^{۳}$ و $\sqrt{f}$ نیز مثبت و اکیداً نزولی هستند. همچنین تابع $\frac{۱}{f}$ مثبت و اکیداً صعودی اما $-\frac{۱}{f}$ منفی و اکیداً نزولی است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۰۵- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)*

می‌دانیم اگر چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-x_۰$ بخش‌پذیر باشد، $p(x_۰)=۰$ است. پس ابتدا ریشهٔ معادلهٔ $a^{۱۲}-۸۱=۰$ را حساب می‌کنیم:

$$a^{۱۲}=۳^{۴} \Rightarrow a=\pm\sqrt[۱۲]{۳^{۴}}=\pm\sqrt[۳]{۳}$$

این همان ریشه‌های عبارت داده شده در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» است.

بنابراین چندجمله‌ای $a^{۱۲}-۸۱$ بر $a^{۴}-۹$ بخش‌پذیر نیست.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)*

دوره‌ی تناوب تابع $f(x)=۲\sin\frac{\pi x}{۲}$ برابر با $T=\frac{۲\pi}{|b|}=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}}=۴$ است،

بنابراین در هر بازه به طول ۴، تابع یک‌بار تکرار می‌شود؛ پس در بازه‌ی $[-۱,۱۵]$ که طول بازه برابر با $۱۶=(-۱)-۱۵$ است، نمودار تابع $\frac{۱۶}{۴}$ ۴ بار تکرار می‌شود.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحهٔ ۲۷)

۱۰۷- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)*

در رابطه‌ی داده شده x را $\frac{\pi}{۳}$ قرار می‌دهیم.

$$f(x)=۲\cos x+۳f(\frac{\pi}{۳}) \xrightarrow{x\ \frac{\pi}{۳}} f(\frac{\pi}{۳})=۲\times\frac{۱}{۲}+۳f(\frac{\pi}{۳})$$

$$\Rightarrow -۲f(\frac{\pi}{۳})=۱ \Rightarrow f(\frac{\pi}{۳})=\frac{-۱}{۲}$$

بنابراین:

$$f(x) \quad ۲\cos x-\frac{۳}{۲}$$

مینیمم تابع f به ازای $\cos x=-۱$ حاصل می‌شود و برابر $-۲-\frac{۳}{۲}=\frac{-۷}{۲}$ است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)*

با توجه به نمودار داده شده، نقطهٔ $(۳\ ,\ ۰)$ روی این تابع قرار دارد. پس:

$$f(x) \quad a+\sin(b\pi x) \xrightarrow{(۰\ ,\ ۳)\in f} ۳=a+\sin ۰ \Rightarrow a=۳$$

از طرفی با توجه به نمودار تابع، واضح است که دورهٔ تناوب این تابع برابر $۴=۱-۵$ است، پس:

$$T \quad \frac{۲\pi}{|b\pi|}=۴ \Rightarrow ۲\pi=۴|b|\pi \Rightarrow |b|=\frac{۱}{۲} \Rightarrow b=\pm\frac{۱}{۲}$$

اما $b=\frac{۱}{۲}$ قابل قبول نیست، زیرا در این حالت داریم:

$$f(x) \quad ۳+\sin\frac{\pi}{۲}x \xrightarrow{x\ ۱} f(۱)=۳+\sin\frac{\pi}{۲}=۴$$

که طبق نمودار، $f(۱)<۳$، لذا $b=-\frac{۱}{۲}$ است.

$$\Rightarrow f(x)=۳+\sin(-\frac{\pi}{۲}x)=۳-\sin\frac{\pi}{۲}x$$

$$\xrightarrow{x\ \frac{۲۵}{۳}} f(\frac{۲۵}{۳})=۳-\sin\frac{۲۵\pi}{۶}=۳-\sin(۴\pi+\frac{\pi}{۶})$$

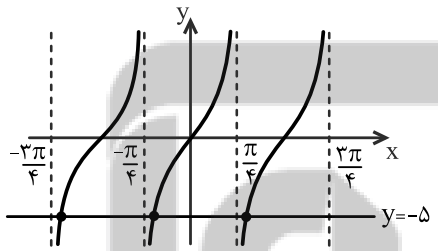
$$۳-\sin\frac{\pi}{۶}=۳-\frac{۱}{۲}=۲/۵$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۰۹- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)*

$$۵+\tan ۲x=۰ \Rightarrow \tan ۲x=-۵$$

جواب‌های معادلهٔ بالا، محل‌های تلاقی نمودار تابع $\tan ۲x$ با خط $y=-۵$ است. از آنجایی‌که دورهٔ تناوب تابع $y=\tan ۲x$، $T=\frac{\pi}{۲}$ است، در هر بازه‌ای به‌طول $\frac{\pi}{۲}$ یک شکل کامل از تابع تانژانت رسم می‌شود و نمودار آن با توجه به بازه‌ها به‌صورت زیر است.



با توجه به نمودار دیده می‌شود که خط $y=-۵$ در بازهٔ $(\frac{-۳\pi}{۴}\ ,\ ۰)$ نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند و معادله در این بازه دو ریشه دارد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی ریاضیات کنکور رشتهٔ ریاضی)*

$$\sin\frac{۵\pi}{۶}+\sin(\frac{\pi}{۲}+x)\sin(\pi+x) \quad ۰$$

$$\Rightarrow \sin(\pi-\frac{\pi}{۶})+\cos x(-\sin x)=۰$$

$$\sin\frac{\pi}{۶}=\sin x\cos x \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\sin x\cos x \Rightarrow ۱=\sin ۲x$$

$$\Rightarrow ۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۴}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

تلاشی درخور برای موفقیت

هندسه ۳

۱۱۱- **گزینهٔ «۲»** (محمد خندان)

$$AB\begin{bmatrix}۲ & ۴ & -۱\\ ۱ & -۲ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴ & ۲\\ ۰ & -۲\\ ۳ & x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵ & -x-۴\\ ۱۰ & ۲x+۶\end{bmatrix}$$

ماتریس AB در صورتی وارون‌پذیر نیست که دترمینان آن برابر صفر باشد.

داریم:

$$|AB|\quad ۵(۲x+۶)-۱۰(-x-۴)=۲۰x+۷۰=۰\Rightarrow x=\frac{-۷}{۲}$$

بنابراین ماتریس AB تنها به‌ازای یک مقدار x، وارون‌پذیر نیست.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۱۱۲- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا فلاح)

روش اول:

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-۱}=\frac{۱}{-۳}\begin{bmatrix}-۱ & -۱\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}$$

$$\alpha A+\beta A^{-۱}=۲I\Rightarrow\alpha\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}-\frac{۱}{۳}\beta\begin{bmatrix}-۱ & -۱\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}۲\alpha+\frac{۱}{۳}\beta & \alpha+\frac{۱}{۳}\beta\\ \alpha+\frac{۱}{۳}\beta & -\alpha-\frac{۲}{۳}\beta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha+\frac{۱}{۳}\beta=۰\\ ۲\alpha+\frac{۱}{۳}\beta=۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=۲\\ \beta=-۶\end{cases}$$

مقادیر به‌دست آمده در رابطهٔ $-\alpha-\frac{۲}{۳}\beta=۲$ نیز صدق می‌کنند، بنابراین داریم:

$$\alpha+\beta=۲-۶=-۴$$

روش دوم: هر ماتریس ۲×۲ به فرم $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ در رابطهٔ $A^{۲}-(a+d)A+|A|I=\bar{O}$ صدق می‌کند.

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}\Rightarrow A^{۲}-(۲-۱)A+(۲\times(-۱)-۱\times۱)I=\bar{O}$$

$$\Rightarrow A^{۲}-A-۳I=\bar{O}\quad(۱)$$

$$\alpha A+\beta A^{-۱}=۲I\xrightarrow{\times A}\alpha A^{۲}+\beta I=۲A$$

$$\alpha A^{۲}-۲A+\beta I=\bar{O}\xrightarrow{\div\alpha}A^{۲}-\frac{۲}{\alpha}+\frac{\beta}{\alpha}I=\bar{O}\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\begin{cases}-\frac{۲}{\alpha}=-۱\Rightarrow\alpha=۲\\ \frac{\beta}{\alpha}=-۳\Rightarrow\beta=-۳\alpha=-۶\end{cases}\Rightarrow\alpha+\beta=-۴$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۱۳- **گزینهٔ «۲»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

ابتدا ماتریس A را به‌دست می‌آوریم و درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$A=\begin{bmatrix}b & b+۱\\ ۲a & b\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-b & -۲\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}-b^{۲}+۴b+۴ & -b+۱\\ -۲ab+۴b & -۴a+b\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-b+۱=۰\Rightarrow b=۱\\ -۲ab+۴b=۰\end{cases}\Rightarrow-۲a+۴=۰\Rightarrow a=۲$$

پس ماتریس A به صورت $A=\begin{bmatrix}۷ & ۰\\ ۰ & -۷\end{bmatrix}$ به‌دست می‌آید. داریم:

$$A^{n}\quad\begin{bmatrix}۷^{n} & ۰\\ ۰ & (-۷)^{n}\end{bmatrix}$$

بنابراین توان‌های زوج در ماتریس A اسکالر هستند.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا فلاح)

$$A^{۲}=A\times A=\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۱\\ -۱ & -۱\end{bmatrix}$$

$$A^{۳}=A^{۲}\times A=\begin{bmatrix}۰ & ۱\\ -۱ & -۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}=-I$$

$$\Rightarrow A^{۱۲}=(A^{۳})^{۴}=(-I)^{۴}=I$$

$$B^{۲}=B\times B=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=I$$

$$\Rightarrow B^{۱۰}=(B^{۲})^{۵}=I^{۵}=I$$

$$(A^{۱۲}\times B^{۱۰})^{-۱}=(I\times I)^{-۱}=(I^{۲})^{-۱}=I^{-۱}=I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۱۱۵- **گزینهٔ «۳»** (سهام مجیدی‌پور)

$$A-A^{۲}-I=\bar{O}\Rightarrow A^{۲}=A-I\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}}A^{۴}=(A-I)^{۲}$$

$$\Rightarrow A^{۴}=A^{۲}-۲A+I=(A-I)-۲A+I=-A$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}}A^{۸}=(-A)^{۲}=A^{۲}$$

$$\Rightarrow A^{۸}+A=A^{۲}+A=(A-I)+A=۲A-I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

فرض کنید $B=\begin{bmatrix}1&2\\3&-1\end{bmatrix}$ و $C=\begin{bmatrix}-1&2\\3&4\end{bmatrix}$ باشد. در این صورت داریم:

$$|B|\ \ 1\times(-1)-2\times3=-7\Rightarrow B^{-1}=\frac{-1}{7}\begin{bmatrix}-1&-2\\-3&1\end{bmatrix}$$

$$|C|\ \ -1\times4-2\times3=-10\Rightarrow C^{-1}=-\frac{1}{10}\begin{bmatrix}4&-2\\-3&-1\end{bmatrix}$$

$$BAC\ \ 7I\Rightarrow A=B^{-1}(7I)C^{-1}=7B^{-1}C^{-1}$$

$$=7(-\frac{1}{7})(-\frac{1}{10})\begin{bmatrix}-1&-2\\-3&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&-2\\-3&-1\end{bmatrix}\ \ \frac{1}{10}\begin{bmatrix}2&4\\-15&5\end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:

$$\frac{1}{10}(2+4-15+5)=-\frac{4}{10}=-\frac{2}{5}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصّه‌خان)*

دستگاه معادلات $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ درصورتی جواب ندارد که $\frac{a}{a'}\ \ \frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{m}{2}\ \ \frac{m+1}{3m+1}\neq\frac{1}{2m}$$

$$\frac{m}{2}\ \ \frac{m+1}{3m+1}\Rightarrow 3m^2+m=2m+2$$

$$\Rightarrow 3m^2-m-2=0\Rightarrow\begin{cases}m&1\\m&\frac{-2}{3}\end{cases}$$

$$\frac{m}{2}\neq\frac{1}{2m}\Rightarrow m^2\neq1\Rightarrow m\neq1,-1$$

بنابراین به ازای $m=-\frac{2}{3}$، دستگاه جواب ندارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۲۶)

۱۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصّه‌خان)*

درایه های سطر اول ماتریس در ۱، درایه‌های سطر دوم ماتریس در ۲ و درایه‌های سطر سوم ماتریس در ۳ ضرب می‌شوند و به‌طور مشابه درایه‌های ستون‌های اول، دوم و سوم ماتریس به ترتیب در ۱، ۲ و ۳ ضرب می‌شوند،

بنابراین داریم: $|B|\ \ (1\times2\times3)\times(1\times2\times3)\,|A|=3!\times3!\,|A|$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۳۱)

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیر وفائی)*

$$A=\begin{bmatrix}3|A|&2\\5&|A|\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=3|A|^2-10$$

$$\Rightarrow 3|A|^2-|A|-10=0\Rightarrow(3|A|+5)(|A|-2)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}|A|=-\frac{5}{3}\\|A|=2\end{cases}$$

$$|A|=-\frac{5}{3}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}-5&2\\5&-\frac{5}{3}\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-1}=-\frac{3}{5}\begin{bmatrix}-\frac{5}{3}&-2\\-5&-5\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1&\frac{6}{5}\\3&3\end{bmatrix}$$

$$|A|=2\Rightarrow A=\begin{bmatrix}6&2\\5&2\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2&-2\\-5&6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&-1\\-\frac{5}{2}&3\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ ، ۲۳ و ۳۰)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

ابتدا دترمینان داده شده را برحسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix}x&1&x\\x&x&1\\1&x&x\end{vmatrix}=0\Rightarrow x(x^2-x)-1(x^2-1)+x(x^2-x)=0$$

$$\Rightarrow x^2(x-1)-(x-1)(x+1)+x^2(x-1)=0$$

$$\Rightarrow(x-1)\left[x^2-x-1+x^2\right]=0\Rightarrow(x-1)(2x^2-x-1)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x-1=0\Rightarrow x=1\\2x^2-x-1=0\Rightarrow\begin{cases}x&1\\x&-\frac{1}{2}\end{cases}\end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو جواب است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

تلاشی درمسیر موفقیت

ریاضیات گسسته

۱۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(محمد هجری)*

گزارهٔ «الف» در حالت کلی درست نیست، چون اگر $a=0$ باشد، آنگاه $a(b+c)=0$ و در نتیجه گویا است.

گزارهٔ «ب» نادرست است، چون وارون عدد گنگ c، عددی گنگ است و در نتیجه حاصل‌ضرب آن در عدد گویای غیر صفر b، عددی گنگ است، یعنی $b\times\frac{1}{c}=\frac{b}{c}$ به مجموعهٔ اعداد گویا تعلق ندارد.

گزارهٔ «پ» در حالت کلی درست نیست. به عنوان مثال نقض داریم:

$$\left.\begin{matrix}c=2^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\\ d=\sqrt{2}\end{matrix}\right\}\Rightarrow c^d=\left(2^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{2}}=2^{\frac{1}{\sqrt{2}}\times\sqrt{2}}=2^1\in\mathbb{Q}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر $a\mid b$ و $b\mid c$، آن‌گاه طبق خاصیت تعدی $a\mid c$ و در نتیجه داریم:

گزینهٔ «۱»: $\left.\begin{matrix}a\mid b\\ a\mid c\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}}a\mid b-c$

گزینهٔ «۲»: $\left.\begin{matrix}a\mid c\\ b\mid c\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{ضرب}}ab\mid c^2$

گزینهٔ «۴»: $\left.\begin{matrix}a\mid b\\ a\mid c\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{ضرب}}a^2\mid bc$

به‌عنوان مثال نقض برای گزینهٔ «۳»، می‌توانیم $a=1$، $b=2$ و $c=8$ را در نظر بگیریم.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

اگر $q>r$ باشد، داریم:

$$a\quad 37(r+1)+r=38r+37\xrightarrow{\max(r)\ 36}a=1405$$

اگر $q<r$ باشد، داریم:

$$a\quad 37(r-1)+r=38r-37\xrightarrow{\max(r)\ 36}a=1331$$

بنابراین بیشترین مقدار a برابر ۱۴۰۵ و مجموع ارقام آن برابر ۱۰ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(حسین خزایی)*

طبق قضیهٔ تقسیم داریم:

$$\begin{matrix}345\quad bq+9\Rightarrow bq=336\Rightarrow b\mid 336\\ 245\quad bq'+5\Rightarrow bq'=240\Rightarrow b\mid 240\end{matrix}\Rightarrow b\mid(336,240)$$

$$\left.\begin{matrix}336\quad 2^4\times3\times7\\ 240\quad 2^4\times3\times5\end{matrix}\right\}\Rightarrow(336,240)=2^4\times3=48\Rightarrow b\mid 48$$

$$\Rightarrow\max(b)=48$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

$$2^5\quad 32\overset{23}{\equiv}9\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}}2^{10}\overset{23}{\equiv}81\overset{23}{\equiv}12\xrightarrow{\times2}2^{11}\overset{23}{\equiv}24\overset{23}{\equiv}1$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۶}}2^{66}\overset{23}{\equiv}1\xrightarrow{\times2}2^{68}\overset{23}{\equiv}4\Rightarrow 2^{68}+a\overset{23}{\equiv}4+a\overset{23}{\equiv}0$$

$$\Rightarrow a\overset{23}{\equiv}-4\overset{23}{\equiv}19$$

بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی مورد نظر برابر ۱۹ است،که باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر ۴، برابر ۳ بوده و در نتیجه به $[3]_4$ تعلق دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

$$\begin{cases}3^3=27\overset{7}{\equiv}-1\\ 5^3=125\overset{7}{\equiv}-1\end{cases}$$

تلاشی درمسیر موفقیت

$$۳^{۳n+۱۱}\times۵^{۳n+۱۲}+۲\overset{۷}{\equiv}۳^{۳n}\times۳^{۱۱}\times۵^{۳n}\times۵^{۱۲}+۲$$

$$\overset{۷}{\equiv}۱۵^{۳n}\times(-۱)^{۳}\times۲\times(-۱)^{۴}+۲\overset{۷}{\equiv}۱^{۳n}\times(-۱)^{۳}\times۳^{۲}\times(۳^{۳})^{۳}\times(۵^{۳})^{۴}+۲$$

$$\overset{۷}{\equiv}-۲+۲\overset{۷}{\equiv}۰$$

یعنی این عدد به ازای همهٔ مقادیر طبیعی n، بر ۷ بخش‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصّه‌خان)*

عددی مضرب ۴۴ است، که مضرب ۴ و ۱۱ باشد.

$$\overline{۴۲a۵b}\overset{۴}{\equiv}۰\Rightarrow\overline{۵b}\overset{۴}{\equiv}۰\Rightarrow\begin{cases}b=۲\\ b=۶\end{cases}$$

$$\overline{۴۲a۵b}\overset{۱۱}{\equiv}۰\Rightarrow b-۵+a-۲+۴\overset{۱۱}{\equiv}۰\Rightarrow a+b\overset{۱۱}{\equiv}۳$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a+b=۳\\ a+b=۱۴\end{cases}$$

$$b=۲\xrightarrow{a+b=۳}a=۱\Rightarrow a\times b=۲$$

$$b=۶\xrightarrow{a+b=۱۴}a=۸\Rightarrow a\times b=۴۸$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار $a\times b$، برابر ۴۸ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(سیدوحید ذوالفقاری)*

فرض کنید $d=(۵n+۴,۷n-۵)$ باشد. در این‌صورت داریم:

$$\left.\begin{matrix}d\mid۵n+۴\xrightarrow{\times۷}d\mid۳۵n+۲۸\\ d\mid۷n-۵\xrightarrow{\times۵}d\mid۳۵n-۲۵\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}}d\mid۵۳\xrightarrow{d\neq۱}d=۵۳$$

$$۵۳\mid۵n+۴\Rightarrow۵n+۴\overset{۵۳}{\equiv}۰\Rightarrow۵n\overset{۵۳}{\equiv}-۴\overset{۵۳}{\equiv}-۴+۳\times۵۳$$

$$\Rightarrow۵n\overset{۵۳}{\equiv}۱۵۵\xrightarrow[(۵۳,۵)\ ۱]{\div۵}n\overset{۵۳}{\equiv}۳۱\Rightarrow n=۵۳k+۳۱$$

بنابراین تنها مقادیر دو رقمی n عبارت‌اند از: ۳۱ و ۸۴

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

۱۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(نیلوفر مهدوی)*

شرط لازم و کافی برای آن‌که معادلهٔ سیالهٔ $ax+by=c$ جواب داشته باشد آن است که $(a,b)\mid c$، یعنی $(a,b)\mid۴۲$ و $(a,b)\nmid۲۸$.

پس اعدادی را باید از مقسوم علیه‌های ۴۲ انتخاب کنیم که مقسوم علیه ۲۸ نباشند، در نتیجه داریم: $(a,b)=۳$ یا ۶ یا ۲۱ یا ۴۲

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(علی ایمانی)*

فرض کنید تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی به‌ترتیب برابر x و y باشد. در این‌صورت داریم:

$$۲۰۰x+۵۰۰y=۱۳۰۰۰\Rightarrow۲x+۵y=۱۳۰$$

$$\Rightarrow۵y\overset{۲}{\equiv}۱۳۰\Rightarrow y\overset{۲}{\equiv}۰\Rightarrow y=۲k\quad(k\in\mathbb{Z})$$

$$۲x+۵(۲k)=۱۳۰\Rightarrow۲x=-۱۰k+۱۳۰\Rightarrow x=-۵k+۶۵$$

$$\left.\begin{matrix}x>۰\Rightarrow-۵k+۶۵>۰\Rightarrow k<۱۳\\ y>۰\Rightarrow۲k>۰\Rightarrow k>۰\end{matrix}\right\}\Rightarrow۱\le k\le۱۲$$

بنابراین درصورتی که بخواهیم از هر دو مدل اسکناس استفاده کنیم، به ۱۲ طریق می‌توان این‌کار را انجام داد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحهٔ ۲۹)

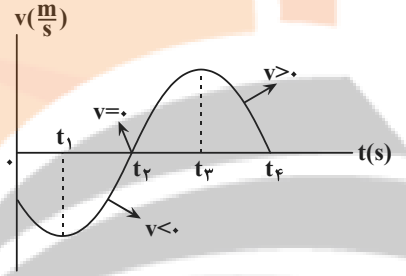
تلاشی در مسیر موفقیت

فیزیک ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین برادران)

در نمودار سرعت- زمان در لحظه‌ای که نمودار محور زمان را قطع می‌کند و علامت سرعت عوض می‌شود. جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. بنابراین در بازهٔ زمانی که لحظهٔ t_4 در آن بازه قرار داشته باشد، چون جهت حرکت متحرک تغییر کرده است، مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی با یکدیگر برابر نیستند.

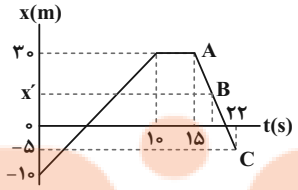
در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4، $v>0$ است و متحرک در جهت محور x ها در حال حرکت است بنابراین در این بازهٔ زمانی جهت حرکت متحرک ثابت است و مسافت و بزرگی جابه‌جایی با هم برابر است.



(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۱۳۲- **گزینهٔ «۱»** (میثم رستمیان)

بزرگی سرعت متوسط در هر بازه را به‌طور جداگانه به‌دست می‌آوریم:



$$\text{طبق نمودار} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -10\,m \\ t_2 = 15s \Rightarrow x_2 = 30\,m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av[0,15]} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30-(-10)}{15-0} = \frac{8}{3}\frac{m}{s} \quad (*)$$

برای یافتن مکان در لحظهٔ $t = 20s$ از یکسان بودن شیب خط یک بار با در نظر گرفتن دو نقطهٔ A و C و بار دیگر با در نظر گرفتن دو نقطهٔ A و B استفاده می‌کنیم:

$$\text{شیب خط} = \frac{x_C - x_A}{t_C - t_A} = \frac{-5-30}{22-15} = -5$$

$$\text{شیب خط} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{x'-30}{20-15} = \frac{x'-30}{5} \Rightarrow \frac{x'-30}{5} = -5$$

$$\Rightarrow x' = 5m$$

بنابراین اندازهٔ سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ دوم برابر است با:

$$\begin{cases} t_1 = 10s \Rightarrow x_1 = 30m \\ t_2 = 20s \Rightarrow x_2 = 5m \end{cases} \Rightarrow |v_{av[10,20]}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|5-30|}{20-10} = \frac{5}{2}\frac{m}{s} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*),(**)} \frac{|v_{av[0,15]}|}{|v_{av[10,20]}|} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{5}{2}} = \frac{16}{15}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۳۳- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین برادران)

اگر طول پل را برابر با L و طول قطار را برابر با L' در نظر بگیریم، در حالتی‌که تمام طول قطار روی پل قرار دارد، مسافتی که طی می‌کند برابر است با:

$$d_1 \quad L - L'$$

و مسافت طی شده توسط قطار زمانی‌که وارد پل می‌شود تا زمانی‌که به‌طور کامل از پل خارج شود برابر است با:

$$d_2 \quad L + L'$$

با توجه به این‌که تندی قطار ثابت است، داریم:

$$v \quad 108\frac{km}{h} \quad \frac{108}{3/6}\frac{m}{s} \quad 30\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow d_2 - d_1 = v(t_2 - t_1)$$

$$\xrightarrow{t_2 - t_1 = 15s} (L + L') - (L - L') = 30 \times 15$$

$$\Rightarrow 2L' = 30 \times 15 \Rightarrow L' = 225m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۳۴- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین مبوّزی)

ابتدا با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب، سرعت اولیه را می‌یابیم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \frac{v_3 + v_0}{2} \xrightarrow[\Delta t = 3-0 = 3s]{\Delta x = 0-9 = -9m,\ v_3 = 0} \frac{-9}{3} = \frac{0 + v_0}{2}$$

$$\Rightarrow v_0 = -6\frac{m}{s}$$

اکنون شتاب متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v \quad at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 3 + (-6) \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

بنابراین معادلهٔ سرعت - زمان متحرک برابر است با:

$$v \quad at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۵- **گزینهٔ «۴»** (عباس اصغری)

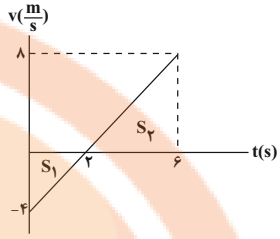
با توجه به معادلهٔ مکان، شتاب حرکت و سرعت اولیه آن مشخص است. بنابراین، ابتدا معادلهٔ سرعت را به‌دست می‌آوریم و نمودار سرعت - زمان آن را رسم می‌کنیم.

$$\begin{matrix} x & t^2 - 4t + 10 \\ x & \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4\frac{m}{s} \end{cases}$$

حال معادلهٔ سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم.

$$v \quad at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4$$

اکنون، به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان، جابه‌جایی و مسافت متحرک را می‌یابیم.



بنابراین داریم:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = (\frac{-4\times 2}{2}) + (\frac{4\times 8}{2})$$

$$\Rightarrow \Delta x = -4 + 16 = 12m$$

$$\ell \quad |S_1| + |S_2| = |-4| + 16 = 20m$$

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$$

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

در ابتدا h را می‌یابیم. با انتخاب محل رها کردن گلوله به عنوان مبدأ مکان و جهت مثبت به سمت پایین، داریم:

$$y \quad \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow h = \frac{1}{2}\times 10\times (4)^2 + 0 \Rightarrow h = 80m$$

برای محاسبهٔ تندی گلوله در ارتفاع ۶۰ متری از سطح زمین با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی، داریم:

$$v^2 \quad 2g\Delta y \Rightarrow v^2 = 2\times 10\times (80-60) \Rightarrow v = 20\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

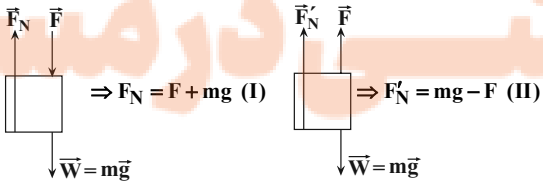
$$\vec{F}_{net} \quad m\vec{a} \xrightarrow[m'=2m]{\vec{a}'=-2\vec{a}} \vec{F}'_{net} = -4m\vec{a}$$

$$\xrightarrow[\vec{F}_1 \quad m\vec{a}]{\vec{F}'_{net}=\vec{F}_1+\vec{F}_2} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -4\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -5\vec{F}_1$$

(فیزیک ۳ – دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین برادران)*

نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow F_N = F + mg \ (I) \qquad \Rightarrow F'_N = mg - F \ (II)$$

با توجه به این‌که نیروی عکس‌العمل سطح ۲۰ درصد کاهش یافته است. بنابراین داریم:

$$F'_N = 0/8F_N \xrightarrow{I,II} mg - F = \frac{4}{5}(F + mg)$$

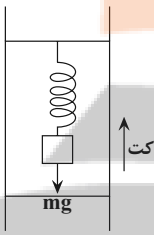
$$\Rightarrow \frac{mg}{5} = \frac{9}{5}F \Rightarrow F = \frac{mg}{9} \xrightarrow{F'_N = mg - F} F'_N = \frac{8}{9}mg$$

$$\xrightarrow[g \quad 10\frac{N}{kg}]{m \quad 3kg} F'_N = \frac{8}{9}\times 30 = \frac{80}{3}N \Rightarrow \vec{F}'_N = \frac{80}{3}\vec{j}(N)$$

(فیزیک ۳ – دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

وقتی سرعت آسانسور ثابت است ($a = 0$) طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} \quad ma \Rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\xrightarrow[a \quad 0]{F_e \quad kx} kx - mg = 0 \Rightarrow kx = mg$$

$$\xrightarrow[x \quad 32-20=12cm]{k \quad 200\frac{N}{m} \quad 2\frac{N}{cm}} 2\times 12 = mg$$

$$\Rightarrow mg = 24N \Rightarrow m = \frac{24}{10} = 2/4kg$$

در حالت دوم طول فنر برابر است با $32 - 3 = 29cm$، در نتیجه تغییر طول فنر نسبت به حالت آزاد برابر است با: $x' = 29 - 20 = 9cm$

در این حالت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow kx' - mg = ma \Rightarrow 2\times 9 - 2/4\times 10 = 2/4a$$

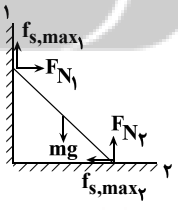
$$\Rightarrow -6 = 2/4a \Rightarrow a = -2/5\frac{m}{s^2}$$

یعنی جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.

(فیزیک ۳ – دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۱۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(رضا امامی)*

مطابق شکل، از طرف دیوار قائم، نیروی $\vec{F}_{N_1}$ وارد می‌شود. با توجه به جهت سرخوردن نردبان و اینکه قرار است نردبان در آستانهٔ حرکت باشد، باید نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر باشد، بنابراین طبق قانون اول نیوتون داریم:



$$\begin{cases} F_{(net)_y} \quad 0 \Rightarrow mg = f_{s,max_1} + F_{N_2} \\ F_{(net)_x} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = f_{s,max_2} \end{cases}$$

هم‌چنین با توجه به این‌که نردبان در آستانهٔ سرخوردن و دیوار قائم بدون اصطکاک $(f_{s,max_1} = 0)$ است، داریم:

$$f_{s,max_2} \quad \mu_s F_{N_2} \xrightarrow[\mu_s = 0/5, g = 10\frac{N}{kg}]{F_{N_2} \quad mg, m \quad 10kg}$$

$$f_{s,max_2} \quad 0/5\times 100 = 50N$$

$$\xrightarrow{F_{N_1} \quad f_{s,max_2}} F_{N_1} = 50N$$

(فیزیک ۳ – دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۳)

شیمی ۳

۱۴۱- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا پورجاوید)

بررسی موارد نادرست:

گزینهٔ «۱»: اتیلن گلیکول و اتانول هر دو امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند.

گزینهٔ «۲»: فرمول مولکولی وازلین $C_{۲۵}H_{۵۲}$ بوده و یک آلکان به شمار می‌رود که در فرمول پیوند- خط آن از ۲۴ خط (مربوط به پیوندهای $C-C$) استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۴»: ۲۰ درصد جرمی اوره با فرمول $CO(NH_۲)_۲$ از کربن تشکیل شده است:

$$\%C \quad \frac{(۱\times ۱۲)gC}{۶۰g\text{اوره}}\times ۱۰۰ = \%۲۰$$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۴ و ۵)

۱۴۲- **گزینهٔ «۲»** (مینا شرافتی‌پور)

$$۸/۶۴gAB\times\frac{۱۰۰gH_۲O}{۳۲gAB}=۲۷gH_۲O$$

$$۱۰۰g\text{ناخالص}NaOH\times\frac{۸۰g\text{خالص}}{۱۰۰g\text{ناخالص}}\times\frac{۱molNaOH}{۴۰gNaOH}\times\frac{۱molH_۲O}{۱molNaOH}\times\frac{۱۸gH_۲O}{۱molH_۲O}\times\frac{x}{۱۰۰}$$

$$۲۷gH_۲O\Rightarrow x=۷۵\%$$

پس ۲۵٪ $NaOH$ خالص واکنش نداده است.

$$۱۰۰gNaOH\times\frac{۸۰}{۱۰۰}\times\frac{۲۵}{۱۰۰}=۲۰gNaOH$$

⇐ فرمول صابون: $C_{۱۸}H_{۳۷}COONa$

$$۱۰۰g\text{ناخالص}NaOH\times\frac{۸۰g\text{خالص}}{۱۰۰g\text{ناخالص}}\times\frac{۱molNaOH}{۴۰gNaOH}\times\frac{۱mol\text{صابون}}{۱molNaOH}$$

$$\text{صابون}\quad\frac{۳۲۰g\text{صابون}}{۱mol\text{صابون}}\times\frac{۷۵}{۱۰۰}=۴۸۰g$$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱۴۳- **گزینهٔ «۱»** (سید محمدرضا میرقائمی)

با توجه به معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش‌های زیر خواهیم داشت:

$$۲RCOONa+CaCl_۲\rightarrow(RCOO)_۲Ca+۲NaCl$$

$$۳CaCl_۲+۲Na_۳PO_۴\rightarrow Ca_۳(PO_۴)_۲+۶NaCl$$

جرم مولی $RCOO^-$: $۲۷۸-۲۳=۲۵۵g.mol^{-۱}$

جرم مولی رسوب $(RCOO)_۲Ca$: $(۲۵۵\times۲)+۴۰=۵۵۰g.mol^{-۱}$

$$۲۷/۵g(RCOO)_۲Ca\times\frac{۱mol(RCOO)_۲Ca}{۵۵۰g(RCOO)_۲Ca}\times\frac{۱molCaCl_۲}{۱mol(RCOO)_۲Ca}$$

$$\times\frac{۱molCa^{۲+}}{۱molCaCl_۲}\times\frac{۴۰gCa^{۲+}}{۱molCa^{۲+}}=۲gCa^{۲+}$$

$$ppm\quad\frac{\text{گرم}Ca^{۲+}}{\text{گرم محلول}}\times۱۰^۶=\frac{۲}{۱۰۰۰}\times۱۰^۶=۲۰۰۰$$

برای قسمت دوم مسأله خواهیم داشت:

$$۲۷/۵g(RCOO)_۲Ca\times\frac{۱mol(RCOO)_۲Ca}{۵۵۰g(RCOO)_۲Ca}\times\frac{۱molCaCl_۲}{۱mol(RCOO)_۲Ca}$$

$$\times\frac{۲molNa_۳PO_۴}{۳molCaCl_۲}\simeq۰/۰۳۳molNa_۳PO_۴$$

(شیمی ۳: صفحهٔ ۹)

۱۴۴- **گزینهٔ «۲»** (محمدحسن محمدزاده مقدم)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: از واکنش این پودر با آب، گاز هیدروژن تولید می‌شود که به پاک‌کنندگی کمک می‌کند.

گزینهٔ «۳»: واکنش این مخلوط با آب گرماده است که با افزایش دمای آب به فرایند پاک‌کنندگی کمک می‌کند.

گزینهٔ «۴»: این پاک‌کننده همچون پاک‌کننده‌های خورنده علاوه بر برهم‌کنش با آلاینده‌ها، با آن‌ها واکنش نیز می‌دهد.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۴۵- **گزینهٔ «۳»** (محمدحسن محمدزاده مقدم)

دی نیتروژن پنتااکسید همانند کربن دی‌اکسید یک اسید آرنیوس به شمار می‌رود و برخلاف اکسیدهای بازی همانند لیتیم اکسید، سدیم اکسید، کلسیم اکسید یا باریم اکسید، منجر به افزایش غلظت یون هیدرونیوم در آب می‌شود.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۴۶- **گزینهٔ «۲»** (علی جدی)

موارد ب و ت درست هستند. بررسی هر یک از موارد داده شده:

عبارت «الف»: ابتدا از روی pH محلول HA، غلظت یون هیدرونیوم را در این محلول محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+]\quad ۱۰^{-pH}\Rightarrow[H^+]=۱۰^{-۱/۳}=۱۰^{۰/۷}\times۱۰^{-۲}=۰/۰۵mol.L^{-۱}$$

در محلول اسیدهای تک پروتون‌دار، غلظت یون هیدرونیوم با غلظت آنیون حاصل از یونش اسیدی برابر است. پس می‌توان نوشت:

$$[H^+]\quad[A^-]\quad ۰/۰۵mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}=\frac{۰/۰۵\times۰/۰۵}{۰/۲}=۱/۲۵\times۱۰^{-۲}mol.L^{-۱}$$

یکای ثابت یونش اسیدهای تک پروتون‌دار، $mol.L^{-۱}$ است.

عبارت «ب»: دقت کنید در عبارت درجهٔ یونش، در مخرج کسر، باید غلظت اولیهٔ اسید را جایگذاری کنیم نه غلظت تعادلی آن را:

درجهٔ یونش $\frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}}$

مقدار اولیهٔ HA برابر با مجموع مقدار تعادلی آن و مقدار مصرف شدهٔ آن است. مقدار مصرف‌شدهٔ اسید تک پروتون‌دار، با غلظت یون هیدرونیوم برابر است:

غلظت یون هیدرونیوم + غلظت تعادلی HA = غلظت اولیهٔ HA

$$۰/۲+۰/۰۵=۰/۲۵mol.L^{-۱}$$

درجهٔ یونش $\frac{۰/۰۵}{۰/۲۵}=۰/۲$

عبارت «پ»: HA اسید ضعیف است. اسیدهای ضعیف جزو الکترولیت‌های ضعیف هستند.

عبارت «ت»: HX یک اسید قوی است. زیرا در محلول اسیدهای قوی، غلظت اولیهٔ اسید در محلول با غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر است:

$M_{HX} \quad [H^+] \quad ۱۰^{-pH} \Rightarrow M_{HX}=۱۰^{-۲}mol.L^{-۱}$

با استفاده از حجم محلول، مقدار مول HX را محاسبه می‌کنیم:

غلظت مولی $\frac{\text{مقدار مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow ۱۰^{-۲}=\frac{x mol HX}{۰/۱L} \Rightarrow x=۱۰^{-۳}mol\,HX$

برای تهیهٔ این محلول، می‌توان ۰/۰۱ مول از HX را در ۱ لیتر آب حل کرد و سپس ۱۰۰ میلی‌لیتر از آن برداشت.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۶)

۱۴۷- **گزینهٔ «۴»** (حسن اسماعیل‌زاده)

$pH(HA) \quad pH(HB) \Rightarrow [H^+]_{HA}=[H^+]_{HB}$

$\%\alpha(HA)=\%۸, \%\alpha(HB)=\%۲$

$\alpha=\frac{[H^+]}{[HA]} \Rightarrow [H^+]=\alpha.[HA] \Rightarrow$ بنابراین $۸[HA] \quad ۲[HB]$

$\Rightarrow \frac{[HB]}{[HA]}=\frac{۸}{۲}=۴ \Rightarrow$ حجم ۱ لیتر $\Rightarrow \frac{molHB}{molHA}=۴$

$\Rightarrow \frac{\frac{\text{جرم HB}}{\text{جرم مولی HB}}}{\frac{\text{جرم HA}}{\text{جرم مولی HA}}}=۴$

$\Rightarrow \frac{\text{جرم HB}}{\text{جرم HA}}=۴\times\frac{\text{جرم مولی HB}}{\text{جرم مولی HA}}=۴\times\frac{۶۰}{۲۰}=۱۲$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۸)

۱۴۸- **گزینهٔ «۴»** (محمدحسن محمدزاده مقدم)

$M \quad \frac{n}{V} \quad \frac{\frac{۵}{۸۰}}{۰/۲} \quad \frac{۵}{۱۶}mol.L^{-۱}$

$pH \quad ۱۲ \rightarrow [H^+]=۱۰^{-۱۲}mol.L^{-۱}$

$\rightarrow [H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-]=۱۰^{-۲}mol.L^{-۱}$

درصد یونش برابر است با:

$\alpha=\frac{[OH^-]}{M}=\frac{۱۰^{-۲}}{\frac{۵}{۱۶}}=۳/۲\times۱۰^{-۲} \Rightarrow \alpha(\%)=\%۳/۲$

ثابت یونش برابر است با:

$K_b \simeq \frac{[OH^-]^۲}{M} \quad \frac{(۱۰^{-۲})^۲}{\frac{۵}{۱۶}} \quad ۳/۲\times۱۰^{-۴}mol.L^{-۱}$

(شیمی ۳: صفحهٔ ۱۹)

۱۴۹- **گزینهٔ «۲»** (محمدحسن محمدزاده مقدم)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

$۲HA(aq)+Ba(OH)_۲(aq) \rightarrow BaA_۲(aq)+۲H_۲O(l)$

حال غلظت $Ba(OH)_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$pH \quad ۱۳ \rightarrow [H^+]=۱۰^{-۱۳}mol.L^{-۱}$

$\rightarrow [H^+]\times[OH^-]=۱۰^{-۱۴} \rightarrow [OH^-]=۰/۱mol.L^{-۱}$

به ازای انحلال هر مول باریم هیدروکسید دو مول یون هیدروکسید تولید می شود. بنابراین:

$[Ba(OH)_۲] \quad \frac{[OH^-]}{۲} \quad ۰/۰۵mol.L^{-۱}$

حال، شمار مول HA مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$?molHA \quad ۱۰۰mL$ محلول $\times$

$\frac{۱L}{۱۰۰۰mL}\times\frac{۰/۰۵molBa(OH)_۲}{۱L\text{ محلول}}\times\frac{۲molHA}{۱molBa(OH)_۲} \quad ۰/۰۱molHA$

برای اسید ضعیف می‌توان نوشت:

$K_a \quad \frac{[H^+]^۲}{[HA]} \rightarrow ۲\times۱۰^{-۴}=\frac{[H^+]^۲}{۰/۰۱}$

$\Rightarrow [H^+]=۱۰^{-۳}mol.L^{-۱} \Rightarrow pH=-\log[H^+]=۳$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲، ۲۴ تا ۲۶ و ۳۰ تا ۳۲)

۱۵۰- **گزینهٔ «۱»** (حسن لشکری)

$T \quad ۲۵^\circ C \rightarrow [H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}$

$۴\times۱۰^{۴}=\frac{[H^+]}{[OH^-]} \Rightarrow ۴\times۱۰^{۴}=\frac{[H^+]}{\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}} \Rightarrow [H^+]=۲\times۱۰^{-۵}mol.L^{-۱}$

$HA \rightarrow$ اسید ضعیف $: [H^+] \quad M.\alpha \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۵}=M\times۰/۰۲$

$\Rightarrow M=۱۰^{-۳}mol.L^{-۱}$

$NaHCO_۳+HA \rightarrow NaA+CO_۲+H_۲O$

$۱۰^{-۳}\frac{mol}{L}\times۰/۱L=۱۰^{-۴}molHA$

$?mgNaHCO_۳ \quad ۱۰^{-۴}molHA$

$\times\frac{۱molNaHCO_۳}{۱molHA}\times\frac{۸۴gNaHCO_۳}{۱molNaHCO_۳}$

$\times\frac{۱۰۰}{۸۰}\times\frac{۱۰۰۰mg}{۱g}=۱۰/۵mg\,NaHCO_۳$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

تلاشی در مسیر موفقیت

تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net