تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net

دفترچه پاسخ

آزمون ۱۴ مرداد ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی پایه و حسابان ۲	حسین اسفینی-امیرهوشنگ انصاری-سعید آذرحزین-محمد بحیرایی-محمد پیمانی-مسعود درویشی-امیر زراندوز-یاسین سپهر جواد سراج-علی سلامت-علی شهرابی-عزیزاله علی اصغری-حمید علیزاده-مصطفی کرمی-مجتبی مجاهدی-رسول محسنی منش حمید معنوی-سروش موئینی-ابراهیم نجفی-سهند ولی‌زاده-علی ونکی فراهانی
	هندسه	عادل ابراهیمی-امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی امیرآبادی-جواد حاتمی-حسین حاجیلو-سیدمحمدرضا حسینی فرد-حسین خزایی امیرهوشنگ خمسه-محمد خندان-مسعود درویشی-رضا عباسی اصل-علی فتح آبادی-فرشاد فرامرزی-علیرضا قربانی-محمدابراهیم گیتی‌زاده امید محمدطاهری-مجید محمدی‌نویسی-هومن نورائی-محمدجواد نوری
	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی امیرآبادی-سعید جعفری کافی آباد-جواد حاتمی-عادل حسینی-امیرهوشنگ خمسه سیدوحید ذوالفقاری-علیرضا شریف خطیبی-سیدمحسن فاطمی-فرشاد فرامرزی-مرتضی فهیم‌علوی-حمید گروسی-مهرداد ملوندی مختار منصوری
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-محمد اکبری-ناصر امیدوار-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-اسماعیل حدادی-بیتا خورشید محمدعلی راست پیمان-فرشید رسولی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا محبی-حسین مخدومی مهدی میراب‌زاده-سیدعلی میرنوری-سیدامیر نیکویی‌نهالی-شادمان ویسی
	شیمی	علی امینی-احسان ایروانی-قادر باخاری-مسعود جعفری-اسامه جوشن-امیر حاتمیان-حمید ذبحی-حسن رحمتی‌کوکنده-امید رضوانی مرتضی زارعی-امیرمحمد سعیدی-جواد سوری‌لکی-مبینا شرافتی‌پور-حسن عیسی‌زاده-علی مجیدی-محمدحسن محمدزاده‌مقدم حسین ناصری‌ثانی-فرزاد نجفی‌کرمی-سیدرحیم هاشمی دهکردی-اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳. ۰۲۱

تلاشی درمسیر موفقیت

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۴»** (حمید معنوی)

چون $D_g = \mathbb{R}-\{-2\}$، $x=-2$ باید تنها جواب معادلهٔ درجهٔ دوم $x^2+ax+4=0$ باشد، یعنی باید: $x^2+ax+4=(x+2)^2$

$$\Rightarrow x^2+ax+4=x^2+4x+4 \Rightarrow a=4 \Rightarrow f(x)=\frac{bx+2}{(x+2)^2}$$

دو تابع برابرند، پس داریم:

$$f(x)\quad g(x) \Rightarrow \frac{bx+2}{(x+2)^2}=\frac{c}{x+2} \Rightarrow \frac{bx+2}{x+2}=\frac{c}{1}$$

$$\Rightarrow cx+2c=bx+2 \Rightarrow b=c\ ,\ 2c=2 \Rightarrow c=1 \Rightarrow b=1$$

در نتیجه $a+b+c=6$.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۲- **گزینهٔ «۳»** (مسعود رویشی)

با توجه به تعریف دامنهٔ توابع رادیکالی داریم:

$$D_g \quad \{x\in D_f \mid 1-f(x)\geq 0\}=\{x\in D_f \mid f(x)\leq 1\}$$
$$\{x\in\mathbb{R}\mid f(x)\leq 1\}$$

بنابراین باید مقادیری را بیابیم که $f(x)\leq 1$.

$x<-1 : f(x)=-1\leq 1$ ✓

$-1\leq x<5 : f(x)=-x \xrightarrow{-5<-x\leq 1} f(x)\leq 1$ ✓

$x\geq 5 : f(x)=3$ ✗

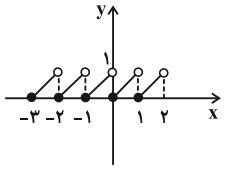
بنابراین دامنهٔ g برابر با $(-\infty\ ,\ -1]\cup(-1\ ,\ 5)$ می‌باشد؛ یعنی:

$$D_g \quad (-\infty\ ,\ 5)$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۳- **گزینهٔ «۲»** (مسعود رویشی)

با رسم نمودار تابع $x-[x]$ $f(x)$ در بازهٔ $(-3\ ,\ 2]$، درمی‌یابیم که طول همهٔ پاره‌خط‌های تشکیل‌دهندهٔ نمودار تابع $f(x)$ y برابر است. طول هر پاره‌خط برابر با طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمهٔ برابر با یک است. بنابراین مجموع طول این پاره‌خط‌ها برابر با $5\sqrt{2}$ است.



(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۴- **گزینهٔ «۳»** (علی شهرابی)

هر سهمی به معادلهٔ y ax^2+bx+c، به ازای $x\geq -\frac{b}{2a}$ یا $x\leq -\frac{b}{2a}$ یا هر محدوده‌ای که زیرمجموعهٔ یکی از این دو محدوده باشد یک‌به‌یک است. طول رأس این سهمی را حساب می‌کنیم:

$$x_S \quad -\frac{b}{2a}=-\frac{12}{4}=-3$$

تنها گزینه‌ای که شرط بالا را دارد گزینهٔ «۳» است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۵- **گزینهٔ «۲»** (سروش موئینی)

مسئله را با نقطه‌گذاری حل می‌کنیم:

با توجه به تعریف تابع وارون، می دانیم که اگر $(a,b)\in f$، آن‌گاه $(b,a)\in f^{-1}$. پس داریم:

$$\Rightarrow f(\frac{-3}{2})=0 \Rightarrow (-\frac{3}{2},0)\in f$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف تابع وارون}} (0,\frac{-3}{2})\in f^{-1}$$

به‌دلیل آن‌که تابع f و f^{-1} بر هم منطبق هستند، پس: $f(0)\quad f^{-1}(0)$

$$f(0)\quad f^{-1}(0) \xrightarrow{\substack{f^{-1}(0)\ \frac{-3}{2}\\ \longrightarrow f(0)}} \frac{-3}{2} \Rightarrow \frac{3}{a}=\frac{-3}{2} \Rightarrow a=-2$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴۱ و ۵۷)

تلاشی در مسیر موفقیت

۶- **گزینهٔ «۱»** *(رسول محسنی‌منش)*

ابتدا ضابطهٔ f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{3}\xrightarrow{(0,-1)\in f} y=f(x)=\frac{1}{3}x-1 \quad \text{شیب خط}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=3x+3$$

حال ضابطهٔ تابع g را تشکیل می‌دهیم:

$$g(x)\quad 2f^{-1}(x+1)+4=2(3(x+1)+3)+4=6x+16$$

عرض از مبدأ این نمودار برابر ۱۶ است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۷- **گزینهٔ «۱»** *(حمید معنوی)*

$$f(x)\quad \sqrt{4-x^2}+\sqrt{x+3}$$

$$\xrightarrow{\text{دامنه}}\left\{\begin{array}{l}4-x^2\geq 0\Rightarrow -2\leq x\leq 2\\ x+3\geq 0\Rightarrow x\geq -3\end{array}\right\}\xrightarrow{\cap} D_f=[-2\ ,\ 2]$$

$$g(x)\quad \sqrt{4-x}-\sqrt{4-x^2}$$

$$\xrightarrow{\text{دامنه}}\left\{\begin{array}{l}4-x^2\geq 0\Rightarrow -2\leq x\leq 2\\ 4-x\geq 0\Rightarrow x\leq 4\end{array}\right\}\xrightarrow{\cap} D_g=[-2\ ,\ 2]$$

$$D_{f+g}=D_f\cap D_g=[-2\ ,\ 2]\cap[-2\ ,\ 2]=[-2\ ,\ 2]$$

$$\Rightarrow a=-2\ ,\ b=2$$

$$\Rightarrow a.b=-4$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۸- **گزینهٔ «۱»** *(سراسری تجربی خارج از کشور -۸۷)*

دامنهٔ تابع f، $\mathbb{R}$ است، زیرا به ازای هر $x\in\mathbb{R}$، $x+|x|\geq 0$ است.

هم‌چنین دامنهٔ تابع g، $\mathbb{R}-\{0\ ,\ 4\}$ است. حال تعریف دامنهٔ تابع gof را می‌نویسیم:

$$D_{gof}\quad \{x\in D_f\ |f(x)\in D_g\}$$

$$\{x\in\mathbb{R}|\sqrt{x+|x|}\in\mathbb{R}-\{0,4\}\}=\{x\in\mathbb{R}|\sqrt{x+|x|}\neq 0,4\}$$

بنابراین باید مقادیری از x را که به ازای آن‌ها $\sqrt{x+|x|}$ برابر صفر یا ۴ می‌شود از $\mathbb{R}$ کنار بگذاریم:

$$\sqrt{x+|x|}=0\Rightarrow x+|x|=0\Rightarrow |x|=-x\Rightarrow x\leq 0$$

$$\sqrt{x+|x|}=4\Rightarrow x+|x|=16\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}x\geq 0: 2x=16\Rightarrow x=8\\ x<0: 0=16\ \text{غ‌ق‌ق}\end{array}\right.$$

بنابراین اگر $x\leq 0$ و $x=8$ را از $\mathbb{R}$ کنار بگذاریم به جواب می‌رسیم:

$$D_{gof}\quad (0,+\infty)-\{8\}=(0,8)\cup(8,+\infty)$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرهوشنگ انصاری)*

از روی نمودار f پیداست که $f(3)=0$ و $f(8)=0$.

$$(fog)(x)\quad 0\Rightarrow f(\underbrace{g(x)}_{3\ \text{یا}\ 8})=0\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}g(x)=2\sqrt{x}+x=3\Rightarrow x=1\\ g(x)=2\sqrt{x}+x=8\Rightarrow x=4\end{array}\right.$$

پس تابع fog در نقاط به طول‌های $a=1$ و $b=4$ محور xها را قطع می‌کند.

$$\Rightarrow a+b=5$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(سروش موئینی)*

از آن‌جا که $(1,3)\in g$ بنابراین $(3,1)\in g^{-1}$، پس داریم:

$$f^{-1}(2g^{-1}(3))\quad f^{-1}(2)$$

$$f^{-1}(2)=\sqrt{2+7}=3$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۵۷ و ۶۵ تا ۶۷)

تلاشی در مسیر موفقیت

هندسه ۲

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمدابراهیم گیتی‌زاده)*

طبق تعریف محاطی یا محیطی بودن، فقط مستطیل محاطی است ولی لزوماً محیطی نیست.

(هندسه ۲ - دایره؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد فرامرزی)*

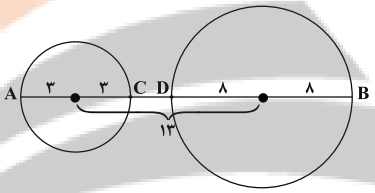
اگر فاصلهٔ مرکزهای دو دایره d باشد، داریم:

طول مماس مشترک خارجی دو دایره $\sqrt{d^2-(R-R')^2}$

$$\Rightarrow 12=\sqrt{d^2-(8-3)^2}\Rightarrow 144=d^2-25$$

$$\Rightarrow d^2=169\Rightarrow d=13$$

$d>R+R'\Rightarrow$ دو دایره متخارج‌اند



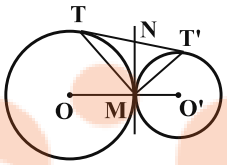
$$\left.\begin{array}{lll} AB & 13+3+8 & 24 \\ CD & 13-(3+8) & 2 \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{AB}{CD}=\frac{24}{2}=12$$

بیش‌ترین فاصلهٔ نقاط دو دایره

کم‌ترین فاصلهٔ نقاط دو دایره

(هندسه۲ - دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(علی فتح آبادی)*



می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطهٔ خارج آن برابر یکدیگرند. مطابق شکل، اگر مماس مشترک داخلی دو دایره، مماس مشترک خارجی آنها را در نقطهٔ N قطع نماید، داریم:

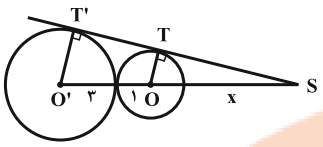
$$\left.\begin{array}{ll} NT & NM \\ NT' & NM \end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases} NT & NT' \\ MN & \frac{1}{2}TT' \end{cases}$$

بنابراین در مثلث MTT'، MN میانهٔ نظیر ضلع TT' و طول آن نصف طول ضلع TT' است، پس این مثلث قائم‌الزاویه است $\left(\widehat{TMT'}=90^\circ\right)$. از طرفی در دو دایرهٔ مماس خارج به شعاع R و R'، طول مماس مشترک خارجی برابر $2\sqrt{RR'}$ است، بنابراین داریم:

$$MT^2+MT'^2=TT'^2=\left(2\sqrt{RR'}\right)^2=4RR'=4\times2\times3=24$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(امید محمدطاهری)*



فرض کنید SO x باشد. داریم:

$$OT\parallel OT'\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{SO}{SO'}=\frac{OT}{O'T'}\Rightarrow\frac{x}{x+4}=\frac{1}{3}$$

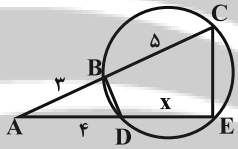
$$\Rightarrow 3x=x+4\Rightarrow 2x=4\Rightarrow x=2$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ $SO'T'$، $O'T'=3$ و $SO'=6$ است، یعنی طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ S، نصف طول وتر است، پس $\hat{S}=30^\circ$ است.

(هندسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمد خندان)*

یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر عمودمنصف‌های تمامی اضلاع آن در یک نقطه همرس باشند، بنابراین یک دایره از رئوس چهارضلعی $BCED$ می‌گذرد.



طبق روابط طولی در دایره، اگر DE x فرض شود، داریم:

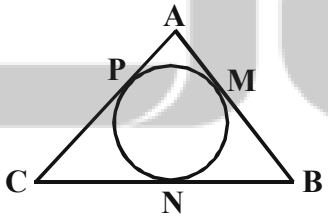
$$AB\times AC=AD\times AE\Rightarrow 3\times 8=4(4+x)$$

$$\Rightarrow 4+x=6\Rightarrow x=2$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا قربانی)*

AM $2\Rightarrow AP=2$



$$\begin{cases} AM & 2 \\ AB=5 \end{cases}\Rightarrow BM=3\Rightarrow BN=3 \qquad (1)$$

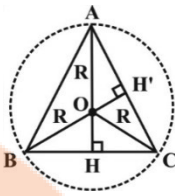
$$\begin{cases} AP & 2 \\ AC=7 \end{cases}\Rightarrow CP=5\Rightarrow CN=5 \qquad (2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow BC=BN+CN=3+5=8$$

محیط مثلث $AB+AC+BC=5+7+8=20$

(هندسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** (هومن نورائی)



مطابق شکل، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. چون $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الساقین است پس مرکز دایرهٔ محیطی آن (نقطهٔ O) روی این ارتفاع (و یا امتداد آن) قرار دارد (چون عمودمنصف و ارتفاع قاعدهٔ BC برهم منطبق‌اند). با توجه به فرض داریم:

$$\overset{\Delta}{OHC}: CH = \frac{BC}{2} = 4, OH = 3$$

$$\Rightarrow R = OC = \sqrt{OH^2 + CH^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\overset{\Delta}{AHC}: AH = R + OH = 5 + 3 = 8 \Rightarrow AC = \sqrt{AH^2 + CH^2}$$

$$\sqrt{64+16} = 4\sqrt{5}$$

از نقطهٔ O، عمود OH' را بر ضلع AC رسم می‌کنیم. نقطهٔ O محل همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC است، پس OH' عمودمنصف AC است و داریم:

$$\overset{\Delta}{OAH'}: AH' = \frac{AC}{2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow OH' = \sqrt{R^2 - AH'^2}$$

$$\sqrt{25-20} = \sqrt{5}$$

(هندسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** (رضا عباسی‌اصل)

اگر a طول یک ضلع چندضلعی منتظم محیطی و b طول یک ضلع چندضلعی منتظم محاطی دایره باشد، بنا به تمرین ۷ صفحهٔ ۳۰ کتاب درسی داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{2r\tan\frac{180^\circ}{n}}{2r\sin\frac{180^\circ}{n}} \Rightarrow \frac{\frac{18}{n}}{\frac{9}{n}} = \frac{\frac{\sin\frac{180^\circ}{n}}{\cos\frac{180^\circ}{n}}}{1} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\cos\frac{180^\circ}{n}}$$

$$\Rightarrow \cos\frac{180^\circ}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{180^\circ}{n} = 60^\circ \Rightarrow n = 3$$

پس چندضلعی‌های مفروض، مثلث متساوی‌الاضلاع هستند و داریم:

$$\begin{cases} a = \frac{18}{3} = 6 \Rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3} \\ 2P = 18 \Rightarrow P = 9 \end{cases}$$

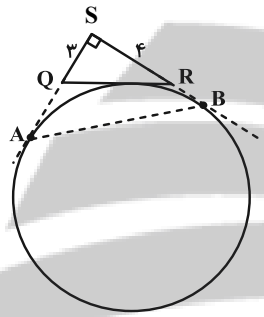
$$r \text{ (شعاع دایرهٔ محاطی)} \quad \frac{S}{P} = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3}$$

(هندسه ۲ - دایره، صفحهٔ ۳۰)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (حسین هاجیلو)

نکته: طول مماسی که از هر رأس یک مثلث بر دایرهٔ محاطی خارجی روبه‌رو به آن رأس رسم می‌شود، نصف محیط مثلث است.

$$QR = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$



$$SA = SB = P = \frac{3+4+5}{2} = 6$$

حال در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین SAB، داریم:

$$AB = \sqrt{2}SA = 6\sqrt{2}$$

(هندسه ۲ - دایره، مشابه تمرین ۶ صفحهٔ ۳۰)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (فرشاد فرامرزی)

می‌دانیم در مثلث، نسبت ارتفاع‌ها، برابر عکس نسبت اضلاع مثلث است؛ پس داریم:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6} \Rightarrow 3h_a = 5h_b = 6h_c$$

$$\Rightarrow h_a = 2h_c \, , \, h_b = \frac{6h_c}{5}$$

از طرفی اگر r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث باشد، داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2h_c} + \frac{5}{6h_c} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{3+5+6}{6h_c} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow h_c = 14$$

(هندسه۲ - دایره، مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۲۹ و ۳۰)

تلاشگر تیزهوشان موفقیت

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(سیرمحسن فاطمی)*

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

$$C \subseteq B' \Rightarrow B \subseteq C' \Rightarrow B \cap C' = B$$

$$(A \cup B) - C = B - C = B \cap C' = B$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(سعید جعفری کافی آباد)*

$$\left[(B-A)' - A\right]' = \left[(B \cap A')' \cap A'\right]'$$

$$\left[(B' \cup A) \cap A'\right]'$$

$$[(B' \cap A') \cup \underbrace{(A \cap A')}_{\varnothing}]' \quad (B' \cap A')' = A \cup B$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$(B - A') \cup (A - B) = (B \cap A) \cup (A \cap B')$$
$$(A \cap B) \cup (A \cap B')$$

$$A \cap (B \cup B') = A \cap U = A \quad (۱)$$

$$(A' - B) \cup (B - A) = (A' \cap B') \cup (B \cap A')$$

$$(A' \cap B') \cup (A' \cap B) \quad A' \cap (B' \cup B) \quad A' \cap U \quad A' \quad (۲)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲)، عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$A \cap A' = \varnothing$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرهوشنگ خمسه)*

$$A \times B = B \times A \xrightarrow{A,B \neq \varnothing} A = B \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ 2xy \quad 12 \end{cases}$$

$$(x^2 + y^2) + 2xy = 13 + 12 \Rightarrow (x+y)^2 = 25 \Rightarrow x + y = \pm 5$$

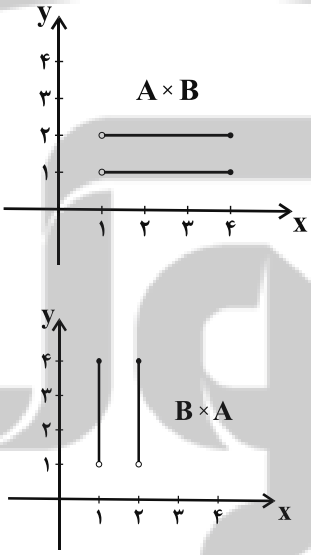
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ xy \quad 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x,y) \quad (2,3) \\ \text{یا} \\ (x,y) \quad (3,2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = -5 \\ xy \quad 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x,y) \quad (-2,-3) \\ \text{یا} \\ (x,y) = (-3,-2) \end{cases}$$

بنابراین چهار مجموعه به صورت $\{(x,y)\}$ وجود دارد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد فرامرزی)*



از روی نمودار، اشتراک مجموعه‌های $A \times B$ و $B \times A$، تنها نقطهٔ $(2,2)$ است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد ملوندی)

اگر «رو» بیاید سکه را یک بار و اگر «پشت» بیاید سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم. پس تعداد اعضای فضای نمونهٔ این آزمایش تصادفی برابر است با:

$$۱\times۲+۱\times۲\times۲=۶$$

متمم پیشامد مذکور آن است که اصلاً «رو» ظاهر نشود که فقط در حالتی امکان‌پذیر است که در پرتاب اول سکه «پشت» و در هر دو بار پرتاب مجدد سکه، «پشت» ظاهر گردد. پس تعداد اعضای پیشامد مذکور (حداقل یک بار «رو» ظاهر شود.) برابر است با:

$$۶-۱=۵$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** (مختار منصوری)

پیشامدهای آن که عدد انتخابی مضرب۳ باشد و عدد انتخابی مضرب ۷ باشد را به ترتیب A و B در نظر می‌گیریم. داریم: $|S|=۱۰۰$

$$|A\cup B|\ |A|+|B|-|A\cap B|$$

$$[\frac{۱۰۰}{۳}]+[\frac{۱۰۰}{۷}]-[\frac{۱۰۰}{۲۱}]$$

$$۳۳+۱۴-۴=۴۳$$

$$P(A\cup B)\ \frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{۴۳}{۱۰۰}=۰/۴۳$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا شریف‌خطیبی)

A : تصادف به علت خواب‌آلودگی

B : تصادف به علت سرعت زیاد

$$P(A-B)+P(B-A)=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$$

$$\frac{۳۵}{۱۰۰}+\frac{۵۵}{۱۰۰}-۲\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=\frac{۷۰}{۱۰۰}=۰/۷$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** (عباس اسدی امیرآبادی)

$$P(\{a,d\})\quad ۳P(\{c,b,e\})\quad ۶P(a)$$

$$P(\{a,d\})+P(\{c,b,e\})=۱$$

$$\Rightarrow ۶P(a)+۲P(a)=۱$$

$$\Rightarrow P(a)=\frac{۱}{۸}\Rightarrow P(\{a,d\})=\frac{۶}{۸}$$

$$\Rightarrow P(d)=P(\{a,d\})-P(a)=\frac{۶}{۸}-\frac{۱}{۸}=\frac{۵}{۸}$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** (امیرهوشنگ خمسه)

اگر قدر نسبت دنباله q باشد، آنگاه داریم:

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}q+\frac{۱}{۲}q^{۲}=۱\Rightarrow q^{۲}+q-۱=۰\xrightarrow{q>۰}q=\frac{-۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

$$P(b)\quad \frac{۱}{۲}q\quad \frac{۱}{۲}(\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲})\quad \frac{\sqrt{۵}-۱}{۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

تلاشی درمسیر موفقیت

فیزیک ۲

۳۱- **گزینهٔ «۴»** (مصطفی کیانی)

با داشتن C، V_2 و ΔQ، به‌صورت زیر Q_1 را می‌یابیم:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 \xrightarrow{Q=CV} \Delta Q = CV_2 - Q_1$$

$$\Rightarrow 40 = 5 \times 28 - Q_1 \Rightarrow Q_1 = 100\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۳۲- **گزینهٔ «۳»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

ظرفیت خازن تخت از رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$ به‌دست می‌آید، داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{2}$$

از طرفی بار الکتریکی ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$Q = CV$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{V_2 = V_1 - \frac{20}{100}V_1 = 0/8V_1} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{2} \times 0/8 = 0/4$$

$$\Rightarrow Q_2 = 0/4Q_1$$

درصد تغییرات بار الکتریکی برابر است با:

$$\frac{\Delta Q}{Q_1} \times 100 = \frac{0/4Q_1 - Q_1}{Q_1} \times 100 = -60\,\%$$

بنابراین بار الکتریکی ذخیره شده در خازن ۶۰ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** (فرشید رسولی)

ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$Q = CV \Rightarrow 2/4 \times 10^{-3} = 20 \times V \Rightarrow V = 120V$$

طبق رابطهٔ $|\Delta V| = Ed$، اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت با فاصلهٔ بین آن‌ها نسبت مستقیم دارد:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{|\Delta V|}{d} \quad \frac{|\Delta V_{AB}|}{d_{AB}} \\ d_{AB} \quad d - (\frac{d}{4} + \frac{d}{3}) = \frac{5d}{12} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{120}{d} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{\frac{5d}{12}}$$

$$\Rightarrow |\Delta V_{AB}| = 50V$$

چون $V_A > V_B$ است، نتیجه می‌گیریم: $V_B - V_A = -50V$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** (محسن قندچلر)

ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$U \quad \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow 1/2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times (6 \times 10^{-6})V^2$$

$$\Rightarrow V^2 = 400 \Rightarrow V = 20V$$

اکنون بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$E \quad \frac{V}{d} \quad \frac{20}{5 \times 10^{-3}} = 4000\frac{V}{m}$$

در پایان اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار با بار الکتریکی $q \quad 25\mu C$ را به‌دست می‌آوریم.

$$F \quad E|q| \quad 4000 \times 25 \times 10^{-6} = 0/1N$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

آمپرساعت هر باتری حداکثر بار الکتریکی است که باتری می‌تواند از مدار عبور دهد تا به‌طور ایمن تخلیه شود. هر آمپر ساعت معادل $3600C$ است.

$$\Delta q = ne = I\Delta t$$

$$\Delta q = ne = 7/2 \times 10^{21} \times 1/6 \times 10^{-19} = 1152C$$

$$\frac{1Ah \mid 3600C}{q \mid 1152C} \Rightarrow q = \frac{1152}{3600} = 0/32Ah = 320mAh$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

تلاشی در مسیر موفقیت

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی میراب‌زاده)*

$$I \quad \frac{V}{R} \qquad (I)$$

$$I \quad \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta q=ne} I=\frac{ne}{\Delta t} \Rightarrow n=\frac{I\times\Delta t}{e} \xrightarrow{(I)} n=\frac{V\Delta t}{Re}$$

$$\frac{n_2}{n_1} \quad \frac{V_2}{V_1}\times\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\times\frac{R_1}{R_2} \xrightarrow{V \text{ ثابت}} \frac{n_2}{1/25\times10^{20}}=\frac{60}{1}\times\frac{R}{4R}$$

$$\Rightarrow n_2 = 1/875\times10^{21} \text{ الکترون}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

می‌دانیم که در نمودار $I-V$ شیب خط عکس مقاومت را نشان می‌دهد،

پس داریم:

$$\frac{1}{R_A}=\frac{3}{2}\Rightarrow R_A=\frac{2}{3}\Omega \;,\; \frac{1}{R_B}=\frac{1}{2}\Rightarrow R_B=2\Omega$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B}=\frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{3}$$

چون در اختلاف پتانسیل ثابت V، $I_A = 0/9A$ است پس طبق رابطهٔ اهم

می‌توان نوشت:

$$V \quad IR \Rightarrow \frac{R_A}{R_B}=\frac{I_B}{I_A}\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{I_B}{0/9}\Rightarrow I_B=0/3A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

هرگاه سیم را ذوب کنیم، حجم آن ثابت می‌ماند، داریم:

$$V_1 \quad V_2 \Rightarrow A_1L_1=A_2L_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1}=\frac{L_1}{L_2}=\frac{1}{4}$$

رابطهٔ مقاومت الکتریکی به‌صورت $R \quad \rho\frac{L}{A}$ می‌باشد، داریم:

$$\frac{R_2}{R_1} \quad \frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}=4\times4=16$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(شادمان ویسی)*

دقت کنید که خط چهارم از سه خط اول فاصله دارد و تلرانس را مشخص می‌کند. مقاومت را طوری در دست می‌گیریم که حلقهٔ تنها، در سمت راست واقع شود.

$$R \quad \overline{ab}\times10^n \pm 10\%(\overline{ab}\times10^n)$$

$$\Rightarrow R=15\times10^2\pm10\%(15\times10^2)$$

$$\Rightarrow 1350\Omega \le R \le 1650\Omega$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

مقاومت‌های LDR، بر اثر تابش نور مقاومتشان کاهش می‌یابد. بقیهٔ گزینه‌ها، عبارت‌های صحیحی هستند.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۱)

تلاشی در مسیر موفقیت

شیمی ۲

۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(امید رضوانی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: آلکان‌ها بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را تشکیل می‌دهند.

گزینهٔ «۳»: مقدار نمک و اسید در نفت خام کم بوده و در نواحی گوناگون متغیر است.

گزینهٔ «۴»: بخش عمده نفت خام صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود و تنها مقدار کمی از آن به عنوان خوراک پتروشیمی در تولید مواد پتروشیمیایی به‌کار می‌رود.

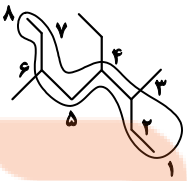
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحه‌های ۲۹، ۴۳ و ۴۴)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(اکبر هنرمند)*

اتم کربن با به اشتراک گذاشتن الکترون‌های ظرفیت خود، چهار پیوند کووالانسی با خود و نیز سایر اتم‌ها تشکیل می‌دهد.

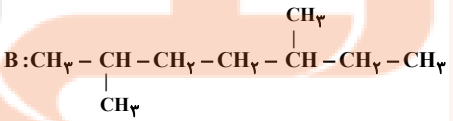
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۶)

۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(مینا شراختی‌پور)*



۴ - اتیل - ۳، ۶- دی‌متیل اوکتان

مجموع اعداد به‌کار رفته در نام‌گذاری ترکیب A: $۶+۴+۳=۱۳$



۲، ۵- دی‌متیل‌هپتان

نام پنجمین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها، هگزن می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(مینا شراختی‌پور)*

شکل داده شده مدل گلوله – میله سیکلوهگزان با فرمول $C_۶H_{۱۲}$ است.

سیکلوهگزان همانند پروپین (دومین عضو آلکین‌ها) در نفت خام وجود دارد.

فرمول مولکولی آلکن ۶کربنه همانند فرمول مولکولی سیکلوهگزان $C_۶H_{۱۲}$ است.

در سیکلوهگزان ۱۸ اتم وجود دارد. ساختار داده شده مربوط به آلکان ۵کربنه با فرمول $C_۵H_{۱۲}$ بوده که دارای ۱۷ اتم است.

نخستین آلکان مایع، در دمای اتاق، آلکان ۵کربنه است. سیکلوهگزان نقطهٔ جوش بالاتری نسبت به این آلکان دارد.

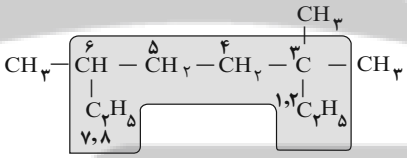
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۶)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود جعفری)*

عبارت‌های سوم و چهارم نادرست هستند. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: فرمول ساختاری این ترکیب به‌صورت زیر است:

نام: ۳، ۳، ۶- تری‌متیل‌اوکتان

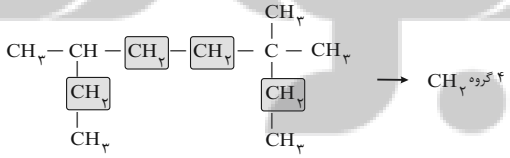


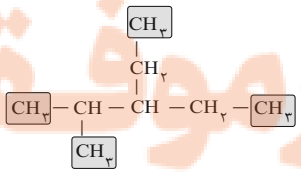
عبارت دوم: فرمول مولکولی این ترکیب، $C_{۱۱}H_{۲۴}$ است.

$$C_{۱۱}H_{۲۴}+۱۷O_۲ \rightarrow ۱۱CO_۲+۱۲H_۲O$$

$$?gO_۲ \quad ۱molC_{۱۱}H_{۲۴}\times\frac{۱۷molO_۲}{۱molC_{۱۱}H_{۲۴}}\times\frac{۳۲gO_۲}{۱molO_۲}=۵۴۴gO_۲$$

عبارت سوم:





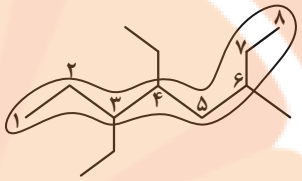
۴ گروه $CH_۳$ ← ۳- اتیل - ۲- متیل‌پنتان

عبارت چهارم: مجموع شماره شاخه‌های فرعی در ترکیب داده شده در صورت سؤال برابر ۱۲ است.

$۳+۳+۶=۱۲$

نام: ۳، ۴- دی‌اتیل – ۶ – متیل اوکتان

$۳+۴+۶=۱۳$ مجموع شمارهٔ شاخه‌های فرعی



عبارت پنجم:

$$?\,atom\,H \quad ۲۶g\,C_{۱۱}H_{۲۴}\times\frac{۱mol\,C_{۱۱}H_{۲۴}}{۱۵۶g\,C_{۱۱}H_{۲۴}}\times\frac{۲۴mol\,atom\,H}{۱mol\,C_{۱۱}H_{۲۴}}$$

$$\times\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}atom\,H}{۱mol\,atom\,H}\quad ۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۴}atom\,H$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(پیواد سوری‌لکی)*

ردیف اول: آلکان‌ها به دلیل ناقطبی بودن در آب نامحلول هستند و این ویژگی سبب می‌شود که برای حفاظت از فلزات مناسب باشند.

ردیف دوم: تماس پوست با آلکان‌های مایع، سبب آسیب رسیدن به بافت‌های آن می‌شود.

ردیف سوم: وازلین با داشتن تعداد کربن بیشتر نسبت به گریس، چسبندگی بیشتری دارد.

ردیف چهارم: برای حفاظت از فلزها می‌توان از آلکان‌های مایع و جامد استفاده کرد و از آلکان‌های گازی مانند بوتان نمی‌توان استفاده کرد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۶)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(احسان ایروانی)*

با افزایش شمار کربن‌ها در آلکان راست‌زنجیر، نقطهٔ جوش، نیروی بین مولکولی و گرانروی افزایش و خاصیت فرّار بودن کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۶)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(مینا شرافتی‌پور)*

شکل مربوط به واکنش برم با چربی سیرنشده گوشت است.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت آ) برم تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای عنصرها در دما و فشار اتاق است.

عبارت ب) چربی گوشت سیرنشده بوده و همانند سنگ‌بنای صنایع پتروشیمی (گاز اتن) دارای پیوند $C=C$ است.

عبارت پ) دومین عضو آلکن‌ها، $C_۳H_۶$ می‌باشد.

$$C_۳H_۶ + Br_۲ \rightarrow C_۳H_۶Br_۲$$

$$۸/۴g\,C_۳H_۶\times\frac{۱mol\,C_۳H_۶}{۴۲g\,C_۳H_۶}\times\frac{۱mol\,C_۳H_۶Br_۲}{۱mol\,C_۳H_۶}$$

$$\times\frac{۲۰۲g\,C_۳H_۶Br_۲}{۱mol\,C_۳H_۶Br_۲}\quad ۴۰/۴g\,C_۳H_۶Br_۲$$

عبارت ت) فلوئور نافلز قوی‌تری از برم بوده و واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به آن دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(اکبر هنرمند)*

معادلهٔ سوختن کامل یک هیدروکربن به‌صورت زیر است:

$$C_xH_y + (\frac{۴x+y}{۴})O_۲ \rightarrow xCO_۲ + \frac{y}{۲}H_۲O$$

$$۰/۵mol\,C_xH_y\times\frac{\frac{y}{۲}mol\,H_۲O}{۱mol\,C_xH_y}\times\frac{۱۸g\,H_۲O}{۱mol\,H_۲O}=\frac{۹y}{۲}=۴۵\Rightarrow y=۱۰$$

$$۰/۵mol\,C_xH_y\times\frac{(\frac{۴x+y}{۴})mol\,O_۲}{۱mol\,C_xH_y}\times\frac{۲۲۴۰۰mL\,O_۲}{۱mol\,O_۲}=۹۵۲۰۰\Rightarrow x=۶$$

فرمول مولکولی $C_۶H_{۱۰}$ نشان‌دهندهٔ یکی از اعضای خانوادهٔ آلکین‌هاست.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(خرزاد نیفی‌کرمی)*

a برابر ۳۰ c گرم از $SO_۲$ است که مطابق واکنش $SO_۲(g)+CaO(s)\rightarrow CaSO_۳(s)$ می‌تواند حذف شود همچنین با شستشوی زغال‌سنگ و حذف گوگرد درصد این گاز در فراورده‌های حاصل از سوختن زغال‌سنگ کاهش می‌یابد و d برابر ۰/۰۶۵ است.

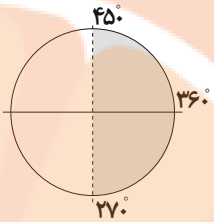
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم، صفحهٔ ۴۵)

تلاشی درمسیر موفقیت

ریاضی ۱

۵۱- **گزینهٔ «۲»** (سهند ولی‌زاده)

$$۲۷۰^\circ < \alpha < ۴۵۰^\circ$$



$$۰ < \cos\alpha \le ۱$$

$$\Rightarrow ۰ < \frac{-۲m+۳}{۲} \le ۱ \xrightarrow{\times ۲}$$

$$۰ < -۲m+۳ \le ۲$$

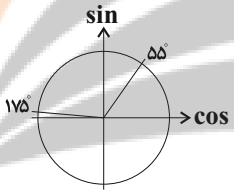
$$\xrightarrow{-۳} -۳ < -۲m \le -۱ \xrightarrow{\div(-۲)}$$

$$\frac{۱}{۲} \le m < \frac{۳}{۲}$$

(ریاضی۱ – مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

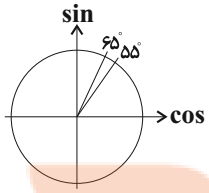
۵۲- **گزینهٔ «۴»** (ممید علیزاده)

گزینهٔ «۱»:



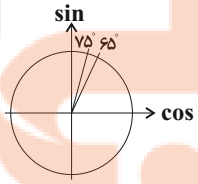
$$\sin ۵۵^\circ > \sin ۱۷۵^\circ$$

گزینهٔ «۲»:



$$\cos ۵۵^\circ > \cos ۶۵^\circ$$

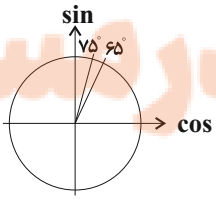
گزینهٔ «۳»:



$$\sin ۷۵^\circ > \sin ۶۵^\circ \ , \ \cos ۶۵^\circ > \cos ۷۵^\circ$$

$$\Rightarrow \tan ۷۵^\circ > \tan ۶۵^\circ$$

گزینهٔ «۴»:



$$\sin ۷۵^\circ > \sin ۶۵^\circ \ , \cos ۶۵^\circ > \cos ۷۵^\circ$$

$$\Rightarrow \cot ۶۵^\circ > \cot ۷۵^\circ$$

(ریاضی۱ – مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** (مجتبی مجاهری)

از آن‌جایی که $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$، داریم: $\cos x.\tan x = \sin x$. پس می‌توان نوشت:

$$\sin x + \tan x = \cos x.\tan x + \tan x = (\cos x + ۱)\tan x$$

چون $\sin x + \tan x$ طبق فرض سؤال مثبت است، پس داریم:

$$(\cos x + ۱)\tan x > ۰ \xrightarrow{-۱ \le \cos x \le ۱}$$

$$\underbrace{(\cos x + ۱)}_{\text{نامنفی}} \tan x > ۰ \Rightarrow \tan x > ۰$$

$\Rightarrow$ (۱) انتهای کمان x در ربع اول یا سوم است.

$$\frac{۱}{\cos x} - \sin x \tan x = \frac{۱}{\cos x} - \sin x \times \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{۱ - \sin^۲ x}{\cos x} < ۰$$

از طرفی $۱ - \sin^۲ x = \cos^۲ x$ پس:

$$\frac{\cos^۲ x}{\cos x} < ۰ \Rightarrow \cos x < ۰ \Rightarrow$$ (۲) انتهای کمان x در ربع دوم یا سوم است.

با توجه به اشتراک (۱) و (۲)، انتهای کمان x در ناحیهٔ سوم دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی۱ – مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** (سعید آذرمزین)

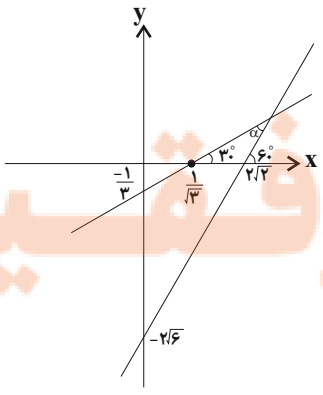
می‌دانیم که شیب هر خط (غیرقائم) برابر با تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد.

$y \quad \sqrt{۳}x - ۲\sqrt{۶} \rightarrow$ شیب $= \sqrt{۳} \Rightarrow$ زاویه با جهت مثبت محور xها ۶۰°

$۳y \quad \sqrt{۳}x - ۱ \Rightarrow y = \frac{\sqrt{۳}}{۳}x - \frac{۱}{۳} \rightarrow$ شیب $= \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

$\Rightarrow$ زاویه با جهت مثبت محور xها ۳۰°

$$\alpha = ۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ - ۱۲۰^\circ = ۱۸۰^\circ - ۱۵۰^\circ = ۳۰^\circ$$



(ریاضی۱ – مثلثات؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

تلاشی در مسیر موفقیت

۵۵- **گزینهٔ «۳»** (سهند ولی‌زاده)

$$\frac{1-\cos x}{1+\cos x}\ 2 \Rightarrow 1-\cos x = 2+2\cos x \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{3} \\ \sin x < 0 \end{cases}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\Rightarrow \sin x \times \cos x = (-\frac{\sqrt{8}}{3})(-\frac{1}{3}) = \frac{\sqrt{8}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{9}$$

(ریاضی۱ – مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** (امیر زراندوز)

$$1-\tan\alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{3}$$

$$1+\tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow 1+\frac{1}{9} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{9} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{9}{10}$$

$$\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha = 1-\frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\sin^2\alpha\cos\alpha < 0 \Rightarrow \cos\alpha < 0$$

$$\xrightarrow{\tan\alpha>0} \sin\alpha < 0 \Rightarrow \sin\alpha = -\sqrt{\frac{1}{10}}\ ,\ \cos\alpha = -\sqrt{\frac{9}{10}}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha = -\sqrt{\frac{1}{10}} \times (-\sqrt{\frac{9}{10}}) = \frac{3}{10}$$

(ریاضی۱– مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** (حمید علیزاده)

گزینهٔ «۱»: $0 < a < 1 \xrightarrow{a\ \frac{1}{2}} (\frac{1}{2})^5 > (\frac{1}{2})^3$ نادرست است.

گزینهٔ «۲»: $-1 < a < 0 \xrightarrow{a\ \frac{-1}{2}} (-\frac{1}{2})^6 > (-\frac{1}{2})^2$ نادرست است.

گزینهٔ «۳»: $a > 1$ یا $a < -1 \xrightarrow{a\ -2} (-2)^5 > (-2)^4$ نادرست است.

دقت شود که رابطهٔ $a^5 > a^4$ فقط برای $a > 1$ برقرار است.

گزینهٔ «۴»: $a < -1 \Rightarrow a^6 > a^4$ درست است.

(ریاضی۱– توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** (ابراهیم نبفی)

$$x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} - 1 = \sqrt[3]{\sqrt{2^2 \times 2}} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

$$\sqrt{x^3 \times x^{-1}} = \sqrt{x^2} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2}-1)^2 = 2-2\sqrt{2}+1 = 3-2\sqrt{2}$$

(ریاضی۱– توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ و ۶۲ تا ۶۸)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** (محمد بحیرایی)

الف) به‌ازای $a = 4$، $b = 9$ و $n = 2$ داریم:

$$\sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{4}+\sqrt{9} = 2+3 = 5$$

بنابراین تساوی «الف» نادرست است.

ب) به شرط بامعنا بودن $\sqrt[n]{a}$ تساوی همواره درست است.

پ) اگر a منفی باشد و n زوج باشد، عبارت $\sqrt[2n]{a^n}$ بامعناست ولی $\sqrt{a}$ تعریف نشده است پس تساوی همواره درست نیست.

ت) به شرط فرد بودن n تساوی همواره درست است.

(ریاضی۱–توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** (حمید علیزاده)

ابتدا پایه‌های دو عدد A و B را یکسان می‌کنیم.

$$A = \sqrt[7]{-8\sqrt[3]{32}} = -\sqrt[7]{2^3 \times 2^{\frac{5}{3}}} = -\sqrt[7]{2^{\frac{14}{3}}} = -2^{\frac{2}{3}}$$

$$B\ \ \sqrt[3]{(\frac{1}{2})^{-2}}\ \ \sqrt[3]{(2^{-1})^{-2}} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow (-A \times B)^{-\frac{3}{2}} = (2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{2}} = (2^{\frac{4}{3}})^{-\frac{3}{2}} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = 0/25$$

(ریاضی۱–توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

هندسه ۱

۶۱- **گزینهٔ «۲»** (امیرهوشنگ خمسه)

در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آنها برابر است، بنابراین داریم:

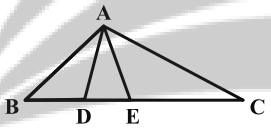
$$\frac{h_a - h_c}{h_b} = \frac{h_a}{h_b} - \frac{h_c}{h_b}$$

$$\frac{b}{a} - \frac{b}{c} = \frac{۴}{۳} - \frac{۴}{۶} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** (محمد خندان)

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک باشند و قاعدهٔ مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازهٔ قاعده‌های آنهاست. بنابراین داریم:



$$\begin{cases} \frac{S_{ACE}}{S_{ADE}} = \frac{CE}{DE} = ۳ \Rightarrow DE = \frac{۱}{۳}CE \\ \frac{S_{ACE}}{S_{ABD}} = \frac{CE}{BD} = ۲ \Rightarrow BD = \frac{۱}{۲}CE \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{BD + DE + CE}{\frac{۱}{۳}CE} \quad \frac{\frac{۱}{۲}CE + \frac{۱}{۳}CE + CE}{\frac{۱}{۳}CE} \quad \frac{۱۱}{۲} \quad ۵/۵$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** (امیرهوشنگ خمسه)

$$\Delta ABF : DE \parallel BF \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AE}{AF} = \frac{AD}{AB} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow AF = ۲AE \quad (۱)$$

$$\Delta ABC : DF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AF}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow AC = ۲AF \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow AC = ۴AE$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

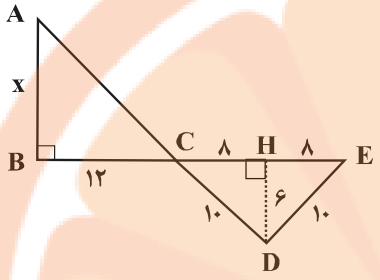
۶۴- **گزینهٔ «۴»** (رضا عباسی‌اصل)

ارتفاع نظیر قاعدهٔ مثلث متساوی‌الساقین DEC را رسم می‌کنیم، داریم:

$$CH \quad HE = \frac{۱۶}{۲} = ۸$$

$$\overset{\Delta}{DEH} : DH^۲ \quad ۱۰^۲ - ۸^۲ = ۳۶$$

$$\Rightarrow DH = ۶$$



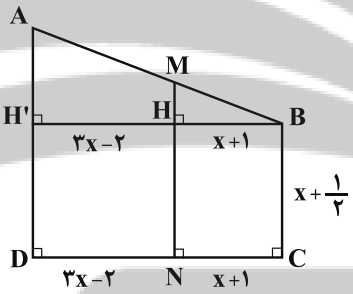
$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{CHD}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{CH} = \frac{AB}{DH}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲}{۸} = \frac{x}{۶} \Rightarrow x = ۹$$

(هندسهٔ ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** (فرشاد فرامرزی)



از رأس B، خطی به موازات CD رسم می‌کنیم تا MN و AD را به‌ترتیب در H و H′ قطع کند. داریم:

$$MH \quad MN - HN = ۲x - \left(x + \frac{۱}{۲}\right) = x - \frac{۱}{۲}$$

$$AH' \quad AD - H'D = ۲x + ۲ - \left(x + \frac{۱}{۲}\right) = x + \frac{۳}{۲}$$

با استفاده از قضیهٔ تالس در مثلث ABH′ داریم:

$$MH \parallel AH' \Rightarrow \frac{MH}{AH'} = \frac{BH}{BH'} \Rightarrow \frac{x - \frac{۱}{۲}}{x + \frac{۳}{۲}} = \frac{x + ۱}{۴x - ۱}$$

$$\Rightarrow ۴x^۲ - ۲x + \frac{۱}{۲} - x = x^۲ + \frac{۵}{۲}x + \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۳x^۲ - \frac{۱۱}{۲}x - ۱ = ۰$$

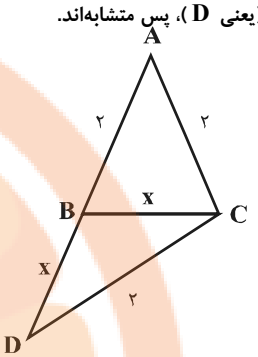
$$\Rightarrow ۶x^۲ - ۱۱x - ۲ = ۰ \Rightarrow (۶x + ۱)(x - ۲) = ۰$$

$$\xrightarrow{x>۰} x = ۲ \Rightarrow MN = ۲x = ۴$$

(هندسه ۱ - قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** (علی فتح آبادی)

دو مثلث متساوی‌الساقین ACD و BCD، دارای یک زاویهٔ روبه‌رو به ساق برابر می‌باشند (یعنی $\hat{D}$)، پس متشابه‌اند.



$$\frac{BC}{AC}\ \frac{DC}{AD}\ \frac{BD}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۲}=\frac{۲}{x+۲} \Rightarrow x^۲+۲x=۴$$

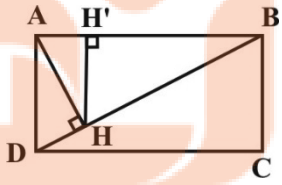
$$\Rightarrow x^۲+۲x+۱=۵ \Rightarrow (x+۱)^۲=۵$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=\sqrt{۵}-۱ \\ x=-\sqrt{۵}-۱ \end{cases}$$ غ.ق.ق

(هندسهٔ ۱ – قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۷- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD، داریم:



$$BD^۲\quad AB^۲+AD^۲=۱۲+۴=۱۶ \Rightarrow BD=۴$$

$$AB^۲\quad BD.BH \Rightarrow ۱۲=۴\times BH \Rightarrow BH=۳$$

حال اگر از H، عمود HH' را بر ضلع AB رسم کنیم، داریم:

$$HH' \parallel AD \Rightarrow \frac{HH'}{AD}=\frac{BH}{BD} \Rightarrow \frac{HH'}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow HH'=\frac{۳}{۲}$$

(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** (فرشاد فرامرزی)

از آن جا که رابطهٔ $(۲\sqrt{۶})^۲+(۲\sqrt{۳})^۲$ ۶۲ بین اضلاع مثلث اول برقرار است، طبق عکس قضیهٔ فیثاغورس، مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد و داریم:

$$S_۱=\frac{۱}{۲}\times ۲\sqrt{۳}\times ۲\sqrt{۶}=۶\sqrt{۲}$$

از طرفی داریم: $\frac{S_۲}{S_۱}=k^۲ \Rightarrow \frac{۳\sqrt{۲}}{۶\sqrt{۲}}=k^۲ \Rightarrow k^۲=\frac{۱}{۲} \Rightarrow k=\frac{۱}{\sqrt{۲}}$

اگر اضلاع مثلث دوم را x و y و z بنامیم، داریم:

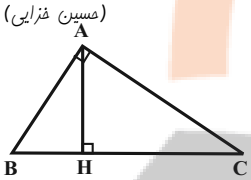
$$\frac{x}{۲\sqrt{۳}}\ \frac{y}{۲\sqrt{۶}}\ \frac{z}{۶}\ \frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow x=\sqrt{۶}, y=۲\sqrt{۳}, z=۳\sqrt{۲}$$

بنابراین اندازهٔ هیچ یک از اضلاع مثلث دوم، $۲\sqrt{۶}$ نیست.

(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** (حسین خزایی)

فرض کنید BH و ۳k و CH ۴k باشد.



طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AH^۲\quad BH\times CH \Rightarrow ۱۲^۲=۳k\times ۴k$$

$$\Rightarrow ۱۲k^۲=۱۲\times ۱۲ \Rightarrow k^۲=۱۲ \Rightarrow k=۲\sqrt{۳}$$

$$BC=۷\times ۲\sqrt{۳}=۱۴\sqrt{۳}$$

$$S_{ABC}\quad \frac{۱}{۲}AH\times BC=\frac{۱}{۲}\times ۱۲\times ۱۴\sqrt{۳}=۸۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

در دو مثلث با ارتفاع‌های برابر، نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است، بنابراین داریم:

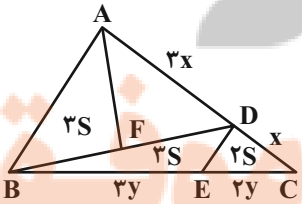
$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDE}}\ \frac{۲y}{۳y}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{CDE}\quad ۲S \\ S_{BDE}\quad ۳S \end{cases}$$

S_{ABF} ۳S، BDE و ABF با توجه به تساوی مساحت مثلث‌های است. همچنین داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}}\ \frac{AD}{DC}\ \frac{۳}{۱} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{۵S}=۳ \Rightarrow S_{ABD}=۱۵S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABF}}{S_{ABD}}=\frac{۳S}{۱۵S}=\frac{۱}{۵} \Rightarrow \frac{BF}{BD}=\frac{۱}{۵}$$



(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

فیزیک ۱

۷۱- گزینهٔ «۲» *(زهره آقامحمدی)*

جمله‌های نادرست:

آ) الماس جامد بلورین است.

ب) فاصلهٔ ذرات در جامد و مایع در حدود ۱ آنگستروم است.

پ) دلیل پخش ذرات نمک و جوهر در آب، به حرکت نامنظم و کاتوره‌ای مولکول‌های آب و برخورد مولکول‌های آب با ذرات سازنده‌ی نمک و جوهر مربوط می‌شود.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۷۲- گزینهٔ «۴» *(بیتا خورشید)*

طبق متن کتاب درسی گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» از اثرات کشش سطحی هستند. کشش سطحی ناشی از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های سطح مایع است. گزینهٔ «۴» به علت بیش‌تر بودن نیروی هم‌چسبی مولکول‌های جیوه از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه است.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۷۳- گزینهٔ «۳» *(سیدامیر نیکویی نهالی)*

می‌دانیم فشار کل در عمق h از یک مایع از رابطهٔ $P_{کل} = P_0 + \rho gh$ به‌دست می‌آید. برای عمق h و $1/5h$ فشار کل برابر خواهد بود با:

$$h: P_1 = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_1 = 10^5 + 10^3 \times 10 \times h$$

$$1/5h: P_2 = P_0 + \rho g(1/5h) \Rightarrow P_2 = 10^5 + 10^3 \times 10 \times (1/5h)$$

می‌دانیم که در نقطهٔ ۲ (عمق $1/5h$) فشار کل ۱۰ درصد بیش‌تر از عمق h است، بنابراین:

$$P_2 = P_1 + \frac{10}{100}P_1 = 1/1P_1 \Rightarrow \frac{10^5 + 10^4 \times 1/5h}{10^5 + 10^4 \times h} = 1/1$$

$$\Rightarrow 11 + 1/1h = 10 + 1/5h \Rightarrow 1 = 0/4h \Rightarrow h = 2/5m$$

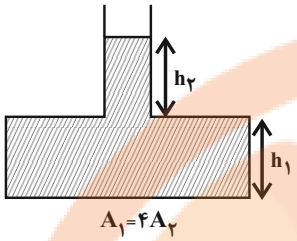
در نهایت فشار کل در عمق $2h$ برابر خواهد بود با:

$$P_{کل} = P_0 + \rho g(2h) = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 5$$

$$= 1/5 \times 10^5 Pa = 1/5atm$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷۴- گزینهٔ «۴» *(اسماعیل مرادی)*



کل جرم آب قرار گرفته در قسمت پهن ظرف برابر است با:

$$m_1 = \rho_1 V_1 = 10^3 \times 2 \times 10^{-3} = 2kg$$

چنان‌چه کل قسمت پهن ظرف را از آب پر کنیم، نیروی ناشی از این مقدار مایع برابر است با $m_1 g$ ۲۰N. بنابراین قسمت پهن ظرف کاملاً پر می‌شود. از طرفی:

$$F = P_{مایع} A_1 = (\rho gh_1 + \rho gh_2)A_1$$

$$= \rho gh_1 A_1 + \rho gh_2(4A_2) = \rho gV_1 + 4\rho gV_2$$

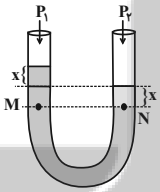
$$= m_1 g + 4m_2 g \Rightarrow 60 = 2 \times 10 + 4 \times m_2 \times 10$$

$$\Rightarrow m_2 = 1kg$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = 2 + 1 = 3kg$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷۵- گزینهٔ «۱» *(ناصر امیدوار)*



از آن‌جایی که مخزن گاز وصل شده به شاخهٔ سمت راست، فشار بیش‌تری دارد، بنابراین مایع داخل لوله از این شاخه پایین می‌آید و از شاخهٔ سمت چپ بالا خواهد رفت. (نادرستی گزینه‌های «۲» و «۴»)

از طرفی با توجه به برابر بودن قطر دو شاخهٔ لوله، وقتی مایع از شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x سانتی‌متر پایین بیاید، از شاخهٔ سمت چپ به اندازهٔ x سانتی‌متر بالا خواهد رفت. بنابراین در سطح هم‌تراز جدید خواهیم داشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_1 + \rho g(2x) = P_2$$

$$\Rightarrow 105 \times 10^3 = 103 \times 10^3 + 400 \times 10 \times 2x$$

$$\Rightarrow x = 0/25m = 25cm$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

تلاشگران مسیر موفقیت

۷۶- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

فشار جیوه در ته بستهٔ لوله را از پاسکال به سانتی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم. به همین منظور از رابطهٔ $P = \rho gh$ استفاده می‌کنیم و ارتفاع ستون جیوهٔ معادل این فشار را می‌یابیم.

$$P \quad \rho gh \xrightarrow[\rho=۱۳/۵\frac{g}{cm^۳}=۱۳۵۰۰\frac{kg}{m^۳}]{P=۶۷۵۰Pa,\ g=۱۰\frac{N}{kg}} ۶۷۵۰ = ۱۳۵۰۰\times ۱۰\times h$$

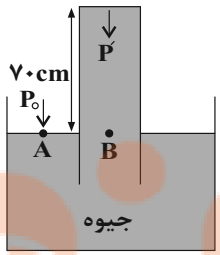
$$h = ۰/۰۵m \xrightarrow{\times ۱۰۰} h = ۵cm \Rightarrow P = ۵cmHg$$

چون ارتفاع جیوه‌ای که فشار $۶۷۵۰Pa$ را ایجاد می‌کند برابر $۵cm$ است، بنابراین فشار وارد بر ته لوله $۵cmHg$ است.

مطابق شکل زیر، فشار نقطهٔ A برابر با فشار نقطهٔ B است. زیرا هم‌تراز در یک مایع ساکن هستند. از طرف دیگر، فشار نقطهٔ A برابر فشار هوا $(P_۰)$ و فشار نقطهٔ B برابر مجموع فشار ستون جیوه و فشاری است که ته بسته لوله بر جیوه وارد می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_۰ = P_{\text{ستون جیوه}} + P_{\text{ته لوله}}$$

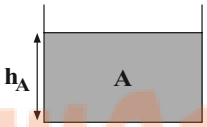
$$\xrightarrow[P_{\text{ته لوله}}=۵cmHg]{P_{\text{ستون جیوه}}\ ۷۰cmHg} P_۰ = ۷۰ + ۵ \Rightarrow P_۰ = ۷۵cmHg$$



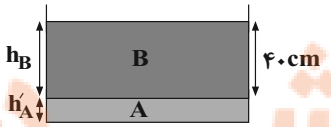
(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

ابتدا نسبت ارتفاع مایع A را در دو ظرف به‌دست می‌آوریم:



ظرف (۱)



ظرف (۲)

$$V_A \quad V'_A \xrightarrow{V_A\ Ah} A_۱h_A = A_۲h'_A$$

$$\xrightarrow[d_۲\ \ ۲d_۱]{A\propto d^۲} h'_A = \frac{h_A}{۴}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ فشار ناشی از ستون مایع داریم:

$$P_۱ = P_۲ \Rightarrow \rho_A gh_A = \rho_A gh'_A + \rho_B gh_B$$

$$\xrightarrow[\rho_A gh_A = P_۱,\ g=۱۰\frac{N}{kg}]{h'_A=\frac{h_A}{۴},\ \rho_B=۱/۲\frac{g}{cm^۳}=۱۲۰۰\frac{kg}{m^۳}}$$

$$P_۱ = \frac{P_۱}{۴} + ۱۲۰۰\times ۰/۴\times ۱۰ \Rightarrow \frac{۳}{۴}P_۱ = ۴۸۰۰$$

$$\Rightarrow P_۱ = ۶۴۰۰Pa = ۶/۴kPa$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین مبوزی)*

با افزایش عمق مایع از سطح آزاد آن، فشار بیشتر می‌شود. از این‌رو به دلیل اختلاف فشار موجود در بالا و پایین جسمی که در شاره قرار دارد، نیرویی بالاسو بر جسم وارد می‌شود که همان نیروی شناوری است.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

طبق معادلهٔ پیوستگی برای شارهٔ تراکم‌ناپذیر، به‌صورت زیر تندی آب در مقطع B را می‌یابیم:

$$A_A v_A \quad A_B v_B \xrightarrow{A=\pi r^۲=\pi\frac{D^۲}{۴}}$$

$$\pi\frac{D_A^۲}{۴}\times v_A = \pi\frac{D_B^۲}{۴}\times v_B$$

$$\Rightarrow D_A^۲ v_A = D_B^۲ v_B \xrightarrow[v_A\ \ ۶\frac{m}{s}]{D_A=۲D_B}$$

$$\Rightarrow ۴D_B^۲\times ۶ = D_B^۲ v_B \Rightarrow v_B = ۲۴\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسین مفرومی)*

شناوری کشتی فولادی در آب دریا را می‌توان به واسطهٔ نیروی شناوری وارد بر آن (اصل ارشمیدس) توجیه کرد ولی باقی گزینه‌ها را می‌توان به وسیلهٔ اصل برنولی توجیه نمود.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

تلاشی دلسوزانه برای موفقیت

شیمی ۱

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های (ب) و (پ) درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (الف): هرچه لایه‌های الکترونی از هسته دورتر باشد، انرژی الکترون بیشتر است. بنابراین، فاصلهٔ الکترون از هسته با سطح انرژی آن، رابطهٔ مستقیم دارد.

عبارت (ت): حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطهٔ $2+4l$ به‌دست می‌آید.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ و ۲۹)

۸۲- **گزینهٔ «۳»** *(حسین ناصری ثانی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: نادرست، مطابق این مدل هر بخش پررنگ در شکل، نشان‌دهندهٔ مهم‌ترین بخش از یک لایهٔ الکترونی است که الکترون‌های آن لایه، بیشتر وقت خود را در آن فاصله از هسته سپری می‌کنند. در واقع براساس این مدل، الکترون در هر لایه‌ای که باشد، در همهٔ نقاط اطراف هسته حضور می‌یابد اما در بخش پررنگ هر لایه، احتمال حضور بیشتری دارد.

گزینهٔ «۲»: از آنجا که مدل اتمی بور فقط توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه نماید بنابراین دانشمندان برای توجیه و علت ایجاد طیف نشری خطی دیگر عنصرها و چگونگی نشر نور توسط اتم‌ها، این ساختار لایه‌ای را برای اتم ارائه کردند.

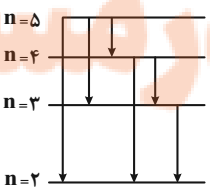
گزینهٔ «۴»: براساس این مدل، الکترون‌ها در اتم برای تبادل انرژی هنگام انتقال بین لایه‌ها با محدودیت مشابهی همانند بالا رفتن از پلکان یا نردبان (نه سطح شیب‌دار یا سربالایی) مواجه هستند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(حمید زبحی)*

گزینهٔ «۱»: در طیف نشری – خطی هیدروژن، با افزایش طول موج نوارها، فاصلهٔ بین نوارها افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۲»:



گزینهٔ «۳»: سطح انرژی لایه‌ها در هر اتم منحصر به فرد است.

گزینهٔ «۴»: هر بخش پررنگ در ساختار لایه‌ای، نشان‌دهنده ناحیه‌ای است که احتمال حضور الکترون در آن بیشتر است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(حسن رحمتی کوکنده)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: زیرلایه‌های $4f$، $5d$، $6p$ و $7s$ دارای $n+l=7$ و زیرلایه‌های $2p$ و $3s$ دارای $n+l=3$ هستند.

گزینهٔ «۲»: نوار رنگی حاصل از انتقال الکترون اتم هیدروژن از $n=3$ به $n=2$ به رنگ سرخ می‌باشد که با رنگ شعله لیتیم کلرید مشابه است.

گزینهٔ «۳»:

۵ الکترون ظرفیت $\Rightarrow {}_{33}As: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ \underline{4s^2\ 4p^3}$

۶ زیرلایه پر شده است. $\Rightarrow {}_{29}Cu: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^1$

گزینهٔ «۴»: در جدول دوره‌ای ۳۶ عنصر دستهٔ p و ۴۰ عنصر دستهٔ d وجود دارد که نسبت خواسته شده برابر $0/9$ می‌باشد. $(\frac{36}{40})$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۲ و ۲۷ تا ۳۴)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(قادر باقاری)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هرچه طول موج یک نور کوتاه‌تر باشد، انرژی آن بیش‌تر بوده و در هنگام عبور از منشور، بیش‌تر منحرف می‌شود.

گزینهٔ «۲»: در ساختار لایه‌ای اتم با دور شدن از هسته، سطح انرژی لایه‌ها به یکدیگر نزدیک‌تر شده و اختلاف سطح انرژی لایه‌های متوالی کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: آرایش الکترونی یون Cr^+:

${}_{24}Cr^+: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^5$

تعداد الکترون‌ها در سومین لایه: $3s^2\ 3p^6\ 3d^5 \Rightarrow 2+6+5=13$

تعداد الکترون‌ها در زیرلایهٔ با $l=2\ (d) \Leftarrow 3d^5$ $\quad 13-5=8$

گزینهٔ «۴»: آلومینیم اکسید: $Al_2O_3 \Leftarrow$ نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها:

منیزیم فلوئورید: $MgF_2 \Leftarrow$ نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها: $\frac{2}{1}$

نسبت خواسته شده $\quad \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۰، ۲۷، ۳۰ تا ۳۴، ۳۷ تا ۳۹)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(حسن عیسی‌زاده)*

موارد آ، پ و ت درست هستند.

بررسی موارد:

آ و پ) عنصر A از دورهٔ چهارم و گروه ۵، دارای عدد اتمی ۲۳ است.

بنابراین یون M^{3+} دارای ۲۳ الکترون بوده و عدد اتمی آن برابر ۲۶ ($_{26}Fe$) است.

ب) در اتم A الکترون‌های مربوط به زیرلایه‌های $2p^6$، $3p^6$، $3d^3$ دارای $l \geq 1$ هستند.

ت) اتم A دارای آرایش الکترونی $[_{18}Ar]3d^3 4s^2$ بوده که در A_2O_3 با از دست دادن ۳ الکترون به A^{3+} تبدیل شده است. $A^{3+}: [_{18}Ar]3d^2$

ث) اتم‌های $^{51}_{23}A$ و $^{56}_{26}M$ به ترتیب دارای ۲۸ و ۳۰ نوترون هستند. اختلاف تعداد نوترون‌ها در هستهٔ اتم این دو عنصر برابر ۲ است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۹)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(علی مهیری)*

بررسی موارد نادرست:

آ) زیرلایهٔ 3d از لایهٔ سوم است اما در عناصر دورهٔ سوم، الکترونی وارد آن نمی‌شود. الکترون‌گیری این زیرلایه در عناصر دورهٔ چهارم انجام می‌شود.

ت) ۷ عنصر گروه اول و ۶ عنصر گروه دوم به همراه هلیم از گروه ۱۸ام، عناصر دستهٔ s را تشکیل می‌دهند.

ث) این مورد برای عناصر دستهٔ s و p درست است، اما در عناصر دستهٔ d، الکترون‌های زیرلایه‌های s لایهٔ آخر و d لایهٔ ماقبل آخر، الکترون‌های ظرفیت هستند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد سعیدی)*

موارد اول و دوم درست‌اند.

طبق آرایش لایهٔ ظرفیت داده شده برای عناصر، نماد یون‌های پایدار این عناصر به‌صورت A^{2-}، B^{+}، C^{3-} و D^{2+} است.

مورد اول: ترکیب یونی حاصل از B^{+} و C^{3-} به‌صورت B_3C می‌باشد که نسبت مدنظر مشابه Li_3N است.

مورد دوم: $B^{+} + A^{2-} \rightarrow B_2A$

مورد سوم: C عنصری از دستهٔ p بوده و می‌تواند با گرفتن ۳ الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب هم‌دورهٔ خود برسد.

مورد چهارم: عنصر D متعلق به گروه ۲ و دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای است و فرمول سولفید آن به‌صورت DS است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی زارعی)*

منیزیم‌اکسید (MgO) همانند کلسیم نیترید (Ca_3N_2) یک ترکیب یونی دوتایی است چون از دو عنصر ساخته شده است.

هنگام تشکیل هر مول MgO، ۲ مول الکترون و هنگام تشکیل هر مول کلسیم نیترید ۶ مول الکترون بین کاتیون و آنیون مبادله می‌شود. اگر فرض کنیم در تشکیل هر دو ترکیب ۱مول الکترون مبادله شده باشد داریم:

$$1mole^- \times \frac{1molMgO}{2mole^-} \times \frac{40gMgO}{1molMgO} = 20gMgO$$

$$1mole^- \times \frac{1molCa_3N_2}{6mole^-} \times \frac{148gCa_3N_2}{1molCa_3N_2} \simeq 24/7gCa_3N_2$$

$$\frac{\text{جرم } Ca_3N_2}{\text{جرم } MgO} = \frac{24/7}{20} \simeq 1/2$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۹۰- **گزینهٔ «۱»** *(علی امینی)*

فقط مورد سوم نادرست است.

با توجه به روند پر شدن زیرلایه‌های لایهٔ سوم (n = ۳) و لایهٔ چهارم (n = ۴) عدد اتمی عناصر را مشخص می‌کنیم:

A $_{20}Ca: [_{18}Ar]4s^2$ D $_{34}Se: [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^4$

X $_{24}Cr: [_{18}Ar]3d^5 4s^1$ Y $_{30}Zn: [_{18}Ar]3d^{10}4s^2$

M $_{35}Br: [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^5$

بررسی موارد:

مورد اول) $24 - 20 = 34 - 30 = 4$

مورد دوم) به‌جز عنصر X که دارای زیرلایهٔ $4s^1$ است، سایر عنصرها دارای زیرلایهٔ $4s^2$ می‌باشند.

مورد سوم) نسبت تعداد الکترون‌های زیرلایه‌های 3d به 3s در یون‌های پایدار X و Y یکسان نیست.

مورد چهارم) $A^{2+} + D^{2-} \rightarrow AD$ $\quad K^{+} + M^{-} \rightarrow KM$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴، ۳۷ تا ۳۹)

تلاشی درمسیر موفقیت

حسابان ۲

۹۱- **گزینهٔ «۱»** *(علی سلامت)*

نقطه $A(-۲,۴)$ روی تابع $y \quad f(۳-x)+۱$ قرار دارد. بنابراین:

$$y \quad f(۳-x)+۱ \xrightarrow{A(-۲,۴)} f(۵)+۱=۴ \Rightarrow f(۵)=۳$$

نقطه $A'(۳,-۵)$ نیز روی تابع $y \quad -f(kx-۱)+m$ قرار دارد.

$$\Rightarrow y=-f(kx-۱)+m \xrightarrow{A'(۳,-۵)} -f(۳k-۱)+m=-۵$$

$$\Rightarrow f(۳k-۱)=m+۵ \qquad (۱)$$

از طرفی چون $A(-۲,۴)$ نقطهٔ متناظر $A'(۳,-۵)$ است، داریم:

$$۳k-۱=۵ \Rightarrow k=۲$$

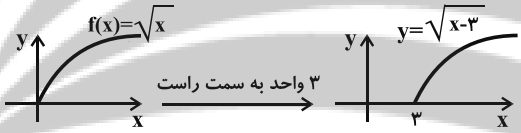
در پایان هم در رابطهٔ (۱) به جای k عدد ۲ را قرار می‌دهیم و مقدار m را محاسبه می‌کنیم.

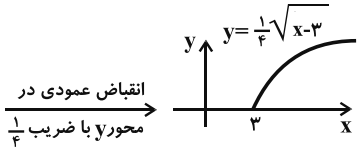
$$f(۳k-۱)=m+۵ \xrightarrow{k\ ۲} f(۵)=m+۵$$

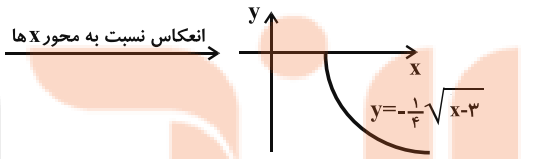
$$\xrightarrow{f(۵)\ ۳} m=-۲ \Rightarrow m.k=-۴$$

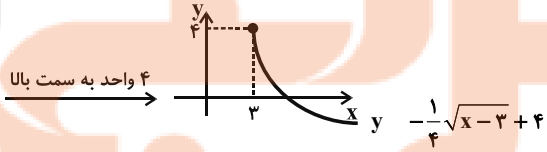
(حسابان ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمد پیمانی)*









(حسابان ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین سپهر)*

دامنه و برد $y \quad f(x)$ را از روی نمودار داده شده مشخص می‌کنیم. دامنه $y \quad f(x)$ برابر $[-۲,۳]$ و برد آن $[۰,۲]$ می‌باشد. حال دامنه و برد $y \quad ۳f(۲x-۱)+۱$ را به‌صورت زیر پیدا می‌کنیم:

$$-۲ \le ۲x-۱ \le ۳ \Rightarrow -۱ \le ۲x \le ۴ \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \le x \le ۲$$

پس دامنه تابع $y \quad ۳f(۲x-۱)+۱$ بازه $[-\frac{۱}{۲},۲]$ می‌باشد. بنابراین

$$a=-\frac{۱}{۲} \text{ و } b=۲.$$

$$۰ \le f(۲x-۱) \le ۲ \xrightarrow{\times ۳} ۰ \le ۳f(۲x-۱) \le ۶$$

$$\xrightarrow{+۱} ۱ \le ۳f(۲x-۱)+۱ \le ۷$$

پس برد تابع $y \quad ۳f(۲x-۱)+۱$ بازه $[۱,۷]$ است. یعنی:

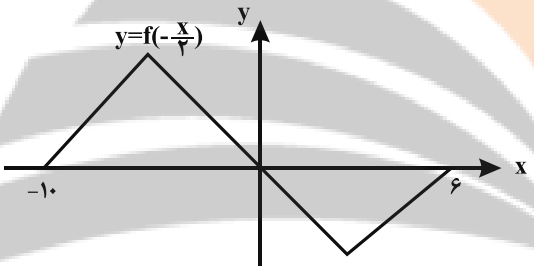
$$c=۱ \text{ و } d=۷.$$ بنابراین:

$$\frac{c.d}{a.b} \quad \frac{۱\times ۷}{(-\frac{۱}{۲})\times ۲}=-۷$$

(حسابان ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(عزیزاله علی‌اصغری)*

ابتدا از روی $f(x)$ نمودار $f(-x)$ را رسم کرده و سپس در راستای افقی آن را ۲ برابر منبسط می‌کنیم تا $f\left(-\frac{x}{۲}\right)$ به‌دست آید.



حال دامنهٔ تابع $g(x) \quad \sqrt{xf\left(-\frac{x}{۲}\right)}$ را می‌یابیم:

$$xf\left(-\frac{x}{۲}\right) \ge ۰$$

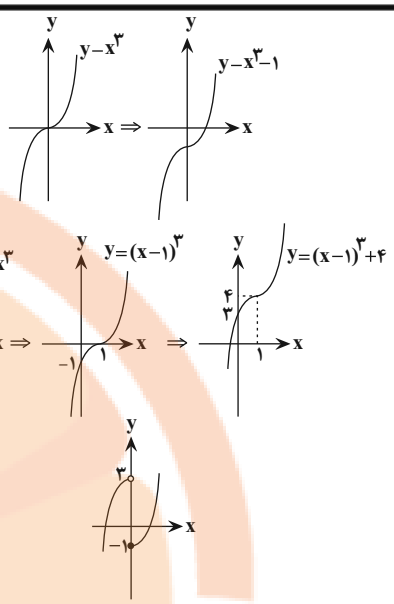
	-۱۰		۰		۶
x		$-$	۰	$+$	
$f\left(-\frac{x}{۲}\right)$	۰	$+$	۰	$-$	۰
$xf\left(-\frac{x}{۲}\right)$	۰	$-$	۰	$-$	۰

$$\Rightarrow D_g=\{-۱۰,۰,۶\}$$

(حسابان۲ - تابع؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** *(علی ونکی‌فراهانی)*

ابتدا باید نمودار تابع $f(x)$ را رسم کنیم. برای این کار ابتدا نمودار $y \quad x^۳-۱$ و $y \quad (x-۱)^۳+۴$ را رسم می‌کنیم و بازهٔ موردنظر را نگه می‌داریم.

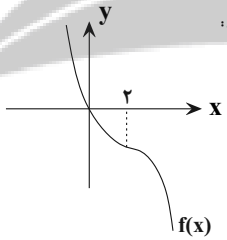


با توجه به نمودار تابع f واضح است که اگر $\alpha \in [-1,3)$ باشد، آن‌گاه معادلهٔ $f(x)=\alpha$ دو جواب دارد. پس خط $y=\alpha$ به‌ازای $\alpha=\{-1,0,1,2\}$ در دو نقطه با نمودار تابع f برخورد می‌کند. پس ۴ مقدار صحیح برای α وجود دارد.

(حسابان۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(علی ونکی فراهانی)*

نمودار تابع مذکور باید مانند شکل مقابل باشد:



دراواقع کافی است که $f(0)=0$.

$$f(0)=0 \Rightarrow -(-2)^3+a=0 \Rightarrow a=-8$$

(حسابان۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹۷- **گزینهٔ «۱»** *(علی ونکی فراهانی)*

در توابع اکیداً صعودی داریم: $x_2>x_1 \Rightarrow f(x_2)>f(x_1)$

$$2>1 \Rightarrow f(2)>f(1) \Rightarrow m-4>m^2-4m \Rightarrow m^2-5m+4<0$$
$$\Rightarrow (m-1)(m-4)<0 \Rightarrow m\in(1,4)$$

چون m عددی طبیعی است، مقادیر طبیعی $2,3$ m در بازهٔ موردنظر قرار دارد:

$$\xrightarrow{m\in\mathbb{N}} \begin{cases} m=2 \Rightarrow f=\{(1,-4),(2,-2),(2,6),(3,8)\} \\ \text{در این صورت به‌دلیل وجود دو زوج مرتب } (2,-2) \text{ و} \\ (2,6) \text{ دیگر } f \text{ تابع نیست. (غیرقابل قبول)} \\ m=3 \Rightarrow f=\{(1,-3),(2,-1),(3,6),(3,8)\} \\ \text{در این صورت به‌دلیل وجود دو زوج مرتب } (3,6) \text{ و} \\ (3,8) \text{ دیگر } f \text{ تابع نیست. (غیرقابل قبول)} \end{cases}$$

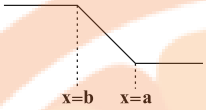
در نتیجه هیچ مقدار طبیعی برای m وجود ندارد.

(حسابان۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(بهراد سراج)*

چون تابع به‌صورت آبشاری یا سرسره‌ای است و قرار است نزولی باشد، پس باید $a>b$ باشد، این توابع بین ریشه‌های عبارت داخل قدرمطلق اکیداً یکنوا هستند پس ۵ و ۳- همان ریشه‌ها هستند:

$$\left.\begin{matrix} a & 5 \\ b & -3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (a,b)=(5,-3)$$



(حسابان۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کرمی)*

چون تابع f نزولی است و زیر رادیکال هم باید نامنفی باشد، داریم:

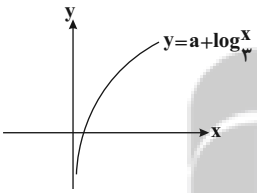
$$f(2)-f(|x-1|)\geq 0 \Rightarrow f(2)\geq f(|x-1|) \xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی}} 2\leq |x-1|$$
$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4\leq x^2-2x+1 \Rightarrow x^2-2x-3\geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+1)\geq 0$$
$$\Rightarrow D_g=(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$$

(حسابان۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

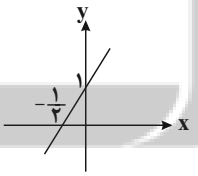
۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسین اسفینی)*

ابتدا شکل کلی از نمودار تابع $f(x)=\begin{cases} a-\log_{\frac{1}{3}}^{x} & ; x\geq 3 \\ 2x+1 & ; x<3 \end{cases}$ را رسم می‌کنیم:

$$y \quad a-\log_{\frac{1}{3}}^{x}=a-\log_{3^{-1}}^{x}=a+\log_3^x$$

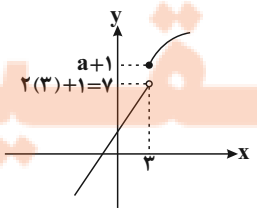


$$y \quad 2x+1$$



حال هر دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

شرط $x_2>x_1 \Rightarrow f(x_2)\geq f(x_1)$ به معنی صعودی بودن f است. برای صعودی بودن باید داشته باشیم:



$$7\leq a+1 \Rightarrow 6\leq a$$

(حسابان۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

تلاش در مسیر موفقیت

هندسه ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** *(عادل ابراهیمی)*

$$A=\begin{bmatrix}0&-1&-2\\1&0&-1\\2&1&0\end{bmatrix}\ ,\ B=\begin{bmatrix}2&1&2\\3&4&1\\4&5&6\end{bmatrix}$$

$$A+B\ \begin{bmatrix}2&0&0\\4&4&0\\6&6&6\end{bmatrix}$$

اگر به تعریف ماتریس‌های A و B دقت کنیم، درایه‌های بالای قطر اصلی آنها قرینه‌اند، پس مجموع این درایه‌ها صفر است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدجواد نوری)*

طبق تعریف ماتریس B داریم:

$$B=\begin{bmatrix}2&3&4\\4&6&8\\6&9&12\end{bmatrix}$$

دو ماتریس A و B مساوی یکدیگرند، پس درایه‌های آنها باید نظیر به نظیر برابر یکدیگر باشند:

$$\begin{cases}m=2\\n-1=6\Rightarrow n=7\\k+1=12\Rightarrow k=11\end{cases}$$

$$m+n+k=2+7+11=20$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(رضا عباسی‌اصل)*

واضح است که A، ماتریسی 3×1 می‌باشد، بنابراین اگر A در $\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}$ نظر گرفته شود، آنگاه داریم:

$$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&2&-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a&2&d\\b&-2&e\\c&4&f\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}x&2x&-x\\y&2y&-y\\z&2z&-z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a&2&d\\b&-2&e\\c&4&f\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}2x=2\Rightarrow x=1\\2y=-2\Rightarrow y=-1\\2z=4\Rightarrow z=2\end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$a+c+e=x+z-y=1+2+1=4$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۴- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود درویشی)*

اگر $ABCD$ باشد و سطر دوم ماتریس A را با A_2 و ستون اول ماتریس C را با C_1 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$d_{21}\quad A_2\times B\times C_1=\begin{bmatrix}3&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1&2\\-2&2&-1\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\1\\-2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}3&7&5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\1\\-2\end{bmatrix}=9$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید $A=\begin{bmatrix}a&0&0\\0&a&0\\0&0&a\end{bmatrix}$، $(a\in R)$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB\quad\begin{bmatrix}a&0&0\\0&a&0\\0&0&a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2&-3\\3&1&2\\-1&-3&2\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}a&2a&-3a\\3a&a&2a\\-a&-3a&2a\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های AB $\quad 4a\Rightarrow 4a=12\Rightarrow a=3$

مجموع درایه‌های A $\quad 3a=3\times 3=9$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

تلاشی در تسخیر موفقیت

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(جواد حاتمی)*

$$(A-B)^2 = A^2 - AB - BA + B^2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} - AB - BA$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 0 & 21 \end{bmatrix} - AB - BA$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 0 & 21 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 12 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۷- **گزینهٔ «۴»** *(عباس اسدی امیرآبادی)*

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad 2A$$

$A^3 \quad A^2 \times A = 2A \times A = 2A^2 = 4A = 2^2 A$

$\vdots$

$A^{12} \quad 2^{11} A \Rightarrow$ مجموع درایه‌ها $\quad 6 \times 2^{11} = 3 \times 2^{12}$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$C \quad AB \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C^2 = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی ماتریس C^2، برابر $4+6=10$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۹- **گزینهٔ «۲»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

$$AB + BA = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} b & a^2 \\ b^2 & a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & ab \\ ab & b \end{bmatrix} = \bar{O}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+b & a^2+ab \\ b^2+ab & a+b \end{bmatrix} \quad \bar{O}$$

$$\Rightarrow (a+b)\begin{bmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{bmatrix} = \bar{O} \Rightarrow a+b=0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(مجید محمدی نویسی)*

دو ماتریس A و I تعویض‌پذیر هستند، بنابراین داریم:

$$B \quad 2A - I \Rightarrow B^2 = (2A-I)^2$$

$$\Rightarrow B^2 = 4A^2 - 4A + I \xrightarrow{A^2=A}$$

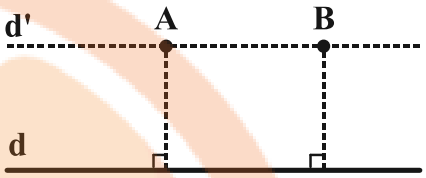
$$B^2 \quad 4A - 4A + I \Rightarrow B^2 = I \xrightarrow{\text{به توان ۵۰}} B^{100} = I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

تلاشی در مسیر موفقیت

ریاضیات گسسته

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



مطابق شکل، نقاط A و B روی خط d' موازی با خط d قرار دارند و در نتیجه از خط d به یک فاصله‌اند. ولی بدیهی است که خط d از وسط پاره‌خط AB عبور نمی‌کند. بنابراین گزاره‌های p و q در گزینهٔ «۳» هم‌ارز نیستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(مرتضی خومیم‌علوی)*

مثال نقض برای گزینه‌های «۱» تا «۳» به‌صورت زیر است:

گزینهٔ «۱»: اگر $a=-1$، آنگاه عکس این گزاره نادرست است.

گزینهٔ «۲»: اگر $a=0$، آنگاه عکس این گزاره نادرست است.

گزینهٔ «۳»: اگر $\alpha=\sqrt{2}+1$ و $\beta=\sqrt{2}-1$ باشد، آنگاه این گزاره نادرست است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۸)

۱۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

اگر β عددی گنگ باشد، آنگاه هر مضرب صحیح غیر صفر آن نیز عددی گنگ است، بنابراین داریم:

$$\alpha+2\beta=\underbrace{(\alpha-\beta)}_{\text{گویا}}+\underbrace{3\beta}_{\text{گنگ}}$$

جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، همواره گنگ است، پس $\alpha+2\beta$ عددی گنگ است. به طور مشابه داریم:

$$\alpha+\beta=\underbrace{(\alpha-\beta)}_{\text{گویا}}+\underbrace{2\beta}_{\text{گنگ}}$$

پس $\alpha+\beta$ عددی گنگ است. از طرفی حاصل‌ضرب هر عدد گنگ در هر عدد گویای غیرصفر، عددی گنگ است، بنابراین $\alpha^2-\beta^2=(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$ نیز عددی گنگ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ‌اعداد، مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۸)

۱۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق خاصیت تعدی، گزینهٔ «۴» صحیح است.

$$\left.\begin{matrix}bc\mid a\\ b\mid bc\end{matrix}\right\}\Rightarrow b\mid a \qquad \left.\begin{matrix}bc\mid a\\ c\mid bc\end{matrix}\right\}\Rightarrow c\mid a$$

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها به شرح زیر است:

۱) $a=2,\ b=3,\ c=5$

۲) $a=8,\ b=3,\ c=5$

۳) $a=4,\ b=2,\ c=2$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(مختار منصوری)*

$$x\quad 27q_1+12\Rightarrow 2x=2(27q_1)+24\quad (q_1\in\mathbb{Z})$$

$$y\quad 27q_2+13\Rightarrow 3y=3(27q_2)+39\quad (q_2\in\mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow 2x-3y=27\underbrace{(2q_1-3q_2)}_{q}-15=27q-15$$

تلاش در مسیر موفقیت

$$۲۷q - ۲۷ + ۱۲ = ۲۷(q-۱) + ۱۲ \Rightarrow r = ۱۲$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(حمید کروسی)*

عدد k را با توجه به باقی‌ماندهٔ آن در تقسیم بر ۵، به یکی از حالت‌های زیر می‌توان نوشت: $(q \in \mathbb{Z})$

$$k \quad ۵q \Rightarrow k^۲ + ۱ = ۲۵q^۲ + ۱ = ۵q_۱ + ۱ \quad (q_۱ \in \mathbb{Z})$$

$$k \quad ۵q \pm ۱ \Rightarrow k^۲ + ۱ = ۲۵q^۲ \pm ۱۰q + ۲ = ۵q_۲ + ۲ \quad (q_۲ \in \mathbb{Z})$$

$$k \quad ۵q \pm ۲ \Rightarrow k^۲ + ۱ = ۲۵q^۲ \pm ۲۰q + ۵ = ۵q_۳ \quad (q_۳ \in \mathbb{Z})$$

پس باقی‌ماندهٔ تقسیم $k^۲ + ۱$ بر ۵، می‌تواند یکی از اعداد صفر، ۱ و ۲ باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(محسن فاطمی)*

$$a^۳ \mid b^۲ \Rightarrow a \times a^۲ \mid b^۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \mid b^۲ \\ a^۲ \mid b^۲ \Rightarrow a \mid b \Rightarrow a^۴ \mid b^۴ \Rightarrow a^۴ \mid b^۴ \times b \Rightarrow a^۴ \mid b^۵ \end{cases}$$

پس رابطه‌های گزینه‌های «۱» و «۳» و «۴» همواره درست هستند ولی رابطهٔ گزینهٔ «۲» در حالت کلی صحیح نیست. (مثال نقض $a = ۴$ و $b = ۸$)

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(سید وحید ذوالفقاری)*

اگر $b = ۰$ باشد، آنگاه به ازای هر عدد صحیح a، رابطهٔ $a \mid b$ برقرار است در حالی که به ازای هر $a \neq ۰$، رابطهٔ $|a| \leq |b|$ نادرست است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۱۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(سید وحید ذوالفقاری)*

اگر $p > ۳$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $۶k+۱$ یا $۶k+۵$ نوشته می‌شود، یعنی باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر عدد ۶، یکی از دو عدد ۱ یا ۵ است. از طرفی باقی‌ماندهٔ تقسیم دو عدد اول ۲ و ۳ بر ۶، برابر خود این اعداد است. پس در مجموع، ۴ باقیماندهٔ متقاوت می‌توان یافت.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۱۵)

۱۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(جواد حاتمی)*

$$\left(n^۲ + n, ۳n - ۱\right) = d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d \mid n^۲ + n \xrightarrow{\times ۳} d \mid ۳n^۲ + ۳n \\ d \mid ۳n - ۱ \xrightarrow{\times n} d \mid ۳n^۲ - n \end{cases} \Rightarrow d \mid ۴n$$

$$\begin{cases} d \mid ۴n \xrightarrow{\times ۳} d \mid ۱۲n \\ d \mid ۳n - ۱ \xrightarrow{\times ۴} d \mid ۱۲n - ۴ \end{cases} \Rightarrow d \mid ۴ \Rightarrow d = ۱ \text{ یا } ۲ \text{ یا } ۴$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

تلاشی درمسیر موفقیت

فیزیک ۳

۱۲۱- گزینهٔ «۴» *(محمدعلی راست‌پیمان)*

اگر در یک بازهٔ زمانی، متحرک تغییر جهت ندهد، بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط برابر خواهد بود. زیرا جابه‌جایی با مسافت در آن بازه برابر است. متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که اولاً تندی آن صفر شود و ثانیاً جهت حرکت آن (علامت سرعت آن) تغییر کند. با توجه به نمودار مکان – زمان این متحرک، در بازهٔ زمانی مشخص شده در گزینهٔ «۴» بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۲- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، زیرا مکان اولیه و مکان نهایی آنها یکسان می‌باشد. از طرفی متحرک B جابه‌جایی را در زمان کمتری انجام داده است، بنابراین طبق رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط متحرک B بزرگتر از سرعت متوسط متحرک A است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۳- گزینهٔ «۱» *(غلامرضا محبی)*

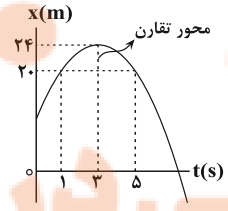
به کمک رابطهٔ $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$، داریم:

$$\ell = s_{av}\Delta t \xrightarrow[\Delta t=1/5s]{s_{av}=60\frac{km}{h}=\frac{60\,m}{3/6\,s}=\frac{50m}{3\,s}} \ell=\frac{50}{3}\times 1/5=25m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ و ۴)

۱۲۴- گزینهٔ «۴» *(علیرضا گونه)*

نمودار مکان – زمان متحرک به‌صورت سهمی است و با توجه به این‌که سهمی نسبت به خط عمودی که از رأس آن می‌گذرد، متقارن است، مکان متحرک در $t_1=1s$ و $t_2=5s$ یکسان می‌باشد. بنابراین جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی برابر صفر است. با توجه به نمودار و رابطهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط می‌توان نوشت:



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{20-20}{5-1}=0\,\frac{m}{s}$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{|24-20|+|20-24|}{5-1}=\frac{8}{4}=2\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۹)

۱۲۵- گزینهٔ «۲» *(محمد اکبری)*

با استفاده از رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \xrightarrow[v_0=0,\,v=12\frac{m}{s}]{\Delta x=16m} 12^2-0=2\times a\times 16$$

$$\Rightarrow a=\frac{12\times 12}{2\times 16}=4/5\,\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

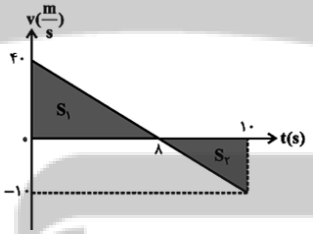
۱۲۶- گزینهٔ «۱» *(مصطفی کیانی)*

ابتدا با استفاده از معادلهٔ استاندارد مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیهٔ متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \xrightarrow{x=-2/5t^2+40t+10} \begin{cases} a=-5\frac{m}{s^2} \\ v_0=40\frac{m}{s} \\ x_0=10m \end{cases}$$

اکنون معادلهٔ سرعت –زمان را به‌دست آورده و نمودار آن‌را رسم می کنیم:

$$v=at+v_0 \xrightarrow{v_0=40\frac{m}{s},\,a=-5\frac{m}{s^2}} v=-5t+40$$



مساحت علامت‌دار بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک و جمع قدرمطلق مساحت‌ها برابر با مسافت طی شده است. داریم:

$$S_1=\frac{40\times 8}{2}\Rightarrow S_1=160m \quad و \quad S_2=\frac{10\times 2}{2}\Rightarrow S_2=10m$$

جابه‌جایی: $\Delta x=S_1-S_2=160-10=150m$

مسافت: $d=S_1+S_2=160+10=170m$

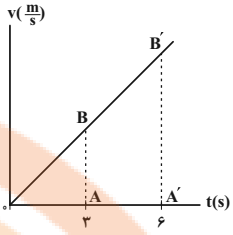
$$\Rightarrow \frac{d}{\Delta x}=\frac{17}{15}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۷- گزینهٔ «۳» *(حسین مفرومی)*

مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان، نشان‌دهندهٔ جابه‌جایی است. با توجه به تشابه مثلث‌های $\overset{\Delta}{OAB}$ و $\overset{\Delta}{OA'B'}$، خواهیم داشت:

$$\frac{S_{OA'B'}}{S_{OAB}}=\left(\frac{OA'}{OA}\right)^2\Rightarrow\frac{S_2}{9}=\left(\frac{6}{3}\right)^2\Rightarrow S_2=36m$$



بنابراین جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت برابر است با:

$$\Delta x_{۳\to۶} = S_۲ - S_۱ = ۳۶ - ۹ = ۲۷m$$

و در نتیجه سرعت متوسط آن در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت برابر است با:

$$(v_{av})_{۳\to۶} \quad \frac{\Delta x_{۳\to۶}}{\Delta t} = \frac{۲۷}{۶-۳} = ۹\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیرعلی میرنوری)*

چون در دو ثانیهٔ دوم حرکت جابه‌جایی متحرک برابر با صفر است، پس در لحظهٔ t ۳s متحرک تغییر جهت داده است.

با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\Delta x_{۲\to۴} = \Delta x_۴ - \Delta x_۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (\frac{۱}{۲}a\times ۴^۲ + v_۰\times ۴) - (\frac{۱}{۲}a\times ۲^۲ + v_۰\times ۲) = ۰$$

$$\Rightarrow ۶a + ۲v_۰ = ۰ \Rightarrow v_۰ = -۳a$$

$$\Delta x_{۴\to۶} = \Delta x_۶ - \Delta x_۴ = (\frac{۱}{۲}a\times ۶^۲ + v_۰\times ۶) - (\frac{۱}{۲}a\times ۴^۲ + v_۰\times ۴) = ۱۰a + ۲v_۰$$

$$\xrightarrow{v_۰ = -۳a} \Delta x_{۴\to۶} = ۱۰a + ۲(-۳a) = ۴a$$

$$\xrightarrow{|a| = ۲\frac{m}{s^۲}} |\Delta x_{۴\to۶}| = ۴\times ۲ = ۸m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

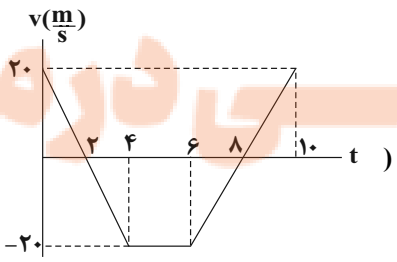
۱۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

ابتدا با توجه به نمودار شتاب – زمان و سرعت اولیهٔ متحرک، نمودار سرعت – زمان را رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که مساحت علامت‌دار محصور بین نمودار شتاب – زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است، خواهیم داشت:

$$v_۴ - v_۰ = ۴\times(-۱۰) \Rightarrow v_۴ - ۲۰ = -۴۰ \Rightarrow v_۴ = -۲۰\frac{m}{s}$$

$$v_{t\ ۱۰s} - v_{t\ ۶s} = ۴\times ۱۰ \Rightarrow v_{t\ ۱۰s} - (-۲۰) = ۴۰ \Rightarrow v_{۱۰} = ۲۰\frac{m}{s}$$

لحظهٔ توقف متحرک: $t \quad \frac{v_۰}{|a|} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲s$



حال مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت را محاسبه می‌کنیم و از آن تندی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

سطح محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. پس مسافت طی شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$d = \frac{۲\times ۲۰}{۲} + \frac{(۲+۶)\times ۲۰}{۲} + \frac{۲۰\times ۲}{۲} = ۲۰ + ۸۰ + ۲۰ = ۱۲۰m$$

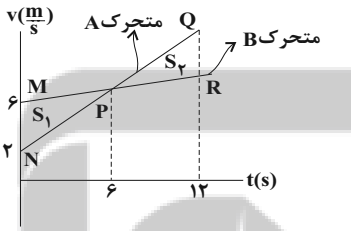
$$\Rightarrow s_{av} = \frac{d}{۱۰} = ۱۲\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

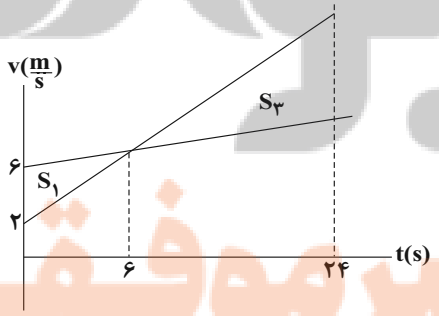
نمودار سرعت – زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم؛ می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است. بنابراین مطابق شکل زیر در لحظه‌ای که متحرک A از متحرک B سبقت می‌گیرد، $S_۱$ $S_۲$ است.

از مثلث‌های $\overset{\Delta}{MNP}$ و $\overset{\Delta}{PQR}$ که با یکدیگر مشابه هستند، نتیجه می‌گیریم در لحظهٔ t ۶s تندی دو متحرک با یکدیگر برابر می‌شود. بنابراین در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت، حداکثر فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر است با: $S_۱$ $S_۲$ $\frac{(۶-۲)\times ۶}{۲} = ۱۲m$



اکنون فاصلهٔ دو متحرک را در لحظهٔ t ۲۴s به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{S_۳}{S_۱} \quad (\frac{۲۴-۶}{۶})^۲ \xrightarrow{S_۱\ ۱۲m} S_۳ = ۹\times ۱۲ = ۱۰۸m$$



فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در لحظهٔ t ۲۴s برابر است با:

$$\Delta x = S_۳ - S_۱ = ۱۰۸ - ۱۲ = ۹۶m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

شیمی ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

موارد اول و چهارم درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

مورد سوم: از صابون گوگرددار، برای از بین بردن جوش‌های صورت و هم‌چنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

مورد پنجم: اوره، همانند اتیلن گلیکول، با آب پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۴، ۸ تا ۱۲ و ۱۴)

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

از این واکنش برای باز کردن مجاری مسدود شده با رسوب و تجمع چربی‌ها در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود.

این واکنش گرماده بوده و با تولید گاز H_2 همراه است که به بازشدن مسیر مسدود شده کمک می‌کند. واکنش موازنه شده این نوع پاک‌کننده که به شکل پودر عرضه می‌شود و شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم می‌باشد، به‌صورت زیر است:

$$2Al + 2NaOH + 6H_2O \rightarrow 2NaAl(OH)_4 + 3H_2$$

$۵ = ۵ - ۱۰$ تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های (پ) و (ت) صحیح‌اند.

بررسی موارد:

الف) صابون، نمک سدیم، پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب است که بخش هیدروکربنی آن چربی‌دوست (آب‌گریز) است.

ب) در کلوئیدها پخش نور، قابل دیدن است.

پ) در هرکدام از محلول‌ها به‌ازای انحلال یک مول ترکیب‌های N_2O_5 و Li_2O در آب، ۲ مول کاتیون تولید می‌شود:

$$Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH(2Li^+ + 2OH^-)$$

$$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3(2H^+ + 2NO_3^-)$$

ت) افزودن نمک‌های فسفات به صابون‌ها باعث واکنش یون فسفات با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت شده و از سختی آب می‌کاهد. بنابراین قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۶، ۷، ۱۱، ۱۲، ۱۴، ۱۵ و ۱۶)

۱۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

بررسی گزینهٔ نادرست:

گزینهٔ «۱»: پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها، با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود جعفری)*

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

تلاشی درمسیر موفقیت

عبارت (الف): فرمول عمومی این رسوب‌ها به‌صورت $(RCOO)_2Mg$ یا $(RCOO)_2Ca$ است. در این رسوب‌ها نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر با ۲ است.

عبارت (ب): این مخلوط، یک کلوئید است. کلوئیدها پایدار هستند و ته‌نشین نمی‌شوند و نور را پخش می‌کنند.

عبارت (پ): معادلهٔ انحلال این دو اکسید در آب به‌صورت زیر است:

$$SrO(s)+H_2O(l)\rightarrow Sr(OH)_2(aq)$$

$$?Ion \quad 1mol\ SrO\times\frac{1mol\ Sr(OH)_2}{1mol\ SrO}\times\frac{3mol\ Ion}{1mol\ Sr(OH)_2}$$

$$\times\frac{N_A Ion}{1mol\ Ion}=3N_A Ion$$

$$K_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow 2KOH(aq)$$

$$?Ion \quad 0/5molK_2O\times\frac{2mol\ KOH}{1mol\ K_2O}\times\frac{2mol\ Ion}{1mol\ KOH}$$

$$\times\frac{N_A\ Ion}{1mol\ Ion}=2N_A Ion$$

اختلاف شمار یون‌ها $3N_A-2N_A=N_A=6/02\times10^{23}$

عبارت (ت): فرمول عمومی پاک‌کننده‌های غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی خطی و سیرشده به‌صورت $C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na$ است.

$$2n+5=33\Rightarrow n=14$$

شمار اتم‌های کربن $n+6=14+6=20$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۵، ۶، ۷، ۹، ۱۰ و ۱۱)

۱۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(حسن ناصری ثانی)*

فقط مورد چهارم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده‌ها با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد، بنابراین یک پاک‌کنندهٔ خورنده به‌شمار می‌آید.

مورد دوم: صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند؛ اما پاک‌کننده‌های خورنده افزون بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

مورد سوم: از آن‌جا که مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ اوره و عسل دارای اتم H متصل به یکی از اتم‌های N و O هستند، بنابراین هر دو می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

مورد چهارم: اغلب اکسیدات فلزی و نافلزی خواص بازی و اسیدی دارند، (نه همه ترکیبات اکسیژن‌دار).

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۴ تا ۱۴)

۱۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)*

بررسی موارد:

آ) $Na_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow 2Na^+(aq)+2OH^-(aq)$

$$N_2O_5(s)+3H_2O(l)\rightarrow 2H_3O^+(aq)+2NO_3^-(aq)$$

ب) اسیدها با اغلب فلزها واکنش می‌دهند.

پ) به موادی اسید آرنیوس گفته می‌شود که باعث افزایش غلظت یون $H^+(H_3O^+)$ در آب می‌شوند.

ت) NH_3 یک باز ضعیف است؛ در حالی‌که هیدروکسیدهای فلزهای قلیایی بازهایی قوی می‌باشند و در محلول‌هایی از مقادیر یکسان این دو ماده در شرایط دمایی و غلظت یکسان، خاصیت بازی محلول NaOH بیش‌تر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

تلاشی درمسیر موفقیت

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود جعفری)*

فرض می‌کنیم که شمار گروه‌های CH_2 در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی برابر x و در پاک‌کنندهٔ صابونی برابر $(x+5)$ باشد. درنتیجه:

فرمول پاک‌کنندهٔ غیرصابونی: $CH_3(CH_2)_xC_6H_4SO_3Na$

فرمول پاک‌کنندهٔ صابونی: $CH_3(CH_2)_{x+5}\underbrace{(CH)_2}COONa$ (به‌علت وجود پیوند دوگانه)

شمار اتم‌های کربن در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی $1+x+6=7+x$

شمار اتم‌های کربن در پاک‌کنندهٔ صابونی $1+x+5+2+1=9+x$

نسبت شمار اتم‌های C به O در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی $\frac{7+x}{3}$

نسبت شمار اتم‌های C به O در پاک‌کنندهٔ صابونی $\frac{9+x}{2}$

$$\frac{\frac{7+x}{3}}{\frac{9+x}{2}}=0/6\Rightarrow\frac{14+2x}{27+3x}=\frac{3}{5}\Rightarrow70+10x=81+9x\Rightarrow x=11$$

شمار اتم‌های هیدروژن در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی $2x+4+3=2x+7$

$$2(11)+7=29$$

شمار اتم‌های هیدروژن در پاک‌کنندهٔ صابونی $3+2x+10+2=2x+15$

$$2(11)+15=37$$

اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن $37-29=8$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۵، ۶، ۱۰ و ۱۱)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(اسامه پوشن)*

باید دقت داشت که تنها پاک‌کنندهٔ صابونی در این واکنش شرکت می‌کند:

$$2RCOONa+CaCl_2\rightarrow(RCOO)_2Ca+2NaCl$$

$$200mLCaCl_2\times\frac{1L\ محلول}{1000mL\ محلول}\times\frac{1molCaCl_2}{1L\ محلول}\times\frac{2molRCOONa}{1molCaCl_2}\times\frac{306gRCOONa}{1molRCOONa}\quad 122/4gRCOONa$$

با توجه به اینکه جرم مخلوط اولیه ۱۲۶/۴ گرم است، داریم:

جرم پاک‌کنندهٔ غیر صابونی $126/4-122/4=4g$

درصد جرمی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی در مخلوط اولیه $\frac{\text{جرم پاک‌کنندهٔ غیرصابونی}}{\text{جرم مخلوط اولیه}}\times100$

$$\Rightarrow\frac{4}{126/4}\times100\simeq\%3/16$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۹ و ۱۱)

۱۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): قدرت پاک‌کنندگی شوینده غیرصابونی (شکل ۲) از شویندهٔ صابونی (شکل ۳) بیش‌تر است.

عبارت (ب): فرمول مولکولی ترکیب (۲): $C_{18}H_{29}SO_4Na$

جرم مولی $\Rightarrow 348g.mol^{-1}$

فرمول مولکولی ترکیب (۳): $C_{18}H_{35}O_2Na$

جرم مولی $\Rightarrow 306g.mol^{-1}$

تفاوت جرم مولی $348-306=42g.mol^{-1}$

عبارت (پ): اسیدهای چرب (شکل ۱) و استرهای بلندزنجیر (شکل ۴) در آب نامحلول‌اند.

عبارت (ت): از واکنش یک مول استر بلندزنجیر ترکیب (۴) با $NaOH$، ۳ مول صابون و از واکنش یک مول اسید چرب ترکیب (۱) با $NaOH$، ۱ مول صابون تولید می‌شود.

عبارت (ث): شکل (۳) مربوط به صابون جامد است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحه‌های ۵، ۶، ۱۰ و ۱۱)

تلاشی درمسیر موفقیت

تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net