




- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)



دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۴

جمعه ۱۴۰۱/۰۵/۲۸

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۹۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی ۱	۱۰	۱	۱۰	۱۰ دقیقه
۲	عربی زبان قرآن ۱	۱۰	۱۱	۲۰	۱۰ دقیقه
۳	انگلیسی ۱	۱۰	۲۱	۳۰	۱۰ دقیقه
۴	ریاضی ۱ / هندسه ۱	۲۰	۳۱	۵۰	۴۰ دقیقه
	ریاضی ۱ / هندسه ۱	۱۰	۵۱	۶۰	
	حسابان ۱ / هندسه ۲	۱۰	۶۱	۷۰	
۵	فیزیک ۱	۱۰	۷۱	۸۰	۲۰ دقیقه
	فیزیک ۱	۵	۸۱	۸۵	
	فیزیک ۲	۵	۸۶	۹۰	
۶	شیمی ۱	۱۰	۹۱	۱۰۰	۱۵ دقیقه
	شیمی ۱	۵	۱۰۱	۱۰۵	
	شیمی ۲	۵	۱۰۶	۱۱۰	

فارسی

۱ ۴

معنی درست واژه‌ها: **أسوه**: پیشوا، سرمشق، نمونه پیروی /
تکلف: رنج بر خود نهادن، خودنمایی و تجمل / اجابت کردن: پذیرفتن، قبول
کردن، پاسخ دادن / **زُعب**: ترس، دلهره، هراس

۲ ۳

املاي درست واژه‌ها: **وقاحت**: بی‌شرمی، بی‌حیایی / **فراق**:
دوری، جدایی

۳ ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) **تشخیص**: اجازه شرفیابی داشتن باد در نزد معشوق و توانایی بیان حال
عاشق

(۳) **کنایه**: دست نگرفتن کنایه از کمک نکردن / از پای فکندن کنایه از شکست
دادن یا نابود کردن / بی سر و پا کنایه از شوریده و بدبخت

(۴) **تشبیه**: تشبیه تیغ بلا به مزه

۴ ۲

تشبیه: لب لعل (اضافه تشبیهی) / **کنایه**: دهن باز کردن کنایه از
سخن گفتن و باز شدن پسته / مغز برآوردن از کسی کنایه از کشتن فجیع او /
مراعات نظیر: دهن، لب، مغز / پسته، مغز / **تشخیص**: نسبت دادن «دهان»،
«مغز» و صفت «خندان» به پسته

۵ ۴

در گزینه (۴)، «واو» عطف و در سایر گزینه‌ها «واو» ربط به کار
رفته است.

آرام و قرار

واژه واژه

نکته: در تشخیص انواع «واو» به افعال محذوف توجه کنید:

دام پر رخنه [است] و دیوار قفس کوتاه است.

۶ ۴

موقوف: مسند

زلزله: نهاد (نیست: وجود ندارد)

اسباب: متمم

زنجیر: مضاف الیه

۷ ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) شوخ‌چشمان از تو می‌گیرند **تعلیم** نگاه (تقدم فعل)

(۲) از سیاهی لشکر شاهان نمی‌دارد **گزیر** (تقدم فعل)

(۴) هر که را باشد **دلی** (تقدم فعل) / می‌چیند از چشم تو درد (تقدم فعل)

۸ ۴

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه (۴): ناپایداری عمر و

بی‌اعتباری وجود انسان

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) ترک تعلقات دنیوی

(۲) پاک‌بازی عاشق

(۳) توصیه به فرو خوردن خشم

۹

۴

مفهوم مشترک آیه شریفه سؤال و گزینه (۴): آرامش‌بخشی

ذکر خداوند

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) توصیه به ذکر گفتن که سبب موفقیت است.

(۲) توصیه به ذکر گفتن که سبب بخشش گناه است.

(۳) توصیه به گفتن ذکر

۱۰

۳

مفهوم گزینه (۳): تمایل به ترک وطن

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: وطن‌دوستی و جان‌فشانی در راه وطن

زبان عربی

■ مناسب‌ترین گزینه را در جواب برای ترجمه یا مفهوم یا واژگان مشخص کن
(۱۵ - ۱۱):

۱۱ ۲

ترجمه کلمات مهم: بعض خواص: برخی خواص، بعضی از
خاصیت‌ها [ردگزینه‌های (۳) و (۴)]

نستفید: استفاده می‌کنیم؛ فعل مضارع است. [ردگزینه‌های (۱) و (۴)]

۱۲ ۲

ترجمه کلمات مهم: میاه مستنقین: آب‌های دو مرداب؛
«میاه» جمع مکسر است و «مستنقین» مثنی است. اسم مثنی در فارسی
می‌تواند جمع هم ترجمه شود. [ردگزینه‌های (۱) و (۳)]

أن تُدبروا: که اداره کنید، که مدیریت کنید [ردگزینه (۳)]

۱۳ ۴

ترجمه کلمات مهم: یَنْتَشِرُ: پخش می‌شود؛ «یَنْتَشِرُ» به معنای
«پخش می‌کند» است. [رد سایر گزینه‌ها]

لا تَتَأَثَّرُ: تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد؛ «لا تَتَأَثَّرُ» به معنای «تأثیر نمی‌گذارد» است.
[ردگزینه‌های (۱) و (۳)]

۱۴ ۱

ترجمه: دشمنی عاقل بهتر از دوستی نادان است!

۱۵ ۱

توضیح: «تَحَوَّلَ» فعل ماضی از صیغه باب «تَفَعَّلَ» است و به
معنی «تغییر یافت، دگرگون شد» می‌باشد؛ اما «حَوَّلَ» از ریشه «حَوَّلَ» به
معنی «تبدیل کرد» می‌باشد و با معنای جمله سازگار است. هم‌چنین برای
جمع مکسر مؤنث، فعل مفرد مؤنث به کار می‌رود.

ترجمه: این نورها تاریکی دریا را به روزی روشن تبدیل کرد!

■ **گزینه صحیح را در مورد سوالات زیر مشخص کن (۲۰ - ۱۶):**

۱۶ ۴

«تَشَابَهَ»: فعل امر از باب «تَفَاعَلَ» است ولی مصدر آن
«تَشَابَهَ» می‌باشد.

۱۷ ۳

در این گزینه «قائد» فاعل و موصوف برای صفت «الشجاع» و
مضاف برای مضاف‌الیه «نا» است.

ترجمه: رهبر شجاعمان ما را از مزدوران برحذر داشت!

۱۸ ۳

«هذه» در این گزینه مفعول است.

ترجمه: این ابیات انتخاب شده از سعدی شیرازی را بخوان!

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) هذا: فاعل؛ ترجمه: این کشاورز کوشا غذایش را زیر درخت می خورد!

(۲) هذا: مبتدا؛ ترجمه: این مردی است که به فقیران به هنگام نیاز کمک می کند!

(۴) هؤلاء: فاعل؛ ترجمه: مناطق گرمی در کشور وجود دارد که این مردم آن‌ها را دوست دارند!

۱۹ ۱ اعطی: فعل ماضی

ترجمه: پروردگار نعمت‌های بسیاری در زندگی‌ام به من داده است.

بررسی و ترجمه سایر گزینه‌ها:

(۲) أریسِل: فعل مضارع متکلم و حده

ترجمه: پیامبران را برای هدایت بشر می فرستم.

(۳) تُعلِّم: فعل مضارع مفرد مؤنث غایب

ترجمه: معلم، اخلاق خوب را یاد می دهد.

(۴) تُکَرِّم: فعل مضارع مفرد مؤنث غایب

ترجمه: این دانش آموز معلمش را در همه حالات گرامی می دارد.

۲۰ ۲

ترجمه عبارت سؤال: زبان گربه پر از غده‌هایی است که مایعی

پاک کننده را ترشح می کند.

«القِطْ» ← مضاف‌إلیه / «مَمْلُوْة» ← خبر / «سائلاً» ← مفعول

زبان انگلیسی

۲۱ ۳

دکتر مارتین کوپر تلفن همراه را در [سال] ۱۹۹۳ اختراع

کرد. آن‌ها اکنون یکی از متداول ترین راه‌های ارتباطات در قرن بیست و یکم هستند.

(۱) کشف کردن؛ پی بردن (۲) موفق شدن؛ جانشین ... شدن

(۳) اختراع کردن، ابداع کردن (۴) نقشه ریختن، طرح ریختن

۲۲ ۴

حالا که نمی توانیم خانه را برای چند هفته ترک کنیم، بگذار به

جای استخدام یک نقاش، خانه را خودمان رنگ کنیم.

توضیح: یکی از کاربردهای ضمیر انعکاسی تأکید بر انجام فعل توسط فاعل جمله و بدون کمک دیگران است. در این جا هم مشخص است که گوینده قصد دارد بر رنگ کردن خانه توسط خودشان تأکید کند و از استخدام یک نقاش برای این کار صرف نظر کند. بنابراین، جای خالی با ضمیر انعکاسی متناسب با فاعل جمله (we) یعنی "ourselves" پر می شود.

۲۳ ۱

شنوایی یک دلفین آن قدر خوب است که می تواند صداهای زیر

آب را از ۱۵ مایل آن سوتر تشخیص دهد.

(۱) شنوایی (۲) دفاع؛ ایستادگی؛ حمایت

(۳) ساختمان؛ عمارت (۴) دانش، علم، آگاهی

۲۴ ۳

پژوهش‌ها نشان می دهند که بیش از ۶۰ درصد از افراد معتقدند [که] سفر کردن به سیارات دیگر تا میانه قرن بیست و یکم ممکن خواهد بود.

(۱) موفق؛ کامیاب، پیروز (۲) متفاوت، مختلف؛ متمایز

(۳) ممکن، محتمل (۴) علمی، (مربوط به) علوم

۲۵ ۱

صادقانه بگویم، من غذای ایتالیایی دوست ندارم ولی این پاستا طعم فوق العاده‌ای دارد.

توضیح: فعل "like" را معمولاً در حالت استمراری به کار نمی بریم، چرا که یک فعل حالت است. از طرفی در این جا صحبت از واقعیتی کلی (دوست نداشتن غذاهای ایتالیایی) است که برای اشاره به آن باید از زمان حال ساده استفاده کنیم (رد گزینه‌های (۳) و (۴)). نکته دیگر در مورد فعل "taste" است که آن هم به عنوان فعل حالت در ساختار استمراری به کار نمی رود و در این جا ساختار حال ساده آن صحیح است (رد گزینه‌های (۲) و (۴)).

پژوهشگران در دانشگاه واشنگتن شیوه جدیدی برای استفاده از حشرات یافتند. آن‌ها می خواهند کاری کنند که ملخ‌ها بمب‌ها را پیدا کنند. یک ملخ تقریباً ۵۰,۰۰۰ حسگر دارد، که او را بسیار حساس می کند. دانشمندان سر یک ملخ را برش می دهند و یک تراشه را به مغز او متصل می کنند. وقتی ملخ برخی مواد شیمیایی را احساس می کند که افراد در [ساخت] بمب‌ها از آن‌ها استفاده می کنند، مغز او برخی سیگنال‌ها را ارسال می کند. دانشمندان قادرند که این سیگنال‌ها را در یک کامپیوتر بخوانند.

امروزه افراد از سگ‌ها برای یافتن بمب‌ها استفاده می کنند. سگ‌ها می توانند بیش از ده سال کار کنند. با وجود این، آموزش دادن آن‌ها زمان زیادی می برد و این آموزش حدود ۴۰,۰۰۰ دلار به ازای هر یک سگ هزینه می برد. ملخ‌ها به هیچ آموزشی نیاز ندارند و آن‌ها بسیار کوچک هستند. با وجود این، آن‌ها تنها چند ماه زندگی می کنند و کنترل کردن آن‌ها ساده نیست.

۲۶ ۲

بهترین عنوان برای متن چیست؟

(۱) زندگی کوتاه یک حشره

(۲) حشرات می توانند بمب‌ها را پیدا کنند

(۳) سگ‌ها چگونه به پلیس کمک می کنند

(۴) ملخ؛ مخلوقی شگفت‌انگیز

۲۷ ۴

بر اساس متن، چرا حشرات برای پیدا کردن بمب‌ها از سگ‌ها

بهتر هستند؟

(۱) آن‌ها می توانند طولانی تر از سگ‌ها کار کنند.

(۲) آن‌ها می توانند بمب‌هایی را پیدا کنند که سگ‌ها نمی توانند.

(۳) آن‌ها می توانند با تراشه‌هایی در مغزهایشان کنترل شوند.

(۴) آن‌ها ارزان تر و کوچک تر هستند.

۳۴ ۳ عبارت $|x-2|$ همواره نامنفی است. هم‌چنین \sqrt{x} تنها

بازای $x \geq 0$ تعریف شده است. پس داریم:

	-۵	۰	۲
$x+5$	-	+	+
$ x-2 $	+	+	+
\sqrt{x}		+	+
عبارت		+	+

تعریف نشده

$\Rightarrow \{2, +\infty\}$: جواب \Rightarrow

۳۵ ۳

$$y = -2x^2 + mx + n$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-m}{2(-2)} = \frac{m}{4} \xrightarrow{x=1} \frac{m}{4} = 1 \Rightarrow m = 4$$

$$y = -2x^2 + 4x + n \xrightarrow{(-1, 2)} 2 = -2(-1)^2 + 4(-1) + n$$

$$\Rightarrow 2 = -2 - 4 + n \Rightarrow n = 2 + 6 \Rightarrow n = 8$$

$$y(1) = -2 + m + n = -2 + 4 + 8 = 10$$

۳۶ ۳ گزینه (۱) به علت وجود زوج مرتب‌های $(1, 2), (1, 4)$ تابع

نیست.

گزینه (۲) نیز به علت وجود زوج مرتب‌های $(0, 0), (0, 1)$ تابع نیست.

برای گزینه (۳) داریم: $D = \{-1, -2, 3\}, R = \{1, 0\}$

پس دامنه تابع این گزینه سه عضوی و برد آن دو عضوی است.

گزینه (۴) نیز تابع است، اما دامنه و برد آن ۳ عضوی است.

۳۷ ۲ برای تابع بودن باید بازای هر x معین، حداکثر یک y موجود

باشد، کافی است سه تا از گزینه‌ها را نقض کنیم.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) تابع نیست. $x=2 \Rightarrow y \in \mathbb{R} \Rightarrow$

(۳) تابع نیست. $x=1 \Rightarrow y=0, -1 \Rightarrow$

(۴) تابع نیست. $x=-1 \Rightarrow y=0, -1 \Rightarrow$

اما در گزینه (۲) فقط زمانی معادله جواب دارد که $x=2$ و $y=-3$ پس نمودار این رابطه، یک نقطه است، بنابراین تابع خواهد بود.

۳۸ ۲ دو زوج مرتب زمانی با هم برابرند که مؤلفه‌های اول آن‌ها با هم،

و مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند:

$$(x-y, 2) = (2x-1, 2y-x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y=2x-1 \\ 2y-x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ 2y-x=2 \end{cases} \Rightarrow 3y=3 \Rightarrow y=1 \xrightarrow{x+y=1} x=0$$

بنابراین $x^2+y^2=1$ می‌باشد.

۲۸ ۲ ما می‌توانیم از این متن بفهمیم که

(۱) ملخ‌ها برای حس کردن مواد شیمیایی به تراشه‌هایی در مغزه‌ایشان نیاز دارند

(۲) سگ‌ها بدون آموزش نمی‌توانند بمب‌ها را پیدا کنند

(۳) حشرات حس بویایی بهتری از سگ‌ها دارند

(۴) سگ‌ها به زودی از این شغل خارج خواهند شد (کنار گذاشته خواهند شد)

۲۹ ۱ واژه "they" در پاراگراف ۱ به چه چیزی اشاره دارد؟

(۱) پژوهشگران

(۲) حشرات

(۳) سگ‌ها

(۴) بمب‌ها

۳۰ ۳ نویسنده [این متن] احتمالاً با کدام گزاره موافق خواهد بود؟

(۱) سگ‌ها برای پیدا کردن بمب‌ها بسیار بهتر از حشرات هستند.

(۲) در آینده نزدیک ملخ‌های زیادی در فرودگاه‌ها خواهیم دید.

(۳) سگ‌ها و ملخ‌ها هر دو فواید و معایبی دارند.

(۴) برای کمک کردن به سگ‌ها در پیدا کردن بمب‌ها، سنسورهای الکتریکی

باید به سگ‌ها متصل شوند.

ریاضیات

۳۱ ۴ چون معادله ریشه مضاعف دارد باید $\Delta=0$ باشد (شرط اول) و

چون ریشه مضاعف آن مثبت است باید $x = \frac{-b}{2a} = \frac{m}{6} > 0$ باشد (شرط دوم).

$$\Delta = b^2 - 4ac \xrightarrow{\Delta=0} \Delta = m^2 - 4(3)(4) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 48 = 0 \Rightarrow m^2 = 48 \Rightarrow m = \pm\sqrt{48} = \pm 4\sqrt{3}$$

با توجه به شرط دوم، m باید مثبت باشد، بنابراین $m = 4\sqrt{3}$ قابل قبول می‌باشد.

۳۲ ۳ منظور از حداکثر مقدار سهمی، عرض رأس آن است. هم‌چنین

طول رأس سهمی برابر است با میانگین طول نقاط برخورد با محور x ها

$$x_S = \frac{-1+3}{2} = 1 \Rightarrow S = (1, 4)$$

$$y = a(x-x_1)(x-x_2) \Rightarrow y = a(x+1)(x-3)$$

$$\xrightarrow{S(1, 4)} 4 = a(2)(-2) \Rightarrow 4 = -4a \Rightarrow a = -1$$

$$y = -(x^2 - 2x - 3) \Rightarrow y = -x^2 + 2x + 3$$

$$6 + x - x^2 = 0 \Rightarrow -(x^2 - x - 6) = 0$$

$$\Rightarrow -(x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$x^2 - x + 1 = 0 \xrightarrow{\frac{\Delta < 0}{a > 0}} x^2 - x + 1 > 0$$

x	-۲	۳
$6+x-x^2$	-	-
x^2-x+1	+	+
$P(x)$	-	-

بنابراین $P(x)$ در بازه $[-2, 3]$ نامنفی است.

۱ ۳۹

باید معادله تلاقی خط و سهمی فاقد ریشه باشد:

$$\begin{aligned} 3-4x^2 &= mx - m \Rightarrow 4x^2 + mx - 3 - m = 0 \\ \Delta < 0 &\Rightarrow m^2 - 4(4)(-3-m) < 0 \Rightarrow m^2 + 16(3+m) < 0 \\ \Rightarrow m^2 + 16m + 48 &< 0 \Rightarrow (m+12)(m+4) < 0 \\ \Rightarrow -12 < m < -4 \end{aligned}$$

تنها $m = -8$ در این بازه قرار دارد.

۲ ۴۰

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{3-x} \leq 1-x &\Rightarrow \frac{2x-1}{3-x} + x - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{2x-1+(x-1)(3-x)}{3-x} \leq 0 \\ \Rightarrow \frac{2x-1-x^2+4x-3}{3-x} \leq 0 &\Rightarrow \frac{-x^2+6x-4}{3-x} \leq 0 \\ \Rightarrow \frac{x^2-6x+4}{x-3} \leq 0 \end{aligned}$$

$$x^2 - 6x + 4 = 0 \xrightarrow{\Delta = 36 - 16 = 20} x = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 3 \pm \sqrt{5}$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

	$3 - \sqrt{5}$	3	$3 + \sqrt{5}$	
$x^2 - 6x + 4$	+	-	-	+
$x - 3$	-	-	+	+
کسر	-	+	-	+

شماره

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{مجموعه جواب} &= (-\infty, 3 - \sqrt{5}) \cup (3, 3 + \sqrt{5}) \\ &= (-\infty, 3 + \sqrt{5}] - (3 - \sqrt{5}, 3] \end{aligned}$$

۴ ۴۱

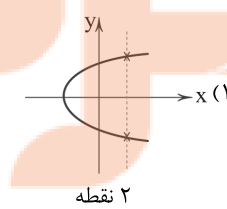
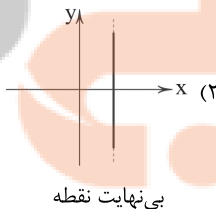
$$|2x-3| < 5 \Rightarrow -5 < 2x-3 < 5 \Rightarrow -2 < 2x < 8 \xrightarrow{\div 2}$$

$$-1 < x < 4 \Rightarrow x \in (-1, 4) \Rightarrow \text{نقطه میانی بازه} = \frac{4+(-1)}{2} = \frac{3}{2}$$

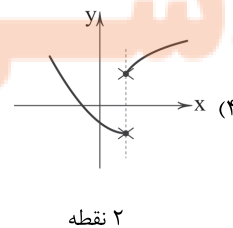
۳ ۴۲ می‌دانیم نموداری بیانگر یک تابع است که اگر هر خطی موازی

محور لایها رسم نماییم، حداکثر در یک نقطه آن را قطع نماید.

بررسی گزینه‌ها:



۳ تابع است. زیرا هیچ خطی نمی‌توان موازی محور لایها یافت که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع نماید.



۴ ۴۳

باید تابعی را بیابیم که برد آن شامل تنها یک عضو باشد. تنها

تابع $y=2$ است که برد آن شامل عدد ۲ می‌باشد.

تذکر: دقت کنید $x=3$ بیانگر تابع نیست. (در حالت کلی $x=a$ بیانگر

خطی موازی محور لایها می‌باشد.)

۴ ۴۴

هر تابع خطی به فرم $f(x) = ax + b$ می‌باشد، پس داریم:

$$y = ax + b \begin{cases} f(0) = 1 \Rightarrow 1 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 1 \\ f(1) = 2 \Rightarrow 2 = a \cdot 1 + b \Rightarrow a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 1$$

پس این تابع خطی $f(x) = x + 1$ می‌باشد، بنابراین:

$$f(x) = x + 1 \xrightarrow{x=-3} f(-3) = -3 + 1 = -2$$

۱ ۴۵

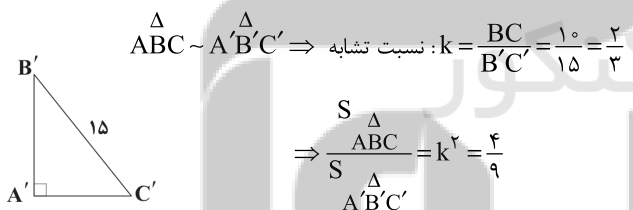
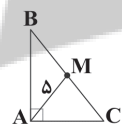
$$|x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} A = \{-1, 0, 1\}$$

در تابع f باید x و y هم‌علامت نباشند و مخالف صفر باشند:

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 0 \Rightarrow \text{وجود ندارد} \Rightarrow f = \{(-1, 1), (1, -1)\} \\ x = 1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$

بنابراین f دو عضو دارد.

$$AM = \frac{1}{2} BC = \Delta \Rightarrow BC = 10 \quad ۲ \quad ۴۶$$



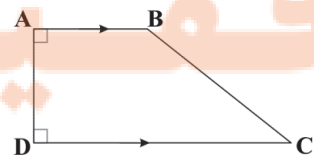
۴ ۴۷ در چهارضلعی محدب تعداد قطرهای از تعداد اضلاع کم‌تر است.

اما در بقیه n ضلعی‌ها ($n \geq 5$) همواره تعداد قطرهای از تعداد اضلاع بیشتر یا مساوی است.

۴ ۴۸

این چهارضلعی لزوماً دوزنقه قائم‌الزاویه است و لزومی ندارد

مستطیل یا مربع باشد و قطرهای یا اضلاع با هم برابر باشند.



اما مطمئن هستیم دو جفت زاویه مکمل دارد.

۴ ۴۹

۵۲ با توجه به نمودار داده شده نقطه رأس سهمی $S(-1, 3)$

می باشد. پس معادله کلی آن به صورت $y = a(x+1)^2 + 3$ می باشد. چون سهمی از $(1, 0)$ می گذرد، داریم:

$$y(1) = 0 \Rightarrow 0 = a(1+1)^2 + 3 \Rightarrow 4a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

پس معادله سهمی به صورت $y = -\frac{3}{4}(x+1)^2 + 3$ می باشد.

۱ ۵۳

$$\frac{1}{x} - x < 1 + x \leq 2x - 3 \quad (1)$$

$$(1): 1 + x \leq 2x - 3 \Rightarrow x - 2x \leq -3 - 1 \Rightarrow -x \leq -4 \Rightarrow x \geq 4 \quad (1)$$

$$(2): \frac{1}{x} - x < 1 + x \Rightarrow \frac{1}{x} - x - 1 - x < 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} - 2x - 1 < 0 \Rightarrow \frac{1 - (2x+1)(x)}{x} < 0 \Rightarrow \frac{1 - 2x^2 - x}{x} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 + x - 1}{x} > 0$$

$$\begin{cases} 2x^2 + x - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta = 1 - 4(2)(-1) = 9} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ x = 0: \text{ریشهٔ مخرج} \end{cases}$$

حال با رسم جدول تعیین علامت داریم:

x	-1	0	1/2	
$2x^2 + x - 1$	+	+	-	+
x	-	-	+	+
$\frac{2x^2 + x - 1}{x}$	-	+	-	+

ت.ن

$$\Rightarrow (2) \text{ مجموعه جواب } = (-1, 0) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$$

بنابراین از اشتراک (۱) و (۲)، مجموعه جواب به صورت $[4, +\infty)$ به دست

می آید.

۵۴ ۴ برای این که این عبارت همواره مثبت باشد باید $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ باشد.

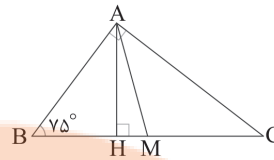
$$\Delta < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(m)(2) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 8m < 0$$

$$\Rightarrow 4m(m-2) < 0$$

$$\frac{m}{4m(m-2)} \quad \begin{matrix} 0 & 2 \\ + & - & + \end{matrix} \Rightarrow 0 < m < 2 \quad (1)$$

شرط دوم: $a > 0 \Rightarrow m > 0 \quad (2)$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 0 < m < 2$$



نکته: در مثلث قائم الزاویه:

(۱) اگر یک زاویه 75° باشد، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است.

(۲) میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

$$AM = \frac{1}{2}BC, AH = \frac{1}{4}BC$$

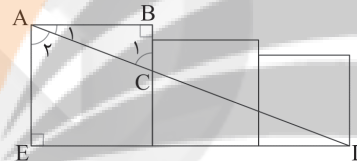
$$\Delta AHM: AM^2 = AH^2 + HM^2 \Rightarrow HM^2 = AM^2 - AH^2$$

$$= \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - \left(\frac{BC}{4}\right)^2 = \frac{BC^2}{4} - \frac{BC^2}{16} = \frac{3BC^2}{16} \Rightarrow HM = \frac{\sqrt{3}}{4}BC$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{HM} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

۱ ۵۰ در شکل داده شده مثلث ABC با مثلث ADE مشابه

هستند.



دلیل تشابه:

$$\begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = 90^\circ \\ \hat{A}_2 + \hat{E}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1, \hat{B} = \hat{E}$$

بنابراین نسبت ارتفاعها همان نسبت تشابه است: $k = \frac{AB}{ED} = \frac{h_1}{h_2}$

۱ ۵۱ آن عدد را x در نظر می گیریم و داریم:

$$x^2 = \frac{1}{2}x + 1/5 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}x + \frac{3}{10} \xrightarrow{\times 2} 2x^2 = x + 3$$

روش اول:

$$\Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x_1 = -1 \text{ (غق ق)} \\ x_2 = -\frac{c}{a} = \frac{3}{2} \checkmark \end{cases}$$

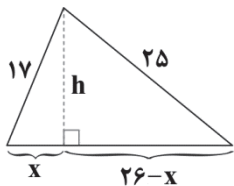
روش دوم:

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-3) = 1 + 24 = 25 \Rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2(2)}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \checkmark \\ x = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \text{ (غق ق)} \end{cases}$$

۳ ۵۸



$$h^2 = 17^2 - x^2 = 25^2 - (26-x)^2$$

$$\Rightarrow 289 - x^2 = 625 - x^2 + 52x - 676$$

$$\Rightarrow 52x = 289 + 676 - 625$$

$$\Rightarrow 52x = 340 \Rightarrow x = \frac{340}{52} = \frac{85}{13}$$

$$h^2 = 17^2 - x^2 = 17^2 - \left(\frac{85}{13}\right)^2 = \frac{17^2 \times 13^2 - 85^2}{13^2}$$

$$= \frac{17^2 \times 13^2 - 17^2 \times 5^2}{13^2}$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{17^2(13^2 - 5^2)}{13^2} \Rightarrow h = \frac{17 \times 12}{13}$$

$$\Rightarrow S = \frac{17 \times 12}{13} \times \frac{1}{2} \times \frac{85}{13} \Rightarrow S = 204$$

۱ ۵۹

$$\text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی محدب} = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = 54$$

$$\Rightarrow n(n-3) = 108$$

$$\Rightarrow n^2 - 3n - 108 = 0 \Rightarrow (n+9)(n-12) = 0 \xrightarrow{n > 0} n = 12$$

۳ ۶۰

حداقل محیط زمانی است که a و b کمترین مقادیر را داشته باشند، پس باید در مثلث دوم، a اندازه بزرگترین ضلع باشد، در نتیجه داریم:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{a}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{4}{3}$$

بنابراین نسبت محیطها نیز برابر با $\frac{4}{3}$ است:

$$\text{محیط مثلث اول} \times \frac{4}{3} = \text{محیط مثلث دوم} \Rightarrow \frac{4}{3}(4+5+6) = \text{محیط مثلث دوم}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = \frac{4}{3} \times 15 = \frac{60}{3} = 20$$

۲ ۶۱

ریشه هر معادله در خود معادله صدق می کند:

$$\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = \alpha + 1 \xrightarrow{\text{توان دو}} \alpha^4 = \alpha^2 + 2\alpha + 1$$

$$\Rightarrow \alpha^4 = \alpha + 1 + 2\alpha + 1 = 3\alpha + 2$$

۱ ۶۲

کمترین مقدار تابع $y = a_1|x-x_1| + a_2|x-x_2| + \dots + a_n|x-x_n|$ به شرطی که $a_i > 0$ باشد، در یکی از ریشه های داخل قدرمطلق رخ می دهد.

$$y = |x| + 2|x-1| \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=2 \\ x=1 \Rightarrow y=1 \end{cases} \Rightarrow \min(y) = 1$$

۳ ۵۵

روش اول:

$$-1 \leq y < 3 \Rightarrow -1 \leq 2 - \frac{1}{3}x < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 - \frac{1}{3}x < 3 \Rightarrow \frac{1}{3}x > 2-3 \Rightarrow \frac{1}{3}x > -1 \Rightarrow x > -2 \\ 2 - \frac{1}{3}x \geq -1 \Rightarrow \frac{1}{3}x \leq 2+1 \Rightarrow \frac{1}{3}x \leq 3 \Rightarrow x \leq 6 \end{cases}$$

$\cap \rightarrow -2 < x \leq 6 \Rightarrow$ شامل ۸ عدد صحیح

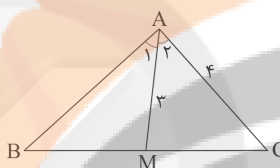
روش دوم:

$$\begin{cases} y=3 \Rightarrow 2 - \frac{1}{3}x = 3 \Rightarrow \frac{1}{3}x = -1 \Rightarrow x = -2 \\ y=-1 \Rightarrow 2 - \frac{1}{3}x = -1 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 3 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$$

چون بازه، در ۳ باز و در (-۱) بسته است، پس دامنه به صورت $[-2, 6)$ است و شامل ۸ عدد صحیح می باشد.

۱ ۵۶

طبق فرض مسئله داریم:



$$\hat{A}_1 = \hat{B} \Rightarrow \text{متساوی الساقین } \triangle ABM \Rightarrow AM = BM \text{ (۱)}$$

از طرفی M پای میانه است در نتیجه:

$$BM = MC \text{ (۲)}$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow AM = BM = MC \Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 2AM = 6$$

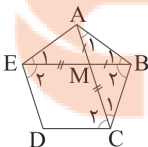
میانه AM نصف ضلع BC است، در نتیجه $\hat{A} = 90^\circ$ است و مثلث ABC قائم الزاویه است. به کمک رابطه فیثاغورس طول AB را می یابیم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 36 = AB^2 + 16 \Rightarrow AB^2 = 20 \Rightarrow AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

بنابراین مساحت مثلث برابر است با:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \times AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 4 = 4\sqrt{5}$$

۱ ۵۷



$$\left. \begin{matrix} AE = AB = BC \\ BE = AC \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABE \cong \triangle ACB$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow AM = BM \Rightarrow EM = CM$$

از طرفی داریم:

$$\left. \begin{matrix} \hat{E}_2 = \hat{B}_2 \\ \hat{D} = \hat{C} \end{matrix} \right\} \rightarrow EBCD \text{ دوزنقه متساوی الساقین} \Rightarrow BE \parallel CD$$

به طور مشابه $AC \parallel DE$ و در نتیجه MCDE متوازی الاضلاع است و چون $EM = CM$ است. در نتیجه چهارضلعی حاصل یک لوزی است.

۱ ۶۳

نقاط روی خط $y = 1 - 2x$ به صورت $A(a, 1 - 2a)$ می‌باشند. فاصله A از خط $x - y - 1 = 0$ را محاسبه و برابر $\sqrt{2}$ قرار می‌دهیم.

$$\frac{|a - 1 + 2a - 1|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow |3a - 2| = 2 \Rightarrow \begin{cases} 3a - 2 = 2 \Rightarrow a = \frac{4}{3} \\ 3a - 2 = -2 \Rightarrow a = 0 \end{cases}$$

دو نقطه به دست آمده به صورت $A(\frac{4}{3}, -\frac{5}{3})$ و $B(0, 1)$ می‌باشند، بنابراین مجموع طول‌های به دست آمده $\frac{4}{3}$ است.

۲ ۶۴

برای یافتن $f(1)$ کافی است در رابطه داده‌شده، x را برابر ۲ قرار دهیم:

$$x = 2 \Rightarrow f(2-1) + 2f(\frac{2}{2}) = \sqrt{4} \Rightarrow 3f(1) = 2 \Rightarrow f(1) = \frac{2}{3}$$

۳ ۶۵

چون تابع گویاست، پس $m - 2 = 0$ و در نتیجه $m = 2$ است.

$$m = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{2x^2 + 3x - n}$$

$x = 1$ ریشهٔ مخرج است:

$$2(1)^2 + 3(1) - n = 0 \Rightarrow n = 5$$

$$2x^2 + 3x - n = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = -\frac{5}{2}$$

۱ ۶۶

طبق قضیهٔ زاویهٔ ظلی، می‌دانیم که:

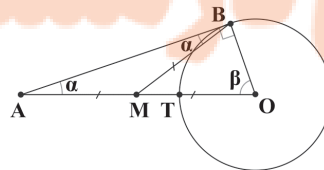
$$\frac{\widehat{TB}}{2} = \widehat{ABT} \Rightarrow \widehat{TB} = 40^\circ \times 2 = 80^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = 80^\circ$$

چون $\hat{A}BO = 90^\circ$ (از مثلث OAB) و BM میانهٔ این مثلث است، پس:

$$\Rightarrow BM = AM = OM$$

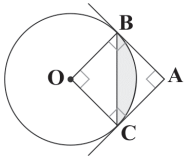
$$\Rightarrow \hat{A} = \alpha \Rightarrow \underbrace{\alpha + \beta}_{\text{چون مثلث } ABO \text{ قائم‌الزاویه است}} = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ - \beta$$

$$\Rightarrow \alpha = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$$



۳ ۶۷

چون AB و AC بر دایره مماس هستند، پس $\hat{O}BA$ و $\hat{O}CA$ نیز قائمه هستند، و چون مجموع زوایای چهارضلعی 360° است، در نتیجه $\hat{O} = 90^\circ$



مساحت مثلث قائم‌الزاویه BOC

$$S = \frac{\pi}{4} - \frac{1 \times 1}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$$

مساحت ربع دایره

هرچه یک وتر فاصله‌اش از مرکز دایره بیشتر باشد، طول آن کم‌تر است. بنابراین:

$$OH' > OH \Rightarrow CD < AB \Rightarrow 24 - 4m < 2m - 8$$

$$\xrightarrow{+2} 12 - 2m < m - 4 \Rightarrow 3m > 16 \Rightarrow m > \frac{16}{3} \quad (I)$$

از طرفی طول هر دو پاره‌خط AB و CD مثبت است، پس:

$$\begin{cases} 2m - 8 > 0 \Rightarrow m > 4 \quad (II) \\ 24 - 4m > 0 \Rightarrow m < 6 \quad (III) \end{cases}$$

$$\{ \begin{matrix} 2m - 8 > 0 \Rightarrow m > 4 \quad (II) \\ 24 - 4m > 0 \Rightarrow m < 6 \quad (III) \end{matrix} \}$$

از اشتراک (I)، (II) و (III) نتیجه می‌شود:

$$\frac{16}{3} < m < 6$$

۲ ۶۹

با توجه به معلومات مسئله داریم:

$$MT = 3\sqrt{3}, NE = 10, TN = 13 - 10 = 3$$

$$\frac{NA}{NB} = \frac{8}{15} \Rightarrow NA = \frac{8}{15} NB$$

هم‌چنین از روابط طولی دایره داریم:

$$NA \times NB = TN \times NE \Rightarrow \frac{8}{15} (NB)^2 = 3 \times 10 = 30$$

$$\Rightarrow (NB)^2 = \frac{15 \times 15}{4} \Rightarrow NB = \frac{15}{2} \Rightarrow NA = \frac{8}{15} \left(\frac{15}{2}\right) = 4$$

روش اول:

$$(MT)^2 = MA \times MB \Rightarrow (3\sqrt{3})^2 = x(x + 4 + \frac{15}{2})$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{23}{2}x = 27 \xrightarrow{\times 2} (2x)^2 + 23(2x) - 108 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (2x + 27)(2x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 27 = 0 \Rightarrow x = -\frac{27}{2} \quad \text{غ قق} \\ 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad \checkmark \end{cases}$$

روش دوم:

از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث MTN داریم:

$$3^2 + (3\sqrt{3})^2 = (4 + x)^2 \Rightarrow 4 + x = \sqrt{36} = 6 \Rightarrow x = 6 - 4 = 2$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_p - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_p - K_1$$

$$\Rightarrow +mgh + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times 2 + W_{f_k} = 16 - 4 \Rightarrow 40 + W_{f_k} = 12$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = 12 - 40 = -28 \text{ J}$$

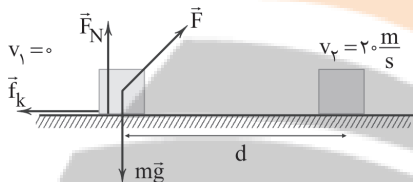
۳ ۷۵ حرکت وزنه m_1 روی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی مجموعه بی تأثیر است و تنها حرکت وزنه m_p به سمت پایین، انرژی پتانسیل گرانشی مجموعه را کاهش می‌دهد، بنابراین برای جسم m_p در دو حالت داریم:

$$E_1 = E_p \Rightarrow K_1 + U_1 = K_p + U_p \Rightarrow U_1 - U_p = K_p - K_1$$

$$\Rightarrow -\Delta U = \Delta K \Rightarrow -(-m_p gh) = 40$$

$$\Rightarrow 4 \times 10 \times h = 40 \Rightarrow h = 1 \text{ m}$$

۱ ۷۶ مطابق شکل زیر، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1/5 \times (400 - 0)$$

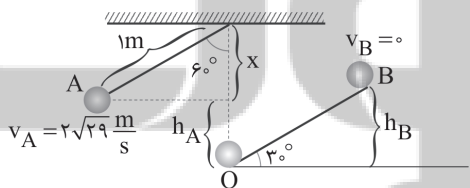
$$\Rightarrow W_t = \frac{3}{4} \times 400 = 300 \text{ J}$$

از طرفی داریم:

$$W_t = W_{f_N} + W_{mg} + W_F + W_{f_k} \Rightarrow 300 = W_F - f_k d$$

$$\Rightarrow W_F = 300 + f_k d \Rightarrow W_F > 300 \text{ J}$$

۲ ۷۷ فرض می‌کنیم گلوله روی سطح شیب‌دار حداکثر تا نقطه A بالا می‌آید:



$$h_A = 1 - x \Rightarrow h_A = 1 - 1 \times \cos 60^\circ = 0.5 \text{ m}$$

$$h_B = OB \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} OB \Rightarrow OB = 2h_B$$

$$E_A = E_B + W_f \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B + OB \times 11$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + mgh_A = mgh_B + 2h_B \times 11$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 116 + 2 \times 10 \times 0.5 = 2 \times 10 \times h_B + 22h_B$$

$$\Rightarrow 116 + 10 = 42h_B \Rightarrow h_B = \frac{126}{42} = 3 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{کمترین فاصله} &= OA - R = 8 \\ \text{بیشترین فاصله} &= OA + R = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow OA = 10, R = 2$$

فیزیک

۲ ۷۱

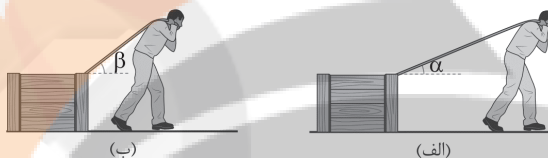
انرژی جنبشی، کمیتی نرده‌ای است و زاویه پرتاب، تأثیری در این کمیت ندارد. در این صورت می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m}{2m} \times \left(\frac{v}{v}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

۲ ۷۲

در شکل «ب» زاویه ایجادشده بزرگ‌تر است ($\beta > \alpha$). در این صورت می‌توان نتیجه گرفت:



$$\beta > \alpha \Rightarrow \cos \beta < \cos \alpha$$

دقت کنید: با افزایش زاویه از صفر تا 90° ، مقدار $\cos \theta$ کاهش می‌یابد.

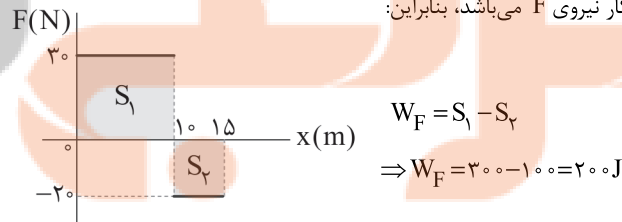
با توجه به آن‌که جابه‌جایی جسم و کاری که شخص بر روی جعبه انجام می‌دهد، در دو حالت برابر است، می‌توان نوشت:

$$W_1 = W_2 \Rightarrow F_1 d \cos \alpha = F_2 d \cos \beta$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} < 1 \Rightarrow F_1 < F_2$$

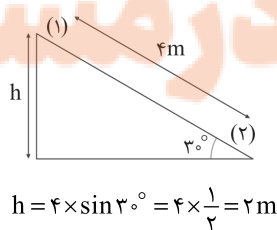
۳ ۷۳

مساحت محصور بین نمودار نیرو - مکان و محور مکان، برابر با کار نیروی \vec{F} می‌باشد، بنابراین:



۲ ۷۴

ابتدا ارتفاع جسم از سطح افقی را در نقطه (۱) به دست می‌آوریم:



۸۲ ۱ چون مقاومت هوا نداریم، انرژی مکانیکی، ثابت است و با افزایش ارتفاع، اندازه جابه‌جایی نسبت به نقطه شروع افزایش و انرژی پتانسیل گرانشی افزایش می‌یابد. طبق رابطه $U = mgh$ نمودار انرژی پتانسیل گرانشی بر حسب ارتفاع (جابه‌جایی) از سطح زمین، خطی است و چون انرژی مکانیکی ثابت است، انرژی جنبشی جسم نیز به صورت خطی کاهش می‌یابد.

۸۳ ۲ نیروی خالص وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{خالص}} = ma = m\left(\frac{g}{4}\right) = \frac{1}{4}mg$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده است، پس خالص F و d هم جهت‌اند. ($\theta = 0^\circ$):

$$W_t = (F_{\text{خالص}} \cos \theta)d = \frac{1}{4}mg \times h = \frac{1}{4}mgh$$

جدای از نیروی \vec{F} ، نیروی وزن رو به پایین به جسم اعمال می‌شود، بنابراین:

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_F \xrightarrow{W_{\text{وزن}} = -mgh} \frac{1}{4}mgh = (-mgh) + W_F$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{1}{4}mgh + mgh \Rightarrow W_F = \frac{5}{4}mgh$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{W_F}{U} = \frac{\frac{5}{4}mgh}{mgh} = \frac{5}{4}$$

۸۴ ۲ طبق فرض سؤال، سرعت و نیرو با هم رابطه مستقیم دارند، بنابراین:

$$F \propto v \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad \text{یا} \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad (*)$$

هم‌چنین طبق اطلاعات سؤال، توان برابر با حاصل ضرب نیرو در سرعت جسم است، در نتیجه:

$$P = Fv \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{(*)} \frac{P_2}{P_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{8} = \left(\frac{3}{1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{8} = 9 \Rightarrow P_2 = 72 \text{ kW}$$

۸۵ ۲ قضیه کار و انرژی جنبشی را برای گلوله در هنگام بالا رفتن تا ارتفاع اوج می‌نویسیم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow -mgh + W_f = 0 - \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (I)$$

قضیه کار و انرژی جنبشی را برای مسیر برگشت هم می‌نویسیم:

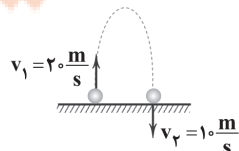
$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow mgh + W_f = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow mgh + W_f - (-mgh + W_f) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \left(-\frac{1}{2}mv_2^2\right)$$

$$\Rightarrow 2gh = \frac{1}{2}v_2^2 + \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow 2 \times 10 \times h = \frac{1}{2} \times (10)^2 + \frac{1}{2} \times (20)^2$$

$$\Rightarrow h = 12.5 \text{ m}$$



۷۸ ۳ جرم آب بالاآمده در مدت زمان 70 ثانیه برابر است با:

$$m = \rho V = 10^3 \times 8 = 8000 \text{ kg}$$

بنابراین کاری که پمپ انجام می‌دهد برابر است با:

$$W_{\text{پمپ}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 8000 \times 10 \times 12.5 + \frac{1}{2} \times 8000 \times 10^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 14 \times 10^5 \text{ J} = 1400 \text{ kJ}$$

توان مفید پمپ برابر است با:

$$\Rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{1400}{70} = 20 \text{ kW}$$

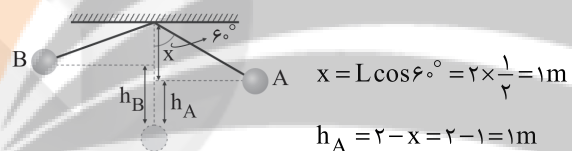
در نتیجه توان الکتریکی مصرفی پمپ برابر است با:

$$\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{الکتریکی}}} \times 100 = \text{بازده بر حسب درصد} \Rightarrow \frac{20}{P_{\text{الکتریکی}}} \times 100 = 20$$

$$\Rightarrow P_{\text{الکتریکی}} = \frac{20 \times 100}{8} = 250 \text{ kW}$$

۷۹ ۴ فرض می‌کنیم گلوله در طرف مقابل، حداکثر تا نقطه B بالا

می‌رود:



طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\xrightarrow{v_B = 0 \Rightarrow K_B = 0} \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = mgh_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2^2 + 10 \times 1 = 10 \times h_B$$

$$\Rightarrow 2 + 10 = 10 \times h_B \Rightarrow h_B = \frac{12}{10} = 1.2 \text{ m}$$

۸۰ ۴ وقتی گلوله را دانش‌آموز هل می‌دهد، گلوله علاوه بر انرژی

پتانسیل، دارای انرژی جنبشی هم می‌شود. پس در برگشت می‌تواند تا ارتفاع

اولیه و حتی بالاتر از آن بالا بیاید. (رد گزینه (۳)) اما به دلیل وجود مقاومت

هوا، تندی آن در هنگام برگشت و رسیدن به نوک بینی شخص قطعاً کم‌تر از

رفت است. (رد گزینه‌های (۱) و (۲))

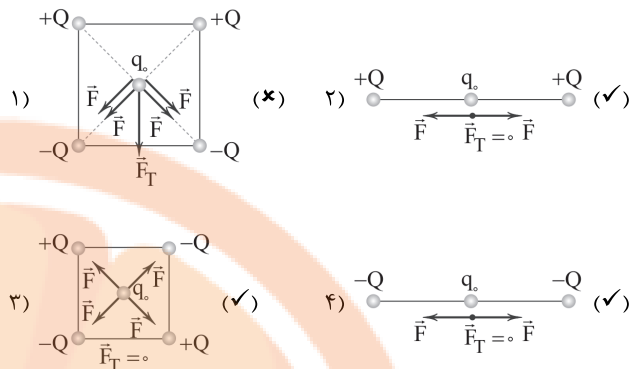
۸۱ ۱

دقت کنید: اصطکاک ناچیز است، پس با توجه به اصل پایستگی انرژی

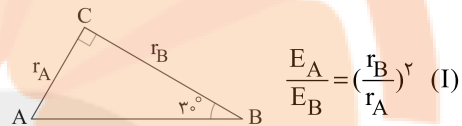
مکانیکی، هر گلوله تنها در ارتفاع h توقف کامل می‌کند ($K = 0$)؛ در نتیجه:

$$\begin{cases} h_A = h \\ h_B = h \end{cases} \Rightarrow h_A = h_B = h$$

۱ ۸۶ بررسی گزینه‌ها:



۳ ۸۷ با توجه به شکل و رابطه میدان الکتریکی داریم:



از طرفی می‌دانیم که:

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{r_A}{r_B}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \sqrt{3} \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}), (\text{II}) \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = (\sqrt{3})^2 = 3$$

۳ ۸۸ میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانای موازی باردار، یکنواخت

است و اختلاف پتانسیل دو سر باتری، ۱۶ ولت و پایانه مثبت آن به زمین متصل است، بنابراین:

$$V_+ = V_E = 0, \Delta V = 16V$$

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow \frac{|\Delta V_A|}{|\Delta V|} = \frac{d_A}{d} \Rightarrow \frac{|\Delta V_A|}{16} = \frac{1}{4} \Rightarrow |\Delta V_A| = 4V$$

اما دقت کنید که مقدار V_A نمی‌تواند از V_+ بزرگ‌تر باشد، پس:

$$|\Delta V_A| = 4V \xrightarrow{V_+ = 0} V_A = -4V$$

۳ ۸۹ ظرفیت خازن (سلول عصبی) را محاسبه می‌کنیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 3 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{10^{-10}}{10 \times 10^{-9}} = 27 \times 10^{-14} F$$

بار لازم برای ایجاد اختلاف پتانسیل ۶۴mV را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = CV = 27 \times 10^{-14} \times 64 \times 10^{-3} = 27 \times 64 \times 10^{-17} C$$

حال تعداد یون‌های لازم را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = ne \Rightarrow n = \frac{Q}{e} = \frac{27 \times 64 \times 10^{-17}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1080 \times 10^2 = 1.08 \times 10^5$$

۴ ۹۰ با استفاده از رابطه انرژی خازن با اختلاف پتانسیل الکتریکی

داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{C_1 = C_2} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_1 - 0.6V_1}{V_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{0.4V_1}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 0.16$$

دقت کنید که درصد کاهش انرژی خازن خواسته شده است:

$$\frac{U_2}{U_1} = 0.16 \Rightarrow \frac{U_2 - U_1}{U_1} = \frac{0.16 - 1.00}{1.00} \Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} = -\frac{0.84}{1.00} = -84\%$$

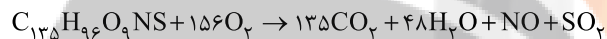
شیمی

۲ ۹۱ مقایسه میان گرمای آزاد شده ($\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$) حاصل از سوختن

هیدروژن و سوخت‌های فسیلی به صورت زیر است:

زغال سنگ > بنزین > گاز طبیعی > هیدروژن: گرمای آزاد شده

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



۴ ۹۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) پلاستیک‌های سبز، زیست تخریب پذیرند.

(۲) توسعه پایدار یعنی این‌که در تولید هر فرآورده، همه هزینه‌های اقتصادی،

اجتماعی و زیست محیطی آن در نظر گرفته شود.

(۳) طراحان و متخصصان در شرکت‌های بزرگ تولید خودرو و هواپیما،

هزینه‌های هنگفتی صرف می‌کنند تا موتورهایی با انتشار کم‌ترین

مقدار CO_2 بسازند.

۳ ۹۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در مولکول‌های اوزون و اکسیژن، به ترتیب ۳ و ۲ پیوند اشتراکی وجود دارد.

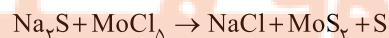
(۲) مولکول اوزون به صورت خمیده (V شکل) است.

(۴) هنگامی که تابش فرابنفش به مولکول اوزون می‌رسد، پیوند اشتراکی بین دو

تا از اتم‌های اکسیژن می‌شکند و مولکول اوزون به یک اتم اکسیژن و یک

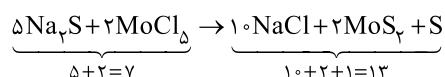
مولکول اکسیژن تبدیل می‌شود.

۴ ۹۵ معادله نمادی واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



موازنه را می‌توانیم با Mo آغاز و با Cl و Na ادامه دهیم. در آخر نیز می‌توانیم

S را موازنه کنیم:



۱۰۳ ۳ به جز عبارت آخر سایر عبارات درست هستند. پلاستیک‌های

سبز در مدت زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه می‌شوند و به طبیعت بازمی‌گردند.

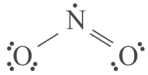
۱۰۴ ۱

• اوزون در مقایسه با اکسیژن واکنش‌پذیرتر است.

• نقطه جوش اوزون (-112°C) بالاتر از نقطه جوش اکسیژن (-183°C) است.

۱۰۵ ۲

گاز A همان گاز نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) است.



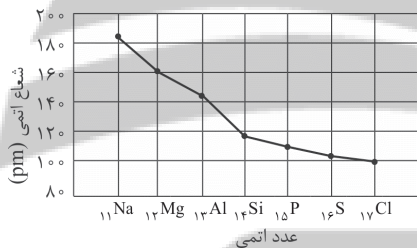
$$\frac{\text{شمار الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{6}{11}$$

۱۰۶ ۳ عنصرهای نقره، مس، گوگرد و پلاتین به شکل آزاد در طبیعت

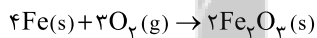
وجود دارند.

۱۰۷ ۱ نمودار زیر تغییر شعاع اتمی در دوره سوم جدول دوره‌ای را

نشان می‌دهد.



۱۰۸ ۱ معادله موازنه شده واکنش موردنظر به صورت زیر است:



با توجه به قانون پایستگی ماده، جرم اکسیژن مصرف‌شده برابر است با:

$$32g - (14 \times 2)g = 4g \text{O}_2$$

به کمک جرم اکسیژن مصرف‌شده، جرم Fe_2O_3 را به دست می‌آوریم:

$$?g \text{Fe}_2\text{O}_3 = 4g \text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32g \text{O}_2} \times \frac{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{3 \text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{160g \text{Fe}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = 13/33g \text{Fe}_2\text{O}_3$$

مقداری از آهن با اکسیژن واکنش داده و اکسید شده است. جرم آهن باقی‌مانده برابر است با:

$$32g - 13/33g = 18/67g \text{Fe}$$

$$\frac{18/67g}{32g} \times 100\% = 58/3\%$$

۹۶ ۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی، انواع آلاینده‌ها مانند CO و NO (با فرمول XO ، NO_x ، SO_x و CO_x (با فرمول XO_x) و هیدروکربن‌های نسوخته (C_xH_y) وارد هواکره می‌شود.

۹۷ ۲

به طور کلی میانگین جهانی دمای سطح زمین در سده اخیر، روند افزایشی داشته است. هر چند که این روند در بعضی از سال‌ها نزولی بوده است.

۹۸ ۴

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

۲) نام دیگر آلوتروپ، دگرشکل است، نه هم‌شکل!!

۳) اوزون در لایه‌های بالایی هواکره (استراتوسفر) مانند پوششی کره زمین را احاطه کرده است.

۹۹ ۴

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

آ) برای تبدیل اکسید اسیدی CO_2 به مواد معدنی از اکسیدهای بازی مانند CaO یا MgO استفاده می‌شود.



ب) دفن کردن CO_2 و تبدیل آن به مواد معدنی، جزو روش‌های شیمی سبز است. در شیمی سبز هدف این است که تولید و مصرف مواد شیمیایی را که ردپاهای سنگینی روی کره زمین بر جای می‌گذارد، کاهش داد یا متوقف کرد.

۱۰۰ ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

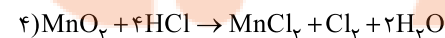
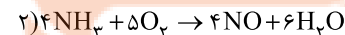
۱) گلخانه، گیاه یا میوه را از آسیب‌های ناشی از تغییر دما و آفت‌ها حفظ می‌کند.

۳) هنگامی که زمین گرم می‌شود، مانند یک جسم داغ از خود پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل می‌دارد.

۴) اگر لایه هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به -18°C کاهش می‌یافت.

۱۰۱ ۱

معادله موازنه شده هر چهار واکنش در زیر آمده است:



۱۰۲ ۴

معنای هر چهار نماد نادرست نوشته شده است:

Δ : واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

2atm : واکنش در فشار 2atm انجام می‌شود.

12°C : واکنش در دمای 12°C انجام می‌شود.

$\text{Pb}(s)$: برای انجام شدن واکنش از فلز سرب به عنوان کاتالیزگر استفاده

می‌شود.



واکنش‌های دوم و سوم به طور طبیعی انجام می‌شوند.

بررسی واکنش‌ها:

- واکنش اول به طور طبیعی انجام نمی‌شود؛ زیرا واکنش‌پذیری Cu کم‌تر از Na است.
- واکنش دوم به طور طبیعی انجام می‌شود؛ زیرا واکنش‌پذیری K بیشتر از Ca است.
- واکنش سوم به طور طبیعی انجام می‌شود؛ زیرا واکنش‌پذیری Fe بیشتر از Ag است.

نیازی به نوشتن معادله واکنش نیست. واضح است که از هر مول Fe_2O_3 ، دو مول Fe به دست می‌آید:

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 \sim 2\text{Fe}$$

$$? \text{ kg Fe} = 1 \text{ ton سنگ معدن} \times \frac{1000 \text{ kg معدن}}{1 \text{ ton سنگ معدن}} \times \frac{70 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{100 \text{ g معدن}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}}$$

$$= 490 \text{ kg Fe (مقدار نظری)}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{240 \text{ kg}}{490 \text{ kg}} \times 100 = 49\%$$

سایت کنکور

نزدیک به بوبک


تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)