




- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)



# آزمون ۲۸ مرداد ۱۴۰۱

## اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

# دفترچه پاسخ

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
ریاضی پایه و حسابان ۲	محمد مصطفی ابراهیمی-عباس اسدی امیرآبادی-مهدی تک-ایمان چینی-فروشان-عادل حسینی-امیر هوشنگ خمسه-مسعود درویشی-فریدون ساعتی-یاسین سپهر-میلاذ سجادی لاریجانی-علی شهرابی-سجاد عظمتی-حمید علیزاده-علی کردی-افشین گلستانی-مجتبی مجاهدی-امیر محمودیان-محمد مصطفی پور-زهره ملایی-جهانبخش نیکتام-سهند ولیزاده-فهیمة ولیزاده	
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-کاظم باقرزاده-علیرضا بهرمن-حسین حاجیلو-افشین خاصه-حسین خزایی-امیر هوشنگ خمسه-محمد خندان-کیوان دارابی-سید امیر ستوده-شایان عباچی-رضا عباسی-اصل-علی فتح آبادی-سید سروش کریمی-مداحی-محمد ابراهیم گیتی-زاده-زویا محمدعلی پورقهرمانی-نژاد-میلاذ منصوری-محمدعلی نادرپور-مهدی نیکزاد-امیر وفائی-محمد رضا وکیل‌الرعایا	
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	علی ایمانی-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-افشین خاصه-حسین سپهر-علیرضا طایفه-تبریزی-عزیزاله علی اصغری-فرشاد فرامرزی-احمد رضا فلاح-مرتضی فهیمة-علوی-سهام مجیدی-پور-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-سروش موئینی-هومن نورانی	
فیزیک	زهره احمدیان-خسرو ارغوانی-فرد-معصومه افضلی-محمد اکبری-عبدالرضا امینی-نسب-امیر حسین برادران-ناصر خوارزمی-محمدعلی راست-پیمان-زهره رامشینی-سپهر زاهدی-علیرضا سلیمانی-حامد شاهدانی-علی قائمی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-کاظم منشادی-سیدجلال میری-حسین ناصحی-مجتبی نکوئیان-شادمان ویسی	
شیمی	مجتبی اسدزاده-احسان ابروانی-جعفر پازوکی-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-مرتضی خوش کیش-حمید ذبیحی-حسن رحمتی-کوکنده-فرزاد رضایی-امید رضوانی-سیدرضا رضوی-مرتضی زارعی-امیر محمد سعیدی-رضا سلیمانی-مینا شرافتی-پور-رسول عابدینی-زواره-محمد عظیمیان-زواره-علی علمداری-امیر حسین معروفی-حسین ناصری-ثانی-اکبر هنرمند-عبدالرشید پلمه	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمد رضا اصفهانی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمد رضا اصفهانی
حروف نگار	میلاذ سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تله: ۰۲۱ ۶۴۶۳

حسابان ۱

۱- گزینه «۳»

(علی شهبازی)

$$\left. \begin{aligned} m-6 > 0 &\Rightarrow m > 6 \\ m-6 \neq 1 &\Rightarrow m \neq 7 \end{aligned} \right\} \cap \rightarrow m \in (6, +\infty) - \{7\}$$

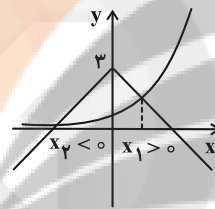
پس  $m$  مقادیر طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ را نمی‌تواند بپذیرد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۲- گزینه «۲»

(ایمان پینی فروشان)

معادله را به شکل  $|x-3| = 3^x$  می‌نویسیم. نمودار دو تابع  $y = 3^x$  و  $y = -|x| + 3$  را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. محل برخورد دو تابع، جواب‌های معادله داده شده هستند.



(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۹)

۳- گزینه «۲»

(عباس اسری امیرآبادی)

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1+b} = a^1 \Rightarrow 2^{-(1+b)} = a$$

$$(2, 2) \in f \Rightarrow 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+b} \Rightarrow 2^1 = 2^{-(2+b)}$$

$$\Rightarrow -2-b = 1 \Rightarrow b = -3$$

$$2^{-1-b} = a \Rightarrow 2^{-1+3} = a \Rightarrow 2^2 = a \Rightarrow a = 4$$

$$g(x) = 4^x \Rightarrow 64 = 4^x \Rightarrow x = 3$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۹)

۴- گزینه «۳»

(فریدون ساعتی)

$$2^a = 48 \Rightarrow 2^a = 2^4 \times 3 \xrightarrow{+2^4} 2^{a-4} = 3 \quad (1)$$

$$3^b = 72 \Rightarrow 3^b = 3^2 \times 2^3 \xrightarrow{+2^3} 3^{b-2} = 2^3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (2^{a-4})^{b-2} = 2^3 \Rightarrow 2^{(a-4)(b-2)} = 2^3$$

$$\Rightarrow (a-4)(b-2) = 3$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۹)

۵- گزینه «۱»

(علی کردی)

دامنه تابع بازه  $\left(\frac{b}{2}, +\infty\right)$  است و با توجه به بازه داده شده داریم:

$$\frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = 6$$

بنابراین  $f(x) = \log_{a-1}(2x-6)$  داریم:

$$f\left(\frac{15}{2}\right) = \log_{a-1}\left(2\left(\frac{15}{2}\right)-6\right) = 2 \Rightarrow \log_{a-1}(9) = 2$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a-1=3 \Rightarrow a=4 & \text{ق ق} \\ a-1=-3 & \text{غ ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b = 10$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۶- گزینه «۴»

(امیر هوشنگ فتمه)

با توجه به داده‌های مسئله داریم:

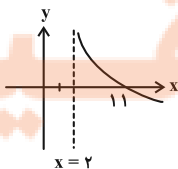
$$\begin{cases} f(5) = 1 \Rightarrow 1 = a - \log_3^{(5-b)} \\ f(11) = 0 \Rightarrow 0 = a - \log_3^{(11-b)} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} 1 = \log_3 \frac{11-b}{5-b}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{11-b}{5-b} \Rightarrow 15 - 3b = 11 - b \Rightarrow b = 2$$

$$f(5) = 1 \Rightarrow 1 = a - \log_3^3 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین تابع  $f$  به صورت  $f(x) = 2 - \log_3^{(x-2)}$  است و مطابق شکل زیر،

نمودار آن از نواحی دوم و سوم عبور نمی‌کند.



(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

(مسعود درویشی)

۱۰- گزینه «۳»

راه حل اول: قرار می‌دهیم  $\log_y x = k$  و  $\log_y 16 = k$ ، بنابراین داریم:

$$\log_y x = k \Rightarrow x = y^k$$

$$\log_y 16 = k \Rightarrow y^k = 16 = 2^4 \Rightarrow y = 2^{\frac{4}{k}}$$

با جای گذاری مقادیر به دست آمده برای  $x$  و  $y$  در رابطه  $xy = 64$

داریم:

$$xy = 64 \Rightarrow y^k \times 2^{\frac{4}{k}} = 2^6 \Rightarrow 2^{k + \frac{4}{k}} = 2^6$$

$$\Rightarrow k + \frac{4}{k} = 6 \Rightarrow k^2 - 6k + 4 = 0$$

با حل این معادله به جواب‌های  $k = 3 \pm \sqrt{5}$  می‌رسیم. بنابراین:

$$\left(\log_y \frac{x}{y}\right)^2 - (\log_y x - \log_y y)^2 = \left(k - \frac{4}{k}\right)^2$$

$$\left(3 \pm \sqrt{5} - \frac{4}{3 \pm \sqrt{5}}\right)^2 = \left(3 \pm \sqrt{5} - (3 \mp \sqrt{5})\right)^2 = (\pm 2\sqrt{5})^2 = 20$$

راه حل دوم:

$$\log_y^x \log_y^{16} \log_y^{2^{\frac{4}{k}}} = 4 \log_y^2 \frac{4}{\log_y^y}$$

$$\Rightarrow \log_y^x \cdot \log_y^y = 4 \quad (1)$$

$$xy = 64 = 2^6 \Rightarrow \log_y^{xy} = 6 \Rightarrow \log_y^x + \log_y^y = 6$$

به توان ۲

$$\rightarrow (\log_y^x)^2 + 2 \log_y^x \cdot \log_y^y + (\log_y^y)^2 = 36$$

$$\xrightarrow{(1)} (\log_y^x)^2 + (\log_y^y)^2 = 36 - 8 = 28 \quad (2)$$

$$\left(\log_y \frac{x}{y}\right)^2 = (\log_y^x - \log_y^y)^2$$

$$(\log_y^x)^2 + (\log_y^y)^2 - 2 \log_y^x \cdot \log_y^y \xrightarrow{(1), (2)} 28 - 8 = 20$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰)

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

۷- گزینه «۲»

$$\log_{18}^{12} \frac{\log_{12}^{12}}{\log_{12}^{18}} \frac{\log_{12}^{(2^2 \times 3)}}{\log_{12}^{(2^2 \times 2)}} = \frac{2 \log_{12}^{12} + \log_{12}^{12}}{2 \log_{12}^{12} + \log_{12}^{12}} = \frac{2a + 1}{2 + a}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۸- گزینه «۲»

(سپار عظمتی)

$$\log_{\frac{2}{1}}^{\frac{2}{1}} \log_{\frac{2}{1}}^{\frac{2}{1}} = 3 \text{ می‌دانیم}$$

است. بنابراین به کمک

ویژگی‌های لگاریتم داریم:

$$(\log_{(x+1)}^{\log_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}})^{\lambda} \Rightarrow (\log_{(x+1)}^{\lambda})^3 = \lambda \Rightarrow \log_{(x+1)}^{\lambda} = 2$$

$$\Rightarrow 2 \log_{(x+1)}^{\lambda} = 2 \Rightarrow \log_{(x+1)}^{\lambda} = 1 \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

پس مقدار لگاریتم  $(x^2 - 1)$  در پایه ۳ برابر است با:

$$\log_3^{(x^2-1)} \log_3^{(x^2-1)} = \log_3^3 = 1$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰)

۹- گزینه «۳»

(مهمرمصطفی پور)

$$\frac{1}{4}x^2 - 25x + 25 = 0 \Rightarrow a + b = -\frac{-25}{\frac{1}{4}} = 100, ab = \frac{25}{\frac{1}{4}} = 100$$

$$\log a + \log b + \log(a + b) = \log ab + \log(a + b)$$

$$\log 100 + \log 100 = 2 + 2 = 4$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰)

هندسه ۲

۱۱- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

بازتاب، تبدیلی طولپا است، پس اندازه زاویه را حفظ می‌کند. از طرفی تمام نقاط روی محور بازتاب، تحت بازتاب، ثابت می‌مانند، پس بازتاب نسبت به خط دارای بی‌شمار نقطه ثابت است. ولی بازتاب نسبت به خط، لزوماً شیب خط را ثابت نگه نمی‌دارد.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۲- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

تناظر  $M$  در واقع یک انتقال با بردار  $(2, 0)$  است. واضح است که انتقال با بردار غیرصفر، تبدیلی طولپا و فاقد نقطه ثابت تبدیل است.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۳- گزینه «۴»

(رضا عباسی اصل)

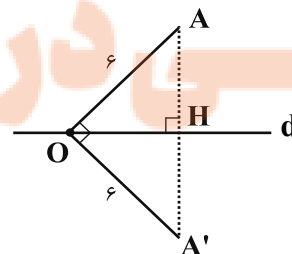
با توجه به تعریف بازتاب نقطه نسبت به خط، شکل گزینه «۴» تصویر شکل داده شده نسبت به خط  $d$  می‌باشد و مثلث  $AOA'$  قائم‌الزاویه است.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۴- گزینه «۴»

(امیر هوشنگ شمشه)

واضح است که زاویه  $AOH$  برابر  $45^\circ$  است، در نتیجه زاویه  $AOA'$  برابر  $90^\circ$  خواهد بود.



مساحت این مثلث برابر است با:  $S_{OAA'} = \frac{6 \times 6}{2} = 18$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۵- گزینه «۲»

(شایان عباسی)

انتقال تبدیلی طولپا است، پس شعاع دایره در انتقال تغییری نمی‌کند و  $R' = 3$  است. نقطه  $O$  (مرکز دایره  $C$ ) در این انتقال بر نقطه  $O'$  (مرکز دایره  $C'$ ) تصویر می‌شود، پس طول خط‌المركزین دو دایره برابر طول بردار انتقال است، یعنی  $OO' = 5$  بوده و در نتیجه داریم:

دو دایره متقاطع اند  $\Rightarrow |R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۶- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

انتقال، همواره شیب خط را حفظ می‌کند، یعنی انتقال یافته یک خط، موازی با آن خط است. همچنین اگر محور بازتاب با یک خط موازی باشد، آنگاه تصویر خط تحت این بازتاب موازی با خط است. بنابراین چون دو خط  $AB$  و  $CD$  در دوزنقه  $ABCD$  موازی یکدیگرند، پس بازتاب پاره خط  $AB$  نسبت به خط  $CD$ ، موازی با  $AB$  خواهد بود. دوران تنها در حالتی شیب خط را حفظ می‌کند که زاویه دوران مضربی از  $180^\circ$  باشد. با توجه به این که زاویه  $AOB$  قطعاً کم‌تر از  $180^\circ$  است، پس تحت دوران به مرکز  $O$  و زاویه  $AOB$ ، قطعاً شیب خط تغییر می‌کند.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۱۷- گزینه «۱»

(علی فتح آباری)

با فرض اینکه این دو پاره‌خط دوران یافته یکدیگر هستند، پس مرکز دوران روی عمود منصف پاره‌خط‌های واصل بین نقاط متناظر  $A$  و  $C$  و همچنین  $B$  و  $D$  می‌باشد. پس اگر  $O$  محل تلاقی عمود منصف‌های  $AC$  و  $BD$  باشد، داریم:

به طور مشابه  $GB' = \frac{1}{3}BN$  است و داریم:

$$\Delta ABG : \frac{GA'}{GA} = \frac{GB'}{GB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} A'B' \parallel AB$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{A'B'}{AB} = \frac{GA'}{GA} = \frac{1}{2}$$

به طور مشابه  $\frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2}$  و  $\frac{A'C'}{AC} = \frac{1}{2}$  است و در نتیجه دو مثلث  $ABC$  و  $A'B'C'$  متشابه‌اند.

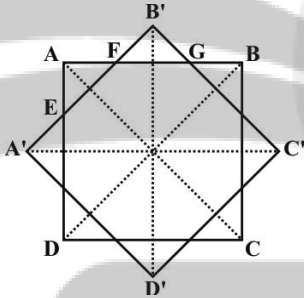
$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(رضا عباسی اصل)

۲۰- گزینه «۲»

محورهای تقارن مربع  $ABCD$ ، مربع  $A'B'C'D'$  و شکل نهایی (ستاره هشت‌پر) یکی هستند. پس هشت ضلعی محصور بین مربع و تصویر آن منتظم است.



با فرض  $a = AE = AF$ ، داریم  $EF = a\sqrt{2}$

در نتیجه:

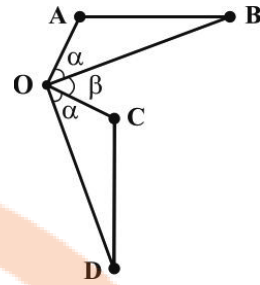
$$BG = AF = a \text{ و } FG = EF = a\sqrt{2}$$

$$AB = 2a + a\sqrt{2} = \frac{AB}{2 + \sqrt{2}} \Rightarrow 2a + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow a = 1$$

$$S_{ABCD} - 4S_{AEF} = (2 + \sqrt{2})^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right)$$

$$4 + 4\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)



$$\begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه (ضضض)}} \Delta OAB \cong \Delta OCD \Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{COD} = \alpha$$

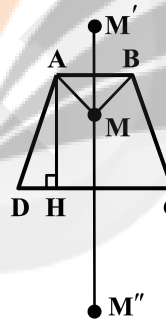
با یک دوران به مرکز  $O$  و زاویه  $\alpha + \beta$  (در جهت ساعتگرد) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} A \rightarrow C \\ B \rightarrow D \end{cases}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

(امیر وفانی)

۱۸- گزینه «۳»



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD)$$

$$\Rightarrow 65 = \frac{1}{2} AH(4 + 6)$$

$$\Rightarrow AH = 13$$

می‌دانیم ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط موازی معادل یک انتقال با برداری به طول دو برابر فاصله این دو خط است، بنابراین داریم:

$$M'M'' = 2AH = 2 \times 13 = 26$$

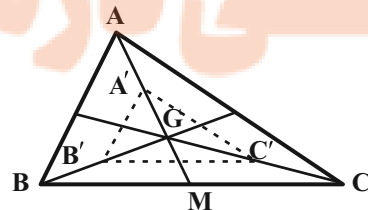
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۴)

(مسین جابیلو)

۱۹- گزینه «۱»

فرض کنید نقطه  $G$  محل تلاقی میانه‌های مثلث  $ABC$  باشد. می‌دانیم میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت  $2:1$  قطع می‌کنند، بنابراین داریم:

$$GA' = GA - AA' = \frac{2}{3}AM - \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3}AM$$



$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{12}$$

اگر A پیشامد آن باشد که سکه رو بیاید و B پیشامد آن باشد که تاس ۶

بیاید، آنگاه این دو پیشامد مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{12} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{12} = \frac{24+3-2}{36} = \frac{25}{36}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

آمار و احتمال

گزینه «۳» - ۲۱

(فرشار فرامرزی)

احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(\text{سیاه، سفید، سیاه}) + P(\text{سفید، سیاه، سفید})$$

$$\frac{6}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{5}{28} + \frac{1}{14} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

گزینه «۴» - ۲۲

(اخشین فاصه‌فان)

فرض کنید تاس اول سفید و تاس دوم سیاه باشد. اگر پیشامدهای A و B

به ترتیب به صورت «مجموع اعداد رو شده دو تاس کمتر از ۶ باشد» و «عدد

تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد» تعریف شوند، آنگاه داریم:

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$A \cap B = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه «۱» - ۲۳

(اممرضا فلاح)

$$\left. \begin{aligned} P(\text{رو}) &= \frac{2}{3} \\ P(\text{پشت}) &= \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} P(\text{پشت}) + 2P(\text{رو}) &= 1 \\ P(\text{رو}) + P(\text{پشت}) &= 1 \end{aligned}$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow x + 3x + 3x + x + 3x + x = 1 \Rightarrow 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

(سروش موئینی)

گزینه «۳» - ۲۴

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{1 - P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(یاسین سپهر)

گزینه «۴» - ۲۵

فضای نمونه کاهش یافته، شامل حالت‌هایی است که مجموع دو عدد طبیعی

یک رقمی، زوج باشد، یعنی یا هر دو فرد باشند و یا هر دو زوج. داریم:

$$n(S) = \binom{5}{2} + \binom{4}{2} = 10 + 6 = 16$$

حالت مورد نظر آن است که هر دو عدد، فرد باشند. داریم:

$$n(A) = \binom{5}{2} = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۶- گزینه «۱»

(عادل مسینی)

$$P(\text{ظرف اول سفید بودن} | \text{ظرف اول}) \times P(\text{ظرف اول}) = P(\text{سفيد بودن} | \text{ظرف اول}) \times P(\text{ظرف اول})$$

$$\frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}}{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{7}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۶)

$$P(\text{غیر سیاه} | \text{دومی}) \cdot P(\text{دومی}) + P(\text{اولی} | \text{دومی}) \cdot P(\text{غیر سفید} | \text{دومی}) + P(\text{اولی} | \text{دومی}) \cdot P(\text{سفيد} | \text{دومی}) + P(\text{غیر هم‌رنگ} | \text{دومی}) \cdot P(\text{غیر سیاه} | \text{دومی})$$

$$\frac{5}{15} \times \frac{8}{15} + \frac{10}{15} \times \frac{10}{15} = \frac{140}{225} = \frac{28}{45}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۲۷- گزینه «۲»

(مرتضی فعیم‌علوی)

برای انتخاب ۳ مهره از جعبه A دو حالت داریم:

الف) هر سه مهره قرمز باشند.

ب) ۲ مهره قرمز و ۱ مهره سفید باشد.

احتمال آن که دو مهره خارج شده از جعبه B قرمز باشند به تفکیک

حالت‌های «الف» و «ب» عبارت‌اند از:

$$\text{الف)} \binom{3}{3} \times \binom{4}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10} = \frac{6}{40}$$

$$\text{ب)} \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} \times \binom{3}{2} = \frac{3 \times 1}{4} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{40}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{6}{40} + \frac{9}{40} = \frac{6+9}{40} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۲۸- گزینه «۱»

(فرشاد فرامرزی)

با استفاده از قاعده بیز داریم:

(عزیزاله علی‌اصغری)

۲۹- گزینه «۳»

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B)P(A')$$

$$\Rightarrow P(B)P(A') = 0/2 \quad (1)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow P(A)P(B) = 0/3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{P(B)P(A')}{P(B)P(A)} = \frac{0/2}{0/3} \Rightarrow \frac{1 - P(A)}{P(A)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2P(A) = 3 - 3P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{3}{5} = 0/6 \xrightarrow{(2)} P(B) = 0/5$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = 0/4 \times 0/5 = 0/2$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

(سروش موئینی)

۳۰- گزینه «۳»

احتمال درست پاسخ دادن به‌طور تصادفی به یک تست سه‌گزینه‌ای  $\frac{1}{3}$

است، پس  $p = \frac{1}{3}$  و  $1 - p = \frac{2}{3}$  است. اگر پیشامد پاسخ صحیح دادن به

حداقل دو سؤال را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + \binom{3}{1} \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{9} + \frac{1}{27} = \frac{7}{27}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)





فیزیک ۲

گزینه ۳» ۳۱

(مفهم آگیری)

کیلووات - ساعت و آمپر - ساعت به ترتیب نشان دهنده یکای کمیت‌های

$$P \frac{W}{t} \Rightarrow [W] = [P][t] \Rightarrow [W] \equiv kW.h$$

$$I \frac{Q}{t} \Rightarrow [Q] = [I][t] \Rightarrow [Q] \equiv A.h$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

گزینه ۴» ۳۲

(مسین تاضی)

اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطه  $\varepsilon - rI$  به دست می‌آید. از طرفی

جریان مدار برابر است با  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ . حال از ترکیب این دو رابطه داریم:

$$V = \varepsilon - rI = \frac{\varepsilon R}{R+r}$$

حال در دو حالت داریم:

$$1/\delta \frac{\varepsilon \times (1)}{1+r} \Rightarrow \varepsilon - 1/\delta r = 1/\delta \quad (1)$$

$$2 \frac{\varepsilon \times (2)}{2+r} \Rightarrow \varepsilon - r = 2 \quad (2)$$

$$\begin{cases} \varepsilon - 1/\delta r = 1/\delta \\ \varepsilon - r = 2 \end{cases} \Rightarrow r = 1\Omega, \varepsilon = 3V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

گزینه ۳» ۳۳

(مسین مفرومی)

ابتدا از روی نمودار  $\varepsilon$  و  $\frac{\varepsilon}{r}$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \varepsilon = 20V \\ \frac{\varepsilon}{r} = 40A \end{cases} \Rightarrow r = 0.5\Omega, \varepsilon = 20V$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد در مقاومت درونی:  $I^2 r = 200 = I^2 \times 0.5 \Rightarrow I = 20A$

توان خروجی مولد:  $P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^2 = 20 \times 20 - 0.5 \times 20^2$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 400 - 200 = 200W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

گزینه ۱» ۳۴

(امیرمسین برادران)

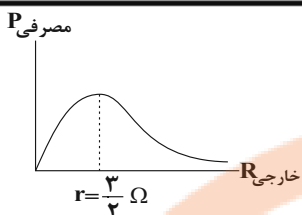
با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد، با افزایش جریان عبوری

اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد.

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow r = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{4A}{-6V} = -\frac{2}{3}\Omega$$

مطابق نمودار زیر با کاهش مقاومت رنوستا از  $4\Omega$  به  $2\Omega$ ، توان مصرفی

مدار به‌طور پیوسته افزایش می‌یابد.



(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

گزینه ۳» ۳۵

(مصومه افشلی)

با بستن کلید k دو مقاومت R موازی شده و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

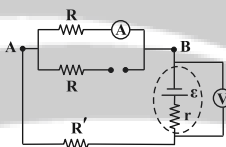
$$R_{eq} = R + R'$$

$$R_{eq} = \frac{R}{2} + R'$$

در نتیجه جریان عبوری از باتری با بسته شدن کلید افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I_t = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری با افزایش جریان، کاهش می‌یابد.



$$\downarrow V = \varepsilon - \uparrow I_t r$$

اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B:  $|V_A - V_B| = (\varepsilon - I_t r) - I_t R'$

با افزایش جریان کل اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B کاهش یافته است.

$$\downarrow |V_A - V_B| = \downarrow IR$$

با کاهش  $V_A - V_B$  جریان عبوری از مقاومت R و آمپرسنج نیز کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

گزینه ۱» ۳۶

(مسین مفرومی)

با توجه به رابطه  $P = \frac{V^2}{R_{eq}}$ ، توان مصرفی را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = R \Rightarrow P = \frac{V^2}{R}$$

$$R_{eq} = 2R \Rightarrow P' = \frac{V^2}{2R}$$

$$\Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

وقتی دو مقاومت به طور موازی به یکدیگر وصل شوند، نسبت شدت جریان آن‌ها برابر نسبت وارون مقاومت آن‌ها است. پس:

$$\frac{I_4}{I_2} = \frac{24}{12} \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 1A \\ I_4 = 2A \end{cases}$$

$$I = I_2 + I_4 = 3A$$

سهم هر کدام از مقاومت‌های  $9\Omega$  و  $18\Omega$  را از جریان  $I_4$  به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{18}{9} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{4}{3}A \\ I_3 = \frac{2}{3}A \end{cases}$$

و در نهایت جریان  $I'$  را به دست می‌آوریم:

$$I = I_1 + I' \Rightarrow 3 = \frac{4}{3} + I' \Rightarrow I' = \frac{5}{3}A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۴۰- گزینه «۱» (ممنوع آکبری)

با توجه به نحوه قرارگیری مولد، جریانی ساعتگرد در مدار برقرار می‌باشد که به نسبت عکس مقاومت هر شاخه توزیع می‌شود. با توجه به جهت قرار گرفتن دیود  $D_4$ ، جریانی از این شاخه، عبور نمی‌کند، بنابراین  $I_4 = 0$  است.

برای به دست آوردن جریان عبوری کل، ابتدا مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:

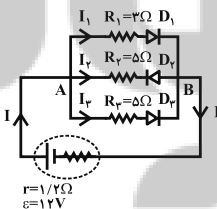
$$R_1 + R_{D_1} = 3 + 1 = 4\Omega$$

$$R_2 + R_{D_2} = 5 + 1 = 6\Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} \Rightarrow R_{eq} = \frac{12}{5}\Omega$$

بنابراین:

$$I = \frac{12}{\frac{12}{5} + 1} = \frac{10}{3}A$$



می‌دانیم که اختلاف ولتاژ نقاط A و B در هر سه شاخه یکسان است.

$$I \times (R_{eq}) = I_1 \times (R_1 + R_{D_1}) = I_2 \times (R_2 + R_{D_2})$$

$$\frac{10}{3} \times \frac{12}{5} = I_1 \times (3 + 1) \Rightarrow I_1 = 2A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۳۷- (امیرمسین برادران)

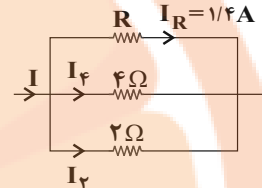
گزینه «۴»

ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه را به دست می‌آوریم:

$$U = Pt = \frac{P}{I} \Rightarrow U = VI t \xrightarrow{t=15 \text{ min}=15 \times 60 \text{ s}} \xrightarrow{I=1/4 \text{ A}, U=3/78 \text{ kJ}=378 \text{ J}}$$

$$378 = V \times 1/4 \times 15 \times 60 \Rightarrow V = \frac{3780}{1/4 \times 15 \times 60} = 37V$$

اکنون با استفاده از قانون اهم، جریان عبوری از مقاومت‌های  $4\Omega$  و  $2\Omega$  را محاسبه می‌کنیم.



$$I_4 = \frac{37}{4} = 9.25A$$

$$I_2 = \frac{37}{2} = 18.5A$$

$$I = I_2 + I_4 = 18.5 + 9.25 = 27.75A$$

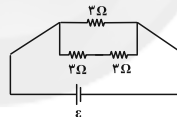
$$I = 1/4 + 1/5 + 0/75 = 3/65A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۳۸- (سپهر زاهدی)

گزینه «۱»

دو مقاومت در مدار اتصال کوتاه می‌شود:



$$R_{eq} = 3 + 3 = 6\Omega$$

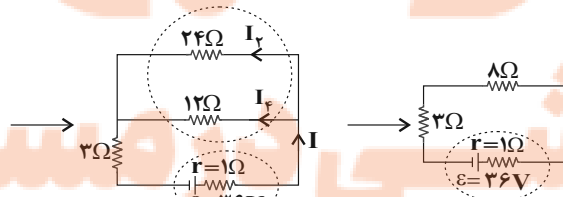
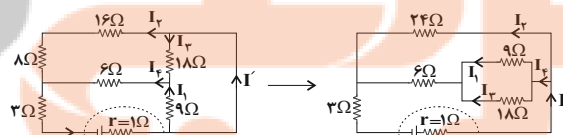
$$\Rightarrow R'_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۳۹- (مجتبی کوثیان)

گزینه «۳»

ابتدا مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا متوالی یا موازی بودن اجزای مدار را تشخیص دهیم:



$$\Rightarrow R_{eq} = 11\Omega, I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{36}{11 + 1} = 3A$$

شیمی ۲

گزینه ۱»

(امسان ایروانی)

گرما از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست و دما نیز مستقل از جرم ماده بوده و قابل اندازه‌گیری است. یکای دما در سیستم «SI» کلوین (K) است ولی یکای رایج آن درجه سلسیوس ( $^{\circ}\text{C}$ ) می‌باشد. چون انرژی گرمایی مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده است، دو ظرف آب با دما و جرم متفاوت می‌توانند انرژی گرمایی یکسانی داشته باشند.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۸)

گزینه ۳»

(رضا سلیمانی)

میانگین انرژی جنبشی ذرات (دما) و ظرفیت گرمایی ویژه با افزایش مقدار ماده ثابت، ولی ظرفیت گرمایی افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هیچ‌گاه توزیع انرژی بین همه ذرات سازنده یک ماده، یکسان نیست و همیشه میان آن‌ها اختلاف وجود دارد. به همین دلیل است که از واژه میانگین در بیان انرژی جنبشی استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: اشاره به گرمای یک نمونه ماده از نظر علمی نادرست است.

گزینه «۴»: هنگام هم‌دما شدن نمونه A با دمای اتاق، تغییر دمای فرآیند مقداری منفی است. همچنین، انرژی گرمایی نمونه نیز کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

گزینه ۲»

(امیر رضوانی)

هرگاه دو جسم با دو دمای مختلف در تماس با یکدیگر قرار گیرند، مقدار گرمایی که جسم داغ از دست می‌دهد برابر مقدار گرمایی است که جسم سرد دریافت می‌کند تا در نهایت دمای دو جسم برابر شود.

مجموع گرمایی که ظرف آهنی داغ از دست می‌دهد و گرمایی که آب درون ظرف دریافت می‌کند برابر صفر است.

$$Q_{\text{آهن}} + Q_{\text{آب}} = 0$$

$$(m_{\text{آب}} \times c_{\text{آب}} \times \Delta\theta_{\text{آب}}) + (m_{\text{آهن}} \times c_{\text{آهن}} \times \Delta\theta_{\text{آهن}}) = 0$$

$$2000\text{g} \times 10^{\circ}\text{C} \times (\theta - 20) + 1000\text{g} \times c_{\text{آهن}} \times (\theta - 125) = 0$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^3 (\theta - 20) + (\theta - 125) = 0 \Rightarrow 210\theta - 525 = 0 \Rightarrow \theta = 25^{\circ}\text{C}$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

گزینه ۲»

(اکبر هنرمند)

در واکنش (I)، به ازای مصرف x مول  $\text{NaHCO}_3$ ،  $\frac{x}{\nu}$  مول  $\text{CO}_2$  و  $\frac{x}{\nu}$

مول  $\text{H}_2\text{O}$  و در واکنش (II)، به ازای مصرف y مول  $\text{CaCO}_3$ ، y مول  $\text{CO}_2$  تولید می‌شود. بنابراین:

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{x}{\nu} \quad n_{\text{CO}_2} = \frac{x}{\nu} + y$$

با توجه به گرمای داده شده به فراورده‌ها، می‌توان مول هر فراورده را به دست آورد:

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{2160}{2 \times 10} = 108\text{g}$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 108\text{gH}_2\text{O} \times \frac{1\text{molH}_2\text{O}}{18\text{gH}_2\text{O}} = 6\text{mol} \Rightarrow x = 12$$

$$m_{\text{CO}_2} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{4224}{0.8 \times 15} = 352\text{g}$$

$$n_{\text{CO}_2} = 352\text{gCO}_2 \times \frac{1\text{molCO}_2}{44\text{gCO}_2} = 8\text{mol} \Rightarrow y = 2$$

حالا می‌توان جرم مخلوط را محاسبه نمود:

$$\text{جرم مخلوط} = (12 \times 84) + (2 \times 100) = 1208\text{g}$$

$$\text{NaHCO}_3 \quad \text{CaCO}_3$$

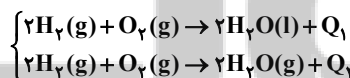
(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۸)

گزینه ۱»

(رضا سلیمانی)

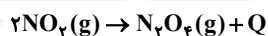
قطر مورد (ب) درست است.

در مورد (آ) معادله واکنش تشکیل آب مایع و بخار آب را از عناصر سازنده‌اش در نظر بگیرید:



با توجه به اینکه واکنش‌دهنده‌ها یکسان هستند، سطح انرژی آن‌ها با هم برابر است، اما سطح انرژی  $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$  بیشتر از  $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  است. در نتیجه گرمای کم‌تری به‌ازای تولید یک مول آب در حالت بخار آزاد می‌شود.

در مورد (ب) تبخیر آب فرایندی گرماگیر است اما تشکیل دی‌نیتروژن تترااکسید ( $\text{N}_2\text{O}_4$ ) از اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن ( $\text{NO}_2$ )، گرماده است.



(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۸، ۵۹، ۶۳ تا ۶۵)

مورد دوم:  $\frac{۸ \times ۱۲}{۲ \times ۱۶} = ۳$  جرم مولی C درصد جرمی O درصد جرمی جرم مولی

مورد سوم: ترکیبی آروماتیک بوده و فاقد گروه عاملی آلدئیدی است.  
مورد چهارم: دارای ۲۵ جفت الکترون پیوندی است.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(امیرمتمن سعیری)

۴۹- گزینه «۱»

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{چربی: } \frac{۸}{۱۰۰} \times ۶۰۰ = ۴۸ \text{ g} \\ \text{کربوهیدرات: } \frac{۱۵}{۱۰۰} \times ۶۰۰ = ۹۰ \text{ g} \\ \text{پروتئین: } \frac{۹}{۱۰۰} \times ۶۰۰ = ۵۴ \text{ g} \end{array} \right.$$

? kJ  $\left( \frac{۳۸ \text{ kJ}}{۱ \text{ g چربی}} \times ۴۸ \text{ g چربی} \right)$

$\left( \frac{۱۷ \text{ kJ}}{۱ \text{ g پروتئین}} \times ۵۴ \text{ g پروتئین} \right) + \left( \frac{۱۷ \text{ kJ}}{۱ \text{ g کربوهیدرات}} \times ۹۰ \text{ g کربوهیدرات} \right)$

$۱۸۲۴ + ۱۵۳۰ + ۹۱۸ = ۴۲۷۲ \text{ kJ}$

ارزش سوختی  $\frac{۴۲۷۲}{۶۰۰} = \frac{\text{مقدار کل انرژی آزاد شده (kJ)}}{\text{جرم نمونه (g)}}$

$۷ / ۱۲ \text{ kJ.g}^{-۱}$

تمرین ۹ / ۶ h  $۴۲۷۲ \text{ kJ} \times \frac{۱ \text{ kcal}}{۴ / ۱۸ \text{ kJ}} \times \frac{۱ \text{ h}}{۱۰۶ / ۸ \text{ kcal}} = ۹ / ۶ \text{ h}$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(قارچ از کشور تبری ۱۴۰۰)

۵۰- گزینه «۱»

برای محاسبه  $\Delta H$  واکنش مورد نظر، ضرایب واکنش اول را بدون تغییر جهت معادله در ۳ ضرب می‌کنیم، واکنش دوم را معکوس کرده و ضرایب آن را نصف می‌کنیم و ضرایب‌های واکنش سوم را بدون تغییر جهت در  $\frac{۱}{۲}$  ضرب می‌کنیم:

$\Delta H = ۳\Delta H_1 + \left(\frac{-۱}{۲}\right)\Delta H_2 + \frac{۱}{۲}\Delta H_3$

$۳(-۱۸۴/۶) + \frac{۱۳۷۴}{۲} - \frac{۴۹۳/۴}{۲}$

$\Delta H = -۱۱۳ / ۵ \text{ kJ}$

? mol BCl<sub>3</sub>  $\frac{۱ \text{ mol BCl}_3}{۱۱۳ / ۵ \text{ kJ}} = \frac{۴۵ / ۴ \text{ kJ}}{۱۱۳ / ۵ \text{ kJ}}$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

(رضا سلیمانی)

۴۶- گزینه «۲»

اندازه آنتالپی سوختن:  $C_4H_8 > C_4H_6 > C_4H_4 > C_4H_2 > C_4H_2 > CH_4$

ارزش سوختی:  $CH_4 > C_3H_8 > C_2H_6 > C_2H_4 > C_2H_2 > C_2H_2$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: معادله واکنش آنتالپی سوختن اتان به ازای یک مول نوشته می‌شود.

گزینه «۳»: در فرایند برگشت پذیر  $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ ، واکنش

در جهت تولید  $NO_2$  گرم‌گیر است و چون هشت تایی نمی‌شود، پایداری

کمتری دارد و قهوه‌ای‌رنگ است.

گزینه «۴»: آنتالپی پیوند مقدار گرمایی است که به ازای شکسته شدن یک مول

پیوند در حالت گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی مصرف می‌شود ولی در

واکنش  $C_2H_4(g) \rightarrow 2C(g) + 2H(g)$  بیش از یک مول پیوند شکسته

شده است.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷، ۷۰ و ۷۱)

(علی علمداری)

۴۷- گزینه «۱»

بر اساس اعداد داده شده آنتالپی واکنش‌های زیر را به دست می‌آوریم:



? kJ  $۱۸۰ \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{۱ \text{ mol H}_2\text{O}}{۱۸ \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{۱۴۳۰ \text{ kJ}}{۴ \text{ mol H}_2\text{O}} = ۳۵۷۵ \text{ kJ}$

انرژی واکنش (۲) = انرژی واکنش (۱) - انرژی کل

$۶۴۰۵ \text{ kJ} - ۳۵۷۵ \text{ kJ} = ۲۸۳۰ \text{ kJ}$

? mol CO  $۲۸۳۰ \text{ kJ} \times \frac{۲ \text{ mol CO}}{۵۶۶ \text{ kJ}} = ۱۰ \text{ mol CO}$

? mol CH<sub>3</sub>OH  $۱۸۰ \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{۱ \text{ mol H}_2\text{O}}{۱۸ \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{۲ \text{ mol CH}_3\text{OH}}{۴ \text{ mol H}_2\text{O}}$

$\Delta \text{ mol CH}_3\text{OH}$

? CO درصد مولی  $\frac{۱۰ \text{ mol CO}}{۱۵ \text{ mol}} \times ۱۰۰ \approx ۶۶ / ۶۷\%$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(عمید زینی)

۴۸- گزینه «۲»

موارد اول و دوم درست هستند.

فرمول مولکولی ترکیب  $C_8H_{11}NO_2$  است. بررسی موارد:

مورد اول: دارای ۱۱ اتم H و ۱۰ الکترون ناپیوندی است.

ریاضی ۱

۵۱- گزینه «۳»

(مبتنی مباحثی)

عبارت‌های  $(x^2 - 5)^2$  و  $(x^2 - y^2 + 11)^2$  چون دارای توان‌های زوج هستند، پس حاصل آن‌ها عددی مثبت یا صفر است. اما چون جمع آن‌ها صفر شده است پس هر عبارت باید صفر باشد.

$$\Rightarrow (x^2 - 5)^2 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌آم}} x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5$$

$x^2 = 5$  را در عبارت دیگر قرار می‌دهیم تا  $y$  به دست آید.

$$(x^2 - y^2 + 11)^2 = 0 \xrightarrow{x^2 = 5} (5 - y^2 + 11)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 5 - y^2 + 11 = 0 \Rightarrow -y^2 + 16 = 0 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm\sqrt{16}$$

$y = \pm 4$ ، پس گزینه «۳» می‌تواند درست باشد.

(ریاضی-۱ معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۲- گزینه «۱»

(مبتنی مباحثی)

ضلع مربع را با  $x$  نشان می‌دهیم. پس:

$$\begin{cases} \text{مساحت مربع} = x^2 \\ \text{از اندازه محیط بیش‌تر است} \end{cases} \xrightarrow{\text{اندازه مساحت ۵ واحد}} x^2 = 4x + 5$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

عبارت  $x^2 - 4x - 5$  را تجزیه می‌کنیم:

$$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$x = -1$  قابل قبول نیست، چون طول ضلع مربع نمی‌تواند منفی باشد. پس

فقط  $x = 5$  قابل قبول است؛ یعنی فقط یک مربع وجود دارد.

(ریاضی-۱ معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۳- گزینه «۳»

(زهرای ملایی)

$$\Delta_1 = 1 + 8k < 0 \Rightarrow k < -\frac{1}{8} \Rightarrow k \in (-\infty, -\frac{1}{8}) \quad (1)$$

$$\Delta_2 = 9 - 4(k + 2) \times 1 = 9 - 8 - 4k = 1 - 4k > 0$$

$$\Rightarrow k < \frac{1}{4} \Rightarrow k \in (-\infty, \frac{1}{4}) \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} (-\infty, \frac{1}{4}) \cap (-\infty, -\frac{1}{8}) = (-\infty, -\frac{1}{8})$$

از طرفی باید  $k + 2 \neq 0$  باشد تا معادله دوم، دو جواب داشته باشد، پس:

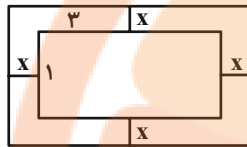
$$k \in (-\infty, -\frac{1}{8}) - \{-2\}$$

(ریاضی-۱ معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۴- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

شکل مسئله به صورت زیر است:



طول سفره:  $3 + 2x$   
عرض سفره:  $1 + 2x$   
 $\Rightarrow$  مساحت سفره  $= (3 + 2x)(1 + 2x) = 3 + 8x + 4x^2$

$$\Rightarrow 4x^2 + 8x - 0 / 84 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 0 / 21 = 0$$

$x = 0 / 1m$  در معادله بالا صدق می‌کند، پس  $x = 10cm$  است.

(ریاضی-۱ معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۵- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

برای این که سهمی به معادله  $ax^2 + bx + c$  بالای محور  $x$  ها باشد

باید  $\Delta < 0$  و  $a > 0$  باشد؛ یعنی:

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(m+2)(1) < 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4(m+2) < 0 \Rightarrow 4(m^2 - m - 2) < 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 < 0$$

$$\Rightarrow -1 < m < 2 \quad (I)$$

$$a > 0 \Rightarrow m + 2 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad (II) \xrightarrow{(I) \cap (II)} m \in (-1, 2)$$

این بازه شامل ۲ عدد صحیح است.

(ریاضی-۱ معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ و ۸۸ تا ۹۰)

۵۶- گزینه «۴»

(عارل مسینی)

نقطه  $(0, 2)$  بر روی سهمی قرار دارد، بنابراین:

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2$$

هم‌چنین  $x = -1$  و  $x = 2$  ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  است، در

نتیجه:

$1-2x$  یعنی  $x = \frac{1}{2}$  یکسان باشد. پس  $x = \frac{1}{2}$  نیز باید عبارت

$ax^2 + 3x + b$  را صفر کند.

$$\Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

$$ax^2 + 3x + b = 0 \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \rightarrow 4a + b = 6 \\ x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4}a + b = -\frac{3}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{ازحل دستگاہ}} \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow abc = (2)(-2)\left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

(ریاضی-۱ معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

(مهری تک)

۵۹- گزینه «۲»

با توجه به تعریف تابع داریم:

$$m^2 - m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

تابع است.  $-1 \Rightarrow f = \{(3,1), (2,1), (-2,-1), (3,1), (-1,4)\}$

تابع نیست.  $2 \Rightarrow f = \{(3,4), (2,1), (-2,2), (3,4), (2,4)\}$

بنابراین  $m = -1$  قابل قبول است.

(ریاضی-۱ تابع، صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۰)

(عادل مسینی)

۶۰- گزینه «۲»

ضابطه را  $f(x) = mx + h$  در نظر می‌گیریم، داریم:

$$f(0) = h - (a+1)$$

$$f(3) = 3m + h = 3m - (a+1) = 2a - 1$$

$$\Rightarrow m = a$$

$$\Rightarrow f(x) = ax - (a+1)$$

$$\Rightarrow f(x) = a(x-1) - 1$$

نقطه  $(1, -1)$  روی این خط قرار دارد.

(ریاضی-۱ تابع، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۸)

$$a(-1)^2 + b(-1) + 2 = 0 \Rightarrow a - b = -2$$

$$a(2)^2 + b(2) + 2 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -2 \\ 2a - 2b = -4 \end{cases} \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1$$

$$a - b = -2 \xrightarrow{a = -1} -1 - b = -2 \Rightarrow b = 1$$

$$y = ax^2 + bx + c = -x^2 + x + 2 = \frac{9}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

عرض رأس این سهمی برابر  $\frac{9}{4}$  است.

(ریاضی-۱ معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

(امیر مسموریان)

۵۷- گزینه «۱»

دقت کنید که با توجه به نامعادله دوم،  $a$  باید مثبت باشد.

$$\left| \frac{x}{a} + b \right| < \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} < \frac{x}{a} + b < \frac{3}{2} \xrightarrow{-b} -\frac{3}{2} - b < \frac{x}{a} < \frac{3}{2} - b$$

$$\xrightarrow{\times a} a\left(-\frac{3}{2} - b\right) < x < a\left(\frac{3}{2} - b\right) \Rightarrow -\frac{3}{2}a - ab < x < \frac{3}{2}a - ab$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2}a - ab = -2 / 5 \\ \frac{3}{2}a - ab = 6 / 5 \end{cases} \xrightarrow{+} -2ab = 4 \Rightarrow ab = -2$$

$$\frac{3}{2}a - ab = 6 / 5 \xrightarrow{ab = -2} \frac{3}{2}a + 2 = 6 / 5 \Rightarrow \frac{3}{2}a = 4 / 5 = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \Rightarrow b = -\frac{2}{3}$$

در نتیجه مجموعه جواب نامعادله  $|x - b| < a$  به صورت زیر است:

$$|x - b| < a \Rightarrow \left| x + \frac{2}{3} \right| < \frac{8}{15} \Rightarrow -\frac{8}{15} < x + \frac{2}{3} < \frac{8}{15}$$

$$\Rightarrow -\frac{8}{15} - \frac{2}{3} < x < \frac{8}{15} - \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{11}{15} < x < \frac{1}{15}$$

(ریاضی-۱ معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(عمیر علیزاده)

۵۸- گزینه «۲»

چون در دو طرف  $x = -2$  تغییر علامت وجود دارد، پس ریشه  $x = -2$

ساده عبارت  $P$  است و باید عبارت  $ax^2 + 3x + b$  را صفر کند. همچنین

چون در دو طرف  $x = c$  تغییر علامتی وجود ندارد، پس ریشه مضاعف

عبارت  $P$  است و باید ریشه عبارت  $ax^2 + 3x + b$  با ریشه عبارت

هندسه ۱

۶۱- گزینه «۴»

(رضا عباسی اصل)

مثلث‌های ADE و ABC براساس قضیه اساسی تشابه با یکدیگر متشابه‌اند. از طرفی نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k برابر است با  $k^2$ . پس داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = k^2$$

مساحت قسمت هاشورخورده را برابر x در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{25}{25+x} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49} \Rightarrow 25+x=49 \Rightarrow x=24$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۲- گزینه «۱»

(محمدرضا نازپور)

فاصله A تا ضلع BC را h و فاصله A تا ضلع MN را h' می‌نامیم. h و h' به ترتیب طول ارتفاع‌های نظیر رأس A در دو مثلث ABC و AMN هستند. دو مثلث ABC و AMN متشابه هستند (به حالت تساوی دو زاویه). پس داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = \left(\frac{h}{h'}\right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{36}{h'^2} \Rightarrow h'^2 = 12 \Rightarrow h' = 2\sqrt{3}$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۳- گزینه «۲»

(مسین فزایی)

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

برای طول اضلاع این دو مثلث داریم:

یعنی طول اضلاع مثلث اول،  $\sqrt{3}$  برابر طول اضلاع نظیر آن‌ها در مثلث دوم است. بنابراین دو مثلث متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها  $k = \sqrt{3}$  است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = (\sqrt{3})^2 = 3$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۴- گزینه «۳»

(محمدرضا وکیل‌الرعایا)

$$\triangle ABC : FD \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{DB}{CB} = \frac{AF}{AC} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{5}{7}$$

$$\triangle CFD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{CFD}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CD}{CB}\right)^2 = \frac{25}{49}$$

$$\triangle DEB \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{DEB}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DB}{CB}\right)^2 = \frac{4}{49}$$

$$\frac{S_{AEDF}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - (S_{CFD} + S_{DEB})}{S_{ABC}} = 1 - \left(\frac{25}{49} + \frac{4}{49}\right) = \frac{20}{49}$$

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۵- گزینه «۱»

(مهری نیک‌زاد)

طبق رابطه تعداد اضلاع و قطرهای یک چندضلعی داریم:

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{n(n-1) + (n-2)}{2}$$

$$\Rightarrow n^2 - 4n = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 4 \end{cases}$$

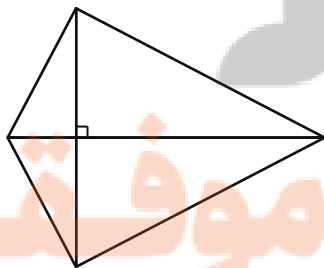
$$\text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{4 \times 1}{2} = 2$$

(هندسه ۱ - چندضلعی‌ها: صفحه ۵۵)

۶۶- گزینه «۳»

(محمدرضا نازپور)

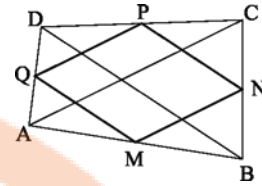
گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» قضیه‌های دو شرطی هستند. اما برای عکس قضیه گزینه «۳»، «اگر در یک چهارضلعی اندازه دو قطر مساوی و عمود بر هم باشند، آن‌گاه چهارضلعی مربع است.» مثال نقض وجود دارد. مانند شکل زیر:



(هندسه ۱ - چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۳)

۶۷- گزینه «۱»

(مهمد ابراهیم کیتی زاده)



چهارضلعی MNPQ متوازی الاضلاع است و در آن  $MN = \frac{AC}{2}$  و

$NP = \frac{BD}{2}$  است. باتوجه به برابری قطرها داریم:

$$AC = BD \Rightarrow \frac{AC}{2} = \frac{BD}{2} \Rightarrow MN = NP$$

متوازی الاضلاعی که دو ضلع مجاور آن برابر باشند، یک لوزی است، پس

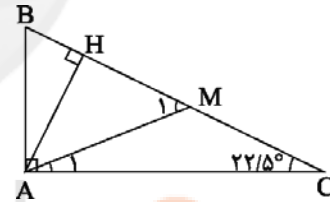
چهارضلعی MNPQ لوزی می باشد.

(هنر سه ۱- هندسه ای: صفحه های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۳)

۶۸- گزینه «۳»

(سید سروش کریمی مردانی)

در این مثلث قائم الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می کنیم:



می دانیم طول میانه وارد بر وتر نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = CM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 22/5^\circ$$

$$\Delta AMC: \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 45^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه، طول ضلع روبه رو به زاویه  $45^\circ$ ،  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  طول وتر

است، پس داریم:

$$\Delta AMH: \hat{M}_1 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

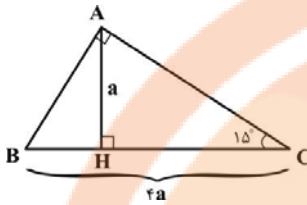
(هنر سه ۱- هندسه ای: صفحه های ۶۰ و ۶۳)

۶۹- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

می دانیم در مثلث قائم الزاویه با یک زاویه  $15^\circ$ ، ارتفاع وارد بر وتر،  $\frac{1}{4}$  وتر است، پس

با فرض  $a$  خواهیم داشت:  $4a = BC$



حال بنا به روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$AH \cdot BC = \frac{AB \cdot AC}{4} \Rightarrow a \times 4a = 4$$

$$\Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow BC = 4$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow (AB + AC)^2 - 2 \frac{AB \cdot AC}{4} = 16$$

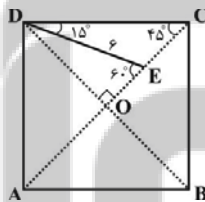
$$\Rightarrow (AB + AC)^2 = 24 \Rightarrow AB + AC = 2\sqrt{6}$$

(هنر سه ۱- هندسه ای: صفحه ۶۳)

۷۰- گزینه «۴»

(رضا عباسی اصل)

قطر DB را رسم می کنیم، داریم:



$$\widehat{AED} = \widehat{CDE} + \widehat{DCE} = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$$

$$\Delta ODE: \widehat{OED} = 60^\circ \Rightarrow OD = \frac{\sqrt{3}}{2} DE$$

$$\Rightarrow OD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \Rightarrow BD = 6\sqrt{3}$$

با توجه به اینکه طول قطر مربعی به ضلع  $a$  برابر است با  $a\sqrt{2}$ ، داریم:

$$DB = 6\sqrt{3} \Rightarrow AB = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$$

(هنر سه ۱- هندسه ای: صفحه ۶۳)



فیزیک ۱

۷۱- گزینه «۳»

(علیرضا گونه)

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right) \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{16K_1}{v_2^2} \rightarrow 16 = \left(\frac{\lambda+x}{\lambda}\right)^2$$

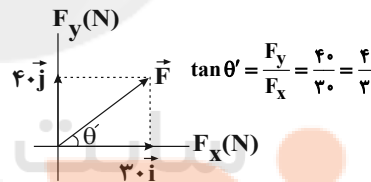
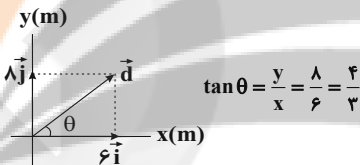
$$\Rightarrow 4 = \frac{\lambda+x}{\lambda} \rightarrow x = 2\lambda = \frac{2m}{s}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه های ۵۳ و ۵۵)

۷۲- گزینه «۳»

(کاظم منشاری)

با توجه به بردارهای نیرو و جابه جایی، جهت این دو بردار یکسان است.



بنابراین کار نیروی  $\vec{F}$  برابر است با:

$$W_F = |\vec{F}| \times |\vec{d}| \times \cos\theta \quad \theta=0, |\vec{d}|=\sqrt{6^2+\lambda^2}=10\text{m} \\ |\vec{F}|=\sqrt{30^2+40^2}=50\text{N}$$

$$W_F = 50 \times 10 \times 1 = 500\text{J}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه های ۵۵ تا ۵۹)

۷۳- گزینه «۲»

(فسرو ارغوانی فرز)

چون جسم از حال سکون حرکت می کند، حرکت جسم در امتداد برآیند نیروهای وارد بر آن است.

$$\vec{F}_t = (1+8-3)\vec{i} + (-6+2+12)\vec{j} = 6\vec{i} + 8\vec{j} \text{ (N)}$$

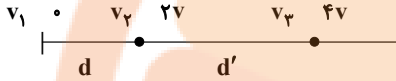
$$|\vec{F}_t| = \sqrt{6^2+8^2} = 10\text{N}$$

$$W_t = F_t d \cos\alpha = 10 \times 6 \times 1 = 60\text{J}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه های ۵۵ تا ۶۰)

۷۴- گزینه «۳» (زهرا رامشینی)

با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta K$$

$$\begin{cases} Fd = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \\ Fd' = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(4v)^2 - \frac{1}{2}m(2v)^2 = 6mv^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d'}{d} = \frac{6mv^2}{2mv^2} = 3$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه های ۵۳ تا ۶۴)

۷۵- گزینه «۳»

(علی قائمی)

انرژی پتانسیل گرانشی جسم کاهش یافته است ( $\Delta U < 0$ )، در نتیجه جسم به زمین نزدیک شده و ارتفاع آن از سطح زمین کم شده است.

طبق تعریف تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$\Delta U = -W_{\text{زمین}} \Rightarrow -10 = -W_{\text{زمین}} \Rightarrow W_{\text{زمین}} = 10\text{J}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه های ۶۳ تا ۶۸)

۷۶- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow -\Delta U = \Delta K$$

به عبارت دیگر، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، کاهش انرژی جنبشی جسم برابر با افزایش انرژی پتانسیل گرانشی آن می باشد و بالعکس. بنابراین تغییرات انرژی جنبشی را محاسبه می کنیم.

۷۶- گزینه «۲» (سیدملال میری)

با در نظر گرفتن پایین سطح شیبدار به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، طبق قانون پایستگی انرژی، برای مسیرهای رفت و برگشت داریم:

$$W_{f_k} \quad E_2 - E_1 = mgh_2 - \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$W_{f_k} \quad E_2 - E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_2$$

$$mgh_2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_2 \quad \text{بنابراین:}$$

$$\Rightarrow 4gh_2 = v_2^2 + v_2^2 \Rightarrow 4 \times 10 \times h = 100 + 400$$

$$\Rightarrow h = 12.5 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۸۰- گزینه «۲» (حسین تاضی)

کاری که پمپ روی آب انجام می‌دهد را با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{\text{mg}} = \Delta K$$

$$W_{\text{پمپ}} + (-mgh) = K_2 - K_1$$

$$\frac{K_1}{\rho V} \rightarrow W_{\text{پمپ}} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

با استفاده از رابطه چگالی، جرم آب را به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V = \frac{1000 \text{ kg}}{1000 \text{ m}^3} \times 60 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 60 \text{ kg}$$

$$W_{\text{پمپ}} = \frac{1}{2}(60)(20)^2 + 60 \times 10 \times 20 = 12000 + 12000 = 24000 \text{ J}$$

توان خروجی پمپ برابر است با:

$$\bar{P}_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{24000}{60} = 400 \text{ W}$$

توان الکتریکی مصرفی پمپ برابر است با:

$$\bar{P}_{\text{مصرفی}} = 500 \text{ W} \Rightarrow \frac{\bar{P}_{\text{خروجی}}}{\bar{P}_{\text{مصرفی}}} = \frac{400}{500} = 0.8 \Rightarrow \text{بازده}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{4}v_1\right)^2 - v_1^2\right]$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\left[\frac{3}{16} - 1\right]v_1^2 = -\frac{13}{32}mv_1^2$$

$$\Delta U = -\Delta K = \frac{13}{32}mv_1^2$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۷- گزینه «۲» (شاهمان ویسی)

چون از نیروهای اتلافی صرف نظر شده است، انرژی مکانیکی پایسته است. اگر پایین‌ترین قسمت مسیر را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow 0 + mgL(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$\Rightarrow v^2 = 2gL(1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta_2}{1 - \cos \theta_1}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta_2}{1 - \cos 37^\circ}}$$

$$2 = \frac{1 - \cos \theta_2}{1 - 0.8} \Rightarrow 1 - \cos \theta_2 = 0.4 \Rightarrow \cos \theta_2 = 0.6 \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ \quad \text{بنابراین:}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۸- گزینه «۱» (زهرا اسمیران)

وقتی نیروهای اصطکاک، مقاومت هوا و دست به گلوله وارد شده و روی آن کار منفی انجام می‌دهند، انرژی جنبشی اولیه گلوله به انرژی درونی گلوله، دست و هوا تبدیل می‌شود. بنابراین انرژی درونی این سامانه به اندازه کار نیروهای اتلافی ( $|W_f|$ ) افزایش می‌یابد.

از طرفی انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در حرکت افقی ثابت است. بنابراین:

$$W_f \quad E_2 - E_1 = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-3} \times (0 - 400) = -6 \text{ J}$$

$$\Rightarrow |W_f| = +6 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

شیمی ۱

گزینه «۱»

(مسر رهنمی کونکرده)

بررسی عبارت نادرست:

فشار هواکره به دلیل وجود گازهای گوناگون است و این فشار در همه جهت‌ها و به میزان یکسان به بدن ما وارد می‌شود.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

گزینه «۲»

(رسول عابدینی زواره)

در لایه تروپوسفر با افزایش ارتفاع به ازای هر کیلومتر، دما در حدود  $6^{\circ}\text{C}$  افت می‌کند.

$$6^{\circ}\text{C} = 11/5 \text{ km} \times \frac{6^{\circ}\text{C}}{1 \text{ km}}$$

$$14^{\circ}\text{C} - 69^{\circ}\text{C} = -55^{\circ}\text{C}$$

$$-55 + 273 = 218\text{K}$$

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه ۴۸)

گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: دمای کره زمین با افزایش ارتفاع از سطح آن در لایه‌های اول، دوم، سوم و چهارم به ترتیب کاهش، افزایش، کاهش و افزایش می‌یابد.

گزینه «۲»: با افزایش ارتفاع از سطح زمین و کاهش جاذبه زمین از تعداد ذرات در واحد حجم کاسته می‌شود.

گزینه «۳»: نسبت حجمی گازهای سازنده هواکره از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون تقریباً ثابت مانده است.

گزینه «۴»: در لایه آخر (لایه چهارم) گازها به شکل اتم، مولکول و کاتیون وجود دارند و خبری از آنیون‌ها در این لایه نیست.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

گزینه «۲»

(جعفر باژوکی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: روند تغییر دمای هوا در اتمسفر زمین، دلیلی بر لایه‌ای بودن هواکره است.

گزینه «۳»: جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند.

گزینه «۴»: مقایسه درصد فراوانی به صورت  $\text{Ar} < \text{O}_2 < \text{N}_2$  است.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

گزینه «۳»

(سید رضا رضوی)

موارد (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد (ب) با افزایش ارتفاع نسبت به سطح زمین، فشار گاز اکسیژن و همچنین غلظت آن کاهش می‌یابد.

مورد (پ) عنصر اکسیژن با اغلب (نه همه) عناصر واکنش می‌دهد.

مورد (ت) کربن مونوکسید نسبت به کربن دی‌اکسید سطح انرژی بیشتری دارد و ناپایدارتر است.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵۲، ۵۶ و ۵۷)

گزینه «۴»

(رسول عابدینی زواره)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فرمول شیمیایی دی‌نیتروژن پنتاکسید،  $\text{N}_2\text{O}_5$  و فرمول شیمیایی گوگرد هگزاfluورید،  $\text{SF}_6$  است و مجموع زیروندها در هر دو ماده برابر ۷ می‌باشد.

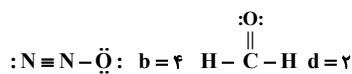
گزینه «۲»: جرم مولی  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  و  $\text{Br}_2$  با هم برابر است پس در جرم معینی از این دو ماده، شمار مول‌ها با هم برابر است.

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 \quad 160 \text{ g.mol}^{-1} \quad \text{Br}_2 \quad 160 \text{ g.mol}^{-1}$$

گزینه «۳»: فرمول شیمیایی دی‌نیتروژن تترااکسید،  $\text{N}_2\text{O}_4$  و فرمول شیمیایی نیتروژن دی‌اکسید،  $\text{NO}_2$  است.

$$\text{NO}_2 \rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های N}}{\text{شمار اتم‌های O}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{N}_2\text{O}_4 \rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های N}}{\text{شمار اتم‌های O}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



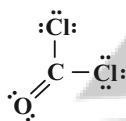
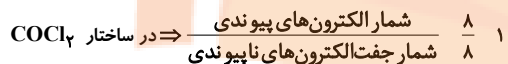
بنابراین مقایسه تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در ساختار ترکیب‌های داده شده به صورت  $c > b > d$  خواهد بود.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

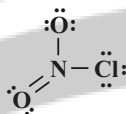
۸۹- گزینه «۲» (مرتضی زارعی)

بررسی عبارت‌ها:

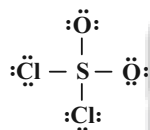
عبارت اول:



عبارت دوم: ۱ ۲  
شمار پیوندهای دوگانه → در ساختار  $\text{NO}_2\text{Cl}$   
شمار پیوندهای یگانه ۲



عبارت سوم: ۱ ۲ ۸ ۱۶  
شمار الکترون‌های اشتراکی → در ساختار  $\text{SO}_2\text{Cl}_2$   
شماره گروه اتم مرکزی ۱۶



(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۹۰- گزینه «۴» (مجتبی اسراره)

بررسی سایر گزینه‌ها:

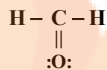
گزینه «۱»: پرتوهای A، پرتوهای خورشیدی هستند که علاوه بر امواج فرابنفش سایر امواج را نیز دارند.

گزینه «۲»: با کاهش مقدار  $\text{CO}_2$  در هواکره، اثر گلخانه‌ای تشدید نمی‌شود.

گزینه «۳»: امواج D و C از یک نوع (فروسرخ) هستند.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

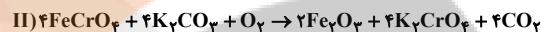
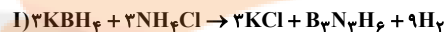
گزینه «۴»: ساختار لوویس  $\text{HCN}$  و  $\text{CH}_2\text{O}$  به صورت زیر است و در هر دو شمار پیوندهای کووالانسی برابر ۴ می‌باشد.



(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۸۷- گزینه «۱» (مسعود یغفری)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) درست هستند. معادله موازنه شده این دو واکنش به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

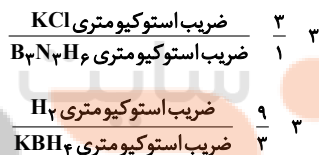
عبارت (الف): مجموع ضرایب استوکیومتری در هر دو واکنش برابر ۱۹ است.

عبارت (ب): ضریب استوکیومتری گاز  $\text{H}_2$  در واکنش (I) برابر ۹ و ضریب

استوکیومتری گاز  $\text{O}_2$  در واکنش (II) برابر ۱ است.

نسبت خواسته شده  $\frac{9}{1}$

عبارت (پ):



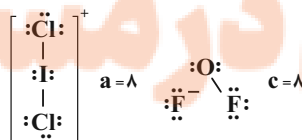
عبارت (ت): در واکنش (II)، سه ماده ضریب استوکیومتری ۳ دارند و در

واکنش (II)، چهار ماده ضریب استوکیومتری ۴ دارند.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۸۸- گزینه «۱» (عبدالرشید یلمه)

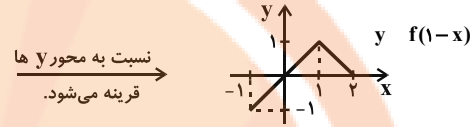
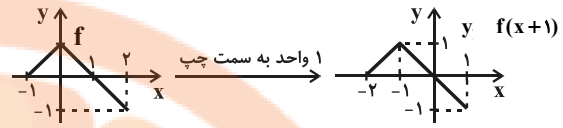
ساختار لوویس گونه‌ها به صورت زیر است:



## حسابان ۲

۹۱- گزینه «۲»

(میلار سیاری لاریانی)



(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۲- گزینه «۲»

(جهانفش نیکنام)

تابع جدید به صورت  $y = f(4x-1)$  می‌باشد. اگر  $\alpha$  و  $\beta$  صفرهای تابع  $f$  باشند. یعنی  $f(\alpha) = 0$  و  $f(\beta) = 0$ ، صفرهای تابع  $y = f(4x-1)$  می‌باشند.

$$\frac{\alpha+1}{4} + \frac{\beta+1}{4} = \frac{\alpha+\beta+2}{4} = \frac{m^2+3m+2}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Rightarrow m = 1, m = -4$$

به ازای  $m = 1$  ضابطه  $f$  به صورت  $x^2 - 4x + 5$  می‌باشد که فاقد صفر است پس  $m = 1$  غیر قابل قبول است. به ازای  $m = -4$  ضابطه  $f$  به صورت  $x^2 - 4x - 20$  است. که دارای دو صفر می‌باشد. پس  $m = -4$  قابل قبول است.

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۳- گزینه «۲»

(میلار سیاری لاریانی)

با توجه به نمودارها درمی‌یابیم که:

$$D_f = [0, 4], R_f = [-2, 2], D_g = [-4, 4], R_g = [-1, 1]$$

با انتقال  $a$  واحد نمودار تابع  $f$  به سمت چپ، منقبض کردن دو برابری آن در راستای عمودی و انتقال یک واحد به سمت بالا به نمودار

$$y_1 = \frac{1}{2}f(x+a) + 1$$

$$D_{y_1} = [-a, 4-a], R_{y_1} = [0, 2]$$

با نصف کردن طول نقاط نمودار تابع  $g$  و سپس انتقال  $b$  واحد نمودار درراستای عمودی به نمودار  $g(2x) + b$  خواهیم رسید بنابراین داریم:

$$D_{y_2} = [-2, 2], R_{y_2} = [b-1, b+1]$$

دامنه‌های  $y_1$  و  $y_2$  را با هم و بردهای آن‌ها را نیز با هم برابر در نظر

می‌گیریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} [-a, 4-a] = [-2, 2] \Rightarrow a = 2 \\ [b-1, b+1] = [0, 2] \Rightarrow b = 1 \end{cases} \Rightarrow a+b = 3$$

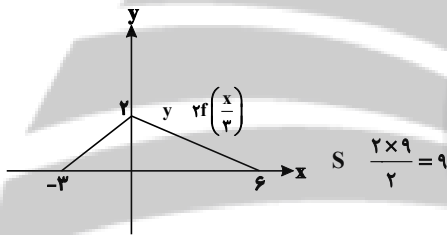
(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۴- گزینه «۴»

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

برای رسم نمودار تابع  $y = 2f\left(\frac{x}{3}\right)$ ، عرض نقاط تابع  $f$  را ۲ برابر و طول

نقاط آن را ۳ برابر می‌کنیم. بنابراین:



(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۵- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

نمودار این تابع از انتقال‌های افقی و عمودی نمودار تابع  $y = x^3$  به دستآمده است. اگر نمودار  $y = x^3$  را یک واحد به سمت راست (در راستایمحور  $x$  ها) و سپس دو واحد به سمت بالا (در راستای محور  $y$  ها) انتقالدهیم ضابطه  $y = (x-1)^3 + 2$  به دست می‌آید که همان ضابطه مربوط به

نمودار داده شده در صورت سؤال است. پس:

$$a = -1, b = -2 \Rightarrow a.b = 2$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹۶- گزینه «۳»

(سهند ولی‌زاده)

طبق سؤال، دهانه سهمی رو به بالاست. لذا سهمی روی  $\left(-\frac{b}{2a}, +\infty\right)$ 

صعودی است.

$$\begin{cases} a < 0 \Rightarrow \text{شیب} < 0 \\ a + 4 \geq 1 \Rightarrow a \geq -3 \end{cases}$$

اشتراک  $\rightarrow -3 \leq a < 0$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(افشین گلستانی)

۹۹- گزینه «۴»

چون  $f$  یک تابع اکیداً نزولی و پیوسته با دامنه  $\mathbb{R}$  و  $f(3) = 0$  است، پس می‌توان نمودار زیر را برای  $f$  فرض کرد.



دقت شود که نمودار تابع  $f$  الزاماً به شکل بالا نیست، ولی می‌توان برای تصور  $f$  از نمودار بالا استفاده کرد.

حال باید دامنه تابع داده شده را پیدا کنیم:

$0 \leq$  زیر رادیکال با فرجه زوج

نامعادله را با تعیین علامت حل می‌کنیم:  $0 \leq (x-3)^2 f(2-x) \Rightarrow$

$\Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3$

$\Rightarrow f(2-x) = 0 \Rightarrow 2-x = 3 \Rightarrow x = -1$

$x$	$-1$	$3$
$(x-3)^2 f(2-x)$	$-$	$+$

برای فهمیدن علامت خانه‌های جدول از عددگذاری استفاده کرده‌ایم.

$\Rightarrow D_g = [-1, +\infty)$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(فهمه ولی‌زاده)

۱۰۰- گزینه «۴»

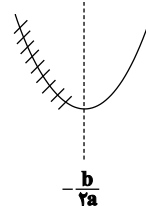
$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b - 4 = 0 \Rightarrow a + b = 3 \text{ (I)}$

$f(-2) = -12 \Rightarrow -8 + 4a - 2b - 4 = -12 \Rightarrow 2a - b = 0 \text{ (II)}$

$\xrightarrow{\text{(I,II)}} a = 1, b = 2$

$\Rightarrow f(x) = x^3 + x^2 + 2x - 4 \Rightarrow f(-1) = -1 + 1 - 2 - 4 = -6$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)



پس  $(-2)$  می‌تواند طول رأس سهمی و یا بزرگ‌تر از طول رأس سهمی باشد.

$\frac{-b}{2a} \leq -2 \Rightarrow \frac{-k}{6} \leq -2 \Rightarrow -k \leq -12 \Rightarrow k \geq 12$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(کتاب آبی)

۹۷- گزینه «۲»

اگر  $x_1$  و  $x_2$  را در بازه  $[1, 2]$  به صورت زیر در نظر بگیریم، داریم:

اثر دادن  $f$  روی بازه  $[1, 2]$  صعودی است.  $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2$

$f(1) \leq f(x_1) \leq f(x_2) \leq f(2)$

اثر دادن  $f$  در بازه  $[0, 1]$  نزولی است.  $0 \leq f(x_1) \leq f(x_2) \leq 1$

$\Rightarrow f(0) \geq f(f(x_1)) \geq f(f(x_2)) \geq f(1)$

بنابراین از نامساوی  $x_1 \leq x_2$  به نامساوی  $f(f(x_1)) \geq f(f(x_2))$

رسیدیم، پس تابع  $f(f(x))$  روی بازه  $[1, 2]$  نزولی است.

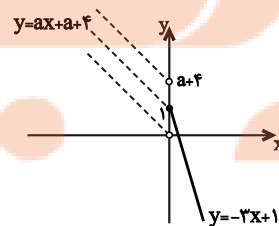
(مسئله ۲ - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(کتاب آبی)

۹۸- گزینه «۳»

نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:

$f(x) = \begin{cases} -3x+1 & ; x \geq 0 \\ ax+a+4 & ; x < 0 \end{cases}$



با توجه به نمودار، برای آنکه تابع روی تمام دامنه‌اش اکیداً نزولی باشد، باید

شیب خط  $y = ax + a + 4$  منفی باشد و عرض از مبدأ آن نیز بزرگتر یا

مساوی یک باشد، بنابراین:

هندسه ۲

۱-۱ گزینه «۱»

(میلار منصوری)

ماتریس اسکالر  $3 \times 3$  به صورت  $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$  است که مجموع

درایه‌های آن  $3a$  است. بنابراین داریم:

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی این ماتریس برابر است با:

$$a^3 = \frac{1}{27}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۱۲)

۱-۲ گزینه «۳»

(زویا ممدعلی پور قهرمانی نژاد)

$$A^2 \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 + y & xy - y \\ x - 1 & y + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ y + 1 = 2 \Rightarrow y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = y = 1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱-۳ گزینه «۴»

(مهری نیک‌زار)

وارون وارون هر ماتریس، برابر خود آن ماتریس است، پس داریم:

$$A (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $A^2$ ، برابر ۲ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱-۴ گزینه «۴»

(افشین فاضل خان)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a-1 & -b \\ c+1 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+c & -b+1 \\ -a+2c+2 & b+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -b+1=0 \Rightarrow b=1 \\ -a+2c+2=0 \Rightarrow -a+2c=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b+2=m \xrightarrow{b=1} m=3 \\ a+c=m=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a+2c=-2 \\ a+c=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=3 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=4$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۷)

۱-۵ گزینه «۴»

(علیرضا بحرمن)

دترمینان ماتریس وارون‌پذیر، مخالف صفر است، پس ماتریس‌های مورد نظر

عبارت‌اند از:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(کلاطم باقرزاده)

۱۰۸- گزینه «۴»

$$A^{-1} A \Rightarrow AA^{-1} = A^T \Rightarrow A^T = I$$

$$(A + A^{-1})^T = (A + A)^T = (2A)^T = 2A^T = 2I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۳)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۶- گزینه «۲»

(سیدامیر ستوده)

$$I - \lambda A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{2} & -\frac{\lambda}{2} \\ -\frac{\lambda}{2} & \frac{\lambda}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\lambda}{2} & \frac{\lambda}{2} \\ \frac{\lambda}{2} & 1 - \frac{\lambda}{2} \end{bmatrix}$$

شرط وارون پذیری  $I - \lambda A$  این است که  $|I - \lambda A| \neq 0$ ، پس داریم:

$$\left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)^2 - \frac{\lambda^2}{4} \neq 0 \Rightarrow 1 - \lambda \neq 0 \Rightarrow \lambda \neq 1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(کیوان دارابی)

۱۰۹- گزینه «۳»

$$A + B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3I$$

$$A^T + AB + 2B = A(A + B) + 2B = A \times 3I + 2B$$

$$3A + 2B = 3(A + B) = 3 \times 3I = 9I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۰۷- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

$$A^{-1} \frac{1}{1 \times 3 - 0 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2a & 3 \\ a & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(کیوان دارابی)

۱۱۰- گزینه «۲»

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T = A^T \times A = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\Rightarrow A^{10} = A^9 \times A = (A^3)^3 A = (-I)^3 \times A = -A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)



ریاضیات گسسته

۱۱۱- گزینه «۴»

(سوام میبیری پور)

حاصل ضرب ۳ عدد ۲، ۳ و ۴، برابر ۲۴ و بخش پذیر بر ۱۲ است، پس این ۳ عدد مثال نقضی برای گزینه‌های «۱» و «۳» هستند. همچنین حاصل ضرب ۳ عدد ۳، ۴ و ۵ برابر ۶۰ و بخش پذیر بر ۱۲ است، پس این ۳ عدد مثال نقضی برای گزینه «۲» هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- گزینه «۳»

(موردار ملونری)

مثال نقض برای گزینه (۳)، با فرض  $p = 2$  و  $q = 3$ ، عدد  $p + q = 5$  نیز عددی اول است. درستی گزینه‌های دیگر را خودتان بررسی کنید.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۳- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

همه اعداد صحیح، صفر را می‌شمارند.  $\forall a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a | 0$   
صفر، فقط خودش را می‌شمارد.  $0 | a \Rightarrow a = 0$

$$0 | x^2 + 3x + 2 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

برای هر عدد صحیح  $y$  رابطه  $y^2 + 2y + 3 | 0$  برقرار است، پس بی‌شمار جواب صحیح برای  $y$  وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۱۴- گزینه «۱»

(علیرضا طایفه تبریزی)

$$a = 4q + 3 \xrightarrow{\times 2} 2a = 8q + 6$$

$$\xrightarrow{+3} 2a + 3 = 8q + 6 + 3 = 8q + 9 = 8q + 8 + 1$$

$$\Rightarrow 2a + 3 = 8(q + 1) + 1 = 8q' + 1 \Rightarrow r = 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۵- گزینه «۱»

(نیلوفر مهروی)

$$a = bq + r, 0 \leq r < b$$

$$259 = bq + 31 \Rightarrow bq = 228 \xrightarrow{0 \leq r < b} b > 31$$

بنابراین حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

$$\begin{cases} b = 28, q = 6 \\ b = 57, q = 4 \\ b = 76, q = 3 \\ b = 114, q = 2 \\ b = 228, q = 1 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۶- گزینه «۲»

(رضا پورحسینی)

$$a = 23q + 7q \Rightarrow 7q < 23 \Rightarrow q < \frac{23}{7} \Rightarrow q \leq 3$$

$$q_{\max} = 3 \Rightarrow a_{\max} = 30(3) = 90 \Rightarrow \text{مجموع ارقام } 9$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۱۱۷- گزینه «۴»

(سروش موئینی)

$$-13 \text{ یا } -1 \text{ یا } 1$$

$$\left. \begin{aligned} x + 3 | 4x - 1 \\ x + 3 | 4x + 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + 3 | 13 \Rightarrow x + 3 = 13$$

با توجه به مقادیر به دست آمده، تنها مقدار طبیعی ممکن برای  $x$ ، عدد ۱۰

است و  $A = (10, 3)$  تنها نقطه با مختصات طبیعی روی این منحنی می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۱۸- گزینه «۴»

(هومن نورائی)

$$11a - 5 \equiv 1 - 4a \Rightarrow 11a \equiv 6$$

$$\Rightarrow a \equiv 6 \Rightarrow \begin{cases} a^2 \equiv 36 \\ 3a \equiv 18 \end{cases} \Rightarrow a^2 - 3a \equiv 18$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a + 2 \equiv 20 \equiv 9$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۱۹- گزینه «۲»

(رضا پورحسینی)

$$25 \quad 31 \quad 14 \text{ توان } \rightarrow 32 \equiv 1$$

$$270 \quad 31 \quad \times 2 \rightarrow 271 \equiv 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۲۰- گزینه «۳»

(پواد ماتمی)

گزینه «۴»:

$$15 \quad 42x \equiv 42y \xrightarrow{+6} 48x \equiv 48y \xrightarrow{(15,6) \ 3} 4x \equiv 4y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x \equiv 2y \xrightarrow{+2} 2x \equiv y \\ (5,2) \ 1 \end{cases} \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x \equiv 12y \xrightarrow{+4} 4x \equiv 3y \\ (5,4) \ 1 \end{cases} \quad \text{گزینه «۱»}$$

با انتخاب  $x = 7$  و  $y = 4$  نیز می‌توان نشان داد که گزینه «۳» نادرست است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۲)



فیزیک ۳

گزینه ۲» ۱۲۱-

(فامر شاهزادی)

جابه‌جایی یک کمیت برداری است و برابر است با:  $\Delta x = x_2 - x_1$  بنابراین:

$$\Delta x = -5 - (+10) = -5 - 10 = -15m$$

مسافت یک کمیت نرده‌ای است و برابر مجموع طول تمام مسیرهای طی شده توسط متحرک است. بنابراین:

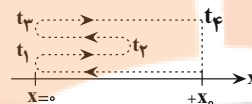
$$l = 5 + 15 + 5 = 25m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹)

گزینه ۲» ۱۲۲-

(علیرضا سلیمانی)

ابتدا مسیر حرکت متحرک را با توجه به نمودار مکان-زمان داده شده رسم می‌کنیم.



(آ) با توجه به مسیر حرکت مشخص می‌شود که متحرک در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_3$  از مبدأ مکان قرار گرفته است. اما از مبدأ مکان عبور نمی‌کند و همواره در مکان‌های مثبت است. یعنی علامت بردار مکان تغییر نمی‌کند. (نادرست)

(ب) در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  متحرک در جهت منفی محور  $x$  و در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  متحرک در جهت مثبت محور  $x$  حرکت می‌کند. (نادرست)

(پ) مکان اولیه و نهایی متحرک یکسان است. بنابراین جابه‌جایی صفر بوده و طبق رابطه سرعت متوسط، این کمیت نیز صفر است. (درست)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = 0$$

(ت) در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  مسافت پیموده شده توسط متحرک از جابه‌جایی بزرگ‌تر است.

$$\left. \begin{aligned} s_{av} &= \frac{l}{\Delta t} \\ v_{av} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow s_{av} > v_{av} \quad (l > \Delta x) \quad \text{(درست)}$$

بنابراین موارد «پ» و «ت» درست هستند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹)

گزینه ۳» ۱۲۳-

(مسین ناصبی)

با توجه به رابطه تندی متوسط ابتدا مدت زمان برگشت را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{l_1 + l_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow 15 = \frac{(25 \times 2) + (12 / 5 \times t)}{2 + t}$$

$$\Rightarrow 15(2 + t) = 50 + 12 / 5 t$$

$$\Rightarrow 30 + 15t = 50 + 12 / 5 t \Rightarrow 2 / 5 t = 20 \Rightarrow t = 50$$

اکنون با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x_1 + \Delta x_2|}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{|25 \times 2 - 12 / 5 \times 50|}{2 + 8} = \frac{50}{10} = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹)

گزینه ۱» ۱۲۴-

(امیرحسین برادران)

با توجه به این که سرعت متحرک ثابت است و متحرک در خلاف جهت محور  $x$  حرکت می‌کند. بنابراین با استفاده از رابطه سرعت متحرک داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad v = -5 \frac{m}{s}, x_2 = -20m, x_1 = 0 \quad \rightarrow -5 = \frac{-20 - 0}{10 - t_1}$$

$$\Rightarrow 10 - t_1 = 4 \Rightarrow t_1 = 6s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه ۳» ۱۲۵-

(امیرحسین برادران)

راه اول:

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه  $t = 3s$  برابر با صفر است. بنابراین سرعت متحرک در لحظه  $t = 3s$  برابر با صفر است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t=3s) - v(t=1s)}{\Delta t} = \frac{0 - 4 \frac{m}{s}}{2s} = -2 \frac{m}{s^2}$$

اکنون با توجه به رابطه سرعت در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \quad v(t=3s) = 0, v_0 = -12 \frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به رابطه مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک را در سه ثانیه اول حرکت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \quad \Delta x = \frac{1}{2} \times (-2) \times 3^2 - 12 \times 3$$

$$\Rightarrow \Delta x = 18 - 36 = -18m$$

بنابراین، هنگامی که جهت حرکت متحرک در لحظه  $t = 3s$  عوض می‌شود، متحرک در ۱۸ متری مبدأ حرکت قرار دارد.

راه دوم: می‌توانیم حرکت متحرک را برعکس فرض کنیم یعنی فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب  $4 \frac{m}{s^2}$  شروع به حرکت می‌کند. اکنون جابه‌جایی متحرک پس از ۳ ثانیه برابر با فاصله متحرک از مبدأ حرکت در لحظه تغییر جهت است:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 = 18m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه ۲» ۱۲۶-

(محمدر آکبری)

با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad 12^2 - 0 = 2 \times a \times 16$$

$$\Rightarrow a = \frac{12 \times 12}{2 \times 16} = 4.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(ناصر خوارزمی)

گزینه «۴» - ۱۲۸

معادله سرعت - زمان متحرک از روی نمودار به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = \frac{v_0}{12}t + v_0 \quad (1)$$

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{v_0}{2} \Rightarrow \frac{1}{3}v_0 = \frac{v_0}{2} \Rightarrow t = 16s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(ممنوعی راست پیمان)

گزینه «۴» - ۱۲۹

زمان‌هایی که گلوله از بالا و پایین پنجره عبور می‌کند و نیز اختلاف آن‌ها را می‌یابیم. با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت بالا و محل رها کردن گلوله از بالای ساختمان به عنوان مبدأ مکان، داریم:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2$$

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow -5 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_1^2 \Rightarrow t_1 = 1s$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow -6/0.5 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_2^2 \Rightarrow t_2 = 1/1s$$

$$\Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 1/1 - 1 = 0/1s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(ممنوعی راست پیمان)

گزینه «۲» - ۱۳۰

اگر جهت مثبت را به سمت بالا و محل رها شدن گلوله‌ها را به عنوان مبدأ مکان در نظر بگیریم، معادله حرکت گلوله‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \\ y_2 = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 \end{cases}$$

بیشترین فاصله دو گلوله در لحظه‌ای رخ می‌دهد که گلوله اول به سطح زمین

می‌رسد، بنابراین داریم:

$$y_2 - y_1 = 78/4m$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}g[(t-2)^2 - t^2] = 78/4$$

$$\Rightarrow (t^2 - 4t + 4 - t^2) = -16 \Rightarrow t = 5s$$

یعنی مدت زمان حرکت گلوله اول از لحظه رها شدن از ارتفاع  $h$  تا لحظه رسیدن به زمین برابر با  $5s$  است. بنابراین ارتفاع  $h$  برابر است با:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -h = -\frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 \Rightarrow h = 122/5m$$

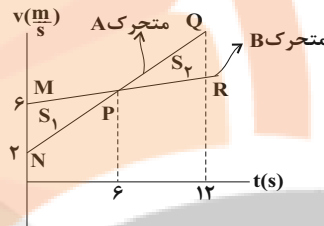
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(امیرمسین برادران)

گزینه «۲» - ۱۲۷

نمودار سرعت - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم؛ می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است. بنابراین مطابق شکل زیر در لحظه‌ای که متحرک A از متحرک B سبقت می‌گیرد،  $S_1 = S_2$  است. از مثلث‌های MNP و PQR که با یکدیگر مشابه هستند نتیجه می‌گیریم در لحظه  $t = 6s$  تندی دو متحرک با یکدیگر برابر می‌شود، در  $12s$  ثانیه اول حرکت، حداکثر فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر است با:

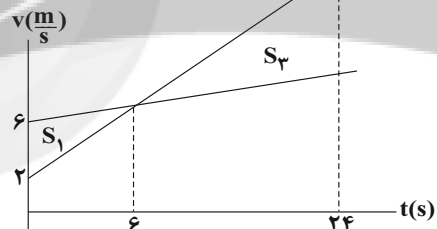
$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{(6-2) \times 6}{2} = 12m$$



اکنون فاصله دو متحرک را در لحظه  $t = 24s$  به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{(24-6) \times 2}{6} = \frac{S_2}{12m} \Rightarrow S_2 = 9 \times 12 = 108m$$

$$S_3 = 9 \times 12 = 108m$$



$$S_3 - S_1 = \text{فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه } t = 24s$$

$$108 - 12 = 96m$$

راه دوم: با استفاده از رابطه حرکت نسبی دو متحرک داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2}(a_A - a_B)t^2 + (v_{0A} - v_{0B})t$$

$$\frac{t = 12s, v_{0A} - v_{0B} = 2 - 6 = -4 \frac{m}{s}}{\Delta x_{\text{نسبی}} = 0} \Rightarrow \frac{1}{2}(a_A - a_B) \times 12^2 - 4 \times 12 = 0$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

اکنون فاصله دو متحرک را در لحظه  $t = 24s$  به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} \times (a_A - a_B)t^2 + (v_{0A} - v_{0B})t$$

$$\frac{a_A - a_B = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}}{v_{0A} - v_{0B} = -4 \frac{m}{s}, t = 24s} \rightarrow \Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 24^2 - 4 \times 24$$

$$24(8 - 4) = 96m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



فیزیک ۳- آشنا

گزینه ۲- ۱۳۱

(کتاب آبی)

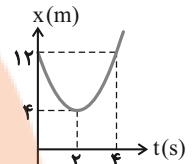
هنگامی که سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی  $\Delta t$  صفر است، بدان معنی است که متحرک در این بازه به جای اولش بازگشته است. با رسم نمودار مکان- زمان،  $\Delta t$  و سپس  $s_{av}$  را می‌یابیم:

$$x = 2t^2 - 8t + 12$$

$$t_s \frac{-b}{2a} = \frac{\lambda}{4} = 2s \Rightarrow x = 4m \Rightarrow S(2, 4)$$

$$t = 0 \Rightarrow x_s = 12m$$

t(s)	0	2
x(m)	12	4



با توجه به تقارن سهمی در ۲s از روی شکل مکان متحرک در لحظه ۴s نیز همان مکان در لحظه t=0 می‌باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\lambda + \lambda = 16m}{\Delta t = 4s} \Rightarrow s_{av} = \frac{16}{4} = 4m/s$$

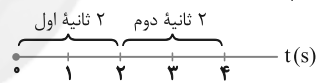
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۹)

گزینه ۴- ۱۳۲

(کتاب آبی)

ابتدا  $v_1$  و  $v_2$  را در دو انتهای بازه زمانی خواسته شده می‌یابیم و از رابطه  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  شتاب متوسط را می‌یابیم، دو ثانیه دوم به معنی بازه زمانی

$t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 4s$  به محور زمان زیر توجه کنید:



$$v = 2t^2 - 4t - 2$$

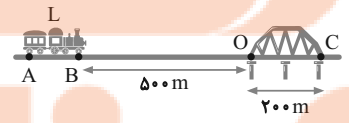
$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 2 \times (4) - 4 \times (2) - 2 = -2m/s \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = 2 \times (16) - 4 \times (4) - 2 = 14m/s \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{14 - (-2)}{4 - 2} = \frac{16}{2} = 8m/s^2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه ۴- ۱۳۳

(کتاب آبی)



برای تعیین زمان عبور کامل قطار از پل، به طول قطار نیاز داریم، بنابراین ابتدا با توجه به داده‌های مسئله معادله حرکت انتهای قطار (نقطه A) را می‌نویسیم، اگر ابتدای پل را مبدأ مکان بگیریم آنگاه  $x_{A} = -500 - L$  خواهد بود و سرعت قطار در SI برابر است با  $20m/s \xrightarrow{+4/6} 72km/h$  بنابراین داریم:

$$x_A = vt + x_{A,0} \Rightarrow x_A = 20t - 500 - L$$

با توجه به اینکه انتهای قطار در ۲s در فاصله ۶۰۰ متری پل قرار دارد، خواهیم داشت:

$$x_A = 20t - 500 - L \xrightarrow{t=2s, x_A=-600m}$$

$$-600 = 20(2) - 500 - L \Rightarrow L = 140m$$

برای عبور کامل قطار از پل، نقطه A باید مجموع فاصله ۵۰۰ متری و طول قطار و پل را طی کند.

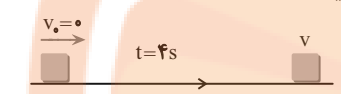
$$\Delta x = 140 + 500 + 200 = 840m$$

$$\Delta x = vt \xrightarrow{\frac{\Delta x = 840m}{v = 20m/s}} t = \frac{840}{20} = 42s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه ۴- ۱۳۴

(کتاب آبی)



سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت از رابطه  $v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$  به دست می‌آید متحرک از حال سکون به راه افتاده است برای حل، ابتدا سرعت متحرک را در پایان این ۴ ثانیه می‌یابیم.

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \xrightarrow{v_{av} = 8m/s, v_0 = 0} 8 = \frac{v}{2} \Rightarrow v = 16m/s$$

حال معادله سرعت - زمان و بعد از آن سرعت در ۵s را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \xrightarrow{v = 16m/s, v_0 = 0, t = 4s} a = \frac{16}{4} = 4m/s^2$$

در نهایت داریم:

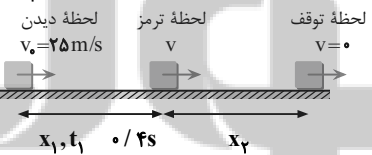
$$v = at + v_0 \xrightarrow{a = 4m/s^2, t = 5s, v_0 = 0} v = 4 \times 5 = 20m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه ۱- ۱۳۵

(کتاب آبی)

هنگامی که راننده با مانع مواجه می‌شود در طی زمان تأخیر (۰/۴s) در واکنش، اتومبیل با همان سرعت ثابت حرکت می‌کند و از لحظه ترمز حرکتش کندشونده می‌شود. حال کل این مسافت را می‌یابیم:



مسافت طی شده در زمان واکنش:  $x_1 = vt$

$$v = 25m/s, t = 0/4s \Rightarrow x_1 = 25 \times 0/4 = 10m$$

$$x_2 = \frac{v^2}{2a} = \frac{25^2}{2 \times 5} = \frac{625}{10} = 62/5m$$

کل مسافت طی شده  $10 + 62/5 = 72/5m$

فاصله از مانع  $80 - 72/5 = 7/5m$

ملاحظه می‌شود در لحظه توقف، اتومبیل به اندازه ۷/۵ متر از مانع فاصله دارد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

در این مسئله، دو متحرک از حال سکون، هم‌زمان جابه‌جایی یکسانی را طی می‌کنند. متحرک با شتاب بیشتر  $a = 8 \text{ m/s}^2$  زودتر به مقصد می‌رسد و اگر زمان آن را  $t_1$  بگیریم، متحرک دیگر ۳ ثانیه بیشتر در راه است  $(t_1 + 3)$  ثانیه، بنابراین با مساوی قرار دادن جابه‌جایی آن‌ها مسئله را حل می‌کنیم:

$$v_0 = 0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2$$

$$\Rightarrow a_1 t_1^2 = a_2 t_2^2 \xrightarrow{t_2 = t_1 + 3} \begin{matrix} a_1 = 8 \text{ m/s}^2, a_2 = 2 \text{ m/s}^2 \\ 8 t_1^2 = 2 (t_1 + 3)^2 \Rightarrow 4 t_1^2 = (t_1 + 3)^2 \\ \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 3 = 2 t_1 \Rightarrow t_1 = 3 \text{ s} \\ t_1 + 3 = -2 t_1 \Rightarrow t_1 = -1 \text{ s} \end{cases} \end{matrix}$$

غرق  $t_1 = 3 \text{ s}$

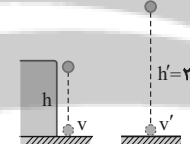
هدف مسئله طول AB یعنی مقدار جابه‌جایی است که با یکی از معادلات حرکت به دست می‌آوریم:

$$AB \quad \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \xrightarrow{a_1 = 8 \text{ m/s}^2, t_1 = 3 \text{ s}} AB = \frac{1}{2} \times 8 \times (3)^2 = 36 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۹- گزینه «۱» (کتاب آبی)

اگر جسمی از حال سکون رها شود، سرعت جسم پس از جابه‌جایی (سقوط)  $h$  از رابطه  $\sqrt{2gh}$  به دست می‌آید. حال رابطه مقایسه‌ای را برای دو ارتفاع مختلف می‌نویسیم و مسئله را حل می‌کنیم:



$$v = \sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{h}{h'}} \xrightarrow{h' = 2h} \frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{h}{2h}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v' = \sqrt{2} v$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۴۰- گزینه «۳» (کتاب آبی)

به طور کلی در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی‌های متوالی در زمان‌های مساوی و متوالی  $T$  ثانیه‌ای تشکیل دنباله‌ای عددی با قدرنسبت  $aT^2$  می‌دهند. اگر  $v_0 = 0$  باشد، جابه‌جایی‌های متوالی، خود مضرب عددهای فرد متوالی ۱، ۳، ۵ و ۷ ... هستند. به شکل توجه کنید:

$$\left. \begin{matrix} \Delta y_1 = \frac{1}{2} g T^2 = 1 (\Delta y) \\ \frac{3}{2} g T^2 = 3 (\Delta y) \\ \frac{5}{2} g T^2 = 5 (\Delta y) \\ \vdots \\ 2(n-1) (\Delta y) \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \Delta y_1 = 40 \text{ m} \\ \Delta y_2 = 3(40) \\ \Delta y_3 = 5(40) \end{matrix}$$

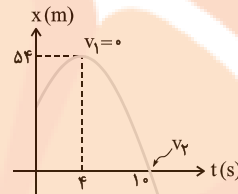
این روند فقط در گزینه «۳» برقرار است. به استدلال زیر توجه کنید:

$$\begin{matrix} 40 & , & 120 & , & 200 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1(40) & & 3(40) & & 5(40) \end{matrix}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۳۶- گزینه «۲» (کتاب آبی)

برای یافتن سرعت اولیه، ابتدا  $a$  را به دست می‌آوریم. در قسمت دوم حرکت (بازه زمانی ۴ تا ۱۰ ثانیه) با داشتن  $\Delta x$  و  $\Delta t$  و با استفاده از رابطه  $\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \Delta t$  سرعت در لحظه  $t = 10 \text{ s}$  و سپس در همین بازه شتاب را حساب می‌کنیم:



در بازه ۴s تا ۱۰s:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \xrightarrow{v_1 = 0, \Delta x = -54 \text{ m}, \Delta t = 6 \text{ s}} -54 = \frac{0 + v_2}{2} \times 6 \Rightarrow v_2 = -18 \text{ m/s}$$

و شتاب:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \xrightarrow{v_2 = -18 \text{ m/s}, v_1 = 0, t = 6 \text{ s}} a = \frac{-18 - 0}{6} = -3 \text{ m/s}^2$$

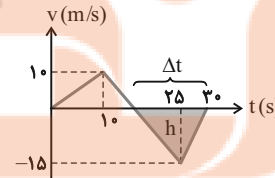
در نهایت  $v_0$  را با اطلاعات بازه زمانی صفر تا ۴s می‌یابیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v = 0, t = 4 \text{ s}, a = -3 \text{ m/s}^2} 0 = -3(4) + v_0 \Rightarrow v_0 = 12 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۷- گزینه «۲» (کتاب آبی)

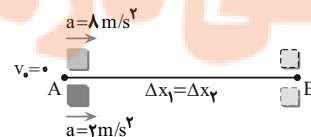
در اینجا می‌خواهیم سرعت متوسط متحرک را در مدتی که در جهت منفی محور  $x$  حرکت می‌کند بیابیم. این بخش در نمودار زیر محور زمان قرار دارد. از طرف دیگر جابه‌جایی برابر مساحت زیر نمودار سرعت - زمان است که در شکل رنگ کرده‌ایم. بنابراین داریم:



$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \xrightarrow{|\Delta x| = S} |v_{av}| = \frac{S}{\Delta t} \xrightarrow{S = \frac{1}{2} h \Delta t} |v_{av}| = \frac{\frac{1}{2} h \Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{2} h \xrightarrow{h = 15 \text{ m/s}} |v_{av}| = \frac{1}{2} \times 15 = 7.5 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۸- گزینه «۱» (کتاب آبی)

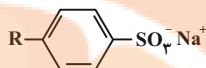


شیمی ۳

گزینه «۱» ۱۴۱-

(فرزاد رضایی)

ساختار کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی به صورت زیر است:



حلقهٔ بنزنی موجود در پاک‌کننده‌های غیرصابونی همواره سیرنشده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: هیدروفلوئوریک‌اسید پاک‌کننده خورنده نیست.

گزینه «۳»: پاک‌کننده‌های صابونی می‌توانند بخش کاتیونی غیرفلزی هم داشته باشند مانند:



گزینه «۴»: برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آنها نمک‌های

فسفات می‌افزایند.

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۲)

گزینه «۱» ۱۴۲-

(مهمرب عظیمیان زواره)

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ث) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) عنصر M می‌تواند عنصر  $^{39}\text{K}$  باشد و  $\text{K}_2\text{O}$  باز آرتیوس محسوب می‌شود.

(ب) پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌ها و برخی واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

(پ) به فرآیندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند.

(ت) چون به ازای یونش هر مولکول HF یک یون هیدرونیوم و یک یون فلوتورید تولید می‌شود. این نسبت برابر یک است.

(ث) 
$$\% \alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} \times 100$$
 درصد یونش

$$\frac{1/35 \times 10^{-3}}{0/1} \times 100 = 1/35\%$$

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴ و ۱۶ تا ۱۹)

گزینه «۲» ۱۴۳-

(مسین ناصری ثانی)

موارد اول، دوم و چهارم صحیح است.

بررسی موارد:

مورد اول: به ازای ۵ مولکول HF که در آب حل می‌شود، فقط یک مولکول آن

یونیده می‌شود. بنابراین:

$$\% \alpha = \frac{(1 \times 0/01) \text{ mol}}{(5 \times 0/01) \text{ mol}} \times 100 = 20\%$$

مورد دوم: از آنجا که در شرایط یکسان در محلول هیدروفلوئوریک‌اسید (ب) غلظت و مقدار یون‌های حاصل از یونش آن، کمتر از محلول هیدروکلریک‌اسید (آ) است، بنابراین رسانایی الکتریکی کمتری دارد.

مورد سوم: هیدروکلریک‌اسید به‌طور کامل یونیده شده است و معادلهٔ یونش



آن باید به‌صورت کامل باشد نه تعادلی.

مورد چهارم: با توجه به شکل درجهٔ یونش  $\text{HCl(aq)}$  برابر ۱ و درجهٔ یونش

$\text{HF(aq)}$  برابر ۰/۲ است.

$$\frac{1}{0/2} = 5$$

مورد پنجم: نادرست، با توجه به این‌که تعداد مول‌های حل‌شدهٔ هر دو اسید و حجم

محلول حاصل در هر دو مورد برابر است، بنابراین غلظت مولی این دو اسید باهم

برابر خواهد بود.

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

گزینه «۴» ۱۴۴-

(فسن رمضانی کوکندره)

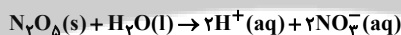
موارد دوم و سوم نادرست‌اند.

بررسی موارد:

مورد اول: آهک خاصیت بازی دارد و سبب کاهش میزان اسیدی بودن خاک

می‌شود.

مورد دوم: از انحلال یک مول  $\text{N}_2\text{O}_5$  در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود.



مورد سوم: فلزها و گرافیت (مغز مداد) رسانای جریان برق هستند. از آنجا که

رسانایی آنها به‌وسیلهٔ الکترون‌ها انجام می‌شود، به آنها رسانای الکترونی

می‌گویند.

مورد چهارم:



$$[\text{H}^+] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] = 2M\alpha$$

$$2(0/1)(1/35 \times 10^{-2}) = 2/70 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۹)

گزینه «۳» ۱۴۵-

(سیدرضا رضوی)

اسید HA، یک اسید قوی است و به‌طور کامل یونیده می‌شود. پس محلول

آن تنها شامل یون‌های آب‌پوشیده است و مولکول‌های یونیده نشده در آن

یافت نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اسید HA یک اسید قوی است و نمی‌توان نمودار آن را به استیک

اسید نسبت داد و هم‌چنین اسید HB یک اسید ضعیف است و نمی‌توان

نمودار آن را به نیتریک اسید نسبت داد.

گزینه «۲»: رسانایی محلول‌ها به غلظت مولی یون‌های موجود در آن‌ها بستگی

دارد. پس اگر جرم یکسانی از اسیدها را درون آب بریزیم علاوه بر قدرت

گزینه «۲» درست. با توجه به وجود سه گروه عاملی استری در ساختار مولکول آن ۶ پیوند C-O وجود دارد.

گزینه «۳» درست. ۳ مول صابون با فرمول  $\text{CH}_7(\text{CH}_2)_{16}\text{COONa}$  تولید می‌شود.

گزینه «۴» نادرست. زیرا این ترکیب دارای پیوند O-H نمی‌باشد.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی، صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۴۹- گزینه «۱» (امیرمسین معروفی)

فقط عبارت «پ» درست است.

مخلوط شماره «۱»، محلول و مخلوط شماره «۲»، کلونید می‌باشد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: محلول‌ها برخلاف کلونیدها، مخلوط‌هایی همگن هستند.

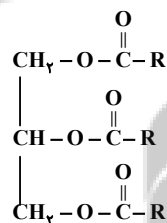
عبارت «ب»: رفتار کلونیدها را می‌توان رفتاری بین سوسپانسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت.

عبارت «ت»: مخلوط آب و روغن که با صابون پایدار شده یک کلونید است و ذرات آن از ذره‌های تشکیل‌دهنده محلول‌ها بزرگ‌تر است.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی، صفحه‌های ۶ و ۷)

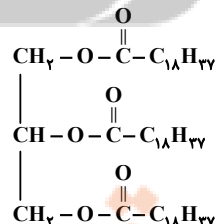
۱۵۰- گزینه «۲» (مرتضی فوشن کیش)

با توجه به ساختار کلی استرهای بلند زنجیر سه عاملی که به صورت زیر است، می‌توان تعداد کربن‌های گروه‌های R را به صورت زیر حساب کرد:



$$\text{تعداد کربن‌های گروه R} = \frac{60 - 6}{3} = 18$$

بنابراین فرمول ساختاری استر بلند زنجیر با ۶۰ اتم کربن به صورت زیر است و جرم مولی این ترکیب برابر  $932 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$  می‌باشد.



با توجه به ساختار استر بلند زنجیر می‌توان نتیجه گرفت که از واکنش این استر با سدیم هیدروکسید کافی، صابونی با فرمول  $\text{C}_{19}\text{H}_{37}\text{O}_2\text{Na}$  تولید می‌شود.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی، صفحه‌های ۵ و ۶)

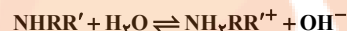
اسیدها، جرم مولی اسید هم در غلظت مولی یون‌ها تأثیر گذار است و نمی‌توان از قید «همواره» استفاده کرد.

گزینه «۴»: اسید HA نسبت به اسید HB قوی‌تر است پس در دما و غلظت یکسان، محلول HA اسیدی‌تر بوده و pH کم‌تری دارد.

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۴۶- گزینه «۴» (مینا شرافتی‌پور)

معادله یونش باز ضعیف به صورت زیر است:



ابتدا میزان باز یونیده شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{4}{816} \times 10^{21} \text{ یون NHRR}' \times \frac{1 \text{ mol NHRR}'}{2 \text{ mol یون}} = \frac{1}{102} \times 10^{21} \text{ یون}$$

$$4 \times 10^{-3} \text{ mol NHRR}'$$

$$\frac{\text{مول یونیده شده باز}}{\text{مول اولیه باز}} \times 100 = 2 \Rightarrow \frac{4 \times 10^{-3}}{x} \times 100 = 2$$

$$\Rightarrow x = 0.2 \text{ mol NHRR}'$$

حال جرم مولی باز را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{جرم مولی باز} = \frac{11 / 8 \text{ g NHRR}'}{0.2 \text{ mol}} = 59 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

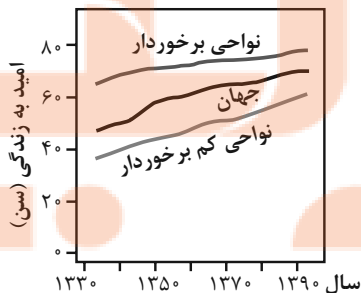
$$59 \quad 14 + 1 + R + R' \Rightarrow R + R' = 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

مجموع جرم مولی اتیل ( $\text{C}_2\text{H}_5$ ) و متیل ( $\text{CH}_3$ )، برابر ۴۴ گرم بر مول است.

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه ۱۹)

۱۴۷- گزینه «۴» (امیرمسین معروفی)

با توجه به نمودار زیر، در ۶۰ سال گذشته، میزان رشد و پیشرفت شاخص امید به زندگی در نواحی کم برخوردار (توسعه نیافته) بیش‌تر از نواحی برخوردار (توسعه یافته) بوده است.



(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۴۸- گزینه «۴» (مهمر عظیمیان‌زواره)


گزینه «۱» درست. فرمول مولکولی اسید سازنده این استر سه عاملی به صورت  $\text{C}_{18}\text{H}_{35}\text{O}_2$  یا  $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COOH}$  می‌باشد.



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)