تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net

دفترچه پاسخ

آزمون ۲۵ شهریور ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی پایه و حسابان ۲	محمدمصطفی ابراهیمی-مصطفی بهنام‌مقدم-محمد پوراحمدی-محمد پیمانی-رضا توکلی-سهیل حسن‌خان‌پور-یوسف حسنی عادل حسینی-عاطفه خان‌محمدی-طاهر دادستانی-زهره رامشینی-نیما زارع-عرفان صادقی-رادمهر عبادالهی-حمید علیزاده کیان کریمی‌خراسانی-حمید مام‌قادری-محمدجواد محسنی-سینا محمدپور-احمد مهرابی-اسماعیل میرزایی-جهانبخش نیکنام شهرام ولایی-فهیمه ولی‌زاده-وحید ون‌آبادی
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-محمد بحیرایی-سعید جعفری‌کافی‌آباد-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-محمد خندان کیوان دارابی-محمد صحت‌کار-رضا عباسی‌اصل-فرشاد فرامرزی-سهام مجیدی‌پور-نوید مجیدی-مجید محمدی‌نویسی-مهدی نیک‌زاد امیر وفائی
	آمار و احتمال وریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-حمیدرضا امیری-علی ایمانی-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-مسعود درویشی علیرضا شریف‌خطیبی-محمد صحت‌کار-مرتضی فهیم‌علوی-مجید محمدی‌نویسی-امیر وفائی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عباس اصغری-محمد اکبری-احسان ایرانی-مهدی آذرنسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-محسن پیگان محسن توانا-ناصر خوارزمی-بیتا خورشید-محمدعلی راست‌پیمان-فرشید رسولی-کاظم شاهملکی-مصطفی کیانی-امیرحسین مجوزی غلامرضا محبی-سعید نصیری-شادمان ویسی
	شیمی	محمد آخوندی-نوید آرمات-قادر باخاری-امیرعلی برخورداریون-ایمان دریابک-حمید ذبحی-حسن رحمتی‌کوکنده-جعفر رحیمی علیرضا رضایی‌سراب-امید رضوانی-روزبه رضوانی-محمدرضا زهره‌وند-علیرضا شیخ الاسلامی‌پول-میلاد شیخ الاسلامی‌خیاوی ساجد شیری-مسعود طبرسا-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-حسن عیسی زاده-امیرحسین معروفی-امین نوروزی سیدرحیم هاشمی‌دهکردی-اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم یلدا بشیری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم — مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳، ۰۲۱

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمدجواد محسنی)*

$$۲x \in (-x+۲,۵) \Rightarrow \begin{cases} -x+۲ < ۲x \Rightarrow \frac{۲}{۳} < x \\ ۲x < ۵ \Rightarrow x < \frac{۵}{۲} \end{cases} \Rightarrow x \in (\frac{۲}{۳}, \frac{۵}{۲})$$

فقط $\begin{cases} x & ۱ \\ x = ۲ \end{cases}$ از میان اعداد صحیح در این بازه قرار دارد.

(حسابان ۱- صفحهٔ ۱۱۸)

۲- **گزینهٔ «۴»** *(محمد پورامیری)*

$$f(۳) = -۳ \quad ، \quad \lim_{x \to ۳^-} f(x) = -۱ \quad ، \quad \lim_{x \to (-۲)^+} f(x) = ۱$$

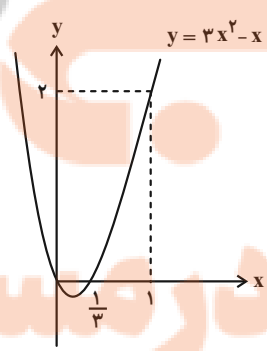
پس حاصل عبارت مورد نظر برابر $-۳ = (-۳) + (-۱) + ۱$ است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۳- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

در ابتدا داریم: $\lim_{x \to ۱^-} (۳x^۲ - x) = ۲$

حال با توجه به سهمی $y = ۳x^۲ - x$، می‌بینیم که در یک همسایگی چپ $x = ۱$، تابع از مقادیر کمتر از ۲ به آن نزدیک می‌شود:



پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\lim_{x \to ۱^-} [f(۳x^۲ - x)] = \lim_{x \to ۲^-} [f(x)]$$

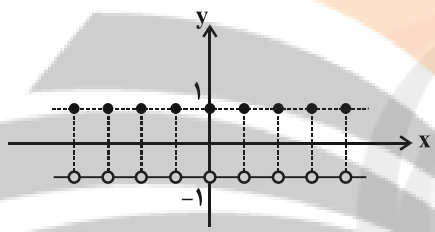
در یک همسایگی چپ $x = ۲$ نیز تساوی $[f(x)] = ۱$ برقرار است، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \to ۲^-} [f(x)] \quad ۱$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴- **گزینهٔ «۴»** *(طاهر دارستانی)*

با رسم تابع f به وضوح می‌بینیم که همواره $\lim_{x \to x_۰} f(x) = -۱$ است.



$$\Rightarrow A = (-۱) + (-۱) - (-۱) = -۱$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۵- **گزینهٔ «۳»** *(یوسف حسنی)*

$$D_f : x^۴ - x^۲ \geq ۰ \Rightarrow x^۲(x^۲ - ۱) \geq ۰$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -۱] \cup \{۰\} \cup [۱, +\infty)$$

الف) نادرست- زیرا تابع f در همسایگی صفر تعریف نشده است.

ب) درست- زیرا تابع f در همسایگی چپ ۱- تعریف شده و حدی برابر صفر دارد.

پ) درست- زیرا تابع f در همسایگی راست ۱ تعریف شده و حدی برابر صفر دارد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

سایت کنکور
تلاشی در مسیر موفقیت

۶- **گزینهٔ «۳»** *(سینا ممرپور)*

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(1-x^2)=1\\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\quad \lim\limits_{x\to 0^+}(1+x^2)=1\end{cases}\Rightarrow \text{حد راست} \quad \text{حد چپ}$$

لذا مقدار تابع در نقطهٔ $x=0$، هر چه باشد، تاثیری در موجود بودن حد تابع f در این نقطه ندارد. در نتیجه $f(0)$ یا m، هر مقدار دلخواهی را می‌تواند اختیار کند.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۵)

۷- **گزینهٔ «۱»** *(شهرام ولایی)*

اگر $2\le a<3$ باشد، حد تابع موجود نیست، زیرا مخرج صفر مطلق می‌شود.

$$\lim_{x\to a^+}\frac{[x]^2-4}{[x]-2}\quad \lim_{x\to a^+}\frac{([x]-2)([x]+2)}{[x]-2}=\lim_{x\to a^+}([x]+2)=b$$

چون a نمی‌تواند در بازهٔ $[2,3)$ باشد، پس حد $[x]$، وقتی $x\to a^+$ هیچ‌گاه ۲ نخواهد شد، پس b هیچ‌گاه ۴ نمی‌شود.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(فهیمه ولی‌زاده)*

با حد صفر صفرم مواجه هستیم:

$$\lim_{x\to 8}\frac{x^2-8x}{\sqrt[3]{x}-2}$$

$$=\lim_{x\to 8}\frac{x(x-8)}{\sqrt[3]{x}-2}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}\quad \lim_{x\to 8}\frac{x(x-8)(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4)}{x-8}$$

$$\lim_{x\to 8}x(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4)=(8)(\sqrt[3]{8^2}+2\sqrt[3]{8}+4)=(8)(4+4+4)=96$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

برای این‌که حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x-a}{\cos 2x}$ موجود باشد، باید صورت به‌ازای $x=\frac{\pi}{4}$ صفر شود چرا که مخرج صفر است. پس $a=1$ می‌باشد.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}f(x)\quad \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x-1}{\cos 2x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\frac{\sin x}{\cos x}-1}{\cos^2 x-\sin^2 x}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\frac{\sin x-\cos x}{\cos x}}{(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)}\quad \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\frac{-1}{\cos x}}{\cos x+\sin x}$$

$$\frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2})}=-1$$

$$f(\frac{\pi}{4})\quad \sin\frac{\pi}{2}+b=1+b$$

اگر تابع پیوسته باشد، مقادیر به‌دست آمده باید برابر باشند:

$$\Rightarrow 1+b=-1\Rightarrow b=-2$$

$$\Rightarrow a+b=1-2=-1$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(وحید ون‌آبادی)*

تابع $y=[x]$ در نقاط $x=2$ و $x=3$ ناپیوسته است، این یعنی برای اینکه تابع f در این نقاط نیز پیوسته باشد، این دو مقدار باید صفرهای عبارت $2x^2+ax+b$ باشند:

$$S\quad 5\Rightarrow\frac{-a}{2}=5\Rightarrow a=-10$$

$$P\quad 6\Rightarrow\frac{b}{2}=6\Rightarrow b=12$$

$$\Rightarrow a+b=2$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

هندسه ۲

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(سعید جعفری کافی‌آباد)*

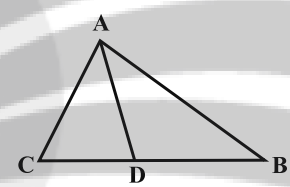
به کمک قضیهٔ سینوس‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{8}{\sin 120^\circ} = 2R$$

$$\Rightarrow 2R = \frac{8}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow R = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



طبق قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{BD}{\underbrace{BD+CD}_{BC}} = \frac{2}{2+1}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow BD = 6 \, , \, CD = 3$$

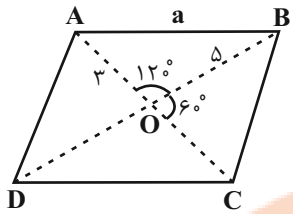
$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD = 8 \times 4 - 6 \times 3 = 32 - 18$$

$$\Rightarrow AD^2 = 14 \Rightarrow AD = \sqrt{14}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

مطابق شکل و با توجه به قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث OAB داریم:



$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \times OB \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow a^2 = 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times (-\frac{1}{2}) = 34 + 15 = 49 \Rightarrow a = 7$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمد فندران)*

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = 4 + 16 - 2(2)(4)(-\frac{1}{2}) = 28$$

از طرفی طبق قضیهٔ میانه‌ها داریم:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 4 + 16 = 2m_a^2 + 14$$

$$\Rightarrow 2m_a^2 = 6 \Rightarrow m_a^2 = 3 \Rightarrow m_a = \sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(فرشاد فرامرزی)*

اگر شعاع دایرهٔ محیطی مثلث ABC برابر R باشد، آن‌گاه طبق قضیهٔ سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{\sin A + \sin B + \sin C} = 2 \times 1 \Rightarrow \sin A + \sin B + \sin C = \sqrt{3}$$

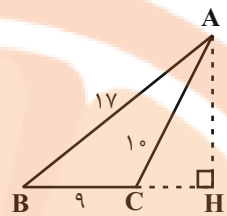
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

سایت کنکور
تلاشی درمسیر پیروزی

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

مثلث منفرجه الزاویه است $\Rightarrow 17^2 > 10^2 + 9^2$

ابتدا به کمک رابطهٔ هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:



$$P \quad \frac{17+10+9}{2} = 18 \Rightarrow S = \sqrt{18(18-17)(18-10)(18-9)}$$

$$\sqrt{18\times 8\times 9} = 36$$

$$S \quad \frac{AH\times BC}{2} \Rightarrow 36 = \frac{AH\times 9}{2} \Rightarrow AH = 8$$

$$\overset{\Delta}{ACH}: CH \quad \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2\times DC + AC^2\times BD = AD^2\times BC + BD\times DC\times BC$$

$$\Rightarrow 49\times 6 + AC^2\times 3 = 36\times 9 + 3\times 6\times 9$$

$$\Rightarrow 294 + 3AC^2 = 324 + 162 \Rightarrow 3AC^2 = 192$$

$$\Rightarrow AC^2 = 64 \Rightarrow AC = 8$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۶۹)

۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ADE داریم:

$$DE^2 \quad AD^2 + AE^2 - 2AD\times AE\times \cos A$$

$$\Rightarrow 49 = 9 + 25 - 2\times 3\times 5\times \cos A \Rightarrow 30\cos A = -15$$

$$\Rightarrow \cos A = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

$$S_{DECB} \quad S_{ABC} - S_{ADE}$$

$$\frac{1}{2}AB\times AC\times \sin A - \frac{1}{2}AD\times AE\times \sin A$$

$$\frac{1}{2}\times 7\times 9\times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\times 3\times 5\times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{63\sqrt{3}}{4} - \frac{15\sqrt{3}}{4} = \frac{48\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیر وفائی)*

طبق قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{AMB}: MP \text{ نیمساز است.} \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB} \\ \overset{\Delta}{AMC}: MQ \text{ نیمساز است.} \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} \end{array}\right\} \xrightarrow{MB\ MC} \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

$$\xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AP}{AB}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدهٔ مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت اندازهٔ قاعده‌های آنهاست، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} & \frac{MC}{BC} & \frac{1}{2} \\ \frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}} & \frac{AQ}{AC} & \frac{2}{5} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}}\times\frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}} = \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}$$

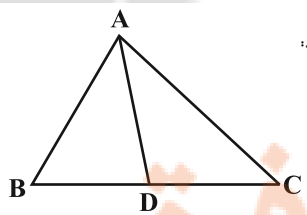
$$\Rightarrow \frac{S_{AMQ}}{S_{ABC}} = \frac{1}{5} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{\frac{S_{APQ}}{S_{ABC}}}{\frac{S_{AMQ}}{S_{ABC}}} = \frac{\frac{4}{25}}{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{AMQ}} = \frac{4}{5}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ مشابه تمرین ۱ صفحهٔ ۷۲)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(جواد حاتمی)*

با در اختیار داشتن طول دو ضلع مثلث و اندازهٔ زاویهٔ بین این دو ضلع، طول نیمساز داخلی زاویه از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:



$$AD \quad \frac{2bc\cos\frac{A}{2}}{b+c} = \frac{2\times 8\times 6\times \cos 60^\circ}{8+6} \quad \frac{2\times 48\times\frac{1}{2}}{14} \quad \frac{48}{14} \quad \frac{24}{7}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ مشابه تمرین ۵ صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

روش‌های جمع‌آوری داده‌ها عبارت‌اند از: مشاهده، پرسش‌نامه، مصاحبه و دادگان.

بنابراین پیش‌بینی علمی و منطقی از روش‌های جمع‌آوری داده‌ها نیست.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

انتخاب نفرات اول تا سوم ممتاز هر کلاس، پدیده‌ای تصادفی و احتمالی نیست و این افراد با توجه به نمرات، کاملاً معین هستند، پس نمونه‌گیری غیراحتمالی است.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

برابری اندازهٔ طبقات از ویژگی‌های نمونه‌گیری سیستماتیک است. در نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه صرفاً به زیرجامعه‌های مجزا تقسیم می‌شود و از هر طبقه، یک نمونهٔ تصادفی ساده انتخاب می‌گردد.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

میانگین جامعه برابر است با:

$$\bar{x} \quad \frac{1+2+\ldots+8}{8} \quad 4/5$$

بنابراین اگر یک نمونهٔ ۶ تایی میانگین را دقیق برآورد کند، باید میانگین نمونه برابر ۴/۵ باشد، در این‌صورت مجموع اعضای این نمونه برابر است با:

$$6\times 4/5 = 27$$

و با توجه به اینکه مجموع تمامی اعضای جامعه برابر با $1+2+\ldots+8 = 36$ است، می‌توان نتیجه‌گرفت که مجموع دو عضوی که در نمونه نمی‌باشند برابر با ۹ است. بنابراین این دو عضو حالات زیر را دارند:

$$\{1,8\},\{2,7\},\{3,6\},\{4,5\}$$

تعداد کل نمونه‌های ۶ تایی برابر است با:

$$\binom{8}{6} = \frac{8!}{6!2!} = 28$$

بنابراین احتمال اینکه یک نمونهٔ ۶ تایی میانگین جامعه را دقیق برآورد کند، برابر است با:

$$P(A) = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(مجید محمدی‌نویسی)*

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0/4 = \frac{\sigma}{\sqrt{625}} \Rightarrow 0/4 = \frac{\sigma}{25}$$

$$\Rightarrow \sigma = 25\times 0/4 = 10 \Rightarrow \sigma^2 = 100$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحهٔ ۱۲۱)

سایت کنکور
تلاشی در مسیر موفقیت

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیر وفائی)*

چون دو قسمت از ده قسمت به طور کامل انتخاب شده است، پس نمونه‌گیری خوشه‌ای صورت گرفته است. اگر اندازهٔ نمونه را با n و اندازهٔ جامعه را با N نمایش دهیم، احتمال انتخاب هر واحد آماری برابر است با:

$$P \quad \frac{n}{N}=\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۵}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، آن روش نمونه‌گیری اریب است. بنابراین آمارشناسان تلاش می‌کنند تا با شناسایی منابع تولید اریبی، نمونه‌گیری‌ها را تا جایی که می‌توانند نااریب کنند و در واقع نمونه‌گیری نااریب، ارزش بالایی برای بررسی یک جامعه دارد.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۰، ۱۱۵ و ۱۲۲)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیر وفائی)*

چون ۴ نفر تاکنون انتخاب شده‌اند، پس ۲۶ نفر باقی مانده است. حال فرد موردنظر در انتخاب پنجم نباید برگزیده شود و سپس در انتخاب ششم باید به عنوان عضو نمونه انتخاب گردد، پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P=\frac{۲۵}{۲۶}\times\frac{۱}{۲۵}=\frac{۱}{۲۶}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ مشابه تمرین ۱؛ صفحهٔ ۱۱۶)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه خاکپاش)*

میانگین این نمونه برابر است با:

$$\bar{x} \quad \frac{۱+۱+۲+۳+۳+۴+۴+۴+۵}{۹}=\frac{۲۷}{۹}=۳$$

اگر μ میانگین جامعه و σ و n به ترتیب انحراف معیار و اندازهٔ نمونه باشند، آن‌گاه داریم:

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\Rightarrow ۳-\frac{۲\times ۱/۵}{۳}\le\mu\le ۳+\frac{۲\times ۱/۵}{۳}$$

$$\Rightarrow ۲\le\mu\le ۴\Rightarrow\mu\in[۲,۴]$$

بنابراین طول بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه، برابر ۲ است.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

میانگین اعداد صحیح از صفر تا N برابر است با:

$$\mu=\frac{۰+۱+۲+\ldots+N}{N+۱} \quad \frac{\frac{N(N+۱)}{۲}}{N+۱} \quad \frac{N}{۲}$$

از طرفی میانگین نمونهٔ انتخابی برابر است با:

$$\bar{x} \quad \frac{۲+۳+۵+۷+۸+۱۱}{۶}=\frac{۳۶}{۶}=۶$$

بنابراین داریم:

$$\mu=\bar{x}\Rightarrow\frac{N}{۲}=۶\Rightarrow N=۱۲$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ مشابه تمرین ۲؛ صفحهٔ ۱۲۵)

فیزیک ۲

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

۱) اگر پیچه را از دو طرف بکشیم، در بازهٔ زمانی معین، مساحت حلقه تغییر می‌کند و طبق رابطهٔ شار مغناطیسی ($\Phi = AB\cos\theta$) با تغییر شار، در پیچه جریان القایی ایجاد می‌شود.

۲) اگر پیچه را حول محور عمود بر میدان مغناطیسی بچرخانیم، در بازهٔ زمانی معین، زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح پیچه و میدان مغناطیسی (θ) تغییر کرده و در نتیجه، در پیچه جریان القایی ایجاد می‌شود.

۳) اگر پیچه را حول محوری موازی با خط‌های میدان بچرخانیم، زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح پیچه و میدان مغناطیسی ثابت است. در نتیجه شار مغناطیسی ثابت است و جریانی در پیچه القا نمی‌شود.

۴) اگر در یک بازهٔ زمانی معین، جهت میدان را تغییر دهیم، شار ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد و در پیچه جریان القایی ایجاد می‌شود.

پس گزینهٔ «۳» جواب صحیح است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین مهوزی)*

در حالت اول، شار بیشینه است: $\Phi_1 = BA \quad (*)$

در حالت دوم، زاویهٔ نیم‌خط عمود بر سطح قاب با خطوط میدان مغناطیسی برابر با $\theta = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$ است.

$$\Phi_2 = BA\cos 37^\circ = 0/8BA \xrightarrow{(*)} \Phi_2 = 0/8\Phi_1$$

پس شار عبوری از قاب ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi = AB\cos\theta} \bar{\varepsilon} = -NA\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

در بازهٔ زمانی صفر تا ۰/۱s داریم:

$$\bar{\varepsilon}_1 = -800\times 25\times 10^{-4}\times\frac{(0-0/4)}{0/1} = 8V$$

در بازهٔ ۰/۱s تا ۰/۱۵s داریم:

$$\bar{\varepsilon}_2 = -800\times 25\times 10^{-4}\times\frac{0/4-0}{0/05} = -16V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

می‌دانیم نیروی محرکهٔ القایی متوسط در سیملوله از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ شیب خط است و این شیب ثابت است، بنابراین نیروی محرکهٔ القایی متوسط و لحظه‌ای برابرند.

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \frac{8\times 10^{-4}-(-2\times 10^{-4})}{5-0} \quad \frac{10\times 10^{-4}}{5} \quad 2\times 10^{-4}V$$

$$|\varepsilon| = |-400\times 2\times 10^{-4}| = 8\times 10^{-2}V$$

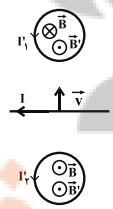
با توجه به قانون اهم داریم: $\bar{\varepsilon} \quad R\bar{I}$

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{8\times 10^{-2}}{10} = 8\times 10^{-3}A$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم مستقیم I را در درون حلقه‌ها تعیین می‌کنیم. با توجه به قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی سیم حامل جریان I، در حلقهٔ (۱) درون‌سو و در حلقهٔ (۲) برون‌سو است.



چون سیم به حلقهٔ (۱) نزدیک و از حلقهٔ (۲) دور می‌شود، تجمع خط‌های میدان مغناطیسی در حلقهٔ (۱) افزایش و در حلقهٔ (۲) کاهش می‌یابد. بنابراین، طبق قانون لنز، باید جریان القایی در حلقهٔ (۱) پادساعتگرد باشد تا

میدان مغناطیسی آن برون‌سو شود و بتواند با افزایش میدان مغناطیسی درون‌سوی حاصل از سیم حامل جریان I مخالفت کند. برای حلقهٔ (۲) نیز که میدان مغناطیسی برون‌سوی ناشی از جریان سیم در آن در حال کاهش است، باید جریان القایی پادساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی برون‌سوی حاصل از آن با کاهش میدان مغناطیسی برون‌سوی حاصل از سیم حامل جریان مخالفت کند. بنابراین، جهت جریان القایی در هر دو حلقه پادساعتگرد است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۳۶- **گزینهٔ «۴»** *(محسن پیکان)*

با کاهش مقاومت رئوستا، جریان ساعتگرد عبوری از حلقهٔ خارجی افزایش یافته و باعث افزایش میدان مغناطیسی درون‌سو و در نتیجه افزایش شار مغناطیسی عبوری از حلقهٔ داخلی می‌شود. بنابر قانون لنز، جهت جریان القایی در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن با تغییر شار مخالفت کند، بنابراین در حلقهٔ داخلی جریانی پادساعتگرد ایجاد می‌شود تا با افزایش شار مغناطیسی عبوری از آن مخالفت کند. با افزایش مقاومت رئوستا، جریان عبوری از حلقهٔ خارجی کاهش یافته و باعث کاهش میدان مغناطیسی درون‌سو و در نتیجه کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقهٔ داخلی می‌شود. بنابر قانون لنز، در حلقهٔ داخلی جریانی ساعتگرد ایجاد می‌شود تا با کاهش شار مغناطیسی عبوری مخالفت کند.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(بابک اسلامی)*

ابتدا جریان عبوری از سیملوله و سپس انرژی الکترومغناطیسی ذخیره شده در آن‌را به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$I \quad \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{۶}{۱۰۰} = ۰/۰۶A$$

$$U \quad \frac{۱}{۲}LI^۲ \quad \frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times (۰/۰۶)^۲ \Rightarrow U = ۷/۲ \times ۱۰^{-۴} J = ۷۲۰\mu J$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(عباس اصغری)*

ابتدا دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم:

$$T \quad \frac{t}{n} \xrightarrow[t=۱min=۶۰s]{n \ ۱۵۰۰} T = \frac{۶۰}{۱۵۰۰} = \frac{۱}{۲۵}s$$

اکنون معادلهٔ جریان متناوب را به‌دست می‌آوریم:

$$I \quad I_m \sin\frac{۲\pi}{T}t \xrightarrow[T=\frac{۱}{۲۵}s]{I_m \ ۴A} I = ۴\sin ۵۰\pi t$$

$$\xrightarrow{t \ ۱۵ms \ ۱۵\times۱۰^{-۳}s} I = ۴\sin(۵۰\pi \times ۱۵ \times ۱۰^{-۳})$$

$$\Rightarrow I = ۴\sin\frac{۳\pi}{۴} \Rightarrow I = ۲\sqrt{۲}A$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی آذرنسب)*

مطابق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، در یک مولد جریان متناوب، با تغییر شار مغناطیسی گذرنده از سیم‌پیچ مولد، در دو سر آن اختلاف پتانسیل الکتریکی به‌وجود می‌آید. با استفاده از رابطهٔ شارمغناطیسی عبوری و جریان القایی، داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \Phi = \Phi_m \cos\frac{۲\pi}{T}t \Rightarrow \frac{\Phi}{\Phi_m} = \cos\frac{۲\pi}{T}t \\ I \quad I_m \sin\frac{۲\pi}{T}t \Rightarrow \frac{I}{I_m} = \sin\frac{۲\pi}{T}t \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^۲ + \left(\frac{I}{I_m}\right)^۲ = ۱$$

$$\xrightarrow[\frac{I}{I_m} \ \frac{\sqrt{۳}}{۲}]{} \left(\frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^۲ + \left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲ = ۱ \Rightarrow \frac{\Phi}{\Phi_m} = \frac{۱}{۲}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(احسان ایرانی)*

عبارات «الف»، «ج» و «د» صحیح است.

سایر عبارات:

دلیل نادرستی عبارت «ب»: در مولدهای صنعتی، پیچه‌ها ساکن و آهنرباها به دور آن‌ها می‌چرخند.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۷)

سایت کنکور
تلاشی در مسیر موفقیت

شیمی ۲

۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا زهره‌وند)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: در چند دههٔ اخیر میزان تولید الیاف پلی‌استر و پنبه رو به افزایش بوده اما شیب افزایش تولید الیاف پلی‌استری بیشتر از پنبه بوده است.

گزینهٔ «۲»: روند تولید لباس از الیاف به‌صورت «ریسندگی ← بافندگی ← فراوری ← دوزندگی» می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: سلولز، پلی‌اتن و انسولین هر سه درشت‌مولکول هستند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(قادر باغاری)*

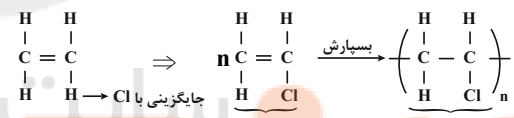
فراورده تولید شده در واکنش پلیمری شدن تترافلوئورواتن به حالت جامد است. (نه گازی)

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۴ تا ۱۰۷)

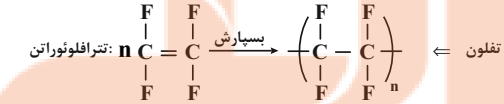
۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا زهره‌وند)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در تهیهٔ کیسهٔ خون از پلی‌وینیل کلرید استفاده می‌شود نه سرنگ.



گزینهٔ «۲»:



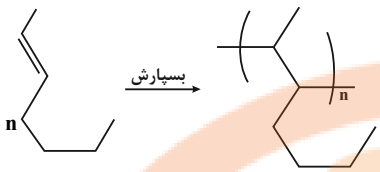
تفلون در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و نقطهٔ ذوب بالایی دارد.

گزینهٔ «۳»: پلی‌اتن شاخه‌دار همان پلی‌اتن سبک و پلی‌اتن بدون شاخه همان پلی‌اتن سنگین می‌باشد. در واقع به دلیل وجود فضای خالی بین شاخه‌ها در پلی‌اتن شاخه‌دار یا همان پلی‌اتن سبک، حجم بیشتری اشغال کرده و از این رو نیروی بین مولکولی در آن ضعیف‌تر است.

گزینهٔ «۴»:

$$CH_3-CH=CH-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$$

فرمول پیوند – خط «۲- هپتن»



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵ و ۱۰۷)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(حمید ذبحی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: گروه عاملی موجود در ساختار ویتامین (آ) و ویتامین (دی) هیدروکسیل است.

گزینهٔ «۲»: الکل‌های دارای ۱ تا ۳ کربن در دمای $25^\circ C$ به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

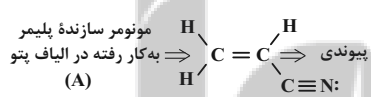
گزینهٔ «۳»: در پلی‌اتن سبک (شاخه‌دار) زنجیرها از هم فاصله دارند و نیروی جاذبه وان‌درووالسی آنها نسبت به پلی‌اتن سنگین (راست‌زنجیر) ضعیف‌تر است.

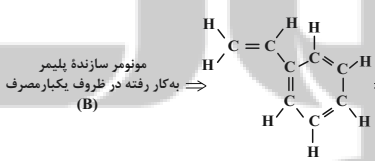
گزینهٔ «۴»: وینیل‌کلرید مونومر سازنده پلی‌وینیل‌کلرید است که در ساخت پلیمر مورد استفاده در کیسهٔ خون به‌کار می‌رود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۷، ۱۰۹ تا ۱۱۱ و ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا رضایی‌سراب)*

قسمت اول:





قسمت دوم:

$$\left.\begin{array}{l} A \text{ فرمول مولکولی} = C_3H_3N \\ B \quad \text{فرمول مولکولی} \quad C_8H_8 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{اختلاف جرمی مولی}$$

$$[(8\times12)+(8\times1)]-[(3\times12)+(3\times1)+(1\times14)] = 51 g.mol^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(ساجد شیری)*

موارد الف، ب و ت نادرست‌اند.

الف) در صورت مصرف زیاد ویتامین‌های محلول در چربی، برخلاف ویتامین‌های محلول در آب برای بدن مشکل ایجاد می‌شود.

ب) تعداد پیوندهای کووالانسی برابر ۸۷ و تعداد اتم‌های کربن برابر ۳۱ است.

برای به‌دست آوردن تعداد پیوندهای کووالانسی می‌توانید از فرمول زیر یا شمارش از روی ساختار مولکول استفاده کنید:

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(\text{تعداد O}\times ۲) + (\text{تعداد H}\times ۱) + (\text{تعداد C}\times ۴)}{۲}$$

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(۳۱\times ۴)+(۴۶\times ۱)+(۲\times ۲)}{۲} = ۸۷$$

پ) $\frac{۴۶\times ۱}{(۴۶\times ۱)+(۳۱\times ۱۲)+(۲\times ۱۶)}\times ۱۰۰ \simeq ۱۰/۲\,\%$ درصد جرمی H

ت) ۴۶ پیوند کربن – هیدروژن و ۳۷ پیوند کربن – کربن (با احتساب پیوندهای دوگانه) وجود دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا زهره‌وند)*

موارد (پ) و (ت) و (ث) صحیح می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

مورد (الف): ممکن است بخشی از ساختار یک اسید آلی با گروه عاملی $\left(\begin{matrix}O\\\|\\-C-O-\end{matrix}\right)$ باشد.

مورد (ب): فورمیک‌اسید (متانوئیک‌اسید) اولین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک‌اسیدهاست.

مورد (پ): در سه عضو نخست خانوادهٔ الکل‌ها، نیروی پیوند هیدروژنی بسیار قوی‌تر از نیروی وان‌دروالسی بوده و به همین دلیل این الکل‌ها به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

مورد (ت):

استری‌شدن: $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH + H-OR' \rightarrow R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OR' + H_۲O$

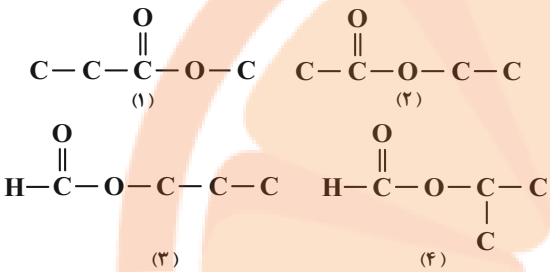
آمیدی شدن: $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH + H-\underset{R'}{N} + R'' \rightarrow R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\underset{R'}{N}-R'' + H_۲O$

مورد ث) درست

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰، ۱۱۲ و ۱۱۵)

۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

ساختارهای مربوط به استر با توجه به اسید و الکل سازنده آن عبارتند از:



متیل پروپانوات (ساختار (۱)) در اثر آبکافت به متانول و پروپانوئیک‌اسید تبدیل می‌شود.

$$?\,g\,C_۴H_۶O_۲ \quad ۳۵/۲\,g\ \text{استر} \times \frac{۱\,mol\ \text{استر}}{۸۸\,g\ \text{استر}} \times \frac{۱\,mol\ \text{اسید}}{۱\,mol\ \text{استر}} \times \frac{۷۴\,g\ \text{اسید}}{۱\,mol\ \text{اسید}}$$

$$\text{اسید} g ۲۹/۶$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

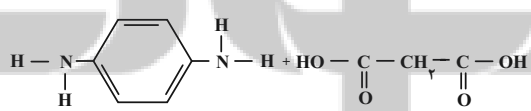
۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

پلیمرهای سبز را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند. به‌طوری‌که نخست نشاستهٔ موجود در این مواد را به لاکتیک‌اسید تبدیل می‌کنند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحهٔ ۱۱۹)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(امین نوروزی)*

ساختار دی‌اسید و دی‌آمین سازندهٔ پلی‌آمید در زیر رسم شده است:



$C_۶H_۸N_۲$ $C_۳H_۴O_۴$

اختلاف جرم مولی $((۶\times ۱۲)+(۸\times ۱)+(۲\times ۱۴))$

$$-((۳\times ۱۲)+(۴\times ۱)+(۴\times ۱۶)) = ۱۰۸-۱۰۴ = ۴g$$

عدد اتمی بریلیم (Be) برابر ۴ است. این عنصر در دورهٔ ۲ و گروه ۲ جدول دوره‌ای قرار دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

سایت کنکور
تلاشی در مسیر موفقیت

ریاضی ۱

۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(رادمهر عبادالهی)*

می‌خواهیم از بین ۱۵ نفر، ۱۰ نفر را انتخاب کنیم. این کار به $\binom{۱۵}{۱۰}$ طریق قابل انجام است، از طرفی یکی از این ۱۰ نفر باید رئیس باشد. هرکدام از این ۱۰ نفر شرایط رئیس بودن را دارند، پس کل حالات مطلوب $۱۰\binom{۱۵}{۱۰}$ است. اما این مقدار در گزینه‌ها یافت نمی‌شود، پس با دید دیگری به مسأله نگاه می‌کنیم. ابتدا رئیس را از بین ۱۵ نفر انتخاب می‌کنیم و سپس از ۱۴ نفر باقی‌مانده مابقی کارکنان را انتخاب می‌کنیم. این کار به $۱۵\binom{۱۴}{۹}$ طریق قابل انجام است.

توجه کنید که $n\binom{n-۱}{k-۱}$ ، $k\binom{n}{k}$ ، پس $۱۵\binom{۱۴}{۹}$ و $۱۰\binom{۱۵}{۱۰}$ همان ابتدا نیز می‌توانستید به جواب داخل گزینه‌ها برسیم.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(نیما زارع)*

تعداد کل حالت‌های انتخابی ۳ نقطه از ۱۳ نقطه برابر است با $\binom{۱۳}{۳}=۲۸۶$

اما می‌دانیم اگر ۳ نقطه انتخابی روی یک خط باشند شرط مثلث بودن برآورده نمی‌شود. لذا حالاتی که سه نقطه انتخابی روی یک خط قرار دارند را از کل حالات کم می‌کنیم. بنابراین تعداد مثلث‌های قابل ساخت برابر است با:

$$\binom{۱۳}{۳}-\binom{۴}{۳}-\binom{۶}{۳}=۲۸۶-۲۴=۲۶۲$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی بهنام‌مقدم)*

A: پیشامد آن که دقیقاً سه بار از ۵ پرتاب رو بیاید: $n(A)$ $\binom{۵}{۳}$ ۱۰

$n(S)=۲^۵$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۱۰}{۳۲}=\frac{۵}{۱۶}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

پیشامد A: این است که تعداد افراد بین دو برادر بیش از یک نفر باشد. از متمم برای حل مسئله استفاده می‌کنیم:

پیشامد A' : دو برادر کنار هم باشند یا فقط یک نفر بین آن‌ها باشد.

حالت اول: دو برادر کنار هم باشند:

برادر دوم و برادر اول	ــــ	ــــ	ــــ	ــــ	ــــ

$۲! \times ۶!$

$۲!$: جایگشت دو برادر — $۶!$: جایگشت بسته و افراد دیگر

حالت دوم: یک نفر بین دو برادر باشد: دو برادر و آن نفر را یک بسته فرض می‌کنیم. ابتدا فردی که بین دو برادر قرار می‌گیرد را از بین ۵ نفر انتخاب می‌کنیم.

برادر دوم و فرد دیگر و برادر اول	ــــ	ــــ	ــــ	ــــ

$\binom{۵}{۱} \times ۲! \times ۵!$

$۲!$: جایگشت دو برادر

$$\Rightarrow n(A')=۲۲\times۵!, n(S)=۷!$$

$$P(A') \quad \frac{n(A')}{n(S)} \quad \frac{۲۲\times۵!}{۷!} \quad \frac{۱۱}{۲۱} \Rightarrow P(A)=۱-P(A')=\frac{۱۰}{۲۱}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(کیان کریمی‌فراسانی)*

در پرتاب سه تاس، عدد ۶ یا به صورت ضرب ۱، ۲، ۳ یا به صورت ضرب ۱، ۱ و ۶ است.

تعداد حالات $\Rightarrow$ ۱,۲,۳ $۳!$ ۶

تعداد حالات $\Rightarrow$ ۱,۱,۶ ۳

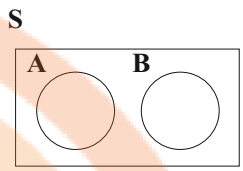
پس $n(A)=۳+۶=۹$ است. از طرفی $n(S)=۶^۳$ است.

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۹}{۶^۳}=\frac{۱}{۲۴}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(عاطفه خان‌محمدی)*

با توجه به این که دو پیشامد A و B ناسازگار هستند، نمودار به صورت زیر می‌شود که می‌توانیم برای خواستهٔ مسئله از نمودار کمک بگیریم:



احتمال این که فقط یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد:

$$P((A-B)\cup(B-A)) = P(A)+P(B) = ۰/۸$$

$$\xrightarrow{P(B)\ ۰/۶} P(A) = ۰/۲$$

$$P(B-A) = \frac{n(B-A)}{n(S)} = P(B) = ۰/۶$$

$$\Rightarrow n(B-A) = ۰/۶n(S)$$

$$P(B'-A) = \frac{n(B'-A)}{n(S)} = P(B'\cap A') = P((B\cup A)')$$

$$= ۱-P(B\cup A) = ۱-(P(A)+P(B)) = ۰/۲$$

$$\Rightarrow n(B'-A) = ۰/۲n(S)$$

$$\Rightarrow \frac{n(B-A)}{n(B'-A)} = ۳$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(زهره رامشینی)*

چون تعداد پیشامدها زیاد است از متمم آن استفاده می‌کنیم.

پیشامد آنکه حداقل ۳ بار از رنگ آبی استفاده کنیم: A

پیشامد آنکه کمتر از ۳ بار از رنگ آبی استفاده کنیم: A'

$$n(A') = \underbrace{\binom{۹}{۲}}_{\text{۲ بار از آبی اضافه شود}} + \underbrace{\binom{۹}{۱}}_{\text{۱ بار از آبی اضافه شود}} + \underbrace{\binom{۹}{۰}}_{\text{از آبی استفاده نشود}} = ۳۶+۹+۱ = ۴۶$$

$$n(S) = ۲^۹ = ۵۱۲$$

$$n(A) \quad n(S)-n(A') = ۵۱۲-۴۶ = ۴۶۶$$

$$P(A) \quad \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴۶۶}{۵۱۲} = \frac{۲۳۳}{۲۵۶} \simeq ۰/۹۱$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۵۸- **گزینهٔ «۴»** *(زهره رامشینی)*

به مجموعهٔ تمام افراد یا اشیایی که دربارهٔ ویژگی‌هایی روی آن تحقیق صورت می‌گیرد، جامعه یا جمعیت می‌گویند.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(احمد مهرابی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) انواع هواپیما (مسافربری، باربری، جنگنده) و رنگ چشم: کیفی اسمی، سرعت خودرو: کمی پیوسته، مراحل رشد انسان: کیفی ترتیبی

۲) نوع بارندگی (باران، برف): کیفی اسمی، میزان هوش افراد (کم‌هوش، متوسط و باهوش): کیفی ترتیبی، شاخص تودهٔ بدنی: کمی پیوسته، تعداد مدارس ایران: کمی گسسته

۳) قد افراد و میزان دمای محیط: کمی پیوسته، گروه خونی افراد: کیفی اسمی، تعداد فرزندان خانواده: کمی گسسته

۴) انواع وضعیت آب و هوایی (آفتابی، ابری، بارانی، برفی) و رنگ خودرو: کیفی اسمی، وزن ماشین‌ها: کمی پیوسته، مراحل تحصیل: کیفی ترتیبی

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(اسماعیل میرزایی)*

متغیرهای کمی پیوسته: شاخص تودهٔ بدنی افراد کلاس / قطر تنهٔ درختان / سن / وزن / درصد آلودگی هوا

A: پیشامد این که حداقل ۲ متغیر کمی پیوسته انتخاب شوند:

$$n(A) = \binom{۵}{۲}\binom{۶}{۱} + \binom{۵}{۳} = ۱۰\times۶+۱۰ = ۷۰$$

$$n(S) \quad \binom{۱۱}{۳} \quad \frac{۱۱!}{۳!\times۸!} \quad ۱۶۵$$

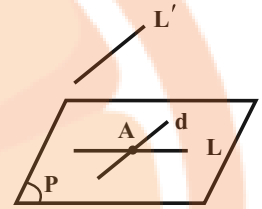
$$\Rightarrow P(A) \quad \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۷۰}{۱۶۵} = \frac{۱۴}{۳۳}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱ و ۱۵۹ تا ۱۷۰)

هندسه ۱

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(مهیر محمدی‌نویسی)*

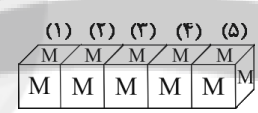
فرض کنید L و L' متنافر باشند. از یک نقطه واقع بر خط L، خط d را موازی با L' رسم می‌کنیم. صفحهٔ شامل دو خط L و d تنها صفحهٔ موازی با خط L' است.



(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۶۲- **گزینهٔ «۱»** *(نوید مجیری)*

اگر مکعب‌ها را به‌صورت سطری کنار هم بچینیم، شکل زیر حاصل می‌شود:



همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود در مکعب‌های (۲)، (۳) و (۴) از سه وجه مکعب، حرف M مشاهده می‌شود و در مکعب‌های (۱) و (۵)، از چهار وجه مکعب، حرف M مشاهده می‌شود پس کل تعداد حرف‌های M مشاهده شده برابر است با:

$$۳\times۳+۲\times۴=۱۷$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۹۱)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(رضا عباسی‌اصل)*

در صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند دیگری را هم قطع می‌کند اما در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند الزاماً دیگری را قطع نمی‌کند. پس گزینهٔ «۱» صحیح نیست.

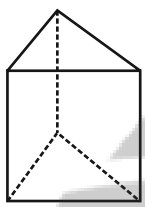
گزینهٔ «۲» درست است زیرا اگر از نقطه‌ای خارج یک صفحه، خطی بر آن صفحه عمود رسم کنیم، هر صفحهٔ شامل این خط، بر صفحهٔ مفروض عمود است.

گزینهٔ «۳» الزاماً درست نیست. اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متنافر باشد.

گزینهٔ «۴» درست نیست زیرا از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(رضا عباسی‌اصل)*

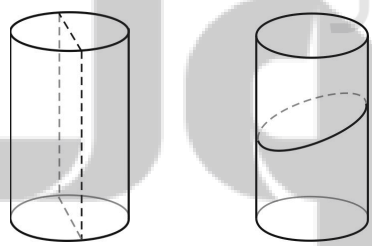


گزینهٔ «۳»، همواره برقرار نیست. سه وجه جانبی منشور قائم مقابل دوبه‌دو متقاطع‌اند ولی نقطهٔ مشترک ندارند. سایر گزینه‌ها همواره صحیح هستند.

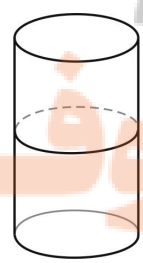
(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(نوید مجیری)*

همانند شکل‌های زیر، اگر صفحهٔ مایل برخورد کند، بیضی، اگر صفحهٔ افقی برخورد کند، دایره و اگر صفحهٔ عمودی برخورد کند، مستطیل حاصل می‌شود.



صفحهٔ مایل ← بیضی صفحهٔ عمودی ← مستطیل



صفحه افقی ← دایره

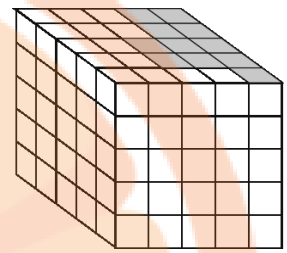
(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحهٔ ۹۲)

سایت کنکور
تلاشی درمسیر موفقیت

۶۶- **گزینهٔ «۱»** (محمد بحیرایی)

برای آن‌که نمای بالای خواسته شده به‌دست آید باید، حداقل تمام مکعب‌های هاشورخورده و مکعب‌های زیر آن برداشته شود. یعنی حداقل

$۵ \times ۱۱ = ۵۵$.



(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۹۱)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** (مهدی نیک‌زاد)

حجم حاصل از دوران شکل صورت سؤال، برابر اختلاف حجم مخروط حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه و حجم نیمکره حاصل از دوران ربع دایره است.

بنابراین داریم:

$$\text{حجم مخروط} \quad \frac{۱}{۳}\pi r^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi \times (۳)^۲ \times ۴ = ۱۲\pi$$

$$\text{حجم نیمکره} \quad \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۲}{۳}\pi (۲)^۳ = \frac{۱۶\pi}{۳}$$

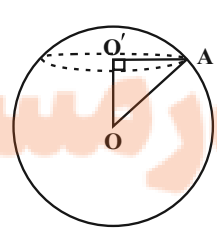
$$\text{حجم شکل حاصل} \quad ۱۲\pi - \frac{۱۶\pi}{۳} = \frac{۲۰\pi}{۳}$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** (سهام مجیری‌پور)

از تقاطع صفحهٔ P و کره، دایره‌ای به مرکز O' و شعاع r حاصل می‌شود:

$$\text{(سطح مقطع)} \quad S = \pi r^۲ \Rightarrow ۶۴\pi = \pi r^۲ \Rightarrow r^۲ = ۶۴$$



اگر شعاع کره را با R نمایش دهیم، داریم:

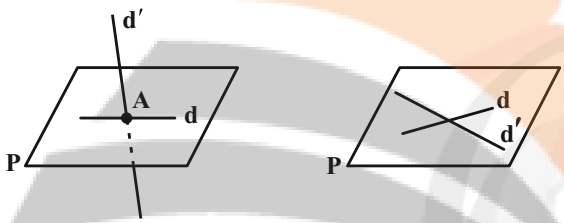
$$\overset{\Delta}{OO'A}: OA^۲ \quad OO'^۲ + O'A^۲ \Rightarrow R^۲ = ۳۶ + ۶۴ = ۱۰۰$$

$$\Rightarrow R = ۱۰$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** (سهام مجیری‌پور)

ساق‌های یک ذوزنقه همواره متقاطع هستند. اگر یکی از دو خط متقاطع d و d' به تمامی در صفحهٔ P قرار داشته باشد، آن‌گاه خط دیگر یا کاملاً درون صفحهٔ P قراردارد و یا با صفحهٔ P متقاطع است ولی نمی‌تواند با صفحهٔ P موازی باشد. (چون یکی از خط‌های صفحهٔ P را قطع کرده است).



(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

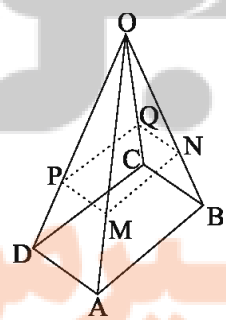
۷۰- **گزینهٔ «۴»** (محمد بحیرایی)

مطابق شکل سطح مقطع مستطیلی است مشابه با مستطیل $ABCD$ که اندازهٔ اضلاع آن را به کمک قضیهٔ تالس به‌دست می‌آوریم، چون ارتفاع هرم توسط سطح مقطع به دو قسمت ۶ و ۴ واحد تقسیم شده است. پس نسبت اضلاع مستطیل $MNQP$ به $ABCD$ برابر $\frac{۶}{۱۰}$ است:

$$\overset{\Delta}{OAB}: \frac{MN}{۶} \quad \frac{۶}{۱۰} \Rightarrow MN = ۳/۶$$

$$\overset{\Delta}{OAD}: \frac{MP}{۴} \quad \frac{۶}{۱۰} \Rightarrow MP = ۲/۴$$

$$\Rightarrow S_{MNQP} = ۳/۶ \times ۲/۴ = ۸/۶۴$$

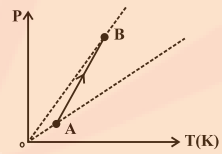


(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

فیزیک ۱

۷۱- **گزینهٔ «۱»** *(محسن پیکان)*

در این فرایند چون امتداد نمودار از مبدأ نمی‌گذرد نمی‌توان آن‌را فرایندی هم‌حجم نامید. اگر فرایندهای هم‌حجم که از نقاط A و B عبور می‌کند را رسم کنیم، مشاهده خواهیم کرد که چون شیب در نقطهٔ A کم‌تر از نقطهٔ B است، حجم آن بیشتر است.



$$(\text{شیب})_A < (\text{شیب})_B \Rightarrow \frac{nR}{V_A} < \frac{nR}{V_B}$$

$$\Rightarrow V_A > V_B$$

در نتیجه از حالت A تا حالت B، حجم گاز کاهش یافته است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(سراسری ریاضی - ۹۴)*

چون جرم گاز ثابت است، بنابراین قانون گازها در مورد این گاز برای دو حالت قبل و بعد از باز کردن شیر رابط، صادق است. دقت کنید حجم گاز در حالت دوم برابر با مجموع حجم دو مخزن است.

در حالت اول: $P_1 = 4atm, V_1 = 2L, T_1 = 273 + 47 = 320K$

در حالت دوم: $V_2 = 2 + 5 = 7L, T_2 = 273 + 7 = 280K$

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{4 \times 2}{320} = \frac{7P_2}{280} \Rightarrow P_2 = 1atm$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم شاهملکی)*

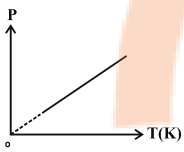
در فرایند هم‌حجم، فشار و دمای مطلق گاز با هم متناسب هستند. بنابراین اگر فشار گاز افزایش یابد، حتماً دما و انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد. (رد گزینهٔ «۱»)

در فرایند هم‌دما، با انبساط گاز مقداری گرما از محیط گرفته می‌شود ولی دما هم‌چنان ثابت است. (رد گزینهٔ «۳»)

در تراکم بی‌دررو، از آن‌جا که گرمایی مبادله نمی‌شود، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد. (رد گزینهٔ «۴»)

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

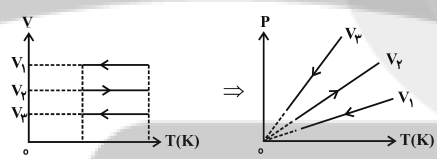
۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(فرشید رسولی)*



به‌طور کلی نمودار $P-T$ گاز کامل در حجم ثابت مطابق شکل مقابل است که شیب آن با حجم گاز نسبت وارون دارد، یعنی:

$$\text{شیب خط} = \frac{nR}{V}$$

با توجه به این‌که $V_1 > V_2 > V_3$ است، باید شیب خط مربوط به حجم V_3 بیش‌ترین و شیب خط مربوط به حجم V_1 کم‌ترین مقدار را داشته باشد. بنابراین نمودار $P-T$ آن به‌صورت زیر رسم می‌شود.



(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۹، ۱۳۱ و ۱۳۲)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

با حرارت دادن به سیلندر، پیستون به آرامی جابه‌جا شده و به سمت بالا حرکت می‌کند تا به انتهای سیلندر برسد. چون فشار داخل برابر با مجموع فشار ناشی از وزن پیستون و فشار هوای بالای پیستون می‌باشد، تا قبل از برخورد پیستون با مانع، گاز یک فرایند هم‌فشار را طی می‌کند که طی آن دما و حجم گاز افزایش می‌یابد. پس از رسیدن پیستون به مانع، حجم گاز داخل سیلندر ثابت می‌ماند و با حرارت دادن، گاز فرایندی هم‌حجم را طی می‌کند که طی آن دما و فشار گاز افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۵)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۵)*

چون طی فرایند **ab**، دمای گاز افزایش می‌یابد، انرژی درونی گاز کامل هم افزایش می‌یابد و گاز روی محیط بیرون کار انجام می‌دهد و از آن گرما می‌گیرد و با بالا رفتن حجم گاز و ثابت ماندن جرم آن، چگالی گاز کاهش می‌یابد. در نهایت چون فرایند به‌صورت یک خط راست گذرا از مبدأ در دستگاه $V-T$ می‌باشد، فرایند **ab** هم‌فشار است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

۷۷- **گزینهٔ «۴»** *(محسن توانا)*

فرایند، تراکمی است و لذا کار انجام شده بر روی گاز مثبت و برابر با مساحت محصور بین خط و محور حجم است و داریم:

$$|W| \quad S=\frac{۵\times۱۰^{۴}+۱۰^{۵}}{۲}\times(۴-۱)\times۱۰^{-۳}=۲۲۵J$$

$$\xrightarrow{W>۰} W=۲۲۵J$$

اکنون با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U=Q+W\Rightarrow U_B-U_A=Q+W$$
$$\Rightarrow ۲۵۰-۵۰۰=Q+۲۲۵\Rightarrow Q=-۴۷۵J$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

۷۸- **گزینهٔ «۲»** *(ناصر خوارزمی)*

نمودار $V-T$ نشان می‌دهد که گاز در فرایند AB، فرایندی هم‌فشار و در فرایند BC، فرایندی هم‌حجم را طی کرده است. بنابراین اگر از رابطهٔ گازهای کامل، حجم آن در حالت C محاسبه شود، همان حجم گاز در حالت B خواهد بود. داریم:

$$\frac{P_CV_C}{T_C}\quad nR\xrightarrow[R=۸J/mol.K\,,\,n=۲mol]{P_C=۱۰atm\,,\,T_C=۵۰۰K}\frac{۱۰\times۱۰^{۵}\times V_C}{۵۰۰}=۲\times۸$$

$$\Rightarrow V_C=۸\times۱۰^{-۳}m^{۳}=۸L$$

در فرایند هم‌فشار AB نیز می‌توان نوشت:

$$\frac{V_B}{T_B}\quad\frac{V_A}{T_A}\xrightarrow[T_A=۵۰K\,,\,V_A=۲L]{V_B=V_C=۸L}\frac{۸}{T_B}=\frac{۲}{۵۰}\Rightarrow T_B=۲۰۰K$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** *(سراسری ریاضی — ۸۰)*

گرمای داده شده به چشمهٔ سرد را Q_L و گرمایی که ماشین از چشمهٔ گرم دریافت می‌کند را Q_H می‌گوییم و Q_H را از رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

$$\eta=۱-\frac{|Q_L|}{Q_H}\xrightarrow[|Q_L|=۱۶۰۰J]{\eta=۲۰\%=۰/۲}\frac{۲}{۱۰}=۱-\frac{۱۶۰۰}{Q_H}$$

$$\Rightarrow Q_H=۲۰۰۰J$$

از طرفی بین سه کمیت W ، Q_L و Q_H قانون اول ترمودینامیک برقرار است:

$$Q_H\quad|Q_L|+|W|\xrightarrow[|Q_L|=۱۶۰۰J]{Q_H=۲۰۰۰J}۲۰۰۰=۱۶۰۰+|W|$$

$$\Rightarrow|W|=۴۰۰J$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۵)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** *(محسن توانا)*

با توجه به علامت Q_L ، W و Q_H ، وسیله‌های **(a)** و **(c)** ماشین گرمایی و وسیلهٔ **(b)** یخچال است. چون در وسیلهٔ **(c)**، $Q_L+Q_H+W\neq۰$ است، قانون اول ترمودینامیک نقض می‌شود. هم‌چنین چون در وسیلهٔ **(a)**، $Q_L=۰$ است، قانون دوم به بیان ماشین گرمایی نقض می‌شود و چون در وسیلهٔ **(b)**، $W=۰$ است، قانون دوم به بیان یخچالی نقض می‌شود.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۵)

سایت کنکور
تلاشی درمسیر موفقیت

شیمی ۱

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(اکبر هنرمند)*

بررسی گزینه ها:

گزینهٔ «۱»: مولکول‌های H_2O خنثی هستند اما به دلیل قطبی بودن، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

گزینهٔ «۲»: گشتاور دوقطبی در مولکول قطبی CO (با جرم مول کمتر از دو مولکول دیگر) بزرگ‌تر از صفر و در مولکول‌های ناقطبی داده شده (CO_2 و CS_2) برابر با صفر است.

گزینهٔ «۳»: نقطهٔ جوش C_2H_5OH و C_2H_6O بالاتر از $0^\circ C$ است.

گزینهٔ «۴»: HF و NH_3 در دمای $25^\circ C$ گازی هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسن عیسی‌زاده)*

با توجه به اینکه در دمای $50^\circ C$، ۸۰ گرم مادهٔ A در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود، بنابراین در دمای $50^\circ C$ می توان ۳۲ گرم از این ماده را در ۴۰ گرم آب حل کرد.

$$\frac{80gA}{100gH_2O} \quad \frac{x}{40gH_2O} \Rightarrow x = 40gH_2O \times \frac{80gA}{100gH_2O} = 32gA$$

جرم محلول سیرشده $40g + 32g = 72g$

به هنگام عبور از صافی، حل‌شونده اضافی جداسازی می‌شود. از طرفی در دمای $20^\circ C$ انحلال‌پذیری این ماده برابر است با:

$$100gH_2O \times \frac{20gA}{80gH_2O} = 25gA$$

$$40gH_2O \times \frac{25gA}{100gH_2O} = 10gA$$

جرم رسوب حاصل $32g - 10g = 22g$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)*

انحلال‌پذیری نمک A در دماهای صفر و ۴۰ درجهٔ سلسیوس به‌ترتیب برابر با ۳۵ و ۷۳/۸ گرم در ۱۰۰ گرم آب است، پس انحلال‌پذیری نمک B در این دو دما به‌ترتیب برابر با ۳۵ و ۳۰ گرم در هر ۱۰۰ گرم آب است؛ بنابراین معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک B به صورت « $-\frac{1}{8}\theta + 35$ » است. با توجه به معادلات انحلال‌پذیری، هر یک از نمک‌های A و B در دمای ۵۰ درجهٔ سلسیوس به‌ترتیب ۸۳/۵ گرم (۰/۲۵۳ مول A) و ۲۸/۷۵ گرم (۰/۲۶۱ مول B) حل می‌شوند؛ بنابراین با صرف نظر از تغییر حجم محلول، نسبت غلظت مولی محلول B به محلول A تقریبا برابر با ۱/۰۳ است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(اکبر هنرمند)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در حالت بخار، مولکول‌های H_2O آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر انتقال می‌یابند.

گزینهٔ «۲»: در ساختار یخ، هر اتم O به دو اتم H با پیوند اشتراکی و به دو اتم H از مولکول‌های دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

گزینهٔ «۳»: در نقطهٔ جوش آب، پیوندهای هیدروژنی شکسته می‌شوند، اما پیوندهای اشتراکی استحکام خود را حفظ می‌کنند.

گزینهٔ «۴»: پیوند هیدروژنی خیلی ضعیف‌تر از پیوند اشتراکی است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحهٔ ۱۰۸)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(اکبر هنرمند)*

بررسی موارد:

مورد اول: اتانول و استون هر دو در آب محلول هستند.

مورد دوم: نقطهٔ جوش اتانول ($78^\circ C$) و استون ($56^\circ C$) کمتر از نقطهٔ جوش آب ($100^\circ C$) است.

مورد سوم: اتانول و استون هر دو قطبی‌اند و گشتاور دوقطبی آن‌ها بزرگ‌تر از صفر است.

مورد چهارم: فرمول مولکولی اتانول، C_2H_5OH و فرمول مولکولی استون، C_3H_6O می‌باشد که شمار اتم‌های کربن آن‌ها متفاوت است.

مورد پنجم: اتانول و استون، با تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب، به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۹)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(نوید آرمات)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: افزودن ید به هگزان منجر به تشکیل محلول (مخلوط همگن) می‌شود. حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر محلول‌ها، یکسان و یکنواخت است. محلول ید در هگزان بنفش رنگ است.

گزینهٔ «۲»: در ساختار یخ اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند.

گزینهٔ «۳»: گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها (نه ترکیب‌های آلی) ناچیز و در حدود صفر است.

گزینهٔ «۴»: در استون اکسیژن با کربن پیوند دوگانه دارد و اکسیژن دو الکترون به اشتراک گذاشته است. کربن متصل به اکسیژن با دو پیوند یگانهٔ دیگر نیزبه دو اتم کربن کناری خود متصل شده است و در کل ۴ الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۹)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** *(ساید شیری)*

بررسی موارد نادرست:

مورد ب: طبق قانون هنری، با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها در آب افزایش می‌یابد.

مورد پ: انحلال‌پذیری گاز CO_2 به دلیل واکنش با آب و تشکیل کربنیک‌اسید و از طرفی جرم مولی بیشتر، از انحلال‌پذیری NO در هر دمایی بیشتر است. (دقت شود CO_2 برخلاف NO مولکولی ناقطبی است.)

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۸، ۱۱۱ و ۱۱۵)

۸۸- **گزینهٔ «۱»** *(امید رضوانی)*

براساس قانون هنری، در دمای ثابت، انحلال‌پذیری گازها در آب با فشار آن‌ها رابطه‌ای مستقیم و خطی دارد. پس می‌توانیم از تناسب استفاده کنیم:

$$\text{انحلال‌پذیری در فشار } (S_1)\,2\,atm \quad 100\,g H_2O \times \frac{0/035\,g O_2}{500\,g H_2O} = 0/007\,g O_2$$

در این دما و فشار، در $100\,g$ آب، $0/007\,g$ گاز اکسیژن حل شده است.

$$\frac{S_2}{S_1} \quad \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{S_2}{0/007\,g O_2} = \frac{5\,atm}{2\,atm} \Rightarrow S_2 = 1/75 \times 10^{-2}\,g O_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

اختلاف انحلال‌پذیری گاز N_2 در دو فشار ۱ و ۵ اتمسفر برابر است با:

$$S_2 - S_1 = 7/5 \times 10^{-3}(5-1) = 3 \times 10^{-2}\,g$$

انحلال‌پذیری به ازای ۱۰۰ گرم آب تعریف می‌شود، پس به ازای یک کیلوگرم آب، مقدار گاز N_2 آزاد شده برابر $0/3$ گرم است.

$$?\,m\,mol\,N_2 \quad 0/3\,g N_2 \times \frac{1\,mol\,N_2}{28\,g\,N_2} \times \frac{10^3\,m\,mol N_2}{1\,mol N_2} \simeq 10/7\,m\,mol\,N_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۹۰- **گزینهٔ «۱»** *(امید رضوانی)*

بررسی عبارت‌های «پ» و «ت»:

مورد «پ» نادرست است. زیرا با گذشت زمان، آب از غشاء نیمه‌تراوا، از بالای غشاء به سمت پایین غشاء رفته ولی نمک‌ها اجازهٔ عبور از غشاء را ندارند؛ بنابراین غلظت محلول خروجی از بخش A افزایش می‌یابد.

نکته: از فرآیند اسمز معکوس (وارون) برای شیرین‌سازی آب دریا استفاده می‌شود.

مورد «ت» درست است: در استفاده از فرآیند اسمز معکوس برای تصفیهٔ آب، میکروب‌ها به همراه آب شیرین از غشاء عبور می‌کنند ولی بقیهٔ آلاینده‌ها نمی‌توانند از غشاء عبور کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

حسابان ۲

۹۱- **گزینهٔ «۴»** *(حمید علیزاده)*

$$f(x)\ \underbrace{x^3-3x^2+3x-1}_{(x-1)^3}+2=(x-1)^3+2\Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-2}+1$$

اگر تابع $f^{-1}(x)$ را ۳ واحد به چپ و سپس ۳ واحد به پائین منتقل کنیم، منطبق بر تابع $g(x)$ خواهد شد.

$$f^{-1}(x)=1+\sqrt[3]{x-2}\xrightarrow[\text{به‌چپ}]{\text{سه‌واحد}}y=1+\sqrt[3]{(x+3)-2}$$

$$1+\sqrt[3]{x+1}\xrightarrow[\text{به‌پائین}]{\text{سه‌واحد}}y=(1+\sqrt[3]{x+1})-3$$

$$\Rightarrow g(x)=-2+\sqrt[3]{x+1}$$

(حسابان ۲ - تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(عرفان صادقی)*

$$D_g:-1\le 1-2x\le 4\Rightarrow -\frac{3}{2}\le x\le 1$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=-\frac{3}{2}\Rightarrow a+b=-\frac{1}{2}\\ b\quad 1\end{cases}$$

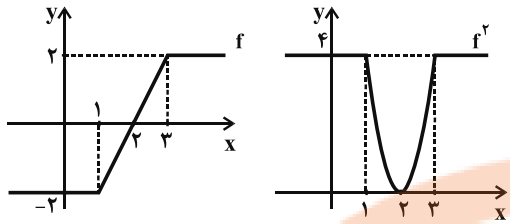
(حسابان ۲ - تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(جهانبخش نیکنام)*

$$f(x)\quad\begin{cases}-2 & ;\ x<1\\ 2(x-2) & ;\ 1\le x\le 3\\ 2 & ;\ x>3\end{cases}$$

$$\Rightarrow f^2(x)=\begin{cases}4 & ;\ x<1\\ 4(x-2)^2 & ;\ 1\le x\le 3\\ 4 & ;\ x>3\end{cases}$$

و نمودارهای f و f^2 به صورت زیر است:



و با توجه به نمودارهای بالا، فقط در بازهٔ $[2,4]$ یکنوائی f و f^2 یکسان و صعودی می‌باشد.

(حسابان ۲ - تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمد پیمانی)*

می‌دانیم اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد، می‌توان از نامعادلهٔ $f(u)>f(v)$ نتیجه گرفت که $u>v$ است.

$$f(a-2)>f(a^2-2a)\Rightarrow a-2>a^2-2a$$

$$\Rightarrow a^2-3a+2=(a-1)(a-2)<0\Rightarrow 1<a<2$$

(حسابان ۲ - تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

با توجه به متناوب‌بودن تابع $f(x)$ و دورهٔ تناوب ۳ برای محاسبهٔ $f(67/5)$، هر ضریبی از عدد ۳ را می‌توانیم از ۶۷/۵ کم کنیم تا به عددی در بازهٔ $[1,4)$ برسیم. پس ۲۲ تا ۳ از این عدد کم می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l}f(67/5)\quad f(67/5-22\times 3)\\ f(67/5-66)=f(1/5)\\ f(x)\quad x^2+1,\ x\in[1,4)\end{array}\right\}\Rightarrow f(1/5)=(1/5)^2+1=(\frac{3}{2})^2+1$$

$$\frac{9}{4}+1=\frac{13}{4}$$

(حسابان ۲ – مثلثات، صفحهٔ ۲۴)

۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(رضا توکلی)*

$$y\quad a+\cos(\frac{\pi}{2}-b\pi x)=a+\sin(b\pi x)$$

$$f(0)\quad -1\Rightarrow a=-1$$

در عبور از $x=0$ به سمت راست تابع نزولی است، پس $b<0$ است:

$$T \quad 7/5-(-2/5)=10=\frac{2\pi}{|b\pi|}\Rightarrow |b|=\frac{1}{5}\xrightarrow{b<0} b=-\frac{1}{5}$$

$$ab=\frac{1}{5}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** (محمدجواد محسنی)

M دومین نقطه با طول مثبت است که در آن مقدار تانژانت برابر $\sqrt{3}$ می‌شود.

$$\tan x \quad \sqrt{3}\Rightarrow x=\{\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3},\dots\}$$

$$x_M \quad \frac{4\pi}{3}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۹۸- **گزینهٔ «۳»** (رضا توکلی)

$$\cos 2x \quad t\Rightarrow \cos 4x=2t^2-1$$

$$\cos 4x+\cos 2x=0\Rightarrow 2t^2+t-1=0\Rightarrow t=-1 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x \quad -1\Rightarrow 2x=2k\pi+\pi\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{2}=k\pi+\frac{3\pi}{6}$$

$$\cos 2x \quad \frac{1}{2}\Rightarrow \cos 2x=\cos\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 2x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}\Rightarrow \begin{cases} x=k\pi+\frac{\pi}{6} \\ x=k\pi-\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{5\pi}{6}\end{cases}\Rightarrow i\in\{1,3,5,7,9,\dots\}$$

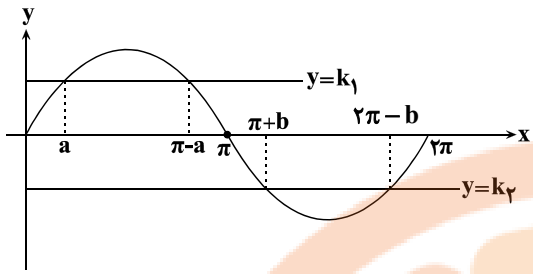
با توجه به مجموعهٔ بالا، تمام اعداد صحیح فرد را می‌توان به جای i قرار داد:

$$i \quad 2q+1$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** (رضا توکلی)

مطابق نمودار $\sin x$ y داریم:



مجموعه جواب‌های معادلهٔ $k_1>0$ $\sin x$ در $[0,2\pi]$، π می‌باشد.

مجموعه جواب‌های معادلهٔ $k_2<0$ $\sin x$ در $[0,2\pi]$، 3π می‌باشد.

$$(3\sin^2 x-1)(3\sin^2 x-2)\dots(3\sin^2 x-100)=0$$

$$\Rightarrow \sin x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow \begin{cases} \sin x=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow & \text{مجموع جواب‌ها } \pi \text{ است.} \\ \sin x=-\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow & \text{مجموع جواب‌ها } 3\pi \text{ است.}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}\Rightarrow \begin{cases} \sin x=\sqrt{\frac{2}{3}}\Rightarrow & \text{مجموع جواب‌ها } \pi \text{ است.} \\ \sin x=-\sqrt{\frac{2}{3}}\Rightarrow & \text{مجموع جواب‌ها } 3\pi \text{ است.}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x=\pm 1\Rightarrow \begin{cases} \sin x=1\Rightarrow x=\frac{\pi}{2} \\ \sin x=-1\Rightarrow x=\frac{3\pi}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x=\pm\sqrt{\frac{4}{3}}$$ قابل قبول نمی‌باشد.

$$\vdots$$

پس مجموع جواب‌ها $4\pi+4\pi+2\pi=10\pi$ است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** (حمید مام‌قادری)

$$\sin^4 x+\cos^4 x=(\sin^2 x+\cos^2 x)^2-2\sin^2 x\cos^2 x$$

$$1-2(\sin x\cos x)^2=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x$$

$$\sin^4 x+\cos^4 x=\frac{3}{4}\Rightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x=\frac{3}{4}\Rightarrow \sin^2 2x=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 2x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{8}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

هندسه ۳

۱۰۱- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$AB=\begin{bmatrix}2a & 1\\ b & c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2a-2 & 4a+1\\ b-2c & 2b+c\end{bmatrix}$$

در یک ماتریس اسکالر، درایه‌های خارج قطر اصلی همگی صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی برابر یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases}4a+1=0\Rightarrow a=-\frac{1}{4}\\ b-2c=0\Rightarrow c=\frac{b}{2}\\ 2a-2=2b+c\Rightarrow -\frac{1}{2}-2=2b+\frac{b}{2}\Rightarrow \frac{5b}{2}=-\frac{5}{2}\Rightarrow b=-1\end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۲- گزینهٔ «۴» *(امیر وفائی)*

دو ماتریس A و B تعویض‌پذیر هستند، بنابراین داریم:

$$AB=BA\Rightarrow\begin{bmatrix}1 & x\\ 3 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2 & 1\\ y & -1\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}-2 & 1\\ y & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & x\\ 3 & 2\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}-2+xy & 1-x\\ -6+2y & 1\end{bmatrix}\ \begin{bmatrix}1 & -2x+2\\ y-3 & xy-2\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}1-x=-2x+2\Rightarrow x=1\\ -6+2y=y-3\Rightarrow y=3\end{cases}\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{1}{3}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۳- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$2A-B=\begin{bmatrix}2a+4 & 1\\ 1 & 2a\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2 & a+1\\ -a & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2a+2 & -a\\ a+1 & 2a-1\end{bmatrix}$$

$$|2A-B|=0\Rightarrow(2a+2)(2a-1)-(-a)(a+1)=0$$

$$\Rightarrow 4a^2-2a+4a-2+a^2+a=0\Rightarrow 5a^2+3a-2=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a & -1\\ a & \frac{2}{5}\end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۴- گزینهٔ «۱» *(محمد فندران)*

$$A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 5 & 4\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=8-5=3$$

$$A^{-1}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}4 & -1\\ -5 & 2\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}1 & -3\\ -1 & 5\end{bmatrix}\Rightarrow|B|=5-3=2$$

$$B^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}5 & 3\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$3A^{-1}-2B^{-1}=\begin{bmatrix}4 & -1\\ -5 & 2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5 & 3\\ 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & -4\\ -6 & 1\end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس $3A^{-1}-2B^{-1}$، برابر (-10) است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۵- گزینهٔ «۲» *(امیر وفائی)*

دستگاه معادلات $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ در صورتی بی‌شمار جواب دارد که $\frac{a}{a'}$ $\frac{b}{b'}$ $\frac{c}{c'}$ باشد.

داریم:

$$\frac{a}{a'}\ \frac{b}{b'}\Rightarrow\frac{m-3}{4}=\frac{3}{m+1}\Rightarrow(m-3)(m+1)=12$$

$$\Rightarrow m^2-2m-3=12\Rightarrow m^2-2m-15=0\Rightarrow(m-5)(m+3)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m & 5\\ m & -3\end{cases}$$

حال برای دو مقدار به دست آمده، شرط $\frac{b}{b'}$ $\frac{c}{c'}$ را بررسی می‌کنیم:

$m=5\Rightarrow\frac{3}{6}\neq\frac{5}{2}$ دستگاه جواب ندارد

m $-3\Rightarrow\frac{3}{-2}=\frac{-3}{2}$ دستگاه بی‌شمار جواب دارد

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۲۶)

۱۰۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمد فندان)*

اگر $B=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}$، $C=\begin{bmatrix}-۲ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$ و $D=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$ باشد، آنگاه داریم:

$$BAC\quad D\Rightarrow B^{-۱}(BAC)C^{-۱}\quad B^{-۱}DC^{-۱}\Rightarrow A=B^{-۱}DC^{-۱}$$

$$B=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow B^{-۱}=\frac{۱}{-۱}\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ -۳ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}-۲ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow C^{-۱}=\frac{۱}{۱}\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۱ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۱ & -۲\end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}-۱ & ۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۱ & -۲\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-۱ & ۱\\ ۴ & -۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۱ & -۲\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}-۲ & -۵\\ ۵ & ۱۴\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$|A|\quad\begin{vmatrix}|A| & ۲\\ ۶ & ۴\end{vmatrix}\Rightarrow|A|=۴|A|-۱۲\Rightarrow۳|A|=۱۲\Rightarrow|A|=۴$$

$$\Rightarrow|A^{-۱}|=\frac{۱}{|A|}=\frac{۱}{۴}$$

ماتریس $A^{-۱}$ ماتریسی ۲×۲ است، بنابراین داریم:

$$\left||A|A^{-۱}\right|\quad\left|۴A^{-۱}\right|\quad ۴^{۲}\times\left|A^{-۱}\right|=۱۶\times\frac{۱}{۴}=۴$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمد صحت‌کار)*

$$A=\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ ۷ & ۴\end{bmatrix}\Rightarrow B=\begin{bmatrix}۵+k & ۳+k\\ ۷+k & ۴+k\end{bmatrix}$$

$$|A|\quad ۲۰-۲۱=-۱\Rightarrow|B|=-|A|=۱$$

$$\Rightarrow(۵+k)(۴+k)-(۳+k)(۷+k)=۱$$

$$\Rightarrow(۲۰+۹k+k^{۲})-(۲۱+۱۰k+k^{۲})=۱$$

$$\Rightarrow-k-۱=۱\Rightarrow k=-۲$$

$$\Rightarrow|kA|=|-۲A|=(-۲)^{۲}|A|=(۴)(-۱)=-۴$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۰۹- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

سطر اول دترمینان در ۲ و ستون دوم آن در $\frac{۱}{۲}$ ضرب شده است، پس دترمینان تغییری نمی‌کند.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۸ صفحهٔ ۳۱)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$|A|\quad ۳|A|\times۲|A|-۱\times۵\Rightarrow۶|A|^{۲}-|A|-۵=۰$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است}}\begin{cases}|A|=۱\\ |A|=-\frac{۵}{۶}\end{cases}$$

دترمینان ماتریس A و وارون آن برابر نیستند، بنابراین داریم:

$$|A|\neq|A^{-۱}|\Rightarrow|A|\neq\frac{۱}{|A|}\Rightarrow|A|^{۲}\neq۱\Rightarrow|A|\neq\pm۱$$

بنابراین تنها مقدار $|A|=-\frac{۵}{۶}$ قابل قبول است و در نتیجه داریم:

$$۵|A|+۶=۵(-\frac{۵}{۶})+۶=-\frac{۲۵}{۶}+۶=\frac{۱۱}{۶}$$ مجموع درایه‌های ماتریس A

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۳۰)

سایت کنکور
تلاشی در مسیر موفقیت

ریاضیات گسسته

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(حمیدرضا امیری)*

$$x^۳+y^۳\geq x^۲y+xy^۲\Leftrightarrow (x^۳-x^۲y)+(y^۳-xy^۲)\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow x^۲(x-y)-y^۲(x-y)\geq ۰\Leftrightarrow (x-y)(x^۲-y^۲)\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (x-y)(x-y)(x+y)\geq ۰\Leftrightarrow (x-y)^۲(x+y)\geq ۰$$

چون x و y هر دو نامنفی هستند، پس رابطهٔ اخیر بدیهی است و اثبات به طریق بازگشتی کامل می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد صحت‌کار)*

ابتدا فاصلهٔ پنجم اردیبهشت تا اول اسفند را محاسبه می‌کنیم:

$$\underset{\text{اسفند}}{۱}+\underset{\text{مهر تا بهمن}}{۵\times ۳۰}+\underset{\text{خرداد تا شهریور}}{۴\times ۳۱}+\underset{\text{اردیبهشت}}{۲۶}=۳۰۱$$

$$۳۰۱\quad ۴۳\times ۷\overset{۷}{\equiv}۰$$

پس اول اسفند نیز شنبه است و در نتیجه اولین سه‌شنبهٔ اسفند ماه، ۴ اسفند خواهد بود:

۲۵ اسفند ← ۱۸ اسفند ← ۱۱ اسفند ← ۴ اسفند

بنابراین آخرین سه‌شنبهٔ ماه اسفند (آخرین سه‌شنبهٔ سال) روز ۲۵ این ماه است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحهٔ ۲۴)

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(حمیدرضا امیری)*

می‌دانیم اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و $a|b$، آنگاه (a,b) و $[a,b]$ b است، بنابراین داریم:

$$۲m^۳\,|\,۶m^۷\Rightarrow [۲m^۳,۶m^۷]=۶m^۷$$

$$۴m^۵\,|\,۱۲m^۹\Rightarrow [۴m^۵,۱۲m^۹]=۱۲m^۹$$

$$۶m^۷\,|\,۱۲m^۹\Rightarrow (۶m^۷,۱۲m^۹)=۶m^۷$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌خطیبی)*

طبق قضیهٔ تقسیم داریم:

$$\left.\begin{array}{ll} a & ۷k+۵\xrightarrow{\times ۹}۹a=۶۳k+۴۵\\ a & ۹k'+۴\xrightarrow{\times ۷}۷a=۶۳k'+۲۸\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}}۲a=۶۳(k-k')+۱۷$$

طرف راست تساوی به دست آمده باید عددی زوج باشد، پس $k-k'$ لزوماً عددی فرد است و در نتیجه داریم:

$$۲a\quad ۶۳(۲q+۱)+۱۷\Rightarrow ۲a=۶۳\times ۲q+۸۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲}a=۶۳q+۴۰$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$۳^۳\overset{۲۹}{\equiv}۲۷\overset{۲۹}{\equiv}-۲\xrightarrow{\text{به توان }۵}۳^{۱۵}\overset{۲۹}{\equiv}(-۲)^۵\overset{۲۹}{\equiv}-۳۲\overset{۲۹}{\equiv}-۳$$

$$\xrightarrow{\text{به توان }۳}۳^{۴۵}\overset{۲۹}{\equiv}(-۳)^۳\overset{۲۹}{\equiv}-۲۷\overset{۲۹}{\equiv}۲$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود درویشی)*

$$۷a+۲\overset{۱۰}{\equiv}۴a-۶\Rightarrow ۳a\overset{۱۰}{\equiv}-۸\overset{۱۰}{\equiv}-۱۸\xrightarrow[(۳,۱۰)\,۱]{\div ۳}a\overset{۱۰}{\equiv}-۶\overset{۱۰}{\equiv}۴$$

$$\Rightarrow 2a \overset{10}{\equiv} 8 \Rightarrow 2a \overset{10}{-} 1 \equiv 7$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه تمرین ۱۰ صفحهٔ ۲۹)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

$$A \quad \overline{abcabc} \quad \overline{abc} \times 1000 + \overline{abc}$$

$$\overline{abc}(1000+1) = 1001\overline{abc}$$

$$\Rightarrow A \overset{1001}{\equiv} 0 \Rightarrow A \overset{7}{\equiv} 0, A \overset{11}{\equiv} 0, A \overset{13}{\equiv} 0$$

گزینهٔ «۱»: $A \overset{[7,13]}{\equiv} 0 \Rightarrow A \overset{91}{\equiv} 0$

گزینهٔ «۳»: $A \overset{[11,13]}{\equiv} 0 \Rightarrow A \overset{143}{\equiv} 0$

گزینهٔ «۴»: $A \overset{[7,11]}{\equiv} 0 \Rightarrow A \overset{77}{\equiv} 0$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

$$23x \overset{52}{\equiv} 22 \Rightarrow 23x \overset{52}{\equiv} 22 + 4 \times 52 \overset{52}{\equiv} 230$$

$$\xrightarrow[(23,52)\ 1]{\div 23} x \overset{52}{\equiv} 10 \Rightarrow x = 52k + 10$$

$$x \le 999 \Rightarrow 52k + 10 \le 999 \Rightarrow k \le 19$$

$$\Rightarrow a_{max} = 52 \times 19 + 10 = 998$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود درویشی)*

اگر تعداد بسته‌های ۳ و ۵ کیلویی را به ترتیب با x و y نمایش دهیم،

آنگاه داریم:

$$3x + 5y = 92 \Rightarrow 5y \overset{3}{\equiv} 92 \Rightarrow -y \overset{3}{\equiv} -1$$

$$\Rightarrow y \overset{3}{\equiv} 1 \Rightarrow y = 3k + 1 (k \in \mathbb{Z})$$

$$3x + 5(3k+1) = 92 \Rightarrow 3x = -15k + 87 \Rightarrow x = -5k + 29$$

$$\begin{cases} x \ge 0 \Rightarrow -5k + 29 \ge 0 \Rightarrow k \le \frac{29}{5} \\ y \ge 0 \Rightarrow 3k + 1 \ge 0 \Rightarrow k \ge -\frac{1}{3} \end{cases}$$

از آنجا که k عددی صحیح است، تنها مقادیر k $0,1,2,3,4,5$ قابل قبول هستند، یعنی به ۶ طریق می‌توان این بسته‌بندی را انجام داد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$a \overset{30}{\equiv} 18 \xrightarrow{6|30} a \overset{6}{\equiv} 18 \overset{6}{\equiv} 0 \Rightarrow 6 | a \qquad (1)$$

$$b \overset{42}{\equiv} 12 \xrightarrow{6|42} b \overset{6}{\equiv} 12 \overset{6}{\equiv} 0 \Rightarrow 6 | b \qquad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow 6 | (a,b)$$

معادلهٔ سیالهٔ $ax + by = c$ در صورتی دارای جواب است که $(a,b) | c$.

بنابراین با توجه به رابطهٔ به دست آمده $6 | c$ که در بین گزینه‌ها تنها عدد ۲۴ مضرب ۶ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

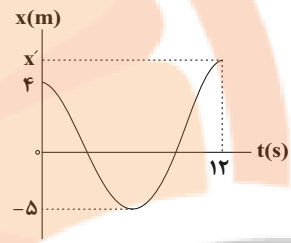
سایت کنکور
تلاشی در مسیر موفقیت

فیزیک ۳

۱۲۱- گزینهٔ «۳» (بیتا خورشید)

با استفاده از تعریف تندی متوسط، داریم:

$$s_{av} \xrightarrow[\Delta t=12s,\, s_{av}=2\frac{m}{s}]{\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{\ell\ |-5-4|+|x'-(-5)|}{12}} 2=\frac{14+x'}{12} \Rightarrow x'=10m$$



با استفاده از تعریف سرعت متوسط، داریم:

$$v_{av} \xrightarrow[\Delta x=(x'-4)m]{\frac{\Delta x}{\Delta t}\ \Delta t=12s,\, x'=10m} v_{av}=\frac{10-4}{12}=\frac{1}{2}\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |v_{av}|=\frac{1}{2}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۲- گزینهٔ «۱» (عباس اصغری)

تندی در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر با اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در آن لحظه است. بنابراین چون اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، در حال کاهش است، تندی متحرک در این بازهٔ زمانی در حال کاهش است. از آنجایی‌که در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 متحرک یک بار از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین بردار مکان یک بار تغییر جهت داده است.

تذکر: اگر در حین حرکت، متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۳- گزینهٔ «۲» (امیرحسین برادران)

با توجه به رابطهٔ حرکت یکنواخت، داریم:

$$\xrightarrow{v_2>v_1} t_1-t_2=5s \xrightarrow{t=\frac{\Delta x}{v}} \frac{\Delta x_1}{v_1}-\frac{\Delta x_2}{v_2}=5$$

$$\xrightarrow{\Delta x_1=\Delta x_2=100m} \frac{100}{v_1}-\frac{100}{v_2}=5 \Rightarrow 5=100\left(\frac{1}{v_1}-\frac{1}{v_2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{20}=\frac{v_2-v_1}{v_1v_2} \xrightarrow[v_2\ (v_1+1)\frac{m}{s}]{v_2-v_1=1\frac{m}{s}} 20=v_1(v_1+1)$$

$$\Rightarrow v_1^2+v_1-20=0 \Rightarrow (v_1+5)(v_1-4)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1=-5\frac{m}{s} \text{ غ ق ق} \\ v_1=4\frac{m}{s} \text{ ق ق} \end{cases} \xrightarrow{v_2\ (v_1+1)\frac{m}{s}} v_2=5\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۴- گزینهٔ «۳» (محمد اکبری)

در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 که سرعت متوسط متحرک برابر صفر می‌شود، جابه‌جایی متحرک برابر صفر است. با توجه به این‌که در حرکت شتاب ثابت نمودار مکان – زمان به‌صورت سهمی است، بنابراین لحظه‌ای که جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند، برابر است با:

$$t\ \frac{t_1+t_2}{2}$$

در این صورت در بازهٔ زمانی صفر ثانیه تا $\frac{t_1+t_2}{2}$ ثانیه، نوع حرکت متحرک کندشونده و پس از آن نوع حرکت متحرک تندشونده است.

$$\frac{t_1+t_2}{2}\quad \frac{4+9}{2}=6/5s$$

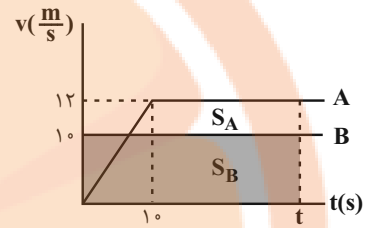
در بازهٔ زمانی $3s$ تا $6s$ (سه ثانیهٔ دوم) نوع حرکت متحرک پیوسته کندشونده است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

سایت کنکور
تلاشی در مسیر موفقیت

۱۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، وقتی به هم می‌رسند که جابه‌جایی یکسان دارند. در نمودار سرعت ـ زمان، مساحت زیر نمودار برابر با جابه‌جایی است. پس داریم:



$$S_A \quad S_B \Rightarrow \frac{[(t-۱۰)+t]\times ۱۲}{۲} \quad ۱۰t \Rightarrow ۱۲t-۶۰=۱۰t$$

$$\Rightarrow ۲t=۶۰ \Rightarrow t=۳۰s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۲۱)

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(سعید نصیری)*

ابتدا مسافتی را که سنگ پس از رها شدن تا لحظهٔ برخورد به سر شخص طی کرده است، حساب می‌کنیم:

$$\Delta y = ۱/۸ - ۴۶/۸ = -۴۵m$$

حال می‌توان مدت زمان سقوط سنگ را حساب کرد:

$$\Delta y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow -۴۵ = -\frac{۱}{۲}\times ۱۰ \times t^۲ \Rightarrow t^۲ = ۹ \Rightarrow t = ۳s$$

حال باید دید مرد در این مدت چند متر را طی کرده است، چون حرکت مرد با سرعت ثابت انجام شده، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v_{\text{مرد}} \Delta t = ۵ \times ۳ = ۱۵m$$

پس فاصلهٔ افقی مرد تا محل رها شدن سنگ، ۱۵m است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵ و ۲۱ تا ۲۴)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(شاهرمان ویسی)*

اگر جسمی از حالت سکون شروع به حرکت کند، چون در ابتدای حرکت، حتماً حرکت آن شتاب‌دار است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن صفر نخواهد بود.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

برای تعادل باید $\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲$ قرینهٔ برایند نیروهای $\vec{F}_۳$، $\vec{F}_۴$ و $\vec{F}_۵$ باشد.

$$\vec{R} \quad \vec{F}_۳ + \vec{F}_۴ + \vec{F}_۵ = -۱۳\vec{j} + ۸\vec{j} - ۲\vec{i} = -۲\vec{i} - ۵\vec{j}$$

بنابراین:

$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = -\vec{R} = ۲\vec{i} + ۵\vec{j}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا محبی)*

نسبت وزن جسم در سطح دو کره برابر با نسبت اندازهٔ شتاب گرانشی آن‌هاست:

$$W \quad mg \Rightarrow \frac{W_{\text{ماه}}}{W_{\text{مریخ}}} = \frac{g_{\text{ماه}}}{g_{\text{مریخ}}} \Rightarrow \frac{W_{\text{ماه}}}{W_{\text{مریخ}}} = \frac{۱/۶}{۳/۷} = \frac{۱۶}{۳۷} \simeq ۰/۴۳$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۱۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا محبی)*

ابتدا اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ را در حالت اول که جسم ساکن است، محاسبه می‌کنیم:

$$F_۱ \quad k\Delta\ell = ۱۰۰ \times (۰/۱۵ - ۰/۱) = ۵N$$

بیشینهٔ اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,max} \quad \mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s = ۰/۵]{F_N = mg = ۲۰N} f_{s,max} = ۰/۵ \times (۲۰) = ۱۰N$$

هرگاه نیروی F با نیروی $f_{s,max}$ برابر شود، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد:

$$F_۲ \quad f_{s,max} \quad ۱۰N$$

درصد تغییرات اندازهٔ نیروی F برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{F_۲ - F_۱}{F_۱} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰ - ۵}{۵} \times ۱۰۰ = ۱۰۰٪$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

شیمی ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(جعفر رحیمی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: $CH_3\ (CH_2)_{16}-COONa$

گزینهٔ «۲»: قدرت پاک‌کنندگی صابون‌های جامد و مایع در آب سخت کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۴»: پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی با ذره‌ها برهم‌کنش فیزیکی برقرار می‌کنند، اما واکنش نمی‌دهند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶، ۹، ۱۱ و ۱۲)

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شیخ‌الاسلامی پول)*

وقتی درصد یونش محلول اسید HA، ۱۰۰ درصد باشد در آن‌صورت داریم:

$$\alpha=1\Rightarrow[H^+]=M.\alpha=0/1\times1=0/1mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow pH=-\log 0/1=+1$$

وقتی درصد یونش محلول اسید HA، صفر درصد باشد، آن‌گاه به این معناست که اسید اصلاً یونیده نمی‌شود و یون H^+ را افزایش نمی‌دهد و محلول خنثی می‌ماند و داریم:

$$\alpha=0\Rightarrow pH=7$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰، ۲۴ تا ۲۶)

۱۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

$$pH\ \ 1/04\Rightarrow[H^+]=10^{-pH}=10^{-1/04}$$

$$10^{-2}\times10^{0/48}\times10^{0/48}=9\times10^{-2}mol.L^{-1}$$

$$[OH^-]=\frac{10^{-14}}{[H^+]}=\frac{1\times10^{-14}}{9\times10^{-2}}\simeq1/11\times10^{-13}mol.L^{-1}$$

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times10^6$$

$$=\frac{0/4L\times1/11\times10^{-13}mol.L^{-1}\times17g.mol^{-1}}{400mL\times1/2g.mL^{-1}}\times10^6$$

$$\Rightarrow ppm=\frac{4/44\times10^{-14}\times17}{4/8\times10^{2}}\times10^6$$

$$15/725\times10^{-10}\simeq1/57\times10^{-9}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود طبرسا)*

با توجه به آنکه اسید قوی است داریم:

$$pH\ \ 2\Rightarrow[H^+]=10^{-2}mol.L^{-1}\Rightarrow M=0/01mol.L^{-1}$$

$$CaCO_3+2HBr\longrightarrow CaBr_2+H_2O+CO_2$$

بنابراین داریم:

$$0/03LHBr\times\frac{0/01molHBr}{1LHBr}\times\frac{1molCO_2}{2molHBr}$$

$$\times\frac{44gCO_2}{1molCO_2}\times\frac{1LCO_2}{0/8gCO_2}\times\frac{1000mLCO_2}{1LCO_2}=8/25mLCO_2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین معروفی)*

$$Fe(s)+2HCl(aq)\longrightarrow FeCl_2(aq)+H_2(g)$$

$$pH\ \ 0/7\Rightarrow[H^+]=10^{-0/7}=10^{-1}\times10^{0/3}$$

$$2\times10^{-1}=0/2\Rightarrow[H^+]=[HCl]=0/2mol.L^{-1}$$

$$?mol\,H^+\ \text{مصرف شده}\quad 1/12L\,H_2\times\frac{1mol\,H_2}{22/4L}$$

مصرف شده $\times\frac{۲\text{mol HCl}}{۱\text{mol H}_۲}\times\frac{۱\text{mol H}^+}{۱\text{mol HCl}}=۰/۱\text{mol H}^+$

اولیه $\text{H}^+=۱\text{L}$ محلول $\times\frac{۰/۲\text{mol}}{۱\text{L محلول}}=۰/۲\text{mol}$

باقی‌مانده $\text{H}^+=۰/۲-۰/۱=۰/۱\text{mol}$

باقی‌مانده $[\text{H}^+]$ $\frac{۰/۱\text{mol}}{۱\text{L}}$ $۰/۱\text{mol.L}^{-۱}\Rightarrow$ باقی‌مانده $\text{pH}=۱$

تغییر pH $۱-۰/۷=۰/۳$

$?\text{gFe}$ $۱/۱۲\text{L H}_۲\times\frac{۱\text{mol H}_۲}{۲۲/۴\text{L H}_۲}$

مصرف شده $\times\frac{۱\text{mol Fe}}{۱\text{mol H}_۲}\times\frac{۵۶\text{g Fe}}{۱\text{mol Fe}}=۲/۸\text{gFe}$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرعلی برفورداریون)*

اکسید ۷ اتمی نیتروژن همان، $\text{N}_۲\text{O}_۵$ است. واکنش $\text{N}_۲\text{O}_۵$ با آب به‌صورت زیر است:

$$\text{N}_۲\text{O}_۵(g)+\text{H}_۲\text{O}(l)\rightarrow ۲\text{HNO}_۳(aq)$$

نیتریک اسید جزو اسیدهای قوی است. در اسیدهای قوی، فرایند یونش را یک طرفه در نظر می‌گیریم.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درصد یونش ٪۲ برای یک اسید به این معنا است که از انحلال هر ۱۰۰ مولکول اسید، ۲ مولکول اسید یونیده می‌شوند و هر مولکول اسید تک پروتون‌دار که یونیده می‌شود، دو یون تولید می‌کند. پس در مجموع ۴ یون پدید می‌آید.

گزینهٔ «۲»: غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۱ مولار HCl از محلول ۰/۱ مولار $\text{CH}_۳\text{COOH}$ بیش‌تر است. در دمای معین، حاصل‌ضرب غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید ثابت است. به این ترتیب، غلظت یون هیدروکسید در محلول ۰/۱ مولار استیک اسید بیش‌تر است.

گزینهٔ «۳»: توجه شود درجهٔ یونش علاوه بر دما به غلظت مولی اولیه اسید هم بستگی دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ و ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(سید رحیم هاشمی دهکردی)*

H^+ مول اولیه $=۳\times۰/۰۳=۰/۰۹\text{mol}$

H^+ مول مصرف‌شده $۲/۳۲\text{g Mg(OH)}_۲\times\frac{۱\text{mol Mg(OH)}_۲}{۵۸\text{g Mg(OH)}_۲}\times\frac{۲\text{mol H}^+}{۱\text{mol Mg(OH)}_۲}$ $۰/۰۸\text{mol H}^+$

H^+ مول باقیمانده $۰/۰۹-۰/۰۸=۰/۰۱\text{mol}$

$[\text{H}^+]$ $\frac{\text{n}}{\text{V}}$ $\frac{۰/۰۱}{۳}$ $\frac{۱}{۳۰۰}\text{mol.L}^{-۱}$

pH $-\log[\text{H}^+]=-\log\frac{۱}{۳۰۰}=\log ۳۰۰$

$\log ۳\times۱۰^۲=۰/۵+۲=۲/۵$

pH قبل از مصرف دارو $-\log ۰/۰۳=-\log ۳\times۱۰^{-۲}=-۰/۵+۲=۱/۵$

تغییر pH $۲/۵-۱/۵=۱$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ و ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد شیخ‌الاسلامی غیاوی)*

ابتدا، مول اولیه اسید را حساب می‌کنیم:

M $\frac{\text{n}}{\text{V}}\Rightarrow ۰/۱=\frac{\text{n}}{۱}\Rightarrow \text{n}=۰/۱\text{molHCl}$

با توجه به گرمای آزاد شده طی واکنش، مقدار HCl مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,molHCl \quad ۱/۱۲kJ \times \frac{۱molHCl}{۵۶kJ} = ۰/۰۲molHCl$$

پس طی واکنش مقدار مول HCl از ۰/۱ به ۰/۰۸ مول می‌رسد. زیرا ۰/۰۲ مول از آن مصرف شده است.

HCl یک اسید قوی است. پس برای محلول ۰/۱ مولار آن pH را حساب می‌کنیم:

$$[HCl] \quad ۱۰^{-۱}mol.L^{-۱} \rightarrow pH = -\log ۰/۱ = ۱ \quad [H^+]$$

چون از تغییر حجم صرف نظر شده پس غلظت HCl را در حالت دوم یعنی پس از واکنش حساب کرده و pH جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$M \quad \frac{n}{V} \Rightarrow M = \frac{۰/۰۸mol}{۱L} = ۰/۰۸mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow pH = -\log ۰/۰۸ = ۱/۱$$

تغییر pH برابر است با: $\Delta pH = ۱/۱ - ۱ = ۰/۱$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ و ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمد آخوندی)*

هر چه بخش هیدروکربنی در صابون بلندتر باشد با چربی نیروی وان‌دروالسی قوی‌تری برقرار می‌کند و می‌تواند چربی را بهتر در آب پخش کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(ایمان دریابک)*

با توجه به نمودار در pH ۵/۱۵ می‌توانیم غلظت H^+ و سپس غلظت OH^- را بیابیم:

$$pH \quad ۵/۱۵ \rightarrow -\log[H^+] = ۵/۱۵ \rightarrow \log[H^+] = -۵/۱۵$$

$$\rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۵/۱۵}mol.L^{-۱}$$

حال می‌توانیم غلظت OH^- را به کمک رابطهٔ زیر بیابیم:

$$[H^+][OH^-] \quad ۱۰^{-۱۴} \rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۵/۱۵}} = ۱۰^{-۸/۸۵} = ۱۰^{-۸} \times ۱۰^{-۰/۸۵}$$

$$\frac{۱۰^{-۸}}{۱۰^{۰/۸۵}}$$

چون $\log ۷ \quad ۰/۸۵$ پس $۱۰^{۰/۸۵} = ۷$

$$\Rightarrow [OH^-] = \frac{۱}{۷} \times ۱۰^{-۸} \simeq ۰/۱۴۲ \times ۱۰^{-۸} = ۱/۴۲ \times ۱۰^{-۹}mol.L^{-۱}$$

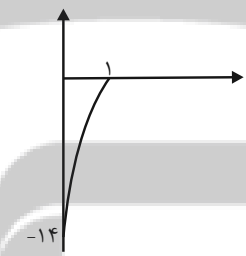
بنابراین یا گزینهٔ «۱» درست است یا گزینهٔ «۲»:

اما طبق آنچه از ریاضی و مبحث لگاریتم آموختیم خواهیم داشت:

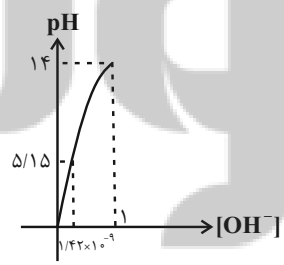
$$pH \quad -\log[H^+] = -\log\frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-]} = -(\log ۱۰^{-۱۴} - \log[OH^-])$$

$$-(-۱۴ - \log[OH^-]) = ۱۴ + \log[OH^-]$$

می‌دانیم نمودار $\log[OH^-]$ به صورت زیر است (با اطلاعات ریاضی):



حال این نمودار ۱۴ واحد به بالا انتقال می‌یابد.



پس گزینهٔ ۲ جواب صحیح این سؤال است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net
ToranjBook_Net
ToranjBook_Net