




- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱

جمعه ۱۴۰۱/۰۴/۱۷



# آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۳۰ دقیقه	تعداد سوال: ۱۰۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۶۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	حسابان ۱	۱
	۳۵	۲۱	۱۵	هندسه ۲	
	۵۰	۳۶	۱۵	آمار و احتمال	
۳۵ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	فیزیک ۲	۲
۳۰ دقیقه	۱۰۰	۷۶	۲۵	شیمی ۲	۳



## ریاضیات

۴ ۶ فاصله  $a$  از  $b$  برابر  $|a-b|$  است.

$$2|x - (-4)| > 3 \Rightarrow |x + 4| > \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x + 4 > \frac{3}{2} \Rightarrow x > -\frac{5}{2} \\ \text{یا} \\ x + 4 < -\frac{3}{2} \Rightarrow x < -\frac{11}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{11}{2}) \cup (-\frac{5}{2}, +\infty)$$

۱ ۷

$$M = \frac{B+A}{2} = (2, 3)$$

$$CM \text{ شیب خط} = \frac{5-3}{0-2} = -1$$

$$CM \text{ معادله: } y - 5 = -(x - 0) \xrightarrow{y=0} x = 5$$

۱ ۸

$$-\frac{1}{6} < x < \frac{3}{4} \xrightarrow{+\frac{1}{6}} 0 < x + \frac{1}{6} < \frac{11}{12} \Rightarrow [x + \frac{1}{6}] = 0$$

$$-\frac{1}{6} < x < \frac{3}{4} \xrightarrow{-\frac{3}{4}} -\frac{11}{12} < x - \frac{3}{4} < 0 \Rightarrow [x - \frac{3}{4}] = -1$$

مجموع مقادیر به دست آمده  $-1$  است.

۱ ۹

$$f - g = \{(4, -1), (5, -4), (2, 2-a)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ 4b=-4 \\ 2-a=c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-1 \\ c=-2 \end{cases} \Rightarrow abc=8$$

۴ ۱۰ برای محاسبه  $f(2)$  کافی است  $\frac{x-1}{x}$  را برابر ۲ قرار دهیم:

$$\frac{x-1}{x} = 2 \Rightarrow x-1=2x \Rightarrow x=-1 \Rightarrow f(2) = \frac{-1}{-2+1} = 1$$

برای محاسبه  $f^{-1}(\frac{1}{3})$  کافی است  $\frac{x}{2x+1}$  را برابر  $\frac{1}{3}$  قرار دهیم:

$$\frac{x}{2x+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x = 2x+1 \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{3} \Rightarrow f^{-1}(\frac{1}{3}) = 1$$

$$f(2) + f^{-1}(\frac{1}{3}) = 1 + 0 = 1 \quad \text{پس:}$$

۱ ۱۱ روش اول:

$$3^x + 3^{2x} < 9 + 3^{x+2} \Rightarrow 3^x(1+3^x) < 3^2(1+3^x) \xrightarrow{\div (1+3^x)} 3^x < 3^2$$

$$3^x < 3^2 \Rightarrow x < 2 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1$$

۳ ۱ دنباله داده شده، دنباله‌های حسابی با جمله اول ۲ و

قدرنسبت ۴ است.

$$S_n > 300 \Rightarrow \frac{n}{2}[2 \times 2 + 4(n-1)] > 300$$

$$\Rightarrow 2n^2 > 300 \Rightarrow n^2 > 150 \Rightarrow n \geq 13$$

۳ ۲

$$\left. \begin{aligned} S_n &= \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \\ S_f &= \frac{a_1(r^f - 1)}{r - 1} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{S_n}{S_f} = r^f + 1 = \frac{187}{176} \Rightarrow r^f = \frac{1}{16} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{a_1}{a_3} = \frac{1}{r^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

۳ ۲ با توجه به اینکه در معادله  $x^2 + 3x - 2 = 0$  حاصل ضرب دوریشه برابر  $-\frac{c}{a} = -2$  است، لذا دو ریشه مختلف‌العلامت هستند. با فرض  $\alpha > 0$ و  $\beta < 0$  داریم:

$$||\alpha| - |\beta|| = |\alpha + \beta| = |-\frac{b}{a}| = |-\frac{3}{1}| = |-3| = 3$$

۴ ۴ طرفین معادله را به توان دو می‌رسانیم:

$$(\sqrt{1-x} + \sqrt{x+8})^2 = (3)^2 \Rightarrow 1-x+x+8+2\sqrt{1-x}\sqrt{x+8} = 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{1-x}\sqrt{x+8} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ قابل قبول} \\ x=-8 \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها برابر  $-7$  است.

۳ ۵

$$\frac{L}{W} = \frac{W}{L} + \frac{L}{L} \xrightarrow{\frac{L}{W}=t} t = \frac{1}{t} + 1 \xrightarrow{\times t} t^2 = 1+t$$

$$\Rightarrow t^2 - t - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ ق ق} \\ t = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

نسبت طول به عرض باید مثبت باشد. بنابراین  $t = \frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$  غیرقابل قبول

است.

$$\frac{L}{W} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad L = 2\sqrt{5} + 2 \rightarrow \frac{2\sqrt{5} + 2}{W} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2(\sqrt{5} + 1)}{W} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow W = 4$$

$$\text{محیط } P = 2(W+L) = 2(2\sqrt{5} + 2 + 4) = 4\sqrt{5} + 12$$



روش دوم:

۱۸ ۲ چون  $x \rightarrow (\frac{1}{3})^+ \rightarrow x$  بنابراین  $x \rightarrow 3^- \rightarrow \frac{1}{x}$

از طرفی  $x \rightarrow (-1)^+ \rightarrow x$  آن‌گاه  $x \rightarrow 1^-$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{3})^+} f(\frac{1}{x}) + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x^2) = \lim_{t \rightarrow 3^-} f(t) + \lim_{m \rightarrow 1^-} f(m)$$

$$= 1 + 2 = 3$$

۱۹ ۴ این حد ۰ است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\sqrt{2} \sin x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4})(\sqrt{2} \sin x + 1)}{(\sqrt{2} \sin x - 1)(\sqrt{2} \sin x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x)(\sqrt{2} \sin x + 1)}{2 \sin^2 x - 1} \times \frac{\cos x + \sin x}{\cos x + \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos^2 x - \sin^2 x)(\sqrt{2} \sin x + 1)}{-(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos x + \sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{2} \sin x + 1)}{-(\cos x + \sin x)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1)}{-(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times 2}{-\sqrt{2}} = -1$$

روش دوم: قاعدة هوییتال:

$$\text{HOP: } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\sin(x + \frac{\pi}{4})}{\sqrt{2} \cos x} = \frac{-1}{1} = -1$$

۲۰ ۱ شرط پیوستگی در  $x = 0$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = b - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x] - 2a) = -1 - 2a$$

$$\begin{cases} b - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{2} \\ -1 - 2a = \frac{1}{2} \Rightarrow -2a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4a + 2b = 4(-\frac{3}{4}) + 2(\frac{3}{2}) = -3 + 3 = 0$$

$$3^x + (3^x)^2 - 9 - 3^2 \times 3^x < 0 \xrightarrow{3^x = t} t + t^2 - 9 - 9t < 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 8t - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 9 \end{cases} \Rightarrow -1 < t < 9$$

$$-1 < 3^x < 9 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1$$

۱۲ ۴

$$\log_p x(x+1) = 3 \Rightarrow x^2 + x = 8$$

$$\log_p 3(x^2 + x + 1) = \log_p 3 + \log_p (x^2 + x + 1)$$

$$= 1 + \log_p (8 + 1) = 1 + \log_p 9 = 1 + 2 = 3$$

۱۳ ۴

$$\frac{1}{\log_9 12} + \frac{1}{\log_{16} 12} = \log_{12} 9 + \log_{12} 16 = \log_{12} 144 = 2$$

$$3^{\log_{\sqrt{3}} \Delta} = \Delta^{\log_{\sqrt{3}} 3} = \Delta^2 = 25$$

$$\Rightarrow A = 2 \times 25 = 50$$

۱۴ ۳

$$A = \sqrt{3} \cot(3\pi + \frac{\pi}{3}) + \sqrt{2} \cos(2\pi - \frac{\pi}{4})$$

$$A = \sqrt{3} \cot \frac{\pi}{3} + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + 1 = 2$$

۱۵ ۲

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{4}{\Delta} = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \Rightarrow 2 + 2 \tan^2 \alpha = \Delta \tan \alpha$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 \alpha - \Delta \tan \alpha + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = 2 \\ \tan \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$$

مجموع مقادیر  $\tan \alpha$  برابر است با:

$$2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{12}{13} \xrightarrow{\text{حاده } \alpha} \cos \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\cos \beta = \frac{-3}{5} \xrightarrow{\text{منفرجه } \beta} \sin \beta = \frac{4}{5}$$

$$\sin(\pi - (\alpha + \beta)) = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$= \frac{12}{13} \times \frac{-3}{5} + \frac{5}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{-16}{65}$$

۱۷ ۴

$$y = |\sin x|^2 - |\sin x| = (|\sin x| - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$$

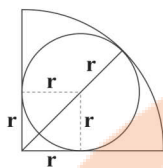
$$0 \leq |\sin x| \leq 1 \xrightarrow{-\frac{1}{2}} -\frac{1}{2} \leq |\sin x| - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 0 \leq (|\sin x| - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{1}{4} \xrightarrow{-\frac{1}{4}} -\frac{1}{4} \leq (|\sin x| - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \leq 0$$

$$\Rightarrow \max(y) = 0$$



۲۴ ۲ اگر شعاع دایره را  $r$  فرض کنیم، آن‌گاه:



$$r + r\sqrt{2} = 8$$

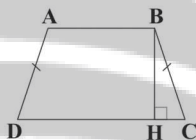
$$r(1 + \sqrt{2}) = 8 \Rightarrow r = \frac{8}{\sqrt{2} + 1}$$

$$S = \pi r^2 = \pi(64)(3 - 2\sqrt{2}) = 64\pi(3 - 2\sqrt{2})$$

۲۵ ۱ می‌دانیم که  $S = (p-a)r_a$ ، در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{aligned} 2p = 12 \Rightarrow p = 6 \\ a = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} p-a = 2 \\ r_a = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = 2 \times 4 = 8$$

۲۶ ۴ چون دوزنقه محیطی است، داریم:



$$AD + BC = AB + DC$$

$$\frac{DC}{AB} = 3 \Rightarrow DC = 3AB, AD + BC = 4$$

$$\Rightarrow 4 = AB + 3AB \Rightarrow 4AB = 4 \Rightarrow AB = 1, DC = 3$$

$$BH = \sqrt{AB \times DC} = \sqrt{3}$$

$$S = \frac{AB + DC}{2} \times BH = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

۲۷ ۴ اگر در مثلث ABC با اضلاع a, b و c، ارتفاع‌های نظیر

اضلاع  $h_a, h_b, h_c$  و شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی،  $r_a, r_b, r_c$

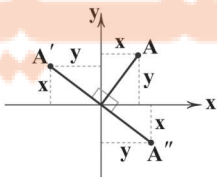
$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

باشند، آن‌گاه:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 3 + 4 + 5 = 12$$

۲۸ ۲ نکته: دوران نقطه‌ای مانند  $A(x, y)$  با زاویه‌ی  $90^\circ$  حول

مبدأ به صورت زیر است:



$$T_1(x, y) = (-y, x) = A'$$

$$T_2(x, y) = (y, -x) = A''$$

۲۱ ۲ با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \hat{M} = \frac{\widehat{DCE} - \widehat{DE}}{2} = 6^\circ \\ \hat{N} = \frac{\widehat{BEC} - \widehat{BC}}{2} = 8^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{DB} + \widehat{BC} + \widehat{CE} - \widehat{DE} = 12^\circ \\ \widehat{DB} + \widehat{DE} + \widehat{CE} - \widehat{BC} = 16^\circ \end{cases}$$

طرفین دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم، داریم:

$$\Rightarrow 2(\widehat{DB} + \widehat{CE}) = 28^\circ \Rightarrow \widehat{DB} + \widehat{CE} = 14^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CFE} = \frac{\widehat{DB} + \widehat{CE}}{2} = \frac{14^\circ}{2} = 7^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 18^\circ - \widehat{CFE} = 18^\circ - 7^\circ = 11^\circ$$

۲۲ ۲ چون  $\hat{O} = 6^\circ$  و  $OA = OB = r$  است، پس  $\triangle OAB$

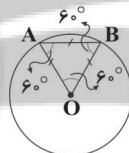
مستساوی‌الاضلاع است و در نتیجه:

$$AB = r = 4$$

برای محاسبه طول کمان، از فرمول  $l = r\theta$  کمک می‌گیریم که  $\theta$  زاویه‌ی کمان برحسب رادیان،  $r$  شعاع و  $l$  طول کمان است.

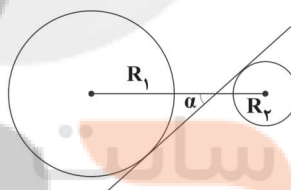
$$\hat{O} = 6^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$l = 4 \times \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow l - AB = \frac{4\pi}{3} - 4 = 4\left(\frac{\pi}{3} - 1\right)$$



۲۳ ۲

روش اول:

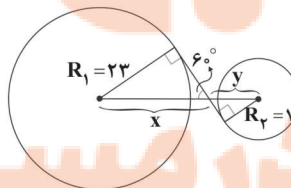


توجه: اگر  $\alpha$  زاویه‌ی بین مماس مشترک داخلی و خط‌المركزین باشد، داریم:

$$\sin \alpha = \frac{R_1 + R_2}{d}$$

$$\sin 6^\circ = \frac{23 + 7}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{30}{d} \Rightarrow d = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}$$

روش دوم:

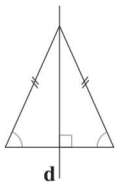


$$\sin 6^\circ = \frac{R_1}{x} = \frac{R_2}{y} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{23}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{46}{\sqrt{3}} \\ y = \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{14}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

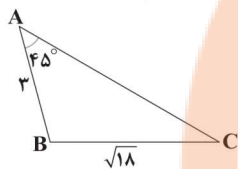
$$\Rightarrow d = x + y = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}$$



۳۳ ۳ مثلث متساوی الساقین فقط دارای یک تقارن بازتابی تحت عمود منصف ضلع متمایز است.



۳۴ ۴ از قضیه‌ی سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:



$$\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sqrt{18}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{\sin C}$$

$$\Rightarrow \sin C = \frac{3 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{18}} = \frac{3\sqrt{36}}{2 \times 18} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$$

۳۵ ۳ اگر نیمساز زاویه‌ی B را رسم کنیم و نقطه‌ی برخورد آن با ضلع AC را D بنامیم، از قضیه‌ی نیمسازها داریم:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{2}b}{2b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AD+DC}{DC} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{DC} = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow DC = \frac{2b}{2+\sqrt{2}} = (2-\sqrt{2})b$$

$$\Rightarrow AD = b - (2-\sqrt{2})b = (\sqrt{2}-1)b$$

$$BD^2 = AB \times BC - AD \times DC$$

$$= \sqrt{2}b \times 2b - (\sqrt{2}-1)b \times (2-\sqrt{2})b$$

$$= 2\sqrt{2}b^2 - (2\sqrt{2}-2-\sqrt{2})b^2 = (4-\sqrt{2})b^2$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{4-\sqrt{2}}b$$

۳۶ ۱ می‌دانیم که:  $\sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$

بنابراین گزینه‌ی (۱) صحیح است.

۳۷ ۴ نکته: گزاره مرکب  $p \Rightarrow q$  (تالی  $\Rightarrow$  مقدم) به صورت‌های

زیر خوانده می‌شود:

۱- اگر مقدم آن‌گاه تالی

۲- مقدم شرط کافی برای تالی است.

۳- تالی شرط لازم برای مقدم است.

بنابراین  $p \Rightarrow q$  را می‌توان به صورت‌های زیر خواند:

(۱) اگر q آن‌گاه p

(۲) شرط کافی برای p است.

(۳) شرط لازم برای q است.

حال تبدیل‌های مسئله را به ترتیب روی نقطه‌ی A انجام می‌دهیم تا به نقطه‌ی C برسیم:

$$A = (3, 4) \xrightarrow{T_1} T_1(3, 4) = (-4, 3) \xrightarrow[\vec{B}=(2, 2)]{\text{انتقال تحت بردار}}$$

$$(-4+2, 3+2) = (-2, 5) \xrightarrow{T_2} T_2(-2, 5) = (5, 2) = C$$

$$C \text{ و } A \text{ فاصله‌ی } |AC| = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

۲۹ ۲ نقطه‌ی  $(-1, 1)$  روی خط  $y = 4x + 5$  است، در نتیجه

تصویر آن تحت T باید روی خط  $y = 4x + 3$  باشد، زیرا خط  $y = 4x + 3$  تصویر خط  $y = 4x + 5$  تحت T است.

بررسی گزینه‌ها:

۱)  $(1, 8) \Rightarrow 8 = 4 \times 1 + 3 \Rightarrow 8 \neq 7 \times$

۲)  $(0/5, 5) \Rightarrow 5 = 4 \times 0/5 + 3 \Rightarrow 5 = 5 \checkmark$

۳)  $(-2, -3) \Rightarrow -3 = 4 \times (-2) + 3 \Rightarrow -3 \neq -5 \times$

۴)  $(2, 13) \Rightarrow 13 = 4 \times 2 + 3 \Rightarrow 13 \neq 11 \times$

۳۰ ۴ می‌دانیم که اگر یک نقطه را نسبت به دو خط موازی  $d$  و  $d'$ ،

به طور متوالی بازتاب کنیم این نقطه به اندازه‌ی  $2m$  انتقال می‌یابد که m فاصله‌ی ۲ خط می‌باشد (بردار انتقال، عمود بر راستای دو خط و به سمت خط دوم است).



در نتیجه، بازتاب متوالی نسبت به خطوط  $d_1$  و  $d_2$ ، یک انتقال به اندازه‌ی  $2 \times (6/21 - 5/21) = 2$  واحد و بازتاب متوالی نسبت به  $d_3$  و  $d_4$  یک انتقال به اندازه‌ی  $2(12/121 - 10/121) = 4$  واحد است.



$\Leftarrow$  فاصله‌ی  $OO'$  برابر با ۶ واحد است.

۳۱ ۳ اگر زاویه دوران  $2k\pi$  یا  $k\pi$  باشد، شیب خط حفظ می‌شود

که حالت  $2k\pi$  زیرمجموعه حالت  $k\pi$  است، پس کامل‌ترین پاسخ  $k\pi$  است.

۳۲ ۳ نقطه برخورد  $AA'$  و  $BB'$  یا امتداد آن‌ها مرکز تجانس است.

$$AA': y-1 = \frac{2-1}{-1-3}(x-3) \Rightarrow y-1 = \frac{-1}{4}(x-3)$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$$

$$BB': y-2 = \frac{2-1}{0-2}(x-0) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$

حال دو خط را با هم قطع می‌دهیم:

$$-\frac{1}{4}x + \frac{7}{4} = -\frac{1}{2}x + 2 \xrightarrow{\times 4} -x + 7 = -2x + 8 \Rightarrow x = 1, y = \frac{3}{4}$$

پس مرکز تجانس  $(1, \frac{3}{4})$  است.



۱ ۴۳

۲ ۳۸

$$P(a)+P(b)=1 \Rightarrow P(a)+\frac{1}{3}P(a)=1 \Rightarrow \begin{cases} P(a)=\frac{3}{4} \\ P(b)=\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(a')=\frac{1}{4} \\ P(b')=\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow 3P(a')+\frac{P(b')}{2}=3 \times \frac{1}{4}+\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

۳ ۴۴

۲ ۳۹

$$P(B')=\frac{2}{3} \Rightarrow P(B)=\frac{1}{3}$$

$$P(A' \cap B')=1-P(A \cup B) \Rightarrow \frac{1}{3}=1-P(A \cup B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B)=\frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P((A-B)|A)=\frac{P((A-B) \cap A)}{P(A)}=\frac{P(A-B)}{P(A)}$$

$$=\frac{P(A)-P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

۱ ۴۵

۲ ۴۰

**نکته:** اگر  $A, B$  و  $C$  سه پیشامد مستقل باشند، آن‌گاه احتمال رخ دادن حداقل یکی از سه پیشامد  $A, B$  و  $C$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P(A \cup B \cup C)=1-P(A') \times P(B') \times P(C')$$

قبولی رضا، وحید و جواد سه پیشامد مستقل می‌باشند، بنابراین:

A: پیشامد قبولی رضا

B: پیشامد قبولی وحید

C: پیشامد قبولی جواد

$$P(A \cup B \cup C)=1-P(A') \times P(B') \times P(C')$$

$$=1-0/2 \times 0/3 \times 0/4=1-\frac{24}{1000}=\frac{122}{125}$$

۳ ۴۶

طبق تعریف متغیر، این گزینه صحیح است.

۱ ۴۷

$$\text{میانگین داده‌های اولیه} = \frac{a+a+a+a+a+1}{5} = \frac{5a+1}{5} \Rightarrow a = \frac{2}{5}$$

$$\text{میانگین داده‌های جدید} = \frac{a+a+1+a+2+a+3}{4} = \frac{4a+6}{4} = \frac{1}{9}$$

$$p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \equiv p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow (\sim q \vee r))$$

$$\equiv p \Rightarrow (p \vee \sim q \vee r) \equiv \sim p \vee (p \vee \sim q \vee r) \equiv (\sim p \vee p) \vee \sim q \vee r$$

$$\equiv T \vee \sim q \vee r \equiv T$$

$$\text{حالت اول: } \begin{cases} x=1 \\ y=x+1 \Rightarrow y=2 \end{cases} \Rightarrow x+y=3$$

$$\text{حالت دوم: } \begin{cases} y=1 \\ x=y-2 \Rightarrow x=-1 \end{cases} \Rightarrow x+y=0$$

$$\Rightarrow \max(x+y)=3$$

$$A-B = \{\{\}, \{1, 2\}\}$$

$$B-A = \{1, 2\}$$

$$\Rightarrow (A-B) \cup (B-A) = \{1, 2, \{\}, \{1, 2\}\}$$

می‌دانیم که تعداد زیرمجموعه‌های  $k$  عضوی یک مجموعه  $n$  عضوی ( $k \leq n$ ) ازرابطه  $\binom{n}{k}$  به دست می‌آید. بنابراین زیرمجموعه‌های ۳ عضوی مجموعه۴ عضوی مجموعه  $(A-B) \cup (B-A)$  برابر  $\binom{4}{3}=4$  است.

۳ ۴۱

A: پیشامد آن‌که عدد بر ۵ بخش پذیر باشد.

B: پیشامد آن‌که عدد بر ۶ بخش پذیر باشد.

A ∩ B: پیشامد آن‌که عدد بر ۵ و ۶ (یعنی ۳۰) بخش پذیر باشد.

$$P((A \cup B) - (A \cap B)) = P(A \cup B) - P((A \cup B) \cap (A \cap B))$$

$$= P(A \cup B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \left( \left[ \frac{300}{5} \right] - \left[ \frac{100}{5} \right] \right) + \left( \left[ \frac{300}{6} \right] - \left[ \frac{100}{6} \right] \right) - 2 \left( \left[ \frac{300}{30} \right] - \left[ \frac{100}{30} \right] \right)$$

$$= \frac{200}{200}$$

$$= \frac{60-20+50-16-2(10-3)}{200} = \frac{60}{200} = 0/3$$

**نکته:** تعداد اعداد بخش پذیر بر  $k$  در بازه  $[m, n]$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

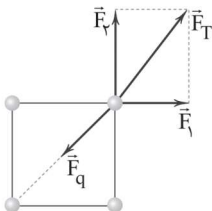
$$k \text{ تعداد اعداد بخش پذیر بر } k = \left[ \frac{n}{k} \right] - \left[ \frac{m-1}{k} \right]$$

۴ ۴۲

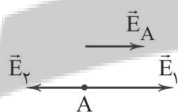
به دلیل آن‌که در صورت مسئله تأکید شده است که مهره‌ها

یکسان می‌باشند، بنابراین فقط رنگ مهره‌های بیرون آمده اهمیت دارد.

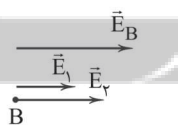
$$S = \{(قرمز, آبی), (قرمز, قرمز), (آبی, آبی)\} \Rightarrow n(S) = 3$$

نیروهای وارد بر بار  $3\mu\text{C}$  از طرف بارهای  $4\mu\text{C}$  و  $5\mu\text{C}$  به شکل زیر است:

همان طور که در شکل بالا مشخص است، به دلیل این که  $4\mu\text{C} > 5\mu\text{C}$  است، برآیند این دو نیرو هم‌راستای قطر مربع نیست، اما نیروی وارد از طرف بار  $q$  به بار  $3\mu\text{C}$  بر روی قطر مربع منطبق است. در نتیجه  $q$  هر مقداری داشته باشد، این دو نیرو نمی‌توانند هم را خنثی کنند.

با فرض این که  $q$  مثبت است، برآیند میدان‌های الکتریکی را در هریک از نقاط  $A$  و  $B$  محاسبه می‌کنیم:نقطه  $A$ : چون دو بار، مثبت هستند و نقطه  $A$  میان آن دو واقع شده است،پس  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در خلاف جهت هم هستند و از آن جا که فاصله بارهای  $q_1$ و  $q_2$  تا نقطه  $A$  برابر است و مقدار  $q_1$  بیشتر است، پس اندازه  $\vec{E}_1$  بزرگ‌تر ازاندازه  $\vec{E}_2$  می‌باشد.

$$\begin{cases} E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} = \frac{3kq}{r^2} \\ E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} = \frac{kq}{r^2} \end{cases} \Rightarrow E_A = \frac{3kq}{r^2} - \frac{kq}{r^2} = \frac{2kq}{r^2}$$

نقطه  $B$ : چون نقطه  $B$  خارج از دو بار است و دو بار همنام هستند، پس  $\vec{E}_1$ و  $\vec{E}_2$  هم‌راستا و هم‌جهت هستند:

$$\begin{cases} E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} = \frac{3kq}{(3r)^2} = \frac{kq}{3r^2} \\ E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} = \frac{kq}{r^2} \end{cases} \Rightarrow E_B = \frac{kq}{3r^2} + \frac{kq}{r^2} = \frac{kq + 3kq}{3r^2} = \frac{4kq}{3r^2}$$

در نتیجه:

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{\frac{4kq}{3r^2}}{\frac{2kq}{r^2}} = \frac{4kqr^2}{6kqr^2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$3, \frac{x-8}{Q_1}, 7, \frac{x-4}{Q_2}, 12, \frac{x}{Q_3}, 14$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = 3 \Rightarrow \frac{x}{x-8} = 3 \Rightarrow 3x - 24 = x \Rightarrow x = 12$$

$$Q_2 = x - 4 = 12 - 4 = 8$$

نکته: اگر جامعه  $A$  با حجم  $n$  دارای واریانس  $\sigma_A^2$  وجامعه  $B$  با حجم  $m$  دارای واریانس  $\sigma_B^2$  باشد و میانگین دو جامعه برابر باشند، آن‌گاه واریانس ترکیب دو جامعه  $A$  و  $B$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{n \times \sigma_A^2 + m \times \sigma_B^2}{n + m}$$

$$\begin{cases} \sigma_A^2 = 30 \\ \sigma_B^2 = 20 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{20 \times 30 + 30 \times 20}{20 + 30} = \frac{1200}{50} = 24 \\ n = 20 \\ m = 30 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

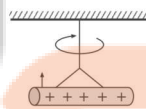
$$\text{درصد کارمندان مرد} = \frac{300 - 90}{300} = \frac{210}{300} = 0.7$$

$$\Rightarrow 70\% \text{ درصد کارمندان مرد}$$

$$\Rightarrow 14 = \frac{70}{100} \times 20$$

## فیزیک

وقتی میله شیشه‌ای را با پارچه ابریشمی مالش می‌دهیم، میله شیشه‌ای، بار مثبت پیدا می‌کند. از جهت چرخش نخ مشخص است که با نزدیک شدن میله (۲) به میله شیشه‌ای، نیروی رانشی بین میله‌ها ایجاد شده است، پس بار میله (۲) می‌تواند مثبت باشد.



طبق قانون کولن، اندازه نیروی الکتریکی که دو ذره باردار به

یک‌دیگر وارد می‌کنند از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$$

بنابراین اندازه این نیروی الکتریکی به حاصل ضرب مقدار بارها بستگی دارد، بنابراین اندازه نیرویی که دو ذره هم وارد می‌کنند، یکسان است ( $F_A = F_B$ ). بنابراین  $q_A$  و  $q_B$  می‌توانند هر نسبتی داشته باشند و مقدار آن‌ها تأثیری در شتاب ندارد.

برای مقایسه شتاب دو جسم از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم:

$$F_A = F_B \Rightarrow m_A a_A = m_B a_B \xrightarrow{a_A > a_B} m_B > m_A$$





۵۸ ۳ ابتدا باید مقاومت ویژه رسانا در دمای  $100^\circ\text{C}$  را به دست

بیاوریم. به یاد داریم که  $\Delta T = \Delta\theta$  است، پس:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha \Delta\theta] \Rightarrow \rho = 2 \times 10^{-8} [1 + 5 \times 10^{-4} \times (100 - 20)]$$

$$\Rightarrow \rho = 2 \times 10^{-8} [1 + 0.04] = 2 \times 10^{-8} \times 1.04$$

$$\Rightarrow \rho = 2.08 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

از رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow A = \rho \frac{L}{R} \Rightarrow A = 2.08 \times 10^{-8} \times \frac{1}{4/16 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow A = 8 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 8 \text{ mm}^2$$

۵۹ ۲  $\epsilon$  برای هر دو حالت یکسان است و مقادیر  $R_1$  و  $R_2$  را

داریم، پس:

$$I = \frac{\epsilon}{R+r} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{\epsilon}{R_1+r}}{\frac{\epsilon}{R_2+r}} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2+r}{R_1+r}$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{6+2}{8+2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

۶۰ ۳ زمانی که کلید K باز است:

$V_1 = \epsilon$  وقتی کلید K بسته می‌شود:

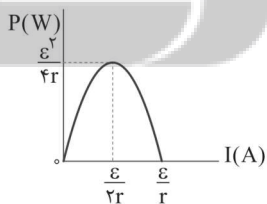
$V_2 = \epsilon - Ir$  از آن جایی که  $V_1 = V_2$  است، پس:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow Ir = 0 \Rightarrow r = 0$$

۶۱ ۳ نکته: با مقایسه رابطه توان خروجی باتری با نمودار

سه‌می شکل توان خروجی باتری بر حسب جریان عبوری از آن متوجه می‌شویم

که:



$$P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r}$$

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \epsilon I$$

و همچنین:

با توجه به نکته بالا نیروی محرکه باتری برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \epsilon I \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times \epsilon \times 4 \Rightarrow \epsilon = 4 \text{ V}$$

از طرف دیگر:

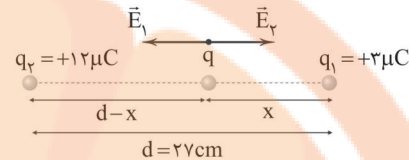
$$P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r} \Rightarrow 8 = \frac{16}{4r} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \Omega$$

پس:

$$P = \epsilon I - rI^2 \xrightarrow{I=2A} P = (4 \times 2) - (\frac{1}{2} \times 4) \Rightarrow P = 6 \text{ W}$$

۵۵ ۲ بارهای  $q_1 = +3 \mu\text{C}$  و  $q_2 = +12 \mu\text{C}$  همانم هستند، پس

برای این‌که بریند میدان در محل بار q برابر صفر شود، بار q باید بین دو بار و نزدیک‌تر به بار کوچک‌تر قرار داشته باشد:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{x^2} = k \frac{|q_2|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \left(\frac{x}{d-x}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{12} = \left(\frac{x}{d-x}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{x}{d-x}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{d-x} \Rightarrow d-x = 2x$$

$$\Rightarrow d = 3x \Rightarrow 27 = 3x \Rightarrow x = 9 \text{ cm}$$

حال از صفر بودن بریند میدان‌ها در محل بار  $q_1$  استفاده می‌کنیم:

$$E_2 = E_q \Rightarrow k \frac{|q_2|}{d^2} = k \frac{|q|}{x^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q|} = \left(\frac{d}{x}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{9} = \left(\frac{27}{9}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{12}{9} = 9 \Rightarrow |q| = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \mu\text{C}$$

چون بار  $q_1$  خارج از محل بارهای q و  $q_2$  است، برای آن‌که بریند میدان‌های

الکتریکی وارد بر آن صفر شود، باید بارهای q و  $q_2$  ناهمنام باشند، پس:

$$q = -\frac{4}{3} \mu\text{C}$$

۵۶ ۱ چون دو صفحه فلزی، بزرگ و موازی هستند، میدان بین آن‌ها

(به دور از لبه‌ها) میدان الکتریکی یکنواخت است و در نتیجه بردار میدان در

تمام نقاط بین دو صفحه هم‌اندازه و هم‌جهت است. از آن‌جا که نیروی وارد بر

بار q از طرف میدان برابر با  $\vec{F} = q\vec{E}$  است، پس نیروی وارد بر یک بار هم در

تمام نقاط، هم‌اندازه و هم‌جهت است.

۵۷ ۴ خازن را از باتری جدا کرده‌ایم، پس مقدار بار روی آن (Q)

ثابت است:

$$U = \frac{1}{2} QV \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{2} QV_2}{\frac{1}{2} QV_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{U_2}{U_1} \quad (I)$$

از طرفی:

$$U_2 = U_1 - \frac{1}{3} U_1 \Rightarrow U_2 = \frac{2}{3} U_1 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{2}{3} \quad (II)$$

بنابراین:

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{3}$$



۶۵ ۳ بررسی گزینه‌ها:

(۱) آمپرسنج آرمانی، مقاومت بسیار پایینی دارد، پس اتصال کوتاه رخ می‌دهد و مقاومت ۲ اهمی از مدار حذف می‌شود.

(۲) ولت‌سنج آرمانی، مقاومت بسیار بالایی دارد، پس جریانی از مقاومت ۳ اهمی نمی‌گذرد.

(۳ و ۴) ولت‌سنج موجود، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۶ اهمی را نشان می‌دهد و اگر جای آن را با آمپرسنج عوض کنیم، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۲ اهمی را نشان می‌دهد. با داشتن جریان در حالت اول، مقاومت درونی باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 2 = \frac{12}{6+r} \Rightarrow 6+r=6 \Rightarrow r=0$$

با تغییر مکان ولت‌سنج، مقاومت ۲ اهمی به مدار برمی‌گردد و مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی با هم موازی خواهند بود. در این حالت جریان گذرنده از مقاومت ۲ اهمی برابر است با:

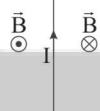
$$I' = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{4+0} = 3A \Rightarrow V_p = RI' = 2 \times 3 = 6V$$

بنابراین ولت‌سنج مقدار کم‌تری را نسبت به حالت اول نشان می‌دهد.

۶۶ ۳ میدان مغناطیسی حاصل از جریان  $I'$  به شکل زیر است:



میدان مغناطیسی حاصل از جریان  $I$  به شکل زیر است:



چون جریان‌ها برابر هستند، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان  $I$  در نقطه‌ای در فاصله بیش از  $L$  از آن (در فضای بین دو سیم)، کم‌تر از بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان  $I'$  در همان نقطه است، پس در نقطه (۳) جهت برابری میدان‌های مغناطیسی، برنوسو است.

۶۷ ۲

با توجه به رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ ، نسبت بزرگی میدان نهایی ( $B_p$ ) به بزرگی میدان اولیه ( $B_1$ ) را می‌توانیم به شکل زیر محاسبه کنیم:

$$\frac{B_p}{B_1} = \frac{N_p}{N_1} \times \frac{I_p}{I_1} \times \frac{l_1}{l_p}$$

۶۲ ۲

قبل از بستن کلید  $K$ :

$$V = \varepsilon - Ir = 12 - 0 = 12V$$

$$R_{eq} = 4 + 4 = 8\Omega$$

دو مقاومت ۴ اهمی متوالی‌اند، بنابراین:

بنابراین توان مصرفی در مدار برابر است با:

$$P = \frac{V^2}{R_{eq}} \Rightarrow P = \frac{(12)^2}{8} = \frac{144}{8} = 18W$$

بعد از بستن کلید  $K$ :

دو مقاومت ۱۶ و ۴ اهمی موازی‌اند، بنابراین:

$$R' = \frac{4 \times 16}{4 + 16} = 3.2\Omega$$

این مقاومت با مقاومت ۴ اهمی متوالی است، بنابراین:

$$R'_{eq} = 3.2 + 4 = 7.2\Omega$$

بنابراین توان مصرفی در مدار برابر است با:

$$P' = \frac{V^2}{R'_{eq}} = \frac{(12)^2}{7.2} = 20W$$

پس توان مصرفی ۲ وات افزایش یافته است.

۶۳ ۴

ابتدا انرژی که باتری به مدار داده است را محاسبه می‌کنیم:

$$r = 0 \Rightarrow \varepsilon = V$$

$$W = P_1 t_1 \xrightarrow{P_1 = \frac{V^2}{R_1}} W = \frac{V^2}{R_1} t_1 = \frac{(40)^2}{20} \times 10 = 800 (W.h)$$

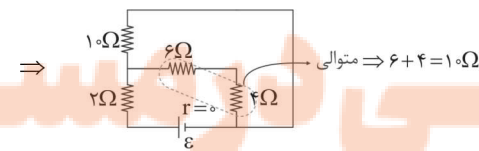
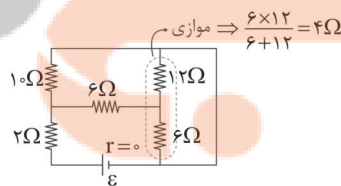
توان مصرف‌شده در مقاومت ۵۰ اهمی برابر است با:

$$P_p = \frac{V^2}{R_p} = \frac{(40)^2}{50} = 32W$$

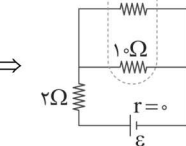
$$W = P_p t_p \Rightarrow 800 = 32 \times t_p \Rightarrow t_p = 25h$$

بنابراین:

۶۴ ۱



$$\Rightarrow \frac{10}{2} = 5\Omega$$



$$\Rightarrow R_{eq} = 2 + 5 = 7\Omega$$



**بررسی گزینه‌ها:**

(۱)  $\frac{B_v}{B_1} = 2 \times 1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow B_v = B_1$  (✗)

(۲)  $\frac{B_v}{B_1} = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow B_v = \frac{1}{4} B_1$  (✓)

(۳)  $\frac{B_v}{B_1} = 1 \times 2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow B_v = B_1$  (✗)

(۴)  $\frac{B_v}{B_1} = 1 \times \frac{1}{2} \times 2 \Rightarrow B_v = B_1$  (✗)

پس در گزینه (۲) بزرگی میدان اولیه و نهایی یکسان نیستند.

۶۸ ۴ از قانون فاراده برای پیچه یا سیملوله داریم:  $\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

که در آن  $\Delta\Phi$  برابر است با:

$\Delta\Phi = \Phi_v - \Phi_1 = (AB \cos \theta_v - AB \cos \theta_1)$   
 $\Rightarrow \Delta\Phi = (-0.5 - 0.5) \times 20 \times 10^{-4} = -20 \times 10^{-4} \text{ Wb}$

بنابراین:  $|\bar{\varepsilon}| = \frac{20 \times 10^{-4}}{0.1} = 2 \times 10^{-3} \text{ V}$

۶۹ ۱ برای پیچه از قانون فاراده داریم:

$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{A \cos \theta \Delta B}{\Delta t}$

مقدار نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در بازه زمانی صفر تا  $\frac{1}{10}$  ثانیه برابر است با:

$\bar{\varepsilon} = -1 \times \frac{3 \times (0.2)^2 \times \cos 0^\circ \times 0.2}{0.1} = \frac{-0.24}{0.1} = -0.24 \text{ V}$

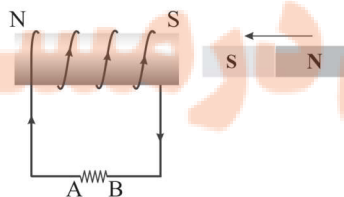
با بررسی گزینه‌ها می‌بینیم که تنها گزینه (۱) می‌تواند پاسخ درست باشد.

۷۰ ۳ اتم‌های مواد دیامغناطیسی، دارای دوقطبی مغناطیسی خالص

نیستند، با این وجود، حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی در این مواد شود.

۷۱ ۲ در این‌گونه مسائل که یک آهنربا را به یک سیملوله درون مدار

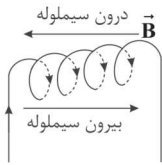
نزدیک (یا دور) می‌کنیم، خود سیملوله را یک آهنربا در نظر می‌گیریم که (طبق قانون لنز) با حرکت آهنربا مخالفت می‌کند. برای مثال در این سؤال چون قطب S آهنربا سمت مدار است و آهنربا به مدار نزدیک می‌شود، بنابراین سیملوله باید با این حرکت مخالفت کند، پس طرف نزدیک سیملوله به آهنربا نقش قطب S را بازی می‌کند و سمت دورتر نقش قطب N را.



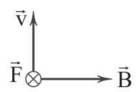
با استفاده از قاعده دست راست، جهت جریان در سیملوله را به دست می‌آوریم که همان‌طور که در شکل بالا مشخص است، جهت این جریان در مقاومت از B به A می‌باشد.

۷۲ ۴

ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی را در درون و بیرون سیملوله مشخص کرده و با استفاده از رابطه سیملوله آرمانی اندازه میدان مغناطیسی را محاسبه می‌کنیم:



$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 30 \times 2}{60 \times 10^{-2}} = 12 \times 10^{-4} \text{ T}$



حال با قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر ذره از طرف این میدان را مشخص کرده و مقدار آن را به دست می‌آوریم.

$F = |q| v B \sin \theta$

$\theta = 90^\circ \Rightarrow \sin \theta = 1 \Rightarrow F = 2 \times 10^{-6} \times 400 \times 12 \times 10^{-4} \times 1$

$\Rightarrow F = 96 \times 10^{-9} \text{ N} = 96 \text{ nN}$

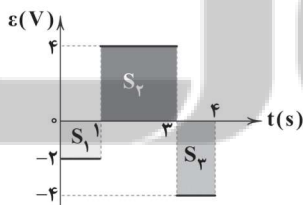
۷۳ ۴ از رابطه جریان داریم:

$$\begin{cases} I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow I_m = 4 \text{ A} \\ I = 4 \sin(20\pi t) \end{cases}$$

انرژی ذخیره‌شده در القاگر زمانی حداکثر است که از آن جریان حداکثر عبور می‌کند، بنابراین:

$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} LI_m^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (4)^2 = 0.16 \text{ J}$

۷۴ ۳ طبق رابطه  $|\bar{\varepsilon}| = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  مساحت محصور بین نمودار و محور زمان که برابر با مقدار  $|\bar{\varepsilon}| \Delta t$  می‌باشد، معادل  $N \Delta\Phi$  است، بنابراین داریم:



$N \Delta\Phi = S_2 - S_1 - S_3 = 8 - (2) - (4) = 2$

$\xrightarrow{N=100} 100 \Delta\Phi = 2 \Rightarrow \Delta\Phi = 0.02 \text{ Wb}$

۷۵ ۱ از رابطه جریان القایی داریم:

$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow I = 5 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$  (I)

حال باید T را محاسبه کنیم:

$\frac{60 \text{ s}}{T} \left| \frac{9000}{1} \right. \Rightarrow T = \frac{60}{9000} = \frac{1}{150} \text{ s} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/150} = 300\pi$  (II)

(I) و (II)  $\Rightarrow I = 5 \sin(300\pi t)$



## شیمی

۷۶ | ۱

هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست‌اند.

## بررسی هر چهار عبارت:

(آ) نقطه ذوب و جوش عنصر A یا همان فلز لیتیم بالاتر از نقطه ذوب و جوش عنصر D یا همان گاز کلر است.

(ب) عنصر M جزو فلزهای دسته d بوده که چکش‌خوار است و قابلیت ورقه شدن دارد.

(پ) عنصر E یا همان شبه‌فلز ژرمانیم در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(ت) یکی از آلوتروپ‌های عنصر X یا همان فسفر به علت واکنش‌پذیری زیاد، دور از هوای آزاد نگهداری می‌شود.

۷۷ | ۴

در هر دوره از جدول تناوبی، شیب نمودار تغییر شعاع اتمی برای فلزها (عنصرهای سمت چپ جدول) بیشتر از نافلزها (عنصرهای سمت راست جدول) است.

۷۸ | ۲

به جز آرایش الکترونی یون  ${}_{38}\text{Sr}^{2+}$  که شبیه‌گاز نجیب  $\text{Kr}$  است، آرایش الکترونی سایر یون‌ها شبیه هیچ‌گاز نجیبی نیست.

۷۹ | ۴

به طور کلی در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است. واکنش‌های (b) و (c) به طور طبیعی انجام می‌شوند.

۸۰ | ۲

فرض می‌کنیم  $100\text{g}$  از نمونه خشک کود شیمیایی در دسترس باشد:

$$? \text{ g P}_2\text{O}_5 = 18/6 \text{ g P} \times \frac{1 \text{ mol P}}{31 \text{ g P}} \times \frac{1 \text{ mol P}_2\text{O}_5}{2 \text{ mol P}} \times \frac{142 \text{ g P}_2\text{O}_5}{1 \text{ mol P}_2\text{O}_5}$$

$$= 42/6 \text{ g P}_2\text{O}_5$$

$$\text{جرم H}_2\text{O} = \frac{\text{جرم H}_2\text{O}}{\text{جرم H}_2\text{O} + \text{جرم نمونه خشک}} \times 100$$

$$\Rightarrow 4/75 = \frac{x}{x+100} \times 100 \Rightarrow x = 5 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$\text{درصد در P}_2\text{O}_5 \text{ در نمونه مرطوب} = \frac{42/6}{5+100} \times 100 = 40/5$$

۸۱ | ۲

## بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) سوخت هواپیما، به طور عمده از نفت سفید که مخلوطی از آلکان‌هاست تهیه می‌شود.

(۳) سوخت هواپیما از پالایش نفت خام در برج‌های تقطیر پالایشگاه‌ها تولید می‌شود.

(۴) تولید سوخت هواپیما یکی از صنایع مهم و ارزآور است که به دانش فنی بالایی نیز احتیاج دارد.

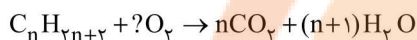
۸۲ | ۳

$$M_2O_3 \sim 2MS$$

$$\frac{M_2O_3 \text{ گرم} \times \frac{R}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{MS \text{ گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{9/05 \times \frac{63}{100}}{1 \times (2M+48)} = \frac{6/3}{2 \times (M+32)} \Rightarrow M = 52 \text{ g.mol}^{-1}$$

۸۳ | ۲

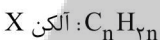


$$\frac{\% \Delta \text{mol}}{1} = \frac{x \text{ g}}{n \times 44} = \frac{y \text{ g}}{(n+1) \times 18}$$

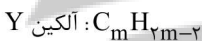
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 22n \text{ g CO}_2 \\ y = 9n + 9 \text{ g H}_2\text{O} \end{cases} \Rightarrow 22n + 9n + 9 = 257 \Rightarrow n = 8$$

بنابراین آلکان موردنظر ۸ کربنه است و می‌توان نام ۲، ۲، ۴ - تری‌متیل پنتان را به آن نسبت داد.

۸۴ | ۱



$$\Rightarrow 2n = 2m - 2 \Rightarrow m = n + 1$$



$$X \text{ شمار جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{n(4) + 2n(1)}{2} = 3n$$

$$Y \text{ شمار جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{(n+1)(4) + 2n(1)}{2} = 3n + 2$$

تفاوت دو مقدار  $3n+2$  و  $3n$  برابر با ۲ است.

۸۵ | ۳ از آن‌جا که مخلوط باقی‌مانده شامل آب و یخ است، می‌توان نتیجه

گرفت که دمای تعادل برابر  $0^\circ\text{C}$  است و تنها مقداری از یخ ذوب شده است.

گرمای از دست داده شده توسط فلز = گرمای جذب‌شده توسط یخ

$$80 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{18 \text{ g}} \times \frac{6000 \text{ J}}{1 \text{ mol}} = 400 \text{ g} \times 18^\circ\text{C} \times c \Rightarrow c = 0/37 \text{ J.g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

۸۶ | ۴ معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کلوکز گازی شکل به صورت



مطابق ساختار داده‌شده در هر مولکول گلوکز، ۷ پیوند C-H، ۷ C-O، ۵ پیوند C-C و ۵ پیوند O-H وجود دارد.

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \right] - \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \right]$$

$$\left[ \text{در مواد واکنش‌دهنده} \right] \left[ \text{در مواد فراورده} \right]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [7\Delta H(\text{C-H}) + 7\Delta H(\text{C-O})]$$

$$+ 5\Delta H(\text{C-C}) + 5\Delta H(\text{O-H}) + 6\Delta H(\text{O=O})]$$

$$- [12\Delta H(\text{C=O}) + 12\Delta H(\text{O-H})]$$

$$7\Delta H(\text{O-H})$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [7(415) + 7(380) + 5(348) + 6(495)]$$

$$- [12(800) + 7(463)] = [10275] - [12841] = -2566 \text{ kJ}$$



به این ترتیب با توجه به ضرایب گازهای  $H_2$  و  $NH_3$  در معادله موازنه شده واکنش، سرعت متوسط مصرف گاز هیدروژن در دقیقه سوم به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} < \bar{R}_{H_2[2-3]} < \frac{3}{2} \times \frac{1}{6} \Rightarrow \text{(۲) و (۴) حذف گزینه‌های}$$

از طرفی سرعت متوسط تولید آمونیاک در ۶ دقیقه نخست واکنش برابر است با:

$$\bar{R}_{NH_3[0-6]} = \frac{\Delta n[NH_3]}{\Delta t} = \frac{1/6}{6} = \frac{5/2}{3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

به همین ترتیب سرعت متوسط مصرف گاز  $H_2$  در ۶ دقیقه نخست واکنش برابر است با:

$$\bar{R}_{H_2[0-6]} = \frac{3}{2} \times \frac{5/2}{3} = 2/6 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

به این ترتیب گزینه (۱) نیز حذف می‌شود، زیرا سرعت متوسط مصرف گاز  $H_2$  در دقیقه سوم باید بیشتر از ۶ دقیقه نخست واکنش باشد.

۲ ۹۰

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\frac{\bar{R}_{HCl}}{2} = \frac{\bar{R}_{CO_2}}{1} \Rightarrow \bar{R}_{CO_2} = \frac{1}{2} \bar{R}_{HCl}$$

$$\text{STP} \begin{cases} \bar{R}_{CO_2} = \frac{1}{2} \times 0/1 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = 0/05 \frac{\text{mol}}{\text{min}} \\ \bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \Rightarrow 0/05 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = \frac{\Delta n}{3 \cdot \text{min}} \\ \Rightarrow \Delta n = 1/5 \text{ mol } CO_2 \\ ?LCO_2 = 1/5 \text{ mol} \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 33/6 \text{ L } CO_2 \end{cases}$$

$$\text{دما و فشار اتاق} \begin{cases} \bar{R}_{CO_2} = \frac{1}{2} \times 0/12 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = 0/06 \frac{\text{mol}}{\text{min}} \\ \bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \Rightarrow 0/06 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = \frac{\Delta n}{3 \cdot \text{min}} \\ \Rightarrow \Delta n = 1/8 \text{ mol } CO_2 \\ ?LCO_2 = 1/8 \text{ mol} \times \frac{44 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \times \frac{1 \text{ L}}{1/1 \text{ g}} = 72 \text{ L } CO_2 \end{cases}$$

$$\Delta V = 72 - 33/6 = 38/4 \text{ L}$$

گرمای حاصل از سوختن ۱۳/۲g برپایه برابر است با: ۳ ۹۱

$$?kJ = 13/2 \text{ g } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{44 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{2280 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_6} = 684 \text{ kJ}$$

اکنون می‌توان جرم آب را به دست آورد:

$$?g H_2O = 684 \text{ kJ} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{570 \text{ kJ}} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 43/2 \text{ g } H_2O$$

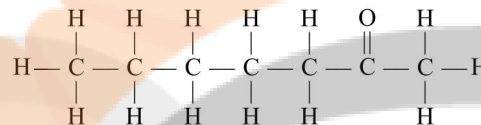
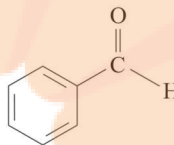
بنابراین با توجه به آنتالپی تصعید گلوکز،  $\Delta H$  واکنش سوختن گلوکز جامد برابر است با:

$$(-2566) + (66) = -2500 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

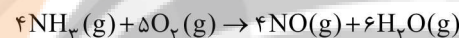
$$?g C_6H_{12}O_6 = 500 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{2500 \text{ kJ}} \times \frac{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 36 \text{ g } C_6H_{12}O_6$$

۸۷ ۴ ساختار مولکول‌های بنز آلدهید ( $C_7H_6O$ ) و ۲-هپتانون ( $C_7H_{14}O$ ) در زیر آمده است.

با توجه به این ساختارها هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.



۸۸ ۱ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

واکنش (II) را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۲ ضرب کنیم.

ضرایب واکنش (I) را در عدد ۲ ضرب کنیم.

ضرایب واکنش (III) را در عدد ۳ ضرب کنیم.

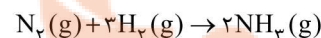
سپس این واکنش‌ها را باید با هم جمع کنیم.

$$\Delta H(\text{هدف}) = (-2\Delta H_{II}) + (2\Delta H_I) + (3\Delta H_{III}) = (-2(-92))$$

$$+ (2(+181)) + (3(-484)) = -906 \text{ kJ}$$

$$?kJ = 6/8 NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17 \text{ g } NH_3} \times \frac{906 \text{ kJ}}{4 \text{ mol } NH_3} = 90/6 \text{ kJ}$$

۸۹ ۳ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



سرعت متوسط تولید آمونیاک در ۲ دقیقه اول و ۲ دقیقه دوم واکنش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{R}_{NH_3[0-2]} = \frac{\Delta n[NH_3]}{\Delta t} = \frac{4/6}{2} = 2/3 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

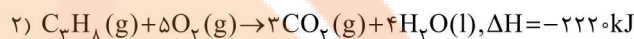
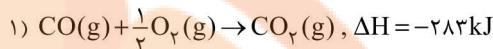
$$\bar{R}_{NH_3[2-4]} = \frac{\Delta n[NH_3]}{\Delta t} = \frac{7/8 - 4/6}{2} = 1/6 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

از آن‌جا که سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و نیز سرعت تولید فراورده‌ها با گذشت زمان کاهش می‌یابد، سرعت متوسط تولید  $NH_3$  در دقیقه سوم بیشتر از دقیقه چهارم است. در نتیجه سرعت متوسط تولید  $NH_3$  در دقیقه سوم بیشتر از  $1/6 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  و کم‌تر از  $2/3 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  است.



۹۲ ۲

معادله‌ی واکنش هدف به صورت زیر است:

معادله‌ی واکنش‌های کمکی و  $\Delta H$  آن‌ها به صورت زیر است:

برای رسیدن به واکنش هدف، کافیسیت واکنش (۲) را به همان صورت نوشته، واکنش (۱) را معکوس و ضرایب آن را در عدد ۳ ضرب کنیم و سپس هر دو واکنش را با هم جمع کنیم:

$$\Delta H = (-2220) + (-3(-283)) = -1371 \text{ kJ}$$

۹۳ ۴

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) لیکوپن دارای ۱۳ گروه عاملی آلکنی ( $C=C$ ) است.

(۲) تمام شاخه‌های فرعی لیکوپن از نوع متیل هستند.

(۳) مصرف خوراکی‌های محتوی لیکوپن سبب می‌شود که رادیکال‌ها به دام بیفتند تا با کاهش مقدار آن‌ها از سرعت واکنش‌های ناخواسته کاسته شود.

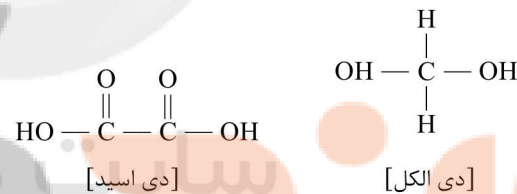
۹۴ ۱

ویتامین K همانند چهار ترکیب پیشنهاد شده، در آب حل

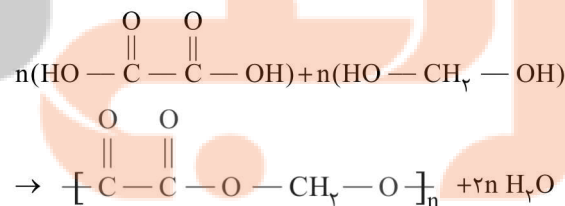
نمی‌شود.

۹۵ ۲

در زیر ساختار ساده‌ترین دی‌اسید و ساده‌ترین دی‌الکل آمده است:



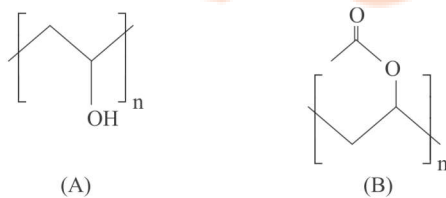
هنگامی که این دو ترکیب در واکنش تشکیل پلی‌استر شرکت می‌کنند، خواهیم داشت:



هر واحد تکرار شونده از این پلی‌استر؛  $\left[ \text{COCOCH}_2\text{O} \right]_n$  شامل ۹ اتم است.

۹۶ ۱

پلیمرهای A و B را می‌توان به صورت زیر نیز نمایش داد:



به این ترتیب فرمول شیمیایی پلیمر A به صورت  $(C_4H_8O)_n$  و پلیمر B به صورت  $(C_4H_8O_2)_n$  است.

$$C_4H_8O: 2(12) + 4(1) + 1(16) = 44 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$C_4H_8O_2: 4(12) + 8(1) + 2(16) = 88 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$88 - 44 = 44 \text{ g.mol}^{-1}$$

فرمول پلی‌استیرین به صورت  $(C_8H_8)_n$  است و از

پلی‌وینیل کلرید؛  $(C_2H_3Cl)_n$  در ساخت کیسه‌ی خون استفاده می‌شود.

$$9/03 \times 10^{26} \text{ molecule} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_8}{6/02 \times 10^{23} \text{ molecule}}$$

$$\times \frac{104 \text{ g } C_8H_8}{1 \text{ mol } C_8H_8} = 156000 \text{ g } C_8H_8$$

مطابق داده‌های سؤال جرم پلی‌وینیل کلرید برابر با  $156000 \text{ g}$  خواهد بود.

$$\text{جرم نمونه‌ی PVC} = \frac{\text{شمار واحد تکرار شونده در PVC}}{\text{جرم مولی مونومر}}$$

$$= \frac{156000 \text{ g}}{62/5 \text{ g}} = 2496$$

به جز مورد چهارم، سایر ویژگی‌های اشاره‌شده در مورد پلی‌اتن

بدون شاخه درست است.

تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست و تاکنون هیچ قاعده‌ای برای اتصال شمار مونومرها به یکدیگر ارائه نشده است. به همین دلیل برای پلیمرها نمی‌توان فرمول مولکولی دقیقی نوشت.

تمامی پلیمرهای اشاره‌شده، جزو پلی‌آمیدها طبقه‌بندی

می‌شوند. کولار یک پلیمر ساختگی و سایر پلیمرها طبیعی هستند.

به جز دو شکل نوار چسب تفلون و محافظ کف اتو، سایر

شکل‌ها کاربردهای پلی‌اتن را نشان می‌دهند.


# تلاش در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)