

تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس 
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه 
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی 
- دانلود نمونه سوالات امتحانی 
- مشاوره کنکور 
- فیلم های انگیزشی 

 [Www.ToranjBook.Net](http://Www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://ToranjBook_Net)



دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲

جمعه ۱۴۰۱/۰۴/۳۱

# آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه یازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۲۵ دقیقه	تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۱۵

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال		شماره سوال	مدت پاسخگویی
		تعداد سوال	شماره سوال		
۱	ریاضی ۱ / هندسه ۱	۳۵	۱	۳۵	۵۰ دقیقه
	حسابان ۱ / هندسه ۲	۱۰	۳۶	۴۵	
۲	فیزیک ۱	۲۵	۴۶	۷۰	۴۰ دقیقه
	فیزیک ۲	۱۰	۷۱	۸۰	
۳	شیمی ۱	۲۵	۸۱	۱۰۵	۳۵ دقیقه
	شیمی ۲	۱۰	۱۰۶	۱۱۵	



## ریاضیات

۱

## بررسی موارد:

(الف) بین هر دو عدد متمایز بیشمار عدد حقیقی وجود دارد، بنابراین این مجموعه نامتناهی است.

(ب) مجموعه مدارس غیرانتفاعی شهر تهران، متناهی می‌باشد.

(ج) مجموعه همهی خزندگان روی کره زمین، یک مجموعه متناهی می‌باشد، تعداد آن‌ها با این‌که بسیار بزرگ خواهد بود اما یک عدد حسابی است.

(د) مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از یک میلیون، یک مجموعه متناهی است.

**روش اول:** با توجه به محور و بازه‌های مشخص شده در شکل زیر، برای تهی بودن اشتراک دو بازه، باید انتهای بازه‌ی سمت چپ از ابتدای بازه‌ی سمت راست کوچک‌تر باشد.



$$\begin{cases} 4x-9 \leq x^2-5 \Rightarrow x^2-4x+4 \geq 0 \Rightarrow (x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \\ 4x-9 > -2 \Rightarrow 4x > 7 \Rightarrow x > \frac{7}{4} \\ x^2-5 < 9 \Rightarrow x^2 < 14 \Rightarrow -\sqrt{14} < x < \sqrt{14} \end{cases}$$

از اشتراک سه جواب، به  $\frac{7}{4} < x < \sqrt{14}$  می‌رسیم.

**روش دوم:** با قرار دادن اعدادی از گزینه‌های (۲) و (۳)، نتیجه می‌شود که هر دو گزینه می‌تواند جواب باشد و گزینه‌ی (۴) که کامل ترین گزینه است جواب مسئله است.

**۳** دو مجموعه را مجزا گوییم، هرگاه هر دو ناتهی باشند، ولی اشتراکشان تهی شود.

## بررسی گزینه‌ها:

۱)  $\{ \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N} \} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$  نامتناهی

$\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{x} \in \mathbb{N}\} = \{1\}$  متناهی

اشتراک این دو مجموعه، ناتهی و برابر  $\{1\}$  است، پس مجزا نیستند.

۲)  $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 1\} = \{\}$  متناهی

$\{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, x > 2\} = \{9, 16, 25, \dots\}$  نامتناهی

اشتراک این دو مجموعه، تهی است ولی چون یکی از آن‌ها تهی می‌باشد، این دو نمی‌توانند مجزا باشند.

۳)  $\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}\} = \{1, 2, 3, \dots\}$  مقسوم علیه‌های طبیعی

متناهی  $\Rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, \dots, 10^n\}$

نامتناهی  $\Rightarrow \{3x \mid x \in \mathbb{N}\} = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$

اشتراک این دو مجموعه قطعاً تهی است. زیرا مجموعه اولی هیچ‌گاه شامل مضارب ۳ که عضوهای مجموعه دومی هستند، نمی‌باشد. پس هیچ اشتراکی با هم ندارند.

$$4) \{5x \mid x \in \mathbb{W}\} = \{0, 5, 10, 15, \dots\}$$

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 0\} = \{\dots, -2, -1\}$$

اشتراک این دو مجموعه تهی است و مجزا هستند ولی هر دو نامتناهی می‌باشند.

$$A - B = A \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

۱ ۴

بنابراین داریم:

$$1) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$2) B - A = B - (A \cap B) = B - \emptyset = B$$

$$3) A \cup B = A \cap B \quad \times$$

$$4) x \in B \Rightarrow x \notin A \Rightarrow x \in A' \Rightarrow B \subseteq A' \quad \times$$

اما لزوماً  $A' \subseteq B$  نیست مگر این‌که  $A \cup B = U$  باشد که چنین شرطی در صورت سؤال گفته نشده است.

۴ ۵

$$\begin{aligned} & A \cap B' \\ & (B \cap C) \cup (A - B) \cup (B - C) \\ & = ((B \cap C) \cup (B \cap C')) \cup (A \cap B') \\ & = (B \cap (\overline{C \cup C'})) \cup (A \cap B') \\ & = B \cup (A \cap B') = (B \cup A) \cap (\overline{B \cup B'}) = B \cup A \xrightarrow{\text{متضاد}} A' \cap B' \end{aligned}$$

$$(B - A)' - (A - B)' = (B \cap A')' \cap (A - B)$$

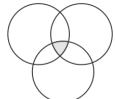
۲ ۶

$$= (B' \cup A) \cap (A \cap B') = \underbrace{(B' \cup A) \cap A}_{\text{قانون جذب}} \cap B'$$

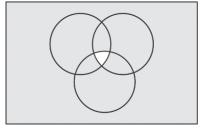
$$= A \cap B' = A - B$$

بررسی گزینه‌ها: ۴ ۷

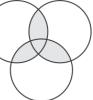
$$1) A \cap B \cap C =$$



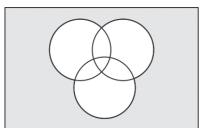
$$\Rightarrow (A \cap B \cap C)' =$$



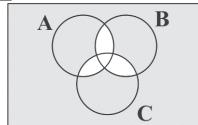
$$2) (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) =$$



$$3) A' \cap B' \cap C' =$$



$$4) ((A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C))' =$$



۱۳ اگر بین دو عدد  $a$  و  $b$  واسطه‌ی حسابی درج کنیم، قدرنسبت برابر است با:

$$d = \frac{b-a}{n+1} \Rightarrow d = \frac{23-3}{4+1} = \frac{20}{5} = 4$$

۱۴ چون دنباله‌ی موردنظر یک دنباله‌ی هندسی می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} x, 2, y, z, 54 &\Rightarrow 2 \times r^3 = 54 \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3 \\ x \times r &= x \times 3 \Rightarrow x = \frac{x}{3} \\ \Rightarrow x \times r = 2 &\xrightarrow{r=3} x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$x = \frac{2}{3} : \text{کوچک‌ترین جمله} \quad \text{و} \quad 54 = \text{بزرگ‌ترین جمله}$$

$$\frac{2}{3} \times 54 = 36$$

۱۵ فرض کنید این سه عدد  $a$ ,  $b$  و  $c$  و قدرنسبت  $r$  باشد، داریم:

$$\frac{a \times b \times c}{b^2} = 512 \Rightarrow b^3 = 512 \Rightarrow b^3 = 8^3 \Rightarrow b = 8$$

$$\text{می‌دانیم } a = \frac{b}{r} \text{ و } c = br, \text{ پس داریم:}$$

$$a + b + c = 28 \Rightarrow \frac{b}{r} + b + br = 28 \xrightarrow{b=8} \frac{8}{r} + 8 + 8r = 28$$

$$\Rightarrow \frac{8}{r} + 8r = 20 \xrightarrow{\times r} 8 + 8r^2 = 20r \Rightarrow 8r^2 - 20r + 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 4} 2r^2 - 5r + 2 = 0$$

با امتحان کردن گزینه‌ها  $r = 2$  به دست می‌آید.

۱۶ جملات پیشنهاد اول تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با  $a_1 = 50$  و  $d = 10$  (هزار تومان) و جملات پیشنهاد دوم تشکیل یک دنباله‌ی هندسی با  $a_1 = 10$  و  $r = 2$  (هزار تومان) می‌دهند، پس داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_n = 50 + 10(n-1) = 10(50+n-1) = 10 \times (49+n)$$

$$b_n = b_1 r^{n-1} = 10 \times 2^{n-1}$$

$$b_n > a_n \Rightarrow 10 \times 2^{n-1} > 10(49+n) \Rightarrow 2^{n-1} > 49+n \Rightarrow n \geq 7$$

۱۷

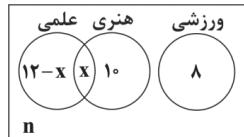
ابتدا طول اضلاع مستطیل را بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \sin 30^\circ &= \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{\lambda} \\ \Rightarrow AC &= \frac{\lambda}{2} = 4 \end{aligned}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{\lambda} \Rightarrow AB = \frac{\lambda \sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2(AB + AC) = 2(4\sqrt{3} + 4) = 8(\sqrt{3} + 1) \text{ محیط}$$

۲ چون افرادی که مجله‌ی ورزشی را می‌خوانند، هیچ مجله‌ی دیگری را نمی‌خوانند، پس اشتراک آن با دو مجموعه‌ی دیگر تهی است و از آن جایی که ۱۸ نفر یا فقط مجله‌های هنری یا فقط مجله‌های ورزشی و ۱۰ نفر فقط مجله‌های هنری را می‌خوانند، پس ۸ نفر فقط مجله‌های ورزشی را می‌خوانند. حال با توجه به اطلاعات مسأله، شکل زیر رارسم می‌کنیم و داریم:



$$12 - x + x + 10 + 8 + n = 35 \Rightarrow 30 + n = 35 \Rightarrow n = 5$$

پس ۵ نفر هیچ‌کدام از این مجله‌ها را نمی‌خوانند.

۳ ۹

$$n(A') = 45 \Rightarrow n(A) = n(U) - n(A') = 100 - 45 = 55 \quad (*)$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 15 \quad (**) \quad \text{بنابراین داریم:}$$

$$n(A \cup B) = \underbrace{n(A)}_{(*)} + \underbrace{n(B)}_{(**)} - \underbrace{n(A \cap B)}_{(*)} = 55 + 15 = 70$$

۴ ۱۰ ابتدا باید الگوی بین نقاط و پاره‌خط‌ها را بیابیم. در هر شکل نسبت به شکل قبل دو تا به نقاط اضافه شده و یک مثلث جدید شامل سه پاره‌خط اضافه می‌شود. داریم:

شماره شکل	۱	۲	۳	...	$n$
تعداد نقاط	۳	$3+2(1)$	$3+2(2)$	...	$3+2(n-1)$
تعداد پاره‌خط‌ها به طول ۱	$1 \times 3$	$2 \times 3$	$3 \times 3$	...	$n \times 3$

حال باید  $n$  را بیابیم که به ازای آن ۷۵ نقطه حاصل می‌شود.

$$3 + 2(n-1) = 75 \Rightarrow 2(n-1) = 72 \Rightarrow n-1 = 36 \Rightarrow n = 37$$

پس در شکل سی و هفتم، ۷۵ نقطه وجود دارد. در این شکل  $37 \times 3 = 111$  پاره‌خط وجود دارد.

۵ ۱۱ طبق خاصیت دنباله‌ی حسابی برای سه جملهٔ متولی داریم:

$$2(3x) = (2x+1) + (5x-5) \Rightarrow 6x = 7x - 4 \Rightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow t_4 = 2(4) + 1 = 9, t_5 = 3(4) = 12 \Rightarrow d = 12 - 9 = 3$$

$$t_{21} = t_5 + (21-5)d \Rightarrow t_{21} = 12 + 16(3) = 60$$

۶ ۱۲

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 12 \\ a_1 a_2 a_3 = 42 \end{cases} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12 \\ a_1(a_1 + d)(a_1 + 2d) = 42 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a_1 + 3d = 12 \Rightarrow a_1 + d = 4 \Rightarrow a_1 = 4 - d \\ a_1(a_1 + d)(a_1 + 2d) = 42 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (4-d) \underbrace{(4-d+d)}_4 \underbrace{(4-d+2d)}_{4+d} = 42 \Rightarrow 16 - d^2 = \frac{42}{4}$$

$$\Rightarrow 16 - d^2 = \frac{21}{2} \Rightarrow d^2 = 16 - \frac{21}{2} = \frac{32-21}{2} \Rightarrow d^2 = \frac{11}{2}$$

$$\Rightarrow d = \pm \sqrt{\frac{11}{2}} \xrightarrow{d>0} d = \sqrt{\frac{11}{2}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{22}}{2} \text{ مخرج کسر}$$

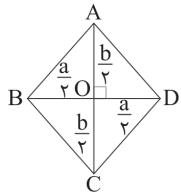


روی عمودمنصف BC قرار دارد، پس از دو سر پاره خط به ۲۳ ۲۳  
یک فاصله است:

$$\begin{aligned} BD = CD &= 5 \\ \Delta ABD : \text{فیثاغورس در } BD^2 &= AD^2 + AB^2 \\ \Rightarrow 5^2 &= AD^2 + 4^2 \Rightarrow AD^2 = 25 - 16 = 9 \\ \Rightarrow AD &= 3 \\ \Rightarrow AC = AD + CD &= 3 + 5 = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC : \text{فیثاغورس در } BC^2 &= AB^2 + AC^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 \\ \Rightarrow BC^2 &= 80 \Rightarrow BC = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

چون تنها یک چهارضلعی قابل رسم است، پس چهارضلعی ۲۴ ۲۴  
موردنظر لوزی است، زیرا در لوزی قطرها عمودمنصف یکدیگرند، پس با ۲۵  
داشتن نصف قطرهای a و b قابل رسم است و از آن جا می‌توان با ۲۵  
امتداد اضلاع عمود به اندازه خودشان، رؤس C و D را نیز مشخص کرد. اما در ۲۶  
حالت کلی برای متوازی‌الاضلاع و حتی مستطیل چون زاویه بین قطرها معلوم ۲۶  
نیست، مثلث و در نتیجه چهارضلعی قابل رسم نیست.



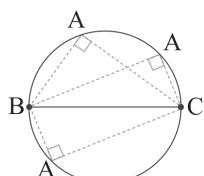
برای مشخص کردن هر خط حداقل به ۲ نقطه نیازمندیم. ۲۵ ۲۵

بنا بر قضیه خطوط موازی و مورب داریم: ۲۶ ۲۶

$$\begin{aligned} x \hat{A} B + A \hat{B} y &= 180^\circ \Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ \\ \Rightarrow \alpha + \beta &= 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 90^\circ - \beta \\ M = 90^\circ \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\beta &= 70^\circ \Rightarrow \beta = 35^\circ \\ \alpha &= 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ \end{aligned}$$

در نتیجه کوچکترین زاویه مثلث AMB برابر با  $35^\circ$  است. ۲۷ ۲۷  
رأس A در همه مثلثهای قائم‌الزاویه با طول وتر BC روی ۲۷  
دایره‌ای به قطر BC قرار دارد. در بین همه این مثلثها مثلثی بیشترین مساحت را دارد که ارتفاع AH وارد بر BC، بیشترین طول را داشته باشد و بیشترین طول ارتفاع زمانی است که AH = r باشد، یعنی مثلث متساوی‌الساقین و A در امتداد عمودمنصف BC باشد، در نتیجه فقط یک مثلث می‌توان رسم کرد.



با توجه به این‌که مثلث تنها یک زاویه  $45^\circ$  دارد، شکل آن به ۱۸ ۱۸  
صورت زیر است:

$$\begin{aligned} a = b &= 10, \alpha = 45^\circ \\ S &= \frac{1}{2}ab \sin \alpha = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 45^\circ \\ &= 5 \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2} \end{aligned}$$

۱ ۱۹

$$\begin{cases} \hat{C}_1 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{C}_1 + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 30^\circ \end{cases}$$

چون  $\hat{A}_1 = \hat{B} = 30^\circ$ ، پس مثلث ABC متساوی‌الساقین است و  $BC = AC = 100\text{m}$ .

در مثلث ACD می‌توان نوشت:

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{100} \Rightarrow h = 50\sqrt{3}$$

و در مثلث ABD می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sin 30^\circ &= \frac{h}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{50\sqrt{3}}{x} \Rightarrow x = 100\sqrt{3} \\ \Rightarrow x + h &= 150\sqrt{3} \end{aligned}$$

۴ ۲۰

$$\begin{aligned} \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} \frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta} &= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} \\ &= \frac{1 - (-2)}{1 + (-2)} = \frac{3}{-1} = -3 \end{aligned}$$

طبق رابطه فیثاغورس داریم: ۲۱ ۲۱

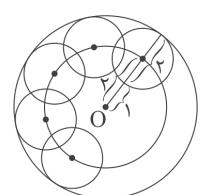
$$6^2 + (x+3)^2 = (x+5)^2 \Rightarrow 36 + x^2 + 6x + 9 = x^2 + 10x + 25$$

$$\Rightarrow 20 = 4x \Rightarrow x = 5$$

$$\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{5+3}{5+5} = \frac{8}{10} = 0.8$$

با توجه به شکل زیر مراکز همه این دایره‌ها، روی دایره‌ای به ۲۲ ۲۲

مرکز O و شعاع ۲ (قطر  $4r$ ) قرار دارند.



۱ ۳۳

$$\left. \begin{array}{l} n(n-2) \times 180^\circ = \text{مجموع زوایای داخلی} \\ n = 7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 360^\circ = 2 \times 180^\circ \\ \text{مجموع زوایای خارجی} \end{array}$$

$$n \times 180^\circ = \text{مجموع زوایای داخلی و خارجی} \rightarrow$$

$$n \times 180^\circ = 1260^\circ \Rightarrow n = \frac{1260}{180} = 7$$

پس یک ۷ ضلعی داریم و تعداد قطرهایش برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = 14$$

**۱ ۳۴** نقیض گزاره «هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است». عبارت است از: «مثلث متساوی الاضلاعی هست که متساوی الساقین نیست.»، زیرا نقیض هر گزاره عمومی، گزاره وجودی است.

۴ ۳۵

 $\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB \Rightarrow$  مثلث متساوی الاضلاع نیست.همهی زوایا  $60^\circ$  نیست.  $\Rightarrow$ اگر همهی زوایا کوچکتر از  $60^\circ$  باشند، مجموع زوایا کوچکتر از  $180^\circ$  می‌گردد.پس چون همهی زوایا  $60^\circ$  یا کوچکتر از  $60^\circ$  نیست، لذا حداقل زویهای بزرگ‌تر از  $60^\circ$  وجود دارد.

**۲ ۳۶** با توجه به این که  $1-a, 4-2a, 3-5a$  سه جملهٔ متولّی دنبالهٔ حسابی هستند، داریم:

$$1-a+3-5a=2(4-2a) \Rightarrow 4-6a=8-4a$$

$$\Rightarrow -4=2a \Rightarrow a=-2$$

با قرار دادن  $a=-2$ ، جملات دنباله به صورت ...  $3, 8, 13, \dots$  به دست می‌آید. قدرنسبت این دنباله ۵ بوده و مجموع ۲۰ جملهٔ اول آن برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} [2(3) + (20-1)(5)]$$

$$\Rightarrow S_{20} = 10(6+95) = 1010$$

$$(q \neq 1) \quad S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q} \quad \text{در هر دنباله هندسی}$$
**۲ ۳۷**

$$S_q = qS_{q^2} \Rightarrow a_1 \frac{1-q^9}{1-q} = qa_1 \frac{1-q^3}{1-q} \xrightarrow{q \neq 1}$$

$$(1-q^9) = q(1-q^3) \Rightarrow (1-q^3)(1+q^3+q^6) = q(1-q^3)$$

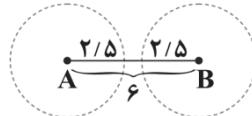
$$\xrightarrow{q \neq 1} q^6 + q^3 + 1 = q \Rightarrow q^6 + q^3 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (q^3 + 1)(q^3 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q^3 = 1 \Rightarrow q^6 = 1 \\ q^3 = -1 \Rightarrow q^6 = 1 \end{cases}$$

$$\frac{a_1}{a_1} = q^6 \Rightarrow q^6 = 1 \text{ یا } q^6 = -1 \text{ است.}$$

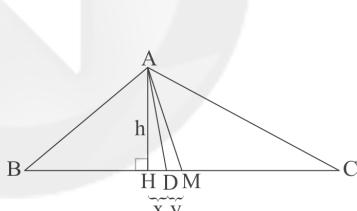
۳ ۲۸ این گزاره به کمک استدلال استنتاجی اثبات می‌گردد.

**۱ ۲۹** به مرکز A و به مرکز B دو دایره به شعاع  $2/5$  سانتی‌متر می‌زنیم اما چون  $5 = 2/5 + 2/5$  و فاصلهٔ این دو نقطهٔ ۶ سانتی‌متر است، این دو دایره یکدیگر را قطع نمی‌کنند، بنابراین نقطه‌ای نمی‌توان یافت که از هر دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ  $2/5$  سانتی‌متر باشد.



**۲ ۳۰** نیمساز زوایای یک مثلث همرستند، بنابراین  $OC$  نیز نیمساز زویه‌ی C است، داریم:

$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} &= 180^\circ - \hat{C} \\ \Rightarrow \hat{C} &= 180^\circ - (2 \times 30^\circ + 2 \times 20^\circ) \\ \Rightarrow \hat{C} &= 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ \\ \hat{C}_1 &= \frac{\hat{C}}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ \Rightarrow \text{OAC}: \hat{\alpha} = 180^\circ - \left(\frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2}\right) \\ \Rightarrow \hat{\alpha} &= 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ \end{aligned}$$



$$\left. \begin{array}{l} \Delta AHD: AD > AH, AD^2 = h^2 + x^2 \\ \Delta AHM: AM > AH, AM^2 = h^2 + (x+y)^2 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow AD^2 < AM^2 \Rightarrow AD < AM$$

$$\left. \begin{array}{l} AD > AH \\ AM > AH \Rightarrow AM > AD > AH \\ AM > AD \end{array} \right\}$$

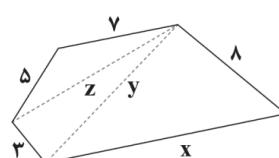
۱ ۳۱

بنابراین نیمساز زوایای متساوی مثلثی داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} z < 5 + 7 = 12 \xrightarrow{+3} z + 3 < 15 \Rightarrow y < 3 + z < 15 \\ y < 3 + z \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x < y + 8 < 15 + 8 \Rightarrow x < 23$$

$$\Rightarrow 23 + x < 23 + 23 \Rightarrow \text{محیط} < 46$$



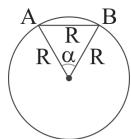
اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله باشند، داریم:

$$\alpha = \beta^r \quad (*)$$

$$\alpha + \beta = \epsilon \xrightarrow{(*)} \beta^r + \beta = \epsilon \Rightarrow \beta^r + \beta - \epsilon = 0$$

$$\Rightarrow (\beta + r)(\beta - r) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \beta = -r, \alpha = \epsilon \\ \beta = r, \alpha = \epsilon \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha \cdot \beta = m + \delta \Rightarrow \epsilon \times (-r) = m + \delta \Rightarrow m = -\epsilon - \delta \\ \alpha \cdot \beta = m + \delta \Rightarrow r \times \epsilon = m + \delta \Rightarrow m = r \end{cases}$$

بنابراین  $m = -\epsilon - \delta$  در گزینه‌ها وجود دارد.اگر اندازه وتری برابر شعاع دایره باشد، کمان متناظر با آن  $60^\circ$ 

است دلیل آن در شکل مقابل به وضوح دیده می‌شود:

$$\alpha = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 60^\circ$$

در دایره شکل سؤال اگر  $x = \widehat{BC}$  باشد آن‌گاه:

$$\widehat{DC} + \widehat{BC} + \widehat{BA} + \widehat{AD} = 360^\circ \Rightarrow 60^\circ + 2x = 360^\circ \Rightarrow x = 150^\circ$$
  
زاویه D محاطی است، پس:

$$\alpha = \frac{1}{2} \widehat{BC} = \frac{1}{2} x = 50^\circ$$

فاصله نقطه‌های A و B را از مرکز دایره (یعنی O) حساب

می‌کنیم و سپس با شعاع دایره مقایسه می‌کنیم:

$$|OA| = \sqrt{(3-0)^2 + (-1-2)^2} = 5$$

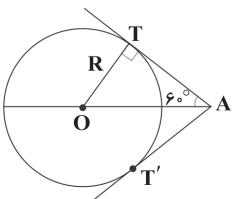
$$|OB| = \sqrt{(-1-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

شعاع دایره برابر 4 است.

$$|OA| > r = 4, |OB| < r = 4$$

پس A خارج دایره و B داخل دایره است.

۴۳



$$\Delta OAT: \tan 60^\circ = \frac{R}{AT} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\epsilon}{AT}$$

$$\Rightarrow AT = \frac{\epsilon}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta OAT} = \frac{1}{2} AT \times OT = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})(\epsilon) = 6\sqrt{3}$$

یادآوری: مماس بر دایره، در نقطه‌ی تماس بر شعاع گذرنده از آن نقطه عمود است.

۳ ۳۸

مجموع ۸ جمله‌ی نخست دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت

$$\frac{t^4 + t^3 + \dots + t^r + 1}{t^3 + t^2 + t + 1} \quad \text{و جمله‌ی اول } 1$$
  
$$\frac{t^4 + t^3 + \dots + t^r + 1}{t^3 + t^2 + t + 1} \quad \text{و جمله‌ی اول } 1$$

$$\frac{\frac{1((t^r)^4 - 1)}{t^2 - 1}}{\frac{1((t^4)^4 - 1)}{t^4 - 1}} = \frac{\frac{t^{16} - 1}{t^2 - 1}}{\frac{t^{16} - 1}{t^4 - 1}} = \frac{t^4 - 1}{t^2 - 1} = \frac{(t^2 + 1)(t^2 - 1)}{t^2 - 1} = t^2 + 1$$

$$t = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow t^2 + 1 = (1 - \sqrt{2})^2 + 1 = 1 + 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 4 - 2\sqrt{2} = 2(2 - \sqrt{2})$$

روش اول: عرض رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  برابر است

$$\text{با } -\frac{\Delta}{4a} \text{ . بنابراین داریم:}$$

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(4a)^2 - 4(1)(2a)}{4} = -2 \Rightarrow 16a^2 - 8a - 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 8} 2a^2 - a - 1 = 0 \rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -\frac{1}{2}$$

معادله‌ی دو سهمی موردنظر به صورت 2

و  $y = x^2 - 2x - 2$  است. مجموع طول نقاط تلاقی سهمی با محور X ها،همان مجموع ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم نظیر آن سهمی و برابر با  $-\frac{b}{a}$  است. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 4x + 2 = 0 \rightarrow = -\frac{4}{1} = -4 \\ x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow = \frac{2}{1} = 2 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow[\text{ریشه‌ها}]{\text{مجموع همه‌ی}} -4 + 2 = -2$$

روش دوم:

$$y = x^2 + 4ax + 2a$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4a}{2} = -2a$$

$$\Rightarrow y_s = 4a^2 - 8a^2 + 2a \Rightarrow y_s = -4a^2 + 2a = -2$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 2a - 2 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 1 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 2 \\ a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = x^2 - 2x - 1 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow[\text{y} = 0]{\text{ تقاطع با محور X ها}} \left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 = \frac{-4}{1} = -4 \\ x'_1 + x'_2 = \frac{-(-2)}{1} = 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع همه‌ی نقاط تلاقی}}$$

$$x_1 + x_2 + x'_1 + x'_2 = -4 + 2 = -2$$

## بررسی گزینه‌ها: ۴۸

$$1) \frac{g}{mm^3} = \frac{g}{mm^3} \times \frac{1mg}{10^{-3}g} \times \left(\frac{1mm}{10^{-3}m}\right)^3 \times \left(\frac{1^{-1}m}{1dm}\right)^3$$

$$= 1 \times 10^3 \times 10^9 \times 10^{-3} = 10^9 \frac{mg}{dm^3} \quad (\checkmark)$$

$$2) \text{ ج} = \frac{k \text{gm}^2}{\text{s}^2} \times \frac{10^3 \text{g}}{1 \text{kg}} \times \frac{1 \mu\text{g}}{10^{-6} \text{g}} \times \left(\frac{1^{-1}s}{ds}\right)^2$$

$$= 10^9 \times 10^3 \times 10^6 \times 10^{-2} = 10^9 \frac{\mu\text{g.m}^2}{(ds)^2} \quad (\checkmark)$$

$$3) \Delta \frac{N}{g} = \Delta \frac{N}{g} \times \frac{1^3 g}{1kg} = \Delta \times 10^3 \frac{N}{kg} = \Delta \times 10^3 \frac{m}{s^2}$$

$$= \Delta \times 10^3 \frac{m}{s^2} \times \left(\frac{10^{-3} s}{1ms}\right)^2 = \Delta \times 10^3 \times 10^{-6} = 10^3 \frac{m}{ms^2} \quad (\checkmark)$$

$$4) 100 \frac{cm^3}{s} = 100 \frac{cm^3}{s} \times \left(\frac{10^{-2} m}{1cm}\right)^3 \times \left(\frac{60}{1min}\right) = 100 \times 10^{-6} \times 60$$

$$= 10^6 \frac{m^3}{min} \quad (x)$$

از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\frac{640 \text{ منقال}}{1 \text{ من تبریز}} \times \frac{100 \text{ من تبریز}}{12/5 \text{ خروار}} = 12/5 \text{ خروار} = 12/5 \text{ خروار}$$

$$5) \frac{4/86 \text{ گرم}}{1 \text{ مقال}} \times \frac{1 \text{ کیلوگرم}}{1000 \text{ گرم}} = \frac{12/5 \times 100 \times 640 \times 4/86}{1000} = 3888 \text{ kg}$$

ابدا طول ضلع AC را بحسب ft به دست می‌آوریم:

$$26 \text{ in} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} = 3 \text{ ft}$$

در این صورت طول وتر برابر است با:

$$CB = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5 \text{ ft}$$

اکنون ft را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$$CB = 5 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2/5 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 15 \text{ cm} = 1/5 \text{ m}$$

ابدا تندی حرکت نور در هوا را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-6}} = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون برای محاسبه مدت زمان لازم برای پیمودن مسافت ۶ km داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 3 \times 10^8 = \frac{6 \times 10^3}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{6 \times 10^4}{3 \times 10^8} = 2 \times 10^{-4} \text{ s}$$

کمیت‌های اصلی کمیت‌هایی هستند که یکای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف شده است.

ژول (گزینه (۱)), پاسکال (گزینه (۲)) و نیوتون (گزینه (۳)) جزو یکاهای کمیت‌های فرعی هستند.

## دو دایره‌ی هم‌مرکز به مرکز O و شعاع‌های R و r را در نظر ۴۴

می‌گیریم. وضعیت خط مفروض d و دو دایره را بررسی می‌کنیم:

- (i)  $h > R \Rightarrow$  هیچ نقطه
- (ii)  $h = R \Rightarrow$  یک نقطه
- (iii)  $h < R \Rightarrow$  دو نقطه
- (iv)  $h = r \Rightarrow$  سه نقطه
- (v)  $0 \leq h < r \Rightarrow$  چهار نقطه

با توجه به حالت‌های ذکر شده، جواب تست در حالتی است که  $r \leq h \leq R$  یعنی  $3 \leq r \leq 8$ .

در مثلث OHB داریم:

$$R^2 = HB^2 + OH^2$$

$$R = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4}} \Rightarrow R = \sqrt[4]{3}$$

اکنون با توجه به این‌که طول وتر AB با شعاع دایره C برابر است، بنابراین مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است و زاویه O برابر  $60^\circ$  است، پس برای محاسبه مساحت قسمت زنگی داریم:

$$S_{\text{قطاع}} = S_{\Delta OAB} - S_{\text{قائم}} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (\sqrt[4]{3})^2 - (\sqrt[4]{2})^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\text{قائم}} = \frac{1}{6} \pi \times \sqrt{3} - \frac{3}{4}$$

## فیزیک

در مدل سازی می‌توان از اثرهای جزئی صرف‌نظر کرد، اما نمی‌توان اثرهای مهم و تعیین‌کننده را نادیده گرفت. در حرکت جسم رو به پایین، عامل اصلی نیروی گرانش (وزن) است و اگر از جرم آن صرف‌نظر کنیم، به جسم نیروی وزن وارد نمی‌شود. اما از اثرهای جزئی تر مانند ابعاد جسم و چرخش جسم می‌توان صرف‌نظر کرد.

۳) می‌دانیم که باید بین یکاهای دو طرف، سارگاری وجود داشته باشد. از طرف دیگر تنها یکاهای یکسان را می‌توان با هم جمع و تفربیق کرده (چرا؟) در نتیجه:

$$\frac{kg}{s^2} = [B] \times kg^2 + [C] \times kg$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [B] \times kg^2 = \frac{kg}{s^2} \Rightarrow [B] = kg^{-1} \cdot s^{-2} \\ [C] \times kg = \frac{kg}{s^2} \Rightarrow [C] = s^{-2} \end{cases}$$



۶۲ تغییر حجم آب از رابطه  $\Delta V = A\Delta h$  محاسبه می‌شود. برای

محاسبه آهنگ تغییر حجم آب از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = A \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

(مساحت قاعده (A) ثابت است).

در رابطه فوق، آهنگ کاهش حجم آب و  $\frac{\Delta h}{\Delta t}$  آهنگ کاهش ارتفاع آب است. پس می‌توان نوشت:

$$\text{آهنگ کاهش حجم آب} = \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

(آهنگ کاهش ارتفاع آب)

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{2 \times 4 / 4 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{44 \times 20 \text{ m}^2} = \frac{1}{6} \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$= \frac{1}{6} \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به نمودار و با استفاده از رابطه چگالی داریم:

$$\begin{cases} \rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{m_1}{30} \\ \rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{m_1}{60} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_1}{30}}{\frac{m_1}{60}} = \frac{60}{30} = 2$$

$$\Rightarrow \rho_A = 2\rho_B \Rightarrow \rho_A = 2 \times 6000 = 12000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

ابتدا حجم طلا را بر حسب حجم نقره محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{نقره}} = V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}} \Rightarrow V_{\text{نقره}} = V_{\text{طلا}} - V_{\text{نقره}}$$

با استفاده از رابطه چگالی (برای مخلوطها) داریم:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\rho_{\text{نقره}} V_{\text{نقره}} + \rho_{\text{طلا}} V_{\text{طلا}}}{V_{\text{نقره}} + V_{\text{طلا}}} \Rightarrow \frac{10V_{\text{نقره}} + 19V_{\text{طلا}}}{10} = 14.5$$

$$\Rightarrow 14.5 = 10V_{\text{نقره}} + 19V_{\text{طلا}} \Rightarrow 14.5 = 10V_{\text{نقره}} + 19(10 - V_{\text{نقره}})$$

$$\Rightarrow 14.5 = 10V_{\text{نقره}} + 190 - 19V_{\text{نقره}}$$

$$\Rightarrow 9V_{\text{نقره}} = 45 \Rightarrow V_{\text{نقره}} = 5 \text{ cm}^3$$

از طرفی داریم:

$$m_{\text{نقره}} = \rho_{\text{نقره}} V_{\text{نقره}} = 10 \times 5 = 50 \text{ g}$$

۶۵ حجم آبی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر با حجم قطعه

ساخته شده از ماده A است. در این صورت داریم:

$$\begin{cases} V_A = 20 \text{ cm}^3 \\ m_A = 50 \text{ g} \end{cases} \Rightarrow \rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{50}{20} = 2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

با توجه به رابطه چگالی دو جسم A و B می‌توان نوشت:

$$\rho_A = \frac{1}{4} \rho_B \Rightarrow \rho_B = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

بنابراین:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow 5 = \frac{m_B}{20} \Rightarrow m_B = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}$$

۶۴ ۵۴

$$\text{ng} \frac{(\text{mm})^2}{(\mu\text{s})^2} = 10^{-9} \text{ g} \frac{10^{-6} \text{ m}^2}{10^{-12} \text{ s}^2} = 10^{-3} \text{ g} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 10^{-6} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\frac{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{J}} = \text{J} \rightarrow \text{ng} \frac{(\text{mm})^2}{(\mu\text{s})^2} = 10^{-6} \text{ J} = 1 \mu\text{J}$$

۶۵ کمیت‌های انرژی و جرم، نرده‌ای هستند و کمیت‌های شتاب و

جهاب‌جایی، برداری هستند.

۶۶ ۵۶

گزینه (۱) زول، گزینه (۲) پاسکال و گزینه (۴) یکای شتاب را بر حسب یکاهای کمیت‌های اصلی نشان می‌دهند.

۶۷ ۵۷

دقت اندازه‌گیری این ترازو  $100 \text{ g}$  است، بنابراین نتایج اندازه‌گیری باید با این دقتم بیان شود، اما دقتم گزینه (۳)  $1000 \text{ g}$  است، پس نمی‌تواند نتیجه این اندازه‌گیری باشد.

۶۸ ۵۸

برای آنکه خطای اندازه‌گیری کاهش پیدا کند، باید عددهایی که تفاوت زیادی با بقیه دارند را حذف کنیم و از اعداد باقی مانده میانگین بگیریم. در این صورت می‌توان نوشت:

$$m = \frac{25+27+24+26}{4} = 25.5 \text{ g}$$

بررسی گزینه‌ها:

۶۹ ۵۹

$$1) 10^5 \text{ g} = 10^{-3} \text{ g} = 10^{-3} \times 10^3 \text{ mg} = 1 \text{ mg} \quad (\times)$$

$$2) 10^5 \text{ cg} = 10^{-2} \text{ cg} = 10^{-2} \times 10^{-2} \text{ g}$$

$$= 10^{-4} \times 10^{-3} \text{ mg} = 0.1 \text{ mg} \quad (\times)$$

$$3) 10^5 \text{ ng} = 10^{-2} \times 10^7 \text{ ng} = 10^5 \times 10^{-9} \text{ g}$$

$$= 10^{-4} \times 10^{-3} \text{ mg} = 0.1 \text{ mg} \quad (\times)$$

$$4) 10^5 \text{ ug} = 10^{-3} \times 10^4 \text{ ug} = 10 \times 10^{-6} \text{ g}$$

$$= 10^{-5} \times 10^{-3} \text{ mg} = 0.1 \text{ mg} \quad (\checkmark)$$

۷۰ ۶۰

دقتم اندازه‌گیری دماسنجد رقمی، یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خواند:

$0/1^\circ\text{C}$

دقتم اندازه‌گیری دماسنجد مدرج، کمینه مقیاس درجه‌بندی آن است:

$$\frac{0/1}{2} = 0/0.5$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

۶۱ ۶۱ هر یک از جمله‌های زیر را بر حسب میلی‌متر مریع می‌نویسیم:

$$4 \text{ cm}^2 \times 10^2 + 6 \times 10^6 \mu\text{m}^2 \times (10^3)^2 + 8 \times 10^{-3} \text{ dm}^2 \times (10^2)^2$$

$$= 400 + 6 + 80 = 486 \text{ mm}^2$$

**۷۲** برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_2$  صفر است، پس بارهای  $q_1$  و  $q_3$  یا هر دو آن را می‌برایند یا هر دو می‌رانند. در نتیجه  $q_1$  و  $q_3$  همنام هستند.  
 $q_1$  و  $q_3$  هم دیگر را می‌رانند، پس  $q_2$  باید با آن‌ها ناهمنام باشد تا نیروی رانش را جبران کند.

**۷۳** ابتدا بار معادل  $5 \times 10^{-13}$  الکترون را محاسبه می‌کنیم:  

$$q = -ne = -5 \times 10^{-13} \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow q = -8 \times 10^{-6} C = -8\mu C$$
 حال بار الکتریکی جسم در حالت نخست را به دست می‌آوریم:  

$$q_0 = -4\mu C - (-8\mu C) = -32\mu C$$
 باید باری برابر با  $-32\mu C$ ، از دست بدهد تا خنثی شود:  

$$q_0 = ne \Rightarrow 32 \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 2 \times 10^{14}$$

**۷۴** فرض می‌کنیم بار  $q_4$  مثبت است، ابتدا نیروی الکتریکی

واردشده از طرف بارهای  $q_1$  و  $q_3$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k \frac{|q_1||q_4|}{a^2} \\ F_3 &= k \frac{|q_3||q_4|}{a^2} \end{aligned} \right\} \quad |q_1|=|q_3| \rightarrow F_1=F_3$$

$$F_{1,3} = \sqrt{2} F_1 = \sqrt{2} F_3 \quad |F_4|=|F_{1,3}|$$

برای آن‌که بار  $q_4$  در تعادل باشد:

$$\begin{aligned} \Rightarrow F_4 &= \sqrt{2} F_1 \Rightarrow k \frac{|q_2||q_4|}{(\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{2} k \frac{|q_1||q_4|}{a^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{2a^2} = \frac{\sqrt{2}|q_1|}{a^2} \\ \Rightarrow |q_2| &= 2\sqrt{2}|q_1| \Rightarrow q_2 = 2\sqrt{2}q \end{aligned}$$

چون بارهای  $q_1$  و  $q_3$  منفی بودند، بنابراین بار  $q_2$  باید مثبت باشد تا بتواند نیروی حاصل از آن‌ها را خنثی کند.

#### بررسی گزینه‌ها:

$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e}$

$$n = \frac{3 \times 10^{-18}}{1/6 \times 10^{-19}} = 18/75 \quad (\times)$$

گزینه (۱):

$$n = \frac{6 \times 10^{-20}}{1/6 \times 10^{-19}} = 0/375 \quad (\times)$$

گزینه (۲):

$$n = \frac{5 \times 10^{-17}}{1/6 \times 10^{-19}} = 312/5 \quad (\times)$$

گزینه (۳):

$$n = \frac{6 \times 10^{-15}}{1/6 \times 10^{-19}} = 375 \times 10^4 = 37500 \quad (\checkmark)$$

گزینه (۴):

چون تنها عدد گزینه (۴) مضرب درستی از  $e$  است، بنابراین گزینه (۴) درست است.

**۶۶** با توجه به نمودار، چگالی مایع A کم‌تر از چگالی مایع است، پس مایع A بالای مایع B در ظرف قرار می‌گیرد. هم‌چنین از نمودار در می‌باییم که چگالی ماده C از چگالی مایع A بیشتر و از چگالی مایع B کم‌تر است، بنابراین در ظرف مورد نظر، جسم C پایین‌تر از مایع A و بالای Mایع B قرار می‌گیرد.

**۶۷** جنس استوانه و مخروط، یکسان است، پس چگالی آن‌ها برابر است. از طرفی جرم هر دو نیز برابر است، بنابراین طبق رابطه چگالی ( $\rho = \frac{m}{V}$ ) حجم آن‌ها نیز برابر است:

$$\begin{aligned} V_{استوانه} &= V_{مخروط} \Rightarrow \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (\frac{R}{2})^2 h' \Rightarrow R^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{R^2}{4} \times h' \\ \Rightarrow R^2 h &= \frac{R^2}{27} h' \Rightarrow h = \frac{h'}{27} \Rightarrow \frac{h'}{h} = 27 \end{aligned}$$

**۶۸** برای چگالی مخلوط داریم:

$$\begin{aligned} \rho_{مخلوط} &= \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow[V= \frac{m}{\rho}]{} \rho_{مخلوط} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \\ \xrightarrow[m_B = 4m_A]{} \rho_{مخلوط} &= \frac{m_A + 4m_A}{\frac{m_A}{6} + \frac{4m_A}{16}} = \frac{5m_A}{m_A(\frac{1}{6} + \frac{4}{16})} \\ \Rightarrow \rho_{مخلوط} &= \frac{5}{\frac{2+3}{12}} = \frac{5}{\frac{5}{12}} = 12 \frac{g}{cm^3} \end{aligned}$$

**۶۹** جرم در فرایند ذوب، ثابت است، پس:

$$\begin{aligned} m &= m_{آب} \xrightarrow[m=\rho V]{آب} \rho_{آب} V_{آب} \\ \Rightarrow ۰/۹ \times ۱۰۰۰ &= ۱ \times V_{آب} \Rightarrow V_{آب} = ۹۰۰ cm^3 \end{aligned}$$

گنجایش ظرف، ۱ لیتر یا  $1000$  سانتی‌متر مکعب است، پس  $1000$  سانتی‌متر مکعب از گنجایش ظرف، حالی می‌ماند.

**۷۰** اگر مکعب، توپر باشد، حجم ظاهری آن با حجم به دست آمده از رابطه چگالی برابر است:

$$a^3 = 15^3 = 3375 cm^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 4 = \frac{1320}{V} \Rightarrow V = 330 cm^3$$

چون دو عدد متفاوت است، مکعب دارای حفره است و حجم حفره برابر است با:

$$V' = 3375 - 330 = 750 cm^3$$

**۷۱** دو جسم A و B را به هم مالش می‌دهیم  $\leftarrow$  دارای بار مثبت و B دارای بار منفی می‌شود.

دو جسم C و D را به هم مالش می‌دهیم  $\leftarrow$  دارای بار مثبت و D دارای بار منفی می‌شود.

در نتیجه اجسام A و C و همچنین B و D یکدیگر را دفع می‌کنند.



## شیمی

۱ ۸۱ از ۱۱۸ عنصر شناخته شده، تنها ۹۲ عنصر در طبیعت یافت

می‌شود؛ این بدان معناست که ۲۶ عنصر دیگر ساختگی است:

$$92 - 26 = 66$$

۴ ۸۲ عنصرهای مورد نظر به ترتیب  $A^{22}$  و  $D^{40}$  هستند. از آن جا

که جرم پروتون و نوترون در حدود  $1\text{amu}$  و جرم الکترون در

حدود  $\frac{1}{2000}\text{amu}$  است، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{16}(\frac{1}{2000})\text{amu} = \frac{1}{125}\text{amu}$$

$$2^0\text{amu} + 2^0\text{amu} = 4^0\text{amu}$$

$$\frac{\text{مجموع جرم الکترون‌ها در } A^{22}}{\text{جرم اتم } D^{40}} = \frac{\frac{1}{125}\text{amu}}{4^0\text{amu}} = \frac{1}{2 \times 10^{-4}}$$

۱ ۸۳ هر چهار عبارت پیشنهاد شده در ارتباط با ایزوتوپ‌های  $H^1$

$H^2$  درست هستند.

۱ ۸۴ پرتوهای ایکس در مقایسه با پرتوهای گاما طول موج بلندتری

دارند و انرژی ریزموج‌ها بیشتر از انرژی موج‌های رادیویی است.

۱ ۸۵

$$?gH = \frac{4/5 \times 1.21\text{ atom}}{0.015\text{ atom}} \times \frac{100\text{ atom H}}{1\text{ atom H}}$$

$$\times \frac{1\text{ mol H}}{6.02 \times 10^{23}\text{ atom H}} \times \frac{1\text{ g H}}{1\text{ mol H}} \approx 50\text{ g H}$$

۳ ۸۶ ابتدا از روی نسبت مولی  $Pb$  به  $Sn$ ، نسبت جرمی آن‌ها را به

نسبت می‌آوریم:

$$\frac{Sn}{Pb} = \frac{\text{مول}}{\text{مول}} = \frac{Sn\text{ جرم}}{Pb\text{ جرم}} = \frac{119}{208} = 0.55$$

از روی نسبت جرمی  $Sn$  به  $Pb$  و نسبت جرمی  $Pb$  به  $Cd$  می‌توان نسبت جرمی  $Sn$  به  $Cd$  را نیز به دست آورد.

$$\frac{Sn}{Pb} \times \frac{Pb}{Cd} = \frac{Sn\text{ جرم}}{Cd\text{ جرم}} = \frac{119}{112} = 1.05$$

با مقایسه نسبت‌های جرمی  $\frac{Sn}{Cd}$  و  $\frac{Pb}{Cd}$  که به ترتیب برابر با  $1/5$  و  $1/8$  است

است می‌توان نتیجه گرفت که جرم یا درصد جرمی سرب در این آلیاژ بیشتر از قلع بوده و جرم یا درصد جرمی کادمیم در این آلیاژ از همه کمتر است.

از روی نسبت جرمی  $Sn$  به  $Cd$ ، نسبت مولی این دو فلز را به دست می‌آوریم:

$$\frac{Sn}{Cd} = \frac{Sn\text{ مول}}{Cd\text{ مول}} = \frac{119}{112} \Rightarrow \frac{Sn}{Cd} = 1.05$$

با مقایسه نسبت‌های مولی  $\frac{Sn}{Cd}$  و  $\frac{Sn}{Pb}$  که به ترتیب برابر  $1/5$  و  $1/4$  است

می‌توان نتیجه گرفت که مول یا درصد مولی قلع در این آلیاژ از همه بیشتر بوده

و مول یا درصد مولی کادمیم در این آلیاژ بیشتر از قلع است. بنابراین به جز

عبارت اول، سایر عبارت‌ها درست هستند.

۲ ۷۶ به دلیل این‌که، کره‌ها هماندازه هستند، بعد از تماس دو کره، بار روی کره‌ها به نسبت مساوی تقسیم می‌شوند، بنابراین بعد از تماس کره‌های  $A$  و  $C$  بار دو کره به صورت زیر به دست می‌آید:

$$q'_A = q'_C = \frac{q_A + q_C}{2} = \frac{-4 + 0}{2} = -2\mu C$$

حالا کره  $C$  که بار آن  $-2\mu C$  است را به کره  $B$  که بار آن  $+8\mu C$  است، تماس می‌دهیم، بنابراین:

$$q'_B = q''_C = \frac{q'_C + q_B}{2} = \frac{-2 + 8}{2} = +3\mu C$$

بنابراین بار الکتریکی کرمه  $A$  برابر  $-2\mu C$  و بار الکتریکی کرمه  $B$  برابر  $+3\mu C$  می‌شود.

۱ ۷۷ اگر دو کره رسانا مشابه باشند، بار هر کدام از آن‌ها بعد از تماس، برابر میانگین بارهای اولیه آن‌ها خواهد بود.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -\mu C$$

حال با استفاده از قانون کولن در هر دو حالت داریم:

$$\begin{cases} F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \\ F' = k \frac{|q'_1||q'_2|}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} = \frac{8 \times 8}{4 \times 2} = \frac{16}{10} = 1.6$$

۳ ۷۸ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) میدان الکتریکی، کمیتی برداری است.

۲) اگر بار الکتریکی ایجادکننده میدان الکتریکی از نوع مثبت باشد، جهت میدان الکتریکی به طرف بیرون و اگر منفی باشد، به طرف بار الکتریکی است.

۴) برای تعریف میدان الکتریکی از بار کوچک و مثبت  $q_0$  موسوم به بار آزمون استفاده می‌کنیم.

۱ ۷۹ با توجه به رابطه بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره

باردار داریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_2 = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{|q_1| = |q_2|}{r_2 = r_1 + 15} \rightarrow \frac{16}{36} = \left(\frac{r_1}{r_1 + 15}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{r_1}{r_1 + 15} \Rightarrow 6r_1 = 4r_1 + 60 \Rightarrow 2r_1 = 60 \Rightarrow r_1 = 30\text{ cm}$$

۴ ۸۰ با استفاده از رابطه  $F = |q|E$  داریم:

$$E = \frac{F}{|q|} = \frac{0/3}{15} = 0/0.2\text{ N/C}$$

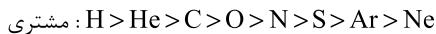
۹۲

$$^{48}A^{2+}: \begin{cases} p+n=48 \\ p-e=2 \\ n-e=6 \end{cases} \Rightarrow p=22, e=20, n=26$$

مطابق داده‌های سؤال شمار نوترون‌های اتم  $X$  برابر  $44 = 2 \times 22$  است.

$$X: \begin{cases} n=44 \\ p=(\frac{75}{100})n=\frac{75}{100} \times 44=33 \end{cases} \Rightarrow A=p+n=33+44=77$$

مقایسه میان فراوانی هشت عنصر نخست سازنده سیاره‌های زمین و مشتری به صورت زیر است:



۴ ۹۴ ارزی نور آبی بیشتر از نور سبز است. به این ترتیب طول موج آن از نور سبز کمتر بوده، اما در مقایسه با نور سبز، دمای بیشتری داشته و میزان شکست آن پس از برخورد به منشور بیشتر است. تفاوت انرژی نور آبی با پرتوی فروسرخ که انرژی کمتری نسبت به هرگدام از نورهای مرئی دارد، بیشتر از تفاوت انرژی نور سبز با پرتوی فروسرخ است.

جرم هر اتم کربن - ۱۲ برابر با  $12 \text{amu}$  است:

$$1 \text{amu} = \frac{1}{6.02 \times 10^{23}} \text{g}$$

$$? \text{ g } ^{12}\text{C} = 12 \times \frac{1}{6.02 \times 10^{23}} = 1/99 \times 10^{-23} \text{g}$$

### بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) برعی از دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب (مهانگ) همراه بوده است.

پ) طی مهانگ، انرژی عظیمی آزاد شده است.

۲ ۹۷ عبارت‌های «آ» و «پ» درست هستند.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) احتمال جذب  $a$  (گلوكر حاوی اتم برونز) توسط  $b$  (توده سلطانی) برابر با گلوكر معمولی است.

ت) همان دستگاه آشکارساز پرتو است که محل توده سلطانی (b) را مشخص می‌کند.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) با تعیین دقیق طول موج نوارهای رنگی ناحیه‌ی مرئی طیف نشری خطی هیدروژن، می‌توان تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی و در واقع آرایش الکترونی اتم یافت.

ت) طیف نشری خطی هلیم شامل ۹ خط یا طول موج رنگی است.

تجربه نشان می‌دهد که بسیاری از نمک‌ها شعله رنگی دارند.

۱ ۸۸ از آن جا که شمار مولکول‌های A، چهار برابر شمار مولکول‌های D است، می‌توان نتیجه گرفت که شمار مول‌های A نیز چهار برابر شمار مول‌های D می‌باشد. اگر جرم مولی A را برابر M در نظر بگیریم، جرم مولی D مطابق داده‌های سؤال برابر  $\frac{4}{4+4}M = \frac{1}{2}M$  خواهد بود.

$$\text{A} = \frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی D}} \times \text{شمار مول‌های D} = \frac{4 \times M}{2 \times 4M} \times \text{شمار مول‌های D} = \frac{1}{2} \times \text{شمار مول‌های D}$$

$$100 - (20 + 51 + 12) = 17 \quad \text{درصد فراوانی ایزوتوپ سوم برابر است با:}$$

از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \bar{M} &= M_1 + \frac{F_1}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_2}{100}(M_3 - M_1) + \dots + \frac{F_n}{100}(M_n - M_1) \\ &\Rightarrow 91/32 = 90 + \frac{12}{100}(91 - 90) + \frac{17}{100}(92 - 90) + \frac{F_4}{100}(94 - 90) \\ &+ \frac{F_5}{100}(96 - 90) \Rightarrow 91/32 = 90 + 0/12 + 0/34 + 0/04F_4 + 0/06F_5 \\ &\Rightarrow 0/04F_4 + 0/06F_5 = 0/86 \Rightarrow 4F_4 + 6F_5 = 86 \quad (\text{I}) \end{aligned}$$

از طرفی مطابق داده‌های سؤال داریم:

$$F_4 + F_5 = 20 \quad (\text{II})$$

از حل دو معادله (I) و (II) مقادیر  $F_4$  و  $F_5$  به ترتیب برابر ۱۷ و ۳ به دست می‌آیند.

۳ ۹۰ تکنسیم -  $^{99}\text{Tc}$  نخستین عنصری بود که در واکنش‌گاه (راکتور) هسته‌ای ساخته شد. این رادیوایزوتوپ در تصویربرداری پزشکی کاربرد ویژه‌ای دارد. همه تکنسیم - ۹۹ موجود در جهان باید به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود. از آن جا که نیم عمر آن کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرده، بسته به نیاز، آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند.

$$C = 12 \left( \frac{1}{100} \right) + 12 \left( \frac{2}{100} \right) = 12/2 \text{g.mol}^{-1}$$

$$O = 16 \left( \frac{8}{100} \right) + 17 \left( \frac{1}{100} \right) + 18 \left( \frac{5}{100} \right) = 16/2 \text{g.mol}^{-1}$$

$$C_2O_2 = 3(12/2) + 2(16/2) = 66 \text{g.mol}^{-1}$$

$$? \text{mol C} = 4/14 \text{g} \quad C_2O_2 \times \frac{1 \text{mol C}_2O_2}{66 \text{g} \quad C_2O_2} \times \frac{3 \text{mol C}}{1 \text{mol C}_2O_2}$$

$$= 0/18 \text{mol C}$$



**۱۰۸** عنصر  $P_{15}$  در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون می‌گیرد یا به اشتراک می‌گذارد و در دما و فشار اتفاق به حالت جامد است.

عنصرهای  $Mg_{12}$  و  $Ni_{28}$  خاصیت فلزی دارند و الکترون از دست می‌دهند. عنصرهای  $N_7$  و  $Br_{35}$  در دما و فشار اتفاق به ترتیب به حالت گاز و مایع هستند.

**۱۰۹** در مجموعه عنصرهایی که با عدد اتمی ۱۵ شروع شده و به عدد اتمی ۲۶ ختم می‌شود، **۴ عنصر نافلزی شامل  $P_{15}$ ,  $Cl_{17}$ ,  $S_{16}$**  و  $Ar_{18}$  وجود دارد و **۸ عنصر دیگر فلز هستند**.

**۱۱۰ عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.**

### بررسی عبارت‌ها:

آ) هرچند ژرمانیم همانند سیلیسیم رسانایی الکتریکی کمی دارد، اما رسانایی گرمایی هر دو عنصر نسبتاً زیاد است.

ب) سرب ( $Pb_{82}$ ) و قلع ( $Sn_{50}$ ) هر دو در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارند. با افزایش عدد اتمی در گروه ۱۴ خاصیت فلزی افزایش می‌یابد. پ) گرافیت رسانایی گرمایی ندارد.

ت) نیتروژن ( $N_7$ ) و فسفر ( $P_{15}$ ) هر دو در گروه ۱۵ جدول دوره‌ای قرار دارند. با افزایش عدد اتمی در گروه ۱۵، خاصیت نافلزی کاهش می‌یابد.

**۱۱۱ بیش‌تر عنصرهای جدول دوره‌ای را فلزها تشکیل می‌دهند که به طور عمده در سمت چپ و مرکز جدول قرار دارند.**

**۱۱۲ در تمام گروههای جدول از بالا به پایین، با افزایش عدد اتمی، خصلت فلزی عناصر افزایش می‌یابد.**

**۱۱۳ واکنش هر کدام از فلزهای قلیایی  $Li$  و  $Na$  و  $K$  با گاز کلر، با تولید نور و آزادسازی گرما همراه است.**

**۱۱۴ آرایش الکترونی اتم شماری از فلزهای واسطه مانند  $Cr_{24}$  و  $Cu_{29}$  به  $ns^1$  ختم می‌شود.**

**۱۱۵ به جز عبارت (پ)، سایر عبارت‌ها درست هستند.**

**۱۱۶  $A_{16}$  و  $X_{17}$  به ترتیب همان عنصرهای گوگرد ( $S_{16}$ ) و کلر ( $Cl_{17}$ ) هستند. کلر در دما و فشار اتفاق، گاز زردرنگ مایل به سبز است.**

**۹۹** ۳ اگر بتوان مقدار یک ایزوتوپ را در مخلوط ایزوتوپ‌های یک عنصر افزایش داد، فرایند «غنى‌سازی ایزوتوپی» رُخ داده است.

**۱۰۰** ۳ با توجه به این‌که هر کدام از مواد موجود در گزینه‌ها، تکانمی هستند، کافیست شمار مول‌های آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کرد:

$$1) \frac{1}{6} mol Al$$

$$2) \frac{36}{4} mol Cr = 9 mol Cr$$

$$3) \frac{2}{27} cm^3 \times \frac{27 g}{1 cm^3} \times \frac{1 mol}{27 g} = \frac{2}{27} mol Al$$

$$4) \frac{1}{38} mol Ar$$

### ۱۰۱

به جز عبارت «ب»، بقیه‌ی عبارت‌ها درست هستند. در جدول دوره‌ای (تناوبی) امروزی، عنصرها براساس افزایش عدد اتمی سازماندهی شده‌اند.

**۱۰۲** ۲ شعله‌ی مس (II) سولفات، سدیم نیترات و لیتیم نیترات به ترتیب سبز، زرد و سرخ‌رنگ است. ترتیب طول موج این رنگ‌ها به صورت سبز > زرد > سرخ است.

**۱۰۳** ۲ اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به شمار پروتون‌های آن‌ها برابر یا بیش از  $1/5$  باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان متلاشی می‌شوند.

**۱۰۴** ۱ جرم اتمی میانگین هر عنصر همان جرم نشان داده شده در جدول دوره‌ای عنصرهایست که برای کربن برابر  $12.01 amu$  است. علت این امر وجود ایزوتوپ‌های مختلف کربن در طبیعت است.

**۱۰۵** ۲ در نماد مربوط به نمایش ذره‌های زیراتمی، عددهای سمت چپ از بالا به پایین به ترتیب جرم نسبی و بار نسبی ذره را مشخص می‌کنند. به این ترتیب نماد ذره‌های زیراتمی الکترون، پروتون و نوترون به ترتیب به صورت  $e^-$ ,  $p^+$  و  $n^0$  است.

**۱۰۶** ۱ رفتار شیمیایی فلزها به میزان توانایی اتم آن‌ها به از دست دادن الکترون وابسته است، طوری که هرچه اتم آن‌ها در شرایط معین، آسان تر الکترون از دست بدهد، خصلت فلزی بیشتری دارد.

**۱۰۷** ۲ **بررسی گزینه‌ها:**

(۱) اتم  $Si_{14}$  با به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش الکترونی  $Ar_{18}$  می‌رسند.

(۲) ۳ عنصر  $Si$ ,  $P$  و  $S$  در دما و فشار اتفاق، جامد بوده و بر اثر ضربه خرد می‌شوند.

(۳) ۴ عنصر  $Al$ ,  $Mg$ ,  $Na$  و  $Si$  سطح صیقلی و درخشان دارند.

(۴) ۴ عنصر  $Al$ ,  $Mg$ ,  $Na$  و  $Si$  رسانایی الکتریکی دارند.

تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس 
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه 
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی 
- دانلود نمونه سوالات امتحانی 
- مشاوره کنکور 
- فیلم های انگیزشی 

 [Www.ToranjBook.Net](http://Www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://ToranjBook_Net)