

تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

یادآوری 8

2: اتحاد مربع $\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

4: اتحاد فرج $\Rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

6: اتحاد جمله مشترک $\Rightarrow (a+a)(a+b) = a^2 + (a+b)a(a.b)$

مثال 8

حاصل اتحادهای زیر را بدست آورید

12: $(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$

14: $(3a-1)^2 = 9a^2 - 6a + 1$

16: $(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(\frac{1}{\sqrt{2}}b) + (\frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = 2 + 2b + \frac{b^2}{2}$

18: $(\sqrt{2} + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 3 - 2$

20: $(x+4)(x+3) = x^2 + 7(x) + 12 = x^2 + 7x + 12$

22: $(4x+2)(3x+5) = 9x^2 + 7(4x+10) = 9x^2 + 28x + 10$

24: $(x+2)(x-3) = x^2 - 1(x) - 6 = x^2 - x - 6$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$(x-4)(x-2) = x^2 - 9(x) + 20 = x^2 - 9x + 20$$

$$(2x-3)(2x+1) = 4x^2 - 4x - 3$$

$$(x^2+5)(x^2+2) = x^4 + 17x^2 + 10$$

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید

$$9x^2 - 14 = (3x-4)(3x+4)$$

$$x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{16} = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$y^2 + 2y - 10 = (y+5)(y-2)$$

$$49x^2 + 14x + 1 = (7x+1)(7x+1)$$

نکات طلایی برای مسائل تجزیه 8

۱- اگر عبارت دارای دو جمله باشد یعنی از نوع است.

۲- اگر عبارت دارای سه جمله باشد یا مربع است یا مشترک.

۳- هر دو جمله دارای توان نباشد اتحاد مربع است. در تربیع جمله دارای توان نباشد ملویم اتحاد مشترک است.

(جهت تشخیص اعداد غیر مشترک در اتحاد مشترک می توانیم مثلا عدد ۳ در هر دو عدد ۳ و ۶ مشترک است. در اینجا ۳)

۳ می شود

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{اتحاد مکعب}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \quad \text{اتحاد مکعب اولیای}$$

یادآوری فاکتورگیری

$$x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 11x = x(x^3 + 4x^2 - 7x + 11)$$

$$12x^3 - 11x^2 + 34x^2 + 11x = 4x(x^2 - 2x + 9x + 1)$$

$$4x^2(x+3) + 3^2(x+3) = (x+3)(4x^2+3^2)$$

مثال 8

عبارت‌های زیر را به صورت ساده‌ترین حالت تجزیه کنید

$$x^4 - 4x^2 = x^2(x^2 - 4) = x^2(x-2)(x+2)$$

$$12x^5(x+4)^2 - 11x^4(x+4)^2 = 4x^4(x+4)^2(3x-2(x+4)) = 4x^4(x+4)^2(3x-2x-8) =$$

$$4x^4(x+4)^2(x-12) = 4x^4(x+4)^2(x-\sqrt{12})(x+\sqrt{12})$$

نکته 8: بعضی از محاسبات عددی را می‌توان به کمک اتحادها به راحتی انجام داد. بیایید در واقع ساده

کردن محاسبات بی از نادردهای اتحاد می‌باشد مثلاً به ساده‌سازی عبارات زیر وقت کنید

$$(999)^2 = (1000-1)^2 = (1000)^2 - 2(1000)(1) + (1)^2 = 1000000 - 2000 + 1$$

$$99 \times 10^4 = (100 - 1)(100 + 1) = (100)^2 - (1)^2 = 10000 - 1 = 9999$$

$$(102)^2 = (100 + 2)^2 = (100)^2 + 2(100)(2) + (2)^2 = 10000 + 400 + 4 = 10404$$

یادآوری

مطلب $\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2(a)(b) + b^2$

معادله $\Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)(a-ab+b)$

مثال

با استفاده از اتحادها حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$(2a+1)^3 = (2a)^3 + 3(2a)^2(1) + 3(2a)(1)^2 + (1)^3 = 8a^3 + 12a^2 + 6a + 1 = 8a^3 + 12a^2 + 6a + 1$$

$$\left(\frac{1}{2}a-1\right)^3 = \left(\frac{1}{2}a\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}a\right)^2(1) + 3\left(\frac{1}{2}a\right)(1)^2 - (1)^3 = \frac{1}{8}a^3 - \frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a - 1$$

$$(2a-1b)^3 = (2a)^3 - 3(2a)^2(1b) + 3(2a)(1b)^2 - (1b)^3 = 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$$

$$\left(2a + \frac{1}{2}\right)^3 = (2a)^3 + 3(2a)^2\left(\frac{1}{2}\right) + 3\left(2a\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 8a^3 + 6a^2 + \frac{3}{2}a + \frac{1}{8}$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$xy^r - 1 = (xy - 1)(xy^r + (xy)(1) + (1)^r) = (xy - 1)(xy^r + xy + 1)$$

$$x^{r+1} - 1 = (x+1)(1+x)(1+x^2 + \dots + 1^{r-1}) = (x+1)(x^r - 1 + 1)$$

$$t^r - \frac{1}{k} = (t^r) - (\frac{1}{k}) = (t^r + \frac{1}{k})(t^r - \frac{1}{k} + (\frac{1}{k})^2 + \dots + (\frac{1}{k})^{r-1}) = (t^r - \frac{1}{k})(t^r + \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2} + \dots + \frac{1}{k^{r-1}})$$

$$a^r - 1 = (a - 1)(a^{r-1} + a^{r-2} + \dots + 1)$$

تقریب چند جمله ای ۸

۸ دارای رادیکال نباشد.

$$x^2 + 18x - 12, 29x, 12$$

عبارت های لویا ۸

لوسر هایی صورت و مخرج آن ها چند جمله ای باشند عبارت های لویا هستند. (در صورت مخرج لوسری)

پس از ساده شدن چند جمله ای نمانند یعنی ۸ دارای رادیکال باشد در این صورت آن عبارت لویاست

$$\frac{x^2 - 18x + \sqrt{4}}{29x - 12}$$

$$\frac{9x\sqrt{x} - 12}{9x + 29x^2}$$

نتیجه

در تمامی عبارت های لویا مخرج نباید صفر شود یعنی بسیم مخرج نمی تواند جواب ما باشد **مثلا ۸**

$$\frac{x^2 + 49x - 12}{x - 2} = \quad x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

یعنی ما مجاز نیستیم به ۸ عدد چهاردهیم زیرا در این صورت مخرج لوسر صفر می شود در صورتی که مخرج

باید صفر نرود

$$\frac{dx}{dx} = \frac{dx}{dx} \text{ و } \frac{4x^2}{dx} = \frac{4x^2}{dx}, \quad \frac{4x^2}{dx} = \frac{4}{dx}$$

سهاده کردن عبارات دوباره

برای این که بتوانیم عبارات نو را را ساده کنیم باید صورتها و مخرج را به ساده ترین حالت ممکن در آوریم

و سپس عبارات های مشترک را حذف کنیم

مثال

عبارت های زیر را ساده کنید

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 9} = \frac{(x+2)^2}{(x-3)(x+3)} = \frac{x+2}{x-3}$$

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x+1}$$

$$\frac{4x^2 - 9}{4x^2 + 12x + 9} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x+3)(2x+3)} = \frac{2x-3}{2x+3}$$

$$\frac{x^2 - 12x + 1}{2x^2 - 12x + 1} = \frac{x(x-1)(x+1)}{2(x^2 - 6x + 1)} = \frac{x(x+1)}{2(x-2)}$$

$$\frac{4x^2(x+3) - 4x^2(x+3)}{x^2 - 14x^2} = \frac{4x^2(x+3)(2x-2)(x+3)}{x^2(x^2-14)} \Rightarrow \frac{4x^2(x+3)(x-1)(x+3)}{x^2(x^2-14)} \Rightarrow \frac{4(x+3)(x-1)(x+3)}{x^2-14}$$

$$\frac{-2x^2 - 12x^2 - 22 + 2x^2(x+3)(-5x^2 - 12x^2 - 22)}{x^2(x-2)(x+2)(x+3)}$$

لا تفرق بين كتاب صفحي

1- با استفاده از اتحادها حاصل عبارت های زیر را بسازید.

$$(x-1)^r = x^r - 2^r(x-1)$$

$$\left(y + \frac{1}{y}\right)^r = y^r + \frac{r}{y}y^r + \frac{1}{y^r}$$

$$\left(x - \frac{a}{x}\right)^r = x^r - \frac{ra}{x} + \frac{a^r}{x^r}$$

$$\left(xz - \frac{1}{z}\right)^r = \Lambda z^r - rz^r + \frac{1}{z}z^r - \frac{1}{z^r}$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{b}{x}\right)^r = \frac{1}{x^r} + \frac{r}{x^r} + \frac{r}{x^r} + \frac{b^r}{x^r}$$

2- با استفاده از اتحادها در سمت های مختلف بین عبارت مناسب بگذارید.

$$(a + \sqrt{x})^r = a^r + x a^r \sqrt{x}$$

$$(1 - 2x)^r = 1 - 2^r x + 2^r x^2$$

$$(\sqrt{x} + x)^r = r\sqrt{x} + 2^r x + r\sqrt{x}x^r + x^r$$

3- به کمک اتحادها عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$x^4 - 1 = (x^2)^2 - 1^2 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

$$1 + 2^r = (1 + 2)(1 - 2 + 2^r)$$

$$x^4 - t^4 = x^2 - t^2 = (x - t)(x + t)$$

$$9x^2 - 4x + 1 = (3x - 1)^2$$

$$25x^2 + 25 + 4 = (5x + 2)^2$$

$$9x^2 + 12 + 4 = (3x + 2)^2$$

4. در آید از عبارت های زیر نشان دهنده اتحاد بصیرت (و جمله ای است) $(x+5)(9x^2-20x+16)$ و $(x+2)(x^2-2x+4)$ و $(x+y)(14x^2+2xy+y^2)$ و $(7x-1)(49x^2+14x+1)$

$$(x+5)(9x^2-20x+16) \text{ و } (x+2)(x^2-2x+4) \text{ و } (x+y)(14x^2+2xy+y^2) \text{ و } (7x-1)(49x^2+14x+1)$$

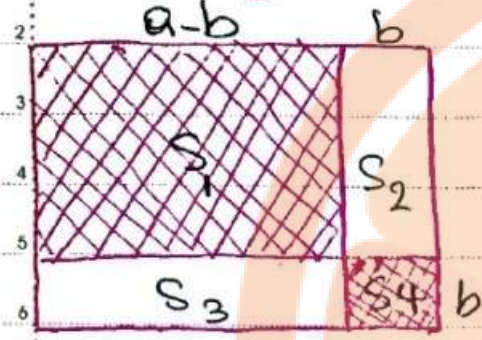
5. عبارت های اجزای را بر اساس درین عبارت ها تجزیه کنید

$$12x^4(x^2+5)^3 - 10x^4(x^2+5)^2 = 2x^4(x^2+5)^2(4x^2 - 5(x^2+5)) = 2x^4(x^2+5)^2(x^2-25) = 2x^4(x^2+5)^2(x+5)(x-5)$$

$$(x-5)(x+5)$$

$$x^4 - 425x^4 = x^4(x^4 - 425) = x^4(x^2 - 20)(x^2 - 25) = x^4(x-5)(x+5)(x-5)(x+5) = x^4(x-5)^2(x+5)^2$$

6. مربع و جبر و راسم اندازن ضلع a است در نقطه بلیم هر دو فرسوس لیسند مساحت کی برابر با S است ضلع a را به دو پاره خط $a-b$ و b تقسیم لیسند و طول بی را a در نقطه بلیم لیسند.



تقسیم لیسند و طول بی را a در نقطه بلیم لیسند.

الف) مساحت های S_1 و S_2 و S_3 و S_4 را به دست آورید.

- 7. $S_1 =$
- 8.
- 9. $S_2 =$
- 10.
- 11. $S_3 =$
- 12.
- 13. $S_4 =$

ب) مساحت S را بر حسب مساحت های S_1 و S_2 و S_3 و S_4 بدست آورید.

پ) اتحاد مربع نوعی را از قسمت «ب» نتیجه بلیم لیسند.

تلاشی در مسیر موفقیت

7. با استفاده از اتحادهای دیم، هر چند عبارت های عددی زیر را بدست آورید.

$$(1001)^3 = (1000+1)^3 = 1000000000 + 3000000 + 3000 + 1 = 1003003001$$

$$(999)^3 = (1000-1)^3 = 1000000 - 3(1000)(1) + 3(1000)^2 - 1 = 997002999$$

نشر پنجم بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

یادآوری اتحادها

1
2
3 $\Rightarrow (a \pm r)^2 \Rightarrow a^2 \pm 2(a)(r) + r^2 = a^2 \pm 2ar + r^2$ اتحاد مربع

4
5 $\Rightarrow (a+r)(a+r) = a^2 + r^2 + 2ar$ یا $(a-r)(a+r) = a^2 + r^2 - 2ar = a^2 + r^2 - 2ar$ اتحاد جمله میانی

6
7 $\Rightarrow (2x-2)(2x+2) = 4x^2 - 4$ اتحاد مزدوج

8
9 اتحاد مطلق $\Rightarrow (9x^2+1) = 9x^2 + 1 + 2(3x)(1) + 2(1)(3x) + 2 = 9x^2 + 4(3x) + 1 = 9x^2 + 12x + 1$

10
11 اتحاد متقابل طبعیات $\Rightarrow (9x^2-1) = 9x^2 - 1 = (3x-1)(3x+1)$

یادآوری تلیب های تجزیه بردن (سهاد درون)

12
13
14
15 1. فالقولی \Leftarrow اگر یک عبارت در تمامی حالات وجود داشته باشد می توان از آن عبارت فالقولی گرفت.

16
17 2. اگر عبارت فقط دو جمله داشته باشد \Leftarrow اتحاد مزدوج می باشد. اگر آن سه باشد \Leftarrow اتحاد مطلق می باشد.

18
19 3. اگر عبارت سه جمله داشته باشد \Leftarrow اتحاد مربع است. دو جمله می صورت توان دو باشد \Leftarrow اتحاد مزدوج است.

20
21 4. اگر فقط یک توان دو وجود داشته باشد \Leftarrow اتحاد جمله مشترک است.

22
23 4. اگر عبارت دارای چهار جمله باشد دو عدد دارای توان سه باشد \Leftarrow اتحاد مطلق می باشد.

نصف 8

در عبارات های توان به ازای ریشه های مفروض آن عبارت توانا تقریف شده می باشد (زیرا مخرج عبارت برابر مخرج صورت)

مثال \leftarrow به ازای $x=2$ عبارت فوق تقریف شده است. $x-2=0 \Rightarrow x=2$

$$\frac{4x^2 + 16x - 12}{x-2}$$

نصف خنجر ریزه

* در تقریف عبارت کسر، صورت و مخرج در صورت وجود داشته باشد یا هم به ازای ریشه مخرج عبارت توانا تقریف شده می باشد

مثال \leftarrow به ازای $x=2$ عبارت فوق تقریف شده است

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+4)}{x-2}$$

عبارات های توانی زیر با ازای چه مقادیری از ریشه ها تقریف شده می باشد

$$\frac{x^2+1}{x^2-1} = x^2-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$\frac{x}{x^2+x} = x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$x^2-2 \Rightarrow x = \pm 2$$

رابطی که جذبی لبر با درجه علامت مثبت و علامت منفی را قرار دهیم مثلاً \leftarrow

$$\frac{2x^2y+4xy^2}{x^2} = x^2=0 \Rightarrow x=0$$

$$\frac{x^4-a^4}{a^4x^2-a^2x} = \begin{cases} a^2(x^2-a^2)=0 \\ a^2x=0 \\ x^2-a^2=0 \Rightarrow x=\pm a \\ x=\pm a \end{cases}$$

$$\frac{x^3+2x^2+2x}{x(x+1)(x^2+4)} = \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x^2-2=0 \Rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

جمع و تفریق عبارات کسری برای جمع و تفریق برادین میزاجات توانا یا بدخرج مشترک بلیبرم برای این ما

هر مخرج را به ساده ترین صورت نوشت و سپس هر جمله آن جمله ای توان بزرگ تری در برابر می آوریم

مثال ←

حامل عبارت حل زیر را بدست آورید

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{(x-1) + (x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{x}{x^2+x} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{x(x+1) + x(x)}{x(x+1)(x-1)} \Rightarrow x^2 + 2x = x(x+1) \quad , \quad x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

$$\frac{x-2}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2) - (x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 4 - x^2 + 2x + 2}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x-2}{(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{1}{x^2-1} - \frac{1+x}{\sqrt{x^2}} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{x-1}{x^2(x-1)(x+1)} - \frac{(1+x)(x-2)}{x^2(x-1)(x+1)} + \frac{(x+2)x^2}{x^2(x-1)(x+1)} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{x^2(x-1)} - \frac{1+x}{x^2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^2(x-1)(x+1)} - \frac{(1+x)(x-2)}{x^2(x-1)(x+1)} + \frac{(x+2)x^2}{x^2(x-1)(x+1)}$$

$$\frac{y+1}{y^2+y-1} + \frac{y-2}{y^2+y} = \frac{y(y+1) + (y-2)(y-1)}{y(y+1)(y-1)} = \frac{y^2+y+2y-2}{y(y+1)(y-1)} \Rightarrow y^2+y-2 = (y+2)(y-1)$$

$$y^2 + 2y = y(y+2)$$

$$\frac{F+x^2-2x}{2+x} - \frac{x-2}{1} = \frac{F+x^2-2x-x(1+x)-2(1+x)}{2+x} = \frac{F+x^2-2x-x-x^2-2-2x}{2+x} = \frac{-4-2x}{2+x}$$

Subject: _____
Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$\frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} - \frac{2}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} \Rightarrow \frac{(x^2 + 2)(x^2 + 1) - 2(x^2 - 2)(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 2}$$

$$= \frac{1 \cdot x - 1}{(x-1)(x+1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x+1}$$

$$\frac{x+1}{x-1} - 1 = \frac{x+1 - (x-1)}{x-1} = \frac{x+1-x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$$

$$\frac{1}{m} + 1 = \frac{1+m}{m} = \frac{1}{m}$$

بوجک نرنگ

تلاش در مسیر موفقیت

Subject:

Year: Month: Day: ()

یاد داری اتحادها؟

3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

5. $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

7. $(x+a)(x+b) = x^2 + \dots + (a+b)x + ab$

9. $(a+b)^2 = a^2 + 2(a)(b) + 2(a)(b) + b^2$

11. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

13. $a^2 + b^2 = (a+b)(a-b)$

نکته بزرگ

تلاشی در مسیر موفقیت

عادله و مسائل توصیفی و

معادله درجه اول \Leftarrow هر معادله به صورت $(ax + b = 0)$ را معادله ی درجه اول میگویند.

زیر آن $a \neq 0$ یک می باشد (اگر توان x نوشته شده معادله درجه اول است).

مثال ۳ $2x - \frac{1}{4} = 4$ و $x - 12 = 0$ و $2x + 4 = 0$ و $ax + b = 0$

روش حل معادله درجه اول \Leftarrow تمامی ضرایب (a) ها را به یک سمت تساوی و تمامی عدد ها را به

سمت دیگر تساوی می بینیم و پس معادله را حل می کنیم یعنی a را می یابیم.

مثال \Leftarrow حاصل معادلات زیر را بدست آورید.

$$2x + 4 = 0 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x - 12 = 0 \rightarrow x = 12$$

$$2x - 4 = 9 \rightarrow 2x = 9 + 4 = 2x \mid : 2 \rightarrow x = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$2x + 4 = 9x - 12 \rightarrow 2x - 9x = -12 - 4 \rightarrow -7x = -16 \rightarrow 7x = 16$$

$$x = \frac{16}{7} = 2.28$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

عدد ۲ از عبارات زیر را به بی معادله تبدیل کنید.

الف) عددی بیابد که برابر آن ۲ برابر با ۳ برابر آن عدد ۲ باشد

$$-2 = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4}{-2} \rightarrow x = -2$$

ب) مربع عددی برابر با همان عدد است

مربع منفی به توان ۲

$$x^2 = 9x$$

ج) بیضا از سه عدس بیاض ۳ حال پذیرد نصف و اگر حاصل ضرب سن این دو ۹ باشد سیر عددی را چه چیز میزند

سال دارو ۸

$$n(n-3) = 14 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow n = 3$$

نزد بولک
تلاشی در مسیر موفقیت

معادله‌ی درجه دوم

یک معادله درجه دوم می‌تواند دارای دو ریشه دایک، هیچ ریشه‌ی حقیقی یا هیچ ریشه‌ی موهومی داشته باشد.

می‌توانیم

$$ax^2 + bx + c = 0$$

معادله استاندارد معادله درجه دوم

معادله استاندارد معادله درجه دوم

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

$$x - x_2 = 0 \rightarrow x = x_2$$

مثال

$$(x-2)(x+4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x+4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

(معادله درجه دوم ضرایب صحیح) معادله درجه دوم

$$(x-x_1)^2 = 0 \rightarrow x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

مثال

$$(x-2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

نصف ۱

$$(x+1)(x+2) = 0$$

معادله درجه دومی بنویسید به ریشه های آن x_1 و x_2 باشد

$$(x+1)^2 = 0$$

معادله درجه دومی بنویسید به دارای ریشه مضاعف x_1 باشد

مثال ۲

$$(x+2)(x+4) = 0$$

معادله درجه دومی بنویسید به ریشه های آن $x_1 = 2$ و $x_2 = 4$ باشد

$$(x-2)^2$$

معادله درجه دومی بنویسید به دارای ریشه مضاعف $x_1 = 2$ باشد

روش حل معادلات درجه دوم به روش تجزیه ای است

در این روش تمام عبارات را به صورت ساده ای آورده و با استفاده از تجزیه و فاکتورگیری آن ها، آن ها را

ساده کرده (یعنی به درون پرانتز می آوریم) سپس جواب را می یابیم

حاصل معادلات زیر را بدست آورید

$$x^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \vee x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 4, 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x^2 = 5 - x^2 \Rightarrow x^2 + x^2 - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\frac{x^2}{x} = x \Rightarrow \frac{x^2}{x} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x}{x} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{x}{x} - 1 = 0 \rightarrow \frac{x}{x} = 1 \rightarrow x = 1 \times 4 = 4 \end{cases}$$

$$(x+2)(x-4) = x^2 - 4 \Rightarrow (x+2)(x-4) - (x^2 - 4) = 0 \Rightarrow (x+2)(x-4) - (x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4 = 0 \Rightarrow x=4 \\ x+2 = 0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

نتیجه

در معادله درجه یک با استفاده از ضرایب سمت چپ و عدد ثابت و عدد ثابت در طرف دیگر توانی تعیین کنید

در معادله درجه دو با استفاده از ضرایب سمت چپ و عدد ثابت و عدد ثابت در طرف دیگر توانی تعیین کنید

حل می کنیم

نظم

در معادلات $k = (n-1)$ می توان با توجه به مقدار k حاصل را به صورت زیر بدست آورد.

$k > 0 \Rightarrow (k \text{ عدد مثبت است}) \xrightarrow{\text{جزر دومین}} n-1 \pm \sqrt{k}$

$(n-2)^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذ}}$ $(n-2) = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} n-2=2 \Rightarrow n=4 \\ n-2=-2 \Rightarrow n=0 \end{cases}$

$k = 0 \Rightarrow (n-1)^2 = 0 \rightarrow (n-1) = 0 \rightarrow n = 1$

$k < 0 \Rightarrow (k \text{ عدد منفی است}) \rightarrow (n-1)^2 = -2$ جواب ندارد. \times

تلاشی در مسیر موفقیت

۱. معادله‌های زیر را حل کنید.

۴) $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

۶) $(x+1)(x-2) = x^2 - (x+1)(x-2) - (x-2) = 0 \Rightarrow (x-2) = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2.1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \\ x = -1 \end{cases}$

۸) $x^4 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0, x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$

۱۰) $x^2 = x - \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 - x + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x(x - 1 + \frac{1}{x}) = 0 \Rightarrow x(x - \frac{x-1}{x}) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } x - \frac{x-1}{x} = 0 \Rightarrow x^2 = x-1$

۱۲) $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$

۱۴) $x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ و } x = 4$

۱۶) $\frac{x^2}{p} = x - \frac{x^2}{r} \Rightarrow x^2 = px - \frac{px^2}{r} \Rightarrow x^2 + \frac{px^2}{r} - px = 0 \Rightarrow x^2(1 + \frac{p}{r}) - px = 0 \Rightarrow x^2(1 + \frac{p}{r}) = px \Rightarrow x(1 + \frac{p}{r}) = p \Rightarrow x = \frac{p}{1 + \frac{p}{r}} = \frac{pr}{r+p}$

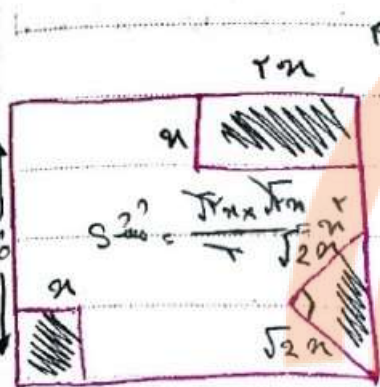
۱۸) $x^2 = 5 - x^2 \Rightarrow x^2 + x^2 = 5 \Rightarrow 2x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$

۲۰) $x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$

۲۲) $9x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow (3x-1)(3x+1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ و } x = -\frac{1}{3}$

۲۴) $(x-4)^2 = 4 \Rightarrow (x-4)^2 - 4 = 0 \Rightarrow x-4 = 2 \text{ و } x-4 = -2 \Rightarrow x = 6 \text{ و } x = 2$

2. اگر فرض کنیم به ضلع 6cm مثلث برقرار بریده شده است. مساحت باقی مانده 24cm^2 است. طول ضلع دو ضلع بریده شده



باقی مانده $S_{\text{مربع}} - S_{\text{مثلث}} = 24$

$$S_{\text{باقی مانده}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{مثلث}} + S_{\text{مربع}} =$$

$$r + 2r + r = 4r$$

$$24 - 4r^2 = 24 \rightarrow -4r^2 = 24 - 24 \rightarrow 4r^2 = 0 \rightarrow r^2 = 0 \rightarrow r = 0$$

3. معادله درجه دومی بنویسید که 2 و 3 در جواب های آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟

$$(x-2)(x+3) = 0 \rightarrow x^2 + x - 4 = 0$$

4. معادله درجه دومی بنویسید که 1 و 1 ریشه صاف آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟

$$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

5. در معادله $K(x-1)^2 = 8$

الف) جواب این معادله در صورت وجود برای $K=2$ ، $K=4$ ، $K=0$ و $K=-9$ چیست و در هر

$$(x-1)^2 = \frac{8}{K} \rightarrow x-1 = \pm \sqrt{\frac{8}{K}} \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{\frac{8}{K}}$$

$$(x-1)^2 = \frac{8}{K} \rightarrow (x-1) = \pm \sqrt{\frac{8}{K}} \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{\frac{8}{K}}$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

1: $(x-1)^2 = 0 \quad x=1$

3: $(x-1)^2 = -9$ جواب ندارد

ب) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه مضاعف دارد؟ صفر

پ) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی دارد؟ به ازای $k \geq 0$ معادله دو ریشه حقیقی دارد $k \geq 4$

ت) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی ندارد؟ به ازای $k < 0$ معادله ریشه حقیقی ندارد $k = -$

نزدیک بوکت

تلاشی در مسیر موفقیت

ط. معادلات درجه دوم با استفاده از روش مربع کامل
 ضرب در ۲ و برعکس ا باشد

$$x^2 - 2x + 9 = 5 \rightarrow x^2 - 2x = -4 \rightarrow (x^2 - 2x + \frac{2^2}{4}) = -4 + \frac{2^2}{4} \rightarrow (x - \frac{2}{1})^2 = \frac{-4 + 1}{1} \rightarrow (x - 1)^2 = -\frac{3}{1}$$

$\frac{-2}{2} = -1$
 $\frac{2^2}{4} = 1$
 در ۲ ضرب
 در ۲ برسان

$$x - \frac{2}{1} = \pm \sqrt{-\frac{3}{1}} \rightarrow x = \frac{2}{1} \pm \sqrt{-\frac{3}{1}} = \frac{2 \pm \sqrt{-3}}{1} \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{-3}}{1}$$

$\frac{2}{1} + \frac{1}{1} = \frac{3}{1} = 3$
 $\frac{2}{1} - \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = 1$

$$4x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow 2(2x^2 + x - 1) = 0 \rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$

$$(2x + \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} \rightarrow 2x + \frac{1}{2} = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow 2x + \frac{1}{2} = \pm \frac{1}{2} \rightarrow 2x = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{-\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}{2} = \frac{-1 \pm 1}{4}$$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

عادله های درجه دوم زیر را به روش متغیرهای کامل کنید.

4 $x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 5x = -4 \rightarrow (x^2 - 5x + \frac{25}{4}) = -4 + \frac{25}{4} \rightarrow (x - \frac{5}{2})^2 = \frac{9}{4} \rightarrow$
 $x - \frac{5}{2} = \pm \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{5+3}{2} = 4 \text{ یا } x = \frac{5-3}{2} = 1$

8 $9x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow 9(x^2 + \frac{2}{9}x - \frac{2}{9}) = 0 \rightarrow x^2 + \frac{2}{9}x - \frac{2}{9} = 0 \rightarrow (x^2 + \frac{2}{9}x + \frac{1}{81}) - \frac{1}{81} - \frac{2}{9} = 0 \rightarrow$
 $(x + \frac{1}{9})^2 - \frac{1}{81} - \frac{2}{9} = 0 \rightarrow (x + \frac{1}{9})^2 = \frac{1}{81} + \frac{2}{9} = \frac{1+20}{81} = \frac{21}{81} = \frac{7}{27} \rightarrow x + \frac{1}{9} = \pm \sqrt{\frac{7}{27}}$

12 $(\frac{x}{2})^2 + \frac{1}{2}x - 2 = 0 \rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}x - 2 = 0 \rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow (x^2 + 2x + 1) - 1 - 8 = 0 \rightarrow$
 $(x+1)^2 - 9 = 0 \rightarrow (x+1)^2 = 9 \rightarrow x+1 = \pm 3 \rightarrow x = -1 \pm 3 \rightarrow x = 2 \text{ یا } x = -4$

14 $x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow x = \frac{2x-1}{x} \rightarrow x^2 = 2x-1 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$

16 $x^2 + 4x + 9 = 0 \rightarrow x^2 + 4x = -9 \rightarrow (x^2 + 4x + 4) = -9 + 4 \rightarrow (x+2)^2 = -5 \rightarrow x+2 = \pm \sqrt{-5} \rightarrow x = -2 \pm \sqrt{-5}$

18 $x = -2$

حل معادلات درجه دوم بر روش بی (دلتا)

فرم بی معادلات درجه دوم به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ می باشد که با توجه به مقادیر a, b, c می توان

تعداد ریشه ها و همچنین مقدار ریشه های معادله را بدست آورد. درود برای این کار ابتدا باید دلتا معادله را بدست آورد.

تغییر دلتا

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

مثال ۴

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 4^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$$

$$2x^2 - 8 + 4x = 0 \rightarrow 4^2 - 4(2)(-4) = 16 + 16 = 32$$

1) $\Delta > 0 \rightarrow$ معادله دو ریشه دارد $\rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$

2) $\Delta = 0 \rightarrow$ معادله یک ریشه دارد $\rightarrow x = \frac{-b}{2a}$

3) $\Delta < 0 \rightarrow$ معادله هیچ ریشه ندارد

مثال 8

معادلات زیر را بر روی Δ حل کنید.

1. $x^2 - 2x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(2) = 4 - 8 = -4 < 0 \rightarrow$ ریشه ندارد

2. $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{-2 + \sqrt{-4}}{2} = \frac{-2 \pm 2i}{2}$

3. $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{-2 - \sqrt{-4}}{2} = \frac{-2 \pm 2i}{2}$

4. $x^2 + \sqrt{2}x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (\sqrt{2})^2 - 4(1)(-2) = 2 + 8 = 10 > 0 \rightarrow$ ریشه دارد

5. $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{10}}{2} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{10}}{2}$

6. $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{10}}{2} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{10}}{2}$

7. $x^2 + x + \sqrt{2} = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(\sqrt{2}) = -4\sqrt{2} < 0 \rightarrow$ ریشه ندارد

معادلات زیر را به روش Δ حل کنید.

الف) $2x^2 + 4x - 7 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 16 - 4(2)(-7) = 44 > 0$ دو ریشه حقیقی

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{44}}{4} = \frac{-2 + \sqrt{11}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4} = \frac{-2 - \sqrt{11}}{2}$$

ب) $4x^2 + 2x - 7 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14 - 4(4)(-7) = 100 > 0$ دو ریشه حقیقی

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{100}}{8} = \frac{-2 + 10}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{100}}{8} = \frac{-2 - 10}{8} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2}$$

کتابخانه
 نجف بوک
 تلاشی در مسیر موفقیت

۱. معادله‌های درجه دوم زیر را حل کنید.

1) $x^2 - 9x + 20 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(1)(20) = 1 - 20 = -19$ ریشه ندارد

2) $2x^2 + x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 > 0$ ریشه دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 - 3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

3) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 16 - 4(4)(1) \rightarrow 16 - 16 = 0$ یک ریشه دارد

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

4) $x^2 + 17x - 18 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 289 - 4(1)(-18) \rightarrow 289 + 72 = 361 > 0$ ریشه دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 + \sqrt{361}}{2} = \frac{-17 + 19}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 - \sqrt{361}}{2} = \frac{-17 - 19}{2} = \frac{-36}{2} = -18$$

5) $2x^2 - 9x + 5 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(2)(5) = 1 - 40 = -39$ مطلوبه نیست

6) $x^2 + \sqrt{2}x - 15 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 2 - 4(1)(-15) = 2 + 60 = 62$ مطلوبه نیست

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{62}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{62}}{2}$$

2. معادله $2x^2 - 3x - 5 = 0$ را بر روی Δ حل کنید با محاسبه ریشه های x_1 و x_2 و حاصل ضرب آن ها را

درست است!

7) $x^2 - 2x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 4 - 4(1)(-2) = 4 + 8 = 12$ مطلوبه است

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2} = 1 + \sqrt{3} = \frac{1}{1} = \frac{\Delta}{1}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2} = 1 - \sqrt{3} = \frac{1}{1} = -\frac{\Delta}{1}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\Delta}{1} \cdot -\frac{\Delta}{1} = -\Delta$$

این جنی هم خود

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ می توان روابط زیر را بدست آورد.

(1) اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشد $(a + b + c = 0)$ یک ریشه معادله برابر 1 و ریشه دیگر آن $-\frac{c}{a}$ می باشد

مثال 1 $7x^2 + 5x - 7 = 0$ \rightarrow مجموع ضرایب $= 0$ $x_1 = 1$ و $x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{7}{7} = -1$

(2) اگر رابطه $a + c = b$ در این صورت یک ریشه معادله (-1) و ریشه دیگر آن $(-\frac{c}{a})$ می باشد

مثال 2 $x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow a + c = b$ $x_1 = -1$ و $x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{4}{1} = -4$

(3) مجموع ریشه این معادله برابر است با $(-\frac{b}{a})$ $(x_1 + x_2 = -\frac{b}{a})$

مثال 3 $2x^2 + 4x - 12 = 0 \rightarrow$ مجموع ریشه ها $= -\frac{b}{a} = -\frac{4}{2} = -2$

(4) حاصل ضرب ریشه ها در این معادله برابر است با $(-\frac{c}{a})$ $(x_1 \times x_2 = -\frac{c}{a})$

مثال 4 $2x^2 + 4x - 12 = 0$ حاصل ضرب ریشه ها $= -\frac{c}{a} = -\frac{-12}{2} = 6$

تلاش کن

ریشه های معادله درجه دوم معادله صحت می یابند یعنی اگر جواب معادله را به داده باشند می توانیم آن جواب را در

خودتان را قرار دهید.

مثال ۳ ← دارای جواب ۴ می باشد ✓
 $2x^2 - 4x + 2 = 0$

جواب عددی این معادله را بدست آورید.

$$2(-4)^2 - 4(-4) + 2 = 0 \rightarrow 2(16) + 16 + 2 = 0 \rightarrow 40 + 18 = 58$$

$$2a = -4 \rightarrow a = \frac{-4}{2} = -2$$

حال که a پیدا شد معادله را نسبت به x حل کنید و جوابها را بدست آورید.

$$2x^2 + 10x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 100 - 4(2)(2) = 100 - 16 = 84$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{84}}{4} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{21}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{84}}{4} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{21}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

مثال ۴ ←

دو آبی از معادله های زیر به ازای هر مقدار a همواره دارای جواب های حقیقی می باشد؟

برای معادله این معادله $x^2 + 9x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = 81 - 4(1)(-1) = 85$

جواب دارد

معادله $x^2 - x + 9 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(9) = -35$ جواب ندارد



نکته بزرگ

تلاشی در مسیر موفقیت

معادلات لویا 8

نحوہ حل معادلات لویا

تمامی عبارات از بی سمت تساوی می آوریم

معبر مشترک می گیریم

و پس فقط صورت را مساوی مخرج قرار می دهیم

تذکره اول در بعضی ایام به دوست آوریم یعنی مخرج هم باشد آن بزرگ مورد قبول نیست

مثال

درستی معادلات زیر را بررسی کنید (معادلات زیر را حل کنید)

$$\frac{1}{n-2} - \frac{d(n-1)}{n-2} = 2 \rightarrow \frac{1}{n-2} - \frac{d(n-1)}{n-2} = 2 \rightarrow \frac{1 - d(n-1) - 2(n-2)}{n-2} = 0$$

$$1 - dn + d - 2n + 4 = 0 \rightarrow 2 \sqrt{n} \leq 0 \rightarrow \sqrt{n} \geq -2 \rightarrow n \geq -4 = n-2 \rightarrow n = 2$$

$$\frac{n-2}{n-2} + \frac{n-1}{n+2} = \frac{n^2-4n+d}{n^2-n-2} = \frac{n-2}{n-2} + \frac{n-1}{n+2} - \frac{n^2-4n+d}{n^2-n-2} = 0$$

$$(n+2)(n-2) + (n-2)(n-1) - (n^2-4n+d) = 0 \rightarrow n^2 + 2n - 4 + n^2 - 4n + d - n^2 + 4n - d = 0$$

$$(n-2)(n+2) \left\{ \begin{array}{l} n-2 \geq 0 \rightarrow n \geq 2 \checkmark \\ n+2 \geq 0 \rightarrow n \geq -2 \end{array} \right.$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

$$1 + \frac{\Lambda}{n^r} = \frac{F}{n} \rightarrow 1 + \frac{\Lambda}{n^r} - \frac{F}{n} = 0 \rightarrow \frac{1(n^r) + \Lambda - F n}{n^r} = 0 \rightarrow n^r - F n + \Lambda = 0 \quad \Delta$$

2:

$$3: \Delta = b^2 - 4ac = 14 - 4(1)(\Lambda) = 14 - 4\Lambda = -14 < 0 \quad \rightarrow \text{no real roots}$$

4:

$$5: \frac{n-r}{n-k} = \frac{n+1}{n+p} \rightarrow \frac{n-r}{n-k} - \frac{n+1}{n+p} = 0 \rightarrow \frac{(n-r)(n+p) - (n+1)(n-k)}{(n-k)(n+p)} = 0 \rightarrow n^2 - r n - n^2 + k n - n^2 - n + k n + n + 1 = 0 \rightarrow k n - r n = 0$$

6:

$$7: k n = r n \Rightarrow n = \frac{r}{k} \Rightarrow n = \frac{1}{r}$$

8:

$$9: \frac{r k}{1+m} + 1 = \frac{r k}{1-m} \rightarrow \frac{r k}{1+m} + 1 - \frac{r k}{1-m} = 0 \rightarrow \frac{r k(1-m) + (1+m)(1-m) - r k(1+m)}{(1+m)(1-m)}$$

10:

$$11: \text{Solving } m^2 - k m + 1 = 0 \rightarrow (m+d)(m-r) = 0 \quad \begin{cases} m+d = -1 \\ m-r = 1 \end{cases}$$

12:

$$13: \frac{y+r}{y+p} - \frac{y^r}{y^r-9} = 1 - \frac{y-1}{p-y} \rightarrow \frac{y+r}{y+p} - \frac{y^r}{y^r-9} - 1 + \frac{y-1}{p-y} = 0 \rightarrow \frac{(y+r)(y-m) - (y^r-1)(y-p)}{(y+p)(y-m)}$$

14:

$$15: \frac{(y+r)(y-m) + (y-1)(y+m)}{(y+p)(y-m)} = 0 \rightarrow -r y^2 - p y + 9 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(p)(4) =$$

16:

$$17: 9 + 16a > 0 \quad \rightarrow \text{no real roots}$$

18:

$$19: x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{p + \sqrt{4p}}{-4}$$

20:

$$21: x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{p - \sqrt{4p}}{-4}$$

22:

23:

24:

ماتریس زیر را حل کنید

$$\frac{r(m-d)}{m+r} = 1 \Rightarrow \frac{r(m-d)}{m+r} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{r(m-d) - (m+r)}{m+r} = 0 \Rightarrow r(m-d) - (m+r) = 0$$

$$r(m-d) = m+r \Rightarrow m = \frac{r}{r-d} \quad m > +\infty$$

$$\frac{r(m-r)}{m} + \frac{r(m+d)}{m+r} = d \Rightarrow \frac{r(m-r)}{m} + \frac{r(m+d)}{m+r} - d = 0 \Rightarrow \frac{(r(m-r)(m+r) + (r(m+d))(m) - d(m)(m+r))}{m(m+r)}$$

$$\frac{r}{m+r} + \frac{m}{m+r} = \frac{r}{m+r} \Rightarrow \frac{r}{m+r} + \frac{m}{m+r} - \frac{r}{m+r} = 0 \Rightarrow \frac{m}{m+r} = 0 \Rightarrow m = 0$$

$$\frac{r}{m+r} + \frac{m}{m+r} = \frac{r}{m+r} \Rightarrow \frac{r}{m+r} + \frac{m}{m+r} - \frac{r}{m+r} = 0 \Rightarrow \frac{m}{m+r} = 0 \Rightarrow m = 0$$

$$r + m - r - d(m-r) = 0 \Rightarrow r + m - r - dm + dr = 0 \Rightarrow m - dm + dr = 0 \Rightarrow m(1-d) + dr = 0 \Rightarrow m = \frac{-dr}{1-d}$$

$$\frac{r^2 - 2mr + r}{m^2 - 2m} - \frac{1+m}{m} = \frac{m-1}{m-r} = \frac{r^2 - 2mr + r}{m^2 - 2m} - \frac{1+m}{m} - \frac{m-1}{m-r} = 0 \Rightarrow \frac{r^2 - 2mr + r - (m-1)(m-r)}{m(m-r)}$$

$$\frac{(m-1)(m)}{m(m-r)} \Rightarrow \frac{r^2 - 2mr + r - (m-1)(m-r)}{m(m-r)} = 0 \Rightarrow r^2 - 2mr + r - (m-1)(m-r) = 0 \Rightarrow r^2 + r = 0 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow m = \frac{r}{1-d}$$

$$\frac{r}{m-1} - \frac{r}{m+r} = \frac{r}{m-1} \Rightarrow \frac{r}{m-1} - \frac{r}{m+r} - \frac{r}{m-1} = 0 \Rightarrow \frac{r(m+r)(m-1) - r(m-1)(m-r) - r(m-1)(m+r)}{(m-1)(m+r)(m-1)}$$

$$\frac{r}{m+r} + \frac{m}{m+r} - 1 - \frac{r}{m+r} + \frac{m}{m+r} - \frac{r}{m+r} - 1 + \frac{r}{m+r} = 0 \Rightarrow \frac{r^2 + m - 1}{m+r} = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$1 - r(-r)(-1) = 1 - 1r = -119 \leftarrow \text{ماتریس}$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$\frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{2x-4}{x+2} \Rightarrow \frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+2}{x-2} - \frac{2x-4}{x+2} \Rightarrow \frac{11 + (-x-2)(x+2) - (x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$\frac{(2x-4)(x-2)}{(x+2)(x-2)} \Rightarrow 11 - x^2 - 2x - 4 - 2x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow -3x^2 + 2x - 1 \Delta \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$4 - 4(-3)(-1) \Rightarrow 4 - 12 = -8 \langle \text{ریشه ندارد} \rangle$$

نرخ بولک
 تلاشی در مسیر موفقیت

نکته: رسم معادله در خود معادله صحت می‌کند یعنی اگر به جای تمامی a های معادله a ، مورد نظر را قرار دهیم

معادله همبندی درست می‌باشد

برای a معادله a معادله $a = \frac{a+1}{a+1}$ دارای جواب $a=1$ و a نباشد

یعنی می‌توان به جای تمامی a های معادله عدد یک را مکرر داد و پس از این است آورد.

$$\frac{a}{a} = \frac{a+1}{a+1} \rightarrow \frac{a+1}{a+1} = \frac{1+1}{1+1} \rightarrow a = \frac{2}{1+1} \rightarrow a = \frac{2}{2} = 1$$

$$a + a - 2 \rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a+2=0 \rightarrow a=-2 \\ a-1=0 \rightarrow a=1 \end{cases}$$

نشان بده که $a=1$ و $a=-2$ جواب معادله $a = \frac{a+1}{a+1}$ است

تلاشی در مسیر موفقیت

مجموع معلول نوع ذریع طبیعی متوالی برابر (یا کمتر) آن نوع و را پیدا کنید.

$$\frac{1}{r^n} + \frac{1}{r^{n+1}} = \frac{\Delta}{r} \Rightarrow \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^{n+2}} - \frac{\Delta}{r} = 0 \Rightarrow \frac{1(r^{n+1}) + r^n - \Delta(r)(r^{n+1})}{r^2 n (r^{n+1})}$$

$$4r^n + 4r^n - \Delta r^n - \Delta r^n = 0 \Rightarrow -\Delta r^n + 8r^n = 0 \Rightarrow \Delta = 8r^n \Rightarrow \Delta = 8r^n \Rightarrow \Delta = 8r^n \Rightarrow \Delta = 8r^n$$

$$149 > 0 \Rightarrow x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \cdot 149}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 + \sqrt{597}}{2}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{597}}{2}$$

برای k و t جواب $t = -3$ $\frac{r-t}{r-t} = \frac{r^t + k}{(t+1)^r - 4A}$

$$\frac{r-t}{r-t} = \frac{r^t + k}{(t+1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{r - (-3)}{r - r(-3)} = \frac{r^t + k}{((-3)^r + 1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{V}{A} = \frac{r^t + k}{1 - 4A}$$

$$\frac{V}{A} = \frac{r^t + k}{k^r} \Rightarrow \frac{V}{A} = \frac{r^t + k}{k} \Rightarrow r^t + k = \frac{V}{A} k \Rightarrow k = 0$$

تابع

رابطه خطی؟ هر معادله به صورت $y = ax + b$ است

در رابطه خطی باید توان x از درجه یک باشد مثلاً رابطه های زیر خطی هستند

$y = 2x + 3$ $y = -x + \frac{4}{5}$ $y = \frac{-x}{2} + 4$ $y = x$

ولی معادله های به صورت زیر که برای x توانی بزرگ تر از یک می باشد رابطه خطی نمی گویند مثلاً

$y = x^2$ $y = -5x^2 + 2x - 9$ $y = x^2 + 2x^2 - 5x + 4$

در رابطه $y = ax + b$ اعداد حقیقی هستند و a و b مستقل است و y متغیر وابسته

گویند

مثال

با توجه به رابطه داده شده جدول زیر را کامل کنید

x	1	2	3	4	5	6	7
y	1	-7	-3	3	7	11	15

$y = -2x^2 + 3$

$2x^2 - 2x + 2 = 0$

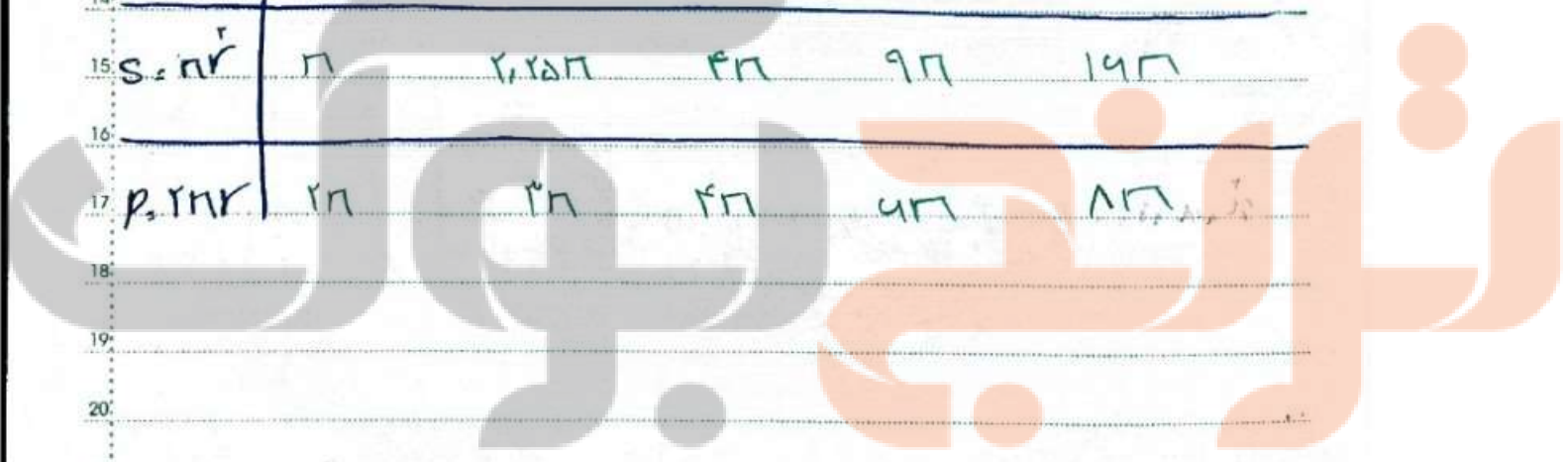
1						
2	x	r	r^2	$\frac{r^3}{r}$	0	-1
3	y	r	r^2	$\frac{r^3}{r}$	1	r

$y = nr^r$

مساحت دایره از رابطه $S = \pi r^2$ و محیط آن از رابطه $P = 2\pi r$ بدست می آید

با توجه به شش‌های داده شده در جدول زیر مساحت و محیط دایره را بدست آورید.

14	r	1	1,5	2	3	4
15	$S = \pi r^2$	π	$2,25\pi$	4π	9π	16π
17	$P = 2\pi r$	2π	3π	4π	6π	8π



تلاشی در مسیر موفقیت

زوج مرتب

اگر در رابطه ای x و y را در کنار هم به صورت (x, y) بنویسیم به آن زوج مرتب گویند

در زوج مرتب به x مولفه اول یا مختص اول و به y مولفه دوم یا مختص دوم گویند

برای اینکه دو زوج مرتب با هم برابر باشند باید مولفه های اول با هم و مولفه های دوم نیز با هم برابر باشند

$$(a, b) = (c, d) \rightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

یعنی

$$(x+2, y-3) = (5, d) \rightarrow \begin{cases} x+2 = 5 \\ y-3 = d \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 3 \\ y = d+3 \end{matrix}$$

جدول زیر را کامل کنید

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$\sqrt{2}$	2
y	-2	1	$\frac{3}{2}$	4	$2\sqrt{2}+1$	7
(x, y)	$(-1, -2)$	$(0, 1)$	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$	$(1, 4)$	$(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}+1)$	$(2, 7)$

$y = 2x + 1$

تابع

تعریف اول تابع: هرایی مولفه اول مساوی نباشند (منی ها با هم برابر نباشند) (زوج مرتب)

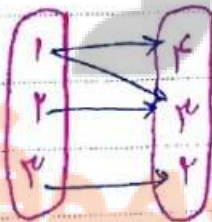
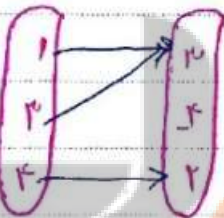
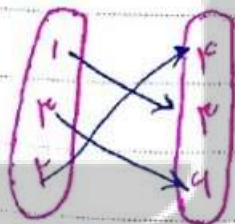
مثال

کدام یک از روابط های زیر یک تابع است؟

{(1,2), (2,3), (3,4), (4,1)} ✓

{(1,2), (2,3), (3,4), (4,4)} ✗

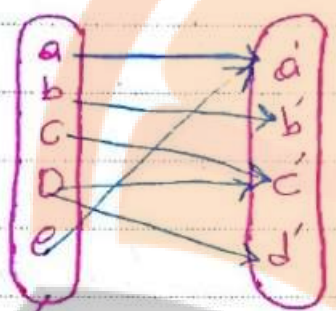
تعریف دوم تابع: (غردار دن) از آن غردار اول بین سمت چپ فقط یک بیان خارج شود.



تلاشی در مسیر برونقیت

نشان \leftarrow

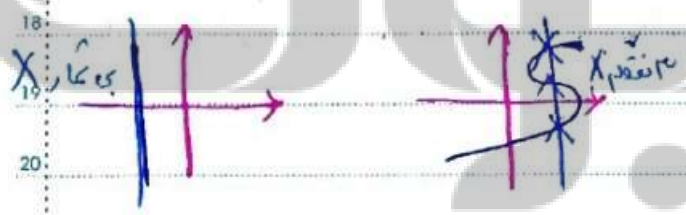
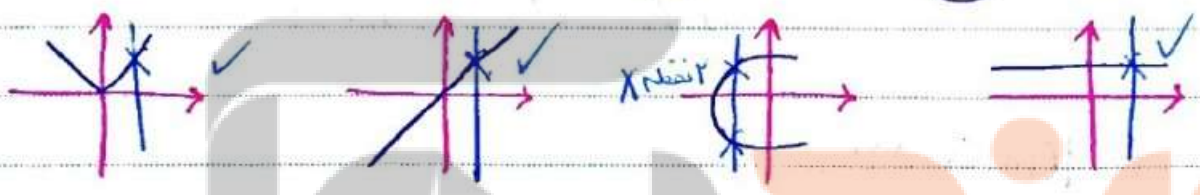
تعداد بیانی یک رابطه رسم شده است با حذف کدام عنوان این رابطه تابع خواهد شد؟



با حذف کدام بیان از D حذف می شود و نمودار تبدیل به نمودار تابع می گردد.

تعریف سوراخ تابع: اگر هر خط موازی محورین چهار رسم کنیم و این خط نمودار تابع را جدا کند

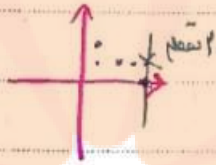
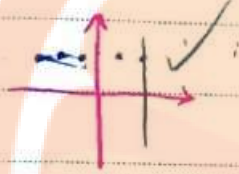
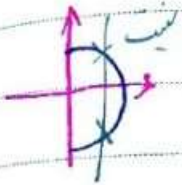
فقط فقط قطع کند نمودار صورت خط تابع می باشد.



تلاشی در مسیر موفقیت

مثال =

کدام یک از نمودار زیر نموداری تابع هستند؟



تعریف چهارم تابع: اگر در یک نقطه خاص x ها یا هم برابر باشد در آن نقطه باید یکی داشته باشد

برابر باشد

مثال =

همانجه رابطه A یک تابع است مقدار m را بدست آورید.

$$A = \{(1, 2), (3, 2), (4, 9), (1, m)\} \quad m = ?$$

با توجه به این که دارای x برابر است باید در آن y برابر نیز باشد

مثال =

اگر رابطه F تابع باشد در این صورت حاصل آن x را بدست آورید.

$$F = \{(x-1, 2), (2, 3), (5, 2), (3, 4), (5, 2), (x-1, 2)\}$$

Subject:

Year: .. Month: .. Day: ()

1 $(1, x-y), (2, k) \rightarrow x+y = k$

3 $(1, 2) = (1, x-y) \rightarrow x-y = 2$

$$\begin{cases} x+y = k \\ x-y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 2x+4 &= 2k-2 \\ x+y &= k \Rightarrow 2+y = k \Rightarrow y = k-2 \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 = k^2 + 1 = 10$$

مجموعه تابع F در رابطه با a, b, k است. در هر

4 $F = \{(1, 4), (2, k+a+b), (2, 9), (1, k+a+k), (2, 2b)\}$

10 $(1, 4) = (1, k+a+k) \rightarrow k+a+k = 4 \rightarrow 2a+k = 4 \rightarrow a = \frac{4-k}{2} = 1$

12 $(2, k+a+b) = (2, 2b) \rightarrow k+a+b = 2b \rightarrow k(1) + b = 2b \rightarrow 2b - b = k \rightarrow$

14 $b = k$

دامنه و بردی

D دامنه به مقادیری که می تواند داشته باشد دامنه گویند.

R برد به مقادیری که می تواند داشته باشد برد می گویند.

مثال: اگر در جاب عبارت $A \rightarrow B$ دیده شد منظور از A همان دامنه و منظور از B همان برد می باشد.

مثال

دامنه و برد را برای هر یک از تابع های زیر بدست آورید.

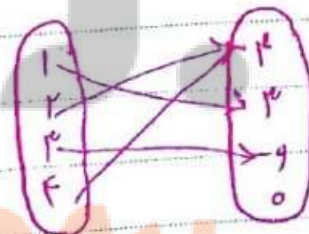
$A \rightarrow B$

«زوج مرتب» $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\}$ = f الف

$D = \{1, 2, 3, 4\}$

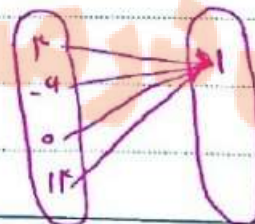
$R = \{1, 2, 3, 4\}$

(منظور از بیانی (رون) (ب)



$D = \{1, 2, 3, 4\}$

$R = \{1, 2, 3, 4\}$

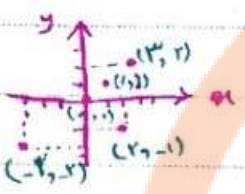


$D = \{1, 2, 3, 4\}$

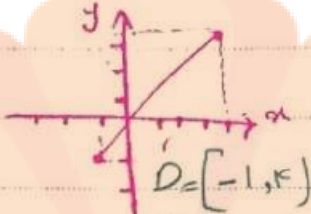
Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

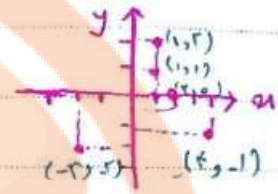
1. دوتا مختصات (x, y)



$$D = \{-2, -1, 1, 2\}$$
$$R = \{-2, -1, 1, 2\}$$



$$D = [-1, 1]$$
$$R = \{1, 4\}$$



$$D = \{-2, -1, 1, 2\}$$
$$R = \{-2, -1, 1, 2\}$$

نہج بولک

تلاشی درمسیر موفقیت

نکته: تابع را با $f(x)$ نشان می دهند

$$f(x) = x^2 - 1$$

← مثال

در بعضی از سوالات تابع را نیز به صورت $f: A \rightarrow R$ نشان می دهند. که معنی

$$f(x) = x^2 - 1$$

آن این است که دامنه تابع A و برد تابع R می باشد

مثال: با توجه به ضابطه هر تابع معین، مقاصد باید در هر تابع مشخص کنید

الف) $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$A = \left\{ -2, 0, \sqrt{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{1}{3}, -1, \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, -3 \right\}$$

$$x = -2 \rightarrow f(-2) = \frac{-2+1}{-2-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = \frac{0+1}{0-1} = -1$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = \frac{1+1}{1-1} = \frac{2}{0} \text{ غیر تعریف شده}$$

$$x = \sqrt{2} \rightarrow f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{3}{-1}\right) = -3$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

2. $f: A \rightarrow B$

3. $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$

$A = \{0, -1, 1, 2, 3\}$

$B = \{0, -1, 2, 1, 3, -1\}$

5. $f(0) = \sqrt{0+1} - 1 = 0$

6. $f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = -1$

7. $f(1) = \sqrt{1+1} - 1 = \sqrt{2} - 1$

8. $f(2) = \sqrt{2+1} - 1 = \sqrt{3} - 1$

9. $f(3) = \sqrt{3+1} - 1 = \sqrt{4} - 1$

تابع خطی ثابت است که نمودار آن به صورت یک خط راست می باشد

مثال 8

رابطه تابع خطی به صورت $y = m \cdot x + b$ می باشد که در آن m شیب و b ثابت است

مثال 9 با توجه به تابع خطی داده شده نمودارهای زیر را بکشید و درج کنید

$f(x) = 2x + 4$

نقطه هفت گوییم در توابع خطی توان a و b می باشد

$f(0) = 2(0) + 4 = 4$

$f(-2) = 2(-2) + 4 = 0$

$f(2) = 2(2) + 4 = 8$

$f(a) = 2a \rightarrow b = 2(a) + 4 = 2a \rightarrow 2a = 2a - 4 \rightarrow 4a = 14 \rightarrow a = \frac{14}{4}$

$f(b) = 2b \rightarrow a = 2(b) + 4 = 2b \rightarrow 2b = 2b - 4 \rightarrow 2b = 4 \rightarrow b = \frac{4}{2} \rightarrow b = 2$

$f(n) = 4 \rightarrow n = 2(n) + 4 = 4 \rightarrow 2n = 4 - 4 \rightarrow 2n = 0 \rightarrow n = 0$

نوع نوسن تابع درجه اول و (تابع خطی)

زغانی که دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) داشته باشیم می توانیم تابع خطی را با استفاده از رابطه مقابل

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{بدست آوریم} \quad \text{که } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{نسبت خط (ضریب زاویه)}$$

مثال:

دو تابع خطی $f(x) = 2$ و $f(x) = 3$ را با هم مقایسه کنیم که رابطه آن دو تابع

$$f(x) = 2 \rightarrow (0, 2) \quad (1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 2}{2 - 0} = \frac{0}{2} = 0$$

$$f(x) = 3 \rightarrow (2, 3) \quad (2)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 2 = 0(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 2 = 0 \rightarrow y = 2$$

اگر نمودار تابع خطی که از مبدأ عبور کرده و $f(-1) = 2$ باشد ضابطه تابع f را بدست آوریم.

$$f(-1) = 2 \rightarrow (-1, 2) \quad (1)$$

$$f(0) = 0 \rightarrow (0, 0) \quad (2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = -2(x - 0) \rightarrow y = -2x$$

مقدار m و n را چنان بیابید تا در تابع با ضرایب $f(x) = mx + n$ داشته باشیم
 $f(7) = 4$ و $f(1) = 1$

(1, 4) ⓐ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{7 - 1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(7, 4) ⓑ $y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 4 = \frac{1}{2}(x - 7) \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2} + 4 \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

در تابع خطی f داریم $f(2) = 8$ و $f(1) = 5$ و مقادیر $f(5)$ و $f(-3)$ را بیابید

ابتدا معادله‌ی تابع را بدست می‌آوریم و سپس $f(5)$ و $f(-3)$ را می‌یابیم

(1, 5) ⓐ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 5}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$

(2, 8) ⓑ $y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 8 = 3(x - 2) \rightarrow y = 3x - 6 + 8 \rightarrow y = 3x + 2$

$y = 3(5) + 2 \rightarrow y = 15 + 2 \rightarrow y = 17$

$y = 3(-3) + 2 \rightarrow y = -9 + 2 \rightarrow y = -7$

مغولامید تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و $f(2) = 7$ می‌باشد این نسبت اختلاف $f(1)$ و $f(0)$ را بیابید

(0, 0) ⓐ

(2, 7) ⓑ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 0}{2 - 0} = \frac{7}{2}$

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = \frac{7}{2}(x - 0) \rightarrow y = \frac{7}{2}x$

$f(1) = y = \frac{7}{2} \left(\frac{1}{1}\right) \rightarrow \frac{7}{2}$

$f(-1) = y = \frac{7}{2} \left(-\frac{1}{1}\right) \rightarrow -\frac{7}{2}$

رسم نمودار خطی 8

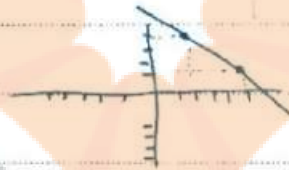
مثال 8 ضابطه تابع خطی را بر سه نقطه $(2, 3)$ و $(4, 1)$ از لایحه مشخص کنید و نمودار آن را

رسم نمایید.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 3}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$$

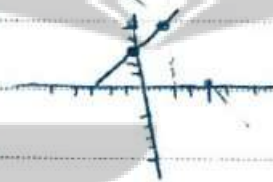
$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = -1(x - 2) \rightarrow y = -x + 2 + 3 \rightarrow y = -x + 5$$

x	2	4
y	3	1



نمودار تابع خطی $y = -x + 5$ را رسم نمایید.

x	0	5
y	5	0



نکته بزرگ

تلاشی در مسیر موفقیت

Subject:

Year:

Month:

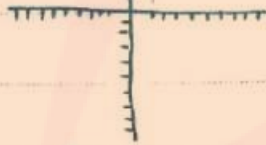
Day:

()

نمودار توابع زیر را رسم نمایند

$$y = 2x + 4$$

x	0	1
y	4	6



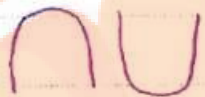
$$y = -1.5x + 2$$

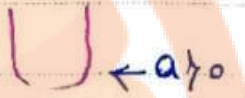
x	0	1
y	2	0.5




نشانج بولک
تلاشی در مسیر موفقیت


تابع درجه دوم (پارابولی) تابع به معادله $y = ax^2 + bx + c$ می باشد که $a \neq 0$ می باشد تابع یک سهمی

(معادله یک سهمی) می باشد که نمودار آن به صورت  می باشد

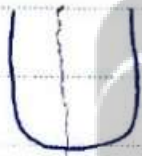
اگر $a > 0$ 

اگر $a < 0$ 

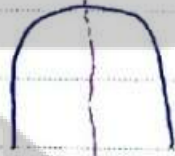
به طور مثال: نمودار تابع $y = 3x^2 + 5x - 14$ تقریباً به صورت  می باشد زیرا $a > 0$ است

وکی نمودار تابع $y = -x^2 + 8$ به صورت  می باشد زیرا $a < 0$ است

هر سهمی دارای یک محور تقارن می باشد که معادله آن به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ است.



$x = -\frac{b}{2a}$ محور تقارن



$x = -\frac{b}{2a}$ محور تقارن

مثال: معادله محور تقارن سهمی $y = -4x^2 + 8x - 1$ را بیابید

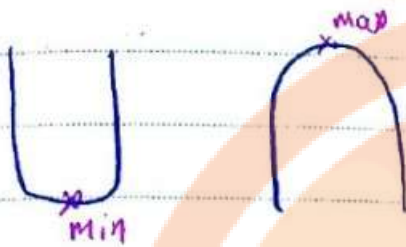
$y = -4x^2 + 8x - 1 \rightarrow a = -4, b = 8 \rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2(-4)} = 1$

$y = 8x^2 + 2x + 2 \rightarrow a = 8, b = 2 \rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2(8)} = -\frac{1}{8}$

Subject:

Year:

Month: () Day: ()



هر معادله درای یک نقطه \min یا \max می باشد به نقطه \min یا \max این معادله می گویند و با S نشان می دهند

$$S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right)$$

$\begin{matrix} x & y \\ \downarrow & \downarrow \\ \frac{-b}{2a} & \frac{\Delta}{4a} \end{matrix}$

نشان Δ نشان دهنده این معادله می باشد و برای تشخیص کاربرد

$$y = 2x^2 - 4x + 1 \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right) \rightarrow S\left(\frac{4}{4}, \frac{-1}{4}\right) = (1, -1)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14, f(1) = -1$$

$$y = 4 - 9x^2 \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right) \rightarrow \Delta, b^2 - 4ac \rightarrow 14, f(1) = -1 \rightarrow S\left(\frac{0}{-18}, \frac{-14}{-18}\right)$$

$$S(0, \frac{7}{9})$$

نرخ پورت

تلاشی در مسیر موفقیت

1 با توجه به این که ضریب a^2 منفی می باشد یعنی دهانه سهمی به سمت پایین است یعنی این نقطه رأس

نقطه \max یعنی بانند

5 نکته: اگر معادله سهمی به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ باشد معادله محور تقارن و مختصات رأس

سهمی به صورت زیر است

8 $a = k$ و معادله محور تقارن

10 (h, k) مختصات رأس

مثال:

14 $y = 3(x-5)^2 + 1$

16 $a = 3$ و معادله محور تقارن $x = 5$

18 $(5, 1)$ مختصات رأس

20 معادله محور تقارن و مختصات سهمی زیر را بدست آورید
 رأس

22 $y = 3(x+2)^2 + 9$

معادله محور تقارن $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

رأس $S = (-2, 9)$

رسم نمودار سهمی ۸

برای رسم نمودار سهمی به ۳ نقطه نیاز داریم ابتدا طول محور تقاطع را می یابیم

و پس یک نقطه قبل از آن و یک نقطه بعد از آن را درون جدول زیر قرار می دهیم.

و این ۳ را بدست می آوریم. با داشتن مختصات این ۳ نقطه می توان نمودار سهمی را رسم نمود.

مثال ۱:

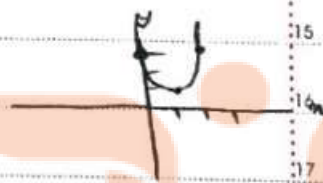
ابتدا مختصات رسم و مختصات محور تقاطع سهمی به عبارتی $y = 2(x-1)^2 + 1$ را مشخص کرده و

پس نمودار آن را رسم نموده.

۱) معادله محور تقاطع

$(1, 1)$ و S را

x	0	1	2
y	3	1	3



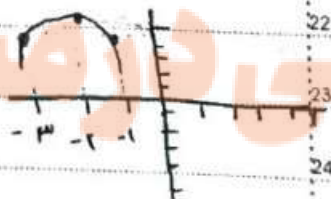
ابتدا مختصات رأس و محور تقاطع سهمی $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5$ را بدست آورده و پس نمودار سهمی را

۲) و جدول محور تقاطع

$(-2, 5)$ و S را

x	-3	-2	-1
y	$\frac{9}{4}$	5	$\frac{9}{4}$

رسم نمائید



Subject:

Year: Month: Day: ()

$$y = \frac{a}{r}x^2 + \frac{b}{r}x + \frac{c}{r}$$

مختصات $\rightarrow \frac{b}{2a}, \frac{-b}{2a}$ و $\frac{c}{a}, \frac{-c}{a}$

مركز $S = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a} \right) = \left(\frac{-(-2)}{2(1)}, \frac{14 - (-2)}{4(1)} \right) \rightarrow S = \left(\frac{-(-2)}{2}, \frac{14 - (-2)}{4} \right) \rightarrow S = (-1, -4)$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$

a	-2	-2	-1
b	-2	-2	-1

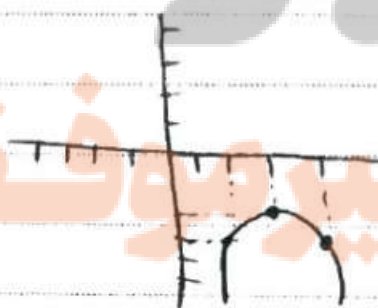


مختصات $y = x^2 + 2x - 10$

مختصات $\rightarrow \frac{b}{2a}, \frac{-b}{2a}$ و $\frac{c}{a}, \frac{-c}{a}$

مركز $S = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a} \right) = \left(\frac{-4}{2(-1)}, \frac{-4}{4(-1)} \right) \rightarrow S = (2, 1)$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(-1)(-10) = 16 - 40 = -24$



a	1	2	-10
b	4	-1	-10

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

نقد و بررسی از مسائل معادله درجه دوم با ضرایب صحیح و ثابت عددی آن معادله را بیابید و در رسم ۱

مثال

مجموع مستطین ۲۴ متر است این اندازه یعنی از اضلاع آن با با ۹ و مساحت آن را با S نشان دهیم

اگر آنرا به صورت تابع مساحت را بر حسب ۹ رسم نماییم و پس تشخیص لیدر با برای چه مقارن از آن مساحت این

مسئله را می‌توانیم برود

$$2(9y) = 24 \rightarrow 9y = \frac{24}{2} = 12 \rightarrow y = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$S = 9y = 9(12 - 9) = 12 \times 3 = 36$$

در این مسئله

$$S = 12x - x^2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4(1)(-36)}}{2(1)} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 144}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{288}}{2}$$

مثلاً در تابع $mx + ny = k$ برای اینکه حاصل ضرب xy در $mn(a, y)$ مقدار شود مقدار xy از رابطه زیر

$$x = \frac{k}{m}$$
$$y = \frac{k}{n}$$

بافت می آید.

مثال:

در تابع $2x + 4y = 20$ مقدار xy را بدست آورده $mn(a, y)$ مقدار شود.

$$x = \frac{20}{2} = 10$$
$$y = \frac{20}{4} = 5$$

نشر جیبوکت
تلاشی در مسیر موفقیت

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()

نقارے

تغییر کے انواع میں باسڈ ہے لفظی و لفظی

ان میں سے کئی سے قابل شمارش و اندازہ گیری کے ہوتے ہیں (مثلاً: قدم، وزن)

ان میں سے کئی سے قابل شمارش نہیں ہوتے (مثلاً: مہینہ، سال، نوجوان لائبریری کے موجودہ کتب)

خاصہ ای (لفظی) فقط اعداد و صیغہ راہی کہند و لفظی ہوتے ہیں۔ مثلاً: تعداد کتابت و تعداد کتب لفظی ہے

لفظی (بیرونی) ہر عدد راہی کہند و لفظی ہوتے ہیں۔ مثلاً: (قدم، وزن) افراد

ترتیبی و نظم خاصہ میں دادہ کا وجود دارد۔ مانند مراحل تحصیل یا ماہی سال

اسی طرح ترتیب خاصہ میں دادہ کا وجود دارد۔ مثلاً: نوجوان لائبریری کے موجودہ کتب

1 / 1 / 1

1 میانگین 8 میانگین و در این صورت به جای عدد در اختیار ما قرار می دهد.

برای یافتن میانگین تعداد داده ها را جمع می کرده و پس بر تعداد تقسیم می نمایم

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

مثال 6

میانگین ران های 100، 120 و 140 کیلومتر است؟

$$\frac{100 + 120 + 140 + d}{3} = \frac{1d}{3} \Rightarrow 30$$

میانگین اعداد 5 و 7 و 9 و 11 و 13 چیست است؟

$$\frac{5 + 7 + 9 + 11 + 13}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

در میانگین داده های 10 و 12 و 14 برابر 12 باشد مقدار 9 چیست است؟

$$\frac{10 + 12 + 14}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

$$10 + 12 + 14 = 36 \Rightarrow 12$$

زور افتاده ؟

اول عددی که باقیمانده فاصله‌های زیادی دارد عدد اولی است یا در ابتدای اعداد می‌باشد در انتهای

آن ها

۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰

۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰

میانگین

اگر داده‌های خود را از کوچکترین مرتبه تا بزرگترین عددی که در وسط قرار می‌گیرد میانگین بگیرد

۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰

در تعداد داده زوج عدد

در تعداد داده فرد

$$\frac{8+9}{2} = 8,5$$

میانگین می‌تواند عمده داده‌ها باشد

مثال: میانگین داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰

میانگین داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰

$$\frac{11+14}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

یادآوری

واریانس و انحراف معیار

اگر n عدد به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم واریانس آن برابر است با (σ^2)

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

انحراف معیار $\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$

مثالی به درستی حل کنید واریانس و انحراف معیار را بیابید ابتدا میانگین را بیابید و سپس با استفاده از روابط

واریانس و انحراف معیار را محاسبه کنید.

مثال

انحراف معیار را در جدول زیر بدست آورید.

$$45 + 28 + 73 + 5 + 4 + 44 + 49 + 41 + 47 + 18$$

۸۵، ۴۷، ۴۲، ۴۹، ۹۰، ۵، ۷۳، ۲۸، ۴۵ (الف)

$$\frac{47}{10} = 4.7$$

$$\frac{(45-4.7)^2 + (28-4.7)^2 + (73-4.7)^2 + (5-4.7)^2 + (4-4.7)^2 + (44-4.7)^2 + (49-4.7)^2 + (41-4.7)^2 + (47-4.7)^2 + (18-4.7)^2}{10}$$

$$\frac{10.2}{10} = 1.02 \Rightarrow \sigma = \sqrt{1.02}$$

اعرف بتباريدى اريد

2, 4, 6, 8, 10, N =

میان = $\frac{2, 4, 6, 8, 10}{5} = \frac{25}{5} = 5$

$(2-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (8-5)^2 + (10-5)^2 = \frac{34}{5} = 6.8$

اعرف = $\sigma = \sqrt{6.8}$

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, N =

میان = $\frac{1+4+9+16+25+36+49+64+81+100}{10} = \frac{385}{10} = 38.5$

$(1-38.5)^2 + (4-38.5)^2 + (9-38.5)^2 + (16-38.5)^2 + (25-38.5)^2 + (36-38.5)^2 + (49-38.5)^2 + (64-38.5)^2 + (81-38.5)^2 + (100-38.5)^2 = \frac{54}{1} = 54$

اعرف = $\sigma = \sqrt{54}$

تلم معجزی ۶

نام دیگر اعراف چهار از میانین ۱۴ باشد یعنی داده‌های تا هفتد با میانین تا طم دارند

بنابراین هر چه اعراف عنای بیشتر باشد یعنی پراکنده‌ها (تبت به میانین) بیشتر می‌باشد.

۹۹،۹ درصد داده‌ها در بازه‌ی $(۳۶ + ۳۶ - ۳۶ - ۳۶)$

۹۹ درصد داده‌ها در بازه‌ی $(۲۶ + ۲۶ - ۲۶ - ۲۶)$

۹۸ درصد داده‌ها در بازه‌ی $(۶ + ۶ - ۶ - ۶)$

توجه! اگر بخواهیم بنحیض کم‌نگارتره دارای پراکنده‌ی بیشتری است اعراف معیار هر دسته را دوست آورده

و در آن دسته‌ای که اعراف میانین بیشتر باشند داده‌های آن پراکنده‌تر خواهد بود.

مثال ۶

دو دسته داده‌ی زیر صفت فالایی را در خواب‌زار به صورت جداگانه برحسب هزار ریال نشان می‌دهند:

الف) در ۴۱ دسته پراکنده‌ی بیشتر است.

هزار ریال	۸	۱۳	۹	۱۲	۱۰	۱۱	۱۲	۹	۱۰	۱۱	۱۰
هزار ریال	۱۰	۱۳	۸	۱۰	۹	۱۱	۱۰	۱۰	۱۱	۹	۱۰

انحراف معیار هر دو را مقایسه کنید. آیا عدد آن در سطح دارای پیرامونی بیشتری با عدد ۱ است.



ب) دافنه غیرات هر دو از داده ها را مقایسه کنید.

دو صفت برین - جزو صفت دافنه غیرات

۱۳-۱۵۵۵ دافنه غیرات الف

۱۴-۱۱۱۱ ب

ج) توجیح می دهید از آن بازار خرید کنید چه؟ آن بازار را نام داری انحراف معیار کمتر است.

تلاشی در مسیر موفقیت

نمرات درس ریاضی دانش آموزی در طول سال برابر است با ۱۷، ۱۶، ۱۸، ۱۷ و ۱۹

الف) میانگین و میانگین را برای نمرات این دانش آموز حساب کنید.

۱۷، ۱۸، ۱۹، ۱۷، ۱۸، ۱۷ و ۱۹

$$\text{میانگین} = \frac{۱۷+۱۷+۱۸+۱۸+۱۹+۱۹+۱۷}{۷} = \frac{۹۸}{۷} = ۱۴,۳۳$$

ب) اگر دانش آموزان های فوقی با توجه به نمرات این دانش آموز در درس ریاضی با نمرات مشابه

ج) اگر معلم در درس ریاضی این دانش آموز بزرگترین نمره ۷ است احتمال مجدد را به او بدهد برای اینکه میانگین وی

در این درس بیشتر از ۱۸ شود و در این احتمال چه نمره ای باید نسبت دهد

$$۱۷ \text{ و } ۱۸ \rightarrow ۱۷, ۱۸, ۱۸, ۱۸, ۱۸, ۱۸, ۱۸ \rightarrow \frac{۱۸}{۷} = ۲,۵۷$$

نمودار میله ای

با توجه به روش های که می توانیم داده ها را نمایش داد و یا حتی ما باید بپذیریم که نمودار میله ای است

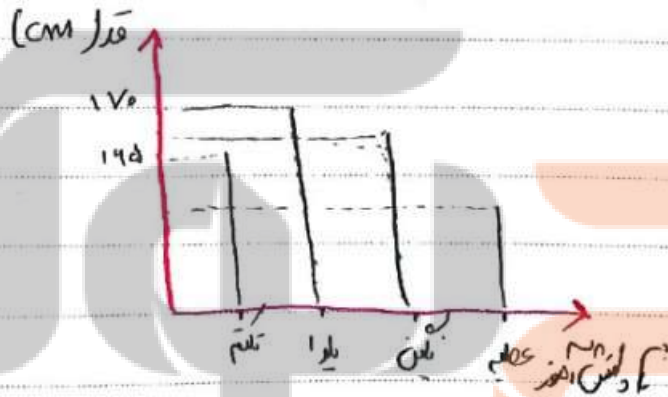
فراوانی (تعداد)

که در زیر به بررسی آن می پردازیم

داره ها

مثال

نمودار میله ای مربوط به قد دانش آموزان کلاس خود را بنویسید



تلاشی در مسیر موفقیت

نمودار دایره ای

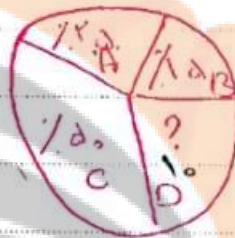
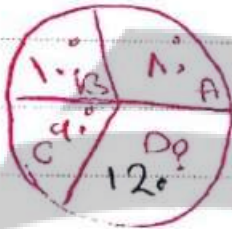
با دیدن از نمودارهایی که می‌توانیم توسط آن داده‌ها را با یکدیگر مقایسه کرد نمودار دایره‌ای می‌باشد.

نمودار دایره‌ای به دو صورت می‌تواند رسم شود

بسی بر حسب درصد (۲۴۰) زاویه

بسی بر حسب درصد (۱۰۰) درصد

بسی بر حسب درصد و دیگری بر حسب زاویه



خواهیم دید در دوران در چند هم صورت؟

$$A \text{ درصد} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}}$$

$$\times \text{ زاویه} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times ۳۶۰$$



عظیم که نفس و طلا ۴ نفس و نیم ۳ نفس و نعلین ۳ نفس و دلار و نمودار دایره‌ای هر دو با تعداد

$$9 \times \frac{4}{14} \times ۳۶۰ = ۹۰$$

$$۱۱,۲۵ \times \frac{3}{14} \times ۳۶۰ = ۱۱۲,۵$$

$$9 \times \frac{9}{14} \times ۳۶۰ = ۹۰$$

$$۹۷,۵ \times \frac{3}{14} \times ۳۶۰ = ۹۷,۵$$

نفس‌های هر نفس را مشخص کنید

شودار نقطه ای

از هر هفت از اعداد را به صورت نقطه بالای یک محور علامت بزغیم (شکل دهم) ب

شودار حاصل شودار نقطه ای گویند

شال

شودار نقطه ای داده های زیر را رسم کنید

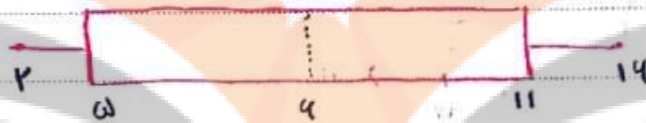
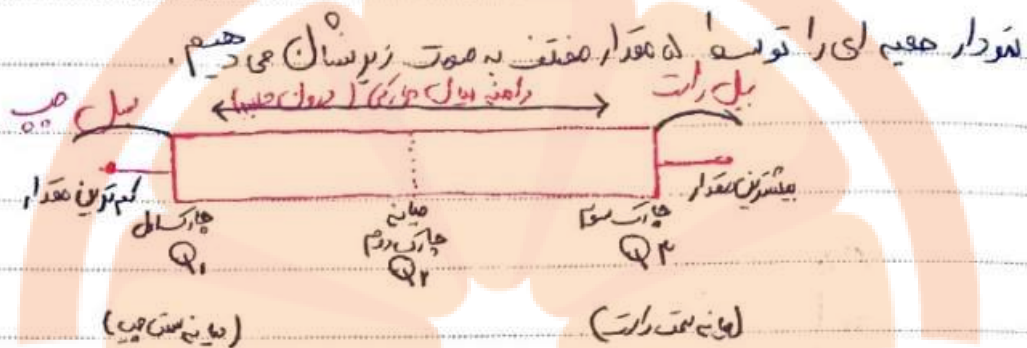
۱۹، ۱۱، ۷، ۹، ۵، ۳، ۵، ۳، ۲

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶



تلاشی در مسیر موفقیت

تعداد جعبه ای ۵



۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲
 میان = ۵ Q_1
 میان = ۱۱ Q_3

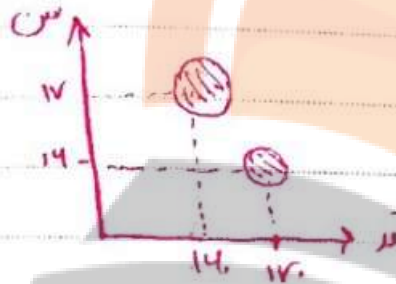
تعداد جعبه ای داده های زیر را رسم کنید

۱۸ و ۱۷ و ۱۴ و ۱۱ و ۱۱ و ۱۱ و ۹ و ۷ و ۴ و ۲ و ۲

فردار جهانی به

فردار جهانی نموداری است که برای نفاش کردن معنای آن تغییر عددی به ناری رود در آن کانه های نظم

از دایره های توپر استفاده می نمایند.



هر نقطه یا دایره در فردار جهانی در واقع یک سنایی مرتب به صورت $(\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{1})$ را مشخص می نماید

در آن داریم

$\sqrt{1}$: موقعیت نقطه روی محور افقی

$\sqrt{2}$: موقعیت نقطه روی محور عمودی

$\sqrt{3}$: اندازه نقطه (مساحت دایره)

(مساحت دایره ها متساوی با جزر مقادیر متغیر سوا است)

تذکره: در نمودارهای جهانی متغیر سوا نباید دارای مقدار هتدی یا منفی باشد.

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()

سوال ۴

مقدار متغیر $\sin \theta$ در نمودار همبندی متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

الف) شعاع دایره‌ها (ب) قطر دایره‌ها (ج) محیط دایره‌ها (د) مساحت دایره‌ها

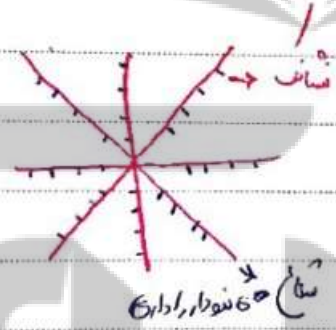
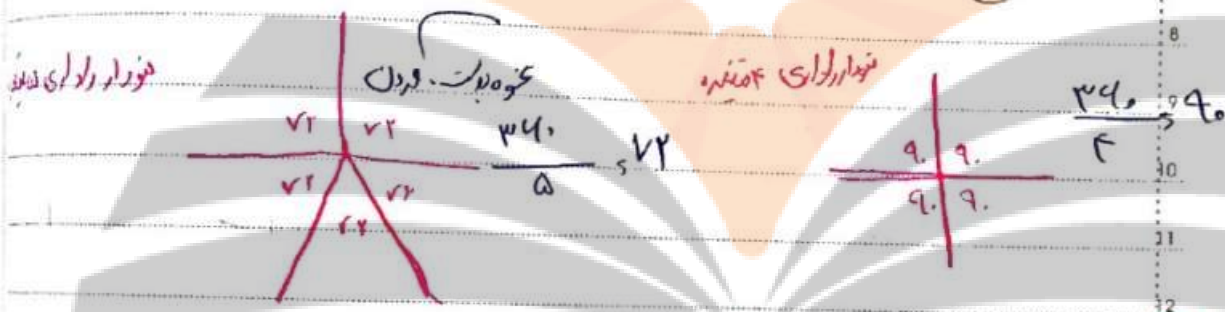
پاسخ درستی سوال: محیط دایره‌ها. زیرا مقدار $\sin \theta$ متناسب با $\frac{y}{r}$ است که y ارتفاع وتر است و r شعاع دایره است.

نمودارهای همبندی برای نمایش چند متغیر عددی در یک نمودار همبندی کاربرد دارد.

الف) یک متغیر (ب) دو متغیر (ج) سه متغیر (د) محدودیتی ندارد

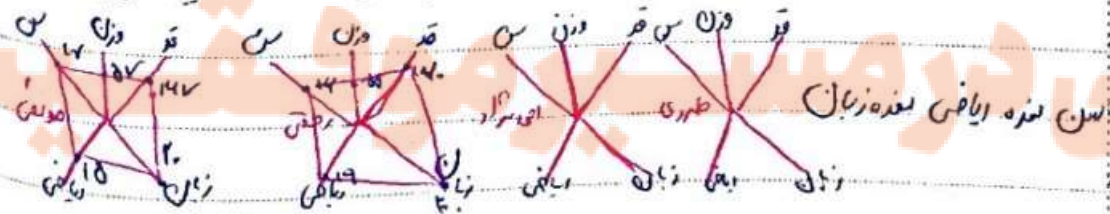
نمودار راداری؟

نمودار راداری روشی برای نمایش داده‌های چند متغیره در قالب نموداری دایره‌ای است که در آن هر یک از متغیرها بیشتر بر روی محورهای نشان داده شده تقسیم شده است. این کار برای نمایش عملیات ریاضی و برای مقایسه نسبت به بلوک‌های اعداد خاص را بیان می‌کند.



مثال؟

نمودار راداری جدولی که در آن هر یک از متغیرها بر روی محورهای نشان داده شده تقسیم شده است.



Subject:

Year:

Month:

Day:

()

۱ نمودار راداری برای نفاثین داده‌های چند تقسیم لغی به طور هم زمان به ما می‌رود. ۳۹ یا بیشتر

۲ زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری چه چیزی را نشان می‌دهد؟ محور مختصات را نشان می‌دهد و زاویه شعاع‌ها

۳ مقدار تقسیم‌ها پس از بیشتر شود تا لغت نام شود.

۴ کاربرد نمودار راداری در ورزش چیست؟ قدرت و ضعف بازیکن

۵ نمودار راداری چه چیزی به ما می‌گوید؟ کدام مسأله در نسبت به دیگری است یا داده‌ها در میان به تعداد

۶ کدام تقسیم برای مسأله نسبت به تقسیم‌های دیگر بیشتر یا کمتر می‌باشد. مقدار لغت تقسیم نسبت به مسأله‌ها می‌تواند

۷ بیشتر یا کمتر است.

۸ اگر زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری ۳۰ درجه باشد چند تقسیم در نمودار وجود دارد؟ ۹ $\frac{۳۶۰}{۳۰} = ۱۲$


تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)