

تلاشی در مسیر موفقیت



- ✓ دانلود گام به گام تمام دروس
- ✓ دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- ✓ دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- ✓ دانلود نمونه سوالات امتحانی
- ✓ مشاوره کنکور
- ✓ فیلم های انگیزشی

 Www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

Subject :

Year . Month . Date . ()

« فصل ۱ : منطق ریاضی »

گزاره : گزاره جمله ای است خبری که یا درست است یا نادرست ولی نه هر دو.

- هر یک از عبارات های زیر گزاره اند . درست یا نادرست بودن آن ها را تعیین کنید .

(الف) سه عددی زوج است . نادرست (ب) یازده عددی اول است . درست

(ج) حافظ شیرازی ریاضیدان است . نادرست (د) $1 + 2^{500}$ عددی اول است . درستی و نادرستی معلوم نیست .

(ه) در سیاره مشتری موجود زنده وجود دارد . درستی و نادرستی معلوم نیست .

(و) عدد $\pi + e$ گنگ است . درستی و نادرستی معلوم نیست .

مثال : هیچکدام از عبارات های زیر گزاره نیستند .

(الف) بر رکنه را پاک کن . (جملات امری گزاره نیستند .)

(ب) آیا مسائل را حل کردی ؟ (جملات پرسشی گزاره نیستند .)

(ج) چه هوای خوبی ! (جملات عاطفی و تعجبی گزاره نیستند .)

« نکته » گزاره ها را معمولاً با نماد p, q, r, s, t و ... نشان می دهند .

تلفظ (نقی) یک گزاره : اگر P یک گزاره باشد ، آنگاه نقیض P (نقی P) را با نماد $\neg P$ نشان می دهند .
مثلاً : گزاره « دانه دانه درختان میوه دارد » نقیض آن « دانه دانه درختان میوه ندارد » است .

Subject,

Year, Month, Date, ()

P	$\sim P$
د	ن
ن	د

P	$\sim P$
T	F
F	T

P	$\sim P$
۱	۰
۰	۱

عبارت است از:

مثال: P : حافظ ریاضی دانا است. F $\leftarrow \sim P$: حافظ ریاضی دانا نیست. T

مثال: P : عدد دو اول است. T $\leftarrow \sim P$: عدد دو اول نیست. F

اعمال روی گزاره ها.

۱- ترکیب منطقی دو گزاره: ترکیب منطقی دو گزاره P و q را با نماد $P \vee q$ نشان داده به صورت P یا q . آن را می خوانیم و

P	q	$P \vee q$
۱	۱	۱
۱	۰	۱
۰	۱	۱
۰	۰	۰

جمله ارزشی آن عبارت است از:

مثال: گزاره $P \vee q$ فقط وقتی نادرست است که هر دو گزاره P و q نادرست باشند، در سایر حالات درست است.

- ارزش هر یک از گزاره ها زیر را تعیین کنید.

(الف) حافظ ریاضیدان است یا سعدی فیزیکدان است. F

(ب) حافظ ریاضیدان است یا سعدی شاعر است. T

(پ) حافظ شاعر است یا مسیحه عددی اول است. T

تعریف: دو گزاره A و B را هم ارز منطقی گویند، (A معادل B است.) هرگاه جمله ارزشی آن ها نظیر به نظیر یکسان باشد و

نشان $A=B$

Subject:

Year:

Month:

Date:

()

P	$\sim P$	$\sim(\sim P)$
1	0	1
0	1	0

- نشان دهید: $\sim(\sim P) \equiv P$

۲- ترکیب عطفی دو گزاره: ترکیب عطفی دو گزاره P و q را باغاد $P \wedge q$ نشان داده و به صورت P و q من خوانیم.

P	q	$P \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

جمله ارزشی آن عبارت است از:

کلمه گزاره $P \wedge q$ فقط وقتی درست است که هر دو گزاره درست باشند و بقیه حالات نادرست است.

P	q	$P \vee q$	$q \vee P$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

- نشان دهید: (الف) $P \vee q \equiv q \vee P$

P	q	$P \wedge q$	$q \wedge P$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0	0

(ب) $P \wedge q \equiv q \wedge P$

* بنابراین ترکیب فصلی و عطفی خاصیت جابجایی دارد.

- فرض کنید P ، q و r گزاره باشند. ثابت کنید:

$$P \vee (q \vee r) \equiv (P \vee q) \vee r \quad \text{(الف)}$$

P	q	r	$q \vee r$	$P \vee (q \vee r)$	$P \vee q$	$(P \vee q) \vee r$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0

Subject:

Year:

Month:

Date:

()

ب) $P \wedge (q \vee r) \equiv (P \wedge q) \vee (P \wedge r)$

P	q	r	$q \vee r$	$P \wedge (q \vee r)$	$P \wedge q$	$(P \wedge q) \vee (P \wedge r)$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

- برای دو گزاره P و q با استفاده از جدول ارزش نشان دهید:

الف) $P \wedge (q \vee r) \equiv (P \wedge q) \vee (P \wedge r)$

P	q	r	$q \vee r$	A	$P \wedge q$	$P \wedge r$	B
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

الف) $\sim(P \vee q) \equiv \sim P \wedge \sim q$

- اگر P و q دو گزاره دلخواه باشند، انقضای:

P	q	$P \vee q$	$\sim(P \vee q)$	$\sim P$	$\sim q$	$\sim P \wedge \sim q$
1	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1

Subject:

Year: Month: Date: ()

ب) $\sim(P \wedge q) \equiv \sim P \vee \sim q$

P	q	$P \wedge q$	$\sim(P \wedge q)$	$\sim P$	$\sim q$	$\sim P \vee \sim q$
1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1

— بدون استناد از جدول ارزش ثابت کنید:

الف) $\sim(P \vee q \vee r) \equiv \sim P \wedge \sim q \wedge \sim r \rightarrow \sim(P \vee q \vee r) \equiv \sim[(P \vee q) \vee r]$

$\equiv \sim(P \vee q) \wedge \sim r \equiv (\sim P \wedge \sim q) \wedge \sim r \equiv \sim P \wedge \sim q \wedge \sim r$

ب) $\sim(P \wedge q \wedge r) \equiv \sim P \vee \sim q \vee \sim r \rightarrow \sim(P \wedge q \wedge r) \equiv \sim[(P \wedge q) \wedge r]$

$\equiv \sim(P \wedge q) \vee \sim r \equiv (\sim P \vee \sim q) \vee \sim r \equiv \sim P \vee \sim q \vee \sim r$

$\sim(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n) \equiv \sim P_1 \vee \sim P_2 \vee \sim P_3 \vee \dots \vee \sim P_n$

حالت کلی.

$\sim(P_1 \vee P_2 \vee P_3 \vee \dots \vee P_n) \equiv \sim P_1 \wedge \sim P_2 \wedge \sim P_3 \wedge \dots \wedge \sim P_n$

الف) $P \vee \sim P \equiv T$

P	$\sim P$	$P \vee \sim P$
1	0	1
0	1	1

— جدول ارزش گزاره ها زیر را بنویسید.

گزاره $P \vee \sim P$ یک گزاره همیشه درست یا راستگو است.

ب) $P \wedge \sim P \equiv F$

P	$\sim P$	$P \wedge \sim P$
1	0	0
0	1	0

گزاره $P \wedge \sim P$ یک گزاره همیشه غلط یا دروغگو است.

الف) $P \vee P \equiv P$

ب) $P \wedge P \equiv P$

نمونه ای از گزاره صحیح است.

ج) $P \vee T \equiv T$

د) $P \wedge F \equiv F$

ه) $P \vee F \equiv P$

و) $P \wedge T \equiv P$

۳- ترکیب شرطی گویان: ترکیب شرطی دو گزاره P و q را با نماد $P \Rightarrow q$ نشان داده و به صورت "اگر P آنگاه q " آن را

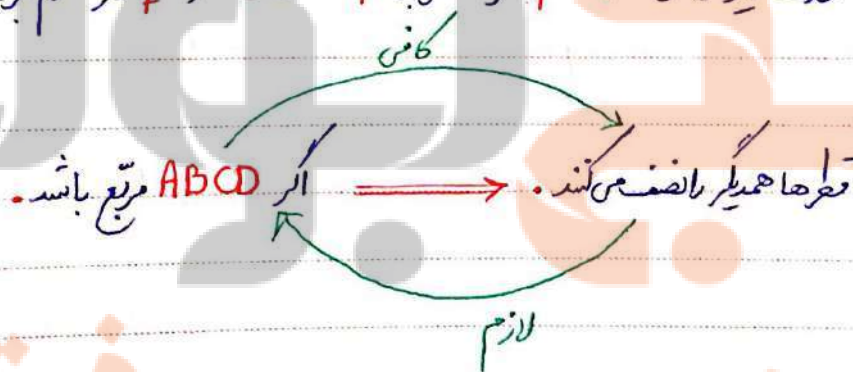
میخوانیم. در این حالت P را مقدم و q را تالی میگویم و جدول ارزش آن عبارتست از:

P	q	$P \Rightarrow q$
۱	۱	۱
۱	۰	۰
۰	۱	۱
۰	۰	۱

$P \Rightarrow q$
مهرانی خواهد داد $\Rightarrow$ اگر قبول شوم

"نکته: یک گزاره شرطی فقط وقتی غلط است که مقدم درست و تالی نادرست باشد."

"نکته: گزاره $P \Rightarrow q$ را به صورت زیر میخوانند: " P شرط کافی برای q است." و " q شرط لازم برای P است."



نکته: $P \Rightarrow q \equiv \sim P \vee q$

P	q	$P \Rightarrow q$	$\sim P$	$\sim P \vee q$
۱	۱	۱	۰	۱
۱	۰	۰	۰	۰
۰	۱	۱	۱	۱
۰	۰	۱	۱	۱

- فرض دوم هر یک را بنویسید. (الف) $P \Rightarrow \sim q \equiv \sim P \vee \sim q \equiv \sim (P \wedge q)$

ب) $\sim H \Rightarrow K \equiv H \vee K$

ج) $H \vee \sim K \equiv \begin{cases} \sim H \Rightarrow \sim K \rightarrow \text{اگر H مقیم باشد.} \\ K \Rightarrow H \rightarrow \text{اگر K مقیم باشد.} \end{cases}$

- جدول ارزش گزاره $\sim (P \vee \sim q) \Rightarrow \sim P$ را تشکیل دهید.

P	q	$\sim P$	$\sim q$	$P \vee \sim q$	$\sim (P \vee \sim q)$	$\sim (P \vee \sim q) \Rightarrow \sim P$
1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1

- بین جدول نشان دهید. $\sim (P \vee \sim q) \Rightarrow \sim P \equiv T$

$$\sim (P \vee \sim q) \Rightarrow \sim P \equiv \sim (\underbrace{\sim (P \vee \sim q)}_T) \vee \sim P \equiv P \vee \sim P \vee \sim q \equiv T \vee \sim q \equiv T$$

- نشان دهید اگر P و q دو گزاره باشند، آنکه: $P \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim P$

P	q	$P \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim P$	$\sim q \Rightarrow \sim P$
1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

روش اول:

$$P \Rightarrow q \equiv \sim P \vee q \equiv q \vee \sim P \equiv \sim q \Rightarrow \sim P$$

روش دوم:

از مثال بالا نتیجه می شود که: هر گزاره شرطی با عکس و نقیض اش معادل است.

- اگر $n \in \mathbb{N}$ و n^2 زوج باشد، آنگاه n نیز زوج است. $n = \text{زوج} \Rightarrow n^2 = \text{زوج}$: گزاره

روش اول: $n^2 = \text{زوج} \Rightarrow n \times n = \text{زوج}$

از آن جا که ضرب ۲ عدد وقتی زوج است که حداقل یکی از آن ها زوج باشد، پس: $n = \text{زوج}$

روش دوم: $n^2 = \text{زوج} \Rightarrow n^2 = 2k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow n^2 - 1 = 2k - 1$

$$\Rightarrow (n-1)(n+1) = 2k-1 \rightarrow n-1 = 2k'-1 \Rightarrow \boxed{n = 2k'}$$

$$n+1 = 2k'+1 \Rightarrow \boxed{n = 2k'}$$

اثبات غیر مستقیم: $n^2 = \text{فرد} \Rightarrow n = \text{فرد}$: عکس و نقیض

$$n = 2k+1 \rightarrow n^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(\underbrace{2k^2 + 2k}_{k'}) + 1 = 2k'+1 \rightarrow n^2 = \text{فرد}$$

عکس و نقیض گزاره، درست است و برقرار است، پس خود گزاره نیز درست است.

۱- نشان دهید: $[(P \Rightarrow Q) \wedge (\sim R \Rightarrow \sim Q)] \wedge \sim R \Rightarrow \sim P \equiv T$

۱- ساده کنید: $P \vee Q \Rightarrow [Q \Rightarrow (\sim P \wedge Q)]$

۲- ساده کنید: $(P \Rightarrow Q) \wedge [\sim Q \wedge (\sim P \vee Q)]$

Subject :

Year : Month : Date : ()

$$[(P \rightarrow q) \wedge (\sim r \rightarrow \sim q) \wedge \sim r] \rightarrow \sim P \quad (1)$$

$$[(\sim P \vee q) \wedge (r \vee \sim q) \wedge \sim r] \rightarrow \sim P \equiv \sim [(\sim P \vee q) \wedge (r \vee \sim q) \wedge \sim r] \vee \sim P$$

$$\equiv (P \wedge \sim q) \vee (\sim r \wedge q) \vee r \vee \sim P \equiv [(P \wedge \sim q) \vee \sim P] \vee [(\sim r \wedge q) \vee r] \equiv \xrightarrow{\text{ادامہ پاسین صغریٰ}}$$

$$P \vee q \Rightarrow [q \Rightarrow (\sim P \wedge q)] \equiv P \vee q \Rightarrow [\sim q \vee (\sim P \wedge q)] \quad (2)$$

$$\equiv P \vee q \Rightarrow [(\sim P \vee \sim q) \wedge (\sim q \vee q)] \equiv P \vee q \Rightarrow \sim P \vee \sim q$$

$$\equiv (\sim P \wedge \sim q) \vee (\sim P \vee \sim q) \equiv (\sim P \vee \sim q \vee \sim P) \wedge (\sim P \vee \sim q \vee \sim q)$$

$$\equiv (\sim P \vee \sim q) \wedge (\sim P \vee \sim q) \equiv \sim P \vee \sim q = \sim (P \wedge q)$$

$$(\sim P \vee q) \wedge [\sim q \wedge (\sim P \vee q)] \equiv (\sim P \vee q) \wedge [(\sim q \wedge \sim P) \vee (\sim q \wedge q)] \quad (3)$$

$$\equiv (\sim P \vee q) \wedge (\sim q \wedge \sim P) \equiv (\sim q \wedge \sim P \wedge \sim P) \vee (\sim P \wedge \sim q \wedge q)$$

$$\equiv (\sim P \wedge \sim q) = \sim (P \vee q)$$

$$\textcircled{1} \text{ ادامہ سوال } \rightarrow [(\sim P \vee \sim q) \wedge (\sim P \vee \sim q)] \vee [(\sim r \vee r) \wedge (r \vee q)]$$

$$\equiv (\sim P \vee \sim q) \vee (r \vee q) \equiv \sim P \vee (\sim q \vee q) \vee r \equiv T$$

Subject:

Year:

Month:

Date: ()

۴- ترکیب دو شرطی دو گزاره: ترکیب دو شرطی دو گزاره P و q را با نماد $P \leftrightarrow q$ نشان داده و جدول ارزش

P	q	$P \leftrightarrow q$
۱	۱	۱
۱	۰	۰
۰	۱	۰
۰	۰	۱

آن عبارت است از:

نکته: گزاره $P \leftrightarrow q$ را به صورت « P و q هر دو درست خوانند»

« P اگر و فقط اگر q » و « P شرط لازم و کافی برای q است.» و « q شرط لازم و کافی برای P است.»

و «اگر P آنگاه q و برعکس»

نکته: به وضع می توان ثابت کرد که:

$$P \leftrightarrow q \equiv (P \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow P)$$

مثال: $MA = MB \iff$ نقطه M روی عمود منصف پاره خط AB است.

این گزاره شرطی معادل است با:

$$MA = MB \Rightarrow M \text{ روی عمود منصف } AB \text{ است.}$$

و

$$M \text{ روی عمود منصف } AB \text{ است.} \Rightarrow MA = MB$$

بنابراین آورده که $P \leftrightarrow q$ با جزیهای معادل است.

$$P \leftrightarrow q \equiv (P \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow P) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim P) \wedge (\sim P \Rightarrow \sim q)$$

$$\equiv (\sim q \leftrightarrow \sim P) \equiv (\sim P \leftrightarrow \sim q) \rightarrow P \leftrightarrow q \equiv (\sim P \leftrightarrow \sim q) \equiv (\sim q \leftrightarrow \sim P)$$

$$P \leftrightarrow q \equiv (P \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow P) \equiv (\sim P \vee q) \wedge (\sim q \vee P)$$

Year. Month. Date. ()

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv \sim(p \vee q) \vee (p \wedge q) \equiv p \vee q \rightarrow p \wedge q$$

$$\rightarrow P \leftrightarrow q \equiv P \vee q \Rightarrow P \wedge q$$

اسلزام منقطع

فرض کنید $P_1, P_2, \dots, P_n$ و q گزاره باشند. در این صورت گزاره شرطی $P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow q$ را به استلزام مفروض کنید.

الترتیب $q \Rightarrow P_1, P_2, \dots, P_n$ یک ترتیب همیشگی درست باشد، انگاه میگویم P_1 و $P_2, \dots, P_n$ ترتیب q را تشکیل می دهند

نشان می‌دهم و به عبارت فوق یاد استیلاج می‌گویم.

$$P_1, P_r, \dots, P_n$$

و ان را به صورت

9

«مثال» عبارت زیر یک استنتاج است.

البرابران بنیاد، انکار من خیس می شود.
دارد ماران می بارد.

۳۰۰ زمینِ خمسِ مہرِ سود۔

قَوَاسِمُ اسْمَنْجَاجٍ

$$\frac{P \rightarrow q}{P} \quad \text{Modus Ponens}$$

۱۔ قاعدہ انزعاع :

« مثال » با جعل ارزش ثابت کند قاعده انتراج یک استنتاج است.

A

باینشان هم نزاره $(P \Rightarrow q) \wedge P \Rightarrow q$ همیشه درست است.

P	q	$P \Rightarrow q$	$(P \Rightarrow q) \wedge P$	A
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

چون P همیشه درست است، مقول این موردنیف بلا لازم است.

۲- قاعده نقض انتراج:

$$P \Rightarrow q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim P$$

در امتحانات قبول می شویم $\Rightarrow$ اگر خوب درس بخوانیم
در امتحانات قبول نشدیم

خوب درس نخواندم

« مثال » آیا اسلام زیر یک استنتاج است؟

$$q \Rightarrow r$$

$$\sim r$$

$$\therefore \sim q$$

آیات: بنابه قاعده نقض انتراج

$$\sim P \Rightarrow q$$

$$\sim r$$

$$q \Rightarrow r$$

$$\therefore P$$

$$\sim P \Rightarrow q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim(\sim P) = P$$

« « « « «

تلاشی در مسیر موفقیت

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow q \\ q \Rightarrow r \\ \hline \therefore P \Rightarrow r \end{array}$$

۳- قاعده میانس صوری:

$$\begin{array}{l} P \\ q \\ \hline \therefore P \wedge q \end{array}$$

۴- قاعده ترکیب عطفی:

$$\begin{array}{l} P \\ \hline \therefore P \vee q \end{array}$$

۵- قاعده تفصیل فصلی:

$$\begin{array}{l} P \wedge q \\ \hline \therefore P \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P \wedge q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

۶- قاعده ساده سازی عطفی:

$$\begin{array}{l} P \vee q \\ \sim P \\ \hline \therefore q \end{array}$$

۷- قاعده میانس فصلی:

مثال: معبر بودن استیاج ها را زیر را تحقیق کنید.

$$\begin{array}{l} P \\ \sim q \Rightarrow \sim r \\ \hline P \Rightarrow \sim q \\ \hline \therefore \sim r \end{array} \quad \text{الف}$$

روش اول: (میانس صوری)

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow \sim r \\ \sim q \Rightarrow \sim r \\ \hline \therefore P \Rightarrow \sim r \end{array}$$

← (استیاج)

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow \sim r \\ P \\ \hline \therefore \sim r \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow \sim q \\ P \\ \hline \therefore \sim q \end{array} \quad \text{روش دوم: (استیاج)}$$

$$\begin{array}{l} \sim q \Rightarrow \sim r \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim r \end{array}$$

← (استیاج)

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow r \\ t \vee \sim s \\ r \Rightarrow s \\ \sim u \\ \sim t \vee u \\ \hline \therefore \sim P \end{array} \quad \text{ب}$$

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow r \\ r \Rightarrow s \\ \hline \therefore P \Rightarrow s \end{array} \quad \text{① (میانس صوری)}$$

$$\begin{array}{l} u \vee \sim t \\ \sim u \\ \hline \therefore \sim t \end{array} \quad \text{② (میانس فصلی)}$$

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow s \\ \sim s \\ \hline \therefore \sim P \end{array} \quad \text{④ (تفصیل استیاج)}$$

$$\begin{array}{l} t \vee \sim s \\ \sim t \\ \hline \therefore \sim s \end{array} \quad \text{③ (میانس فصلی)}$$

$$\begin{array}{l} \sim t \vee (r \vee u) \\ t \\ \hline \therefore r \vee u \end{array} \quad \text{⑤ (میانس فصلی)}$$

$$\begin{array}{l} P \wedge t \\ \sim t \\ \hline \therefore P \end{array} \quad \text{② (ساده سازی فصلی)}$$

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow q \\ q \Rightarrow r \wedge s \\ \hline \therefore P \Rightarrow r \wedge s \end{array} \quad \text{① (میانس صوری)}$$

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow q \\ r \vee (\sim t \vee u) \\ P \wedge t \\ \hline q \Rightarrow r \wedge s \end{array} \quad \text{⑦}$$

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow r \wedge s \\ P \\ \hline \therefore r \wedge s \end{array} \quad \text{⑥ (استیاج)}$$

$$\begin{array}{l} r \wedge s \\ \hline \therefore r \end{array} \quad \text{⑤ (ساده سازی فصلی)}$$

$$\begin{array}{l} r \vee u \\ r \\ \hline \therefore u \end{array} \quad \text{④ (میانس فصلی)}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \textcircled{1} \quad \neg p \Rightarrow S & \neg r \Rightarrow (S \Rightarrow \neg t) & \text{(قیاس فصلی)} \quad \neg r \Rightarrow (S \Rightarrow \neg t) \\
 \text{(میان صوری)} \quad S \Rightarrow \neg t & \neg r & \neg p \Rightarrow S \quad \textcircled{2} \\
 \hline
 \therefore \neg p \Rightarrow \neg t & \therefore S \Rightarrow \neg t & \neg W \\
 \textcircled{2} \quad \text{(انتزاع)} & \therefore \neg r & \neg W \\
 \hline
 & & \therefore r \vee W \\
 & & \therefore t \Rightarrow P
 \end{array}$$

$$\neg p \Rightarrow \neg t \equiv t \Rightarrow p \quad \textcircled{4} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{lcl}
 q \vee S & P \Rightarrow q \vee S \quad \text{(انتزاع)} & P \wedge \neg q \\
 \neg q & \textcircled{3} \quad P & \therefore \neg q \\
 \hline
 \therefore S & \therefore q \vee S & \textcircled{1} \quad \text{قانونی عقلی} \\
 \text{(میان فصلی)} \quad \textcircled{4} & & P \wedge \neg q \\
 & & \therefore P
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 P \Rightarrow r \quad \text{(میان صوری)} & P \wedge \neg q & \textcircled{5} \\
 r \Rightarrow S \vee q \quad \textcircled{1} & P \Rightarrow r & P \Rightarrow r \\
 \hline
 \therefore S & r \Rightarrow S \vee q & \\
 & \therefore S &
 \end{array}$$

مثال: تعین گزاره اگر او متدین باشد درستکار است کدام است؟

- (۱) او هم متدین است هم درستکار
(۲) او نه متدین است نه درستکار

- (۳) او متدین نیست ولی درستکار است
(۴) او متدین هست ولی درستکار نیست

$$P \Rightarrow q \equiv \neg P \vee q \quad \neg(\neg P \vee q) \equiv P \wedge \neg q$$

گزاره غلط: گزاره غلط عبارت از آنست شامل یک یا چند متغیر که با جایگذاری عناصر مجموعه مرجع به جای متغیر یا متغیرها تبدیل به گزاره

من شود.

نکته: گزاره غلط یک متغیر را با $P(x)$ و گزاره غلط دو متغیر را با $P(x, y)$ نشان می‌دهند.

$P(x)$: x نفع است.

مثال.

$$S = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

مجموعه صفت گزاره نما، عنصری از مجموعه مرجع که به ازای آن، گزاره نما گزاره درست تبدیل می شود را مجموعه صفت گزاره نما می گویند.

$$S = \{x \in M \mid P(x) \text{ درست}\}$$

مثال. $P(x) : x^3 - 4x = 0$, $M = \mathbb{R}$

$$x^3 - 4x = 0 \rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \rightarrow x(x-2)(x+2) = 0 \rightarrow x = 0, -2, 2$$

$$\Rightarrow S = \{0, -2, 2\}$$

مثال. $P(x, y) : x^2 + y^2 = 4$, $M = \mathbb{Z}$

$$S = \{(2, 0), (0, 2), (-2, 0), (0, -2)\}$$

تصور عمومی. فرض کنید $P(x)$ یک گزاره نما در مجموعه مرجع M باشد. اگر به ازای هر عضو مرجع، $P(x)$ یک گزاره درست باشد،

آنگاه آن را با نماد $\forall x \in M, P(x)$ نشان ده و آن را یک گزاره کلی یا سور عمومی می نامیم.

مثال. (۱) هر عدد اول بزرگتر از ۲ فرد است. (۲) در هر مربع، قطر هاب هم عمودند.

(۳) مربع هر عدد حقیقی نامنفی است. (۴) برای هر عدد حقیقی a و b ، $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

نکته. عبارت $\forall x, P(x)$ اگر درست باشد، یک گزاره است.

مثال نقض. به مثال که یک حکم کلی را رد کند، مثال نقض می گویند.

هر مورد را با مثال نقض رد کنید.

(۱) برای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $2^n + 3$ اول است. $n=5 \Rightarrow 2^5 + 3 = 35 = 5 \times 7$

(۲) برای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $2^n + 3$ اول است. $n=7 \Rightarrow 2^7 + 3 = 127$ ^{مرب}

(۳) برای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $2^{2n} + 1$ اول است. $n=5 \rightarrow 2^{10} + 1 = 2^{22} + 1$ ^{مرب}

(۴) مجموع هر دو عدد گنگ، گنگ است. $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

(۵) برای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $m = (p_1 \times p_2 \times \dots \times p_n) + 1$ عدد اول است که p_i برابر n مین عدد اول است.

$m = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 + 1 = 30031 = 59 \times 509$ ^{مرب}

(۶) هر عدد گویا در هر عدد گنگ ضرب شود، حاصل عدد گنگ است. $0 \times \sqrt{2} = 0$

(۷) $\forall a \in \mathbb{R}$ ، $a^2 \geq a$ $a = 1/2 \rightarrow \frac{1}{4} \not\geq \frac{1}{2}$

(۸) اگر a و b گنگ باشند، آنگاه a^b گنگ است. $(2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 2^2 = 4$ ^{گویا}

(۹) اگر n نقطه تمایز روی خط حاره حوب موجب هم وصل کنیم داریم به حد اکثر 2^{n-1} ناحیه تقسیم می‌کند. $2^{4-1} = 2^3 = 8 \neq 4$ ^{جواب}

سور وجودی: فرض کنید $P(x)$ یک گزاره غایب باشد. اگر x ای در مجموعه مرجع باشد به ازای آن $P(x)$ درست باشد، آن را

با معاد $\exists x P(x)$ نشان داده و به صورت n وجود دارد x ای که $P(x)$ می‌خوانیم.

عبارت $\exists x \ P(x)$ یک گزاره است و آن را گزاره وجودی می نامیم و وقتی درست است که حداقل یک x باشد که $P(x)$ درست باشد.

مثال: $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < x$

سور اختصاری: سور اختصاری با نماد $\exists!$ نشان داده می شود به معنی آن است که فقط یک x است که $P(x)$.

مثال: $\exists! x \in \mathbb{R}, x^3 + x = 0$ یعنی معادله $x^3 + x = 0$ فقط یک ریشه دارد.

سور هیچ: سور هیچ با نماد $\nexists$ نشان داده می شود به معنی آن است که هیچ x ای نیست که خاصیت P داشته باشد.

$$\nexists x \ P(x) \equiv \forall x \ \neg P(x)$$

مثال: $\nexists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0 \equiv \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$

نقض سورها:

$$\neg (\forall x \ P(x)) \equiv \exists x \ \neg P(x)$$

۱- نقض سور عمومی:

$$\neg (\forall x > 0 \ x < x^2) \equiv \exists x > 0 \ x \geq x^2$$

مثال:

$$\neg (\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$$

$$\neg (\exists x \ P(x)) \equiv \forall x \ \neg P(x)$$

۲- نقض سور وجودی:

$$\neg (\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0) \equiv \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$$

مثال:

Subject:

Year:

Month:

Date: ()

نقض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 0 \rightarrow$ درست

نقض: $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x + y \neq 0 \rightarrow$ غلط

ب) $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x \geq y \rightarrow$ درست

نقض: $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x < y \rightarrow$ غلط

ج) $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x > y \rightarrow$ غلط

نقض: $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x \leq y \rightarrow$ درست

د) $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x > y \rightarrow$ درست

نقض: $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x \leq y \rightarrow$ غلط

اثبات بهمان خلف

گزاره شرطی $P \rightarrow Q$ را در نظر بگیرید. مراحل اثبات روش بهمان خلف عبارتست از:

فرض خلف $q \Rightarrow A \Rightarrow B \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} \sim P \times \\ \vdots \\ \sim T \times \end{cases}$

Subject:

Year:

Month:

Date: ()

تعیض هر یک از گزاره‌ها زیر را بنویسید.

الف) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 0 \rightarrow$ درست

تعیض: $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x + y \neq 0 \rightarrow$ غلط

ب) $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} , x \neq y \rightarrow$ درست

تعیض: $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} , x = y \rightarrow$ غلط

ج) $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} , x > y \rightarrow$ غلط

تعیض: $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} , x \leq y \rightarrow$ درست

د) $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} , x > y \rightarrow$ درست

تعیض: $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} , x \leq y \rightarrow$ غلط

اثبات برهان خلف.

گزاره شرطی $P \rightarrow Q$ را در نظر بگیرید. مراحل اثبات روش برهان خلف عبارتست از:

فرض خلف $\neg q \Rightarrow A \Rightarrow B \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} \neg P \cdot X \\ \vdots \\ \neg T \cdot X \end{cases}$

Subject :

Year . Month . Date . ()

مثال : اگر $n \in \mathbb{N}$ و n^2 زوج باشد، آنگاه n زوج است .
 فرض : $\left. \begin{array}{l} n \in \mathbb{N} \\ n^2 = \text{زوج} \end{array} \right\} \Rightarrow n = \text{زوج} \text{ حکم : زوج} = ?$

برهان خلف : فرض کنیم n زوج نباشد، پس n فرد است . بنابراین :

فرض خلف

$$n = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \Rightarrow n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 \rightarrow n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

بنابراین فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود .
 $\rightarrow n^2 = 2k' + 1, k' \in \mathbb{N} \rightarrow n^2 = \text{زوج} \times$

مثال : ثابت کنید $\sqrt{2}$ که لکڑ است .

اثبات (برهان خلف) : فرض می کنیم $\sqrt{2}$ که لکڑ نباشد، پس گویاست . بنابراین :

a, b نسبت به هم اولند .

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, (a, b) = 1$$

$$\rightarrow 2 = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow a^2 = \frac{2b^2}{2} \xrightarrow{\text{مثال 1}} [a = 2k], k \in \mathbb{N} \rightarrow 4k^2 = 2b^2 \rightarrow b^2 = 2k^2$$

$$\xrightarrow{\text{مثال 2}} [b = 2k'], k' \in \mathbb{N} \xrightarrow{\text{1 و 2}} (a, b) \neq 1 \times$$

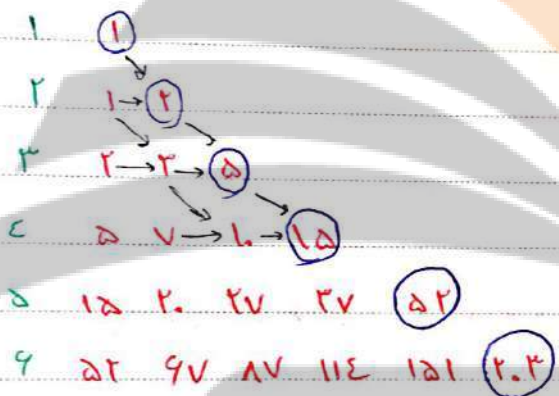
شرعی در مسیر موفقیت

$$\forall 1 \leq i \leq n, A_i \neq \emptyset \quad (1)$$

$$\forall i \neq j, A_i \cap A_j = \emptyset \quad (2)$$

$$\bigcup_{i \in I} A_i = A \quad (P)$$

نکته: تعداد افزای یک مجموعه به صورت زیر دست می آید:



مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ را به ضمیمه:

(الف) من ترانہ سے سَلَوِ افراز کرد

(ب) من توان به سه سطل امرار کرد به طوری دو عنصر a و b ندارند باشند؟

$$x) \quad \frac{(r)(r)(1)}{r!} = v,$$

$$\frac{\begin{pmatrix} \psi \\ \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \psi \end{pmatrix}}{\psi} = 1. \omega$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1.5$$

۱۰۰٪

∴ $[a, b] = x \quad \{x, c, d, f, g\}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{---|---} \rightarrow \frac{{}^4C_2 {}^2C_1 {}^1C_1}{r!} = 10 \\ \text{---|---} \rightarrow {}^4P_2 {}^2P_1 {}^1P_1 = 120 \\ \text{---|---} \rightarrow \frac{{}^4P_2 {}^2P_1 {}^1P_1}{r!} = 10 \end{array} \right\} \rightarrow \underline{\text{Sub total}}$$

مثال های از فصل منطق ریاضی

حرب از نزاره نماها ز نزار با اسفاده از سور عمومی (۷) یا سور عمومی (۸) به نزاره درست تبدیل کنید، سپس نشیمن آن را بنویسید.

الف) $x^2 - 2 \gg 0 \rightarrow \exists x \in \mathbb{R}; x^2 - 2 \gg 0 \xrightarrow{\text{تنفيص}} \forall x \in \mathbb{R}; x^2 - 2 < 0$

ب) $x^2 - x + 1 > 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0 \xrightarrow{\text{نقيض}} \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \leq 0$

ج) $x^2 + y^2 > 0 \rightarrow \exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 > 0 \xrightarrow{\text{نفي}} \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 0$

د) $x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \xrightarrow{\text{نفي}} \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 \neq (x-1)(x+1)$

د) $\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} = 0 \rightarrow \exists x \in \mathbb{R} : \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} = 0 \xrightarrow{\text{نفي}} \forall x \in \mathbb{R} : \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \neq 0$

2) $|x+y| \leq |x|+|y| \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : |x+y| \leq |x|+|y| \xrightarrow{\text{نفي}} \exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : |x+y| > |x|+|y|$

تعداد متغیرها $2^3 = 8$ سطرهای

اثبات کنید $(P \leftrightarrow S) \wedge (\neg q \vee S)$

جمل انشیز گزاره

P	q	S	$P \leftrightarrow S$	$\neg q$	$\neg q \vee P$	A
1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1	1

بدون استفاده از جدول ثابت کنید $\neg P = T$ $[(P \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow \neg P) \wedge \neg r] \rightarrow \neg P$

$$[(P \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow \neg P) \wedge \neg r] \rightarrow \neg P \equiv [(\neg P \vee q) \wedge (r \vee \neg P) \wedge \neg r] \Rightarrow \neg P$$

$$\equiv (P \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge P) \vee r \vee \neg P \equiv [(P \vee \neg P) \wedge (\neg q \vee \neg P)] \vee [(\neg r \vee r) \wedge (P \vee r)]$$

$$\equiv (\neg q \vee \neg P) \vee (P \vee r) \equiv (P \vee \neg P) \vee (\neg q \vee r) \equiv T \checkmark$$

جبر مجموعه ها

$$A \subseteq B \leftrightarrow \forall x; (x \in A \rightarrow x \in B)$$

تعریف فرض کنید A و B دو مجموعه باشند، در این صورت:

$$A \not\subseteq B \leftrightarrow \exists x; (x \in A \wedge x \notin B)$$

نکته

$$A = B \leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A$$

تعریف تساوی دو مجموعه

اگر $A \subseteq B$ ، $B \subseteq C$ آنگاه $A \subseteq C$. اثبات فرض کنید x دلخواه باشد.

- اگر $A \subseteq B$ آنگاه $B' \subseteq A'$. اثبات: فرض کنید x دلخواه باشد.

$$x \in B' \rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \rightarrow x \in A' \rightarrow x \in B' \rightarrow x \in A' \rightarrow B' \subseteq A' \checkmark$$

- برای هر مجموعه A ، $\emptyset \subseteq A$. اثبات:

$$\emptyset \subseteq A \iff \forall x; (\underbrace{x \in \emptyset} \rightarrow x \in A)$$

چون ارزش گزاره سمت راست همواره 1 است، پس ارزش گزاره سمت چپ نیز همواره 1 است، یعنی همیشه درست است، پس: A

- فرض کنید A, B, C, D مجموعه هستند و $A \subseteq B$ ، $C \subseteq D$. ثابت کنید: $A \cup C \subseteq B \cup D$

$$x \in A \cup C \rightarrow x \in A \vee x \in C \xrightarrow[A \subseteq B]{C \subseteq D} x \in B \vee x \in D \rightarrow x \in B \cup D \rightarrow A \cup C \subseteq B \cup D \checkmark$$

- اگر $A \subseteq C$ و $B \subseteq C$ باشد، ثابت کنید $A \cup B \subseteq C$

$$A \subseteq C \wedge B \subseteq C \xrightarrow{\text{مثال قبل}} A \cup B \subseteq C \cup C \rightarrow A \cup B \subseteq C$$

- اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A - B = \emptyset$.

$$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} \xrightarrow{A \subseteq B} \{x \mid x \in B \wedge x \notin B\} = \emptyset$$

- اگر $A - B = \emptyset$ آنگاه $A \subseteq B$.

$$B = \emptyset \equiv \nexists x; x \in A \wedge x \notin B \equiv \forall x; x \notin A \vee x \in B$$

$$x \in A \rightarrow x \in B \equiv A \subseteq B$$

$$\left. \begin{array}{l} A \subseteq \phi \\ \phi \subseteq A \end{array} \right\} \rightarrow A = \phi$$

- اگر $A \subseteq \phi$ آنگاه $A = \phi$.

$$\left. \begin{array}{l} M \subseteq A \\ A \subseteq M \end{array} \right\} \rightarrow A = M$$

- M جع است. اگر $M \subseteq A$ باشد، ثابت کنید $M = A$.

- عبارت ها زیر را اثبات کنید.

(الف) $A \cup B = B \cup A$

$$A \cup B = \{x \in M \mid x \in A \vee x \in B\} = \{x \in M \mid x \in B \vee x \in A\} = B \cup A$$

(ب) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

$$x \in A \cup (B \cap C) \iff x \in A \vee x \in (B \cap C) \iff x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C)$$

$$\iff (x \in A \vee x \in B) \wedge x \in C \iff x \in (A \cup B) \wedge x \in C \iff x \in (A \cup B) \cap C$$

(ج) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$$x \in A \cap (B \cap C) \iff x \in A \wedge x \in (B \cap C) \iff x \in A \wedge (x \in B \wedge x \in C)$$

$$\iff (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \in C \iff x \in (A \cap B) \wedge x \in C \iff x \in (A \cap B) \cap C$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (\rightarrow)$$

$$x \in A \cap (B \cup C) \iff x \in A \wedge x \in (B \cup C) \iff (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C)$$

$$\iff x \in (A \cap B) \vee x \in (A \cap C) \iff x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (\rightarrow)$$

$$x \in A \cup (B \cap C) \iff x \in A \vee x \in (B \cap C) \iff x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C)$$

$$\iff (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C) \iff x \in (A \cup B) \wedge x \in (A \cup C) \iff x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B' \quad (\rightarrow)$$

$$x \in (A \cap B)' \iff (x \in A \wedge x \in B)' \iff x \notin A \vee x \notin B \iff x \in A' \vee x \in B' \iff x \in A' \cup B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad (\rightarrow)$$

$$x \in (A \cup B)' \iff (x \in A \vee x \in B)' \iff x \notin A \wedge x \notin B \iff x \in A' \wedge x \in B' \iff x \in A' \cap B'$$

تلاشی در مسیر موفقیت

قوانين جبر مجموعه

$$1) A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A$$

$$2) (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), \quad (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$3) \underline{A} \cup (B \cap C) = (\underline{A} \cup B) \cap (\underline{A} \cup C), \quad \underline{A} \cap (B \cup C) = (\underline{A} \cap B) \cup (\underline{A} \cap C)$$

$$4) (A \cup B)' = A' \cap B', \quad (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$* 5) A - B = A \cap B'$$

$$6) A \cap (A \cup B) = A, \quad A \cup (A \cap B) = A$$

$$7) A \cup A' = M, \quad A \cap A' = \phi$$

$$8) A \cup \phi = A, \quad A \cap \phi = \phi$$

$$9) A \cup M = M, \quad A \cap M = A$$

$$10) A \subseteq B \iff A \cup B = B, \quad A \subseteq B \iff A \cap B = A$$

$$11) \phi' = M, \quad M' = \phi, \quad (A')' = A$$

هر یک از احکام زیر را با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید.

الف) $A - B = B' - A' \rightarrow A - B = A \cap B' = B' \cap A = B' - A'$

ب) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

$A \subseteq B \rightarrow A \cap B = A \rightarrow (A \cap B)' = A' \rightarrow A' \cup B' = A' \rightarrow B' \subseteq A'$

ج) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

$$\begin{aligned} A \Delta B &= (A - B) \cup (B - A) = (A \cap B') \cup (B \cap A') = [(A \cap B') \cup B] \cap [(A \cap B') \cup A'] \\ &= [(A \cup B) \cap \overset{M}{(B' \cup B)}] \cap [\overset{M}{(A' \cup A)} \cap (A' \cup B')] = (A \cup B) \cap (A' \cup B') = (A \cup B) \cap (A \cap B)' \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) = \boxed{A' \Delta B'} \quad , \quad (A \Delta B)' = A' \Delta B = B' \Delta A \end{aligned}$$

د) $(A - B) - C = (A - C) - B$

$(A - B) - C = (A \cap B') \cap C' = (A \cap C') \cap B' = (A - C) - B$

ر) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

$A - (B \cup C) = A \cap (B' \cap C') = (A \cap B') \cap (A \cap C') = (A - B) \cap (A - C)$

ز) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

ج) $A - (B \cup C \cup D) = (A - B) \cap (A - C) \cap (A - D)$

$(A - B) \cap (A - C) \cap (A - D) = (A \cap B') \cap (A \cap C') \cap (A \cap D') = A \cap (B' \cap C' \cap D') = A - (B \cup C \cup D)$

ش) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$

$(A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) \cap (A' \cup C') = \overset{\neq}{(A' \cap A \cap B)} \cup (A \cap B \cap C') = A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C)$

ص) $A \cup B = A \cap B \implies A = B$

$$\left. \begin{array}{l} B = B \cup (A \cap B) \xrightarrow{\text{نقش}} B \cup (A \cup B) = A \cup B \longrightarrow B = A \cup B \longrightarrow A \subseteq B \\ A = A \cup (A \cap B) \xrightarrow{\text{نقش}} A \cup (A \cup B) = A \cup B \longrightarrow A = A \cup B \longrightarrow B \subseteq A \end{array} \right\} \longrightarrow A = B$$

ض) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

$(A \cap B) \Delta (A \cap C) = [(A \cap B) \cup (A \cap C)] - [(A \cap B) \cap (A \cap C)]' = [A \cap (B \cup C)] - [A \cap (B \cap C)]$
 $= A \cap [(B \cup C) - (B \cap C)] = A \cap (B \Delta C)$

ط) $A \Delta B = A \Delta C \implies B = C$

$A \Delta B = A \Delta C \longrightarrow A \Delta (A \Delta B) = A \Delta (A \Delta C) \longrightarrow (A \Delta A) \Delta B = (A \Delta A) \Delta C$

$\longrightarrow \phi \Delta B = \phi \Delta C \longrightarrow B = C$

$$5) (A \Delta B)' = A' \Delta B = A \Delta B'$$

$$(A \Delta B)' = [(A \cup B) - (A \cap B)]' = [(A \cup B) \cap (A \cap B)']' = [(A \cup B)' \cup (A \cap B)]$$

$$= (A' \cap B') \cup (A \cap B) = (A' - B) \cup (B - A') = A' \Delta B = A \Delta B'$$

«فرب دکارتی»

«زوج مرتب» به هر دو شی که برای آن ها ترتیبی قابل شوم، زوج مرتب گویند. اگر a و b خوشی باشند و a را بعد از b بدانیم، آنگاه

آن را با نماد (a, b) نشان می دهیم و زوج مرتب a و b می خوانیم. a را مؤلفه اول و b را مؤلفه دوم زوج مرتب می گویند.

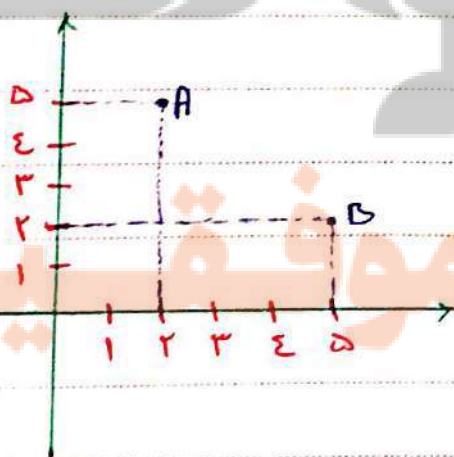
«مثال» زوج مرتب $(2, 5)$ ، 2 را مؤلفه اول و 5 را مؤلفه دوم گویند. گاهی به زوج مرتب، یک جفتی مرتب می گویند.

«نکته» $(2, 5) \neq \{2, 5\}$ زیرا در زوج مرتب ترتیب مهم است ولی در مجموعه ها ترتیب مهم نیست.

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \wedge b = d$$

«تساوی دو زوج مرتب»

«مثال» فرض کنید $A = (2, 5)$ و $B = (5, 2)$ در این صورت:



x و y را چنان بیابید که زوج مرتب $(2, 4x+y)$ و $(2x-y, 1)$ برابر باشند.

$$(2, 4x+y) = (2x-y, 1) \rightarrow \begin{cases} 2x-y=2 \\ 4x+y=1 \end{cases} \rightarrow x = \frac{5}{3}, y = \frac{4}{3}$$

تعریف ضرب دکارتی: فرض کنید A و B دو مجموعه باشند. ضرب دکارتی A در B را با نماد $A \times B$ نشان می‌دهیم و به

صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$$

مثال: اگر $A = \{-1, 4, 13\}$ و $B = \{\sqrt{2}, 5, 7\}$ آنگاه:

$$A \times B = \{(-1, \sqrt{2}), (-1, 5), (-1, 7), (4, \sqrt{2}), (4, 5), (4, 7), (13, \sqrt{2}), (13, 5), (13, 7)\}$$

نکته: اگر $|A| = m$ و $|B| = n$ آنگاه: $|A \times B| = mn$

اثبات: فرض کنید $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ و $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ در این صورت:

$$A \times B = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), \dots, (a_1, b_n), \\ (a_2, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_2, b_n), \\ \vdots \\ (a_m, b_1), (a_m, b_2), \dots, (a_m, b_n)\}$$

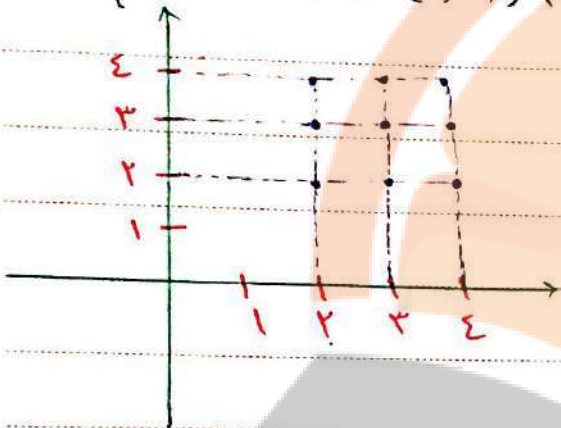
$$\Rightarrow |A \times B| = mn$$

نکته: اگر $A = B$ باشد ضرب دکارتی $A \times B$ را یکی $A \times A$ یا نماد A^2 نشان می‌دهیم. به بیان دیگر:

$$A^2 = \{2, 3, 4\} \times \{2, 3, 4\}$$

مثال اگر $A = \{2, 3, 4\}$ آنگاه:

$$A^2 = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$$



اگر $A = [-2, 2]$, $B = [-1, 1]$, $C = [+1, 4]$, $D = [1, +\infty)$, $E = (-\infty, 3)$ بازه‌ها در $\mathbb{R}$ و

$F = \{0, 1, 2\}$ باشد حاصل هر یک را در دستگاه مختصات نمایش دهید.

روی محور x ها روی محور y ها

الف) $A \times B$

ب) $A \times C$

ج) $B \times D$

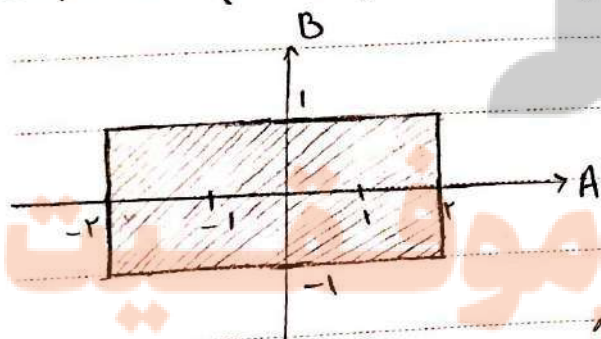
د) $D \times E$

ه) $C \times F$

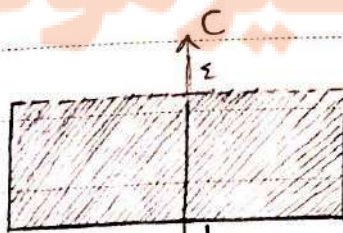
و) $F \times C$

ز) $A^2 \cap B^2$

الف) $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\} = \{(x, y) \mid -2 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1\}$



ب)



Subject:

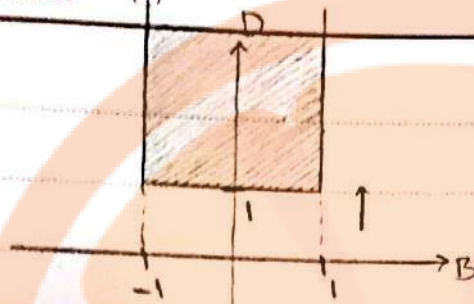
Year:

Month:

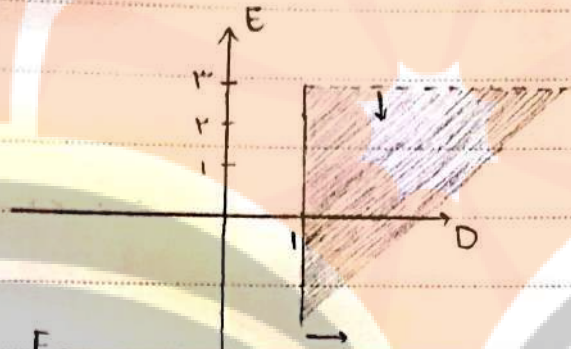
Date:

()

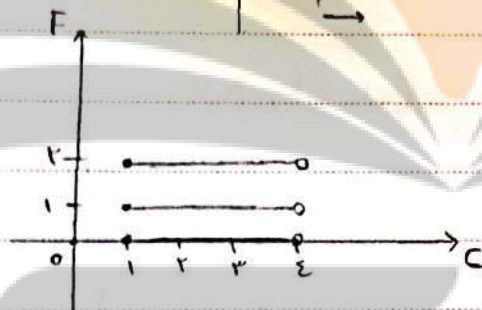
ج)



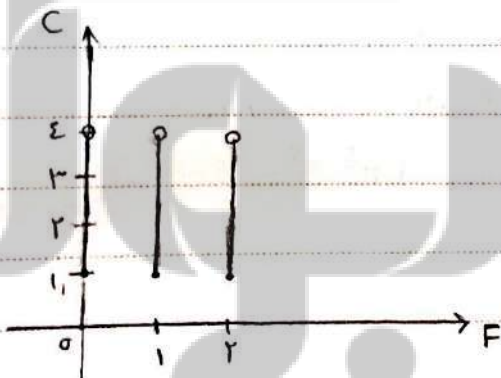
د)



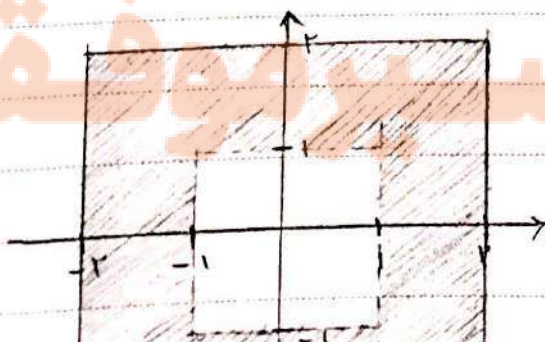
ه)



و)



ز)



قضیه ۱. برای هر مجموعه A ، الف) $A \times \emptyset = \emptyset$ ب) $\emptyset \times A = \emptyset$

اثبات. الف) بوجه خلاف: فرض می‌کنیم $A \times \emptyset \neq \emptyset$ بنابراین:

$$\exists (x, y) \in A \times \emptyset \longrightarrow x \in A \wedge y \in \emptyset$$

اما $y \in \emptyset$ تناقض است زیرا تهی عضو ندارد پس فرض خلاف باطل و حکم ثابت می‌شود. اثبات ب) نیز مشابه است.

قضیه ۲. $A \times B = B \times A \longrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \vee A = B$

اثبات. اگر $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ آنرا حکم برقرار است. بنابراین فرض می‌کنیم $A \neq \emptyset$ و $B \neq \emptyset$ در این صورت:

$$\text{اگر } x \in A, y \in B \longrightarrow (x, y) \in A \times B \xrightarrow{A \times B = B \times A} (x, y) \in B \times A \longrightarrow x \in B \wedge y \in A$$

بنابراین: $x \in A \longrightarrow x \in B$ پس: $A \subseteq B$ ، $y \in B \longrightarrow y \in A$ ، بنابراین: $B \subseteq A$ پس: $A = B$.

اگر $A = \{x^2 - 4, z + 5\}$ ، $B = \{5, y - 2, 13\}$ ، $A \times B = B \times A$ آنگاه بیشترین مقدار

$$x^2 + y^2 + z^2 \text{ را بدست آورید.}$$

$$y - 2 = 5 \longrightarrow y = 7$$

$$x^2 - 4 = 5 \longrightarrow x^2 = 9 \longrightarrow x = \pm 3$$

$$\begin{cases} z + 5 = 5 \longrightarrow z = 0 \times \\ z + 5 = 13 \longrightarrow z = 8 \checkmark \text{ (بیشترین مقدار)} \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9 + 49 + 64 = 122$$

قضیه ۲. برای هر سه مجموعه A ، B ، C داریم: $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

Subject:

Year. Month. Date. ()

$$(\lambda, y) \in A \times (B - C) \longleftrightarrow \lambda \in A \wedge y \in B - C \longleftrightarrow \lambda \in A \wedge (y \in B \wedge y \notin C)$$

$$\longleftrightarrow (\lambda \in A \wedge y \in B) \wedge (\lambda \in A \wedge y \notin C) \longleftrightarrow (\lambda, y) \in A \times B \wedge (\lambda, y) \notin A \times C$$

$$\longleftrightarrow (\lambda, y) \in (A \times B) - (A \times C)$$

$$\text{ب) } \left. \begin{array}{l} A \times C = B \times C \\ C \neq \emptyset \end{array} \right\} \longrightarrow A = B$$

$$A \times C = B \times C \longrightarrow A \times C - B \times C = \emptyset \longrightarrow (A - B) \times C = \emptyset \xrightarrow{C \neq \emptyset} A - B = \emptyset$$

$$\longrightarrow A \subseteq B \quad \textcircled{1}$$

$$A \times C = B \times C \longrightarrow B \times C - A \times C = \emptyset \longrightarrow (B - A) \times C = \emptyset \xrightarrow{C \neq \emptyset} B - A = \emptyset$$

$$\longrightarrow B \subseteq A \quad \textcircled{1} \longrightarrow A = B \quad \checkmark$$

$$\text{ج) } A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$(\lambda, y) \in A \times (B \cap C) \longleftrightarrow \lambda \in A \wedge y \in (B \cap C) \longleftrightarrow \lambda \in A \wedge (y \in B \wedge y \in C)$$

$$\longleftrightarrow (\lambda \in A \wedge y \in B) \wedge (\lambda \in A \wedge y \in C) \longleftrightarrow (\lambda, y) \in A \times B \wedge (\lambda, y) \in A \times C$$

$$\longrightarrow (\lambda, y) \in (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$7) A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$(x, y) \in A \times (B \cup C) \iff x \in A \wedge y \in (B \cup C) \iff x \in A \wedge (y \in B \vee y \in C)$$

$$\iff (x \in A \wedge y \in B) \vee (x \in A \wedge y \in C) \iff (x, y) \in A \times B \vee (x, y) \in A \times C$$

$$\iff (x, y) \in (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$8) A \times (B \Delta C) = (A \times B) \Delta (A \times C)$$

$$A \times (B \Delta C) = A \times [(B - C) \cup (C - B)] = A \times (B - C) \cup A \times (C - B)$$

$$= [(A \times B) - (A \times C)] \cup [(A \times C) - (A \times B)] = (A \times B) \Delta (A \times C)$$

$$9) (A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$$

$$(x, y) \in (A \times B) \cap (C \times D) \iff (x, y) \in A \times B \wedge (x, y) \in C \times D$$

$$\iff (x \in A \wedge y \in B) \wedge (x \in C \wedge y \in D) \iff (x \in A \wedge x \in C) \wedge (y \in B \wedge y \in D)$$

$$\iff x \in (A \cap C) \wedge y \in (B \cap D) \iff (x, y) \in (A \cap C) \times (B \cap D)$$

$$(نکته) \quad (A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A) = (A \cap B) \times (A \cap B) = (A \cap B)^2$$

شمارش مجموعه ها

$$1) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$2) |A - B| = |A| - |A \cap B|$$

$$3) |A \Delta B| = |A| + |B| - 2|A \cap B| = |A \cup B| - |A \cap B|$$

نکته: $|A \times B| = |A| |B|$

$$4) |(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2$$

$$5) |(A \times B) \cup (B \times A)| = 2|A| |B| - |A \cap B|^2$$

$$6) |(A \times B) - (B \times A)| = |A| |B| - |A \cap B|^2$$

$$7) |(A \times B) \Delta (B \times A)| = 2|A| |B| - 2|A \cap B|^2$$

$$8) |A^2 \cup B^2| = |A|^2 + |B|^2 - |A \cap B|^2$$

$$9) |A^2 - B^2| = |A|^2 - |A \cap B|^2$$

$$10) |A^2 \Delta B^2| = |A|^2 + |B|^2 - 2|A \cap B|^2$$

انضمامی ہر ایک راہبیت آورید۔
 $A = \{k^2 - 1 \mid -2 \leq k \leq 2\}$, $B = \{x \mid |x| = 1, 2\}$, $k \in \mathbb{Z}$

$$A = \{-1, 3, 5, -1\}, B = \{-1, 1, -2, 2\} \rightarrow |A| = |B| = 5, |A \cap B| = 1$$

$$1) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 5 + 5 - 1 = 9$$

$$2) |A - B| = |A| - |A \cap B| = 5 - 1 = 4$$

$$3) |A \Delta B| = |A| + |B| - 2|A \cap B| = 5 + 5 - 2 = 8$$

$$4) |(A \times B) \cup (B \times A)| = 2|A||B| - |A \cap B|^2 = 2 \times 5 \times 5 - 1 = 49$$

$$5) |(A \times B) - (B \times A)| = |A||B| - |A \cap B|^2 = 5 \times 5 - 1 = 24$$

$$6) |(A \times B) \Delta (B \times A)| = 2|A||B| - 2|A \cap B|^2 = 2 \times 5 \times 5 - 2 = 48$$

$$7) |A^2 \cup B^2| = |A|^2 + |B|^2 - |A \cap B|^2 = 5^2 + 5^2 - 1 = 50$$

$$8) |A^2 - B^2| = |A|^2 - |A \cap B|^2 = 5^2 - 1 = 24$$

$$9) |A^2 \Delta B^2| = |A|^2 + |B|^2 - 2|A \cap B|^2 = 5^2 + 5^2 - 2 = 48$$

Subject :

Year :

Month :

Date :

()

« در منطق یک: منطق ریاضی »

$$P \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (P \wedge q) \Rightarrow r$$

۱- ثابت کنید:

$$P \Rightarrow (q \Rightarrow r) = \sim P \vee (\sim q \vee r) \equiv \sim (P \wedge q) \vee r \equiv (P \wedge q) \Rightarrow r$$

$$[P \wedge (P \Rightarrow q)] \Rightarrow q \equiv T$$

۲- ثابت کنید:

$$[P \wedge (P \Rightarrow q)] \Rightarrow q \equiv [P \wedge (\sim P \vee q)] \Rightarrow q \equiv [(\overset{F}{P \wedge \sim P} \vee (P \wedge q))] \Rightarrow q$$

$$\equiv (P \wedge q) \Rightarrow q \equiv \sim P \vee (\overset{T}{q \vee q}) \equiv T$$

$$(P \Rightarrow q) \wedge (P \vee q) \equiv q$$

۳- ثابت کنید:

$$(P \Rightarrow q) \wedge (P \vee q) \equiv (\sim P \vee q) \wedge (P \vee q) \equiv q \vee (\overset{F}{\sim P \wedge P}) \equiv F \vee q = q$$

$$P \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (P \Rightarrow r)$$

۴- ثابت کنید:

$$P \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv P \Rightarrow (\sim q \vee r) \equiv \sim P \vee (\sim q \vee r) \equiv \sim q \vee (\sim P \vee r) \equiv q \Rightarrow (P \Rightarrow r)$$

$$P \vee (q \Rightarrow r) \equiv (P \vee q) \Rightarrow (P \vee r)$$

۵- ثابت کنید:

$$(P \vee q) \Rightarrow (P \vee r) \equiv (\sim P \wedge \sim q) \vee (P \vee r) \equiv [(\overset{T}{\sim P \wedge \sim q} \vee P)] \vee r \equiv [(\overset{T}{\sim P \vee P}) \wedge (\sim q \vee r)] \vee r$$

Subject :

Year :

Month :

Date : ()

$$P \wedge (q \rightarrow r) \neq (P \wedge q) \rightarrow (P \wedge r)$$

۶- ثابت کنید :

$$\begin{aligned}(P \wedge q) \rightarrow (P \wedge r) &\equiv (\neg P \vee \neg q) \vee (P \wedge r) \equiv [(P \wedge r) \vee \neg P] \vee \neg q \equiv [(\overset{T}{\neg P \vee P}) \wedge (\neg P \vee r)] \vee \neg q \\ &\equiv (\neg P \vee r) \vee \neg q \equiv \neg P \vee (\neg q \vee r) \equiv \neg P \vee (q \rightarrow r) \equiv P \rightarrow (q \rightarrow r)\end{aligned}$$

$$P \rightarrow (q \rightarrow (P \wedge q)) \equiv T$$

۷- ثابت کنید :

$$\begin{aligned}P \rightarrow (q \rightarrow (P \wedge q)) &\equiv \neg P \vee (\neg q \vee (P \wedge q)) \equiv \neg P \vee ((P \vee \neg q) \wedge (\overset{T}{\neg q \vee q})) \\ &\equiv \neg P \vee (P \vee \neg q) \equiv (\overset{T}{\neg P \vee P}) \vee \neg q \equiv T \vee \neg q \equiv T\end{aligned}$$

$$P \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r)$$

۸- ثابت کنید :

$$\begin{aligned}(P \rightarrow q) \rightarrow (P \rightarrow r) &\equiv (\neg P \vee q) \rightarrow (\neg P \vee r) \equiv (P \wedge q) \vee (\neg P \vee r) \\ &\equiv [(P \wedge q) \vee \neg P] \vee r \equiv [(\overset{T}{P \vee \neg P}) \wedge (\neg P \vee q)] \vee r \equiv (\neg P \vee q) \vee r \\ &\equiv \neg P \vee (\neg q \vee r) \equiv P \rightarrow (q \rightarrow r)\end{aligned}$$

تلاشی در مسیر موفقیت

۱- حاصل عبارت $([A \cup B] - A') \cup [B \cup (A - B')]$ کدام است؟

A (۱) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) $A - B$ (۴)

$$([A \cup B] - A') \cup [B \cup (A - B')] = [(A \cup B) \cap A] \cup [B \cup (A \cap B)] = A \cup B$$

۲- A دارای ۱۴ زیرمجموعه سرتا تهی است. B دارای ۸ زیرمجموعه است. مجموعه توانی $C = A \cap (A' - B')$ چند عضو دارد؟

۴ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴)

$$C = A \cap (A' - B') = A \cap (A \cup B) = A \rightarrow |P(A)| = 2^4 = 16 \rightarrow |A| = |C| = 4 \rightarrow |P(C)| = 16$$

۳- اگر $A \subseteq B$ آنکه حاصل $[A \cap (B - C)] - [A \cap B \cap C]$ کدام است؟

$A \cap C$ (۱) $A \cap C'$ (۲) A (۳) $A - B$ (۴)

$$[A \cap (B - C)] - [A \cap B \cap C] = (A \cap B \cap C') - (A \cap C) = (A \cap C') - (A \cap C) = (A \cap C') \cap (A' \cup C') = (A \cap C' \cap A) \cup (A \cap C' \cap C') = A \cap C'$$

۴- اگر $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $A \cap B = \{2, 3\}$ ، $|A - B| \times |B - A| = 6$ ، تعداد عضوهای B چند است؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

$$|A - B| \times |B - A| = 6 \rightarrow |A - B| \cdot |B - A| = 6, |A - B| = |A| - |A \cap B| = 5 - 2 = 3$$

۵- اگر $|A \cap B| = 2$ ، $|B| = 4$ ، $|A| = 5$ آنگاه $|(A \cap B)' \times (A \cup B)'| = ?$

۱۹ (۴)

۱۴ (۳✓)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

$$|A \cap B'| = |A - B| = |A| - |A \cap B| = 3$$

$$|(A \cup B)'| = |B \cap A'| = |B - A| = |B| - |A \cap B| = 2$$

$$\rightarrow |(A \cap B)' \times (A \cup B)'| = 3 \times 2 = 6$$

۶- اگر $A = \{x | x > 1\}$ ، $B = \{x | x < -1\}$ آنگاه $A' \cap B'$ نام است؟

$$\{x | -1 < x < 1\}$$

(۲)

$$\{x | -1 < x < 1\}$$

(۱)

$$\{x | -1 \leq x \leq 1\}$$

(۴✓)

$$\{x | -1 \leq x < 1\}$$

(۳)

$$A' = \{x | x \leq 1\}, B' = \{x | x \geq -1\} \rightarrow A' \cap B' = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$$

۷- اگر $(B \times A) \subseteq A'$ ، آنگاه $B = \{x \in \mathbb{N} | x^2 \leq 2\}$ ، $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 2x = 1\}$

$$B = \{1, 2\}$$

$$A = \{-2, 2\}$$

۱۴ (۴)

۹ (۳)

۲ (۲✓)

۱ (۱)

$$|(B \times A) - A \times A| = |(B - A) \times A| = |B - A| |A| = 1 \times 2 = 2$$

احتمال

پدیده‌های تصادفی: پدیده‌ای که قبل از وقوع نتوان با قطعیت نتیجه آن را تعیین کرد. پدیده تصادفی می‌ماند.

مانند: پرتاب تاس، پرتاب سکه، تعداد تصادفات در یک چهارراه در بازه زمانی مشخص.

احتمال: احتمال علم مطالعه پدیده‌های تصادفی است.

فضای نمونه: مجموعه تمام نتایج ممکن یک پدیده تصادفی را فضای نمونه گویند و با S نشان می‌دهند.

پیشامد: هر زیرمجموعه از فضای نمونه را پیشامد گویند و با A ، B و ... نشان می‌دهند.

نکته: اگر فضای نمونه S دارای n عضو باشد، آنگاه S دارای 2^n پیشامد است.

سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم، فضای نمونه را بنویسید. H : رو، T : پشت
 $S = \{H, T\}$

دو سکه را پرتاب می‌کنیم، فضای نمونه را بنویسید.
 $S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$

سه سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. الف) فضای نمونه. ب) پیشامد آنکه حداقل دو سکه رو بیاید.

ج) پیشامد آنکه هر سه سکه یکسان بیایند.
 $S = \{(H, H, H), (H, H, T), (H, T, T), (H, T, H), (T, T, T), (T, T, H), (T, H, H), (T, H, T)\}$

د) $A = \{(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (T, H, H)\}$

- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. (الف) فضای نمونه. (ب) بشماره آنکه مجموع اعداد در شده Δ باشد.

(ج) بشماره آنکه مجموع اعداد در شده Δ باشد. $S = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,6)\}$

ب) $A = \{(2,4), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$

ج) $B = \{(5,4), (4,5)\}$

- یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب کرده ایم. (الف) فضای نمونه. (ب) بشماره آنکه تاس زوج و سکه رو.

(ج) بشماره آنکه تاس زوج یا سکه رو. $S = \{(1,H), (2,H), (3,H), \dots, (6,T)\}$

ب) $A = \{(2,H), (4,H), (6,H)\}$

ج) $B = \{(1,H), (2,H), (3,H), (4,H), (5,H), (6,H), (2,T), (4,T), (6,T)\}$

- پنج سکه و دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه چند عضو دارد؟ $n(S) = 2^5 \times 6^2 = 1152$

- تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر بزرگتر از ۴ آمده سکه پرتاب می‌کنیم و در غیر این صورت دو تاس دیگر پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه چند عضو دارد؟

$2 \times 2^3 + 4 \times 6^2 = 140 \rightarrow n(A) = 140$

- دو نفر در طبقه مختلف سوار یک آسانسور شده‌اند. اگر ساختمان مربوطه ۵ طبقه ای باشد، فضای نمونه مربوط به پیاده شدن این دو نفر را بنویسید.

$S = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), \dots, (a_5, b_5)\}$

به تصادف از بین دو جفت کفش، چهار رنگ را بر من دارم. پیشامد آنکه فقط بین این ۲ رنگ یک جفت کفش باشد.

aa / bb / cc / dd / ee / ff / gg / hh / LL / kk

چند عضو دارد؟
$$n(s) = (10) (9) (8) (7) = 10 \times \frac{9 \times 8}{2} \times 2 \times 2 = 1440$$

جبر مجموعه ها

فرض کنید A و B دو پیشامد باشند:

① پیشامد $A \cup B$ وقتی رخ می دهد که حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.

② پیشامد $A \cap B$ وقتی رخ می دهد که هر دو پیشامد رخ دهند.

فرض کنید $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ فضای نمونه حاصل از پرتاب یک تاس باشد و $A = \{2, 3, 5, 6\}$ و

$B = \{3, 4, 5\}$ اگر نتیجه پرتاب ۳ باشد، آنگاه پیشامد $A \cap B$ رخ داده است.

نکته: اگر نتیجه آزمایش، عضو یک پیشامد باشد، می گوییم آن پیشامد رخ داده است.

③ پیشامد $A - B$ که A رخ دهد اما B رخ نهد.

④ پیشامد $A \Delta B$ وقتی رخ می دهد که فقط یکی از دو پیشامد رخ دهد.

⑤ پیشامد A' وقتی رخ می دهد که A رخ نهد.

فرض کنید A، B و C پیشامدهایی از فضای نمونه S باشند، برای هر یک از عبارتهای زیر یک عبارت مجموعه ای بنویسید.

(ب) حداقل دو پشه‌مد رخ دهد. $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(ج) فقط یک پشه‌مد رخ دهد. $((A-B)-C) \cup ((B-A)-C) \cup ((C-A)-B)$

(د) حداکثر یک پشه‌مد رخ دهد. $((A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C))'$

(ه) حداقل یکی از A یا B رخ دهد اما C رخ ندهد. $(A \cup B) - C$

(و) از دو پشه‌مد A و C حداکثر یکی رخ دهد اما B رخ ندهد. $[(A \cap C) \cup B]'$

(ز) هر سه پشه‌مد رخ دهد. $A \cap B \cap C$

تعریف احتمال: فرض کنید A پشه‌مدی از فضای نمونه و متناهی S باشد. در این صورت احتمال وقوع A را با $P(A)$ نشان دهیم.

و به صورت زیر تعریف می‌کنیم: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد اعضای پشه‌مد } A}{\text{تعداد اعضای فضای نمونه}}$

در کسبه‌ای ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ۳ مهره زرد وجود دارد.

(الف) به تصادف یک مهره برمی‌داریم، احتمال آنکه زرد باشد. $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{5+4+3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

(ب) به تصادف یک مهره برمی‌داریم، احتمال آنکه آبی باشد. $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

(ج) به تصادف دو مهره برمی‌داریم، احتمال آنکه قرمز باشد. $P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{10}{66} = \frac{5}{33}$

(د) به تصادف دو مهره برمی‌داریم، احتمال آنکه هم‌رنگ باشند. $P(A) = \frac{\binom{5}{2} + \binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{19}{66}$

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$P(A) = \frac{\binom{5}{1} \times \binom{4}{1} + \binom{18}{1}}{\binom{14}{1}} = \frac{8}{11}$$

و) به تصادف ۳ مهره برمی داریم، احتمال آنکه دو مهره قرمز باشد.

– دوتاس را با هم تویاب می کنیم، احتمال آنکه

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{39}$$

الف) مجموع دوتاس ۵ باشد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{39} = \frac{5}{9}$$

ب) حداقل یکی از دوتاس مضرب ۳ باشد.

فرانچ بولک

تلاشی در مسیر موفقیت

تلاشی در مسیر معرفت



- ✓ دانلود گام به گام تمام دروس
- ✓ دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- ✓ دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- ✓ دانلود نمونه سوالات امتحانی
- ✓ مشاوره کنکور
- ✓ فیلم های انگیزشی

 Www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)