

تالیف و تحریر مجموعه فقرات



- دانلود گام به گام تمام دروس 
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه 
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی 
- دانلود نمونه سوالات امتحانی 
- مشاوره کنکور 
- فیلم های انگیزشی 

 Www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

درسنامه و نکات کلیدی

سال نهم

ناحیه‌ی کاظمیان

(فصل اول)

مجموعه ها

مسعودیزی کاری

مجموعه : به دسته ای از اشیاء کاملاً مشخص و دو به دو متمایز (غیر تکراری) مجموعه می‌گویند.

مثال : کدام یک از عبارات زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟

- الف) عدد زوج متوالی (مجموعه نیست) ب) ۴ گل زیبا (مجموعه نیست)
ج) اعداد اول کمتر از ۱۰ (مجموعه است)

نکته : مجموعه را به صورت آکولاد { } نشان می‌دهند و مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی نام‌گذاری می‌کنند.

نکته : به هر یک از اعداد و عبارت داخل مجموعه عضو می‌گویند و علامت عضو بودن به صورت ∈ و علامت عضو نبودن به صورتnotin می‌باشد.

نکته : تعداد عضوهای هر مجموعه مانند A را به صورت $n(A)$ نشان می‌دهند.

مثال : با توجه به مجموعه A درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

$$A = \{3, \{4, 5\}, 6\} \quad n(A) = 4 \quad 3 \in A \checkmark \quad 4 \notin A \checkmark \quad \{6\} \in A \times$$

مجموعه تهی : مجموعه ای که دارای هیچ عضوی نباشد. علامت مجموعه تهی به صورت { } یا \emptyset می‌باشد.

مثال : کدام یک از مجموعه های زیر مجموعه تهی است؟

- ج) اعداد طبیعی بین ۴ و ۵ { }
ب) اعداد صحیح کمتر از صفر {...,-3,-2,-1}
الف) اعداد طبیعی کمتر از ۴ {1,2,3}

دو مجموعه برابر : دو مجموعه A و B را برابر می‌گویند که هر عضو مجموعه A در مجموعه B و هر عضو مجموعه B در مجموعه

$$A = \{4, 3, 1\} \quad B = \left\{ \sqrt{9}, 7, \frac{20}{5} \right\}$$

وجود داشته باشد. مانند دو مجموعه i مقابله :

مثال : دو مجموعه i زیر برابرند. مقدار x و y را به دست آورید?

$$\{x - 7, 3\} = \{4, y\} \quad x - 7 = 4 \Rightarrow x = 11, y = 3$$

زیر مجموعه : مجموعه A زیر مجموعه B است هر گاه هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B باشد و آن را به صورت $A \subseteq B$ نشان می‌دهند. اگر A زیر مجموعه B نباشد آن را به صورت $A \not\subseteq B$ نشان می‌دهند.

نکته : اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه رابطه های مقابله همواره برقرار است:

نکته : برای پیدا کردن تعداد زیر مجموعه ها از رابطه 2^n استفاده می‌کنیم. اگر تعداد زیر مجموعه را داشته باشیم و تعداد عضو را خواسته باشند عدد داده شده را تجزیه می‌کنیم.

مثال : الف) مجموعه i $\{1, 2, \dots, 10\}$ چند زیر مجموعه دارد؟

ب) یک مجموعه دارای ۳۲ زیر مجموعه است. این مجموعه دارای چند عضو است؟

$$n(A) = 10 \Rightarrow 2^{10} = 1024$$

$$5 \text{ عضو دارد} \Rightarrow 2^5 = 32$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعودزیگاری

سال نهم

ناحیه‌ی ک Zahدان

(فصل اول)

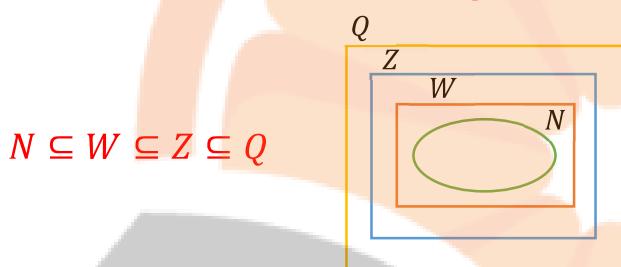
مجموعه ها

نمایش مجموعه ها : الف) مجموعه اعداد طبیعی: $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ ب) مجموعه اعداد حسابی: $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$

ج) مجموعه اعداد صحیح: $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ د) مجموعه اعداد طبیعی زوج:

ه) مجموعه اعداد طبیعی فرد: $O = \{1, 3, 5, \dots\}$ و) مجموعه اعداد گویا: $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$

نمودار ون مجموعه ها : مجموعه ها را می توان داخل یک منحنی بسته ای نشان داد.



نکته : نمودار ون مجموعه اعداد ریاضی به صورت زیر است:

مثال : الف) عضوهای هر مجموعه را بنویسید?

$$A = \{x \mid x \in Z, -4 \leq x < 2\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$B = \{2x - 1 \mid x \in N, x \leq 3\} = \{1, 3, 5\}$$

$$\{2(1) - 1, 2(2) - 1, 2(3) - 1\}$$

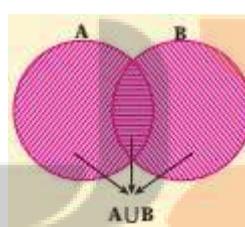
ب) صورت ریاضی هر مجموعه را بنویسید?

$$C = \{-6, -5, \dots, 3\} = \{x \mid x \in Z, -7 < x < 4\}$$

$$D = \{4, 8, 12, \dots\} = \{4x \mid x \in N\}$$

اجتماع دو مجموعه : اجتماع دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشند و

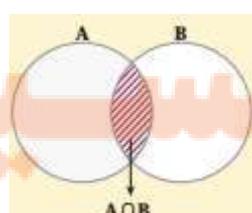
اجتماع دو مجموعه A و B را به صورت $A \cup B$ نمایش می دهند.



نمودار ون اجتماع دو مجموعه A و B

اشتراک دو مجموعه : اشتراک دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی که هم عضو A و هم عضو B باشند و اشتراک دو مجموعه

A و B را به صورت $A \cap B$ نمایش می دهند.



نمودار ون اشتراک دو مجموعه A و B

درسنامه و نکات کلیدی

مسعودزیگاری

سال نهم

ناحیه‌یک زاهدان

(فصل اول)

مجموعه ها

تفاضل دو مجموعه : مجموعه $A - B$ شامل همه عضوهای B است که عضو مجموعه A باشند ولی عضو مجموعه B نباشند.

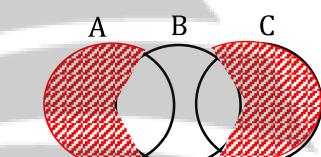
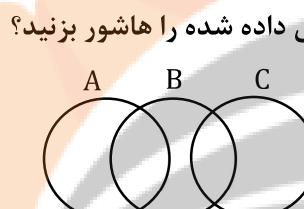
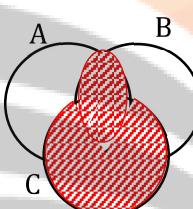
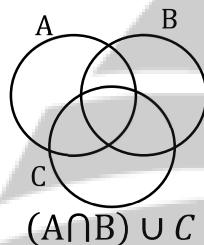


نمودار ون تفاضل دو مجموعه A و B

مثال : اگر مجموعه $C = \{x^r + 1 \mid x \in A\}$ و $B = \{x \mid x \in Z, -2 < x \leq 2\}$ باشد. عضوهای هر مجموعه را بنویسید؟
 $C = \{1^r + 1, 2^r + 1, 3^r + 1\} = \{2, 5, 10\}$ $B = \{-1, 0, 1, 2\}$

$$\text{(الف) } A - C = \{1, 3\}$$

$$\text{(ب) } B \cap (A \cup C) = \{-1, 0, 1, 2\} \cap \{1, 2, 3, 5, 10\} = \{1, 2\}$$



مثال : با توجه به هر شکل مجموعه های داده شده را هاشور بزنید؟

مجموعه و احتمال : برای به دست آوردن احتمال هر پیشامد از رابطه i زیر استفاده می کنیم :

$$p(A) = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت های ممکن}} \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(B)}$$

مثال : در پرتاب یک تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

$$p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad B = \{5, 6\} \quad \text{الف) احتمال آمدن عدد بزرگتر و مساوی ۵ :} \quad A = \{2, 3, 5\} \quad p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) احتمال آمدن عدد اول :} \quad p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$n(S) = 6^2 = 36 \quad \text{کل حالت ها}$$

مثال : در پرتاب دو تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

الف) احتمال آمدن این که تاس اول عدد فرد و تاس دوم عدد کوچکتر از ۳ بیاید:

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (3, 1), (3, 2), (5, 1), (5, 2)\} \Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ب) احتمال آمدن این که مجموع هر دو عدد تاس ۶ شود:

$$B = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)\} \Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow p(B) = \frac{5}{36}$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

سال نهم

(فصل دوم)

عددهای حقیقی

ناحیه‌یک‌زاهدان

اعداد گویا: هر عددی که به کسر تبدیل شود عدد گویا نام دارد. (صورت و مخرج عدد صحیح و مخرج مخالف صفر باشد)

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\} \quad \text{نکته: اعداد گویا را با حرف انگلیسی } Q \text{ نمایش می‌دهند:}$$

جمع و تفریق اعداد کسری: مخرج مشترک گرفته که بهترین مخرج مشترک همان (ب.م.م) مخرج‌ها است.

$$\left(-\frac{5}{12} \right) - \left(-\frac{7}{18} \right) = \frac{-15 + 14}{36} = -\frac{1}{36} \Rightarrow (\text{ب.م.م}) \text{ مخرج‌ها} = 36 \quad \text{مانند:}$$

ضرب اعداد کسری: فقط در ضرب می‌توان قبل از جواب دادن صورت را با مخرج ساده کرد. سپس صورت‌ها در هم و مخرج‌ها در هم ضرب می‌شود.

$$\left(-\frac{5}{12} \right) \times \left(-\frac{3}{2} \right) = +\frac{1}{8} \quad \text{مانند:}$$

تقسیم اعداد کسری: تقسیم به ضرب تبدیل می‌شود. (کسر اولی در معکوس کسر دومی ضرب می‌شود)

$$\left(+\frac{4}{7} \right) \div \left(-\frac{5}{21} \right) = \left(+\frac{4}{7} \right) \times \left(-\frac{21}{5} \right) = -\frac{12}{5} = -2\frac{2}{5} \quad \text{مانند:}$$

مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورید؟

$$\left(+\frac{2}{3} \right) \div \left[\left(-\frac{1}{15} \right) + \left(+\frac{3}{5} \right) \right] = \left(+\frac{2}{3} \right) \div \left(\frac{-1+9}{15} \right) = \left(+\frac{2}{3} \right) \times \left(+\frac{15}{8} \right) = +\frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

مقایسه کسرها: از دو روش می‌توان استفاده کرد:

الف) هم مخرج کردن کسرها: ابتدا مخرج تمام کسرها را برابر کرده سپس کسرها را مقایسه می‌کنیم.

مثال: کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{8}{20}, \frac{15}{20}, \frac{10}{20}, \frac{14}{20} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4} \quad (2, 4, 5, 10) = 20$$

(ب) تبدیل به عدد اعشار: (صورت بر مخرج تقسیم و خارج قسمت تا دو رقم اعشار ادامه می‌دهیم.)

مثال: کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{2}{5} = 0.\overline{4}, \frac{3}{4} = 0.\overline{75}, \frac{1}{2} = 0.\overline{5}, \frac{7}{10} = 0.\overline{7} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

نکته: بین هر دو عدد گویا بی نهایت عدد گویا وجود دارد.

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

سال نهم

ناحیه‌ی ک Zahedan

(فصل دوم)

عددهای حقیقی

پیدا کردن کسر هایی بین دو عدد کسری : چند روش وجود دارد که دو روش کاربردی آن به صورت زیر است :

۲) ابتدا مخرج مشترک گرفته سپس صورت و مخرج را در یک واحد

۱) صورت ها با هم و مخرج ها با هم جمع می کنیم

بیشتر از تعداد خواسته شده ضرب کنیم.

مثال : بین $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ دو عدد گویا بنویسید؟

$$\frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{11}{14} < \frac{4}{5}$$

روش اول

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{15}{20} \text{ و } \frac{16}{20} \Rightarrow \frac{45}{60} \text{ و } \frac{48}{60} \Rightarrow \frac{45}{60} < \frac{46}{60} < \frac{47}{60} < \frac{48}{60}$$

روش دوم

تبديل کسر به اعداد اعشاری :

۱) عددهای اعشاری متناهی یا مختوم : اگر باقیمانده صورت بر مخرج کسر صفر شود آن کسر را مختوم نام دارد.

$$\frac{3}{4} = 0.\overline{75} \quad \text{و} \quad \frac{6}{5} = 1.\overline{2}$$

ما芬د :

نکته : اگر در تجزیه مخرج کسر عامل ۲ و ۵ باشند آن کسر مختوم است.

$$\frac{3}{20} \quad \text{و} \quad \frac{8}{8} = 2^3$$

مافنده :

۲) عددهای اعشاری متناوب ساده : اگر در تقسیم صورت بر مخرج کسر در خارج قسمت عددی مرتب تکرار شود آن را متناوب ساده می گویند.

مافنده : خط تیره روی عدد به معنی تکرار یا گردش عدد است) $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ و $\frac{5}{11} = 0.\overline{4545000}$

نکته : اگر در تجزیه مخرج کسر عامل ۲ و ۵ نباشند آن کسر متناوب ساده است.

$$\frac{3}{77} \quad \text{و} \quad \frac{6}{13}$$

مافنده :

۳) عدد های اعشاری متناوب مرکب : اگر در تقسیم صورت بر مخرج کسر در خارج قسمت بعد از یک یا چند رقم اعشار به رقم های تکراری برسند به آن کسر متناوب مرکب می گویند.

$$\frac{5}{6} = 0.\overline{833000} \quad \text{و} \quad \frac{2}{22} = 0.\overline{31818000}$$

مافنده :

نکته : اگر در تجزیه مخرج کسر غیر از عامل ۲ و ۵ عامل دیگری باشند آن کسر متناوب مرکب است.

$$\frac{5}{14} = 2 \times 7 \quad \text{و} \quad \frac{2}{75} = 3 \times 5^2$$

مافنده :

درسنامه و نکات کلیدی

مسعودزیگاری

سال نهم

ناحیه‌یک زاهدان

(فصل دوم)

عددهای حقیقی

اعداد گنگ یا اصم: اعداد که تعداد ارقام اعشاری آن‌ها نا متناهی و دارای دوره تناوب نباشند اعداد گنگ نام دارند.

نکته: مجموعه اعداد گنگ را با حرف انگلیسی \mathbb{Q}^C یا $\bar{\mathbb{Q}}$ نشان می‌دهند.

نکته: اگر n مربع کامل نباشد آنگاه \sqrt{n} عددی گنگ است. (یعنی اعدادی که جذر دقیق ندارند عدد گنگ هستند)

نکته: عدد π چون دارای دوره تناوب نیست عدد گنگ است. (**عدد π تا 10 رقم اعشار:** $\pi \approx 3/1415926535$)

مثال: در جای خالی علامت \in یا \notin قرار دهید.

۲ مربع کامل نیست

$\pi \in \mathbb{Q}$

$3/14 \notin \mathbb{Q}$

$1 - \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

نکته: بین دو عدد بی نهایت عدد گنگ وجود دارد.

مثال: بین هر دو عدد داده شده دو عدد گنگ بنویسید.

$$2 = \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{9} = 3 \quad \text{ب) } 2 \text{ و } 3$$

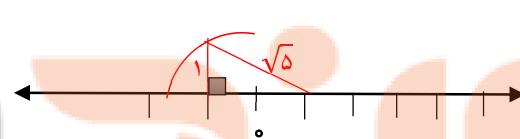
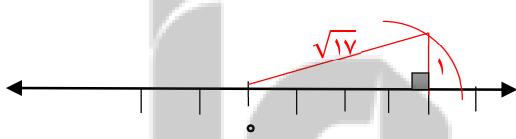
$$\sqrt{3} < \sqrt{3/1} < \sqrt{3/2} < \sqrt{4} \quad \sqrt{4} \text{ و } \sqrt{3}$$

مثال: عدد $\sqrt{10} - 3$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

$$3 - \sqrt{16} < 3 - \sqrt{10} < 3 - \sqrt{9} \Rightarrow -1 < 3 - \sqrt{10} < 0$$

بین ۰ و -۱ قرار دارد

مثال: اعداد $\sqrt{17}$ و $\sqrt{5} - 1$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



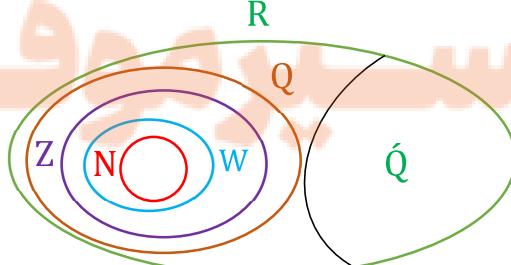
$$\mathbb{Q} \cup \bar{\mathbb{Q}} = R$$

اعداد حقیقی: اجتماع مجموعه اعداد گویا و اعداد گنگ مجموعه اعداد حقیقی را تشکیل می‌دهد:

نکته: مجموعه اعداد حقیقی را با حرف انگلیسی R نشان می‌دهند.

نکته: نمودار ون مجموعه اعداد طبیعی (N) و اعداد حسابی (Z) و اعداد صحیح (W) و اعداد گویا (Q) و اعداد گنگ (\bar{Q})

و اعداد حقیقی (R) به صورت زیر است:



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R \quad , \quad \bar{Q} \subseteq R$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

سال نهم

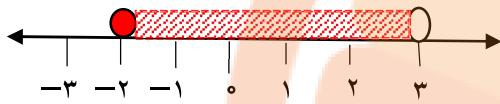
(فصل دوم)

عددهای حقیقی

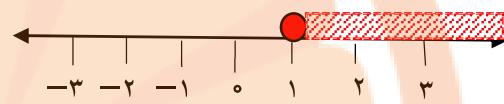
نمایش اعداد روی محور: چون اعداد حقیقی شامل اعداد گویا و گنگ هستند پس نمایش این اعداد به صورت یک خط ممتدی است (اگر علامت نامساوی سرکش داشته باشد دایره توپر و بدون سرکش دایره تو خالی قرار می‌دهیم).

مثال: مجموعه اعداد زیر را روی محور نشان دهید.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$$



$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x\}$$



مثال: مجموعه متناظر محور مقابل را بنویسید.

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\}$$

قدر مطلق: فاصله‌ی نقطه نمایش یک عدد مانند a را از مبدا مختصات قدر مطلق a می‌نامیم و آن را به صورت $|a|$ نشان می‌دهیم.

$$x > \bullet \Rightarrow |x| = x$$

خواص قدر مطلق: (الف) قدر مطلق عدد مثبت برابر است با خود آن عدد:

$$x = \bullet \Rightarrow |x| = \bullet$$

ب) قدر مطلق صفر برابر با صفر است:

$$x < \bullet \Rightarrow |x| = -x$$

ج) قدر مطلق عدد منفی برابر با قرینه آن عدد است:

$$\cancel{|4 - 6 \times 2^2 \div 2 + 2|} = |-2| = 2$$

$$\sqrt{9} = 3 - \sqrt{2}$$

حاصل مثبت

مثال: عبارت‌های زیر را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید.

$$|a^{20} - a^{30}| = a^{30} - a^{20}$$

حاصل منفی

مثال: اگر $x = \frac{2}{3}$ و $y = 3$ و $z = -\frac{1}{2}$ باشد. حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|-6x - 4z| + 2|y| = \left| -6\left(\frac{2}{3}\right) - 4\left(-\frac{1}{2}\right) \right| + 2|3| = |-4 + 2| + 2(3) = 2 + 6 = 8$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

نکته: با توجه به مفهوم قدر مطلق همواره رابطه مقابله برقرار است:

مثال: حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| = -(2 - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - 2$$

حاصل منفی

$$\sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2} = |3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}| = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

حاصل مثبت

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

(فصل سوم)

سال نهم

ناحیه‌ی ک Zahدان

استدلال و اثبات در هندسه

استدلال: دلیل آوردن و استفاده از معلومات قبلی برای معلوم شدن موضوعی که در ابتدا مشخص نبوده است.

اثبات: به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه دهد اثبات می‌گوییم.

مثال نقض: برای رد یک ادعای ریاضی از مثال نقض استفاده می‌کنیم.

نکته: همواره برای اثبات یک مسئله نمی‌توان از رسم شکل یا شهود استفاده کرد زیرا ممکن است خطای دید در آن شکل وجود داشته باشد.

مثال: برای هر یک از مسئله‌های زیر یک مثال نقض بزنید:

(الف) تمام اشکال هندسی گوشه یا زاویه دارند؟ دایره یک شکل هندسی است که دارای گوشه و زاویه نیست.

(ب) تمام اعداد زوج اول هستند؟ عدد ۲ تنها عدد زوجی است که اول نیز است.

مثال: کدام یک از استدلال‌های زیر منطقی و کدام غیر منطقی است:

(الف) علی می‌گوید: هر وقت من درس نخواندم همان روز معلم از من سوال می‌کند؟ غیر منطقی

(ب) تصادف منجر به مرگ در جادها ممکن است به دلیل نقض فنی ماشین باشد؟ منطقی

فرض مسئله: اطلاعاتی که در مسئله داده شده یا حقایقی که مربوط به آن مسئله باشد. (به طور خلاصه داده‌ها مسئله)

حکم مسئله: خواسته‌های مسئله را حکم مسئله می‌گویند.

مثال: در هر مسئله فرض و حکم را مشخص کنید:

حکم: برابر بودن زاویه‌های رو به رو

(الف) زاویه‌های رو به رو لوزی برابرند. فرض: خواص لوزی

(ب) طول دو مماس در دایره همواره برابرند. فرض: دایره و عمود بودن خط مماس بر شعاع حکم: برابر بودن دو مماس

مثال: با توجه به مفروضات داده شده نتیجه حاصل را بنویسید:

{ در لوزی قطرها عمود منصف یکدیگرند

{ الف) در مربع قطرها عمود منصف یکدیگرند

لوزی نوعی مربع است

{ هر چهار ضلعی که زاویه قائمه داشته باشد مستطیل است

{ ب) مربع نوعی مستطیل است

{ مربع دارای زاویه قائمه است

درسنامه و نکات کلیدی

مسعودیزیگاری

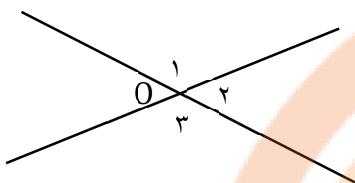
سال نهم

ناحیه‌یک‌ Zahدان

(فصل سوم)

استدلال و اثبات در هندسه

مثال : ثابت کنید زاویه های متقابل به راس با هم برابرند.

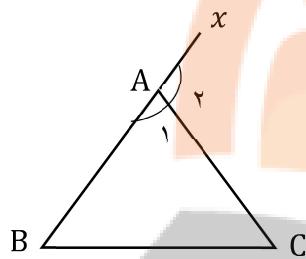


حکم : $\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2$

فرض : $\hat{\theta}_3$ و $\hat{\theta}_4$ دو زاویه متقابل به راس

$$\begin{cases} \hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 = 180^\circ & \text{درجه} \\ \hat{\theta}_3 + \hat{\theta}_4 = 180^\circ & \text{درجه} \end{cases} \Rightarrow \hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 = \hat{\theta}_3 + \hat{\theta}_4 \Rightarrow \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2$$

مثال : ثابت کنید زاویه‌ی خارجی مثلث برابر است با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیر مجاور آن.



حکم : $\hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$

فرض : \hat{A}_2 زاویه‌ی خارجی مثلث

$$\begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ & \text{درجه} \\ \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ & \text{درجه} \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

هم نهشتی مثلث‌ها : دو مثلث به سه حالت هم نهشت هستند :

الف) دو ضلع مساوی و زاویه بین مساوی (ض زض) ب) دو زاویه مساوی و ضلع بین مساوی (ز ز ز) ج) سه ضلع مساوی (ض ض ض)

نکته : سه زاویه مساوی (ز ز ز) از حالت‌های هم نهشتی نیست.

هم نهشتی دو مثلث قائم الزاویه : دو مثلث قائم الزاویه به دو حالت هم نهشت هستند :

ب) وتر و یک ضلع (و ض)

الف) وتر و یک زاویه‌ی تند (و ز)

نکاتی درباره هم نهشتی دو مثلث :

الف) اگر دو مثلث به هم چسبیده باشند دارای ضلع مشترک هستند.

ب) اگر دو مثلث به صورت ضربدری باشند دارای زاویه متقابل به راس هستند.

ج) اگر دو مثلث داخل دایره باشند از برابری شعاع دایره استفاده می‌کنیم.

د) در مثلث متساوی الاضلاع هر سه ضلع و هر سه زاویه برابرند.

ه) در مثلث متساوی الساقین دو ساق و دو زاویه‌ی مجاور قاعده برابرند.

نکته : در دو مثلث هم نهشت اضلاع و زاویه‌های متناظر برابرند.

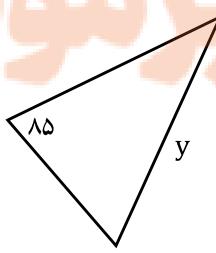
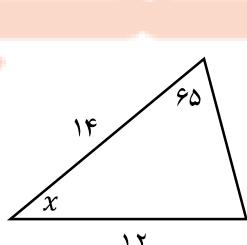
مثال : دو مثلث زیر هم نهشت هستند. مقادیر مجھول را مشخص کنید؟

(در دو مثلث هم نهشت اضلاع و زاویه‌های متناظر برابرند)

(مجموع زاویه‌های داخلی مثلث 180° درجه است)

$$180^\circ - (85^\circ + 65^\circ) = 30^\circ$$

$$x = 30^\circ, y = 14^\circ$$



درسنامه و نکات کلیدی

مسعودیزیگاری

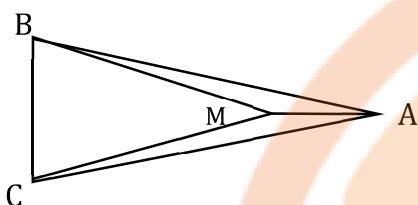
(فصل سوم)

سال نهم

ناحیه‌یک زاهدان

استدلال و اثبات در هندسه

مثال: در شکل زیر دو مثلث ABC و MBC متساوی الساقین هستند. دلیل هم نهشتی دو مثلث AMB و AMC را بنویسید.



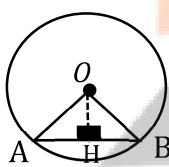
$$\triangle AMB \cong \triangle AMC \quad \text{حکم:}$$

$$AB = AC, MB = MC \quad \text{فرض:}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ MB = MC \\ AM = AM \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{فرض} \\ \text{فرض} \\ \text{ضلع مشترک} \end{array} \Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle AMC \quad \text{(ض ض ض)}$$

مثال: با توجه به شکل زیر نشان دهید خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می شود آن وتر را نصف می کند.

$$AH = HB \quad \text{فرض:} \quad OH \perp AB \quad \text{فرض:} \quad O \text{ مرکز دایره}$$



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ OH = OH \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{شعاع دایره} \\ \text{درجه} \\ \text{ضلع مشترک} \end{array} \Rightarrow \triangle AHO \cong \triangle BHO \Rightarrow AH = HB \quad \text{(اجزای متناظر)}$$

قدم های حل مسئله: برای حل مسئله ۴ گام (قدم) نیاز است :

۱) درک و فهم مسئله

۲) رسم شکل

۳) نوشتن فرض و حکم مسئله

۴) راهبرد حل مسئله

مثال: نشان دهید هر نقطه روی عمود منصف قرار داشته باشد از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

گام اول: (درک و فهم مسئله) عمودمنصف خطی بر خط رسم شده عمود باشد و آن خط را نصف کند.

فرض: OH عمود منصف

حکم: $OA = OB$

گام سوم: (نوشتن فرض و حکم)

گام دوم: (رسم شکل)

$AH = HB$ فرض

فرض

درجه

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

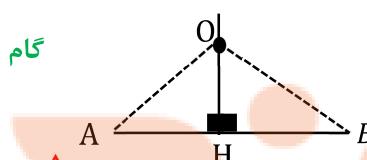
$OH = OH$ فرض

درجه

ضلع مشترک

گام چهارم: (راهبرد حل مسئله)

گام چهارم: (راهبرد حل مسئله)



$$\left. \begin{array}{l} AH = HB \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ OH = OH \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{فرض} \\ \text{درجه} \\ \text{ضلع مشترک} \end{array} \Rightarrow \triangle AHO \cong \triangle BHO \Rightarrow OA = OB \quad \text{(اجزای متناظر)}$$

مثال: نشان دهید طول دو مماس رسم شده از نقطه خارج دایره با هم برابر هستند.

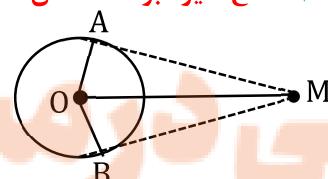
گام اول: (درک و فهم مسئله) شعاع دایره بر خط مماس عمود و در دایره دو شعاع با هم برابرند.

فرض: $OA = OB, \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$

حکم: $MA = MB$

گام سوم: (نوشتن فرض و حکم)

گام دوم: (رسم شکل)



گام چهارم: (راهبرد حل مسئله)

$OA = OB$ شعاع دایره

درجه

$\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$

$$\left. \begin{array}{l} OM = OM \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ضلع مشترک} \end{array} \Rightarrow \triangle MAO \cong \triangle MBO \Rightarrow MA = MB \quad \text{(و ض)}$$

درسنامه و نکات کلیدی

سال نهم

(فصل سوم)

ناحیه‌یک زاهدان

استدلال و اثبات در هندسه

مسعدوزیگاری

دو شکل متشابه: دو شکلی که اضلاع به یک نسبت تغییر کند (کوچک یا بزرگ یا بدون تغییر) ولی زاویه‌ها تغییر نکرده باشد

دو شکل متشابه می‌گویند.

نکته: دو مربع دلخواه و دو مثلث متساوی الاضلاع همواره متشابه هستند.

نکته: دو مستطیل همواره متشابه نیست. (چون اضلاع ممکن است به یک اندازه تغییر نکند)

نکته: دو لوزی دلخواه همواره متشابه نیست. (چون ممکن است زاویه‌ها دو به دو برابر نباشند)

نکته: نسبت اضلاع متناظر دو شکل متشابه را نسبت تشابه می‌گویند.

نکته: دو شکل هم نهشت همواره متشابه و نسبت تشابه آن‌ها عدد یک است.

مثال: دو مثلث DEF و ABC متشابه هستند. اگر اضلاع مثلث ABC به اندازه‌های ۳ و ۴ و ۶ و اضلاع مثلث DEF به اندازه‌های

x ، y ، ۸، ۲ باشند: (اضلاع دو مثلث از کوچک به بزرگ نوشته شده‌اند)

$$\frac{3}{2y} = \frac{4}{8} = \frac{6}{x-2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2y} = \frac{4}{8} \Rightarrow 8y = 24 \Rightarrow y = 3 \\ \frac{4}{8} = \frac{6}{x-2} \Rightarrow 4x - 12 = 48 \Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = 15 \end{array} \right.$$

الف) مقدار x و y را به دست آورید.

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

ب) نسبت تشابه دو مثلث را بنویسید.

مثال: مقیاس نقشه‌ای ۱:۱۰۰۰۰۰ است. اگر طول جاده‌ای روی این نقشه ۱۲ سانتی متر باشد:

الف) طول واقعی جاده چند کیلو متر است؟

$$120000 \div 100000 = 12km$$

تبديل واحد: هر کیلو متر 100000 سانتی متر است

ب) اگر اندازه‌ی یکی از زاویه‌های روی نقشه 40° درجه باشد اندازه این زاویه در واقعیت چند درجه است؟

در دو شکل متشابه زاویه تغییر نمی‌کند. پس زاویه در واقعیت نیز 40° درجه است.

نکته: در دو مثلث متشابه: الف) نسبت محیط و ارتفاع و نیمساز و عمود منصف و میانه با نسبت تشابه برابر است.

ب) نسبت مساحت با مجذور نسبت تشابه برابر است.

مثال: نسبت تشابه دو مثلث $\frac{3}{5}$ می‌باشد:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

الف) نسبت میانه دو مثلث چند است?

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

ب) نسبت مساحت دو مثلث چند است؟

درسنامه و نکات کلیدی

سال نهم

ناحیه‌یک زاهدان

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

توان
پایه

(فصل چهارم)

توان و ریشه

توان: اگر عددی چند بار در خودش ضرب شود برای خلاصه نویسی از توان استفاده می‌شود.

$$a \times a \times \dots \times a = a^n$$

n بار

مسعودیزی‌کاری

ضرب اعداد توان دار: (الف) اگر پایه‌ها برابر باشند: یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$4^7 \times 4^3 = 4^{10}$$

مانند:

ب) اگر توان‌ها برابر باشند: یکی از توان‌ها را نوشته و پایه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$12^7 \times 3^7 = 36^7$$

مانند:

تقسیم اعداد توان دار: (الف) اگر پایه‌ها برابر باشند: یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را از هم کم می‌کنیم.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$\frac{9^5}{9^3} = 9^2$$

مانند:

ب) اگر توان‌ها برابر باشند: یکی از توان‌ها را نوشته و پایه‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$20^8 \div 4^8 = 5^8$$

مانند:

نکته: اگر در ضرب و تقسیم اعداد توان دار پایه‌ها و توان‌ها برابر نباشند از **تجزیه** استفاده می‌کنیم.

$$4^8 \times 2^3 = (2^2)^8 \times 2^3 = 2^{19}$$

تجزیه

$$9^2 \div 27 = (3^2)^2 \div 3^3 = 3$$

تجزیه

مانند:

نکته: اگر اعداد توان دار مثل هم باشند و بین آن‌ها علامت جمع باشد آن عبارت را تبدیل به ضرب می‌کنیم.

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$9^5 + 9^5 = 3 \times 9^5 = 3^{11}$$

تجزیه

مانند:

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

توان منفی: برای به دست آوردن توان منفی عدد پایه را معکوس کرده تا به توان مثبت تبدیل شود.

نکته: تمام قواعد اعداد توان دار برای اعداد با توان منفی صدق می‌کند.

نکته: اگر عدد صحیحی (غیر از صفر) از صورت به مخرج و یا از مخرج به صورت انتقال داده شود توان آن قرینه می‌شود.

مثال: حاصل هر عبارت را به صورت توان طبیعی (توان مثبت) بنویسید.

$$5^{-6} = \left(\frac{1}{5}\right)^6$$

$$3^{-4} \times 3^2 \div 27 = 3^{-4} \cancel{\times} 3^2 \div 3^3 = 3^{-5} = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$\frac{20^{-6}}{5^2 \times 4^{-6}} = \frac{5^{-6}}{5^2} = 5^{-8} = \left(\frac{1}{5}\right)^8$$

$$\frac{4^7 \times 3^{-6}}{3^3 \times 4^{-2}} = \frac{4^7 \times 4^2}{3^3 \times 3^6} = \frac{4^9}{3^9} = \left(\frac{4}{3}\right)^9$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

سال نهم

ناحیه‌ی کَزَاهدان

(فصل چهارم)

توان و ریشه

نکته: هر عدد (غیر از صفر) به توان صفر باشد حاصل عدد یک است.

$$\cancel{10} = \cancel{9+1} - \frac{1}{4} = \frac{40-1}{4} = \frac{39}{4} = \frac{9}{4}^3$$

مثال: حاصل عبارت مقابله را به دست آورید؟

نماد علمی: برای محاسبه ساده‌تر اعداد خیلی بزرگ و اعداد خیلی کوچک آن‌ها را به صورت توانی از عدد ۱۰ می‌نویسیم.

نکته: به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت $a \times 10^n$ است که در آن $1 < a \leq 10$ و n عدد صحیح است.

الف) نماد علمی اعداد خیلی بزرگ (توان مثبت): ابتدا یک رقم از سمت چپ جدا کرده سپس به تعداد رقم‌های بعد از ممیز توانی از عدد ۱۰ می‌نویسیم.

$$2\cancel{4}100000 = \frac{3}{41} \times 10^8$$

$$1\cancel{4}752 = \frac{1}{475293} \times 10^4$$

مافنده:

ب) نماد علمی اعداد خیلی کوچک (توان منفی): ابتدا یک رقم مخالف صفر از سمت چپ جدا کرده سپس به تعداد رقم‌های قبل از ممیز توانی از عدد ۱۰ می‌نویسیم.

$$0.\cancel{000037} = \frac{3}{7} \times 10^{-9}$$

$$0.\cancel{00978} = \frac{6}{78} \times 10^{-3}$$

مافنده:

مثال: حاصل عبارت زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

$$53000 \times 0./\dots27 = \underline{5/3} \times \underline{10^5} \times \underline{2/7} \times \underline{10^{-4}} = 14/32 \times 10^1 = 1/432 \times 10^2$$

ریشه‌گیری: الف) ریشه دوم اعداد: هر عدد دارای دو ریشه دوم است: (یکی مثبت و دیگری منفی)

$$4^2 = (-4)^2 = 16 \Rightarrow 4 = \sqrt{16} = -4$$

(ریشه‌های دوم ۱۶ برابر است با ۴ و -۴)

مافنده:

نکته: اعداد منفی جذر (ریشه دوم) ندارند. (چون مجبور دو عدد مثل هم هیچ وقت منفی نمی‌شود)

ب) ریشه سوم اعداد: هر عدد دارای یک ریشه سوم است.

$$3^3 = 27 \Rightarrow \sqrt[3]{27} = 3 \quad \text{و} \quad (-3)^3 = -27 \Rightarrow \sqrt[3]{-27} = -3$$

نکته: اگر a یک عدد حقیقی باشد ریشه سوم آن را به صورت $\sqrt[3]{a}$ نشان می‌دهیم.

مافنده:

مثال: حاصل جذر های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt[3]{64} \times \frac{1}{9} = 8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\sqrt[3]{-125} = 4 \times -5 = -20$$

$$\sqrt{64} \times \sqrt{-64} = 8 \times -4 = -32$$

$$\sqrt[3]{0./\dots1} \times \sqrt{\sqrt{16}} = 0./1 \times 2 = 0./2$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

سال نهم

(فصل چهارم)

توان و ریشه

ناحیه‌یک زاهدان

ضرب و تقسیم رادیکال ها : اگر دو رادیکال دارای ریشه (فرجه) یکسان باشند می توانیم آن ها را در هم ضرب یا بر هم تقسیم کنیم.

نکته : اگر رادیکال ها دارای عدد صحیح باشند ابتدا اعداد صحیح را ضرب یا تقسیم کرده سپس رادیکال ها را ضرب یا تقسیم می کنیم.

مثال : حاصل ضرب و تقسیم های زیر را به دست آورید؟

$$2\sqrt{2} \times \sqrt{8} = 2\sqrt{16} = 2 \times 4 = 8$$

$$\cancel{8}\sqrt{50} \div \cancel{4}\sqrt{2} = 2\sqrt{25} = 2 \times 5 = 10$$

$$\sqrt[3]{-2} \times \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{-64} = -4$$

$$\cancel{9}\sqrt[3]{54} \div \cancel{3}\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{27} = 3 \times 3 = 9$$

ساده کردن رادیکال ها : بعضی از رادیکال ها را می توان ساده کرد. به این صورت که برای عدد یک ضربی بنویسیم که یکی از آن اعداد ریشه دوم یا ریشه سوم داشته باشد.

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

ریشه دوم

$$\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{2 \times 64} = 4\sqrt[3]{2}$$

ریشه سوم

$$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3 \times 27} = 3\sqrt[3]{3}$$

ریشه سوم

جمع و تفریق رادیکال ها : اگر قسمت رادیکال ها پس از ساده کردن مثل هم باشند می توانیم آن ها را همانند عبارت های جبری با هم جمع یا تفریق کنیم.

$$\underline{5\sqrt{2}} - \underline{6\sqrt{5}} + \underline{3\sqrt{2}} - \underline{6\sqrt{2}} - \underline{3\sqrt{5}} = 2\sqrt{2} - 9\sqrt{5}$$

مانند :

$$2\sqrt{2} - \sqrt{75} - 3\sqrt{72} + 4\sqrt{3} = \cancel{2\sqrt{2}} - \cancel{\sqrt{2 \times 25}} - \cancel{3\sqrt{2 \times 36}} + \cancel{4\sqrt{3}} = -16\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} + 3\sqrt{-54} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt{8} = \cancel{\sqrt{2 \times 9}} + \cancel{3\sqrt{2 \times -27}} + \cancel{\sqrt[3]{2 \times 8}} - \cancel{2\sqrt{2 \times 4}} = -\sqrt{2} - 7\sqrt[3]{2}$$

گویا کردن مخرج کسرهای رادیکالی : گاهی اوقات برای ساده کردن لازم است مخرج کسر را از حالت رادیکالی بیرون بیاوریم که برای این کار صورت و مخرج را در عددی ضرب می کنیم تا مخرج از حالت رادیکالی خارج شود.

الف) مخرج کسر دارای ریشه دوم باشد : صورت و مخرج را در همان رادیکال مخرج ضرب می کنیم.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2 \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{2} = \frac{\sqrt[3]{2}}{1}$$

مانند :

ب) مخرج کسر دارای ریشه سوم باشد : صورت و مخرج را در همان رادیکال مخرج ضرب کرده با این تفاوت که عدد زیر رادیکال به توان ۳ برسد. برای این کار فرجه را توان کم کرده تا توان عدد زیر رادیکال مشخص شود.

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{7^2}} = \frac{\sqrt[3]{147}}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{1 \times \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[3]{a}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{a}$$

مانند :

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

(فصل پنجم) عبارت های جبری

سال نهم

ناحیه‌یک زاهدان

عبارت جبری : عبارتی است که از اعداد و متغیر (حروف انگلیسی) تشکیل شده است.

یک جمله ای : عبارت جبری که از دو قسمت تشکیل شده است (متغیر و عدد) و بین آن ها علامتی نباشد. (ضرب است)

$$\text{مانند: } -4xy, \quad , \quad \frac{a}{3}$$

نکته: فرم کلی یک جمله ای به صورت ax^n است که a عدد حقیقی و x متغیر و n عدد حسابی است.

نکته: هر عدد حقیقی به تنها یک جمله ای است. چون متغیر آن صفر است.

نکته: اگر در عبارتی حروف زیر رادیکال یا حروف در مخرج یا حروف توان منفی داشته باشند. آن عبارت یک جمله ای نیست.

مثال: کدام عبارت یک جمله ای است.

$$\sqrt{3}xy^2, \quad \text{دو جمله دارد} \quad , \quad 4a+2, \quad , \quad 7\sqrt{x}, \quad , \quad ab^{-2}, \quad , \quad \frac{3}{2}$$

درجه یک جمله ای : توان متغیر را درجه آن یک جمله ای می گویند.

مثال: جدول زیر را کامل کنید.

درجه نسبت به کل متغیرها	درجه نسبت به y	درجه نسبت به x	ضریب	یک جمله ای
$2+3=5$	۳	۲	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{x^2y^3}{2}$
۱	۰	۱	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}x$

یک جمله ای متشابه: یک جمله ای که متغیر و توان هر متغیر کاملاً مثل هم باشند.

مانند: $(4xy, -3yx, 3ab^2, -5a^2b)$ متشابه اند ولی $(4xy, -3yx, 3ab^2, -5a^2b)$ نا متشابه هستند.

جمع و تفریق یک جمله ای های متشابه: ضرایب یک جمله ای را با هم جمع و تفریق می کنیم و متغیرها را کنار آن ها می نویسیم.

مثال: عبارت جبری مقابله ساده کنید.

ضرب و تقسیم یک جمله ای: در ضرب ضرایب در هم و متغیرها در هم ضرب می شود و در تقسیم ضرایب بر هم و متغیرها بر هم تقسیم می شوند.

$$4a(-4ab - c) = -12a^2b - 4ac$$

$$\frac{24x^2y^3z}{3xyz} = 8xy^2$$

مثال: عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیب‌کاری

مثال : عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$-6x^2 + 5x(x - 2y) + 8xy = \underline{-6x^2} + \underline{5x^2} - \underline{10xy} + \underline{8xy} = -x^2 - 2xy$$

درجه چند جمله ای : بزرگترین درجه نسبت به آن متغیر را در نظر می گیریم.

مثال : درجه نسبت به متغیر x در چند جمله ای $\sqrt{5}x^2y^3z - 3xy + 2x^3y^2 - x$ چند است؟ درجه x برابر ۳ است.

مثال : چند جمله ای زیر را نسبت به توان های نزولی a (از بزرگ به کوچک) مرتب کنید.

$$a^3b - 3 + 2a^3b^2 - 5ab = 2a^3b^2 + a^3b - 5ab - 3$$

اتحاد جبری : اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که با ازای تمام مقادیر دلخواه برای متغیرها مقدار یکسانی داشته باشد به تساوی جبری آن ها اتحاد می گویند.

مثال : آیا $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ یک اتحاد است؟ چرا؟ به ازای مقادیر دلخواه امتحان می کنیم اگر دو طرف تساوی یکی شد این تساوی یک اتحاد است.

$$\begin{cases} x = -4 \Rightarrow (-4 - 2)^2 = (-4)^2 - 4(-4) + 4 \Rightarrow 36 = 36 \\ x = 5 \Rightarrow (5 - 2)^2 = 5^2 - 4(5) + 4 \Rightarrow 9 = 9 \end{cases}$$

اتحاد مربع دو جمله ای : (الف) جبری:

(ب) کلامی: $(\text{جمله دوم}) + (\text{جمله اول}) = (\text{جمله دوم} + \text{جمله اول})^2$

مثال : حاصل عبارت های جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a - 2b)^2 = a^2 - 2(a)(2b) + (2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$(xy + 3)^2 = x^2y^2 + 2(xy)(3) + 3^2 = x^2y^2 + 6xy + 9$$

اتحاد مزدوج : (الف) جبری:

(ب) کلامی: $(\text{جمله دوم}) - (\text{جمله اول}) = (\text{جمله دوم} - \text{جمله اول}) (\text{جمله دوم} + \text{جمله اول})^2$

مثال : حاصل عبارت های جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a - 3b)(a + 3b) = a^2 - (3b)^2 = a^2 - 9b^2$$

$$\left(2x + \frac{y}{2}\right)\left(2x - \frac{y}{2}\right) = (2x)^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 4x^2 - \frac{y^2}{4}$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدوزیگاری

اتحاد جمله مشترک :

مثال : حاصل عبارت جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(2a - 3)(2a + 4) = (2a)^2 + (-3 + 4)(2a) + (-3 \times 4) = 4a^2 + 2a - 12$$

تجزیه عبارت جبری : نوشتن یک عبارت جبری به صورت حاصل ضرب چند عبارت دیگر را تجزیه می‌گویند.

ب) با استفاده از اتحادها

روش‌های تجزیه : الف) فاکتور گیری

فاکتور گیری : برای فاکتور گیری مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱) حروف مشترک با توان کمتر را انتخاب می‌کنیم

۱) (ب.م.م) ضرایب را تعیین می‌کنیم

۳) (ب.م.م) و حروف مشترک را به عنوان فاکتور می‌گیریم

۴) تمام جملات را بر عامل فاکتور تقسیم کرده و جواب را داخل پرانتز می‌نویسیم

مثال : عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$18xy - 12y = 6y(3x - 2)$$

$$16a^2b + 4ab^2 - 8ab = 4ab(4a + b - 2)$$

۲) جمله اول و جمله سوم جذر دقیق داشته باشند

تجزیه به کمک اتحاد مربع : ۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

$$a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$$

$$4x^2 + 4xy^2 + y^4 = (2x + y^2)^2$$

۲) جمله اول و جمله سوم جذر دقیق نداشته باشند

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک : ۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

۳) ضریب x حاصل جمع و عدد آخر حاصل ضرب دو عدد را نشان می‌دهد

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

$$x^2 - 1x - 12 = (x - 4)(x + 3)$$

۲) جملات اول و دوم جذر دقیق داشته باشند

تجزیه به کمک اتحاد مزدوج : ۱) تعداد جملات ۲ جمله باشد

۳) بین جملات علامت منفی باشد

سال نهم

ناحیه‌ی ک Zahedan

(فصل پنجم)

عبارت‌های جبری

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدوزیگاری

اتحاد جمله مشترک :

مثال : حاصل عبارت جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(2a - 3)(2a + 4) = (2a)^2 + (-3 + 4)(2a) + (-3 \times 4) = 4a^2 + 2a - 12$$

تجزیه عبارت جبری : نوشتن یک عبارت جبری به صورت حاصل ضرب چند عبارت دیگر را تجزیه می‌گویند.

ب) با استفاده از اتحادها

روش‌های تجزیه : الف) فاکتور گیری

فاکتور گیری : برای فاکتور گیری مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱) حروف مشترک با توان کمتر را انتخاب می‌کنیم

۱) (ب.م.م) ضرایب را تعیین می‌کنیم

۳) (ب.م.م) و حروف مشترک را به عنوان فاکتور می‌گیریم

۴) تمام جملات را بر عامل فاکتور تقسیم کرده و جواب را داخل پرانتز می‌نویسیم

مثال : عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$18xy - 12y = 6y(3x - 2)$$

$$16a^2b + 4ab^2 - 8ab = 4ab(4a + b - 2)$$

۲) جمله اول و جمله سوم جذر دقیق داشته باشند

تجزیه به کمک اتحاد مربع : ۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

$$a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$$

$$4x^2 + 4xy^2 + y^4 = (2x + y^2)^2$$

۲) جمله اول و جمله سوم جذر دقیق نداشته باشند

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک : ۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

۳) ضریب x حاصل جمع و عدد آخر حاصل ضرب دو عدد را نشان می‌دهد

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

$$x^2 - 1x - 12 = (x - 4)(x + 3)$$

۲) جملات اول و دوم جذر دقیق داشته باشند

تجزیه به کمک اتحاد مزدوج : ۱) تعداد جملات ۲ جمله باشد

۳) بین جملات علامت منفی باشد

درسنامه و نکات کلیدی

(فصل پنجم)

سال نهم

ناحیه‌یک زاگرد

$$\begin{array}{c} a \\ \text{جذر} \\ \uparrow \\ a^2 - 9 = (a - 3)(a + 3) \end{array}$$

عبارت‌های جبری

$$\begin{array}{c} x^2 \\ \uparrow \\ x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) \end{array}$$

مسعدزیگاری

مثال : عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

نامعادله : جواب‌های نامعادله مقادیری از متغیرهستند که به ازای آن‌ها نامساوی برقرار است. همه‌ی جواب‌های نامعادله مجموعه جواب آن گفته می‌شود.

نکته : اگر به طرفین یک نا مساوی عدد اضافه یا عددی کم شود جهت نابرابری عوض نمی‌شود:

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c \quad , \quad a < b \Rightarrow a - c < b - c$$

نکته : اگر طرفین یک نا مساوی در عدد مثبت ضرب یا بر عدد مثبت تقسیم کنیم جهت نابرابری عوض نمی‌شود:

$$a > b \Rightarrow ac > bc \quad , \quad a > b \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

نکته : اگر طرفین یک نا مساوی در عدد منفی ضرب یا بر عدد منفی تقسیم کنیم جهت نابرابری عوض نمی‌شود:

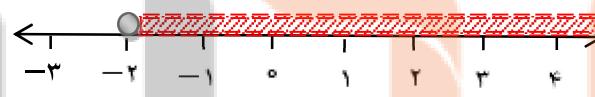
$$a < b \Rightarrow ac > bc \quad , \quad a < b \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

حل نامعادله : همانند یک معادله حل می‌شود با این تفاوت که اگر در اخر نامعادله ضریب مجھول عدد منفی باشد جهت نامعادله عوض می‌شود.

مثال : مجموعه جواب نامعادله‌های زیر را به دست آورده و آن‌ها را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$4(x - 1) \leq 5x - 2 \Rightarrow 4x - 4 \leq 5x - 2 \Rightarrow 4x - 5x \leq 4 - 2 \Rightarrow -x \leq 2 \Rightarrow x \geq -2$$

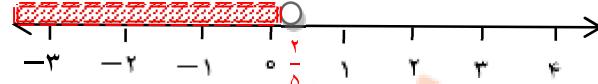
$$A = \{x \in R \mid x \geq -2\} \quad \text{مجموعه جواب}$$



طرفین در ۲ ضرب

$$x^2 + \frac{x}{2} < (x - 1)^2 \Rightarrow x^2 + \frac{x}{2} < x^2 - 2x + 1 \Rightarrow \frac{x}{2} + 2x < 1 \Rightarrow x + 4x < 2 \Rightarrow 5x < 2 \Rightarrow x < \frac{2}{5}$$

$$B = \left\{x \in R \mid x < \frac{2}{5}\right\} \quad \text{مجموعه جواب}$$



نکته : در مسایل مربوط به نابرابری به جای کلمه حداقل از علامت \leq و به جای کلمه حداقل از علامت \geq استفاده می‌کنیم.

مثال : عبارت زیر را به صورت کلامی بنویسید: "مجموع دو برابر عددی با قرینه سه برابر عدد دیگر حداقل ۹ است."

$$2x + (-3y) \leq -9$$

(فصل ششم)

سال نهم

ناحیه‌یک‌ Zahدان

خط و معادله‌های خطی

معادله خط: رابطه‌ای است که بین نقاط تشکیل دهنده یک خط وجود دارد.**نکته:** فرم کلی معادله خط به صورت $(y = ax + b)$ می‌باشد.**نکته:** در صورتی که نمودار رابطه‌ی بین دو مقدار به صورت خط راست باشد. آن دو مقدار با هم رابطه خطی دارند.**مثال:** آیا رابطه بین یک ضلع مربع و محیط مربع رابطه‌ی خطی است؟ چرا؟ بله، چون افزایش یک ضلع مربع با افزایش محیط مربع یک مقدار ثابت است: (ضلع مربع را x و محیط مربع را y در نظر می‌گیریم پس خواهیم داشت: $y = 4x$)

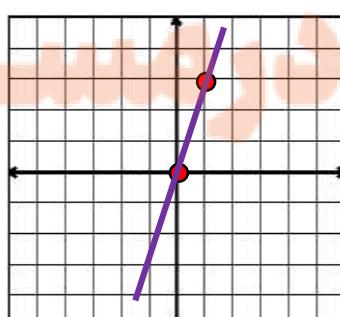
x	1	2	3	4
$y = 4x$	4	8	12	16

مثال: آیا رابطه بین یک ضلع مربع و مساحت مربع رابطه‌ی خطی است؟ چرا؟ خیر. چون افزایش یک ضلع مربع با افزایش مساحت مربع مقدار ثابتی نیست: (ضلع مربع را x و مساحت مربع را y در نظر می‌گیریم بنابرین خواهیم داشت: $y = x^2$)

x	1	2	3	4
$y = x^2$	1	4	9	16

(۲) غیر مبدأ گذر ($y = ax + b$: فرم کلی :(۱) مبدأ گذر ($y = ax$: فرم کلی :(۳) خطوط موازی با محور ($y = m$, $x = n$: فرم کلی :**رسم یک خط:** برای رسم یک خط در دستگاه مختصات نیاز به مختصات دو نقطه است.**نکته:** اگر در فرم کلی (استاندارد) معادله خط عدد قبل از x عدد صحیح باشد در جدول به جای x اعداد (صفرو۱) قرار می‌دهیم و عدد قبل از x عدد کسری باشد به جای x اعداد (صفرو۱) قرار می‌دهیم.**مثال:** معادله خط $3x = y$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

x	0	1
$y = 3x$	0	3



درسنامه و نکات کلیدی

مسعودیزی کاری

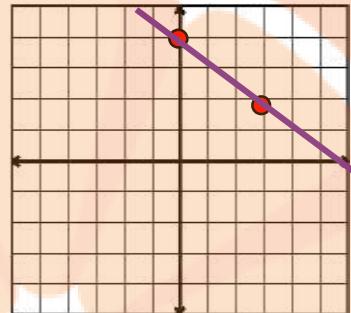
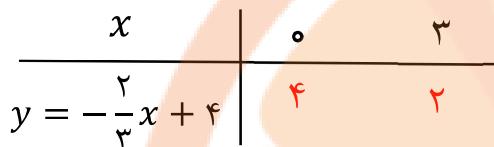
(فصل ششم)

خط و معادله های خطی

سال نهم

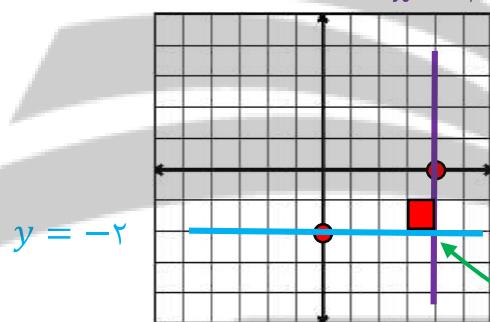
ناحیه‌یک زاهدان

مثال: معادله خط $y = -\frac{2}{3}x + 4$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.



مثال: معادلات خط $y = -2$ و $x = 4$ را در دستگاه مختصات رسم کنید. (برای رسم این خط ها نیاز به جدول نیست. فقط کافی است هر نقطه داده شده را در دستگاه مختصات مشخص کرد سپس خطی موازی با محور از روی آن نقطه رسم کرد.)

$$x = 4$$



زاویه‌ی بین خطوط موازی با محور ۹۰ درجه است.

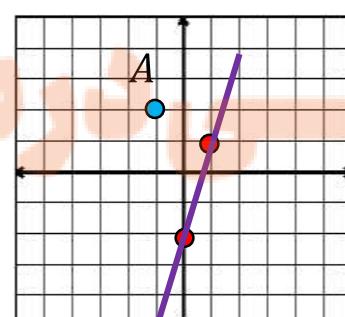
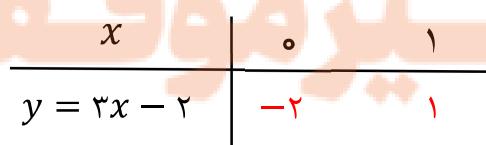
نکته: شرط این که نقطه روی یک خط قرار گیرد این است که مختصات آن نقطه در معادله خط صدق کند. که برای این کار دو روش وجود دارد:

۱) روش تحلیلی (جایگزینی مختصات نقطه در معادله خط)

مثال: آیا نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی خط $2 - 3x = y$ قرار دارد؟

روش تحلیلی: قرار ندارد چون دو طرف تساوی برابر نیست: $(x = -1, y = 2) \Rightarrow 2 = 3(-1) - 2 \Rightarrow 2 \neq -5$

روش ترسیمی: خط داده شده را در دستگاه مختصات رسم کرده سپس نقطه A را نیز در دستگاه مختصات مشخص می‌کنیم:



درسنامه و نکات کلیدی

مسعودزیگاری

سال نهم

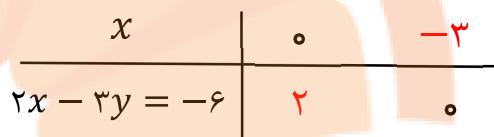
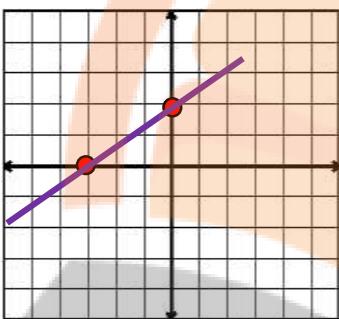
ناحیه‌یک زاهدان

(فصل ششم)

خط و معادله های خطی

نکته: برای رسم معادلات خطی که به صورت $(ax + by = c)$ هستند. در جدول یک بار به جای x و یک بار به جای y صفر قرار می‌دهیم.

مثال: معادله خط $-6 - 2x - 3y = 0$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.



شیب خط: زاویه‌ای بین سمت راست محور طول‌ها با خط داده شده را می‌گویند.

عرض از مبدا: نقطه‌ای که خط داده شده محور عرض‌ها را در آن نقطه قطع می‌کند را عرض از مبدا می‌گویند.

نکته: در فرم کلی معادله خط $(y = ax + b)$ ضریب x یعنی عدد a شیب خط و عدد b عرض از مبدا نام دارد.

مانند: در معادله خط $1 - \frac{1}{3}x + y = 0$ شیب خط $\frac{1}{3}$ و عدد عرض از مبدا 1 می‌باشد.

نکته: برای به دست آوردن شیب خط و عرض مبدا باید معادله خط به فرم کلی $(y = ax + b)$ مرتب شود.

مثال: شیب خط و عرض از مبدا معادله های خطی زیر را به دست آورید.

$$2y = 5x - 6 \Rightarrow \frac{2y}{2} = \frac{5x}{2} - \frac{6}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2}x - 3 \Rightarrow (\text{شیب خط: } \frac{5}{2}, \text{ عرض از مبدا: } -3)$$

$$\text{ب) } \frac{2y}{2} = \frac{-4x}{2} \Rightarrow y = -2x \Rightarrow (\text{شیب خط: } -2, \text{ عرض از مبدا: } 0)$$

طول از مبدا: نقطه‌ای که خط داده شده محور طول‌ها را در آن نقطه قطع می‌کند را طول از مبدا می‌گویند.

نکته: برای به دست آوردن طول از مبدا در معادله خط به جای y صفر قرار می‌دهیم.

مثال: طول از مبدا معادله خط $-\frac{1}{4}x - \frac{5}{2}y = 0$ را به دست آورید.

$$y = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}(0) = -5 \Rightarrow \frac{2}{3}x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{\frac{2}{3}} = -\frac{15}{2} \Rightarrow x = -\frac{15}{2}$$

خط و معادله های خطی

نکته: دو خط در صورتی موازی هستند که شیب دو خط برابر باشند. مانند: $(y = -3x, y = -3x + 5)$

نکته: دو خط در صورتی بر هم عمود هستند که شیب دو خط قرینه و معکوس یکدیگر باشند یا حاصل ضرب دو شیب خط برابر با عدد -1 شود.

مثال: معادله خطی بنویسید که با خط $5 - 3y = 0$ موازی و از نقطه $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ بگذرد. ابتدا معادله خط را مرتب کرده تا شیب خط مشخص شود:

$$-3y = -x + 5 \Rightarrow \frac{-3y}{-3} = -\frac{x}{-3} + \frac{5}{-3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{(a=\frac{1}{3}, b=-\frac{5}{3})} y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$$

معادله خط جدید

شیب دو خط قرینه و معکوس

مثال: معادله خطی بنویسید که با خط $y = -\frac{1}{5}x + 2$ عمود باشد و از نقطه $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد. شیب خط مشخص است پس باید عرض از مبدا را به دست آوریم:

$$y = ax + b \xrightarrow{(a=5, x=-1, y=2)} 2 = 5(-1) + b \Rightarrow b = 7$$

$$y = ax + b \xrightarrow{(a=5, b=7)} y = 5x + 7$$

معادله خط جدید

نکته: برای به دست آوردن شیب خطی که از دو نقطه می‌گذرد از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$a = \frac{\text{تفاضل عرض ها}}{\text{تفاضل طول ها}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال: معادله خطی بنویسید که از نقاط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$a = \frac{4-3}{-1-2} = -\frac{1}{3}, y = ax + b \xrightarrow{(a=-\frac{1}{3}, x=2, y=3)} 3 = -\frac{1}{3}(2) + b \Rightarrow b = \frac{11}{3}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{(a=-\frac{1}{3}, b=\frac{11}{3})} y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$$

معادله خط جدید

نکته: معادله خط محور طول ها ($y = 0$) و معادله خط محور عرض ها ($x = 0$) و معادله خط نیمساز ربع اول و سوم

و معادله خط نیمساز ربع دوم و چهارم ($y = x$) و ($y = -x$) می‌باشد.

خط و معادله‌های خطی

دستگاه معادلات خطی: برای حل دستگاه معادلات خطی از روش‌های زیر می‌توان استفاده کرد :

(الف) روش حذفی: در این روش یکی از متغیرها را حذف کرده سپس با جایگزینی متغیر دوم به دست می‌آید.

مثال: دستگاه معادلات دو مجهولی زیر را حل کنید. (روش حذفی)

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ -4x + y = -7 \end{array} \right. \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 6x + 6y = 14 \\ -4x + y = -7 \end{array} \right. \\ \hline 2y = 7 \Rightarrow y = 1 \end{array} \quad 2x + 3(1) = 7 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

جواب دستگاه دو مجهولی $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

(ب) روش جایگزینی (تبديلی): در این روش یکی از معادلات را بحسب یک متغیر مرتب کرده و مقدار آن را در معادله دوم قرار می‌دهیم.

مثال: دستگاه معادلات دو مجهولی زیر را حل کنید. (روش جایگزینی)

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ -4x + y = -7 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{3}{2}y + \frac{7}{2} \quad \text{(بر حسب } x \text{ مرتب می‌کنیم)} \\ -4\left(-\frac{3}{2}y + \frac{7}{2}\right) + y = -7 \Rightarrow 6y - 14 + y = -7 \Rightarrow 7y = 7 \Rightarrow y = 1 \end{array} \right.$$

(مقدار x را در معادله پایینی قرار می‌دهیم)

$$x = -\frac{3}{2}(1) + \frac{7}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{2} + \frac{7}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow x = 2 \quad A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

نکته: برای حل بعضی از مسائل می‌توان از دستگاه دو مجهولی استفاده کرد و به یکی از روش‌های آن را حل کرد.

مثال: سن برادر علی ۳ برابر سن او است. و اختلاف سن آن‌ها ۱۸ سال است. سن هر یک را به دست آورید. (روش جایگزینی)

(سن برادر علی را x و سن علی را y فرض می‌کنیم).

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 3y \\ x - y = 18 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 3y \\ 3y - y = 18 \Rightarrow 2y = 18 \Rightarrow y = 9 \end{array} \right.$$

سن علی

سن برادر علی $x = 3(9) = 27 \Rightarrow x = 27$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

(فصل هفتم)

عبارت های گویا

سال نهم

ناحیه‌یک زاهدان

عبارت گویا: کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله‌ای باشند.

$$\text{مانند: } \frac{4x^2 - 1}{2x + 3}, \frac{\sqrt{5}x}{2}, \frac{x - 3}{x}$$

نکته: عبارتی که متغیر آن توان منفی یا زیر رادیکال یا داخل قدر مطلق یا در مخرج کسر یا در توان باشد. گویا نیست.

$$\text{مانند: } |x - 2|, \frac{x^y}{3}, \frac{4 - \sqrt{x}}{3x}$$

نکته: عبارت گویا به ازای مقادیری که مخرج کسر را صفر می‌کند تعریف نشده است.

مثال: عبارت های گویا زیر به ازای چه مقادیری از مخرج کسر تعریف نشده است.

(مخرج کسر را مساوی صفر قرار داده تا مقادیر تعریف نشده مشخص شوند)

$$\frac{x^2 - 5}{2x - 4} \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \quad (\text{عبارت گویا به ازای } x = 2 \text{ تعریف نشده است})$$

$$\frac{x - 4}{x^2 - 4x} \stackrel{\text{فاکتورگیری}}{\Rightarrow} x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

(عبارت گویا به ازای $x = 0, x = 4$ تعریف نشده است)

ساده کردن عبارت گویا: برای ساده کردن صورت و مخرج را به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری نوشته سپس

عبارت های مساوی را از صورت و مخرج ساده می‌کنیم.

نکته: برای ساده کردن عبارت های گویا از **فاکتورگیری** و **اتحاد استفاده** می‌کنیم.

مثال: عبارت های گویا زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned} &\text{اتحاد مزدوج} \\ \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} &= \frac{(x - 2)(x + 2)}{x(x + 2)} = \frac{(x - 2)}{x} \\ &\text{فاکتورگیری} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{اتحاد جمله مشترک} \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9} &= \frac{(x - 3)(x - 2)}{(x - 3)(x - 3)} = \frac{(x - 2)}{(x - 3)} \\ &\text{اتحاد مربيع دو جمله ای} \end{aligned}$$

ضرب عبارت های گویا: در ضرب عبارت های گویا ابتدا ساده می‌کنیم سپس صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می‌کنیم.

تقسیم عبارت های گویا: ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم یعنی کسر اولی را در معکوس کسر دومی ضرب می‌کنیم.

مثال : حاصل ضرب و تقسیم عبارت های گویا زیر را به دست آورید.

$$\frac{x+5}{3x+6} \times \frac{x+2}{x^2-25} = \frac{(x+5)}{3(x+2)} \times \frac{(x+2)}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{3(x-5)}$$

$$\frac{x^2-2x-15}{x+3} \div \frac{x^2-x-12}{2x+6} = \frac{(x-5)(x+3)}{(x+3)} \times \frac{2(x+3)}{(x-4)(x+3)} = \frac{2(x+5)}{(x-4)}$$

جمع و تفریق عبارت های گویا : بین مخرج ها مخرج مشترک (ک.م.م) مخرج ها را انتخاب می کنیم.

مثال : حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{2x+3}{x+1} + \frac{x-4}{x-2} = \frac{(2x+3)(x-2) + (x-4)(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{3x^2 - 4x - 10}{(x+1)(x-2)}$$

$$\frac{x-1}{x-3} - \frac{x+5}{x^2-9} = \frac{(x-1)(x+3) - (x+5)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2 + x - 8}{(x-3)(x+3)}$$

ساده کردن عبارت های مرکب : عبارت صورت کسر و عبارت مخرج کسر را جداگانه جواب داده و در آخر حاصل عبارت صورت را بر حاصل عبارت مخرج تقسیم می کنیم.

مثال : حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\frac{\frac{3}{x^2} - \frac{4}{x} + 1}{1 - \frac{6}{x^2} - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{3-4x+x^2}{x^2}}{\frac{x^2-6-x}{x^2}} = \frac{(x-3)(x-1)}{-x^2} \times \frac{-x^2}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x-1)}{(x+2)}$$

تقسیم یک جمله ای بر یک جمله ای : ۱) علامت ها در هم ضرب شده ۲) اعداد با هم ساده می شوند ۳) حروف (متغیرها) با

هم ساده می شوند : (در ساده کردن متغیرها از قاعده تقسیم اعداد توان دار استفاده می شود)

مثال : عبارت گویا زیر را ساده کنید.

$$\frac{-18x^5y^2z^4}{12x^3y^3z^4} = \frac{-18}{12} \times \frac{x^5}{x^3} \times \frac{y^2}{y^3} \times \frac{z^4}{z^4} = -\frac{3x^2}{2y}$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

سال نهم

ناحیه‌ی کَ‌زاهدان

(فصل هفتم)

عبارت‌های گویا

تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای: تک تک جملات صورت کسر را بر مخرج کسر تقسیم می‌کنیم.

مثال: عبارت گویا زیر را ساده کنید.

$$\frac{4x^5 - 6x^3 + 12x}{2x} = \frac{4x^5}{2x} - \frac{6x^3}{2x} + \frac{12x}{2x} = 2x^4 - 3x^2 + 6$$

تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای: برای این تقسیم مراحل زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم:

۱) ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را به شکل استاندارد یعنی از بیشترین توان به کمترین توان می‌نویسیم.

۲) اولین جمله‌ی مقسوم را بر اولین جمله‌ی مقسوم علیه تقسیم کرده و حاصل را در خارج قسمت می‌نویسیم.

۳) خارج قسمت را در تک تک جملات مقسوم علیه ضرب کرده و حاصل را زیر عبارت مقسوم نوشته و دو عبارت را از هم کم می‌کنیم.

۴) برای چند جمله‌ای به دست آمده مراحل ۲ و ۳ را تکرار کنیم و این تکرار را تا جایی ادامه می‌دهیم که درجه باقی مانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

زیر را به دست آورید.

$$4x - x^3 + 7 + 2x^3 \div x$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 4x + 7 \\ -(x^3 - 2x) \\ \hline 6x + 7 \\ -(6x - 12) \\ \hline 19 \end{array}$$

خارج قسمت

$$4x - \underline{x^3} + 7 + \underline{2x^3} = x^3 + 4x + 7$$

$$\frac{x^3}{x} = x^2$$

مرحله دوم (تقسیم مقسوم بر مقسوم علیه):

$$x(x - 2) = x^3 - 2x$$

$$(x - 2)(x + 6) + 19 = x^3 + 4x + 7$$

رابطه تقسیم:

نکته: اگر در تقسیم دو عبارت باقی مانده صفر شود. مقسوم بر مقسوم علیه بخشیدیگر است.

مثال: مقدار a طوری بیابید که چند جمله‌ای $x^4 - 3x^2 + a - 3$ بر $x^4 - 5x^2$ بخشیدیگر باشد.

$$\begin{array}{r} x^4 - 3x^2 + a - 3 \\ -(x^4 - 5x^2) \\ \hline 2x^2 + a - 3 \\ -(2x^2 - 10) \\ \hline a + 7 \end{array}$$

بخشیدیگر بودن یعنی باقی مانده تقسیم صفر شود:

$$a + 7 = 0 \Rightarrow a = -7$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

سال نهم

ناحیه‌یک‌ Zahدان

(فصل هشتم)

حجم و مساحت

حجم: مقدار فضایی را که یک جسم اشغال می‌کند حجم (گنجایش) نام دارد و حجم را با حرف انگلیسی (v) نشان می‌دهند.

۳) حجم کروی

۲) حجم هرمی یا مخروطی

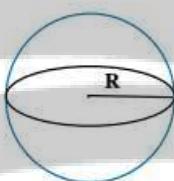
انواع حجم:

دایره: مجموعه نقاطی از صفحه که فاصله تمام نقاط از یک نقطه به نام (مرکز دایره) به یک اندازه باشد. به این فاصله نقاط صفحه تا مرکز دایره (شعاع دایره) می‌گویند.

مرکز
دایره
شعاع

نکته: دایره را به اختصار به صورت $C(O, R)$ نشان می‌دهند.

کره: مجموعه نقاطی از فضا که فاصله تمام نقاط از یک نقطه به نام (مرکز کره) به یک اندازه باشد. به این فاصله نقاط صفحه تا مرکز دایره (شعاع کره) می‌گویند.



مانند: کره زمین و توب

$$S = 4\pi r^2 \quad \text{فرمول مساحت کره:}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{فرمول حجم کره:}$$

مثال: حجم و مساحت کره با قطر ۴ سانتی متر را به دست آورید.

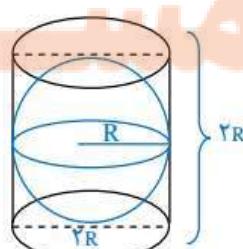
$$4 \div 2 = 2 \quad \text{شعاع کره}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{3}{14} \times 2^3 = \frac{32}{49} \\ S = 4\pi r^2 = 4 \times \frac{3}{14} \times 2^2 = \frac{48}{49} \end{array} \right.$$

$$\frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{1}{3}r$$

مثال: نسبت عددی حجم کره به مساحت کره چند است.

نکته: اگر کره به طور کامل داخل استوانه قرار گیرد. می‌گوییم کره بر استوانه محاط شده و استوانه بر کره محیط شده است.



خلاصی درس پیرموقنی

درسنامه و نکات کلیدی

مسعدزیگاری

سال نهم

ناحیه‌ی ک Zahدان

(فصل هشتم)

حجم و مساحت

$$\text{شعاع کرده} \quad 6 \div 2 = 3 \text{ cm}$$

مثال: کره‌ای در استوانه‌ای به قطر ۶ سانتی‌متر محاط شده است:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 / 14 \times 3^3 = 113 / 0.4 \text{ cm}^3$$

الف) حجم کره را به دست آورید.

$$V = s \times h = (3 \times 3 \times 3 / 14) \times 6 = 169 / 56 \text{ cm}^3$$

ب) حجم استوانه را به دست آورید.

$$169 / 56 - 113 / 0.4 = 56 / 52 \text{ cm}^3$$

ج) حجم فضای بین کره و استوانه را به دست آورید.

نکته: از دوران نیم دایره حول قطر کره حاصل می‌شود.

نکته: از دوران ربع دایره حول شعاع نیم کره حاصل می‌شود.

$$V = \frac{2}{3}\pi r^3 \quad \text{استفاده کرد.}$$

مثال: حجم حاصل از دوران ربع دایره حول شعاع ۴ سانتی‌متر را به دست آورید. (بر حسب π)

$$V = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi \times 4^3 = 42 / 66\pi \quad \text{(از دوران ربع دایره حول شعاع نیم کره حاصل می‌شود)}$$

نکته: اگر شعاع را n برابر کنیم مساحت کره n^2 و حجم کره n^3 برابر خواهد شد.

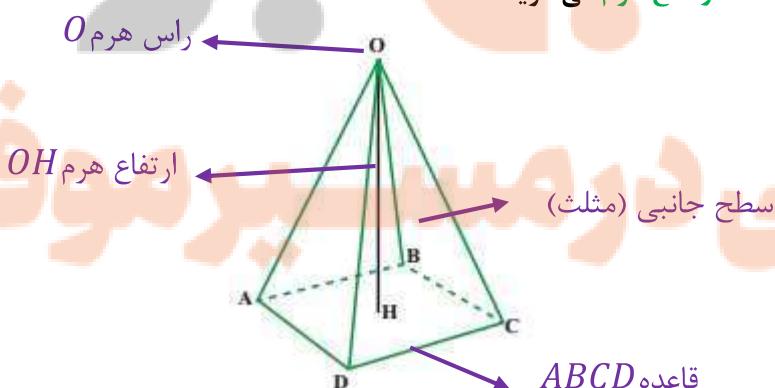
مثال: اگر شعاع کره‌ای را ۴ برابر کنیم مساحت و حجم کره چند برابر خواهد شد.

$$S = n^2 = 4^2 = 16 \quad \text{برابر}$$

$$V = n^3 = 4^3 = 64 \quad \text{برابر}$$

هرم: شکل فضایی که سطح جانبی آن مثلث و وجه زیرین (قاعده) آن چند ضلعی محدب باشد.

نکته: به فاصله راس هرم تا قاعده ارتفاع هرم می‌گویند.



درسنامه و نکات کلیدی

مسعودزیگاری

حجم هرم : **(الف) کلامی :**

ب) جبری :

(فصل هشتم)

حجم و مساحت

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \times \frac{1}{3} = \text{حجم هرم}$$

$$v = \frac{1}{3} s \cdot h$$

مساحت مربع

مثال : حجم هرم مربع القاعده ای به ضلع ۵ سانتی متر و ارتفاع ۶ سانتی متر را به دست آورید.

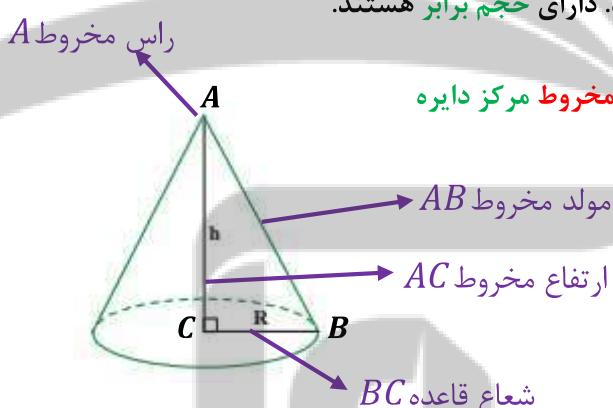
$$v = \frac{1}{3} s \cdot h = \frac{1}{3} \times (5 \times 5) \times 6 = 50 \text{ cm}^3 \quad (\text{خودش} \times \text{یک ضلع} = \text{مساحت مربع})$$

مثال : قاعده لوزی با قطرهای ۶ و ۸ سانتی متر است. اگر ارتفاع هرم ۵ سانتی متر باشد حجم هرم چند سانتی متر مکعب است.

$$v = \frac{1}{3} s \cdot h = \frac{1}{3} \times \left(\frac{6 \times 8}{2} \right) \times 5 = 40 \text{ cm}^3 \quad \left(\text{حاصل ضرب دو قطر} = \frac{s \text{ لوزی}}{2} \right)$$

نکته : اگر دو هرم دارای قاعده های هم مساحت و ارتفاع یکسان باشند. دارای حجم برابر هستند.

مخروط : شکلی شبیه ای هرم منظم که قاعده آن دایره و پای ارتفاع مخروط مرکز دایره باشد.



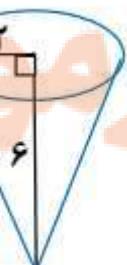
$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \times \frac{1}{3} = \text{حجم مخروط}$$

حجم مخروط : **(الف) کلامی :**

ب) جبری :

$$v = \frac{1}{3} s \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

مثال : حجم مخروط زیر را حساب کنید.



$$v = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{3}{14} \times 2^2 \times 6 = 25/12 \text{ cm}^3$$

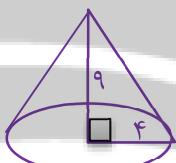
مثال: گنجایش مخروطی ۴۷۱۰۰ لیتر است. اگر شعاع قاعده ۳ متر باشد ارتفاع مخروط چند متر است.

$$\text{حجم مخروط} = \frac{47100}{1000} = 47/1 \text{ m}^3 \quad (\text{هر متر مکعب } 1000 \text{ لیتر است.})$$

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow 47/1 = \frac{1}{3} \times \frac{3}{14} \times 3^2 \times h \Rightarrow h = \frac{47/1}{\frac{9}{42}} = 5 \text{ m}$$

نکته: از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائم آن **مخروط** حاصل می‌شود. ضلعی که دوران روی آن انجام شده است ارتفاع مخروط و ضلع دیگر شعاع قاعده نام دارد.

مثال: مثلث قائم الزاویه با اضلاع قائم ۴ و ۹ سانتی متر را روی ضلع بزرگتر دوران داده ایم. حجم شکل حاصل چند سانتی متر مکعب است.



$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{3}{14} \times 4^2 \times 9 = 150/72 \text{ cm}^3$$

مثال: مثلث قائم الزاویه ABC را روی ضلع AB دوران داده ایم. حجم شکل حاصل را به دست آورید.

$$\begin{aligned} &\text{شعاع قاعده } AB = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6 : \text{ رابطه فیثاغورس} \\ &v = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{3}{14} \times 6^2 \times 8 = 301/44 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

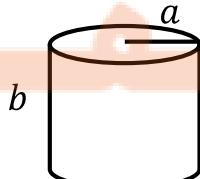
نکته: از دوران مستطیل و مربع حول یک ضلع آن **استوانه** تشکیل می‌شود.

نکته: مساحت جانبی و مساحت کل استوانه از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} \Rightarrow s = p \times h$$

$$s_{\text{دو قاعده}} + s_{\text{جانبی}} = s_{\text{کل}} \Rightarrow \text{مساحت دو قاعده} + \text{مساحت جانبی} = \text{مساحت کل}$$

مثال: نسبت حجم به مساحت کل استوانه ای را به دست آورید که شعاع قاعده آن a و ارتفاع آن b باشد.



$$v = s \times h = (a \times a \times \pi) \times b = \pi a^2 b$$

$$s = p \times h = (2 \times a \times \pi) \times b = 2\pi ab$$

$$\frac{v}{s} = \frac{\pi a^2 b}{2\pi a(a+b)} = \frac{ab}{2(a+b)} \quad \text{کل } s = 2\pi ab + 2a^2\pi = 2\pi a(b+a)$$

تالیف و تحریر مجموعه فقرات



- دانلود گام به گام تمام دروس 
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه 
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی 
- دانلود نمونه سوالات امتحانی 
- مشاوره کنکور 
- فیلم های انگیزشی 

 Www.ToranjBook.Net

 ToranjBook_Net

 ToranjBook_Net