

گد کنترل

121

A



121A



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح نی شود
ایام خوبی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و تاریخ
سازمان سنجش آموزش کشور

صبح پنج شنبه
۱۴۰۱/۰۴/۰۹

دقیقه دوازده

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی کشور سال ۱۴۰۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی
آزمون اختصاصی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	نام شماره	زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۸۰ دقیقه

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینچنانباشید.....با شماره داوطلبی.....با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچه سوالات، نوع و کدکنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پانین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضاء:

۱۰۱- دنباله‌های هندسی با قدر نسبت طبیعی و بزرگ‌تر از یک که شامل ۵ جمله هستند و در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله‌ها می‌توان یافت که جملات آن عضو مجموعه $\{1, 2, \dots, 100\}$ باشد؟

۷ (۳)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۰۲- کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m$ برای $x = 2$ است. معور تقارن سه‌می، کدام است؟

 $x = 3/5$ (۳) $x = 3$ (۳) $x = 7/5$ (۲) $x = 2$ (۱)

۱۰۳- مجموعه‌های A و B را در نظر بگیرید. تعداد اعضای C ، دو واحد بیشتر از A و تعداد اعضای D ، سه واحد کمتر از B است. اگر تعداد اعضای مجموعه $C \times B$ ، 25 بیشتر از تعداد اعضای مجموعه $A \times B$ و $1/5$ برابر تعداد اعضای مجموعه $A \times D$ باشد، اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های A و B چقدر است؟

۱۰ (۳)

۷ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

۱۰۴- اگر A و B دو مجموعه ناتپی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $A' \cup ((B \cap A) \cap (B \cup A) \cap B)$ با کدام مجموعه برابر است؟

 \emptyset (۳) B (۳) $B - A$ (۲) $(A - B)'$ (۱)

۱۰۵- کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $\neg p \vee q \Leftrightarrow q$ است؟

 $\neg p \Leftrightarrow q$ (۳) q (۳) $p \vee q$ (۳) p (۱)

۱۰۶- α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 9x + a = 0$ هستند. اگر $0 < \alpha < \beta < 2\sqrt{2} + 8.5$ باشد، مقدار a چقدر است؟

۲ (۳)

 $\frac{21}{5}$ (۳) $\frac{13}{4}$ (۲)

۱ (۱)

$$\text{چقدر است؟} \\ \left(\frac{1}{a^2 - \sqrt{a^2 + 1}} + \frac{1}{a^2 + \sqrt{a^2 + 1}} \right)^{1/2} \text{ باشد، حاصل} \\ -1 (۳) \quad 1 (۳) \quad -2 (۲) \quad 2 (۱)$$

- ۱۰۸- تابع $f(x) = x^2\sqrt{x^2}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، گدام است؟
- $\sqrt{x}, x \geq 0$ (۱) $-\sqrt{x^2}, x \geq 0$ (۲) $-\sqrt{x}, x \leq 0$ (۳) $-\sqrt{x^2}, x \leq 0$ (۴)
- ۱۰۹- فاصله نقطه A روی خط $x+y=a$ از دو نقطه B(-۳, ۲) و C(-۱, ۲) به ترتیب برابر $\sqrt{29}$ و ۵ است. مقدار a چقدر است؟

 -2 (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۴)

-۱۱۰- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{7x}}{2x - \sqrt{2}}$ باشد، حاصل $f(f(f(\sqrt{2})))$ گدام است؟

 $\frac{1}{2}$ (۱)

۲ (۲)

 $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴)

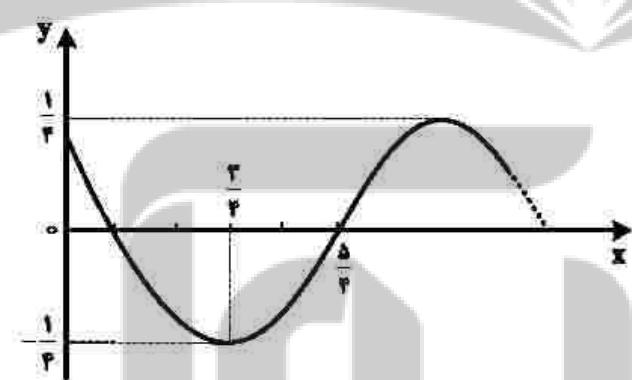
-۱۱۱- فرض کنید $10 = \delta^x = 20$ است. اگر $\delta^x = 20$ باشد، ضابطه f گدام است؟

 $\frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$ (۱) $\frac{2x-1}{x-1}$ (۲) $\frac{x-1}{2x-1}$ (۳) $\frac{2x+1}{x+1}$ (۴)

-۱۱۲- اندازه زاویه A در مثلث ABC ۴۵ درجه بیشتر از اندازه زاویه B است. حاصل $2\cos A \sin B - \sin C$ گدام است؟

 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

-۱۱۳- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos(bx + c)$ گدام است.



محل اجتیام محاسبات

است؟

 $\frac{1}{16}$ (۱)

۱ (۲)

 $\frac{1}{4\pi}$ (۳) π (۴)

تلاشی در مسیر موفقیت

۱۱۴- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ کدام است؟

$$\frac{11\pi}{6} \text{ (۳)}$$

$$\frac{9\pi}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{7\pi}{3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\pi}{3} \text{ (۱)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+3} - \sqrt{4x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}} \text{ کدام است؟} \quad ۱۱۵- حاصل$$

$$-\frac{3}{2} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۱)}$$

$$f(x) = \begin{cases} |x| + [-x] & |x^r| < x^r \\ 1 + \cos \pi x & |x^r| = x^r \\ [x^r] - [x] & |x^r| > x^r \end{cases} \text{ در چند نقطه ناپیوسته است؟} \quad ۱۱۶- تابع$$

$$2 \text{ (۲)}$$

$$2 \text{ (۱)}$$

(۳) در همه نقاط پیوسته است.

(۳) بیشمار

۱۱۷- چند جمله‌ای $p(x) = x^{n+1} + 2x^n + x^9 + 2x^4 + 12x^3$, به ازای هر عدد طبیعی $n \in \mathbb{N}$ بخش پذیر است.

برای $n=1$, باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + 2x - 3$ کدام است؟

$$-5x + 44 \text{ (۳)}$$

$$-5x + 34 \text{ (۳)}$$

$$-15x + 14 \text{ (۲)}$$

$$-15x + 24 \text{ (۱)}$$

۱۱۸- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (یک‌دسته اول و دوم)، برای بزرگترین عضو دسته قبل است؛ یعنی ...، $\{2, 3\}$, $\{4, 5, 6\}$, $\{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, ...، $\{1\}$. میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

$$6144/5 \text{ (۴)}$$

$$4908/5 \text{ (۳)}$$

$$3072/5 \text{ (۲)}$$

$$2204/5 \text{ (۱)}$$

۱۱۹- تابع $f(x) = \frac{|ax+1|+2x}{|x|+b}$ دارای دو مجذوب‌الافق و دو مجذوب‌قابل است. اگر هر ریشه مخرج با یکی از حد‌های تابع در پی‌نهایت برایبر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$1/2 \text{ (۳)}$$

$$-3 \text{ (۱)}$$

۱۲۰- در نقطه تلاقی منحنی‌های $g(x) = \frac{3}{2} \sin x$ و $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \cos x$ در بازه $[0, \pi]$ خط مماسی بر منحنی $f(x)$ رسم می‌شود. این خط، محور x را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{1}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\pi}{4} - \frac{3}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\pi}{4} - 1 \text{ (۱)}$$

- ۱۲۱- تابع f مشتق پذیر و با دوره تناوب ۵ است. اگر $g(x) = f(x+1) + f(3x+1)$ باشد، حاصل $(-2)g'(-2)$ کدام است؟

$\frac{13}{2}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۲) ۲ (۱)

- ۱۲۲- اگر $f(x) = (x-2)\sqrt[3]{x+2}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(2+h) - 3f(2-h) + 2}{h(2-h)}$ کدام است؟

$\frac{13}{15}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۳) $-\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{13}{30}$ (۱)

- ۱۲۳- نقطه $A(-1, 1)$ اکسترم نسبی تابع $y = x^3 |x| + 3ax^2 + b$ کدام است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۲) -۳ (۱)

- ۱۲۴- محل تلاقي مجذوب‌های تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+3}{(a+1)x+(a-1)}$ است. نمودار این تابع هموگرافیک، محور x را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

$\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) -۳ (۲) ۲ (۱)

- ۱۲۵- چند عدد طبیعی پنج رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت که ارقام آن یک در میان زوج و فرد باشند؟

۲۴۰۰ (۳) ۲۱۶۰ (۳) ۱۹۲۰ (۲) ۱۸۴۰ (۱)

- ۱۲۶- در یک تجربه تصادفی، $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid P(x), P(y), P(z) \text{ یک دنباله هندسی با قدر نسبت کمتر از واحد، تشکیل دهنده واسطه هندسی آنها } \frac{1}{5} \text{ باشد، کمترین مقدار احتمال یک پیشامد ساده در } S\text{، چقدر است؟}$

$\frac{2-\sqrt{2}}{10}$ (۳) $\frac{2-\sqrt{2}}{10}$ (۳) $\frac{2-\sqrt{2}}{5}$ (۲) $\frac{2-\sqrt{2}}{5}$ (۱)

- ۱۲۷- در یک کیسه ۱۶ گوی به شماره‌های ۱ تا ۱۶ وجود دارد. دو گوی به طور متواالی و بدون جایگذاری، به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بدالیم شماره گوی دوم از شماره گوی اول کمتر است، با کدام احتمال شماره گوی اول ۱۶ است؟

$\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۱)

محل انجام محاسبات

تلاشی در مسیر موفقیت

- ۱۲۸- برای برآورد میانگین درآمد افراد یک جامعه از دو نمونه تصادفی استفاده کردایم، اندازه نمونه دوم را طوری انتخاب می‌کنیم که انحراف معیار برآورد میانگین با نمونه دوم، $\frac{2}{3}$ برابر متدار محاسبه شده با نمونه اول باشد، اندازه نمونه دوم، چند برابر نمونه اول است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{75}$ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴)

- ۱۲۹- میانگین شش داده آماری، عددی طبیعی است و توان دوم العرف از میانگین این داده‌ها، به صورت $a^2, b^2, c^2, d^2, e^2, f^2$ است. اگر واریانس این داده‌ها برابر ۴ باشد، مقدار ab کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{Z}$)

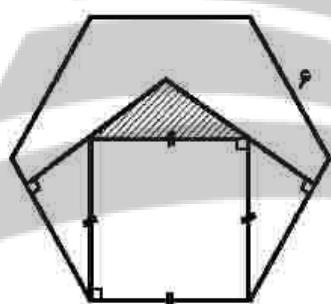
(۱) -۴ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱

- ۱۳۰- در مثلث متساوی‌الساقین ABC، نقطه M وسط ساق AB و عمودمنصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می‌کند. اگر $\hat{N}BC = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه $M\hat{N}B$ چند درجه است؟

(۱) ۴۸ (۲) ۵۶ (۳) ۶۶ (۴) ۷۸

- ۱۳۱- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند ۲/۵ و ۱۲/۵ سانتی‌متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۴/۸ (۲) ۶ (۳) ۷/۲ (۴) ۸

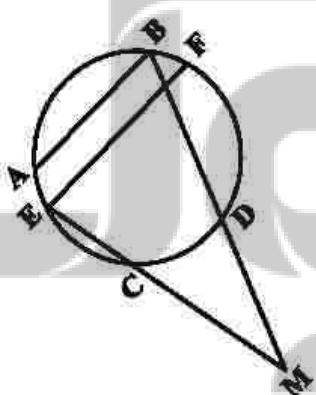


- ۱۳۲- در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}/2$ (۳) ۳ (۴) ۲

- ۱۳۳- در شکل زیر، $AB \parallel EF$ و اندازه کمان‌های $\widehat{EC} = 10^\circ$ ، $\widehat{AE} = 15^\circ$ و $\widehat{FD} = 100^\circ$ است. اگر باشد، اندازه زاویه $A\hat{B}D$ چند درجه است؟

(۱) ۷۱/۲۵ (۲) ۷۴ (۳) ۷۵ (۴) ۷۸/۷۵



۱۳۴- یک دوزنله متساوی الساقین با طول قاعده‌های ۸ و ۶ واحد، بر دایره‌ای به مساحت 15π محیط است. مقدار ۸ کدام است؟

(۱۰) (۵)

$$\frac{22}{3}$$

(۸) (۲)

$$\frac{25}{3}$$

۱۳۵- طول خط‌المرکزین دو دایره مماس درونی $3\pi/5$ سانتی‌متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها 24π سانتی‌متر مربع است. شعاع دایره کوچک‌تر، چند سانتی‌متر است؟

(۲/۷۵) (۵)

(۲/۲۵) (۳)

(۱/۷۵) (۲)

(۱/۲۵) (۱)

۱۳۶- در مربع ABCD، نقطه D، رأس C و طول رأس‌های C و D به ترتیب $5/5$ و ۳ است. اگر بازتاب نقطه D نسبت به محور X ها بر خودش منتبط شود، فاصله بازتاب نقطه C نسبت به قطر BD از مبدأ مختصات چقدر است؟

(۲) (۴)

(۷/۶) (۳)

(۷/۶) (۵)

(۲/۵) (۱)

۱۳۷- نیمساز داخلی زاویه A در مثلث ABC، ضلع مقابل را به پاره‌خط‌های $2/5$ و $2/5$ واحدی تقسیم کرده است. اگر اندازه زاویه C برابر 60° درجه باشد، ضلع کوچک‌تر مثلث چند واحد است؟

(۵/۲۵) (۵)

(۴/۷۵) (۳)

(۴/۲۵) (۲)

(۳/۷۵) (۱)

۱۳۸- اگر $\begin{bmatrix} 2z & \frac{1}{2} & 2 \\ 2z & 0 & -4y \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \cdot A = \begin{bmatrix} x & -1 & -x \\ 0 & 0 & 4 \\ y & z & z \end{bmatrix}$ باشد، مقدار xy و ماتریس AB به ازای $y \in \mathbb{Z}$ ماقریس اسکالر باشد، مقدار

$$\begin{bmatrix} 2z & \frac{1}{2} & 2 \\ 2z & 0 & -4y \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \cdot A = \begin{bmatrix} x & -1 & -x \\ 0 & 0 & 4 \\ y & z & z \end{bmatrix}$$

کدام است؟

(۲) (۴)

(۱) (۳)

(-۲) (۲)

(-۱) (۱)

۱۳۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ و ماتریس X در رابطه ماتریسی $A = \begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 1 & \frac{1}{|A|} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ صدق کند،

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{و ماتریس } X \text{ در رابطه ماتریسی } A = \begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 1 & \frac{1}{|A|} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

کوچک‌ترین درایه قطر اصلی ماتریس X کدام است؟

(۸) (۴)

(۶) (۳)

(-۳) (۲)

(-۱) (۱)

۱۴۰- به ازای هر m معادله $3m - 2x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه A(-1, 1) روی دایره C باشد، محیط دایره C کدام است؟

 $2\sqrt{3}\pi$ (۵) 3π (۳) 2π (۲) $2\sqrt{2}\pi$ (۱)

- ۱۴۱- در سهمی \circ رأس سهمی است. مقدار $\frac{a}{b}$ چقدر است؟

A) $\frac{1}{3}$

B) $-\frac{1}{5}$

C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{1}{3}$

- ۱۴۲- سه بُردار $(1, 1, 0)$, $\vec{a} = (-1, 2, 0)$, $\vec{b} = (x, y, z)$ و \vec{c} غیر واقع در یک صفحه و $(1, 1, 0)$ بُردار ارتفاع متوازی السطوح حاصل از این سه بُردار است. اگر $1 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} + 5 \cdot \vec{c} = 0$ باشد، اندازه بُردار \vec{c} کدام است؟

A) $\sqrt{21}$

B) $\sqrt{19}$

C) $\sqrt{2}$

D) $\sqrt{5}$

- ۱۴۳- دو بُردار که اندازه یکی دو برابر دیگری است، با هم زاویه 60° درجه می‌سازند. زاویه بین بُردار بزرگتر و تفاضل دو بُردار، چند درجه است؟

A) 120°

B) 60°

C) 45°

D) 30°

- ۱۴۴- نقاط (a, b) روی منحنی $y = \frac{3x-1}{x+2}$ قرار دارند. اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

A) ۴

B) ۳

C) ۲

D) ۱

- ۱۴۵- دو عدد $1 - x^2$ و $1 + x^2$ ، رقم یکان برابری دارند. رقم یکان $x^7 + 2^7$ کدام است؟

A) ۴

B) ۷

C) ۳

D) ۲

- ۱۴۶- اگر x و y هر دو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی $11y = 75x + 12x + 11$ چند جواب دارد؟

A) ۶

B) ۵

C) ۴

D) ۳

- ۱۴۷- در یک گراف کامل $(G) = \Delta'(G) - 2\delta(G)$ است. مقدار $(G) p$ کدام است؟

A) ۸

B) ۷

C) ۶

D) ۵

- ۱۴۸- درجه رأسی‌های یک گراف ساده و همبند به صورت اعداد a, b, c, d, e, f هستند. اگر تعداد یال‌های این گراف

۱/ برابر $(a+b+c)$ باشد، چند حالت مختلف بروای مجموعه $\{a, b, c\}$ وجود دارد؟

A) ۲

B) ۳

C) ۵

D) ۱

- ۱۴۹- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از 6000 با مجموع ارقام ۸ وجود دارد؟

A) ۱۵۸

B) ۱۶۴

C) ۱۶۵

D) ۱۰۵

- ۱۵۰- حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه $\{7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$ انتخاب شود تا مطمئن شویم دو زیرمجموعه با اشتراک تهی در آنها وجود دارد؟

A) ۴۶

B) ۴۵

C) ۶۴

D) ۵۰