دفترچه پاسخ

آزمون ۲۹ آبان ۱۴۰۵

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	پروانه ابدالی-امیرحسین افشار-ابراهیم بت‌کن-شاهین پروازی-علی جهانپور-روح‌اله حسنی-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی احمدرضا ذاکرزاده-مریم زارعی-محمد زنگنه-رضاعلی ساقی-شیدا شاداب-الهام شیخ‌ممو-سیدسپهر متولیان-مهرداد ملوندی سیدمحمد موسوی-علی ناری‌ابیانه-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمار و گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-روح‌اله حسنی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-مصطفی دیداری سوگند روشنی-محمد شاه‌محمدی-فرشاد صدیقی‌فر-داریوش عابد-نرگس کارگر-درنا کربلایی-نیلوفر مهدوی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-مهرداد خاجی-محمدرضا خادمی-رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش آرمان رجب‌خیرفومنی-مهدی شریفی-مسعود علیپور-محمدکاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-محمدرضا نصیری ابوالفضل نکومنشی‌نژاد-مجتبی نکوئیان
	شیمی	هدی بهاری‌پور-سعید تیزرو-مجید جلیل‌ناغونی-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-ندا حسین‌پورمقدم-پیمان خواجوی‌مجد یاسر راش-احسان روستایی-رسول عابدینی‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-مجتبی محجوب-مهشید نیازی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ وریاضی‌پایه	هندسه	آمارو ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسین الهی	یاسر راش
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرمحمد مرزبانی مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرمحمد مرزبانی سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	ژیلوان محمدی‌پور مجید جلیل‌ناغونی آترین صبا احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	فاطمه الهی
ویراستاران(مستندسازی)	سجاد سلیمی-معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-امیرمحمد علیپور			سجاد بهارلویی مهدی صالحی امیرعباس محمدی	محمد اسفندیار محسن دستجردی امیرمحمد خاتون‌آبادی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۲»** *(الهام شیخ‌ممو)*

طبق فرض $f(-1)=2$، لذا با توجه به تابع $g(x)=3f(2x-5)-4$ و نقطهٔ $A'(a,b)$ (متناظر با A) روی نمودار آن داریم:

$$\begin{cases}2a-5=-1\Rightarrow a=2\\ b=3f(2a-5)-4=3f(-1)-4=2\end{cases}\Rightarrow A'(2,2)\Rightarrow a+b=4$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۲- **گزینهٔ «۴»** *(رضاعلی ساقی)*

ابتدا دامنه و برد تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases}-1\le x\le 5\Rightarrow -\frac{5}{2}\le -\frac{1}{2}x\le \frac{1}{2}\Rightarrow -\frac{3}{2}\le 1-\frac{1}{2}x\le \frac{3}{2}\\ \Rightarrow D_f=[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}]\\ \text{فرض: } 1-\frac{1}{2}x=t\Rightarrow 0<2f(t)\le 4\Rightarrow 0<f(t)\le 2\Rightarrow R_f=(0,2]\end{cases}$$

حال به کمک دامنه و برد تابع f، دامنه و برد تابع g را پیدا می‌کنیم:

$$-\frac{3}{2}\le \frac{1}{3}x+1\le \frac{3}{2}\Rightarrow -\frac{5}{2}\le \frac{1}{3}x\le \frac{1}{2}\Rightarrow -\frac{15}{2}\le x\le \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow D_g=[-7.5,1.5]$$

$$0<f(u)\le 2\Rightarrow -8\le -4f(u)<0\Rightarrow -6\le 2-4f(u)<2$$

$$\Rightarrow R_g=[-6,2)$$

$$D_g\cap R_g=[-6,1.5]\Rightarrow\begin{cases}a=-6\\ b=1/5\end{cases}\Rightarrow a+b=-4.5$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۳- **گزینهٔ «۴»** *(شیدا شاداب)*

با توجه به نمودار دو تابع می‌توان نوشت:

$$f(x)\xrightarrow{x\to x+1}f(x+1)\xrightarrow{y\to -y}-f(x+1)=g(x)$$

ولی تابع $y_1=-f(x+1)$ را در بین گزینه‌ها نداریم؛ با کمی دقت می‌توان به راحتی نتیجه گرفت که نمودار تابع y_1 نسبت به محور y ها متقارن است، بنابراین:

$$g(x)=-f(x+1)=-f(-x+1)$$

(حسابان ۲- تابع؛ برگرفته از تمرین ۲ صفحهٔ ۱۲)

۴- **گزینهٔ «۳»** *(پروانه ابدالی)*

تابع داده شده را مرحله به مرحله انتقال می‌دهیم:

$$y=3x^2+5x-4$$

$$\xrightarrow{\text{۲ واحد به چپ}} y=3(x+2)^2+5(x+2)-4$$

$$\xrightarrow{\text{۱ واحد به بالا}} y=3(x+2)^2+5(x+2)-4+1$$

$$=3(x+2)^2+5(x+2)-3$$

$$\xrightarrow{\text{انقباض افقی با ضریب ۲}} y=3(2x+2)^2+5(2x+2)-3$$

$$=3(4x^2+8x+4)+10x+10-3$$

$$=12x^2+24x+12+10x+7=12x^2+34x+19$$

تابع به دست آمده، یک سهمی با طول رأس زیر است:

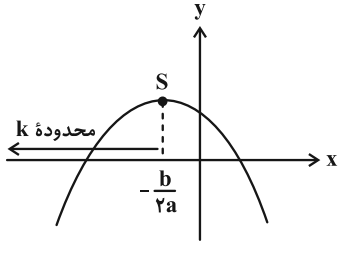
$$x_S=-\frac{34}{24}\simeq -1/41$$

این سهمی که دهانهٔ آن رو به بالاست، در بازهٔ $[x_S,+\infty)$ و هر زیرمجموعه‌ای از آن اکیداً صعودی است. با توجه به گزینه‌ها، تابع به دست آمده در بازهٔ $(2,4)$ اکیداً صعودی می‌باشد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۸)

۵- **گزینهٔ «۱»** *(سیرمحمد موسوی)*

می‌دانیم نمودار تابع $f(x)=ax^2+bx+c$ در بازهٔ $(-\infty,k)$ وقتی اکیداً صعودی است که اولاً $a<0$ و ثانیاً $k\le -\frac{b}{2a}$ باشد.



بنابراین در این مسئله خواهیم داشت: $m<0$, $-1\le \frac{1}{2m}$

از $-1\le \frac{1}{2m}$ به دست می‌آوریم $\frac{2m+1}{2m}\ge 0$، بنابراین $m>0$ یا $m\le -\frac{1}{2}$. چون m منفی است، لذا حدود m عبارتست از $m\le -\frac{1}{2}$.

در نتیجه بزرگ‌ترین مقدار صحیح m برابر -1 است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

برایم بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۶- **گزینهٔ «۴»** *(پروانه ابدالی)*

می‌دانیم تنها تابع ثابت، در یک فاصله، هم صعودی و هم نزولی است. پس باید ضرایب x و $x^۲$ برابر صفر باشند:

$$\begin{cases} x^۲ \text{ ضریب} : ۴-m=۰ \Rightarrow m=۴ \\ x \text{ ضریب} : ۳n+۱-۰ \Rightarrow n=-\frac{۱}{۳} \end{cases} \Rightarrow ۳n-m=-۵$$

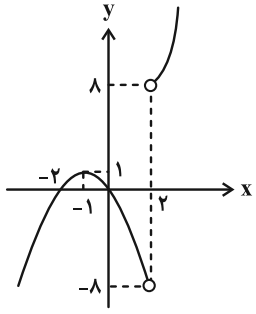
(حسابان ۲- تابع؛ برگرفته از تمرین ۴ صفحهٔ ۲۲)

۷- **گزینهٔ «۳»** *(پروانه ابدالی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{x^۳-۴x}{|x-۲|}=\frac{x(x-۲)(x+۲)}{|x-۲|}=\begin{cases} x(x+۲) & ; \ x>۲ \\ -x(x+۲) & ; \ x<۲ \end{cases}$$

اکنون نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که از نمودار پیداست، $[-۱,۲]$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که f در آن اکیداً نزولی است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۸- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

نخست ضابطهٔ تابع $f^{-۱}$ را پیدا می‌کنیم:

$$y=f(x)=(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^x \Rightarrow x=\log_{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} y=\log_{۲^{-\frac{۱}{۲}}} y=-۲\log_۲ y$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=-۲\log_۲ x$$

پس برای g داریم:

$$g(x)=\sqrt{f^{-۱}(x-۲)+\log_۲^{(۷-x)^۲}}=\sqrt{-۲\log_۲^{(x-۲)}+۲\log_۲^{|۷-x|}}$$

حال دامنهٔ g را می‌یابیم:

$$-۲\log_۲^{(x-۲)}+۲\log_۲^{|۷-x|}\geq ۰ \Rightarrow ۲\log_۲^{|۷-x|}\geq ۲\log_۲^{(x-۲)}$$

چون تابع $y=\log_۲ x$ اکیداً صعودی با دامنهٔ $(۰,+\infty)$ است، پس داریم:

$$۰<x-۲\leq|۷-x| \Rightarrow \begin{cases} ۰<x-۲ \Rightarrow ۲<x \\ x-۲\leq|۷-x| \quad (*) \end{cases}$$

نامعادلهٔ (*) به صورت زیر حل می‌شود:

$$\begin{cases} \xrightarrow{x\geq ۷} x-۲\leq x-۷ \Rightarrow -۲\leq -۷ \quad \text{(غیرممکن)} \\ \xrightarrow{x<۷} x-۲\leq ۷-x \Rightarrow ۲x\leq ۹ \Rightarrow x\leq \frac{۹}{۲} \end{cases}$$

پس $D_g=[۲,\frac{۹}{۲}]$ بوده که فقط شامل دو عدد صحیح ۳ و ۴ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹- **گزینهٔ «۴»** *(سیدسپهر متولیان)*

باید داشته باشیم: $p(k)=۰ \Rightarrow k^۳+۳k^۲+۳k-۷=۰$

$$\Rightarrow (k+۱)^۳-۸=۰ \Rightarrow (k+۱)^۳=۸ \Rightarrow k+۱=۲ \Rightarrow k=۱$$

(حسابان ۲- تابع؛ مشابه کار در کلاس ۲ صفحهٔ ۱۹)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(الهام شیخ‌ممو)*

در تقسیم چندجمله‌ای f بر $x+۱$، باقی‌مانده همان $f(-۱)$ است:

$$f(-۱)=(-۱)^۳+۴(-۱)^۲+a(-۱)+۵$$

$$=-۱+۴-a+۵=-a+۸$$

مجموع ضرایب یک چندجمله‌ای، برابر با مقدار آن چندجمله‌ای در $x=۱$ است؛ پس در این تقسیم داریم:

$$f(x)=(x+۱)q(x)+۸-a \xrightarrow{x=۱} f(۱)=۲q(۱)+۸-a$$

$$\xrightarrow{q(۱)=۴} ۱۰+a=۱۶-a \Rightarrow a=۳$$

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم برابر با $f(-۱)=۸-a=۵$ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحهٔ ۱۹)

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(پروانه ابدالی)*

دورهٔ تناوب هر گزینه را به دست می‌آوریم:

۱) $T=\frac{۲\pi}{۷}\simeq ۰/۹$

۲) $T=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}}=۴$

۳) $T=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi\simeq ۱۲/۵۶$

۴) $T=\frac{۲\pi}{۳}\simeq ۲/۰۹$

همان‌طور که پیداست، دورهٔ تناوب گزینهٔ سوم از همه بزرگ‌تر است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ تمرین ۱ صفحهٔ ۳۳)

ترنج‌بوک تلاشی درمسیرموفقیت

۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(رضاعلی ساقی)*

می‌دانیم: $۳+۲\sqrt{۲}=(\sqrt{۲}+۱)^۲ \Rightarrow \sqrt[۶]{(\sqrt{۲}+۱)^۲}=\sqrt[۳]{\sqrt{۲}+۱}$

از طرفی طبق فرض می‌توان نوشت:

$$f(x+۸)=f((x+۴)+۴)=-f(x+۴)=-(-f(x))=f(x)$$

پس داریم:

$$f(\sqrt[۶]{۳+۲\sqrt{۲}}-۷)=f((\sqrt[۳]{\sqrt{۲}+۱}-۷)+۸)=f(\sqrt[۳]{\sqrt{۲}+۱}+۱)$$

می‌دانیم: $f(x)=x^۳-۳x^۲+۳x-۲=(x-۱)^۳-۱$

$$\Rightarrow f(\sqrt[۳]{\sqrt{۲}+۱}+۱)=(\sqrt[۳]{\sqrt{۲}+۱})^۳-۱=\sqrt{۲}+۱-۱=\sqrt{۲}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ + مثلثات؛ صفحهٔ ۲۴)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمد موسوی)*

می‌دانیم دورهٔ تناوب تابع برابر $T=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}|b|}=\frac{۴}{|b|}$ و بیشترین مقدار این تابع برابر $|a|+۱$ است. طبق داده‌های مسئله باید داشته باشیم:

$$|a|+۱=\frac{۴}{|b|}$$

بنابراین:

$$|b|(|a|+۱)=۴$$

با فرض اینکه a و b اعداد صحیح غیرصفر هستند، سه حالت زیر پدید می‌آید:

الف) $|b|=۴$ و $|a|+۱=۱$، که در این حالت خواهیم داشت $a=۰$؛ که غیرقابل قبول است.

ب) $|b|=۲$ و $|a|+۱=۲$، بنابراین $b=\pm ۲$ و $a=\pm ۱$ و از آنجا $ab=\pm ۲$.

ج) $|b|=۱$ و $|a|+۱=۴$، در نتیجه $b=\pm ۱$ و $a=\pm ۳$ و از آنجا $ab=\pm ۳$.

طبق حالات فوق، بیشترین مقدار ab برابر ۳ است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ برگرفته از فعالیت‌های صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین افشار)*

با توجه به نمودار داریم:

$$\text{(نصف دورهٔ تناوب)}\ \frac{T}{۲}=\frac{\pi}{۲} \Rightarrow T=\pi \Rightarrow |b|=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{\pi}=۲$$

$$\Rightarrow b=\pm ۲$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ مشابه مثال صفحهٔ ۲۸)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(طاهر دادستانی)*

ضابطهٔ تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=۲-(\sin\frac{x}{۴}\cos\frac{x}{۴})\cos\frac{x}{۲}=۲-(\frac{۱}{۲}\sin\frac{x}{۲})\cos\frac{x}{۲}$$

$$=۲-\frac{۱}{۲}(\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲})=۲-\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}\sin x)=۲-\frac{۱}{۴}\sin x$$

برای ماکزیمم شدن f باید $\sin x=-۱$ و برای مینیمم شدن باید $\sin x=۱$ شود.

$$\sin x=۱ \xrightarrow{x=\frac{\pi}{۲}\ \text{مثلاً}} f(\frac{\pi}{۲})=۲-\frac{۱}{۴}=\frac{۷}{۴} \Rightarrow A(\frac{\pi}{۲},\frac{۷}{۴})$$

نقطهٔ ماکزیمم B (بعد از A) به ازای $x=\frac{۳\pi}{۲}$ به دست می‌آید:

$$\sin x=-۱ \xrightarrow{x=\frac{۳\pi}{۲}} f(\frac{۳\pi}{۲})=۲+\frac{۱}{۴}=\frac{۹}{۴} \Rightarrow B(\frac{۳\pi}{۲},\frac{۹}{۴})$$

شیب پاره‌خط AB برابر می‌شود با:

$$m_{AB}=\frac{\frac{۹}{۴}-\frac{۷}{۴}}{\frac{۳\pi}{۲}-\frac{\pi}{۲}}=\frac{۱}{۲\pi}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(مریم زارعی)*

می‌دانیم:

$$\sin^۲\theta=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}\cos ۲\theta$$

بنابراین داریم:

$$y=a\sin^۲(bx)+c=a(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}\cos(۲bx))+c$$

$$=\frac{a}{۲}-\frac{a}{۲}\cos(۲bx)+c$$

برای دورهٔ تناوب داریم:

$$T=۳\pi-\pi \Rightarrow T=۲\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{|۲b|}=۲\pi \xrightarrow{b>۰} b=\frac{۱}{۲}$$

نمودار تابع از نقاط $A(۰,-۴)$ و $B(\pi,۲)$ می‌گذرد، لذا داریم:

$$A(۰,-۴) \Rightarrow a\sin^۲(۰)+c=-۴ \Rightarrow c=-۴$$

$$B(\pi,۲) \Rightarrow a\sin^۲(\frac{\pi}{۲})-۴=۲ \Rightarrow a-۴=۲ \Rightarrow a=۶$$

در نتیجه حاصل $a+b-۲c$ برابر است با:

$$۶+\frac{۱}{۲}-۲(-۴)=۶+\frac{۱}{۲}+۸=۱۴/۵$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۷- **گزینهٔ «۲»** (رضاعلی ساقی)

سینوس یک زاویه، با کسینوس متمم آن زاویه برابر است، لذا:

$$\sin(\frac{\pi}{۴}-x)=\cos(\frac{\pi}{۲}-(\frac{\pi}{۴}-x))=\cos(\frac{\pi}{۴}+x)$$

$$f(x)=a+b\sin(x+\frac{\pi}{۴})\cos(x+\frac{\pi}{۴})=a+\frac{۱}{۲}b\sin(۲(x+\frac{\pi}{۴}))$$

$$\Rightarrow f(x)=a+\frac{۱}{۲}b\sin(۲x+\frac{\pi}{۲})=a+\frac{۱}{۲}b\cos ۲x$$

با توجه به نمودار تابع داریم:

$$f(۰)=۳\Rightarrow a+\frac{۱}{۲}b=۳ \qquad (۱)$$

$$f(\frac{۴\pi}{۳})=a+\frac{۱}{۲}b\cos\frac{۸\pi}{۳}=۰$$

$$\Rightarrow a+\frac{۱}{۲}b\cos(۳\pi-\frac{\pi}{۳})=a-\frac{۱}{۲}b\cos\frac{\pi}{۳}=۰$$

$$\Rightarrow a-\frac{۱}{۴}b=۰\Rightarrow b=۴a\xrightarrow{(۱)}۳a=۳\Rightarrow a=۱\Rightarrow b=۴$$

در نتیجه: $f(x)=۱+۲\cos ۲x$

$$\Rightarrow f(\frac{۴۷\pi}{۶})=۱+۲\cos\frac{۴۷\pi}{۳}=۱+۲\cos(۱۶\pi-\frac{\pi}{۳})$$

$$=۱+۲\cos\frac{\pi}{۳}=۱+۲\times\frac{۱}{۲}=۲$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۸- **گزینهٔ «۱»** (روح‌اله حسنی)

از فرض مسئله داریم: $۳m\sin x-m\cos x=\sin x+۲\cos x$

$$\Rightarrow (۳m-۱)\sin x=(m+۲)\cos x$$

$$\Rightarrow \tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{m+۲}{۳m-۱}$$

تابع تانژانت در بازهٔ $(\frac{\pi}{۴},\frac{\pi}{۲})$ اکیداً صعودی است؛ پس به ازای $\frac{\pi}{۴}<x<\frac{\pi}{۲}$ داریم:

$$\tan x>\tan\frac{\pi}{۴}=۱\Rightarrow\frac{m+۲}{۳m-۱}>۱$$

$$\Rightarrow\frac{m+۲}{۳m-۱}-۱>۰\Rightarrow\frac{-۲m+۳}{۳m-۱}>۰\Rightarrow\frac{۱}{۳}<m<\frac{۳}{۲}$$

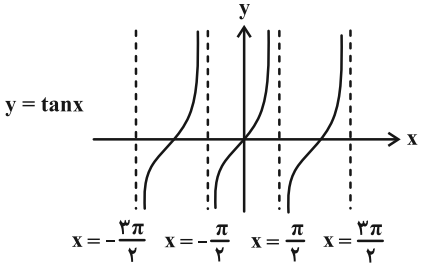
بنابراین $(a,b)=(\frac{۱}{۳},\frac{۳}{۲})$، پس: $b-a=\frac{۳}{۲}-\frac{۱}{۳}=\frac{۷}{۶}$

توجه: مخرج عبارت m به ازای هیچ مقدار x از بازهٔ $(\frac{\pi}{۴},\frac{\pi}{۲})$، صفر نمی‌شود.

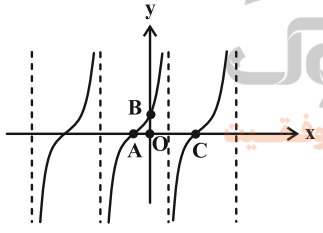
(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** (محمد زنگنه)

نمودار $f(x)=\tan(۳x+\frac{\pi}{۴})$ را با انتقال تابع تانژانت به اندازهٔ $\frac{\pi}{۴}$ به چپ و سپس تقسیم طول نقاط بر ۳ رسم کرده و مختصات سه نقطهٔ A، B و C را مشخص می کنیم:



$\Longrightarrow f(x)=\tan(۳x+\frac{\pi}{۴})$



$$A(-\frac{\pi}{۱۲},۰)\ ,\ B(۰,۱)\ ,\ C(\frac{\pi}{۴},۰)$$

$$S=\frac{۱}{۲}AC\times OB=\frac{۱}{۲}(\frac{\pi}{۴}+\frac{\pi}{۱۲})\times۱=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow k=\frac{۱}{۶}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** (افشین خاصه‌خان)

$$CD=OD-OC=OD-۱$$

$$OD=\sqrt{OA^۲+AD^۲}=\sqrt{۱+\tan^۲\alpha}=\sqrt{\frac{۱}{\cos^۲\alpha}}=\frac{۱}{\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow CD=\frac{۱}{\cos\alpha}-۱=\frac{۱-\cos\alpha}{\cos\alpha}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

ریاضی ۱

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

طبق فرض، $f(۱)=۲$ است، پس عدد ۱ فقط یک انتخاب (عدد ۲) را دارد. همچنین باید $f(۲)\neq ۳$ باشد؛ پس برای $f(۲)$ سه انتخاب (اعداد ۴، ۲، ۱) داریم. برای $f(۴)$ و $f(۳)$، هر کدام چهار انتخاب داریم. پس طبق اصل ضرب کل حالات به صورت مقابل می‌شود: $۱\times ۳\times ۴\times ۴=۴۸$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا ذاکرزاده)*

f تابعی ثابت است و به صورت $f(x)=k$ می‌باشد. g تابعی همانی است و به صورت $g(x)=x$. پس داریم:

$$g(x)=\frac{۳x}{-۲f(x)}=x\Rightarrow x=\frac{۳x}{-۲k}\Rightarrow k=-\frac{۳}{۲}$$

$$\begin{cases} f(f(-۲))=-\frac{۳}{۲}\Rightarrow f(f(-۲))+g(۳)=-\frac{۳}{۲}+۳=\frac{۳}{۲}=۱/۵ \\ g(۳)=۳ \end{cases}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحهٔ ۱۱۰)

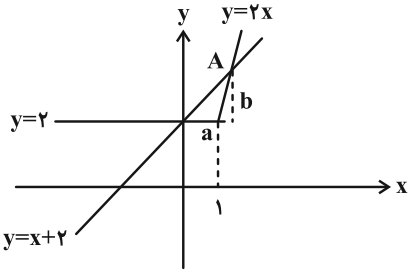
۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(شاهین پروازی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x-۱)=\sqrt{(x-۲)^۲}+x=x+|x-۲|$$

$$\xrightarrow{x\to x+۱} f(x)=x+۱+|x-۱|=\begin{cases} ۲x & ; \ x\geq ۱ \\ ۲ & ; \ x<۱ \end{cases}$$

نمودار تابع $f(x)$ و خط $y=x+۲$ را رسم می‌کنیم: $S=\frac{۱}{۲}a(b)$



با توجه به نمودار، قاعدهٔ مثلث (a) یک واحد و برای عرض نقطهٔ A (ارتفاع مثلث) نقطهٔ برخورد خطوط $y=۲x$ و $y=x+۲$ را می‌یابیم:

$$x+۲=۲x\Rightarrow x=۲\Rightarrow y_A=۴\Rightarrow b=۴-۲=۲$$

مساحت مثلث مذکور برابر است با: $S=\frac{۱}{۲}a(b)=\frac{۱}{۲}(۱)(۲)=۱$

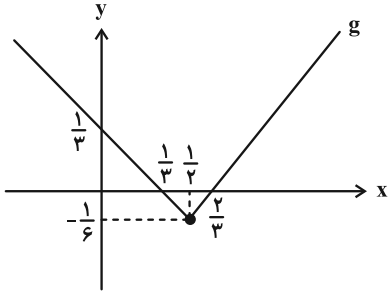
(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(شیدا شاداب)*

f تابعی همانی است، پس ضابطهٔ آن باید به صورت $f(x)=x$ باشد. بنابراین:

$$\begin{cases} ۲a-۱=۰\Rightarrow a=\frac{۱}{۲} \\ -۳b+a=۱\xrightarrow{a=\frac{۱}{۲}}-۳b+\frac{۱}{۲}=۱\Rightarrow b=-\frac{۱}{۶} \end{cases}$$

در نتیجه ضابطهٔ تابع g به صورت $g(x)=|x-\frac{۱}{۲}|-\frac{۱}{۶}$ و نمودار آن به شکل زیر است:



بنابراین مساحت ناحیهٔ محصور بین نمودار تابع g و محور xها برابر است با:

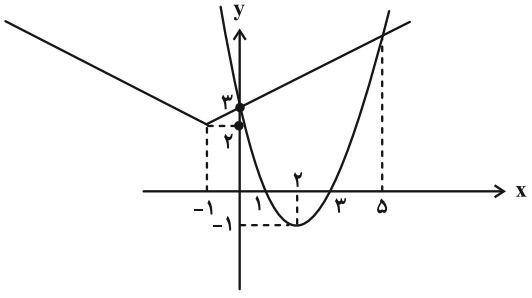
$$S=\frac{۱}{۲}\times(\frac{۲}{۳}-\frac{۱}{۳})\times\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۳۶}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(سیدسپهر متولیان)*

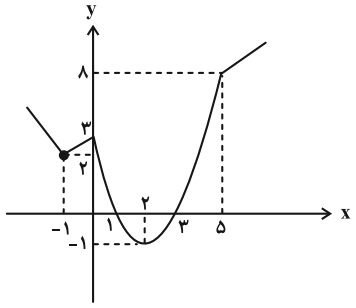
بهتر است برای به دست آوردن پاسخ‌های معادلهٔ $f(x)=m$، نمودار تابع f را رسم کنیم. بدین منظور نمودارهای $y=|x+۱|+۲$ و $y=x^۲-۴x+۳$ را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و مقدار کمینه را از هر قسمت برمی‌داریم:

$$\begin{cases} x\geq -۱ \ ; \ x^۲-۴x+۳=x+۱+۲\Rightarrow x^۲-۵x=۰\Rightarrow x=۰,۵ \\ x<-۱ \ ; \ x^۲-۴x+۳=-x-۱+۲\Rightarrow x^۲-۳x+۲=۰\Rightarrow x=۱,۲ \end{cases}$$ غ‌ق‌ق



ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

رسم f(x)



همان‌طور که پیداست به ازای مقادیر ۳، ۲ و ۱- برای m به ترتیب سه، سه و یک جواب داریم که هر سه حالت عددی فرد می‌باشند. در سایر حالات صفر، دو یا چهار پاسخ به دست می‌آید که مطلوب نیست.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی جهانپور)*

طبق اصل ضرب، تعداد راه‌های هر مسیر اصلی را محاسبه می‌کنیم:

مسیر بالا: $۲\times۴\times۱=۸$

مسیر وسط: $۱\times۲\times۲=۴$

مسیر پایین: $۳\times۳\times۲=۱۸$

اکنون طبق اصل جمع داریم: تعداد کل مسیرها: $۸+۴+۱۸=۳۰$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحهٔ ۱۲۶)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا نیازی)*

روش اول: فرض کنید بخواهیم دو دانش‌آموز دهم کنار هم و دو دانش‌آموز یازدهم نیز کنار هم باشند ولی دو دانش‌آموز دوازدهم کنار هم نباشند. مطابق شکل دو دانش‌آموز دهم را در یک مستطیل و دو دانش‌آموز یازدهم را در مستطیل دیگر قرار می‌دهیم که درون هر مستطیل $۲!$ جایگشت وجود دارد و دو مستطیل نیز به $۲!$ حالت جایگشت دارند. همچنین باید دو دانش‌آموز دوازدهم در ۲ مکان از ۳ مکان مشخص شده با دایره قرار گیرند.



حالات مطلوب $= ۳\times۲\times۲!\times۲!\times۲! = ۴۸$

برای هر پایه که دانش‌آموزان آن کنار هم قرار نگیرند، همین تعداد حالات بدست می‌آید؛ در نتیجه جواب نهایی برابر $۳\times۴۸=۱۴۴$ حالت است.

روش دوم:

کل حالاتی که دو دهم کنار هم و دو یازدهمی نیز کنار هم باشند:

$$C_۱, C_۲, \boxed{A_۱A_۲}, \boxed{B_۱B_۲} = ۴!\times۲!\times۲!\times۲! = ۹۶$$

کل حالاتی که دو دهمی کنار هم، دو یازدهمی کنار یکدیگر و دو دوازدهمی نیز کنار هم باشند: $\boxed{C_۱C_۲}, \boxed{A_۱A_۲}, \boxed{B_۱B_۲} = ۳!\times۲!\times۲!\times۲! = ۴۸$

حالاتی که دهمی‌ها کنار هم و یازدهمی‌ها نیز کنار هم ولی دوازدهمی‌ها کنار هم نباشند، طبق اصل متمم برابر است با: $۹۶-۴۸=۴۸$

پس مجموع حالت‌ها برابر است با: $۳\times۴۸=۱۴۴$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۲)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(الهام شیخ‌ممو)*

تعداد حالات قرار گرفتن حروف کلمهٔ «رمان»، برابر $۴!$ است. این ۴ حرف را یک بسته درنظر می‌گیریم که با ۳ حرف باقی‌مانده، تشکیل ۴ بسته را داده که به $۴!$ طریق در کنار هم قرار می‌گیرند. پس طبق اصل ضرب، تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $۴!\times۴!$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحهٔ ۱۳۰)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

اگر خانه‌های جدول را به صورت زیر شماره‌گذاری کنیم، آنگاه رنگ‌آمیزی ۳ خانهٔ مجاور به یکی از ۶ صورت زیر خواهد بود:

۶۷۸ یا ۵۶۷ یا ۴۵۶ یا ۳۴۵ یا ۲۳۴ یا ۱۲۳

در هر حالت به $۳!=۶$ روش می‌توان ۳ خانهٔ مجاور را رنگ کرد. پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $۶\times۶=۳۶$



(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین افشار)*

$$P(n,۳) = P(۵,۳)\times P(۴,۲) \Rightarrow P(n,۳) = \frac{۵!}{(۵-۳)!}\times\frac{۴!}{(۴-۲)!}$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-۳)!} = \frac{۵!\times۴!}{۲!\times۲!}$$

$$\Rightarrow n(n-۱)(n-۲) = ۷۲۰ = ۱۰\times۹\times۸ \Rightarrow n = ۱۰$$

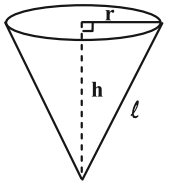
$$\frac{(n+۱)!}{(n-۱)!} = \frac{۱۱!}{۹!} = \frac{۱۱\times۱۰\times۹!}{۹!} = ۱۱۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

حسابان ۱

۳۱- **گزینهٔ «۳»** (ابراهیم بت‌کن)

یک مخروط با شعاع و ارتفاع برابر $(r=h)$ درنظر بگیرید. طبق رابطهٔ حجم مخروط داریم:



$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=9\pi \Rightarrow r^2 h=27 \Rightarrow r^3=27 \Rightarrow r=h=3$$

$$\ell=\sqrt{r^2+h^2}=3\sqrt{2}$$

از آنجا که محیط قاعدهٔ مخروط برابر طول کمان قطاع گسترده است، داریم:

$$\theta=\frac{2\pi r}{\ell}=\frac{2\pi\times 3}{3\sqrt{2}}=\frac{2\pi}{\sqrt{2}} \quad \text{(برحسب رادیان)}$$

$$\frac{2\pi}{\sqrt{2}}\times\frac{180}{\pi}=\frac{360}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=(180\sqrt{2})^\circ$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحهٔ ۹۶)

۳۲- **گزینهٔ «۳»** (غلامرضا نیازی)

$$\text{شعاع قرقرهٔ کوچک‌تر}=R' \Rightarrow R-R'=10\,cm \quad , \quad \text{شعاع قرقرهٔ بزرگ‌تر}=R$$

$$\text{حرکت تسمه } L=R.\alpha \Rightarrow \frac{3\pi}{4}R=\frac{7\pi}{6}R' \Rightarrow R=\frac{14}{9}R'$$

$$\Rightarrow \frac{14}{9}R'-R'=\frac{5}{9}R'=10 \Rightarrow R'=18\,cm \quad , \quad R=28\,cm$$

$$L=R.\alpha=28\times\frac{3\pi}{4}=21\pi(cm)$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحهٔ ۹۴)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** (سیدسپهر متولیان)

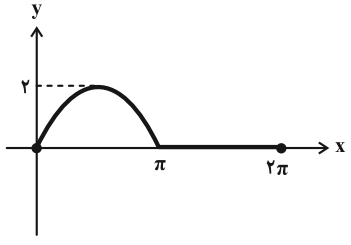
ابتدا ضابطهٔ تابع داده شده را ساده می‌کنیم:

$$y=|\sin x|-\cos(x+\frac{\pi}{2})=|\sin x|+\sin x=\begin{cases}2\sin x & ; \ \sin x\geq 0\\ 0 & ; \ \sin x<0\end{cases}$$

مقدار $\sin x$ در ربع اول و دوم مثبت و در ربع سوم و چهارم منفی است، پس داریم:

$$y=\begin{cases}2\sin x & ; \ 0\leq x\leq \pi\\ 0 & ; \ \pi<x\leq 2\pi\end{cases}$$

اکنون با توجه به ضابطهٔ به دست آمده، نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** (جهانبخش نیکنام)

زوایا را $\alpha-d$ ، α و $\alpha+d$ (برحسب درجه) انتخاب می‌کنیم؛ با فرض $d>0$ داریم:

$$(\alpha-d)+\alpha+(\alpha+d)=3\alpha=180^\circ \Rightarrow \alpha=60^\circ$$

بزرگ‌ترین زاویه برحسب رادیان به صورت $(60+d)\frac{\pi}{180}$ می‌شود.

پس داریم:

$$\frac{60-d}{(60+d)\frac{\pi}{180}}=\frac{36}{\pi} \Rightarrow 60-d=(60+d)\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 60-d=12+\frac{1}{5}d \Rightarrow 48=\frac{6}{5}d \Rightarrow d=40^\circ$$

پس کوچک‌ترین زاویه برحسب درجه برابر است با $60^\circ-40^\circ=20^\circ$.

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** (الهام شیخ‌ممو)

هر یک از عبارت‌ها را ساده می‌کنیم:

$$\tan 480^\circ=\tan(360^\circ+120^\circ)=\tan(120^\circ)=\tan(\underbrace{180^\circ-60^\circ}_{\text{ربع دوم}})$$

$$=-\tan 60^\circ=-\sqrt{3}$$

$$\sin(-750^\circ)=-\sin 750^\circ=-\sin(\underbrace{720^\circ+30^\circ}_{\text{ربع اول}})$$

$$=-\sin 30^\circ=-\frac{1}{2}$$

$$\cos 330^\circ=\cos(\underbrace{360^\circ-30^\circ}_{\text{ربع چهارم}})=\cos(-30^\circ)=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت}=-\sqrt{3}-2\times(-\frac{1}{2})\times\frac{\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۳۶- **گزینهٔ «۴»** (علی ناری‌ایانه)

$$\cos(\alpha-\frac{7\pi}{2})=\cos(\frac{7\pi}{2}-\alpha)=\cos(2\pi+\frac{3\pi}{2}-\alpha)$$

$$=\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha=\frac{4}{5} \Rightarrow \sin\alpha=-\frac{4}{5}$$

$$\tan(\alpha-11\pi)=-\tan(11\pi-\alpha)$$

$$=-\tan(10\pi+\pi-\alpha)=-\tan(\pi-\alpha)=\tan\alpha$$

$$\sin(\frac{21\pi}{2}-\alpha)=\sin(10\pi+\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$$

$$\sin\alpha=-\frac{4}{5}\xrightarrow{\alpha \text{ در ربع چهارم}}\cos\alpha=\frac{3}{5} \quad , \quad \tan\alpha=-\frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{10}\tan(\alpha-11\pi)-\sin(\frac{21\pi}{2}-\alpha)=\frac{3}{10}(-\frac{4}{3})-\frac{3}{5}=-1$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(الهام شیخ‌ممو)*

باید $\sin(\alpha+\beta)$ و $\cos(\alpha+\beta)$ را تشکیل دهیم:

سینوس در ناحیهٔ اول و دوم مثبت است، لذا داریم:

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-(\frac{4}{5})^2}=\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\frac{3}{5}$$

$$\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\sqrt{1-(-\frac{12}{13})^2}=\sqrt{1-\frac{144}{169}}=\frac{5}{13}$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$$

$$=\frac{3}{5}\times\frac{-12}{13}+\frac{5}{13}\times\frac{4}{5}=\frac{-16}{65}<0$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$$=\frac{4}{5}\times\frac{-12}{13}-\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{-63}{65}<0$$

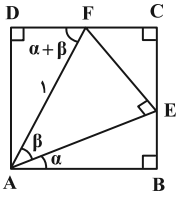
چون هر دو عبارت $\sin(\alpha+\beta)$ و $\cos(\alpha+\beta)$ منفی هستند، پس انتهای کمان $\alpha+\beta$ در ناحیهٔ سوم قرار دارد.

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(روح‌اله حسنی)*

در مثلث قائم‌الزاویهٔ AEF داریم:

$$\cos\beta=\frac{AE}{AF}=\frac{AE}{1}=AE\quad,\quad\sin\beta=\frac{EF}{AF}=\frac{EF}{1}=EF$$



همچنین در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABE داریم:

$$\cos\alpha=\frac{AB}{AE}=\frac{AB}{\cos\beta}\Rightarrow AB=\cos\alpha\cos\beta$$

از طرفی چون $DC\parallel AB$، پس $A\hat{F}D=F\hat{A}B=\alpha+\beta$. بنابراین در مثلث قائم‌الزاویهٔ AFD داریم:

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin A\hat{F}D=\frac{AD}{AF}=\frac{AD}{1}=AD$$

بنابراین مساحت مستطیل $ABCD$ برابر است با:

$$S=AB\times AD=\cos\alpha\cos\beta\sin(\alpha+\beta)$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ فعالیت صفحهٔ ۱۱۰)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(طاهر دادستانی)*

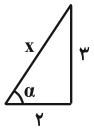
با تقسیم عبارت بر $\cos\alpha$ داریم:

$$\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{3\cos\alpha}{\cos\alpha}=\frac{0}{\cos\alpha}\Rightarrow\tan\alpha=-\frac{3}{2}$$

ابتدا از روی $\tan\alpha$، مقادیر $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$ را به دست می‌آوریم:

$$x^2=2^2+3^2\Rightarrow x=\sqrt{13}$$

$$\xrightarrow{\alpha\text{ در ربع چهارم}}\begin{cases}\sin\alpha=-\frac{3}{\sqrt{13}}\\ \cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{13}}\end{cases}$$



سپس مقادیر $\cos2\alpha$ و $\sin2\alpha$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{12}{13}\\ \cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=-\frac{5}{13}\end{cases}$$

در نهایت $\sin4\alpha$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin4\alpha=2\sin2\alpha\cos2\alpha=2(-\frac{12}{13})(-\frac{5}{13})=\frac{120}{169}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

با توجه به حدود α و β، درمی‌یابیم $\alpha+\beta$ و $\alpha-2\beta$ در ناحیهٔ اول هستند. فرض کنیم $\alpha+\beta=x$ و $\alpha-2\beta=y$. پس داریم:

$$\cos x=\frac{3}{5}\Rightarrow\begin{cases}\sin x=\frac{4}{5}\\ \cos2x=2\cos^2x-1=2(\frac{9}{25})-1=-\frac{7}{25}\\ \sin2x=2\sin x\cos x=2(\frac{3}{5})(\frac{4}{5})=\frac{24}{25}\end{cases}$$

$$\cos y=\frac{4}{5}\Rightarrow\sin y=\frac{3}{5}$$

$$\cos(3\alpha)=\cos(2x+y)=\cos2x\cos y-\sin2x\sin y$$

$$=(-\frac{7}{25})\times(\frac{4}{5})-(\frac{24}{25})\times(\frac{3}{5})=-\frac{4}{5}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

ترنج بوک
مشاور در مسیر موفقیت

هندسه ۳

۴۱- **گزینهٔ «۴»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

با توجه به مرتبهٔ ماتریس‌های $A_{1\times 3}$ و $(B\times A)_{3\times 3}$ نتیجه می‌گیریم ماتریس B باید از مرتبهٔ 3×1 باشد، پس:

$$BA=\begin{bmatrix}b_{11}\\ b_{21}\\ b_{31}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}m & n & p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & x & y\\ a & -2 & z\\ b & c & 3\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}1)\ b_{11}m=1\\ 2)\ b_{21}n=-2\\ 3)\ b_{31}p=3\end{cases}$$

حال ماتریس AB را به دست می‌آوریم:

$$AB=\begin{bmatrix}m & n & p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{11}\\ b_{21}\\ b_{31}\end{bmatrix}=b_{11}m+b_{21}n+b_{31}p$$

$$=1-2+3=2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

$$AB-BA=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 0 & -2\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}a+c & b+d\\ c & d\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}a & a+b\\ c & c+d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 0 & -2\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}c & d-a\\ 0 & -c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 0 & -2\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}c=2\\ d-a=-3\end{cases}$$

طبق فرض، جمع درایه‌های ماتریس B برابر است با $a+b+2+d=7$.

حالا داریم: $\begin{cases}d-a=-3\\ a+b+d=5\end{cases}\xrightarrow{\text{تفاضل}}2a+b=8$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۷ تا ۱۹)

۴۳- **گزینهٔ «۳»** (فرشاد صدیقی‌فر)

طبق فرض دو ماتریس $A-I$ و $A+2I$ وارون یکدیگرند، پس:

$$(A-I)(A+2I)=I$$

$$\Rightarrow A^2+A-2I=I\Rightarrow A^2+A=3I$$

$$\Rightarrow A(A+I)=3I\Rightarrow\frac{1}{3}A(A+I)=I\Rightarrow(A+I)^{-1}=\frac{1}{3}A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** (درنا کربلایی)

ابتدا a را توسط اتحاد مزدوج ساده‌تر می‌کنیم:

$$a=(\log 50)^2-(\log 2)^2=(\log 50-\log 2)\underbrace{(\log 50+\log 2)}_{\log 100}$$

$$=(\log\frac{50}{2})\times 2=2\log 25=\log 25^2=\log 5^4$$

اکنون $|A|$ را تشکیل می‌دهیم:

$$|A|=10^{\frac{3a}{4}}-10^{\frac{a}{4}}=(10^a)^{\frac{3}{4}}-(10^a)^{\frac{1}{4}}$$

$$=(10^{\log 5^4})^{\frac{3}{4}}-(10^{\log 5^4})^{\frac{1}{4}}=(5^4)^{\frac{3}{4}}-(5^4)^{\frac{1}{4}}=5^3-5=120$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** (فرشاد صدیقی‌فر)

طبق فرض داریم:

$$A^2=\begin{bmatrix}-\cos\theta & \sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-\cos\theta & \sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=I$$

تلاشی درمسیرموفقیت

در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} A^{2k} = I & , \quad k \in \mathbb{N} \\ A^{2k-1} = A & , \quad k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

حالا ماتریس مطلوب سوال را ساده می‌کنیم:

$$(A^{1405} + A^{1404} - A^{1403} + I)^{-1} = (\cancel{A} + I - \cancel{A} + I)^{-1}$$

$$= (2I)^{-1} = \frac{1}{2} I = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس مطلوب برابر است با $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** (اسماق اسفندیار)

ابتدا ماتریس A^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$A^{-1} = -\frac{1}{5}\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

حال طبق فرضیات مسئله داریم:

$$I - AB^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{I = AA^{-1}} AA^{-1} - AB^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A(A^{-1} - B^{-1}) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} - B^{-1} = A^{-1}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{5}\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$(A^{-1} - B^{-1})^{-1} = \frac{1}{-\frac{2}{5}}\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس مطلوب برابر است با: $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + 2 - 1 = 2$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** (فرشاد صدیقی‌فر)

چون ماتریس مذکور وارون‌پذیر نیست، در نتیجه دترمینان آن برابر صفر است و داریم:

$$\begin{vmatrix} m & -1 \\ 2+m & -3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -3m + 2 + m = 0 \Rightarrow m = 1$$

دستگاه مذکور به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{cases} x + 4y = 1 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases} \Rightarrow \text{ماتریس ضرایب} : A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-3-8}\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{11} & \frac{4}{11} \\ \frac{2}{11} & -\frac{1}{11} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = \frac{3+4+2-1}{11} = \frac{8}{11}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(برگرفته از مثال صفحهٔ ۲۵ کتاب درسی)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** (محمد شاه‌محمدی)

ابتدا وارون ماتریس سمت چپ در عبارت سمت چپ تساوی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-6}\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

حالا طرفین تساوی فرض سوال را از سمت چپ در ماتریس به دست آمده، ضرب می‌کنیم:

$$X=\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ \frac{1}{2} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\ -3\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X=\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ \frac{1}{2} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2\\ 15\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ -1\end{bmatrix}\xrightarrow{+}5-1=4$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(مشابه نوایی خرداد ۱۴۰۲)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** (روح‌اله حسنی)

ابتدا توجه داشته باشید:

$$AXA^2=I\Rightarrow A^{-1}(AXA^2)A^{-1}=A^{-1}IA^{-1}$$

$$\Rightarrow XA=(A^{-1})^2\Rightarrow (XA)A^{-1}=(A^{-1})^2A^{-1}$$

$$\Rightarrow X=(A^{-1})^3$$

اکنون داریم:

$$A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 3 & -4\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{-8+9}\begin{bmatrix}-4 & 3\\ -3 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & 3\\ -3 & 2\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1})^2=\begin{bmatrix}-4 & 3\\ -3 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 3\\ -3 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & -6\\ 6 & -5\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X=(A^{-1})^3=(A^{-1})^2A^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix}7 & -6\\ 6 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 3\\ -3 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-10 & 9\\ -9 & 8\end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس X برابر است با:

$$(-10)+9+(-9)+8=-2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۵)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** (روح‌اله حسنی)

می‌دانیم دستگاه معادلات $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ هنگامی جواب ندارد که $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$، پس باید:

$$\frac{m-2}{2}=\frac{7}{m+3}\neq\frac{-2m+4}{m+1}$$

از تساوی دو کسر اول داریم:

$$(m-2)(m+3)=14\Rightarrow m^2+m-6=14$$

$$\Rightarrow m^2+m-20=0\Rightarrow (m+5)(m-4)=0\Rightarrow\begin{cases}m=-5\\ m=4\end{cases}$$

اگر $m=-5$ را در نامساوی جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{7}{-5+3}\neq\frac{10+4}{-5+1}\Rightarrow -\frac{7}{2}\neq-\frac{7}{2}$$ (نادرست)

پس این مقدار قابل قبول نیست، اما به ازای $m=4$ داریم:

$$\frac{7}{4+3}\neq\frac{-8+4}{4+1}\Rightarrow 1\neq-\frac{4}{5}$$ (درست)

پس $m=4$ قابل قبول است. بنابراین:

$$B=\begin{bmatrix}4 & 6\\ 3 & 4\end{bmatrix}\Rightarrow |B|=4\times4-3\times6=16-18=-2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

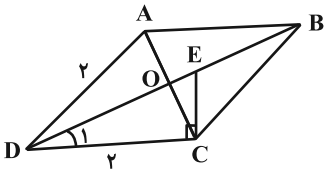
(مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۳۱ کتاب درسی)

هندسه ۱

۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

می‌دانیم در لوزی قطرها همدیگر را نصف می‌کنند، پس طبق فرض سوال داریم:

$$CO=\frac{1}{2}AC \xrightarrow{DE=2AC} DE=4CO$$



در مثلث قائم‌الزاویهٔ DCE، اندازهٔ ارتفاع CO برابر $\frac{1}{4}$ طول وتر DE است، بنابراین زاویهٔ $\hat{D}_1=15^\circ$ و در نتیجه $\hat{D}=30^\circ$ و لذا داریم:

$$\begin{cases}\text{ارتفاع لوزی}: 2\times\sin 30^\circ=2\times\frac{1}{2}=1\\ \text{قاعدهٔ لوزی}: 2\end{cases}$$

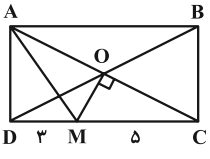
$$\Rightarrow \text{مساحت لوزی}: S=1\times 2=2$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

با توجه به شکل زیر، OM بر AC عمود می‌باشد. همچنین چون قطرهای مستطیل یکدیگر را نصف می‌کنند، $AO=CO$ می‌باشد. بنابراین OM عمودمنصف AC است. پس:

$$AM=MC=5$$



بنابراین در مثلث قائم‌الزاویهٔ ADM طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$AD=\sqrt{5^2-3^2}=4$$

پس مساحت مستطیل برابر است با:

$$S_{ABCD}=AD.DC=4\times 8=32$$

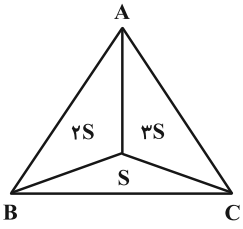
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

با توجه به معلومات مسئله، مساحت‌های مثلث‌ها را S، $2S$ و $3S$ فرض می‌کنیم.

$$S+2S+3S=S_{ABC}$$

$$\Rightarrow 6S=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2 \Rightarrow S=6\sqrt{3}$$

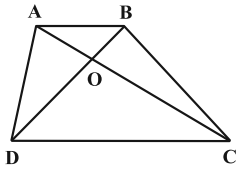


(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله مسنی)*

در شکل زیر طبق ویژگی (۳) صفحهٔ ۶۷ کتاب درسی می‌دانیم:

$$S_{AOD}=S_{BOC}=x$$



همچنین $\overset{\Delta}{AOB}\sim\overset{\Delta}{DOC}$ که اگر نسبت تشابه را k فرض کنیم، آنگاه داریم:

$$\frac{S_{DOC}}{S_{BOC}}=\frac{DO}{OB}=\frac{DC}{AB}=k\Rightarrow S_{DOC}=kS_{BOC}=kx$$

$$\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}}=\frac{OB}{DO}=\frac{AB}{CD}=\frac{1}{k}\Rightarrow S_{AOB}=\frac{1}{k}S_{AOD}=\frac{x}{k}$$

بنابراین:

$$S_{ABCD}=S_{AOB}+S_{BOC}+S_{DOC}+S_{AOD}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD}=\frac{x}{k}+x+kx+x=x(k+\frac{1}{k}+2)$$

از طرفی بنابر فرض داریم $S_{ABCD}=5S_{BOC}=5x$، پس:

$$k+\frac{1}{k}+2=5\Rightarrow k+\frac{1}{k}=3\Rightarrow k^2-3k+1=0$$

$$\Rightarrow k=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\xrightarrow{k>1} k=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(محمد شاه‌محمدی)*

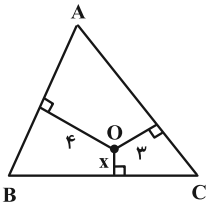
ابتدا اندازهٔ ارتفاع مثلث را به دست می‌آوریم:

$$h=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6\sqrt{3}=9$$

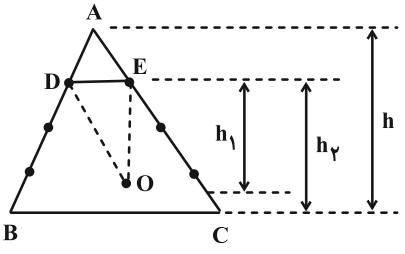
نردبان بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع، برابر ارتفاع مثلث است، پس اگر فاصلهٔ O از ضلع BC را x فرض کنیم، داریم:

$$x+۴+۳=۹\Rightarrow x=۲$$



با توجه به شکل زیر و تعمیم قضیهٔ تالس داریم:



$$\frac{BD}{AB}=\frac{h_۲}{h}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow h_۲=\frac{۲۷}{۴}\Rightarrow h_۱=h_۲-x=\frac{۲۷}{۴}-۲=\frac{۱۹}{۴}$$

همچنین:

$$\frac{DE}{BC}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow DE=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$

پس:

$$S_{ODE}=\frac{۱}{۲}h_۱\times DE=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۹}{۴}\times\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۵۷\sqrt{۳}}{۱۶}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

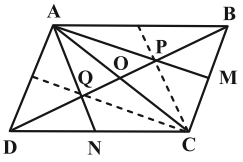
می‌دانیم از برخورد میانه‌های هر مثلث، شش مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید. از طرفی قطرهای هر متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند. بنابراین اگر محل برخورد قطرهای مستطیل را O فرض کنیم، AM و BO میانه‌های مثلث ABC و P نقطهٔ همرسی میانه‌های این مثلث است. حال اگر از رأس C به نقطهٔ P وصل کنیم، آنگاه داریم:

$$S_{OPC}=S_{MPC}=\frac{۱}{۶}S_{ABC}$$

$$\Rightarrow S_{OPMC}=۲\times\frac{۱}{۶}S_{ABC}=\frac{۱}{۳}S_{ABC}$$

به‌طور مشابه نتیجه می‌گیریم:

$$S_{OQNC}=\frac{۱}{۳}S_{ADC}$$



بنابراین می‌توان نوشت:

$$S_{\text{هاشورخورده}}=S_{OPMC}+S_{OQNC}=\frac{۱}{۳}S_{ABC}+\frac{۱}{۳}S_{ADC}$$

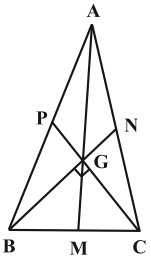
$$=\frac{۱}{۳}(S_{ABC}+S_{ADC})=\frac{۱}{۳}S_{ABCD}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل فرض کنید میانه‌های مثلث ABC در نقطهٔ G همرس باشند. می‌دانیم میانه‌های هر مثلث یکدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند، یعنی داریم:

$$GM=\frac{۱}{۳}AM=\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۲}BC=\frac{۱}{۲}BC$$



نقطهٔ M وسط ضلع BC قرار دارد، پس GM میانهٔ نظیر ضلع BC در مثلث GBC است. از طرفی می‌دانیم اگر در مثلثی اندازهٔ میانهٔ وارد بر یک ضلع، نصف اندازهٔ آن ضلع باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است، یعنی $B\hat{G}C=۹۰^\circ$. پس کافی است به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث GBC، طول ضلع BC را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases}BG=\frac{۲}{۳}BN=\frac{۲}{۳}\times۱۳/۵=۹\\ CG=\frac{۲}{۳}CP=\frac{۲}{۳}\times۱۸=۱۲\end{cases}$$

$$BC^۲=BG^۲+CG^۲=۹^۲+۱۲^۲=۱۵^۲\Rightarrow BC=۱۵$$

بنابراین طول میانهٔ AM برابر است با:

$$AM = \frac{۳}{۲}BC = \frac{۳}{۲}\times ۱۵ = ۲۲/۵$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

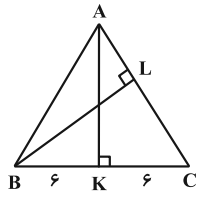
۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم مجموع طول عمودهای رسم شده از هر نقطهٔ واقع بر قاعدهٔ یک مثلث متساوی‌الساقین بر دو ساق مثلث، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است. پس مطابق شکل $BL = ۷/۲$ و در نتیجه داریم:

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}AK\times BC = \frac{۱}{۲}BL\times AC$$

$$\Rightarrow AK\times BC = BL\times AC \Rightarrow AK\times ۱۲ = ۷/۲\times AC$$

بنابراین اگر فرض کنیم $AC = ۵x$، آنگاه $AK = ۳x$ می‌شود.



طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABK داریم:

$$AB^۲ = AK^۲ + BK^۲ \Rightarrow (۵x)^۲ = (۳x)^۲ + ۶^۲$$

$$\Rightarrow ۱۶x^۲ = ۳۶ \Rightarrow x^۲ = \frac{۹}{۴} \Rightarrow x = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

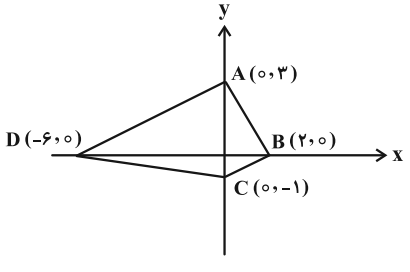
در نتیجه طول ساق AB برابر است با: $AB = ۵\times ۱/۵ = ۷/۵$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۸)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله حسنی)*

چون در چهارضلعی $ABCD$ قطرها بر هم عمودند. پس:

$$S_{ABCD} = \frac{AC\times BD}{۲} = \frac{۴\times ۸}{۲} = ۱۶$$



حال تعداد نقاط مرزی (نقاط با مختصات صحیح) را مشخص می‌کنیم:

معادلهٔ AB: $y = -\frac{۳}{۲}x + ۳$, $۰ < x < ۲$ (نقطهٔ مرزی ندارد.)

معادلهٔ BC: $y = \frac{۱}{۲}x - ۱$, $۰ < x < ۲$ (نقطهٔ مرزی ندارد.)

معادلهٔ DC: $y = -\frac{۱}{۶}x - ۱$, $-۶ < x < ۰$ (نقطهٔ مرزی ندارد.)

معادلهٔ AD: $y = \frac{۱}{۲}x + ۳$, $-۶ < x < ۰$

ضلع AD دارای دو نقطهٔ مرزی با مختصات $(-۲,۲)$ و $(-۴,۱)$ است. پس تعداد نقاط مرزی (با احتساب چهار رأس) این چهارضلعی برابر است با:

$$b = ۲ + ۴ = ۶$$

اکنون بنابر قضیهٔ پیک داریم:

$$S = i + \frac{b}{۲} - ۱ \Rightarrow ۱۶ = i + \frac{۶}{۲} - ۱ = i + ۲ \Rightarrow i = ۱۴$$

پس ۱۴ نقطهٔ درونی با مختصات صحیح درون چهارضلعی $ABCD$ وجود دارد.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه‌ای را به ترتیب با b و i نمایش دهیم، آنگاه طبق فرمول پیک، مساحت چندضلعی برابر $S = \frac{b}{۲} + i - ۱$ است. طبق فرض تعداد نقاط مرزی (b)، واسطهٔ حسابی تعداد نقاط درونی (i) و مساحت چندضلعی (S) است، بنابراین داریم:

$$b = \frac{S+i}{۲} \Rightarrow S = ۲b - i \qquad (*)$$

$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \xrightarrow{(*)} ۲b - i = \frac{b}{۲} + i - ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۳b}{۲} - ۲i = -۱ \xrightarrow{\times ۲} ۳b - ۴i = -۲ \Rightarrow i = \frac{۳b+۲}{۴}$$

حداقل مقدار b برابر ۳ است. از طرفی به ازای $b = ۳,۴,۵$، هیچ مقدار صحیحی برای i پیدا نمی‌شود، پس کمترین مقدار ممکن برای b برابر ۶ است و در این صورت داریم:

$$i = \frac{۳(۶)+۲}{۴} = ۵$$

$$S_{min} = ۲(۶) - ۵ = ۷$$

توجه: طبق روابط $S = \frac{b}{۲} + i - ۱$ و $i = \frac{۳b+۲}{۴}$، هر چقدر مقدار b کمتر باشد، مقدار i نیز کم شده و مقدار S کمترین مقدار ممکن می‌شود.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

هندسه ۲

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) تبدیل انتقال غیرهمانی، تمام ویژگی‌های ذکر شده در این گزینه را دارد، پس این گزینه نادرست است.

۲) تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد ولی بازتاب همواره موقعیت نقاط غیرواقع بر محور بازتاب را تغییر می‌دهد و نمی‌تواند تبدیل همانی باشد.

۳) دوران با زاویهٔ ۱۸۰° و یا به‌طور کلی مضارب فرد ۱۸۰°، موقعیت نقاط را تغییر می‌دهد و در نتیجه تبدیل همانی نیست. درواقع دوران با زوایای مضرب ۳۶۰°، تبدیل همانی است.

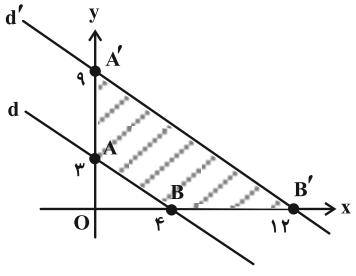
۴) تجانس فقط با نسبت $k=۱$ می‌تواند تبدیل همانی باشد که در این حالت تجانس مستقیم $(k>۰)$ محسوب می‌شود، پس این گزینه درست است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا نقاط تقاطع خط d با محورهای مختصات را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_A=۰ \Rightarrow y_A=۳ \Rightarrow A(۰,۳) \\ y_B=۰ \Rightarrow x_B=۴ \Rightarrow B(۴,۰) \end{cases}$$



در تجانس به مرکز مبدأ مختصات و نسبت $k=۳$، عرض نقطهٔ A و طول نقطهٔ B هر کدام سه برابر می‌شوند و در نتیجه نقاط $A'(۰,۹)$ و $B'(۱۲,۰)$ از تجانس نقاط A و B حاصل می‌شود. مساحت ناحیهٔ محدود به دو خط d و d' و محورهای مختصات برابر است با:

$$S_{\text{هاشورخورده}} = S_{OA'B'} - S_{OAB}$$

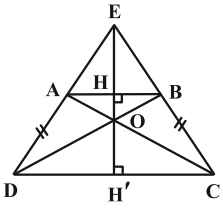
$$= \frac{۱}{۲}\times ۹\times ۱۲ - \frac{۱}{۲}\times ۳\times ۴ = ۵۴-۶ = ۴۸$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۴۹)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

مطابق شکل مرکز تجانس مستقیم، نقطهٔ برخورد امتداد ساق‌ها و مرکز تجانس معکوس نقطهٔ برخورد قطرها است. داریم:

$$\overset{\Delta}{AOB} \sim \overset{\Delta}{COD} \Rightarrow \frac{OH}{OH'} = \frac{AB}{DC} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow \begin{cases} OH = ۲h \\ OH' = ۳h \end{cases}$$



ارتفاع ذوزنقه: $HH' = OH + OH' = ۵ \Rightarrow ۵h = ۵ \Rightarrow h = ۱$

$$\Rightarrow OH = ۲h = ۲$$

اگر طول ارتفاع EH را x فرض کنیم، آنگاه:

$$\overset{\Delta}{AEB} \sim \overset{\Delta}{DEC} \Rightarrow \frac{EH}{EH'} = \frac{AB}{DC} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow \frac{x}{x+۵} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow x = ۱۰$$

فاصلهٔ بین مراکز تجانس مستقیم و معکوس برابر می‌شود با:

$$EO = EH + OH = ۱۰+۲ = ۱۲$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۶۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمد خندان)*

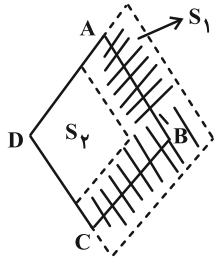
مساحت لوزی با طول ضلع a و یک زاویهٔ α برابر است با:

$$S = a^۲ \sin\alpha = ۶^۲ \times \sin ۳۰^\circ = ۳۶\times\frac{۱}{۲} = ۱۸$$

دو شکل مجانس با یکدیگر متشابه‌اند، پس نسبت مساحت آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه آن‌ها است که در اینجا نسبت تشابه همان نسبت تجانس است. بنابراین:

$$\begin{cases} S_۱ = k_۱^۲ S = (\sqrt{۲})^۲ S = ۲\times ۱۸ = ۳۶ \\ S_۲ = k_۲^۲ S = (\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ S = \frac{۱}{۲}\times ۱۸ = ۹ \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\text{ناحیهٔ بین دو شکل}} = S_۱ - S_۲ = ۳۶-۹ = ۲۷$$



توجه: اگر مرکز تجانس را هر یک از رئوس دیگر لوزی درنظر بگیریم، مساحت ناحیهٔ بین دو مجانس، تغییری نمی‌کند.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

می‌دانیم نقطهٔ M (مرکز تجانس) روی پاره‌خط AA' و یا امتداد آن و به‌طور مشابه روی پاره‌خط BB' و یا امتداد آن قرار دارد، پس نقطهٔ M محل تلاقی خط گذرنده از نقاط A و A' با خط گذرنده از نقاط B و B' است.

$$m_{AA'} = \frac{۵-۱}{۲-۰} = ۲ \Rightarrow AA' \text{ معادلهٔ } : y-۱ = ۲(x-۰)$$

$$\Rightarrow y = ۲x+۱$$

$$m_{BB'} = \frac{۵-۱}{۵-۱} = ۱ \Rightarrow BB' \text{ معادلهٔ } : y-۱ = ۱(x-۱) \Rightarrow y = x$$

$$\begin{cases} y = ۲x+۱ \\ y = x \end{cases} \Rightarrow ۲x+۱ = x \Rightarrow x_۰ = -۱ \Rightarrow y_۰ = -۱$$

بنابراین $M(-۱,-۱)$ مرکز تجانس است. واضح است که نقاط B و B' هر دو در یک طرف نقطهٔ M قرار دارند (B و B' در ناحیهٔ اول و M در ناحیهٔ سوم است)، پس تجانس مستقیم بوده و k مثبت است. بنابراین نسبت تجانس برابر نسبت طول پاره‌خط $A'B'$ به طول پاره‌خط AB است و داریم:

$$k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{\sqrt{(۵-۲)^۲+(۵-۵)^۲}}{\sqrt{(۱-۰)^۲+(۱-۱)^۲}} = \frac{۳}{۱} = ۳$$

خواستهٔ سوال برابر است با: $x_۰ + y_۰ + k = -۱-۱+۳ = ۱$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** (روح‌اله حسنی)

نسبت تجانس، برابر با نسبت شعاع دو دایره است.

اگر $c = ۷$ ، $b = ۲۴$ و $a = ۲۵$ باشد، آنگاه:

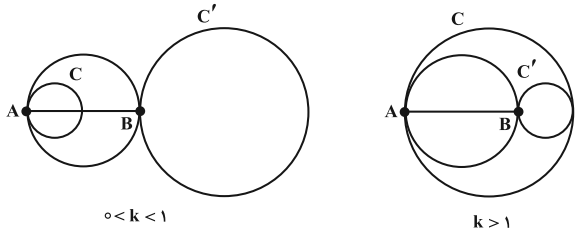
$$p = \frac{a+b+c}{۲} = \frac{۲۵+۲۴+۷}{۲} = ۲۸$$

$$\text{(نسبت تجانس) } k = \frac{r_a}{r_c} = \frac{\frac{S}{p-a}}{\frac{S}{p-c}} = \frac{p-c}{p-a} = \frac{۲۸-۷}{۲۸-۲۵} = \frac{۲۱}{۳} = ۷$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** (محمد خندان)

چون دایره با نسبت تجانس k به‌طور مستقیم و با نسبت تجانس $-\frac{۱}{k}$ به‌طور معکوس تصویر می‌شود، پس k مقداری مثبت دارد. بنابراین بسته به اینکه $۰ < k < ۱$ یا $k > ۱$ باشد، دو حالت اتفاق می‌افتد:



با توجه به شکل، برای اینکه دو دایرهٔ C و C' مماس بر هم باشند، باید $k > ۱$ باشد و قطر دایرهٔ بزرگ‌تر (C) برابر با مجموع قطرهای دو دایرهٔ کوچک‌تر باشد. اگر قطر دایرهٔ اولیه را $۲r$ فرض کنیم، داریم:

$$\text{قطر دایرهٔ اولیه} = ۲r \xrightarrow{\text{تحت تجانس با نسبت } k} ۲R = ۲r|k| \overset{k>۱}{=\!=} ۲rk$$

$$\text{قطر دایرهٔ اولیه} = ۲r \xrightarrow{\text{تحت تجانس با نسبت } -\frac{۱}{k}} ۲R' = ۲r\left|\frac{۱}{k}\right| \overset{k>۱}{=\!=} \frac{۲r}{k}$$

$$\Rightarrow ۲rk = ۲r + \frac{۲r}{k} \xrightarrow{\div ۲r} k = ۱ + \frac{۱}{k}$$

$$\Rightarrow k^۲ - k - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{۱-\sqrt{۵}}{۲} & \text{غ‌ق‌ق} \\ k = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} & \text{ق‌ق} \end{cases}$$

چون k بزرگ‌تر از یک است، پس $k = \frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ قابل قبول است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

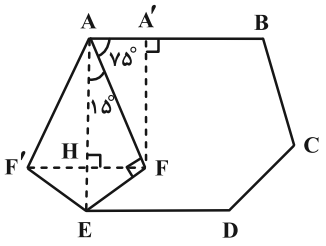
۶۸- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

مطابق شکل برای افزایش مساحت شش‌ضلعی $ABCDEF$ تا حداکثر مقدار ممکن و بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن، کافی است بازتاب نقطهٔ F را نسبت به امتداد AE به دست آوریم. میزان افزایش مساحت برابر مساحت چهارضلعی $AFEF'$ است. طبق فرض نقطهٔ A' مجانس نقطهٔ A به مرکز B و نسبت $\frac{۲}{۳}$ است، پس:

$$BA' = \frac{۲}{۳} \times BA = \frac{۲}{۳} \times ۱۲ = ۸ \Rightarrow AA' = ۱۲ - ۸ = ۴ \Rightarrow FH = ۴$$

از طرفی داریم: $E\hat{A}F = ۹۰^\circ - ۷۵^\circ = ۱۵^\circ$

تلاشی در مسیر موفقیت



مثلث AEF یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ حادهٔ 15° است، پس طول ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث، $\frac{1}{4}$ طول وتر مثلث است، یعنی $AE = 4\times 4 = 16$ و در نتیجه داریم:

$$S_{AFEF'} = 2S_{AFE} = 2\times\frac{1}{2}FH\times AE = 4\times 16 = 64$$

توجه: از فرض سوال نتیجه می‌شود که چهارضلعی $AA'FH$ مستطیل است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

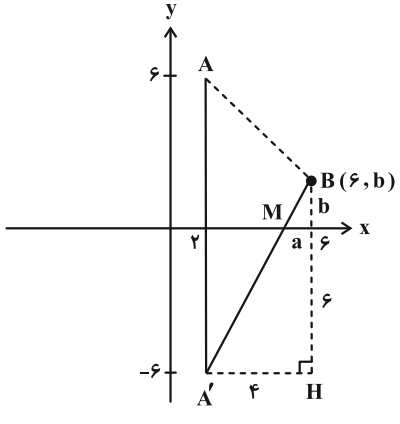
۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(داریوش عابد)*

چون $b>0$ است مختصات نقطهٔ $B(6,b)$ را با یک $b>0$ دلخواه درنظر گرفتیم. می‌دانیم که روش هرون، کمترین مقدار AMB برابر با طول $A'B$ است (A' بازتاب نقطهٔ A نسبت به محور بازتاب (در اینجا محور xها) است). بنابراین:

$$A'B^2 = BH^2 + A'H^2 \Rightarrow (4\sqrt{5})^2 = (b+6)^2 + 4^2$$

$$(b+6)^2 = 64 \Rightarrow |b+6| = 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b+6=8 \Rightarrow b=2 \\ b+6=-8 \Rightarrow b=-14 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$



برای به دست آوردن طول نقطهٔ M، معادلهٔ خط $A'B$ را می‌نویسیم و در آن، مؤلفهٔ y را صفر درنظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} A'=(2,-6) \\ B=(6,2) \end{cases} \Rightarrow A'B \text{ شیب} = \frac{2+6}{6-2} = \frac{8}{4} = 2$$

$$A'B \text{ معادلهٔ}: y+6 = 2(x-2) \Rightarrow y = 2x-10$$

$$\xrightarrow{y=0} x = 5 = a$$

در نتیجه:

$$a+b = 5+2 = 7$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

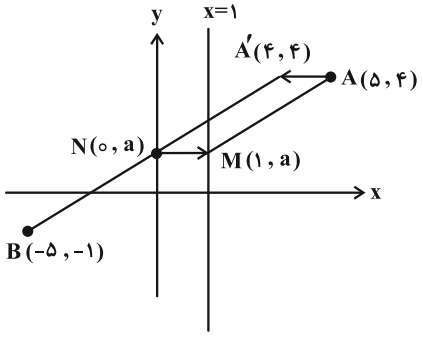
۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

دو نقطهٔ هم‌عرض $M(1,a)$ و $N(0,a)$ به ترتیب روی دو خط موازی $x=1$ و $x=0$ واقع‌اند. بنابر کار در کلاس صفحهٔ ۵۳ کتاب درسی برای اینکه طول خط شکستهٔ $AMNB$ مینیمم شود؛ ابتدا باید نقطهٔ A را یک واحد به سمت چپ، یعنی تا نقطهٔ $A(4,4)$ منتقل کرد. محل برخورد خط گذرنده از $A'B$ و خط $x=0$ (محور عرض‌ها) مکان مناسب نقطهٔ N است. پس نخست معادلهٔ $A'B$ را می‌نویسیم و سپس آن را با محور عرض‌ها تقاطع می‌دهیم:

$$m_{A'B} = \frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}} = \frac{-1-4}{-5-4} = \frac{5}{9}$$

پس معادلهٔ خط $A'B$ به صورت زیر است:

$$y-4 = \frac{5}{9}(x-4) \Rightarrow y = \frac{5}{9}x + \frac{16}{9}$$



بنابراین مقدار a، برابر با عرض از مبدأ خط، یعنی $\frac{16}{9}$ است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

ریاضیات گسسته

۷۱- **گزینهٔ «۲»** (نیلوفر مهدوی)

$$۴a^۲+b^۲+۵c^۲ \geq ۲ab-۲ac+۳bc$$

$$\Leftrightarrow ۴a^۲+b^۲+۵c^۲-۲ab+۲ac-۳bc \geq ۰$$

$$\xleftarrow[+۲]{\times ۲} ۸a^۲+۲b^۲+۱۰c^۲-۴ab+۴ac-۶bc \geq ۰$$

$$\Leftrightarrow ۴a^۲-۴ab+b^۲+۴a^۲+۴ac+c^۲+b^۲-۶bc+۹c^۲ \geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (۲a-b)^۲+(۲a+c)^۲+(b-۳c)^۲ \geq ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k=-۲ \\ k'=۳ \end{cases} \Rightarrow k'-k=۳-(-۲)=۵$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

(برگرفته از تمرین ۱ صفحهٔ ۸ کتاب درسی)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** (نیلوفر مهدوی)

طبق قضیهٔ تقسیم و با توجه به فرض سوال داریم:

$$a=bq+r \qquad (۰ \leq r < b)$$

$$\Rightarrow ۳۴۴+b=bq+۱۷ \Rightarrow bq-b=۳۲۷$$

$$\Rightarrow b(q-۱)=۳۲۷=۱\times ۳۲۷=۳\times ۱۰۹$$

$$\xrightarrow{r<b \Rightarrow ۱۷<b} \begin{cases} b=۳۲۷ \Rightarrow q-۱=۱ \Rightarrow q=۲ \\ b=۱۰۹ \Rightarrow q-۱=۳ \Rightarrow q=۴ \end{cases}$$

بنابراین حداکثر مقدار خارج قسمت برابر ۴ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** (روح‌اله حسنی)

چون $۳ \nmid a$ پس $a \overset{۳}{\equiv} ۱$ یا $a \overset{۳}{\equiv} -۱$، بنابراین $a^۲ \overset{۳}{\equiv} ۱$ و در نتیجه $۳ \mid a^۲-۱$.

از طرفی چون $۲ \nmid b$ پس b عددی فرد است و می‌دانیم $b^۲=۸t+۱$

پس $۸ \mid b^۲-۱$. بنابراین:

$$۳\times ۸ \mid (a^۲-۱)(b^۲-۱) \Rightarrow ۲۴ \mid a^۲b^۲-a^۲-b^۲+۱$$

چون $۲۴ \mid ۱۴۴$، پس ۱۴۴ می‌تواند برابر مقدار مورد نظر باشد.

توجه: $a=۲ \, , \, b=۷ \Rightarrow (a^۲-۱)(b^۲-۱)=۳\times ۴۸=۱۴۴$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲، ۱۵ و ۲۰)

۷۴- **گزینهٔ «۴»** (فرشاد صدیقی‌فر)

می‌دانیم:

$$\begin{cases} ۲^۶ \overset{۱۹}{\equiv} ۷ \xrightarrow{\text{توان } n} ۲^{۶n} \overset{۱۹}{\equiv} ۷^n \xrightarrow{\times ۱۶} ۲^{۶n+۴} \overset{۱۹}{\equiv} ۱۶(۷^n) \\ ۳^۶ \overset{۱۹}{\equiv} ۷ \xrightarrow{\text{توان } n} ۳^{۶n} \overset{۱۹}{\equiv} ۷^n \xrightarrow{\times ۳} ۳^{۶n+۱} \overset{۱۹}{\equiv} ۳(۷^n) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} ۲^{۶n+۴}+۳^{۶n+۱} \overset{۱۹}{\equiv} ۱۹(۷^n) \overset{۱۹}{\equiv} ۰$$

پس برای هر عدد طبیعی n، رابطه برقرار است، لذا برای ۹۰ مقدار طبیعی دو رقمی n نیز برقرار است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

طبق تعریف بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک داریم:

$$(۵n+۲ \, , ۳n-۱)=d \Rightarrow \begin{cases} d \mid ۵n+۲ \\ d \mid ۳n-۱ \end{cases} \Rightarrow d \mid ۱۱ \xrightarrow[d \neq ۱]{d>۰} d=۱۱$$

حالا مقادیری از n را می‌یابیم که به ازای آن‌ها $d=۱۱$ بشود:

$$\Rightarrow ۳n-۱ \overset{۱۱}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۳n \overset{۱۱}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۳n \overset{۱۱}{\equiv} ۱۲ \xrightarrow[(۳,۱۱)=۱]{+۳} n \overset{۱۱}{\equiv} ۴$$

$$\Rightarrow n=۱۱k+۴ \xrightarrow{k=۱۸} n=۲۰۲$$

بنابراین از بین گزینه‌ها، به ازای $n=۲۰۲$، ب م م دو عدد برابر ۱۱ شده $(d \neq ۱)$ و در نتیجه دو عدد نسبت به هم اول نیستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۹ تا ۲۲)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

طبق فرض مسئله داریم:

$$18x \overset{30}{\equiv} 12 \Rightarrow 3\times 6x \overset{30}{\equiv} 2\times 6 \xrightarrow[(6,30)=6]{+6} 3x \overset{\frac{30}{6}}{\equiv} 2 \Rightarrow 3x \overset{5}{\equiv} 2$$

$$3x \overset{5}{\equiv} 12 \xrightarrow[(3,5)=1]{+3} x \overset{5}{\equiv} 4 \Rightarrow x = 5k+4 \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$$

همچنین x، یک عدد صحیح نامنفی و کوچک‌تر از ۳۰ است، بنابراین:

$$x \in \{4,9,14,19,24,29\} \Rightarrow \text{مجموع} = 99$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(برگرفته از تمرین ۱۴ صفحهٔ ۳۰ کتاب درسی)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی دیداری)*

$\frac{A+a}{4!}$ عددی صحیح است، پس $A+a$ بر $4!$ بخش‌پذیر است.

$$A+a \overset{24}{\equiv} 0 \Rightarrow 1!+2!+3!+\underbrace{4!+\ldots+100!}_{\text{صفر}} + a \overset{24}{\equiv} 0$$

$$\Rightarrow 9+a \overset{24}{\equiv} 0 \xrightarrow{\text{کمترین مقدار مثبت } a} a = 15$$

حالا باید باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $\frac{A+15}{4!}$ را بر ۳۰ به دست آوریم:

$$\frac{A+15}{4!} = \frac{\overbrace{1!+2!+3!}^{9}+4!+\ldots+100!+15}{4!}$$

$$= \frac{24+4!+\ldots+100!}{24} = 1+1+5+\underbrace{6\times 5+7\times 6\times 5+\ldots}_{\text{صفر} \overset{30}{\equiv}} \overset{30}{\equiv} 7$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(روح‌اله حسنی)*

چون این عدد بر ۹۹ بخش‌پذیر است، پس هم بر ۹ و هم بر ۱۱ بخش‌پذیر است.

با توجه به باقی‌ماندهٔ تقسیم این عدد بر ۱۱ داریم:

$$\overline{8xyy3} \overset{11}{\equiv} 3-y+y-x+8 \Rightarrow 11-x \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow x \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow 11 \mid x$$

چون x یک رقم است، پس باید $x=0$. حالا باقی‌ماندهٔ تقسیم این عدد بر ۹ را بررسی می‌کنیم:

$$\overline{8xyy3} = \overline{80yy3} \overset{9}{\equiv} 8+0+y+y+3 \Rightarrow 2y+11 \overset{9}{\equiv} 0$$

$$\Rightarrow 2y+2 \overset{9}{\equiv} 0 \Rightarrow 2y \overset{9}{\equiv} -2 \overset{9}{\equiv} 16 \xrightarrow[(2,9)=1]{+2} y \overset{9}{\equiv} 8$$

با بررسی ارقام متوجه می‌شویم فقط باید $y=8$ باشد. در نتیجه $\overline{xyy} = 808$ پس:

$$808 = 7\times 115+3$$

پس باقی‌ماندهٔ تقسیم این عدد بر ۷ برابر ۳ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

برای اینکه عددی بر ۴۵ بخش‌پذیر باشد، باید بر ۵ و ۹ بخش‌پذیر باشد. از آنجا که یکان تمام اعداد ۵ است، همگی بر ۵ بخش‌پذیر هستند؛ پس فقط باید مجموع ارقام بر ۹ بخش‌پذیر باشد، هر عدد، x تا رقم ۵ دارد، پس:

مجموع ارقام: $5x \overset{9}{\equiv} 0 \Rightarrow x \overset{9}{\equiv} 0 \Rightarrow x = 9k \qquad (k \in \mathbb{N})$

بنابراین ۵ مقدار ۹، ۱۸، ۲۷، ۳۶ و ۴۵ برای x وجود دارد و در نتیجه ۵ عضو این دنباله بر ۹ و همین‌طور ۴۵ بخش‌پذیر هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله حسنی)*

تعداد روزها از ۲۸ مهر تا ۴ اسفند:

$$\underbrace{2}_{\text{مهر}} + \underbrace{4\times 30}_{\text{آبان، آذر، دی و بهمن}} + \underbrace{4}_{\text{اسفند}} = 126 \Rightarrow 126 \overset{7}{\equiv} 0$$

بنابراین ۴ اسفند نیز همانند ۲۸ مهرماه، روز سه‌شنبه است.

تعداد روزها از ۱۷ فروردین تا ۲۸ مهر:

$$\underbrace{28}_{\text{مهر}} + \underbrace{5\times 31}_{\text{شهریور، مرداد، تیر، خرداد و اردیبهشت}} + \underbrace{14}_{\text{فروردین}} = 197$$

$$\Rightarrow -197 \overset{7}{\equiv} -1$$

بنابراین ۱۷ فروردین روز دوشنبه است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۲۴)

(مشابه فعالیت صفحهٔ ۲۴ کتاب درسی)

آمار و احتمال

۸۱- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

می‌دانیم مجموع زوایای مرکزی در یک نمودار دایره‌ای برابر ۳۶۰° است، پس:

$$\alpha + ۷۵^\circ + ۹۰^\circ + ۷۰^\circ + ۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۴۵^\circ$$

اگر تعداد تماشاچیان این گروه را با f و تعداد کل تماشاچیان را با n نمایش دهیم، آنگاه:

$$\alpha = \frac{f}{n} \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۴۵^\circ = \frac{f}{۵۴۰۰۰} \times ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{f}{۵۴۰۰۰} = \frac{۱}{۸} \Rightarrow f = ۶۷۵۰$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۸۲- **گزینهٔ «۴»** (روح‌اله حسنی)

فرض کنیم داده‌های اولیه $x_۱, x_۲, \ldots, x_n$ با میانگین $\bar{x}$ باشند. داده‌های جدید به صورت زیر خواهند بود:

$$x_۱ + ۱, x_۲ + ۲, x_۳ + ۳, \ldots, x_n + n$$

$$\Rightarrow \text{میانگین داده‌های جدید} = \frac{(x_۱ + ۱) + (x_۲ + ۲) + \ldots + (x_n + n)}{n}$$

$$= \frac{(x_۱ + x_۲ + \ldots + x_n) + (۱ + ۲ + \ldots + n)}{n}$$

$$= \frac{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_n}{n} + \frac{\frac{n(n+۱)}{۲}}{n} = \bar{x} + \frac{n+۱}{۲}$$

بنابراین با توجه به صورت سوال داریم:

$$\frac{n+۱}{۲} = ۳۰/۵ \Rightarrow n + ۱ = ۶۱ \Rightarrow n = ۶۰$$

طبق تعریف فراوانی نسبی داریم: $\text{فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{مقدار کل داده‌ها}}$

$$\Rightarrow ۰/۴ = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{۶۰} \Rightarrow \text{فراوانی مطلق} = ۶۰ \times ۰/۴ = ۲۴$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۸ و ۸۰ تا ۸۲)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** (نرگس کارگر)

$$\text{گروه اول}: \begin{cases} \text{تعداد} = n \\ \text{میانگین} = ۷ \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع داده‌های اول} = ۷n$$

$$\text{گروه دوم}: \begin{cases} \text{تعداد} = ۸ \\ \text{میانگین} = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع داده‌های دوم} = ۸ \times ۱۲ = ۹۶$$

طبق فرض، میانگین کل داده‌ها برابر است با:

$$\frac{۷n + ۹۶}{۸ + n} = ۱۱ \Rightarrow ۷n + ۹۶ = ۸۸ + ۱۱n \Rightarrow ۴n = ۸ \Rightarrow n = ۲$$

در نتیجه تعداد کل داده‌ها برابر می‌شود با: $۸ + ۲ = ۱۰$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

طبق فرض، میانگین وزن‌دار داده‌ها برابر است با:

$$\frac{۲(۱) + ۱(۲) + ۲(۳) + ۲(۵) + ۳(۷) + a(۸)}{۲ + ۱ + ۲ + ۲ + ۳ + a} = ۵$$

$$\Rightarrow \frac{۴۱ + ۸a}{۱۰ + a} = ۵ \Rightarrow ۴۱ + ۸a = ۵۰ + ۵a \Rightarrow ۳a = ۹ \Rightarrow a = ۳$$

دامنهٔ میان چارکی داده‌ها برابر می‌شود با:

$$\underset{\downarrow Q_۱ = ۲/۵}{۱, ۱, ۲} \quad , \quad ۳, ۳, ۵, \underset{\downarrow Q_۲}{۵}, ۷, ۷, ۷ \quad , \quad \underset{\downarrow Q_۳ = ۷/۵}{۸, ۸, ۸}$$

$$IQR = Q_۳ - Q_۱ = ۷/۵ - ۲/۵ = ۵$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲، ۹۱ و ۹۲)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی دیداری)

میانگین دو عدد ۶ و ۱۴ برابر ۱۰ است و لذا میانگین کل داده‌های باقیمانده، همچنان برابر ۱۰ باقی می‌ماند. طبق فرض، واریانس در هر دو حالت، یکسان می‌باشد، پس:

$$\sigma^۲ = \frac{(x_۱ - ۱۰)^۲ + \ldots + (x_{۱۸} - ۱۰)^۲}{۱۸} \Rightarrow \sum_{i=۱}^{۱۸} (x_i - ۱۰)^۲ = ۱۸\sigma^۲$$

$\sigma^۲$: واریانس در حالت جدید $= \frac{\sum_{i=۱}^{۱۸} (x_i - ۱۰)^۲ - ((۶-۱۰)^۲ + (۱۴-۱۰)^۲)}{۱۶}$

$$\Rightarrow ۱۶\sigma^۲ = ۱۸\sigma^۲ - (۱۶ + ۱۶) \Rightarrow ۲\sigma^۲ = ۳۲ \Rightarrow \sigma^۲ = ۱۶$$

در نتیجه انحراف معیار کل داده‌ها برابر $\sigma = ۴$ است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** (نیلوفر مهدوی)

فرض می‌کنیم ۵۸ داده، مرتب شده و به صورت $x_۱, x_۲, \ldots, x_{۵۸}$ هستند. تعداد داده‌ها زوج است پس میانه برابر با میانگین دو دادهٔ $x_{۲۹}, x_{۳۰}$ است. توجه داریم که مقدار میانه در بین داده‌ها وجود ندارد چون داده‌ها متمایز هستند. میانهٔ ۲۹ دادهٔ سمت چپ (همان چارک اول) برابر با داده $x_{۱۵}$ و میانهٔ ۲۹ دادهٔ سمت راست (همان چارک سوم) برابر با $x_{۴۴}$ است. پس داده‌های $x_{۱۵}, x_{۴۴}$ روی جعبه قرار دارند. در نهایت می‌توان گفت داده‌های $x_۱$ تا $x_{۱۴}$ و $x_{۴۵}$ تا $x_{۵۸}$ (۲۸ داده) بیرون جعبه قرار دارند.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی دیداری)*

می‌دانیم مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است:

$$a-۶+۳-۲+۰+۴+۸=۰\Rightarrow a+۷=۰\Rightarrow a=-۷$$

حالا داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$x_۱-۲۲=\overset{-۱۳}{a-۶}\Rightarrow x_۱=۹$$
$$x_۲-۲۲=۳\Rightarrow x_۲=۲۵$$
$$x_۳-۲۲=-۲\Rightarrow x_۳=۲۰$$
$$x_۴-۲۲=۰\Rightarrow x_۴=۲۲$$
$$x_۵-۲۲=۴\Rightarrow x_۵=۲۶$$
$$x_۶-۲۲=۸\Rightarrow x_۶=۳۰$$

$$\xrightarrow{\text{مرتب کردن داده‌ها}} ۹\ ,\ \underset{\text{چارک اول}}{\underset{\downarrow}{۲۰}}\ ,\ ۲۲\ ,\ \underset{Q_۲=۲۳/۵}{\underset{\downarrow}{۲۵}}\ ,\ ۲۶\ ,\ ۳۰$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(نرگس کارگر)*

داده‌های قدیم:

$$x_۱,x_۲,\dots,x_n\Rightarrow\begin{cases}\text{میانگین}:\bar{x}=۱۵\\ \text{انحراف معیار}:\sigma\\ \text{ضریب تغییرات}:CV_۱=\dfrac{\sigma}{۱۵}\end{cases}$$

داده‌های جدید:

$$۳x_۱-۲,\dots,۳x_n-۲\Rightarrow\begin{cases}\text{میانگین}:۳\bar{x}-۲=۴۳\\ \text{انحراف معیار}:۳\sigma\\ \text{ضریب تغییرات}:CV_۲=\dfrac{۳\sigma}{۴۳}\end{cases}$$

در نتیجه:

$$\frac{CV_۲}{CV_۱}=\frac{\frac{۳\sigma}{۴۳}}{\frac{\sigma}{۱۵}}=\frac{۴۵}{۴۳}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

طبق فرض داریم:

$$\frac{۲+۴+a+۸+۱۰+b+۱۶+۲۰}{۸}=۱۰\Rightarrow a+b=۲۰\quad(۱)$$

$$۲\ ,\ ۴\ ,\ \underset{Q_۱=\frac{a+۴}{۲}}{\underset{\downarrow}{a}}\ ,\ ۸\ ,\ \underset{Q_۲=\frac{۸+۱۰}{۲}=۹}{\underset{\downarrow}{۱۰}}\ ,\ b\ ,\ \underset{Q_۳=\frac{b+۱۶}{۲}}{\underset{\downarrow}{۱۶}}\ ,\ ۲۰$$

دامنهٔ میان چارکی برابر است با:

$$IQR=Q_۳-Q_۱=\frac{b+۱۶}{۲}-\frac{a+۴}{۲}=۸\Rightarrow b-a=۴\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\begin{cases}a+b=۲۰\\ b-a=۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۸\\ b=۱۲\end{cases}$$

واریانس داده‌ها برابر می‌شود با:

$$\sigma^۲=\frac{(-۸)^۲+(-۶)^۲+(-۲)^۲+(-۲)^۲+۰+۲^۲+۶^۲+۱۰^۲}{۸}$$

$$\Rightarrow\sigma^۲=\frac{۲۴۸}{۸}=۳۱$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله مسنی)*

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases}x_i:\ ۳m,۱۹,۲۲,۲۱\\ (\bar{x}-x_i)^۲:\ m-۲,۱,۴,۱\end{cases}$$

میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{۳m+۱۹+۲۲+۲۱}{۴}=\frac{۳m+۶۲}{۴}$$

برای دادهٔ ۲۱ داریم:

$$۱=(\frac{۳m+۶۲}{۴}-۲۱)^۲=(\frac{۳m-۲۲}{۴})^۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۳m-۲۲=۴\Rightarrow ۳m=۲۶\Rightarrow m=\dfrac{۲۶}{۳}\\ ۳m-۲۲=-۴\Rightarrow ۳m=۱۸\Rightarrow m=۶\end{cases}\quad(۱)$$

همچنین برای دادهٔ ۱۹ داریم:

$$۱=(\frac{۳m+۶۲}{۴}-۱۹)^۲=(\frac{۳m-۱۴}{۴})^۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۳m-۱۴=۴\Rightarrow ۳m=۱۸\Rightarrow m=۶\\ ۳m-۱۴=-۴\Rightarrow ۳m=۱۰\Rightarrow m=\dfrac{۱۰}{۳}\end{cases}\quad(۲)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود باید $m=۶$ باشد. پس:

$$\begin{cases}\bar{x}=\dfrac{۳m+۶۲}{۴}=\dfrac{۱۸+۶۲}{۴}=۲۰\\ \sigma^۲=\dfrac{(m-۲)+۱+۴+۱}{۴}=\dfrac{۴+۱+۴+۱}{۴}=\dfrac{۱۰}{۴}\Rightarrow\sigma=\dfrac{\sqrt{۱۰}}{۲}\end{cases}$$

بنابراین:

$$\text{ضریب تغییرات}=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}}{۲۰}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۴۰}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

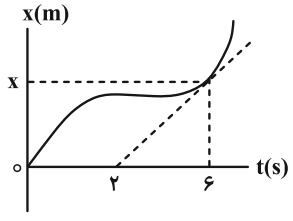
ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

فیزیک ۳

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به اینکه سرعت در لحظهٔ $t=۶s$ برابر با $۱۲\frac{m}{s}$ است پس شیب خط مماس رسم شده برابر با ۱۲ است. پس می‌توان نوشت:

$$\text{شیب خط مماس} = \frac{x-۰}{۶-۲} = ۱۲ \Rightarrow x = ۴۸m$$



با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x-۰}{۶-۰} = \frac{۴۸}{۶} = ۸\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(برگرفته از تمرین ۱-۳ کتاب درسی)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

از آنجا که نمودارهای مکان- زمان داده شده به صورت خطی است، حرکت با سرعت ثابت بوده است و سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط برای هر یک از دو متحرک، برابر است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{۹-۵}{۳-۰} = \frac{۴}{۳}\frac{m}{s} \\ v_B = \frac{۵-۰}{۳-۰} = \frac{۵}{۳}\frac{m}{s} \end{cases}$$

معادلهٔ مکان- زمان هر یک از دو متحرک را می‌نویسیم و آن‌ها را برابر قرار می‌دهیم تا لحظه‌ای را که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند پیدا کنیم:

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{۴}{۳}t + ۵ \\ x_B = \frac{۵}{۳}t + ۰ \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} \frac{۴}{۳}t + ۵ = \frac{۵}{۳}t$$

$$\Rightarrow ۵ = \frac{۱}{۳}t \Rightarrow t = ۱۵s$$

سپس مکان متحرک A را در لحظهٔ $t=۱۵s$، حساب می‌کنیم:

$$x_A = \frac{۴}{۳}t + ۵ \xrightarrow{t=۱۵s} x_A = \frac{۴}{۳}\times ۱۵ + ۵ = ۲۵m$$

در پایان، بردار جابه‌جایی متحرک A در بازهٔ زمانی خواسته شده به‌دست می‌آید:

$$\Delta x_A = x_A - x_{۰A} = ۲۵ - ۵ = ۲۰m \Rightarrow \Delta\vec{x}_A = (۲۰m)\,\vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۵)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

چون دو متحرک در جهت مخالف یکدیگر حرکت می‌کنند، فاصله‌شان برابر مجموع مسافت‌ها می‌باشد:

$$d = (|v_۱| + |v_۲|)t \Rightarrow ۱۸ = (|v_۱| + |v_۲|)\times ۳ \Rightarrow |v_۱| + |v_۲| = ۶\frac{m}{s}$$

از طرفی، اختلاف تندی‌ها برابر $۴\frac{m}{s}$ است:

$$|v_۲| - |v_۱| = ۴\frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} |v_۲| - |v_۱| = ۴\frac{m}{s} \\ |v_۲| + |v_۱| = ۶\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow ۲|v_۲| = ۱۰ \Rightarrow |v_۲| = ۵\frac{m}{s} \;,\; |v_۱| = ۱\frac{m}{s}$$

بنابراین متحرک کندتر تندی $۱\frac{m}{s}$ دارد. مسافت طی شدهٔ متحرک کندتر در مدت زمان $۴s$ برابر است با:

$$\ell = |v_۱|\Delta t \Rightarrow \ell = ۱\times ۴ = ۴m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا باید معادلهٔ مکان- زمان دو متحرک را بنویسیم که برای این منظور، ابتدا باید سرعت هر یک از آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$v_A = A \text{ شیب نمودار} = \frac{۰-۴۰}{۵-۰} \Rightarrow v_A = -۸\frac{m}{s}$$

معادلهٔ مکان- زمان متحرک A:

$$x_A = v_A t + x_{۰A} \xrightarrow[x_{۰A}=۴۰m]{v_A=-۸\frac{m}{s}} x_A = -۸t + ۴۰$$

برای محاسبهٔ سرعت متحرک B، باید زمان به هم رسیدن دو متحرک (لحظهٔ برخورد دو نمودار) را به‌دست آوریم:

$$x_A = -۸t + ۴۰ \xrightarrow{x_A=-۳۲m} -۳۲ = -۸t + ۴۰ \Rightarrow t = ۹s$$

$$v_B = B \text{ شیب نمودار} = \frac{-۳۲-(-۵)}{۹-۰} \Rightarrow v_B = -۳\frac{m}{s}$$

معادلهٔ مکان- زمان متحرک B:

$$x_B = v_B t + x_{۰B} \xrightarrow[x_{۰B}=-۵m]{v_B=-۳\frac{m}{s}} x_B = -۳t - ۵$$

حال با داشتن معادلهٔ مکان دو متحرک می‌توان لحظهٔ مورد نظر را به‌دست آورد. با توجه به نمودار ملاحظه می‌شود که فاصلهٔ دو متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. بنابراین لحظهٔ مورد نظر بعد از رسیدن دو متحرک به یکدیگر است. یعنی:

$$x_A - x_B = -۱۵m$$

$$x_A - x_B = -۱۵m \xrightarrow[x_B=-۳t-۵]{x_A=-۸t+۴۰} -۸t + ۴۰ - (-۳t - ۵) = -۱۵$$

$$-۵t + ۴۵ = -۱۵ \Rightarrow t = ۱۲s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۵)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** *(آرمان رجب‌فیرفومنی)*

چون حرکت با سرعت ثابت است، داریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲۸-۱۲}{۷-۳}=\frac{۱۶}{۴}=۴\frac{m}{s}$$

از $t=۷s$ تا $t=۱۰s$، مدت زمان حرکت برابر با $۳s$ است. پس جابه‌جایی در این بازه برابر است با: $\Delta x=v\Delta t=۴\times ۳=۱۲m$

بنابراین مکان جسم در $t=۱۰s$ برابر است با: $x=۲۸+۱۲=۴۰m$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی شریفی)*

در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط از رابطهٔ $v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$ محاسبه می‌شود:

$$v_{av_{(۸s\text{تا}۰)}}=۱۰+v_{av_{(۱s\text{تا}۰)}}\Rightarrow\frac{v_۰+v_{۸s}}{۲}=۱۰+\frac{v_۰+v_{۱s}}{۲}$$

$$\frac{v_۰+v_{۸s}}{۲}-(\frac{v_۰+v_{۱s}}{۲})=۱۰\Rightarrow\frac{v_{۸s}-v_{۱s}}{۲}=۱۰$$

$$\Rightarrow v_{۸s}-v_{۱s}=۲۰\frac{m}{s}$$

شتاب متحرک همان شتاب متوسط است که از رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید:

$$a_{av}=a=\frac{v_{۸s}-v_{۱s}}{۸-۱}=\frac{۲۰}{۷}\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۹۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا خادمی)*

در حرکت با شتاب ثابت می‌دانیم: $\begin{cases}v=at+v_۰\\ t\text{ بازهٔ زمانی صفر تا }:v_{av}=\frac{v+v_۰}{۲}\end{cases}$

بنابراین می‌توان معادلهٔ سرعت متوسط متحرک را به صورت زیر نوشت:

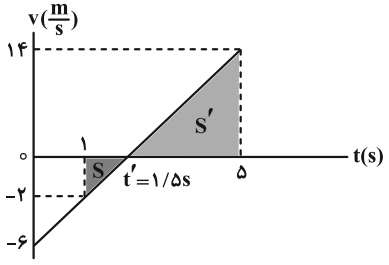
$$v_{av}=\frac{(at+v_۰)+v_۰}{۲}\Rightarrow v_{av}=\frac{۱}{۲}at+v_۰$$

همچنین از صورت سوال داریم: $v_{av}=۲t-۶$

بنابراین خواهیم داشت: $\begin{cases}a=۴\frac{m}{s^۲}\\ v_۰=-۶\frac{m}{s}\end{cases}$

و از رابطهٔ $v=at+v_۰$ داریم: $v=۴t-۶$

اکنون برای محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ زمانی داده شده، از ترسیم نمودار $v-t$ استفاده می‌کنیم.



از تشابه دو مثلث داریم:

$$\frac{S'}{S}=(\frac{۵-۱/۵}{۱/۵-۱})^۲=(\frac{۳/۵}{۰/۵})^۲=۴۹\Rightarrow S'=۴۹S$$

$$\ell=S+S'=۵۰S\xrightarrow{S=\frac{۰/۵\times ۲}{۲}=۰/۵m}$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۵۰\times ۰/۵}{۴}=۶/۲۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

گام اول: سرعت اولیه برابر با $۶\frac{m}{s}$ و سرعت در نقطهٔ A نیز صفر است، پس:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-۶^۲=۲\times a\times ۶\Rightarrow a=-\frac{۳۶}{۱۲}=-۳\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: معادلهٔ سرعت-زمان برای حرکت با شتاب ثابت به صورت $v=at+v_۰$ است که با داشتن $v_۰$ و a می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم:

$$v=at+v_۰\xrightarrow{a=-۳\frac{m}{s^۲},v_۰=۶\frac{m}{s}}v=-۳t+۶$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۸)

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\Delta y=v_{av}\Delta t\Rightarrow\Delta y=۳۰\times ۲=۶۰m\qquad(۱)$$

اگر محل رها شدن گلوله را مبدأ مکان و جهت رو به پایین را مثبت فرض کنیم، داریم:

$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow\begin{cases}y_۱=\frac{۱}{۲}gt_۱^۲\\ y_۲=\frac{۱}{۲}gt_۲^۲\end{cases}\Rightarrow y_۲-y_۱=\frac{۱}{۲}g(t_۲^۲-t_۱^۲)$$

$$\Rightarrow y_۲-y_۱=\frac{۱}{۲}g(t_۲-t_۱)(t_۲+t_۱)\qquad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)}۶۰=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۲\times(t_۲+t_۱)\Rightarrow(t_۲+t_۱)=۶s$$

ترنج بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

از طرفی $(t_۲ - t_۱) = ۲s$ است. با حل همزمان این معادله با معادلهٔ (۲) داریم:

$$\begin{cases} t_۱ = ۲s \\ t_۲ = ۴s \end{cases}$$

در نتیجه: $v = gt \Rightarrow v = ۱۰ \times ۴ = ۴۰ \frac{m}{s}$

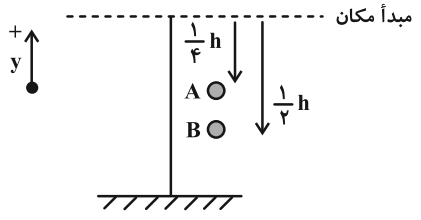
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا نصیری)*

جابه‌جایی گلوله تا رسیدن به نقطهٔ A، به اندازهٔ $\frac{h}{۴}$ و تا رسیدن به نقطهٔ B، به اندازهٔ $\frac{h}{۲}$ است.

ابتدا h را به‌دست می‌آوریم: $v^۲ = -۲g\Delta y = ۲gh$

$$۴۰^۲ = ۲ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۸۰m$$



زمان حرکت تا A: $\Delta y = -\frac{۱}{۲}gt^۲$

$$-\frac{۸۰}{۴} = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times t^۲ \Rightarrow t_A = ۲s$$

زمان حرکت تا B: $-\frac{۸۰}{۲} = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times t^۲ \Rightarrow t_B = ۲\sqrt{۲}s$

فاصلهٔ زمانی A تا B: $۲\sqrt{۲} - ۲ \simeq ۲/۸ - ۲ = ۰/۸s$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۱- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا جباری)*

طبق قانون اول نیوتون (لختی)، جسم تمایل دارد وضعیت اولیهٔ خود را حفظ کند. پس وقتی کامیون به طرف راست شروع به حرکت می‌کند، ماشین اسباب‌بازی درون اتاقک کامیون، تمایل دارد ساکن بماند. در نتیجه فاصلهٔ بین آن و انتهای سمت چپ اتاقک کامیون، کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحهٔ ۳۱)

۱۰۲- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی شریفی)*

با استفاده از قانون دوم نیوتون برای جسم در حال سکون داریم:

۱) $\vec{F}_{net} = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۳ = -\vec{F}_۲$ (I)

۲) $\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}'_۱ + \vec{F}'_۳ + \vec{F}'_۲ = m\vec{a}$

$$\xrightarrow[\vec{F}'_۲ = \vec{F}_۲]{\vec{F}'_۱ = -\frac{۱}{۴}\vec{F}_۱ ,\ \vec{F}'_۳ = -\frac{۱}{۴}\vec{F}_۳} -\frac{۱}{۴}(\vec{F}_۱ + \vec{F}_۳) + \vec{F}_۲ = m\vec{a}$$

$$\xrightarrow{\text{از (I) داریم}} -\frac{۱}{۴}(-\vec{F}_۲) + \vec{F}_۲ = m\vec{a} \Rightarrow \frac{۵}{۴}\vec{F}_۲ = m\vec{a}$$

برای محاسبهٔ اندازهٔ شتاب جعبه داریم:

$$\Rightarrow \frac{۵}{۴} \times ۱۰ = ۲ \times a \Rightarrow a = \frac{۲۵}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = \frac{۲۵}{۴} \times ۴ + ۰ = ۲۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

گام اول: اندازهٔ نیروهای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \vec{F}_۱ = ۶\vec{i} + ۸\vec{j} \Rightarrow F_۱ = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰N \\ \vec{F}_۲ = ۲۰\vec{i} - ۱۵\vec{j} \Rightarrow F_۲ = \sqrt{۲۰^۲ + (-۱۵)^۲} = ۲۵N \end{cases}$$

گام دوم: اطلاعاتی را که داریم، در رابطهٔ قانون دوم نیوتون قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} F_۱ = m_۱a \Rightarrow ۱۰ = m_۱a \Rightarrow a = \frac{۱۰}{m_۱} & \text{رابطهٔ (۱)} \\ F_۲ = (m_۱ + m_۲)(۲a) \Rightarrow ۲۵ = ۲(m_۱ + m_۲)a & \text{رابطهٔ (۲)} \end{cases}$$

رابطهٔ (۱) را در رابطهٔ (۲) جایگزین می‌کنیم:

$$۲۵ = ۲(m_۱ + m_۲)\frac{۱۰}{m_۱} \Rightarrow ۵ = ۴ \times \frac{(m_۱ + m_۲)}{m_۱}$$

$$\Rightarrow ۵m_۱ = ۴m_۱ + ۴m_۲ \Rightarrow m_۱ = ۴m_۲ \Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{۱}{۴}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحهٔ ۳۳)

۱۰۴- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

بر توپ دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ وارد می‌شود، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن، برایند این دو نیرو است که بزرگی آن از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید:

$$F_{net} = \sqrt{F_۱^۲ + F_۲^۲} \xrightarrow{F_{net} = ma} ma = \sqrt{F_۱^۲ + F_۲^۲}$$

$$\Rightarrow F_۱ = \sqrt{(ma)^۲ - F_۲^۲} \xrightarrow[F_۲ = ۳N]{m = ۰/۳kg ,\ a = \frac{۳۴}{۳}\frac{N}{kg}}$$

$$F_۱ = \sqrt{(۰/۳ \times \frac{۳۴}{۳})^۲ - ۳^۲} = \sqrt{۳/۴^۲ - ۳^۲} = \sqrt{(۳/۴ - ۳)(۳/۴ + ۳)}$$

$$\Rightarrow F_۱ = \sqrt{۰/۴ \times ۶/۴} = \sqrt{۴ \times ۰/۶۴} = ۲ \times ۰/۸ = ۱/۶N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(برگرفته از مثال ۲-۲ صفحهٔ ۳۴ کتاب درسی)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا نصیری)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) اگر حرکت با سرعت ثابت باشد، نیروها متوازن هستند.

۲) اگر نیروی خالص وارد بر جسم در جهت حرکت باشد حرکت تندشونده و اگر در خلاف جهت حرکت باشد، حرکت کندشونده است و الزامی به هم‌جهت بودن آن‌ها نیست.

۳) عبارت درستی است. زیرا این دو نیرو به دو جسم متفاوت و با جرم‌های متفاوت وارد شده‌اند و در نتیجه شتاب و اثرات متفاوتی می‌تواند داشته باشد.

۴) آزمایش گالیله در مورد قانون اول نیوتون بیان شده است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

طبق قانون سوم نیوتون، دو نفر به هم نیروهایی هم‌اندازه و در جهت مخالف وارد می‌کنند؛ پس بزرگی نیروها برابر است. چون $m_1 > m_2$، فرد (۱) شتاب کمتری دارد. بنابراین برای شخص سنگین‌تر $a_1 = 1\frac{m}{s^2}$ و برای شخص سبک‌تر $a_2 = 2\frac{m}{s^2}$ می‌باشد. از قانون دوم نیوتون $(F = ma)$ داریم:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow m_1 \times 1 = m_2 \times 2$$

بنابراین: $$m_1 = 2m_2 \qquad (I)$$

همچنین اختلاف جرم‌ها $24kg$ است، پس:

$$m_1 - m_2 = 24kg \xrightarrow{\text{از (I)}} 2m_2 - m_2 = 24$$

پس: $$m_2 = 24kg$$

و در نتیجه: $$m_1 = 48kg$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

(برگرفته از مثال ۲-۳ صفحهٔ ۳۵)

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد خاجی)*

ابتدا بردار برایند نیروهای وارد بر جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_{net} = (m-6)\vec{i} + (n+2)\vec{j}$$

در راستای محور x، حرکت یکنواخت است، پس شتاب حرکت صفر می‌باشد. یعنی: $$F_x = 0 \Rightarrow m - 6 = 0 \Rightarrow m = 6$$

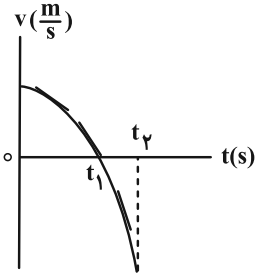
حرکت روی محور y با شتاب $-1\frac{m}{s^2}$ است، بنابراین:

$$F_y = ma_y \Rightarrow n + 2 = 2(-1) \Rightarrow n = -4$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۰۸- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان در هر لحظه، برابر با شتاب متحرک در آن لحظه است. با توجه به اینکه در بازهٔ صفر تا t_2، اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار، در حال افزایش است، بزرگی شتاب متحرک در حال افزایش می‌باشد، بنابراین طبق رابطهٔ قانون دوم نیوتون $(F_{net} = ma)$، اندازهٔ نیروی خالص نیز، پیوسته در حال افزایش است.



(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۰۹- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

جرم جسم (۲) به اندازهٔ ۲۰ درصد کمتر از جرم جسم (۱) است؛ پس:

$$m_2 = m_1 - 0/2m_1 = 0/8m_1 = \frac{4}{5}m_1$$

با توجه به اینکه نیروی وارد بر هر دو جسم یکسان است $(F_1 = F_2)$، پس داریم:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$$

نسبت شتاب جسم (۲) به جسم (۱) به صورت معکوس نسبت جرم‌ها به‌دست می‌آید، یعنی:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{\frac{4}{5}m_1} = \frac{5}{4} = 1/25$$

$$\Rightarrow a_2 = 1/25a_1 = a_1 + 0/25a_1$$

یعنی شتاب جسم (۲)، ۲۵ درصد بیشتر از شتاب جسم (۱) است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(مشابه پرسش ۲-۴ صفحهٔ ۳۳ کتاب درسی)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(حسین الهی)*

ابتدا از روی نمودار و با توجه به قانون دوم نیوتون، جرم جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 24 = m \times 3 \Rightarrow m = 8kg$$

در حالت دوم، جرم جسم برابر است با:

$$m' = m + 2 = 8 + 2 \Rightarrow m' = 10kg$$

در این حالت با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F'_{net} = m'a' \Rightarrow 30 = 10 \times a' \Rightarrow a' = 3\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

تلاشی درمسیر موفقیت

فیزیک ۱

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود علیپور)*

با توجه به رابطهٔ میان دما برحسب درجهٔ سلسیوس و درجهٔ فارنهایت داریم:

$$F_2 = 10F_1 \xrightarrow{F=\frac{9}{5}\theta+32} \frac{9}{5}\theta_2 + 32 = 10(\frac{9}{5}\theta_1 + 32)$$

$$\xrightarrow{\theta_2=15\theta_1} 27\theta_1 + 32 = 18\theta_1 + 320$$

$$9\theta_1 = 288 \Rightarrow \theta_1 = 32^\circ C$$

با توجه به رابطهٔ میان دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین داریم:

$$T = 273 + \theta \xrightarrow{\theta=32^\circ C} T = 273 + 32 = 305\,K$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶)

۱۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(مجتبی کلوئیان)*

ابتدا افزایش دمای قاب را برحسب درجهٔ سلسیوس به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow 180 = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ C$$

مساحت کل قاب برابر است با: $A_{کل} = 30\times 20 = 600 cm^2$

ضخامت قاب از هر طرف $2/5 cm$ است، پس ابعاد داخلی برابر است با:

$$\text{طول} = 30 - 2(2/5) = 25cm$$

$$\text{عرض} = 20 - 2(2/5) = 15cm$$

پس مساحت داخلی قاب برابر است با: $A_{داخلی} = 25\times 15 = 375 cm^2$

مساحت قسمت فلزی نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A_1 = 600 - 375 = 225 cm^2$$

و در نهایت طبق رابطهٔ انبساط سطحی در اثر تغییر دما داریم:

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta\theta \Rightarrow \Delta A = 2(1/2\times 10^{-5})(225)(100)$$

$$= 0/54 cm^2$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۵ و ۹۲)

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیراحمد میرسعید)*

در گام اول انرژی تلف شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{انرژی تلف شده} = \text{تغییر انرژی جنبشی} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{2}{100}(400 - 4400) \Rightarrow \text{انرژی تلف شده} = -40J$$

۶۰ درصد این انرژی به گرما تبدیل شده است.

$$Q = \frac{60}{100}|\text{انرژی تلف شده}| = \frac{60}{100}\times 40 = 24J$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 24 = \frac{2}{100}\times 400\times\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 3^\circ C$$

بر اثر این برخورد، دمای گلوله $3^\circ C$ بالا می‌رود و حجم آن زیاد می‌شود، پس:

$$\text{درصد تغییر حجم} = \frac{\Delta V}{V_1}\times 100 = 3\alpha\Delta\theta\times 100$$

$$= 3\times 2\times 10^{-2}\times 3\times 100 = 18\%$$

پس حجم گلوله ۱۸ درصد افزایش یافته است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۶ تا ۹۸)

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

جمع جبری گرماهای مبادله شده بین فلز، آب و گرماسنج برابر با صفر است.

$$\underset{\text{فلز}}{Q_1} + \underset{\text{آب}}{Q_2} + \underset{\text{گرماسنج}}{Q_3} = 0$$

$$\Rightarrow m_1c_1\Delta\theta_1 + (m_2c_2)\Delta\theta_2 + m_3c_3\Delta\theta_3 = 0$$

$$\Rightarrow 0/4\times250(\theta-60) + 240(\theta-20) + 0/3\times4200(\theta-20) = 0$$

$$\Rightarrow 100\theta - 6000 + 240\theta - 4800 + 1260\theta - 25200 = 0$$

$$\Rightarrow 1600\theta = 36000 \Rightarrow \theta = 22/5^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

(برگرفته از مثال ۴-۹ کتاب درسی)

۱۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

در هنگام انجماد، آب به یخ تبدیل می‌شود و حجم آن افزایش پیدا می‌کند.

مقدار این افزایش حجم برابر است با: $\Delta V = V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}}$

از رابطهٔ چگالی داریم: $V = \frac{m}{\rho}$

پس: $\Delta V = \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} - \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} \Rightarrow 50 = m\left(\frac{1}{0/9} - \frac{1}{1}\right)$

$$\Rightarrow 50 = m\left(\frac{10}{9} - 1\right) \Rightarrow m = 450g = 0/45kg$$

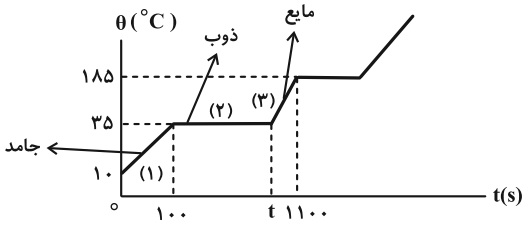
حال با استفاده از رابطهٔ گرمای نهان انجماد، مقدار گرمایی که آب از دست داده را حساب می‌کنیم:

$$Q = -mL_F = -450\times10^{-3}\times3/3\times10^5$$

$$= -148500J = -1/485\times10^5 J$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۵ و ۱۰۵)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(حسین الهی)*



بخش (۱) نمودار: $P\times t = mc_{\text{جامد}}\Delta\theta$

$$\Rightarrow 1200\times100 = 20\times c_{\text{جامد}}\times25 \Rightarrow c_{\text{جامد}} = 240\frac{J}{kg.K}$$

بخش (۲) نمودار: $P\times t = mL_F$

$$\Rightarrow 1200(t-100) = 20\times18000 \Rightarrow t = 400s$$

بخش (۳) نمودار: $P\times t = mc_{\text{مایع}}\Delta\theta'$

$$\Rightarrow 1200\times(1100-400) = 20\times c_{\text{مایع}}\times150$$

$$\Rightarrow c_{\text{مایع}} = 280\frac{J}{kg.K}$$

اختلاف ظرفیت گرمایی در دو حالت جامد و مایع $= mc_{\text{جامد}} - mc_{\text{مایع}}$

$$= 20(280-240) = 800\frac{J}{K}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(مهران اسماعیلی)*

اگر کل گرمای داده شده Q و گرمای لازم برای ذوب شدن یخ Q_1 و گرمای لازم برای بالا رفتن دمای آب Q_2 فرض شود، داریم:

$$Q_1 = \frac{80}{100}Q = 0/8(Q_1 + Q_2) \Rightarrow Q_1 = 4Q_2$$

$$\Rightarrow mL_F = 4mc\Delta\theta \xrightarrow[L_F=336000\frac{J}{kg}]{c_{آب}=4200\frac{J}{kg.^\circ C}}$$

$$336000 = 4\times4200\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 20^\circ C$$

$$\Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 20^\circ C \Rightarrow \theta_2 = 20^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹ و ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** (ابوالفضل نکومنشی نژاد)

محاسبهٔ گرمای لازم برای ذوب کامل یخ (Q_1):

$$Q_1 = m_{یخ}L_F = 0/1\times336000\frac{J}{kg} = 33600J$$

پس از ذوب شدن یخ، جرم کل آب موجود در ظرف با دمای صفر درجه برابر با $m_{کل} = 100g+100g = 200g = 0/2kg$ خواهد بود. پس مقدارگرمای لازم برای رسیدن آن به دمای θ_e برابر است با:

$$Q_2 = m_{کل}c_{آب}(\theta_e - 0) = 0/2\times4200(\theta_e) = 840\theta_e$$

و همچنین کل گرمای آزاد شده از قطعه مس هنگام سرد شدن از $80^\circ C$ تا θ_e برابر است با:

$$|Q_{cu}| = m_{cu}c_{cu}(80-\theta_e) = 1/5\times400(80-\theta_e) = 48000-600\theta_e$$

و داریم:

$$|Q_{cu}| = Q_1 + Q_2$$

$$48000-600\theta_e = 33600+840\theta_e \Rightarrow \theta_e = 10^\circ C$$

همچنین برای محاسبهٔ درصد گرمای مصرف شده برای ذوب یخ داریم:

$$|Q_{cu}| = 48000-6000 = 42000J$$

درصد گرمای مصرف شده برای ذوب یخ $= \frac{Q_1}{|Q_{cu}|}\times100$

$$= \frac{33600}{42000}\times100 = 80\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** (رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)

برای سرد شدن آب درون لوله، دمای آب ظرف باید از $9^\circ C$ کمتر باشد تا انتقال گرما از راه رسانش و همچنین انتقال گرما از راه تابش از آب گرم‌تر داخل لوله به آب سردتر ظرف انجام شود. اما برای ایجاد همرفت طبیعی، باید آب سرد شده در انتهای لوله بتواند بالا بیاید. چون چگالی آب در $4^\circ C$ بیشینه است، اگر دمای ظرف بین $4^\circ C$ و $9^\circ C$ باشد، آب سرد شده، چگال‌تر می‌شود و پایین می‌ماند؛ پس همرفت مؤثر رخ نمی‌دهد. ولی اگر دمای ظرف کمتر از $4^\circ C$ باشد، آب سرد شده سبک‌تر می‌شود و بالا می‌رود؛ بنابراین همرفت نیز برقرار می‌شود. پس دمای مناسب باید کمتر از $4^\circ C$ باشد؛ که تنها گزینهٔ (۱) می‌تواند پاسخ صحیح باشد.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۵، ۱۱۱ تا ۱۱۴)

۱۲۰- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد خاجی)

طبق قانون گازهای کامل داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{n=\frac{m}{M}} PV = \frac{m}{M}RT$$

$$\xrightarrow[M=2\frac{g}{mol},\ R=8\frac{J}{mol.K}]{P=5\times10^5Pa,\ V=10^{-2}m^3,\ m=5g} 5\times10^5\times10^{-2} = \frac{5}{2}\times8\times T$$

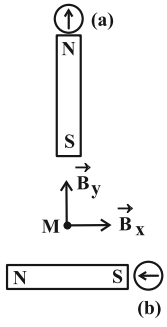
$$\Rightarrow T = 250K \xrightarrow{T=\theta+273} 250 = \theta+273 \Rightarrow \theta = -23^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳)

فیزیک ۲

۱۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

مؤلفه‌های افقی $(\vec{B}_x)$ و قائم $(\vec{B}_y)$ میدان مغناطیسی در نقطهٔ M را روی شکل مشخص می‌کنیم. براساس ویژگی‌های خطوط میدان مغناطیسی در اطراف یک آهنربا که خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند، قطب‌های هر یک از دو آهنربا را مشخص می‌کنیم.



بنابراین جهت عقربهٔ مغناطیسی (a)، رو به بالا و جهت عقربهٔ مغناطیسی (b)، به سمت چپ است.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶)

۱۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به اینکه ذرهٔ باردار با سرعت ثابت حرکت می‌کند، می‌توان گفت که نیروی خالص وارد بر آن صفر است، پس: $mg = F_B = |q|vB\sin\theta$

$$\xrightarrow[|q|=2\times10^{-6}C\ ,\ \theta=90^\circ\ ,\ B=5\times10^{-2}T]{m=2\times10^{-6}kg\ ,\ g=10\frac{N}{kg}}$$

$$2\times10^{-5} = (2\times10^{-6})v(5\times10^{-2})(1) \Rightarrow v = 200\frac{m}{s}$$

و در نهایت با استفاده از رابطهٔ حرکت با سرعت ثابت بر روی خط راست داریم:

$$d = vt \xrightarrow[v=200\frac{m}{s}]{d=8\times10^{-1}m} 8\times10^{-1} = 2\times10^{2}t$$

$$\Rightarrow t = 4\times10^{-3}s = 4ms$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدکاظم منشاری)*

در حالت نخست سیم معلق است؛ بنابراین نیروی مغناطیسی رو به بالا با نیروی وزن سیم برابر است. ابتدا رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان را می‌نویسیم:

$$F_B = BI\ell\sin\theta$$

چون سیم بر میدان عمود است، $\theta = 90^\circ$ و چون در حالت تعادل است، داریم:

$$F_{B_1} = mg \Rightarrow BI\ell = mg \qquad (I)$$

برای سیم دوم، ابتدا همان رابطهٔ نیروی مغناطیسی را به کار می‌بریم و سپس داده‌های جدید را قرار می‌دهیم:

$$F_{B_2} = B(0/8I)\ell \xrightarrow{\text{از (I)}} F_{B_2} = 0/8mg$$

اکنون رابطهٔ قانون دوم نیوتون را در راستای قائم می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{B_2} - m_2g = m_2a$$

جهت رو به بالا را مثبت درنظر می‌گیریم. جرم سیم دوم برابر با $0/6m$ است؛ بنابراین:

$$0/8mg - 0/6mg = 0/6ma \Rightarrow 0/2mg = 0/6ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{g}{3} = \frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$

چون نیروی مغناطیسی وارد بر سیم دوم از وزن آن بیشتر است پس شتاب رو به بالا است.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

ترنج جوان
تلاشی درمسیرموفقیت

۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیراحمد میرسعید)*

زمانی که میدان مغناطیسی $\vec{B}_1 = ۲۰\vec{i}$ است، جهت میدان مغناطیسی در راستای محور x بوده و نیروی وارد بر پله‌های افقی صفر است؛ زیرا زاویهٔ آن‌ها با میدان صفر درجه می‌شود. پس فقط نیروی وارد بر ۲ قطعه سیم قائم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_1 = I\ell_1 B_1 \sin\theta \xrightarrow[\ell_1 = ۲۰cm = ۲۰\times۱۰^{-۲}m]{\theta = ۹۰^\circ}$$

$$F_1 = ۱۰\times۲۰\times۱۰^{-۲}\times۲۰ = ۴۰N$$

وقتی که میدان مغناطیسی $\vec{B}_2 = ۳۰\vec{j}$ می‌شود، درواقع در جهت محور y است که نیروی وارد بر پله‌های قائم صفر شده و فقط به سه قطعه سیم افقی نیرو وارد می‌شود و می‌توان نوشت:

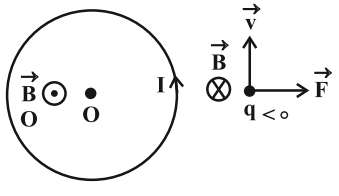
$$F_2 = I\ell_2 B_2 \sin\theta \xrightarrow[\ell_2 = ۳۰cm = ۳۰\times۱۰^{-۲}m]{\theta = ۹۰^\circ}$$

$$F_2 = ۱۰\times۳۰\times۱۰^{-۲}\times۳۰ = ۹۰N \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{۴۰}{۹۰} = \frac{۴}{۹}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحهٔ ۹۳)

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(رحمت‌اله غیراله‌زاده‌سماکوش)*

با استفاده از قاعدهٔ دست راست برای بار $q < ۰$، ابتدا جهت میدان مغناطیسی در محل بار q را تعیین می‌کنیم:

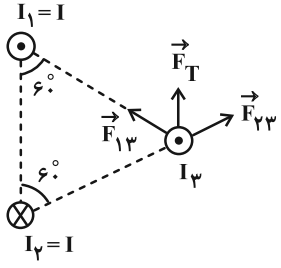


میدان مغناطیسی در محل بار q درون‌سو است، بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست، جهت جریان عبوری از حلقه پادساعتگرد و میدان مغناطیسی در نقطهٔ O برون‌سو است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۸)

۱۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(مهتبی نکوئیان)*

با توجه به اینکه نیروی مغناطیسی بین دو سیم موازی حامل جریان برای جریان‌های همسو، ربایشی و برای جریان‌های ناهمسو، رانشی است، داریم:



(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا نصیری)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) از مواد فرومغناطیس نرم مانند آهن، نیکل یا کبالت که سریع آهنربا شده و سریع نیز خاصیت مغناطیسی و آهنربایی خود را از دست می‌دهند، استفاده می‌شود.

۲) دو سیم راست، موازی و بلند که حامل جریان‌های الکتریکی هم‌جهت هستند، در مجاورت هم، به یکدیگر نیروی جاذبه وارد می‌کنند.

۳) درست است.

$$B = \frac{F}{IL} = \frac{\frac{kg.m}{s^۲}}{\frac{C}{s}.m} = \frac{kg.m.s}{C.m.s^۲} = \frac{kg}{C.s}$$

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۴) قطب جنوب جغرافیایی، قطب N مغناطیسی و قطب شمال جغرافیایی، قطب S مغناطیسی است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۷، ۹۳، ۹۶ و ۱۰۳)

۱۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود علیپور)*

برای تشخیص جهت میدان هر سیملوله، از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. انگشتان دست راست را در جهت جریان روی سیملوله قرار می‌دهیم؛ در این حالت، شست، جهت میدان مغناطیسی داخل سیملوله را نشان می‌دهد. با توجه به جهت جریان‌های نشان داده شده در شکل، میدان‌های مغناطیسی دو سیملوله در نقطهٔ M خلاف جهت یکدیگرند. بنابراین برایند میدان‌ها از اختلاف اندازهٔ آن‌ها به دست می‌آید. ابتدا میدان سیملولهٔ P را حساب می‌کنیم:

$$B_P = \frac{\mu_0 N_P I_P}{\ell} = \frac{12\times10^{-7}\times200\times0/5}{1}$$

$$\Rightarrow B_P = 12\times10^{-5}\,T$$

سپس میدان سیملولهٔ Q را برحسب جریان آن می‌نویسیم:

$$B_Q = \frac{\mu_0 N_Q I_Q}{\ell} \Rightarrow B_Q = \frac{12\times10^{-7}\times400\times I_Q}{1}$$

$$\Rightarrow B_Q = 48 I_Q\times10^{-5}\,T$$

از آنجا که میدان‌های دو سیملوله در نقطهٔ M خلاف جهت یکدیگر می‌باشند، داریم: $B_{net} = |B_Q - B_P|$

چون برایند میدان برابر $36\times10^{-5}\,T$ است و این مقدار از میدان سیملولهٔ P بزرگ‌تر است، پس باید میدان سیملولهٔ Q بزرگ‌تر از میدان سیملولهٔ P باشد؛ یعنی: $B_Q - B_P = 36\times10^{-5}\,T$

$$48 I_Q\times10^{-5} - 12\times10^{-5} = 36\times10^{-5}$$

$$\Rightarrow 48 I_Q - 12 = 36 \Rightarrow I_Q = 1\,A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

(مشابه تمرین ۲۱ صفحهٔ ۱۰۷ کتاب درسی)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(حسین الهی)*

ابتدا تعداد دور سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$N = \frac{L}{2\pi r} = \frac{L}{2\times3\times5\times10^{-2}} = \frac{10L}{3}$$

رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله را می‌نویسیم و اطلاعات مسئله را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \xrightarrow[\ell = L-6]{N=\frac{10L}{3},\ I=25A} 3\times10^{-4} = \frac{12\times10^{-7}\times\frac{10L}{3}\times25}{L-6}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{L-6} = 3 \Rightarrow L = 3L - 18 \Rightarrow 2L = 18 \Rightarrow L = 9m$$

سپس تعداد دور سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$N = \frac{10L}{3} = \frac{10\times9}{3} = 30$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۱۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(مهران اسماعیلی)*

در مواد دیامغناطیسی، میدان مغناطیسی خارجی، سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی می‌شود. بنابراین جملهٔ (پ) نادرست است. در ساخت هستهٔ پیچه‌ها و سیملوله‌ها از مواد فرومغناطیسی نرم استفاده می‌شود، بنابراین جملهٔ (ث) نیز نادرست است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

تلاشی در مسیر موفقیت

شیمی ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

با توجه به توضیحات سوال پاک‌کنندهٔ A صابونی و پاک‌کنندهٔ B غیرصابونی است.

دلیل نادرستی گزینهٔ (۲): پاک‌کننده‌های غیرصابونی همانند پاک‌کننده‌های صابونی از طریق برهم‌کنش با آلاینده‌ها و سطح حاوی آن‌ها موفق به پاک کردن آلاینده می‌شوند، نه از طریق واکنش با آن‌ها. مخلوط آب، روغن و صابون کلوئید است که ناهمگن و پایدار بوده و نور را پخش می‌کند (مسیر عبور در آن قابل تشخیص است.) (درستی گزینهٔ ۳). لکه‌های چربی به دلیل بخش ناقطبی (گروه R) بزرگ در پلی‌استر، به پارچه‌هایی از این جنس بهتر می‌چسبند و پاک کردن آن‌ها از روی این پارچه‌ها دشوارتر است. (درستی گزینهٔ ۴). یون فسفات (PO_4^{3-}) با یون‌های عامل سختی آب واکنش داده و مانع از واکنش این یون‌ها با صابون و تشکیل رسوب می‌شود. (درستی گزینهٔ ۱).

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

(برگرفته از سوال ۳ نهایی مرداد ۱۴۰۵)

۱۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(هدی بهاری‌پور)*

Li_2O و Na_2O اکسید فلزی هستند و در محیط آبی، خاصیت بازی دارند و افزودن آن‌ها به آب خالص باعث ایجاد خاصیت بازی محلول و افزودن اکسید نافلزی (مثل SO_3) باعث ایجاد محیط اسیدی می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

(برگرفته از خود را بیازمایید صفحهٔ ۱۶)

۱۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(مهشید نیازی)*

شدت روشنایی لامپ مستقیماً به رسانایی الکتریکی محلول و در نتیجه به مجموع غلظت کاتیون‌ها و آنیون‌های آزاد وابسته است. هر چه غلظت کل یون‌های موجود در محلول بیشتر باشد، رسانایی بالاتر بوده و لامپ پرنورتر خواهد بود. حجم تمام محلول‌ها یکسان و برابر با $V = 500mL = 0/5L$ است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) اسید قوی هیدروکلریک اسید (HCl) یک الکترولیت قوی است که به‌طور کامل در آب یونیزه می‌شود ($\alpha = 1$).

$$HCl(aq) \rightarrow H^+(aq) + Cl^-(aq)$$

غلظت اسید:

$$M = \frac{0/15mol}{0/5L} = 0/3mol.L^{-1}$$

به ازای هر مول HCl، ۲ مول یون حاصل می‌شود:

غلظت کل یون‌های موجود در محلول $= 2 \times 0/3 = 0/6mol.L^{-1}$

۲) نمک باریم نیترات $Ba(NO_3)_2$ یک ترکیب یونی محلول و الکترولیت قوی است که به‌طور کامل در آب تفکیک می‌شود:

$$Ba(NO_3)_2(aq) \rightarrow Ba^{2+}(aq) + 2NO_3^-(aq)$$

غلظت نمک:

$$M = \frac{0/25mol}{0/5L} = 0/5mol.L^{-1}$$

به ازای هر مول از این نمک، ۳ مول یون (۱ مول Ba^{2+} و ۲ مول NO_3^-) در آب آزاد می‌شود:

غلظت کل یون‌های موجود در محلول $= 3 \times 0/5 = 1/5mol.L^{-1}$

۳) اسید ضعیف (HA):

غلظت اولیهٔ اسید:

$$M_{HA} = \frac{0/2mol}{0/5L} = 0/4mol.L^{-1}$$

واکنش یونش اسید:

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

درصد یونش برابر ٪۲۵ است، بنابراین درجهٔ یونش برابر با $\alpha = 0/25$ است. پس غلظت اسید یونیده شده:

$$\alpha = \frac{\text{غلظت یونیده شده اسید}}{\text{غلظت حل‌شده اسید}} \Rightarrow 0/25 = \frac{x}{0/4mol.L^{-1}}$$

$$\Rightarrow x = 0/1mol.L^{-1}$$

پس:

$$[H^+] = [A^-] = 0/1 \ mol.L^{-1}$$

غلظت کل یون‌های موجود در محلول $= 2 \times 0/1 = 0/2mol.L^{-1}$

۴) باز ضعیف (NH_3):

غلظت اولیهٔ باز

$$M_{NH_3} = \frac{0/3mol}{0/5L} = 0/6mol.L^{-1}$$

واکنش یونش باز:

$$NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + OH^-$$

درصد یونش برابر ٪۵ است، بنابراین درجهٔ یونش برابر با $\alpha = 0/05$ است. پس غلظت باز یونیده شده:

$$\alpha = \frac{\text{غلظت یونیده شده باز}}{\text{غلظت حل‌شده باز}} \Rightarrow 0/05 = \frac{x}{0/6mol.L^{-1}}$$

پس:

$$[NH_4^+] = [OH^-] = 0/03 \ mol.L^{-1}$$

در نتیجه:

غلظت کل یون‌های موجود در محلول $= 2 \times 0/03 = 0/06mol.L^{-1}$

بیشترین غلظت یون‌های آزاد و بیشترین رسانایی مربوط به گزینهٔ (۲) است، در نتیجه لامپ در این حالت بیشترین نور را خواهد داشت.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹، ۲۲، ۲۳ و ۲۹)

تلاشی درمسیر موفقیت

۱۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

موارد (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی مورد (ب): ممکن است pH محلول اسید ضعیف‌تر با غلظت مولی بالاتر، کوچک‌تر از pH محلول اسید قوی‌تر با غلظت مولی کمتر باشد.

بررسی عبارت (پ): pH بزاق دهان بین ۵/۲ تا ۷/۱ می‌باشد و از pH آب پرتقال (۳/۲) و محیط معده (۱/۶ تا ۱/۸) بیشتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) از آنجایی که قدرت اسیدی با K_a تعیین می‌شود، پس قدرت اسیدی HB بیشتر است.

۲) خاصیت اسیدی با غلظت H^+ تعیین می‌شود.

۳) در محلول اسیدی: $pH = ۳ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۳}$

با توجه به شکل HA اسید ضعیف است. بنابراین:

$$[HA] > [H^+] \Rightarrow [HA] > ۱۰^{-۳}$$

غلظت محلول بازی نیز ۰/۰۰۱ مولار است $([NaOH] = ۱۰^{-۳})$. غلظت محلول اسیدی از غلظت محلول بازی بیشتر است، پس در حجم برابر به‌طور کامل خنثی نمی‌شود.

بررسی گزینهٔ (۴): با افزودن مقداری آب مقطر و رقیق کردن محلول‌های اسیدی، مقادیر α و pH افزایش یافته و مقدار K_a ثابت می‌ماند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۳۲)

(شبیه‌سازی تستی سوال ۷ نوبتی مرداد ۱۴۰۵)

۱۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(احسان روستایی)*

$$K_a = \frac{[H^+]^۲}{[HA]_{\text{تعادلی}}} \Rightarrow ۳\times۱۰^{-۶} = \frac{[H^+]^۲}{۳\times۱۰^{-۲}}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \sqrt{۹\times۱۰^{-۸}} = ۳\times۱۰^{-۴} \ \text{mol.L}^{-۱}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log ۳\times۱۰^{-۴} = ۴ - ۰/۵ = ۳/۵$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} = \frac{۳\times۱۰^{-۴}}{۳\times۱۰^{-۲}} = ۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow \frac{pH}{\alpha} = \frac{۳/۵}{۱۰^{-۲}} = ۳۵۰ = ۳/۵\times۱۰^{۲}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۵)

۱۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) کسب اطمینان از کیفیت فراورده‌های دارویی، بهداشتی، غذایی و ... در قلمرو علم الکتروشیمی قرار دارد.

پ) الکتروشیمی افزون بر تهیهٔ مواد جدید به کمک انرژی الکتریکی می‌تواند در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(برگرفته از متن و شکل کتاب)

۱۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی محبوب)*

در واکنش اکسایش- کاهش، انتقال الکترون میان گونه‌ها رخ می‌دهد.

گونه‌ای که:

- الکترون می‌دهد ← اکسایش می‌یابد ← کاهنده است.
- الکترون می‌گیرد ← کاهش می‌یابد ← اکسنده است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(برگرفته از با هم بیندیشیم صفحهٔ ۴۰)

۱۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

$$۲Al(s) + ۳CuSO_۴(aq) \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳(aq) + ۳Cu(s)$$

$$۲Al(s) + ۳Cu^{۲+}(aq) \rightarrow ۲Al^{۳+}(aq) + ۳Cu(s)$$

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ اتم آلومینیوم نقش کاهنده و یون مس نقش اکسنده را دارد.

۲) نادرست؛ نیم‌واکنش اکسایش به صورت زیر است:

$$Al(s) \rightarrow Al^{۳+}(aq) + ۳e^-$$

۳) درست؛ در واکنش کلی موازنه شده بین اکسنده و کاهنده ۶ الکترون مبادله می‌شود.

۴) نادرست؛ مجموع ضرایب اتم‌ها در معادلهٔ کلی برابر ۵ است.

$$\underline{۲Al} + ۳Cu^{۲+} \rightarrow ۲Al^{۳+} + \underline{۳Cu}$$

$$۲ + ۳ = ۵$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۱۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی محبوب)*

برای حل این سوال تنها کافی است موازنه بار را انجام دهیم:

$$۳\times y = ۲\times n \Rightarrow \frac{y}{n} = \frac{۲}{۳}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

شیمی ۱

۱۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) در شیمی سبز، شیمی‌دان‌ها در جست‌وجوی فرایندها و فراورده‌هایی هستند که به کمک آن‌ها بتوان کیفیت زندگی را با بهره‌گیری از منابع طبیعی افزایش داد و همزمان از طبیعت محافظت کرد.

ب) برای جلوگیری از ورود کربن دی‌اکسید تولید شده توسط نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی، این گاز را با اکسید فلزات از جمله منیزیم اکسید و کلسیم اکسید واکنش می‌دهند و منیزیم کربنات و کلسیم کربنات (مواد معدنی) تولید می‌کنند.

پ) فرایند تزریق کربن دی اکسید نیازمند وجود فضاهای خالی و مخازن خالی شده است، زیرا میدان‌های گاز و نفتی که همچنان دارای ذخایر هستند، به دلیل اشغال بودن حجم تخلخل‌ها، جایگاه مناسبی برای پذیرش گاز CO_2 محسوب نمی‌شود.

ت) پلاستیک‌های سبز، یا زیست‌تخریب‌پذیر، پلیمرهایی هستند که بر پایهٔ مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند و در ساختار آن‌ها اکسیژن وجود دارد. این پلاستیک‌ها در مدت زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه می‌شوند و به طبیعت بازمی‌گردند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی محبوب)*

عنصر اکسیژن دارای دو آلوتروپ، یعنی گاز اوزون و گاز اکسیژن است. از گاز اوزون در صنعت برای گندزدایی میوه و سبزیجات استفاده می‌شود. گاز اوزون نسبت به گاز اکسیژن جرم مولی بیشتر، نقطهٔ جوش بالاتر و همچنین واکنش‌پذیری بیشتری دارد. (درستی گزینهٔ ۲ و رد گزینهٔ ۳). این گاز در لایهٔ تروپوسفر برخلاف لایهٔ استراتوسفر نقش زیان‌باری دارد (رد گزینهٔ ۱). در محدودهٔ مشخصی از لایهٔ استراتوسفر که اصطلاحاً به آن لایهٔ اوزون گفته می‌شود، این گاز به صورت برگشت‌پذیر به گاز اکسیژن تبدیل می‌شود. به این صورت که پرتوهای فرابنفش با مولکول‌های این گاز برخورد می‌کنند و این گاز طی یک واکنش برگشت‌پذیر گاز اکسیژن و پرتوهای کم‌انرژی‌تر فروسرخ را تولید می‌کند (رد گزینهٔ ۴).

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۱۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(پیمان خواجوی‌مهر)*

برای آنکه حجم دو بادکنک در دما و فشار یکسان برابر شود باید مول گازهای دو بادکنک برابر باشد.

$$۲۰\,g\,He \times \frac{۱\,mol\,He}{۴\,g\,He} = ۵\,mol\,He$$

$$۲۰\,g\,Ne \times \frac{۱\,mol\,Ne}{۲۰\,g\,Ne} = ۱\,mol\,Ne$$

پس باید ۴ مول نئون به بادکنک B اضافه کنیم:

$$۴\,mol\,Ne \times \frac{۲۰\,g\,Ne}{۱\,mol\,Ne} = ۸۰\,g\,Ne$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

۱۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(مجید جلیل‌ناغونی)*

تنها مادهٔ غیرگازی در بین مواد شرکت کننده واکنش، آب (H_2O) است که در شرایط واکنش به حالت مایع قرار دارد، بنابراین کاهش جرم مخلوط گازی معادل با جرم آب تولیدی در واکنش است. بنابراین داریم:

$$۱۰۸\times۱۰^{-۲}\,g\,H_2O \times \frac{۱\,mol\,H_2O}{۱۸\,g\,H_2O}$$

$$\times \frac{۷\,mol\ \text{واکنش‌دهنده}\ (۴\,mol\,NH_3 + ۳\,mol\,O_2)}{۶\,mol\,H_2O}$$

$$\times \frac{۳۶\,L\,NH_3\,,O_2}{۱\,mol\,NH_3\,,O_2} = ۲/۵۲\,L\,NH_3\,,O_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۸۰)

۱۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی محبوب)*

ابتدا هم واکنش صورت سؤال و هم واکنش سدیم کلرید با نقره نیترات را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$I)\ ۲NaClO_x \rightarrow ۲NaCl + xO_2$$

$$II)\ NaCl + AgNO_3 \rightarrow AgCl + NaNO_3$$

رسوب سفید رنگ حاصل از واکنش (II) همان نقره کلرید است که از مقدار آن به مقدار NaCl می‌رسیم:

$$?\,mol\,NaCl = ۲۸۷\,g\,AgCl \times \frac{۱\,mol\,AgCl}{۱۴۳/۵\,g\,AgCl}$$

$$\times \frac{۱\,mol\,NaCl}{۱\,mol\,AgCl} = ۲\,mol\,NaCl$$

۲ مول NaCl مصرفی از واکنش (II) همان ۲ مول NaCl تولید شده واکنش (I) است و می‌توان نتیجه گرفت که ۲ مول $NaClO_x$ از واکنش اول مصرف شده که در صورت سؤال این مقدار برابر ۲۱۳ گرم است و از آن می‌توان فهمید جرم مولی $NaClO_x$ برابر ۱۰۶/۵ گرم است تا مقدار x را تعیین کنیم:

$$۲۳ + ۳۵/۵ + ۱۶x = ۱۰۶/۵ \Rightarrow x = ۳$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰
+ آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

آب دریاها شور است و به همین دلیل نه برای مصارف کشاورزی و خانگی مناسب است و نه برای مصارف صنعتی!

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

(برگرفته از خود را بیازمایید)

۱۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

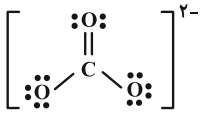
بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) درست؛ بار هر سه یون فسفید، فسفات و نیترید «-۳» است.

۲) درست؛ انحلال آمونیوم سولفات در آب:

$$(NH_4)_2SO_4 \rightarrow 2NH_4^+ + SO_4^{2-}$$ (۳ یون)

۳) درست؛ روی و اسکاندیم جزو فلزات چند ظرفیتی نیستند و تنها یک نوع کاتیون دارند؛ در نتیجه برای نام‌گذاری ترکیبات حاوی آن‌ها نباید از عدد رومی برای نشان دادن بار آن‌ها استفاده کرد.

۴) نادرست؛ نام درست Cu_2CO_3، مس (I) کربنات است و ساختار لوویس یون کربنات به صورت  است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

(برگرفته از خود را بیازمایید)

۱۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(مجید جلیل‌ناغونی)*

موارد (الف) و (ت) درست‌اند.

واکنش انجام شده به شکل زیر است:

$$AgNO_3(aq) + NaCl(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3(aq)$$

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست؛ مجموع ضرایب استوکیومتری در هر دو طرف برابر ۲ است.

ب) نادرست؛ از آنجا که شمار (مول) یون‌های نیترات و سدیم در طول انجام واکنش ثابت می‌ماند، غلظت و نسبت درصد جرمی این دو یون نیز نسبت به هم ثابت می‌ماند.

پ) نادرست؛ نقره کلرید $(AgCl)$ رسوب تشکیل شده در این واکنش است. هر دو یون Ag^+ و Cl^- سازندهٔ این نمک به شکل تک اتمی هستند.

ت) درست؛ در آغاز واکنش، ترکیب دو محلول، یک محلول شفاف می‌سازد و با انجام واکنش، رسوب نقره کلرید تشکیل می‌شود و یکنواختی محلول اولیه از بین می‌رود و آن را به یک مخلوط ناهمگن تبدیل می‌کند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲ و ۹۶)

۱۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(مهشید نیازی)*

گام اول: تبدیل غلظت‌ها و محاسبهٔ مول کاتیون‌ها:

جرم کل محلول: $m_{\text{محلول}} = 200\,kg = 2\times10^5\,g$

محاسبهٔ مقدار یون کلسیم (Ca^{2+}) با رابطهٔ ppm:

$$ppm = \frac{m(Ca^{2+})}{m_{\text{محلول}}}\times10^6 \Rightarrow 400 = \frac{m(Ca^{2+})}{2\times10^5\,g}\times10^6$$

$$m(Ca^{2+}) = \frac{400\times2\times10^5}{10^6} = 80\,g\,Ca^{2+}$$

$$80\,g\,Ca^{2+}\times\frac{1\,mol\,Ca^{2+}}{40\,g\,Ca^{2+}} = 2\,mol\,Ca^{2+}$$

محاسبهٔ مقدار یون پتاسیم (K^+) با کمک درصد جرمی:

$$200\,kg\ \text{محلول}\times\frac{1000\,g\ \text{محلول}}{1\,kg\ \text{محلول}}\times\frac{0/078\,g\,K^+}{100\,g\ \text{محلول}}$$

$$\times\frac{1\,mol\,K^+}{39\,g\,K^+} = 4\,mol\,K^+$$

گام دوم: استوکیومتری تشکیل نمک‌ها:

محاسبهٔ جرم مولی نمک‌ها:

$$M(SO_4^{2-}) = 32+4(16) = 96\,g.mol^{-1}$$

$$M(CaSO_4) = 40+96 = 136\,g.mol^{-1}$$

$$M(K_2SO_4) = 2(39)+96 = 78+96 = 174\,g.mol^{-1}$$

محاسبهٔ جرم نمک کلسیم سولفات: چون هر واحد فرمولی $CaSO_4$ شامل یک یون Ca^{2+} است:

$$n(CaSO_4) = n(Ca^{2+}) = 2\,mol\,CaSO_4$$

$$2\,mol\,CaSO_4\times\frac{136\,g\,CaSO_4}{1\,mol\,CaSO_4} = 272\,g\,CaSO_4$$

محاسبهٔ جرم نمک پتاسیم سولفات: چون هر واحد فرمول K_2SO_4 شامل دو یون K^+ است:

$$n(K_2SO_4) = \frac{n(K^+)}{2} = \frac{4}{2} = 2\,mol\,K_2SO_4$$

$$2\,mol\,K_2SO_4\times\frac{174\,g\,K_2SO_4}{1\,mol\,K_2SO_4} = 348\,g\,K_2SO_4$$

گام سوم: محاسبهٔ نسبت خواسته شده:

$$\text{نسبت} = \frac{m(CaSO_4)}{m(K_2SO_4)} = \frac{272\,g}{348\,g} = \frac{136}{174} \approx 0/78$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

۱۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(هدی بهاری‌پور)*

$$20\,g \Rightarrow \text{سدیم هیدروکسید در محلول اول} = \frac{\text{مقدار حل‌شونده}}{140}\times100$$

$$\Rightarrow \text{مقدار حل‌شونده} = 28\,g$$

$$50\,g \Rightarrow \text{سدیم هیدروکسید در محلول دوم} = \frac{\text{مقدار حل‌شونده}}{260}\times100$$

$$\Rightarrow \text{مقدار حل‌شونده} = 130\,g$$

$$\text{درصد جرمی محلول نهایی} = \frac{28+130}{140+260}\times100 = 39/5$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

شیمی ۲

۱۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد.

۲) گرد آهن موجود در کپسول چینی تحت تاثیر شعلهٔ آتش داغ و سرخ می‌شود، اما نمی‌سوزد.

۴) واکنش تجزیهٔ سلولز که موجب پوسیده شدن کاغذ کتاب‌های قدیمی می‌شود جزو واکنش‌های بسیار کند است و در مقایسه با واکنش زنگ زدن آهن کندتر رخ می‌دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ خود را بیازمایید صفحه‌های ۸۰، ۸۲ و ۸۳)

۱۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) از آنجایی که در واکنش I و II، هیچ یک از مواد واکنش‌دهنده گازی شکل نیستند، سرعت واکنش‌ها به فشار وابسته نیست.

۲) به دلیل وجود واکنش‌دهندهٔ جامد می‌توان با افزایش سطح تماس در این واکنش‌دهنده‌ها، سرعت واکنش‌ها را افزایش داد.

۳) سرعت واکنش تنها برابر با سرعت گونه‌ای است که ضریب آن پس از موازنه برابر یک است:

$$۴KNO_۳ \rightarrow ۲K_۲O + ۲N_۲ + ۵O_۲$$

۴) مقادیر را برحسب سرعت متوسط واکنش I حساب می‌کنیم:

$$-\frac{\Delta n(KNO_۳)}{۳\Delta t} = \frac{۱}{۳}\times ۴\bar{R} = \frac{۴}{۳}\bar{R}$$

$$\frac{۲\Delta n(N_۲)}{۳\Delta t} = \frac{۲}{۳}\times ۲\bar{R} = \frac{۴}{۳}\bar{R}$$

در نتیجه این دو مقدار با یکدیگر برابر هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

۱۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) افزایش حجم موجب کاهش غلظت و در نتیجه کاهش سرعت می‌شود.

ب) با گذشت زمان و مصرف واکنش‌دهنده‌ها سرعت واکنش کاهش می‌یابد، بنابراین بیشترین اختلاف جرم و خروج گاز در همان بازه‌های ابتدایی رخ می‌دهد و در انتهای واکنش تغییرات جرم بسیار ناچیز می‌شود.

پ) جرم نهایی محلول برابر مجموع جرم اولیهٔ محلول HCl و $CaCO_۳$ منهای گاز $CO_۲$ آزاد شده می‌باشد.

ت) این ۰/۰۵ گرم، مقدار آب جذب شده توسط پنبه است و باید از کاهش جرم کل (۱/۴۸ گرم) کم شود تا جرم خالص $CO_۲$ محاسبه شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۱۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(مجید جلیل ناغونی)*

مطابق با معادلهٔ نمادی واکنش، به ازای مصرف ۳ مول واکنش‌دهندهٔ گازی (یک مول متان و ۲ مول اکسیژن)، یک مول فراوردهٔ گازی (کربن دی‌اکسید) تولید می‌شود، بنابراین این واکنش با کاهش شمار مول مواد گازی به میزان ۲ مول همراه است. شمار مول متان $(CH_۴)$ مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$\text{کاهش } ۸\times ۱۰^{-۲}\,mol \times \frac{۱\,mol\,CH_۴}{\text{کاهش } ۲\,mol} = ۴\times ۱۰^{-۲}\,mol\,CH_۴$$

در ادامه رابطهٔ سرعت واکنش برحسب $mol.L^{-۱}.min^{-۱}$ را برای متان $(CH_۴)$ می‌نویسیم:

$$\bar{R}_{CH_۴} = \frac{-[CH_۴}{\Delta t} \Rightarrow ۱۵\times ۱۰^{-۳} = \frac{\frac{۴\times ۱۰^{-۲}}{V}}{۲۰s\times \frac{۱min}{۶۰s}} \Rightarrow V = ۸L$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸)

(برگرفته از کنکور تجربی ۱۴۰۵)

۱۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد کنکرانی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) صورت سوال نشان می‌دهد که سرعت متوسط مصرف B نصف سرعت متوسط تشکیل C است، نه برعکس. پس داریم:

سرعت متوسط مصرف B $۲\times$ = سرعت متوسط تشکیل C

بنابراین، سرعت متوسط تشکیل C نصف سرعت مصرف B نیست و گزینهٔ (۱) نادرست است.

۲) با توجه به اینکه سرعت مصرف B نصف سرعت تشکیل C است، در یک بازهٔ زمانی مشخص نیز مقدار مول‌های B مصرف شده، نصف مقدار مول‌های C تشکیل شده خواهد بود:

$$mol\,B = \frac{۱}{۲}mol\,C$$

اما در این گزینه بیان شده است که مقدار C تشکیل شده، نصف مقدار B مصرف شده است که با رابطهٔ داده شده سازگار نیست؛ بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

۳) طبق صورت سؤال، سرعت متوسط مصرف مادهٔ B، نصف سرعت متوسط تشکیل مادهٔ C است.

سرعت متوسط تشکیل C $\frac{۱}{۲}$ = سرعت متوسط مصرف B

ترنج بوک
تلاشی در مسیر پیشرفت

نسبت سرعت مصرف و تشکیل مواد در یک واکنش، با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ موازنه شده برابر است، بنابراین: $\frac{\bar{R}_B}{\bar{R}_C} = \frac{۱}{۲}$

پس ضریب استوکیومتری B، نصف ضریب استوکیومتری C است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۴) افزودن بازدارنده، سرعت واکنش و در نتیجه سرعت مصرف B و تشکیل C را کاهش می‌دهد، اما نسبت سرعت مصرف و تشکیل مواد را تغییر نمی‌دهد. زیرا این نسبت فقط به ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه شده وابسته است. پس گزینهٔ (۴) نادرست است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۱۵۶- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

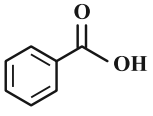
موارد (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی لیکوپن هستند.

ب) فرمول مولکولی بنزوئیک اسید به صورت $C_۷H_۶O_۲$ است و در آن شمار اتم‌های هیدروژن و کربن برابر نیست.

پ) در ساختار بنزوئیک اسید یک حلقهٔ بنزن وجود دارد که سه پیوند دوگانهٔ $C=C$ در آن دیده می‌شود و در گروه کربوکسیل $(-COOH)$ مولکول نیز یک پیوند دوگانهٔ $C=O$ وجود دارد (بنزوئیک اسید در مجموع چهار پیوند دوگانه دارد.) ساختار بنزوئیک اسید را ببینید:



نخستین عضو آلکان‌ها متان $(CH_۴)$ است که چهار اتم هیدروژن دارد. بنابراین شمار پیوندهای دوگانهٔ بنزوئیک اسید با شمار هیدروژن‌های متان برابر است.

ت) برخی از ریزمغذی‌های موجود در خوراکی‌ها به عنوان بازدارنده عمل می‌کنند. بازدارنده‌ها با خنثی‌سازی رادیکال‌های آزاد، از وقوع واکنش‌های شیمیایی مخرب که به بافت‌ها آسیب می‌رسانند، جلوگیری می‌کنند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۴، ۹۰ و ۹۱)

۱۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابوی‌مهر)*

سرعت $(mol.L^{-۱}.s^{-۱})$	۱۹۲×۱۰^{-۴}	۹۶×۱۰^{-۴}	۴۸×۱۰^{-۴}	۲۴×۱۰^{-۴}	۱۲×۱۰^{-۴}
دما $(^\circ C)$	۶۵	۵۵	۴۵	۳۵	۲۵

$$۱۲\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}.s^{-۱}\times۳\,L\times\frac{۶۰\,s}{۱\,min}=۰/۲۱۶\,mol.min^{-۱}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳، ۹۲ و ۹۳)

(برگرفته از کنکور ۱۴۰۱)

۱۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا جمشیری)*

جرم کاهش یافته همان مجموع جرم $CO_۲$ و $H_۲O$ گازی آزاد شده است، می‌توان مول $CO_۲$ تولید شده را از روی کاهش جرم محاسبه کرد:

$$?\,mol\,CO_۲ = ۳۷/۲\,g(CO_۲+H_۲O)$$

$$\times\frac{۱\,mol\,CO_۲}{۴۴\,g\,CO_۲+۱۸\,g\,H_۲O}=۰/۶\,mol\,CO_۲$$

$$\bar{R}_{CO_۲}=\frac{\Delta n}{\Delta t(s)}=\frac{۰/۶\,mol}{۱۲۰۰\,s}$$

$$=\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۳}\,mol.s^{-۱}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}}=\bar{R}_{CO_۲}=\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۳}\,mol.s^{-۱}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۸۹)

۱۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) معادلهٔ واکنش گاز نیتروژن مونوکسید (NO) و گاز اکسیژن $(O_۲)$ به صورت مقابل است: $۲NO(g)+O_۲(g)\rightarrow ۲NO_۲(g)$

ضریب استوکیومتری NO دو برابر ضریب استوکیومتری $O_۲$ است نمودار گاز قهوه‌ای رنگ $NO_۲$ معادل a، نمودار $O_۲$ معادل c و نمودار NO معادل b می‌باشد.

۲) از آنجا که ضریب استوکیومتری $O_۲$ نصف $NO_۲$ است، بنابراین سرعت مصرف $O_۲$ نصف سرعت تولید $NO_۲$ است.

$$\frac{\bar{R}_{O_۲}}{\bar{R}_{NO_۲}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \bar{R}_{O_۲}=\frac{۱}{۲}\bar{R}_{NO_۲}$$

۳) همان‌طور که مشاهده می‌شود طی ۱۴ ساعت، ۰/۰۴ مول $NO_۲$ تولید شده است، که از این مقدار ۰/۰۲ مول آن طی ۳ ساعت اول تولید شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در ۳ ساعت اول نیمی از $NO_۲$ تشکیل شده است.

۴) در بازهٔ زمانی ۳ تا ۷ ساعت سرعت مصرف گاز NO با سرعت تولید گاز $NO_۲$ برابر است زیرا ضریب هر ۲ ماده با هم برابر است و بنابراین میزان تغییرات آن‌ها یکسان است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۱۶۰- **گزینهٔ «۱»** *(نرا حسین‌پورمقدم)*

مطابق با مطالب موجود در صفحهٔ ۹۴ کتاب درسی گزینهٔ (۱) نادرست است. ردپای غذا نیز مانند ردپای کربن دی‌اکسید و آب دارای دو چهره است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

☑ دفترچهٔ پاسخ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

عمومی دوازدهم

رشتهٔ ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۲۹ آبان ماه ۱۴۰۵

طراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسن افتاده، حسین پرهیزگار، نازنین‌فاطمه حاجیلو، سعید جعفری، ابوالفضل عباس‌زاده، محسن فدایی
عربی، زبان قرآن	رضا خداداده، ابوطالب درانی، آرمین ساعدپناه، محمدرضا سوری، محمدصالح شریفی، امیرعلی فردین، مرتضی کاظم‌شیرودی، مجید همایی
دین و زندگی	محسن بیاتی، فردین سماقی، مرتضی محسنی‌کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحت‌اله استیری، محمدهادی صادقی‌حسن‌آبادی، عقیل محمدی‌روش

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه برتر	مسئول درس مستندسازی
فارسی	نازنین‌فاطمه حاجیلو	نازنین‌فاطمه حاجیلو	محسن اصغری مرتضی منشاری	—	فریبا رئوفی، محسن جمشیدی، امیرمحمد کماسی، مهدی یعقوبیان
عربی، زبان قرآن	فرهاد صالحی	فرهاد صالحی	درویشعلی ابراهیمی	آترین صبا	لیلا ایزدی، امیررضا علیزاده، محسن جمشیدی، مسلم احمدنژاد
دین و زندگی	بهنام رسولی	بهنام رسولی	امیرمهدی افشار	محمدفرحان فخاریان محمدرضا سعیدی‌مقدم	سجاد حقیقی‌پور، سیدمجتبی رضازاده
اقلیت‌های مذهبی	دبورا حاتانیان	دبورا حاتانیان	معصومه شاعری	—	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	محسن رحمانی، فاطمه نقدی	محدثه مرآتی	سپهر اشتیاقی

مدیران گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: فریبا رئوفی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۰۲۱

فارسی ۳

۲۰۱- گزینهٔ «۳» *(ابوالفضل عباس‌زاده)*

شرزه: خشمگین، غضبناک / ارغند: خشمگین و قهرآلود

(واژگان، واژه‌نامه)

۲۰۲- گزینهٔ «۳» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

«رأس» شکل درست املایی است.

(املا، صفحه‌های ۱۲، ۱۹، ۳۱ و ۳۸)

۲۰۳- گزینهٔ «۴» *(سعید جعفری)*

اگر محتسب تو را بدین حال ببیند...: مفعول

«جامه‌ات را از بهر غرامت، بیرون کنم» مفعولِ فعلِ «گفت» است. (گفت، چه را گفت؟ این جمله را: جامه‌ات را از بهر غرامت بیرون کنم.)

بررسی گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: هشیار مردم: نهاد (هشیارْ مردم (مردمِ هشیار)، باید مست را حد بزنند)

گزینهٔ «۲»: این: صفت اشاره

گزینهٔ «۳»: داروغه: متمم (تا به داروغه بگوییم)

(دستور، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۰۴- گزینهٔ «۳» *(حسن افتاره - تبریز)*

در مصراع اول بیت (الف) دو ترکیب اضافی (چشم بشر/ روی تو (تا چشم بشر رویت (روی تو) را نبیند)) وجود دارد.

تشریح موارد:

بیت (الف): ترکیب وصفی «چهرِ دل‌بند» / ترکیب‌های اضافی: «چشم بشر/ روی تو»

بیت (ب): ترکیب‌های وصفی «مادر سرسپید / این پند / فرزند سیاه‌بخت» / ترکیب اضافی: «پند فرزند»

بیت (ج): ترکیب‌های وصفی: «این بی‌خردان / بی‌خردان سفله / مردم خردمند» / ترکیب‌های اضافی: «داد دل/ دل مردم»

(دستور، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۲۰۵- گزینهٔ «۲» *(سعید جعفری)*

الف) تضاد: فرومی‌رود، برمی‌آید

ب) تلمیح: «به گناه فاحش ندرد: اشاره به فرازی از دعای کمیل: «اللّهم مولای کم من قبیح سترته: بارالها! ای سرور و مولای من، چه زشتی‌ها و گناهانی که پوشاندی» دارد که در آن از صفت «ستارالعیوب»بودن خداوند صحبت می‌شود./ «... روزی به خطای منکر نبرد»: اشاره به آیهٔ قرآنی «کلا نمد هؤلاء من عطائک ربّک ...: به هر دو گروه (گناهکاران و نیکوکاران) یاری می‌رسانیم و عطای پروردگارت [در این دنیا] از هیچ کسی دریغ نمی‌شود. (سورهٔ اسراء، آیهٔ ۲۰)» دارد.

ج) جناس: باز، بار

د) اضافهٔ تشبیهی: بحر مکاشفت

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۲۰۶- گزینهٔ «۳» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

حسن تعلیل: مشت‌زدن زمین از روی خشم بر آسمان، کوه دماوند را پدید آورده است.

(آرایه، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۲۰۷- گزینهٔ «۱» *(محسن فدایی - شیراز)*

شعر «مست و هشیار» سرودهٔ پروین اعتصامی است.

(تاریخ ادبیات، ترکیبی)

۲۰۸- گزینهٔ «۲» *(حسین پرهیزگار - سبزوار)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: مورد اول نادرست (خشنودی شاعر در بیت الف، حاصل دولت‌مندی و خوشبختی مادی نیست).

گزینهٔ «۳»: مورد دوم نادرست است (شاعر در بیت (ب) می‌گوید که خردمند و کسی که مورد احترام خردمندان است، باید به فکر جامعه باشد و دغدغهٔ مردم را داشته باشد؛ نه اینکه جامعه به خردمندان احترام بگذارد.)

گزینهٔ «۴»: مورد دوم نادرست است.

(مفهوم، صفحهٔ ۲۷)

۲۰۹- گزینهٔ «۱» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

الف) منظور از «دیو» در بیت اول، دماوند است؛ در بیت سوم نیز «مادر»، منظور «دماوند» است و «فرزند»، منظور «شاعر» است.

ب) شاعر، این شعر را در سال ۱۳۰۱ شمسی، هنگامی که به تحریک بیگانگان، هرج و مرج و هتاکی در مطبوعات ایجاد شده بود، سرود. او مضامین شعر را با تأثیرپذیری از این اوضاع، خلق کرده است. به طور کلی، دماوند در این شعر، نماد ایران است که از وضعیت اجتماعی خود و فرزندانش، غمگین، دردآلود و همچنین خشمگین و پر از جوش و خروش است.

(مفهوم، صفحه‌های ۳۶، ۳۷ و ۳۹)

۲۱۰- گزینهٔ «۴» *(حسن افتاره - تبریز)*

معنی نوشته‌شده در مقابل همهٔ گزینه‌ها کاملاً درست بود به‌جز گزینهٔ «۴».

معنی درست عبارت گزینهٔ «۴»: روی قله‌ات برف وجود دارد.

(مفهوم، صفحه‌های ۱۲، ۱۹، ۲۷ و ۳۶)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

عربی، زبان قرآن ۳

۲۱۱- گزینهٔ «۳» *(محمدرضا سوری)*

(لیت + مضارع: مضارع التزامی): لیتکِ تعلمینَ: کاش بدانی/ رجلی تؤلمنی: پایم درد می‌کند/ لن استَطیع: نخواهم توانست (مستقبل منفی)/ أن أصعدَ: که بالا بروم

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: امید است: کاش/ چنان: زائد/ نمی‌توانم: نخواهم توانست

گزینهٔ «۲»: چنان: زائد/ قادر نیستم: نخواهم توانست

گزینهٔ «۴»: می‌دانستی: بدانی/ قادر نخواهم بود: نخواهم توانست

(ترجمه)

۲۱۲- گزینهٔ «۱» *(ابوطالب درانی)*

«قالَ أحدُهُم» یکی از آن‌ها گفت (حذف گزینهٔ «۳») / «لِیُحضَرْ»: باید احضار شود (حذف گزینه‌های «۲ و ۳») / «الأصنام»: بت‌ها (حذف گزینه‌های «۳ و ۴») / «علینا أنْ نُحَرِّقَـــه»: باید او را آتش بزنیم – بر ماست او را آتش بزنیم (حذف گزینه‌های «۲ و ۴»)

(ترجمه)

۲۱۳- گزینهٔ «۴» *(محمدصالح شریفی)*

«قِیلَ لی»: به من گفته شد (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «اعمَل بالسُّنة»: به سنّت عمل کن (رد گزینهٔ ۲) / «ضُیوفِکَ»: مهمانانت، مهمانانِ خود (رد گزینه‌های ۲ و ۳).

(ترجمه)

۲۱۴- گزینهٔ «۲» *(مهیر همایی)*

«شاهدتُ»: دیدم، مشاهده کردم/ «دُموعُ والدی»: اشک‌های پدر و مادرم/ «تَتساقطُ»: فرومی‌ریخت (رد گزینهٔ «۴»)/ «أعینهما»: چشمانشان/ «سألتُهما»: از آن دو (آن‌ها) سؤال کردم (رد گزینه‌های «۱ و ۴»)/ «تبکیان»: گریه می‌کنید (رد گزینه‌های «۱ و ۳»)

(ترجمه)

۲۱۵- گزینهٔ «۱» *(امیرعلی فردین)*

لای نفی جنس به همراه اسم می‌آید: (لا+ اسم) که این اسم فاقد (ال) و تنوین است و فقط فتحه (ـَ) در آخرش دارد که این مورد فقط در گزینهٔ «۱» مشاهده می‌شود اما در سایر گزینه‌ها (لا) به همراه یک فعل مضارع مرفوع آمده و (لای نفی) است.

تشریح گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هیچ ملتی از ملت‌های زمین نیست که ستم را بپذیرد.

گزینهٔ «۲»: خداوند انسان را بیهوده رها نمی‌کند.

گزینهٔ «۳»: بی‌گمان خدا پاداش نیکوکاران را تباه نمی‌کند.

گزینهٔ «۴»: گویی خشنود ساختن همهٔ مردم هدفی است که به دست آورده نمی‌شود.

(قواعد)

۲۱۶- گزینهٔ «۴» *(رضا فدارداره)*

ترجمهٔ عبارت: «می‌دانم (ولی) دانش‌آموز در درس‌خواندنش تلاشگر است.» با توجه به معنی عبارت، کاملاً مشخص است که کاربرد حرف مشبهة بالفعل (لکنّ) در این عبارت اشتباه است و باید از حرف مشبهة بالفعل (أنّ) استفاده شود.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: امتحان سخت است (ولی) دانش‌آموز آماده است.

گزینهٔ «۲»: بیشتر مردم در روزهای بزرگسالی‌شان آرزو می‌کنند (کاش) ایام کودکی‌شان برگردد.

گزینهٔ «۳»: (گویی) آسمان دریایی آبی است.

(قواعد)

۲۱۷- گزینهٔ «۴» *(آرمین ساعدپناه)*

ترجمهٔ گزینهٔ «۴»: گویی کسانی که در راه خدا صف در صف می‌جنگند، ساختمانی استوار هستند.

حرف مشبهة بالفعل صحیح در سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: قالَ أعلمُ أنّ اللهَ علی کلّ شیءٍ قدیرٌ!

گزینهٔ «۲»: لماذا یبکی الطّفل؟ لِأنّه جائعٌ!

گزینهٔ «۳»: تمنّی المزارعُ: لیتَ المطرَ ینزلُ کثیراً!

(قواعد – حروف مشبهه بالفعل)

۲۱۸- گزینهٔ «۱» *(تبدیل به تست سؤال ۱۲ نوبتی شهریور ۱۴۰۵)*

«الرّجلُ»: فاعل / «الدّار»: مضاف‌الیه

(قواعد)

۲۱۹- گزینهٔ «۳» *(آرمین ساعدپناه)*

نوع «لا» در این عبارت «ناهیه» («لا» نهی) است.

ترجمهٔ عبارت: «و گفتارشان تو را نباید اندوهگین کند؛ زیرا ارجمندی، همه از آنِ خداست.»

(قواعد)

۲۲۰- گزینهٔ «۴» *(مرتضی کاظم‌شیرودی)*

حرف مشبهةبالفعل «لکنّ» مناسب این عبارت نیست زیرا ابهام را از جملهٔ ماقبل خود برطرف می‌سازد. حرف «إنَّمَا» به‌معنای «تنها، فقط» مناسب است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: مدیر جواب داد: هیچ دانش‌آموزی این‌جا نیست (لا نفی جنس)

گزینهٔ «۲»: برای چه الآن تمرین را می‌نویسی؟ زیرا من مریض بودم (در جواب «لِماذا: برای چه» از «لأنّ» استفاده می‌کنیم).

گزینهٔ «۳»: و کافر می‌گوید: ای کاش من خاک بودم.

(«لَیتَ» به معنای «کاش» و بیانگر آرزوست و به صورت «یا لَیتَ» هم به کار می‌رود.)

(قواعد)

تلاش تو تسخیر موفقیت

دین و زندگی (۳)

۲۲۱- گزینهٔ «۱» *(محسن بیاتی)*

جهان همواره و در هر آن به خداوند نیازمند است و این نیاز هیچ‌گاه قطع یا کم نمی‌شود. از این رو موجودات دائماً با زبان حال به پیشگاه الهی عرض نیاز می‌کنند. زبان حال موجودات را مولوی این گونه بیان می‌کند:

«ما چو نایییم و نوا در ما ز توست/ ما چو کوهیم و صدا در ما ز توست»

(درس ۱، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۲۲۲- گزینهٔ «۴» *(محسن بیاتی)*

طبق آیهٔ «الله نور السماوات و الارض»، خداوند نور هستی است. در واقع، هر موجودی در حد خودش تجلّی‌بخش خداوند و نشانگر حکمت، قدرت، رحمت و سایر صفات الهی است.

(درس ۱، صفحهٔ ۱۱)

۲۲۳- گزینهٔ «۱» *(فردین سماقی)*

آیات «قل هو الله احد» و «هو الواحد القّهار» بیانگر توحید یا اصل توحید است.

دلیل نادرستی گزینه‌های دیگر:

آیهٔ «قل الله خالق کلّ شیء» بیانگر توحید در خالقیت و آیهٔ «لله ما فی السّماوات و ما فی الارض» بیانگر توحید در مالکیت و آیهٔ «و لا یشرک فی حکمه احدا» بیانگر توحید در ولایت است.

(درس ۲، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۲۲۴- گزینهٔ «۳» *(فردین سماقی)*

عبارت «قل أ فاتخذتم من دونه اولیاء: بگو آیا غیر از او سرپرستانی گرفته‌اید که ...» بیانگر شرک در ولایت است؛ زیرا به اتخاذ سرپرستانی غیر از خداوند متعال توسط مردم اشاره می‌کند.

(درس ۲، صفحهٔ ۲۲)

۲۲۵- گزینهٔ «۳» *(میثم هاشمی)*

از جملهٔ پاداش‌های وصف‌نشدنی، دیدار محبوب حقیقی و تقرب به پیشگاه کسی است که بنا به تعبیر امیر مؤمنان (ع)، «نهایت آرزوی عارفان، دوست دل‌های صادقان، ولی مؤمنان و معبود عالمیان است.»

(درس ۴، صفحهٔ ۴۸)

۲۲۶- گزینهٔ «۳» *(میثم هاشمی)*

اگر همه فقط خواسته‌ها و تمایلات دنیوی خود را دنبال کنند و تنها منافع خود را محور فعالیت اجتماعی قرار دهند و اهل ایثار و تعاون و خیر رساندن به دیگران نباشند، تفرقه و تضاد جامعه را فرامی‌گیرد و امکان رشد و تعالی از بین می‌رود.

(درس ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۲۲۷- گزینهٔ «۴» *(میثم هاشمی)*

موحد واقعی همواره انسانی امیدوار است. در مقابل سختی‌ها و مشکلات، صبور و استوار است و آن‌ها را زمینهٔ موفقیت‌های آینده‌اش قرار می‌دهد.

انسان موحد، چون زندگی خود را بر اساس رضایت خداوند تنظیم کرده و پیرو فرمان‌های اوست، شخصیتی ثابت دارد و برخوردار از آرامش روحی است.

انسان موحد موجودات جهان را مخلوق خداوند می‌بیند و می‌داند که خداوند او را در برابرشان مسئول قرار داده است.

(درس ۳، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۲۲۸- گزینهٔ «۳» *(مرتضی محسنی کبیر)*

بیت «این همه نقش عجب بر در و دیوار وجود/ هر که فکرت نکند نقش بود بر دیوار»: مربوط به «افزایش معرفت و شناخت نسبت به خداوند» است و هرچقدر معرفت ما به خداوند بیشتر شود به افزایش درجهٔ اخلاص کمک خواهد کرد.

(درس ۴، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۲۲۹- گزینهٔ «۳» *(مرتضی محسنی کبیر)*

انسان، همواره بر سر دوراهی بندگی خداوند و بندگی هوای نفس و شیطان قرار دارد و زندگی، صحنهٔ انتخاب یکی از این دو راه است. آن کس که راه توحید را بر می‌گزیند و در پی آن اندیشه و دل و عمل خویش را برای رضای حضرت دوست قرار می‌دهد، خطراتی او را تهدید می‌کند و احتمال انحراف از توحید برای او هست. لذا پیامبر (ص) در این حدیث دربارهٔ این موضوع می‌فرماید: «راهیابی شرک به دل انسان از راه رفتن مورچه‌ای سیاه در شب تاریک بر تخته سنگی سیاه پنهان‌تر است.» پس باید ببینیم چگونه از حریم دل پاسبانی کنیم تا آفت شرک به آن راه نیابد و عمل ما خالص برای خداوند انجام شود.

(درس ۴، صفحهٔ ۴۳)

۲۳۰- گزینهٔ «۲» *(مرتضی محسنی کبیر)*

یکی از راه‌های تقویت اخلاص دوری از گناه و تلاش برای انجام واجبات (فرائض) است و امیرالمؤمنین علی (ع) دربارهٔ وجوب روزه می‌فرماید: «خداوند بدان جهت روزه را واجب کرد تا اخلاص مردم را بیازماید.»

(درس ۴، صفحهٔ ۴۷)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

زبان انگلیسی ۳

۲۳۱- گزینهٔ «۴» *(رحمت‌اله استیری)*

نکتهٔ مهم درسی:

جملهٔ شرطی ملاک برای ساخت تگ قرار نمی‌گیرد (رد گزینه‌های «۱ و ۳»). جمله مثبت است، پس تگ باید به صورت منفی به‌کار رود (رد گزینهٔ «۲»).

(گرامر)

۲۳۲- گزینهٔ «۲» *(رحمت‌اله استیری)*

نکتهٔ مهم درسی:

در این جمله، نقش "I" برای فعل "allow" (اجازه دادن) مفعولی است، پس نیاز به ساختار مجهول داریم (رد گزینه‌های «۱ و ۳»). از سوی دیگر، با توجه به مفهوم کلی جمله، کلمهٔ ربط مناسب برای ترکیب دو جمله "so" به معنای «بنابراین» می‌باشد (رد گزینه‌های «۳ و ۴»).

(گرامر)

۲۳۳- گزینهٔ «۱» *(رحمت‌اله استیری)*

نکتهٔ مهم درسی:

با توجه به مفهوم تضاد موجود بین دو جمله، در جای خالی نیاز به حرف ربط "but" داریم (رد سایر گزینه‌ها).

(گرامر)

۲۳۴- گزینهٔ «۳» *(محمدهادی صادقی‌حسن‌آبادی)*

ترجمه جمله: «سارا دربارهٔ سفر خانوادگی‌اش در دفتر خاطراتش نوشت و چندین تصویر کوچک اضافه کرد تا لحظات خاص را به یاد بیاورد.»

۱) الهام ۲) فشار

۳) دفترچه خاطرات ۴) نصیحت

(واژگان)

۲۳۵- گزینهٔ «۴» *(محمدهادی صادقی‌حسن‌آبادی)*

ترجمه جمله: «مربی به بازیکنان متعهد خود افتخار می‌کرد، زیرا آن‌ها سخت تمرین می‌کردند و در طول تمرین هرگز تسلیم نمی‌شدند.»

۱) مرکب ۲) مناسب

۳) ناگهانی ۴) متعهد

(واژگان)

۲۳۶- گزینهٔ «۲» *(محمدهادی صادقی‌حسن‌آبادی)*

ترجمهٔ جمله: «خواهرم واقعاً عاشق علوم است، زیرا از کشف نحوهٔ کارکرد چیزها و پیدا کردن پاسخِ بسیاری از سؤال‌های جالب لذت می‌برد.»

۱) اختراع کردن ۲) کشف کردن

۳) فراهم کردن ۴) بخشیدن

(واژگان)

ترجمهٔ متن درک مطلب:

فراعنه فرمانروایان مصر باستان بودند که هم رئیس حکومت و هم رهبران مذهبی مردم خود به شمار می‌رفتند. واژهٔ «فرعون» به معنای «خانهٔ بزرگ» است، اشاره‌ای به کاخی که فرعون در آن زندگی می‌کرد. فرعون به عنوان رهبر مذهبی مصریان، واسطهٔ میان خدایان و مصریان به شمار می‌رفت. انتظار می‌رفت فراعنهٔ مصر بر اساس «ماعت» حکومت کنند، که در زبان مصر باستان به معنای تعادل و هماهنگی کامل بود. «ماعت» در فرهنگ مصری چنان اهمیت داشت که همهٔ نوشته‌های مذهبی تأکید می‌کردند پادشاه مسئولیت دارد ماعت را در مصر برقرار کند.

فرعون قوانین را وضع می‌کرد، مالک تمام سرزمین مصر بود، مالیات جمع‌آوری می‌کرد، به جنگ می‌رفت یا از کشور در برابر دشمنان دفاع می‌کرد. بسیاری از پژوهشگران بر این باورند که منس نخستین فرمانروایی بود که مصر بالا و پایین را متحد کرد. به همین دلیل است که فراعنه عنوان «ارباب دو سرزمین» را دارند. فرعون معمولاً مرد بود، هرچند برخی رهبران زن مشهور نیز وجود داشتند، مانند حتشپسوت و کلئوپاترا. به‌ویژه حتشپسوت یکی از موفق‌ترین فرمانروایان به شمار می‌رود. به گفتهٔ یک مصرشناس مشهور، او نخستین زن بزرگ در تاریخ است که از او آگاه هستیم.

پس از مرگشان، بسیاری از فراعنه با اشیای ارزشمندی احاطه می‌شدند که قرار بود در زندگی پس از مرگ به‌کار روند. مصریان بر این باور بودند که همهٔ مردم پس از مرگ سفری دشوار خواهند داشت، و به همین دلیل گورهای خود را با اشیای سودمند پر می‌کردند تا به رسیدن به مقصد کمک کنند.

۲۳۷- گزینهٔ «۲» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «بهترین عنوان برای متن چیست؟»

«پادشاهان دو سرزمین در مصر»

(درک مطلب)

۲۳۸- گزینهٔ «۴» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «بر اساس متن کدام یک از موارد زیر دربارهٔ مصریان باستان درست است؟»

«آن‌ها اعتقاد داشتند که زندگی با مرگ تمام نمی‌شود.»

(درک مطلب)

۲۳۹- گزینهٔ «۳» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «بر اساس متن کدام یک از موارد زیر نادرست است؟»

«حتشپسوت موفق‌ترین فرعونی بود که بر مصر باستان حکومت کرد.»

(درک مطلب)

۲۴۰- گزینهٔ «۴» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «کلمهٔ "they" که زیر آن در پاراگراف «۳» خط کشیده شده است به چه اشاره دارد؟»

«مصریان»

(درک مطلب)

تلاشی درمسیرموفقیت

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۲۹ آبان

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مسئول دفترچه	حامد کریمی
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
ویراستاران مستندسازی	بیتا مرادی، پریا اقبالی
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حامد کریمی، حمید گنجی، رامتین شمشکی، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

نارنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

متن بر «برنامه‌ریزی‌شده» بودنِ رژیم غذایی تأکید می‌کند و هشدار می‌دهد که گیاه‌خواری «خودبه‌خود» کامل نیست. به اشاره به کمبود احتمالیِ پروتئین و ب۱۲ دقّت کنید. گزینهٔ «۱» غلط است زیرا گیاه‌خواریِ بدون پروتئینِ کافی «نامناسب» است، نه مناسب. گزینهٔ «۴» نیز با متن در تضاد است: (متن می‌گوید هر گیاه‌خواری‌ای کامل نیست. گزینهٔ «۲» نیز بی‌ربط است.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

متن به این نکته اشاره می‌کند که سختیِ کار لزوماً به معنای نادرستی نیست، بلکه احتمالاً به دلیلِ «ناآشنایی» است. گزینهٔ «۱» مکملِ منطقیِ جملاتِ پیش از آن است که بر دشواری آن‌چه ناآشناست تأکید می‌کند.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

متن می‌گوید شانس «نامی» است که به «نامعلومی» می‌دهیم که نمی‌توان وجود مستقل آن را به عنوان یک «نیرو» ثابت کرد. گزینهٔ «۳» دقیقاً عصارهٔ متن است. گزینه‌های «۱» و «۴» اطلاعاتی خارج از متن هستند و گزینهٔ «۲»، «احتمال برابر» را مطرح کرده است که در متن فقط دربارهٔ پرتاب تاس ذکر شده‌است، نه برای کلِ زندگی.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

متن به‌صراحت به «دوگانگیِ» موضوع اشاره دارد: هم پیوستگیِ بصری (مزیت) و هم دشواری برای نوآموزان (چالش). گزینهٔ «۴» این دو جنبه را ترکیب کرده است.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۲» *(حامد کریمی)*

متن در حال هشدار دادن است: «مراقب باشید همه‌چیز را به روان نسبت ندهید.» چرا باید مراقب بود؟ چون ممکن است بیماری جسمی داشته باشید که علائمش شبیه فشار روانی است. اگر بیماری جسمی و فشار روانی علائم مشترکی نداشتند، اصلاً نیازی به این هشدار نبود. پس «وجود علائم مشترک» پیش‌فرضِ پنهانِ این متن است.

(استدلال‌های متنی، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۲» *(حامد کریمی)*

متن صورت سؤال می‌گوید: «هوشبهر نمایندهٔ «همهٔ» جنبه‌های هوش نیست» و به ابزاری بودن و متغیر بودن آن اشاره دارد. گزینه‌ها همگی در تأیید این موضوع هستند که هوشبهر «محدود»، «متغیّر» و «تأثیرپذیر» است، به‌جز گزینهٔ «۲» که کاملاً در تضاد با روح متن است؛ زیرا از واژهٔ «ثابت» استفاده کرده است و هوشبهر را معیاری مطلق می‌داند.

(استدلال‌های متنی، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۴» *(حامد کریمی)*

بیان دیگری از استدلال متن صورت سؤال این است: «نادر بودن یافته‌ها به معنای کم‌شمار بودنِ دایناسورها نیست؛ زیرا شرایطِ نگهداری و کاوش (عوامل محیطی) محدود بوده است.» همهٔ گزینه‌ها دلایل محیطی (سنگ‌شناسی، فرسایش، عدم پژوهش) را برمی‌شمارند که چرا ما یافته‌های کمی داریم، به‌جز گزینهٔ «۴» که نه تنها استدلال را تأیید نمی‌کند، بلکه عملاً آن را تضعیف می‌کند. اگر پژوهش‌ها پیشرفت کرده و یافتن آثار ساده‌تر شده است و باز هم آثارِ کمی پیدا می‌کنیم، دیگر نمی‌توان به‌راحتی ادعا کرد که «به دلیلِ شرایطِ سخت یا کاوشِ کم، فسیل نیافته‌ایم». این گزینه وزنِ استدلال نویسنده را کم می‌کند.

(استدلال‌های متنی، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۳» *(حمید کنعی)*

داریم:

$$\frac{۱۲۰}{۱۰۰}\times\frac{۹۰}{۱۰۰}\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=\frac{۱۰/۸}{۱۰۰}$$

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینهٔ «۴» *(حمید کنعی)*

$$\frac{۸\times۲\times۹}{۱۸\times۱۵}=\frac{?\times۸}{۳۰\times۱۶}\Rightarrow ?=\frac{۱۶\times۳۰\times۲\times۹}{۱۸\times۱۵}=۳۲$$

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۴» *(حمید کنعی)*

اگر سنّ سحر را ○ و سنّ رضا را ● بگیریم، داریم:

$$(○-۳)=۴(●-۳)\Rightarrow ○=۴●-۹$$

$$(○+۳)=۲(●+۳)\Rightarrow ○=۲●+۳$$

$$\Rightarrow ۴●-۹=۲●+۳\Rightarrow ۲●=۱۲$$

$$\Rightarrow ●=۶, ○=۱۵\Rightarrow ○-●=۱۵-۶=۹$$

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*

عملکرد «الف» در هر ساعت، از مخزن: $+\frac{۱}{۸}$

عملکرد «ب» در هر ساعت، از مخزن: $-\frac{۱}{۲۰}$

اگر ○ زمان خواسته‌شده باشد داریم:

$$\frac{۱}{۲}+○\times(\frac{۱}{۸}-\frac{۱}{۲۰})=۱$$

$$\Rightarrow ○\times\frac{۳}{۴۰}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ○=\frac{۲۰}{۳}\simeq ۶/۶$$

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

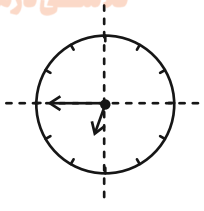
اگر سن علی ○ باشد، خواهر و برادر او $\frac{○}{۳}$ و $\frac{○}{۲}$ سال دارند و داریم:

$$\text{الف}=\frac{○}{۲}\quad\frac{○}{۳}=\frac{○}{۶}<\frac{○}{۵}=\text{ب}$$

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

در ساعت $۱۸:۴۵'$، زاویهٔ کوچکتر بین دو عقربه از ۹۰° کوچکتر است. پس زاویهٔ بزرگتر، از $۳۶۰^\circ-۹۰^\circ=۲۷۰^\circ$ بزرگتر است. یعنی الف < ب است.



(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

اگر تعداد مرغ‌ها ○ و تعداد گوسفندها □ باشد داریم:

$$\begin{cases}○+□=۴۰\Rightarrow ۲○=۸۰-۲□\\ ۲○+۴□=۹۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow ۸۰-۲□+۴□=۹۰$$

$$\Rightarrow ۲□=۱۰\Rightarrow □=۵,○=۳۵$$

معلوم است که:

$$\text{الف}=۳۵=۷\times۵=۷\times□=\text{ب}$$

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

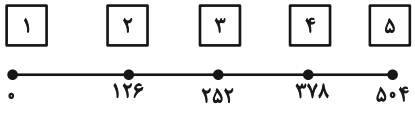
۲۶۵- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

کافی است کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۱۸ و ۲۱ را بیابیم تا فاصلهٔ بین نقاطی که درخت و تیر چراغ برق در یک راستا هستند معلوم شود:

$$۱۸=۳\times۶,۲۱=۳\times۷$$

$$\Rightarrow ۳\times۶\times۷=۱۲۶$$

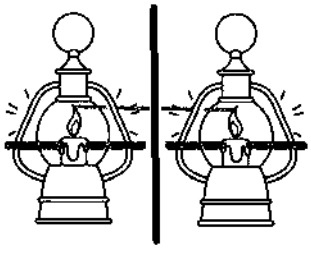
حال داریم:



(بازی با اعداد، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

فاصلهٔ هر نقطه تا آینه، با فاصلهٔ تصویر آن نقطه تا آینه برابر است:



(قرینه‌یابی و دوران، هوش غیرکلامی)

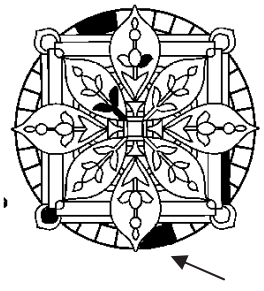
۲۶۷- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

همهٔ شکل‌ها از دوران یک شکل به‌دست می‌آیند به‌جز گزینهٔ «۴» که هم جهت مردمک آن نادرست رسم شده است و هم جهت شکل قلاب مانند آن.

(قرینه‌یابی و دوران، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

اگر گزینهٔ «۳» به شکل زیر بود شبیه دیگر گزینه‌ها می‌شد.

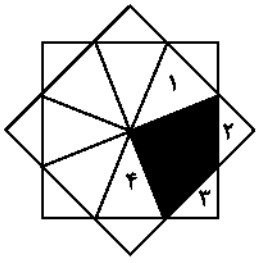


(قرینه‌یابی و دوران، هوش غیرکلامی)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۲۶۹- گزینهٔ «۳» *(رامتین شمشکی)*

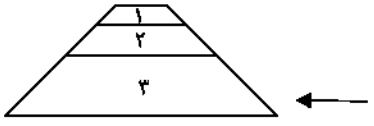
مثلث‌های مدنظر:



(شمارش تصویری، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۳» *(رامتین شمشکی)*

شکل چهار بخش مشابه تصویر زیر دارد که هر کدام شش ذوزنقه دارد:



$$(۱),(۲),(۳),(۱,۲),(۲,۳),(۱,۲,۳)$$

و داریم: $۴\times۶=۲۴$

(شمارش تصویری، هوش غیرکلامی)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت