



آزمون ۳ مهر ۱۴۰۵ اختصاصی دوازدهم ریاضی دفترچه شماره ۱: اجباری تعداد کل سوالات: ۹۰ سوال

نقد و سئو

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی (دقیقه)
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵
اجباری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵
اجباری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵
اجباری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۰
اجباری	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰
مجموع	۹۰	۱-۹۰	۱۲۵

پیدا آورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی - کاظم اجلالی - محمد بحیرایی - میثم بهرامی - جویا - شاهین پروازی - سعید تن آرا - عادل حسینی - یاسین سپهر - میلاد سجادی - لاریجانی - علی سلامت - حسین شفیق زاده - رضا علی نواز - حمید علیزاده - کامیار غلیب - کیان کریمی - خراسانی - سیدسپهر متولیان - رحیم مشتاق - نظم - میلاد منصوری - علیرضا نداف زاده - حمیدرضا نوش کاران - جهان بخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - عباس اسدی - امیر آبادی - کاظم باقرزاده - رضا پور حسینی - جواد حاتمی - سید عادل حسینی - محمد خندان - محمد رضا دلاورنژاد - محسن رجبی - محمد طاهر شجاعی - محمد صحت کار - رضا عباسی اصل - عزیزاله علی - اصغری - علی - فتح آبادی - علی اصغر فرضی - مرتضی فهمی - علوی - کیان کریمی - خراسانی - علیرضا کلاتری - محمد ابراهیم گیتی زاده - نوید مجیدی - سینا محمدپور - محسن محمد کریمی - سید عادل رضا - مرتضی - محمد مصطفی پور پور کندلوس - امیر حسین ملازینل - مهر داد ملوندی - مختار منصوری - میلاد منصوری - بهزاد نظام هاشمی - هومن نورانی - محمد جواد نوری
فیزیک	سعید اردم - خسرو ارغوانی - فرد - حسین الهی - عبدالرضا امینی - نسب - زهره آقامحمدی - محمد علی راست پیمان - محمد امین سلمانی - عطاله شاد آباد - علی قانمی - مسعود قره خانی - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - محمد صادق مام - سیده - غلامرضا محبی - حسین مخدومی - سید علی میرنوری - حسام نادری - مصطفی واتقی
شیمی	نیما اکبری - محمد رضا پور جاوید - محمد رضا جمشیدی - امیر حاتمان - حمید ذبچی - حسن رحمتی - کوکند - فرزاد رضایی - علی رضائی - احسان روستایی - عرفان شاکری - راد - آترین صبا - امیر حسین طیبی - علیرضا عبداللہی - محمد عظیمیان - زواره - میثم کوثری - لشگری - مجتبی محجوب - امیر حسین مرتضوی - حسین ناصری - ثانی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سید سپهر متولیان	امیر حسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیر حسین ابومحبوب مهر داد ملوندی	آرین غلامی امیر حسین ابومحبوب مهر داد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر تر کمپور زهره آقامحمدی	مجید جلیل ناغونی احسان پنجه شاهی آترین صبا
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر حسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی - معصومه صنعت کار - مهسا محمدنیا - فرشته کمبرانی	سجاد بهارلویی امیر عباس محمدی	فاطمه الهی رزیتا حبیب الهه محسن دستجردی	

گروه هنر و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهر داد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ باشند، حاصل $\beta^4(3\alpha - 2)$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۱

(۲) -۵

(۱) -۱

۲- نقاط $A(x, y)$ ، $B(-2, 3)$ و $C(2, 0)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر خط $x + y = 2$ از رأس A عبور کند و اندازه ارتفاع AH

برابر $1/2$ باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای طول نقطه A کدام است؟

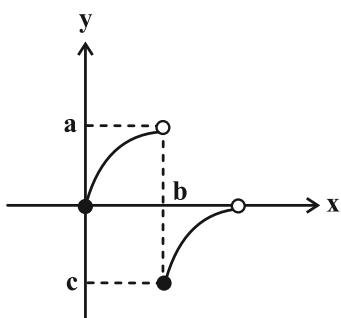
(۴) $\{4, -8\}$

(۳) $\{-4, 8\}$

(۲) $\{-2, 4\}$

(۱) $\{2, -4\}$

۳- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x - [x] \mp 2}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $a + b + c$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.



(۱) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\sqrt{2} - \frac{1}{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴- توابع $f(x) = x^2 - \sqrt{x^2 - 2x}$ و $g(x) = \sqrt{x}(\sqrt{x-2} - 2\sqrt{x})$ مفروض‌اند. برد تابع $f + g$ کدام است؟

(۴) $[0, +\infty)$

(۳) $[-1, +\infty)$

(۲) $[-1, 0]$

(۱) $[0, 1]$

محل انجام محاسبات

۵- اگر $f(x) = 4^x - 1$ و $g(x) = \log_2(x+1)$ ، معادله $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶- حاصل $\frac{\log_2 24}{\log_3 2} - \frac{\log_2 12}{\log_6 2}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۲

۷- اگر $\frac{\cos x}{2+2\sin x} + \frac{2\cos x}{1-\sin x} = 2$ باشد، مقدار مثبت $\sin(\frac{9\pi}{2} - x) + 2\cos(\frac{9\pi}{2} + x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸- حاصل $\frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x}}{\sqrt{2\tan x} + 2\cot x}$ به ازای $x = 75^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۹- اگر f تابعی خطی و گذرا از نقطه $(-1, 3)$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 1}$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۰- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x + \cos 2x}{\sin^2 x} & ; x \neq \pi \\ a & ; x = \pi \end{cases}$ در نقطه $x = \pi$ پیوسته است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $0/5$ (۳) $-1/5$ (۴) $-0/5$

ریاضی ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۱۱- در یک دنباله حسابی غیر ثابت، جملات پنجم، دهم و چهاردهم، با همین ترتیب، سه جمله متوالی از دنباله ای هندسی هستند.

چندمین جمله این دنباله حسابی برابر با صفر است؟

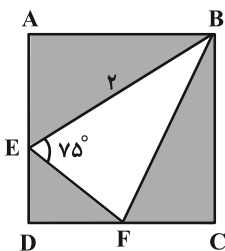
۳۰ (۴)

۲۹ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۱۲- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD یک مربع است. اگر $AE = FC$ باشد، مساحت قسمت سایه خورده کدام است؟



$\frac{3}{2}$ (۱)

۲ (۲)

$\frac{5}{2}$ (۳)

۳ (۴)

۱۳- اگر $\cos x > \frac{\sqrt{1 + \sin x \cos x}}{\sqrt{1 + \tan^2 x}}$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه دایره مثلثاتی است؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۱۴- اگر $A = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{27}-3}\sqrt{4+2\sqrt{3}}}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{1-A^{-1}} - \sqrt{1+A^{-1}}$ کدام است؟

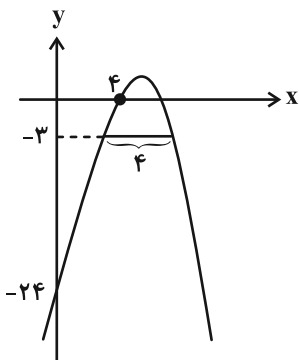
$-\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۱۵- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار a کدام است؟



-۱ (۱)

-۱/۵ (۲)

-۲ (۳)

-۲/۵ (۴)



۱۶- در صورتی که مجموعه جواب نامعادله $\frac{3x+a}{bx+5} > 4$ به صورت بازه $(-5, 1)$ باشد، کمترین مقدار $a-b$ کدام است؟

۱ (۴)

۲۰ (۳)

۳۵ (۲)

۱۴۰ (۱)

۱۷- در تابع $f(x) = \begin{cases} a-(x-2)^2 & ; |x| \leq 2 \\ \frac{x^2+bx-1}{x+1} & ; |x| \geq 2 \end{cases}$ مقدار $f(a-b)$ کدام است؟

-۹ (۴)

-۴/۲ (۳)

۹ (۲)

۴/۲ (۱)

۱۸- اگر $f = \{(3a-b, 2-b), (3a+b^2, 2+3b), (b^2, 9)\}$ یک تابع همانی باشد، حاصل $3a-b$ کدام است؟

۵ (۴)

۱ (۳)

-۵ (۲)

-۱ (۱)

۱۹- فرض کنیم هفت نفر بخواهند سخنرانی کنند به طوری که بین دو نفر خاص، دقیقاً سه نفر سخنرانی داشته باشند. در این صورت



این هفت نفر به چند صورت مختلف می توانند سخنرانی کنند؟

$(2 \times 5!)^3$ (۴)

$2 \times 5!$ (۳)

$\binom{7}{2} \times 5!$ (۲)

$6!$ (۱)

۲۰- در پرتاب سه تاس متمایز، احتمال آن که مجموع اعداد روی دو تاس برابر عدد تاس دیگر باشد، کدام است؟

$\frac{5}{12}$ (۴)

$\frac{5}{24}$ (۳)

$\frac{5}{108}$ (۲)

$\frac{5}{216}$ (۱)

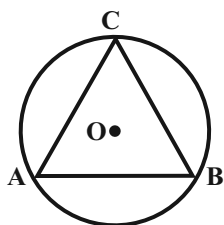


وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۲۱- در شکل زیر $\widehat{B} = 40^\circ$ و $\widehat{C} = 75^\circ$ است. از نقطه O (مرکز دایره) بر اضلاع AB ، AC و BC به ترتیب عمودهای OP ، OQ



و OR رسم می شود. کدام مورد درست است؟

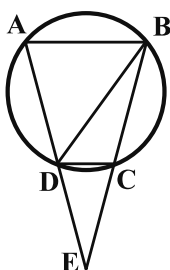
(۱) $OP > OR > OQ$

(۲) $OQ > OR > OP$

(۳) $OP > OQ > OR$

(۴) $OQ > OP > OR$

۲۲- در شکل زیر $AB \parallel CD$ ، $\widehat{E} = \widehat{ABD}$ و $\widehat{AB} = 3\widehat{CD}$ است. اندازه زاویه BCD کدام است؟



(۱) $112/5^\circ$

(۲) $116/5^\circ$

(۳) $120/5^\circ$

(۴) $124/5^\circ$

۲۳- از نقطه M واقع در بیرون دایره $C(O, 5)$ ، مماس $MT = 4\sqrt{7}$ و قاطع MAB را نسبت به دایره رسم می کنیم. اگر $MB = 14$

تلاشی در مسیر موفقیت

باشد، آنگاه فاصله O تا AB کدام است؟

(۴) ۴

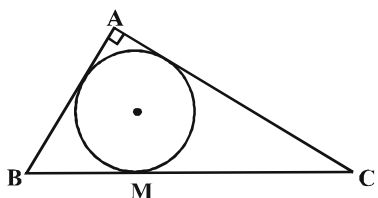
(۳) $3\sqrt{2}$

(۲) ۳

(۱) $2\sqrt{2}$

۲۴- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\widehat{A} = 90^\circ$)، $BC = 13$ است. اگر دایره محاطی داخلی این مثلث در نقطه M به فاصله ۳

واحد از رأس B بر ضلع BC مماس باشد، طول ضلع قائم AC کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) $2\sqrt{30}$

(۳) ۱۱

(۴) $2\sqrt{26}$

محل انجام محاسبات

۲۵- دایره $C(O, 2a+1)$ را در دوران به مرکز A و زاویه 90° درجه بر دایره $C'(O', 9-2a)$ تصویر می‌کنیم. اگر $AO=10$ باشد، آن‌گاه طول مماس مشترک داخلی این دو دایره کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۵ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) ۱۰

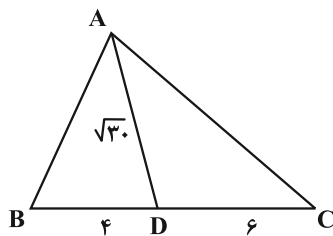
۲۶- نقطه P روی ضلع AB از مربع $ABCD$ به گونه‌ای قرار دارد که $AP=8$ و $BP=7$ است. در بین مثلث‌هایی که دو رأس آن B و P و رأس دیگر آن روی قطر AC باشد، حداقل محیط ممکن چقدر است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۲ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

۲۷- در مثلث ABC به اضلاع $AB=8$ ، $AC=6$ و $BC=12$ ، نیمساز زاویه داخلی A ، میانه BM را در نقطه I قطع می‌کند. طول پاره خط MI چند برابر $\sqrt{95}$ است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{11}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{11}$

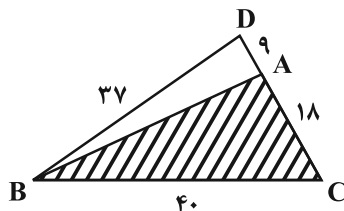
۲۸- در شکل مقابل، AD نیمساز زاویه داخلی A است. اندازه محیط مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۳۵
(۲) ۳۰
(۳) ۲۵
(۴) $22/5$



۲۹- در شکل مقابل، اندازه مساحت مثلث ABC چند برابر $\sqrt{65}$ است؟



- (۱) ۶۰
(۲) ۴۰
(۳) ۳۰
(۴) ۲۰

۳۰- در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه ۵ است. مجموع معکوس‌های اندازه‌های دو ضلع زاویه قائمه کدام است؟

- (۱) $0/2\sqrt{2}$ (۲) $0/2$ (۳) $0/1\sqrt{2}$ (۴) $0/1$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- در مثلث ABC ، $\hat{B} = 40^\circ$ ، $\hat{C} = 35^\circ$ و نقطه D روی ضلع BC چنان قرار دارد که $\hat{DAC} = 20^\circ$ است. کدام یک از نامساوی‌های

زیر نادرست است؟

$BD > AD$ (۴)

$AC > AD$ (۳)

$AC > AB$ (۲)

$AB > BD$ (۱)

۳۲- در مثلثی به اضلاع $AB = 3$ ، $AC = 5$ و $BC = 6$ ، نیمسازهای داخلی دو زاویه B و C در نقطه O ، یکدیگر را قطع می‌کنند.

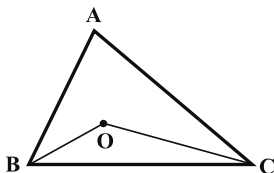
نسبت مساحت مثلث BOC به مساحت چهارضلعی $ABOC$ کدام است؟

$\frac{4}{7}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)



۳۳- در شکل مقابل، مساحت مثلث‌های AOB و DOC به ترتیب برابر ۱۶ و ۲۵ واحد مربع است. مساحت دوزنقه $ABCD$ چند برابر

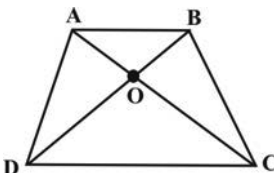
مساحت مثلث AOD است؟

$4/15$ (۱)

$4/5$ (۲)

$3/95$ (۳)

$3/85$ (۴)



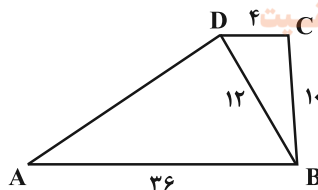
۳۴- در دوزنقه $ABCD$ ، طول ساق مایل AD کدام است؟

۲۷ (۱)

۲۸ (۲)

۲۹ (۳)

۳۰ (۴)



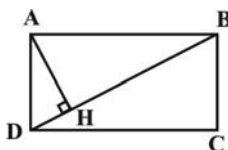
۳۵- در مستطیل شکل زیر، با اضلاع $AB = 8$ و $BC = 6$ ، فاصله نقطه H از ضلع AB کدام است؟

$4/8$ (۱)

$3/84$ (۲)

$3/56$ (۳)

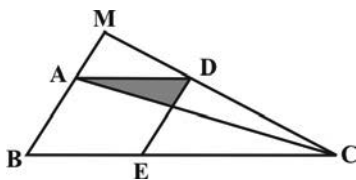
$3/24$ (۴)



محل انجام محاسبات



۳۶- در شکل زیر $ABED$ یک متوازی الاضلاع است. اگر $AD = 4$ و $EC = 6$ ، آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{9}{25}$

(۳) $\frac{9}{16}$

(۴) $\frac{4}{25}$

۳۷- عکس کدام یک از قضایای زیر، لزوماً صحیح نیست؟

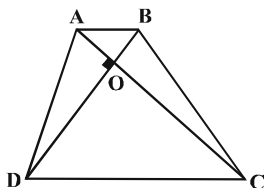
(۱) اگر یک چهارضلعی متوازی الاضلاع باشد، آنگاه زوایای مجاور آن مکمل یکدیگر هستند.

(۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهای آن نیمساز زاویه‌های آن هستند.

(۳) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آنگاه دو قطر آن هماندازه و عمود بر هم هستند.

(۴) اگر دوزنقه‌ای متساوی الساقین باشد، آنگاه اندازه دو قطر آن دوزنقه مساوی است.

۳۸- مطابق شکل، قطرهای دوزنقه $ABCD$ بر هم عمودند. اگر $AD = 12$ و $\hat{ADO} = 15^\circ$ ، آنگاه مساحت مثلث BOC کدام است؟



(۱) ۳۶

(۲) $18\sqrt{3}$

(۳) $18\sqrt{2}$

(۴) ۱۸

۳۹- دو صفحه متقاطع P و Q بر هم عمودند و فصل مشترک آنها خط d است. گزینه نادرست کدام است؟

(۱) هر صفحه موازی با P ، بر صفحه Q عمود است.

(۲) هر صفحه موازی با d ، با صفحه Q موازی است.

(۳) هر صفحه عمود بر خط d ، بر دو صفحه P و Q عمود است.

(۴) صفحه گذرنده از خط d و عمود بر P ، بر صفحه Q منطبق است.

۴۰- اگر صفحه P ، کره‌ای به شعاع R را در فاصله $\frac{R}{4}$ از مرکز کره قطع کند و محیط سطح مقطع حاصل 12π باشد، شعاع کره کدام است؟

(۴) $6\sqrt{2}$

(۳) $6\sqrt{3}$

(۲) $4\sqrt{2}$

(۱) $4\sqrt{3}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۴۱- در کدام یک از گزینه‌های زیر، نمی‌توان به‌طور قطعی درباره ارزش هر دو گزاره p و q اظهار نظر نمود؟

(۱) گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست باشد. (۲) گزاره $p \wedge \sim q$ درست باشد.

(۳) گزاره‌های $p \Leftrightarrow q$ و $p \wedge q$ هر دو درست باشند. (۴) گزاره‌های $p \vee \sim q$ و $p \vee q$ درست باشند.

۴۲- اگر $A = (-10, \frac{1}{4}]$ باشد، آنگاه کدام یک از گزاره‌های سوری زیر درست است؟

(۱) $\forall x \in A; \frac{x^2 - 16}{x + 4} = x - 4$ (۲) $\forall x \in A; x + \frac{1}{x} < -2$

(۳) $\exists x \in A; \frac{2x - 3}{8} = 0$ (۴) $\exists x \in A; x - \frac{1}{x} > 3$

۴۳- اگر A مجموعه اعداد فرد یک رقمی و $\{2k + 1 \mid k \in A\}$ عددا اول است و $B = \{2k + 1 \mid k \in A\}$ ، آنگاه مجموعه $A^2 - B^2$ چند زیر مجموعه دارد؟

(۱) 2^{16} (۲) 2^{21} (۳) 2^{24} (۴) 2^{25}

۴۴- هرگاه $(B - A') \subseteq A' \cup (A \cap B')$ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) $A - B = \emptyset$ (۲) $B - A = \emptyset$

(۳) $A \subseteq B'$ (۴) $B' \subseteq A$

۴۵- ۸ نفر را که دو نفر آنها با هم دوست هستند، به تصادف در یک ردیف قرار می‌دهیم. احتمال آنکه یکی از دو دوست در ابتدای

ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{28}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{1}{10}$

محل انجام محاسبات



۴۶- دو عضو از مجموعه $D = \{3k + 1 \mid k \in \mathbb{N}, k < 15\}$ را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر مجموع دو عدد انتخاب شده زوج باشد، با

چه احتمالی هر دو عدد زوج هستند؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{4}{7}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱)

۴۷- جعبه A دارای ۲ مهره قرمز و ۱ مهره سفید و جعبه B دارای ۳ مهره سفید و ۲ مهره قرمز است. از جعبه A دو مهره به تصادف

انتخاب کرده و در جعبه B می‌ریزیم و سپس از جعبه B، دو مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این دو مهره سفید هستند؟

$\frac{3}{7}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{5}{21}$ (۲)

$\frac{1}{7}$ (۱)

۴۸- میانگین سن ۱۱ بازیکن یک تیم فوتبال ۲۲ سال است. اگر دو بازیکن با سن‌های ۲۴ و ۲۲ سال از این تیم را با دو فرد جوان‌تر

جایگزین کنیم، میانگین تیم ۲۱ سال می‌شود. مجموع سن این دو عضو جدید کدام است؟

۳۵ (۴)

۳۶ (۳)

۳۷ (۲)

۳۸ (۱)

۴۹- اگر واریانس داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ برابر $2/56$ باشد، انحراف معیار داده‌های زیر کدام است؟

$$\frac{-1}{4}x_1 + \frac{4}{5}, \frac{-1}{4}x_2 + \frac{4}{5}, \frac{-1}{4}x_3 + \frac{4}{5}, \dots, \frac{-1}{4}x_n + \frac{4}{5}$$

$1/2$ (۲)

$1/6$ (۱)

$0/4$ (۴)

$0/8$ (۳)

۵۰- از جامعه $\{1, 2, 3, \dots, 6\}$ یک نمونه ۴ تایی انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این نمونه، میانگین جامعه را به‌طور دقیق برآورد می‌کند؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

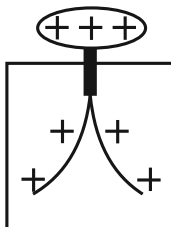
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۵۱- مطابق سری الکتروسیسته مالشی زیر، اگر یک تکه چوب خنثی را با یک نایلون خنثی مالش دهیم، در این صورت به ترتیب از راست به چپ، بار تکه چوب می‌شود و اگر پس از آن نایلون را به کلاهک الکتروسکوپ شکل زیر که دارای بار مثبت است، نزدیک کنیم، تیغه‌های آن می‌شوند.

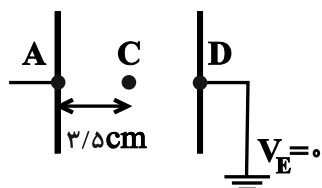
انتهای مثبت سری
شیشه
نایلون
ابریشم
چوب
انتهای منفی سری



- (۱) منفی - از یکدیگر دورتر
- (۲) منفی - به یکدیگر نزدیکتر
- (۳) مثبت - از یکدیگر دورتر
- (۴) مثبت - به یکدیگر نزدیکتر

۵۲- در شکل زیر، فاصله بین دو صفحه رسانای موازی ۵cm است. اگر پتانسیل نقطه A برابر با ۱۰۰V باشد، اندازه اختلاف پتانسیل

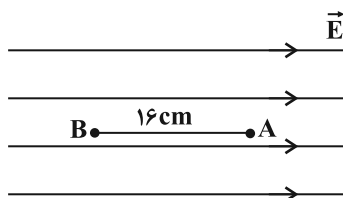
بین دو نقطه C و D چند ولت است؟ (میدان الکتریکی میان دو صفحه یکنواخت است.)



- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۰۰
- (۳) ۷۰
- (۴) ۳۰

۵۳- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -1\mu C$ با جرم 0.4×10^{-3} گرم در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $5 \times 10^5 \frac{V}{m}$ در

نقطه A رها شده و به نقطه B می‌رسد. تندی آن در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ (نیروی موثر بر بار فقط نیروی الکتریکی است.)



- (۱) ۲۰
- (۲) ۴۰
- (۳) $4\sqrt{10}$
- (۴) $5\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات



۵۴- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

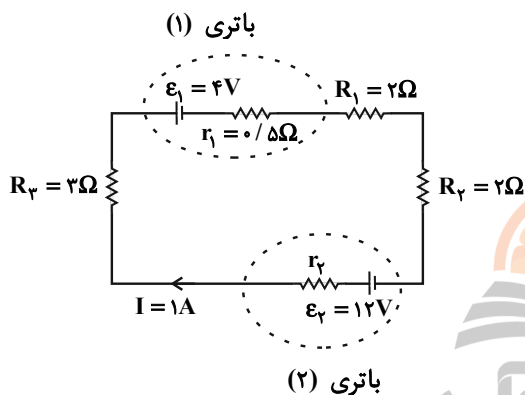
(۱) با کاهش دما، مقاومت ویژه نیمرساناها افزایش می‌یابد.

(۲) در مقاومت‌های نوری با افزایش شدت نور، مقاومت افزایش می‌یابد.

(۳) در مدارهای الکترونیکی، با پتانسیومتر می‌توان جریان را در مدار کنترل کرد.

(۴) در مقاومت‌های متوالی، مقاومت معادل از هر یک از مقاومت‌ها بزرگ‌تر است.

۵۵- در مدار شکل زیر، اندازه اختلاف پتانسیل دو سر باتری «۱» چند برابر اندازه اختلاف پتانسیل دو سر باتری «۲» است؟



(۱) $\frac{9}{23}$

(۲) $\frac{23}{9}$

(۳) $\frac{7}{23}$

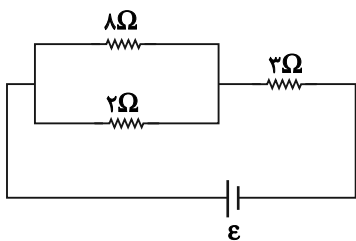
(۴) $\frac{23}{7}$



تلاشی در مسیر موفقیت

۵۶- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت ۲ اهمی برابر با ۳۲W باشد، مقاومت ۳ اهمی در مدت زمان ۱۰s چند ژول انرژی

الکتریکی مصرف می‌کند؟



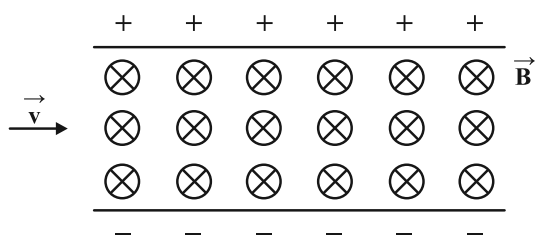
(۱) ۱۳۵۰

(۲) ۲۷۵۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۷۵۰

۵۷- مطابق شکل زیر، سه ذره باردار مثبت با تندی‌های $v_A = 2 \times 10^4 \text{ m/s}$ ، $v_B = 2/5 \times 10^4 \text{ m/s}$ و $v_C = 5 \times 10^4 \text{ m/s}$ در جهت نشان داده شده وارد فضایی شامل میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 2 T و میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی 10^4 N/C می‌شوند. کدام ذره بدون انحراف از فضای دو میدان خارج می‌شود؟ (از اثر نیروی گرانش صرف نظر شود).



A (۱)

B (۲)

C (۳)

(۴) هر سه ذره

۵۸- پیچۀ مسطحی شامل ۱۲۰ حلقه و مساحت سطح هر حلقه آن $81\pi \text{ cm}^2$ است. چه جریانی بر حسب آمپر از پیچه عبور کند تا

اندازۀ میدان مغناطیسی در مرکز پیچه $8\pi \times 10^{-4}$ تسلا شود؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

۲/۲۵ (۴)

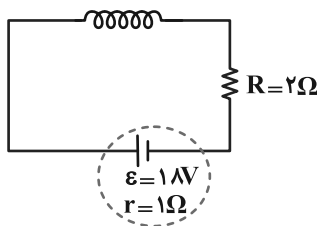
۱/۵ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۵۹- مطابق شکل زیر، سیملوله‌ای با ضریب القاوری 1 H و مقاومت 3Ω در مدار قرار دارد. پس از گذشت مدت زمان طولانی، انرژی

ذخیره شده در سیملوله چند ژول می‌شود؟



۰/۱۵ (۱)

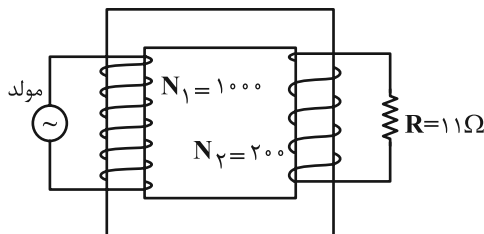
۰/۴۵ (۲)

۰/۳ (۳)

۱/۸ (۴)

۶۰- در مبدل آرمانی شکل زیر، اگر معادلۀ ولتاژ دو سر مولد در SI به صورت $V = 220 \sin(20\pi t)$ باشد، معادلۀ جریان عبوری از

مقاومت R در SI کدام است؟



$I = 4 \sin(20\pi t)$ (۱)

$I = 4 \sin(10\pi t)$ (۲)

$I = 20 \sin(10\pi t)$ (۳)

$I = 20 \sin(20\pi t)$ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

$$\frac{2/5 \times 10^4 \text{ mm} + 0/8 \times 10^3 \text{ dm}}{2 \times 10^{-5} \text{ ks}^2 + 1/5 \times 10^2}$$

۶۱- حاصل عبارت روبه‌رو، بیانگر کدام کمیت فیزیکی است و مقدار آن در SI کدام است؟

- (۱) شتاب، $\frac{3}{s^2} \frac{m}{s}$ (۲) تندی، $\frac{0/3}{s} \frac{m}{s}$ (۳) شتاب، $\frac{9}{s^2} \frac{m}{s}$ (۴) تندی، $\frac{0/9}{s} \frac{m}{s}$

۶۲- داخل مکعبی به ضلع ۸ cm و جرم m، یک حفره کروی به شعاع ۴ cm وجود دارد. اگر حفره را با مایعی به چگالی $2 \frac{g}{cm^3}$ پر کنیم، جرم مکعب نسبت به حالت قبل ۱۰ درصد افزایش می‌یابد. چگالی ماده سازنده مکعب چند $\frac{g}{cm^3}$ است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۲ (۴) ۱

۶۳- مطابق شکل زیر، در یک لوله U شکل که مساحت قاعده شاخه‌های سمت چپ و راست آن به ترتیب 5 cm^2 و 10 cm^2 است، مقداری آب در حال تعادل قرار دارد. در لوله سمت چپ چند گرم روغن بریزیم تا بعد از ایجاد تعادل، سطح آب در لوله سمت

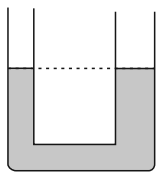
راست نسبت به حالت اولیه ۳ cm بالا برود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و چگالی آب و روغن به ترتیب $1 \frac{g}{cm^3}$ و $0/8 \frac{g}{cm^3}$ می‌باشد).

(۱) ۳۶

(۲) ۱۵

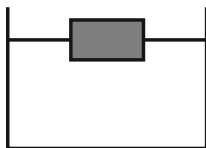
(۳) ۴۵

(۴) ۳۰



۶۴- مطابق شکل زیر، قطعه چوبی به چگالی $0/1 \frac{g}{cm^3}$ را درون ظرف پر از آبی قرار داده‌ایم. اگر همین قطعه چوب را به گونه‌ای فشرده کنیم که حجم آن به $\frac{1}{3}$ حالت اولیه برسد و دوباره آن را درون ظرف آب قرار دهیم، کدام یک از گزینه‌های زیر رخ می‌دهد؟

($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ و دما ثابت است).



(۱) قطعه چوب شناور می‌ماند و نیروی شناوری تغییر نمی‌کند.

(۲) قطعه چوب در آب فرو می‌رود و نیروی شناوری تغییر نمی‌کند.

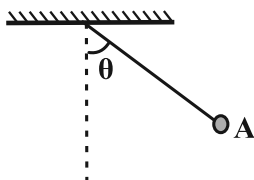
(۳) قطعه چوب شناور می‌ماند و نیروی شناوری بیشتر می‌شود.

(۴) قطعه چوب در آب فرو می‌رود و نیروی شناوری کمتر می‌شود.

۶۵- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم m را که به انتهای میله‌ای به طول ۱۶۰ cm و جرم ناچیز بسته شده است، از نقطه A با تندی

$4 \frac{m}{s}$ پرتاب می‌کنیم. اگر در سمت دیگر، میله در نهایت به حالت افقی برسد، زاویه θ چند درجه است؟

($g = 10 \frac{N}{kg}$ ، $\sin 53^\circ = 0/8$ و اتلاف انرژی نداریم).



(۱) ۳۰

(۲) ۳۷

(۳) ۵۳

(۴) ۶۰

محل انجام محاسبات



۶۶- شخصی به جرم 80 kg ، در مدت 40 ثانیه از 40 پله نردبان قائمی به ارتفاع هر پله 20 cm ، با تندی ثابت بالا می‌رود. اگر بازده

شخص 80 درصد باشد، توان مصرفی شخص چند وات است؟ $\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

۲۰۰ (۴)

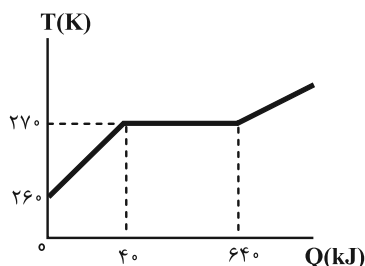
۴۰۰ (۳)

۳۲۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

۶۷- نمودار تغییرات دمایی جسم جامدی با گرمای ویژه $2000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ بر حسب گرمای داده شده به آن، مطابق شکل زیر است. اگر به

جسم جامد اولیه 340 kJ گرما داده شود، چند کیلوگرم از آن به صورت جامد باقی می‌ماند؟



۰/۵ (۱)

۱ (۲)

۱/۵ (۳)

۲ (۴)

۶۸- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

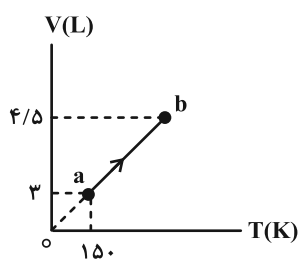
(۱) در روز پدیده همرفت موجب نسیمی از سوی دریا به سمت ساحل می‌شود.

(۲) افزایش فشار وارد بر مایع سبب بالا رفتن نقطه جوش آن می‌شود.

(۳) تف‌سنج مانند سایر دماسنج‌ها بدون تماس با جسمی که می‌خواهیم دمای آن را اندازه بگیریم، دمای جسم را اندازه می‌گیرد.

(۴) در فرایندهای تغییر حالت (تغییر فاز) دما تغییر نمی‌کند، اما انرژی درونی ماده تغییر می‌کند.

۶۹- در شکل زیر، نمودار $V-T$ برای یک مول گاز آرمانی نشان داده شده است. اگر اندازه تغییر انرژی درونی گاز در این



فرایند 2000 J باشد، گرمای مبادله شده در این فرایند چند ژول است؟ $\left(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right)$

۱۴۰۰ (۱)

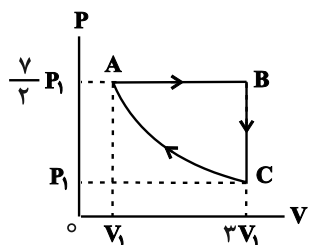
۲۰۰۰ (۲)

۲۶۰۰ (۳)

۳۸۰۰ (۴)

۷۰- نمودار $P-V$ برای مقدار معینی گاز آرمانی که یک چرخه ترمودینامیکی طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر انرژی درونی

گاز در نقطه A برابر با $4/9 \text{ kJ}$ باشد، طی فرایند بی‌درروی CA، چند ژول کار انجام می‌شود؟



۱۴۰۰ (۱)

۷۰۰ (۲)

۱۰۵۰ (۳)

۳۵۰ (۴)

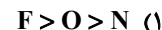
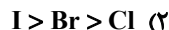
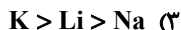
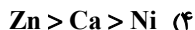


وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۷۱- در کدام گزینه مقایسه شعاع اتمی عناصر به درستی انجام شده است؟



۷۲- در واکنش ترمیت از واکنش چند گرم نمونه ناخالص آهن (III) اکسید با خلوص ۸۰ درصد، می توان ۱۴ گرم فراورده مذاب تولید کرد؟ (بازده واکنش را ۵۰ درصد در نظر بگیرید، ناخالصی در واکنش شرکت نمی کند، $O = ۱۶$, $Fe = ۵۶$, $g.mol^{-1}$)

۱۵۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

۷۳- با توجه به واکنش های (I) و (II)، کدام یک از گزینه های زیر، نادرست است؟



(۱) در دما و فشار اتاق، در هر دو واکنش، حالت فیزیکی A و B یکسان و با حالت فیزیکی اتن متفاوت است.

(۲) شمار جفت الکترون های ناپیوندی در ترکیب B، سه واحد کمتر از مجموع شمار اتم های ترکیب A است.

(۳) کاتالیزگر به کار رفته در واکنش (I)، نیکل است که در آرایش الکترونی آن، ۷ زیرلایه از الکترون اشغال شده است.

(۴) در شرایط یکسان، نقطه جوش ترکیب A از نقطه جوش آب، کمتر است، به همین دلیل نسبت به آب فرارتر است.

۷۴- در دو ظرف جداگانه و در هر کدام ۲۲/۸ گرم اوکتان خالص داریم. اوکتان موجود در یک ظرف را به صورت کامل و اوکتان موجود در

ظرف دیگر را به صورت ناقص می سوزانیم. به طوری که اوکتان موجود در هر دو ظرف به طور کامل مصرف شود. اختلاف جرم بخار آب

تولید شده در واکنش های انجام شده در این دو ظرف چقدر است؟ (از سوختن ناقص اوکتان در این آزمایش تنها گاز کربن

مونواکسید و بخار آب تولید می شود؛ $O = ۱۶$, $C = ۱۲$, $H = ۱$: $g.mol^{-1}$)

صفر (۴)

۱۱/۴ (۳)

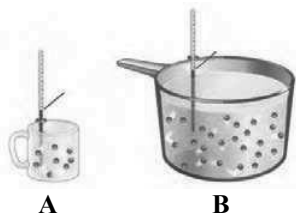
۱۸/۶ (۲)

۲۸/۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۷۵- دو ظرف A و B، به ترتیب دارای ۲۰۰ میلی لیتر آب با دمای ۸۰ درجه سلسیوس و شامل ۴۰۰۰ میلی لیتر آب، با دمای ۷۸ درجه

سلسیوس هستند. کدام مورد در رابطه با این دو ظرف درست می باشد؟



(۱) آب درون ظرف B نسبت به ظرف A گرم تر است.

(۲) میزان انرژی گرمایی آب درون ظرف A از ظرف B بیشتر است.

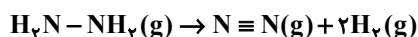
(۳) میانگین انرژی جنبشی مولکول های آب موجود در ظرف B از ظرف A بیشتر است.

(۴) اگر محتویات ظرف A را وارد ظرف B کنیم، میانگین تندی مولکول های آب ظرف A کاهش می یابد.

۷۶- با گرمای حاصل از تجزیه چند گرم هیدرازین (N_2H_4) مطابق واکنش زیر می توان دمای ۹۴ گرم از یک محلول آبی را به اندازه

$25^\circ C$ افزایش داد؟ ($H=1, N=14, O=16: g.mol^{-1}$) ، $H=1, N=14, O=16: g.mol^{-1}$ ، $H=1, N=14, O=16: g.mol^{-1}$)

پیوند	N-N	N-H	H-H	N≡N
(میانگین) آنتالپی پیوند ($kJ.mol^{-1}$)	۱۵۹	۳۹۱	۴۳۶	۹۴۵



(۴) ۹/۶

(۳) ۶/۴

(۲) ۴/۸

(۱) ۳/۲

۷۷- واکنش موازنه شده زیر درون یک ظرف در باز ۲۰ لیتری انجام می شود. اگر پس از گذشت ۴۰۰ ثانیه از شروع واکنش، جرم مواد

جامد درون ظرف به اندازه ۲۴/۸ گرم کاهش یابد، سرعت متوسط واکنش چند مول بر لیتر بر ثانیه بوده است؟

($Na=23, O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1}$)



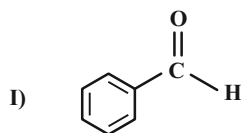
(۴) $2/5 \times 10^{-4}$

(۳) 5×10^{-4}

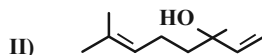
(۲) $2/5 \times 10^{-5}$

(۱) 5×10^{-5}

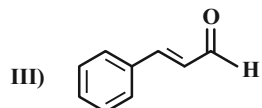
۷۸- با توجه به ساختارهای روبه رو کدام گزینه نا درست است؟



(۱) فرمول مولکولی ساختار (II) به صورت $C_{10}H_{18}O$ است.



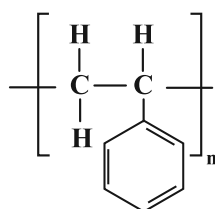
(۲) ترکیب (II) در گشتیز یافت شده و دارای گروه عاملی الکلی است.



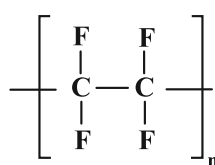
(۳) ترکیب های (I) و (III) به ترتیب در بادام و دارچین یافت می شوند.

(۴) شمار پیوندهای دوگانه در ساختار ترکیب (III) با این شمار در ساختار نفتالن برابر نیست.

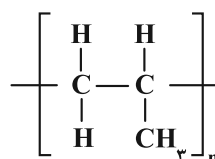
۷۹- با توجه به ساختار چهار ترکیب داده شده، کدام موارد زیر نادرست است؟



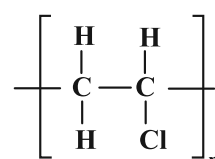
ترکیب (۱)



ترکیب (۲)



ترکیب (۳)



ترکیب (۴)

الف) از ترکیب (۳) در ساخت ظروف پلاستیکی یکبار مصرف استفاده می‌شود.

ب) ترکیب (۱) همانند بسلار (پلیمر) به کار رفته در ساخت پتو، حلقه آلی سیر نشده دارد.

پ) ترکیب (۲) در ساخت اتو و نخ دندان کاربرد دارد و در حلال‌های آلی حل نمی‌شود.

ت) ترکیب (۴) برخلاف پلی لاکتیک اسید، در مدت نسبتاً کوتاه به کود تبدیل نمی‌شود.

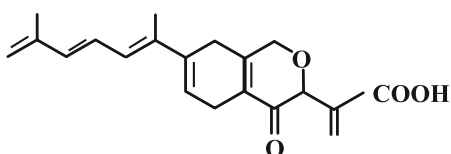
(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

۸۰- با توجه به ساختار داده شده، چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟



- دارای ۶۵ جفت الکترون پیوندی است.

- دارای ۲۱ پیوند اشتراکی C-H است.

- در واکنش تهیه استر می‌تواند شرکت کند.

- دارای ۸ اتم کربن بدون اتصال به اتم H است.

- برای سوختن هر مول از آن ۵۱ مول گاز اکسیژن لازم است.

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۸۱- اگر در اتم L $5m+4$ تعداد نوترون ها یکی بیشتر از تعداد پروتون ها و در اتم R $2n+1$ عدد جرمی دو برابر عدد اتمی باشد، فرمول

شیمیایی ترکیب یونی حاصل از این دو عنصر در کدام گزینه به درستی آمده است؟

L_3R_2 (۴)

L_2R (۳)

LR_2 (۲)

LR (۱)

۸۲- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) از گلوکز دارای اتمهای پرتوزا هم برای درمان و هم تشخیص غده سرطانی استفاده می کنند.

(۲) نماد شیمیایی نخستین عنصر ساخت بشر همانند فراوان ترین عنصر سازنده سیاره زمین به صورت دو حرفی است.

(۳) ایزوتوپهای پرتوزا اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر تولید ذره های پرنرژی، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می کنند.

(۴) فراوانی رادیوایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در نیروگاه ها به کار می رود در نمونه طبیعی آن کمتر از ۰/۷ درصد است.

۸۳- کدام مورد از مطالب زیر در مورد عنصرهای A، B، C، D، E و 21 نادرست است؟ (نماد عنصرها فرضی است).

(۱) در عنصر D، تمام زیرلایه های اشغال شده از الکترون پر شده اند.

(۲) ترکیب حاصل از عنصرهای B و C فرمول مولکولی C_3B_2 دارد.

(۳) تعداد الکترون های لایه ظرفیت عنصر E، با الکترون های ظرفیتی $31 Ga$ برابر است.

(۴) هنگام تشکیل یک مول ترکیب حاصل از عنصرهای A و B، ۳ مول الکترون مبادله می شود.

۸۴- نام چند مورد از ترکیب های زیر درست است؟

• $FeBr_3$: آهن (III) برمید

• $SiBr_4$: سیلیسیم تترابرمید

• NO_2 : مونونیتروژن دی اکسید

• OF_2 : اکسیژن دی فلوئورید

• Sr_3P_2 : استرانسیم (II) فسفید

• Cr_2O_3 : دی کروم تری اکسید

(۱) ۳

(۲) ۶

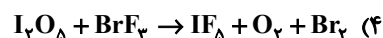
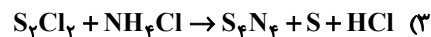
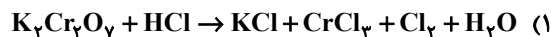
(۳) ۴

(۴) ۵

محل انجام محاسبات

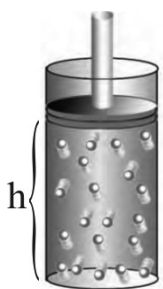


۸۵- در کدام یک از واکنش‌های زیر پس از موازنه، اختلاف مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها کوچک‌تر است؟



۸۶- سیلندری با پیستون روان به شکل زیر در اختیار داریم. اگر دمای گاز درون این سیلندر را ثابت نگه داریم، پیستون را به کدام

سمت حرکت دهیم تا فشار درون آن ۲۰٪ کاهش یابد و حجم سیلندر چند درصد مقدار اولیه خواهد شد؟



(۱) پایین - ۱۲۵٪

(۲) بالا - ۱۲۵٪

(۳) بالا - ۸۰٪

(۴) پایین - ۸۰٪



۸۷- مخلوطی از گازهای بوتان (C_4H_{10}) و اکسیژن به جرم ۴ / ۱۰۶ گرم در اثر جرقه به‌طور کامل در واکنش سوختن کامل مصرف

می‌شوند. تفاوت حجم این دو گاز در مخلوط آغازی در شرایط STP برابر چند لیتر است؟ ($\text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)

(۲) ۱۱۲

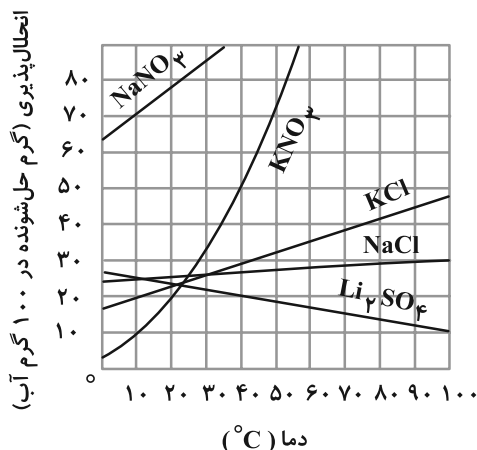
(۱) ۴۹/۲۸

(۴) ۸۹/۶

(۳) ۶۷/۲

۸۸- با توجه به نمودار شکل زیر، اگر ۷۵۰ گرم از محلول سیرشده پتاسیم نیترات را از دمای 40°C تا دمای 20°C سرد کنیم، چند گرم

رسوب در ظرف تشکیل می‌شود و برای حل کردن این رسوب، حداقل چند میلی لیتر آب مقطر در دمای 20°C باید به ظرف اضافه



کرد؟ ($d_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g.mL}^{-1}$)

(۱) ۱۵۰۰ ، ۲۵۰

(۲) ۱۵۰۰ ، ۱۵۰

(۳) ۷۵۰ ، ۲۵۰

(۴) ۷۵۰ ، ۱۵۰

۸۹- در کدام گزینه ویژگی مورد نظر به درستی مقایسه نشده است؟ ($\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{As} = 75, \text{P} = 31; \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) انحلال پذیری در آب در دما و فشار اتاق: $\text{NO} > \text{O}_2 > \text{N}_2$

(۲) آسان مایع شدن گاز: $\text{N}_2 > \text{HCl} > \text{O}_2$

(۳) گشتاور دوقطبی: $\text{H}_2\text{O} > \text{H}_2\text{S} > \text{CH}_4$

(۴) نقطه جوش: $\text{NH}_3 > \text{AsH}_3 > \text{PH}_3$

۹۰- اگر انحلال پذیری نمک سدیم نیترات در آب با افزایش دما به طور خطی افزایش یابد و از معادله $S = (10a - 8)\theta^2 + a\theta + 52$ پیروی

کند، مقدار a برابر با چه عددی است و در چه دمایی ۶۴۰ گرم از محلول سیرشده این نمک را در اثر حل شدن آن در ۴۰۰ گرم

آب مقطر خواهیم داشت؟ (دما را بر حسب درجه سانتی گراد در نظر بگیرید.)

(۴) ۱۰ ، ۰/۸

(۳) ۱۰ ، ۸

(۲) ۲۰ ، ۰/۸

(۱) ۲۰ ، ۸



آزمون ۳ مهر ۱۴۰۵ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

دفترچه شماره ۲: اختیاری تعداد کل سوالات: ۵۰ سوال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی (دقیقه)
اختیاری حسابان ۲	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۳
اختیاری هندسه ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۲
اختیاری ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۳
اختیاری فیزیک ۳	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۲
اختیاری شیمی ۳	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰
مجموع	۵۰	۹۱-۱۴۰	۶۰

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی-کاظم اجلائی-محمد بحیرایی-میثم بهرامی-چویا-شاهین پروازی-سعید تن‌آرا-عادل حسینی-یاسین سپهر-میلاد سجادی-لاریجانی-علی سلامت-حسین شفیق‌زاده-رضا علی‌نواز-حمید علیزاده-کامیار علییون-کیان کریمی-خراسانی-سیدسپهر متولیان-رحیم مشتاق‌نظم-میلاد منصوری-علیرضا نداف‌زاده-حمیدرضا نوش‌کاران-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی‌امیرآبادی-کاظم یاق‌زاده-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-سیدعادل حسینی-محمد خندان-محمد رضا دلاورنژاد-محسن رجبی-محمدطاهر شعاعی-محمد صحت‌کار-رضا عباسی‌اصل-عزیزاله علی‌اصغری-علی فتح‌آبادی-علی اصغر فرضی-مرتضی فهیم‌علوی-کیان کریمی‌خراسانی-علیرضا کلاتری-محمدابراهیم گیتی‌زاده-نوید مجیدی-سینا محمدپور-محسن محمدکریمی-سیدعادل‌رضا مرتضوی-محمد مصطفی‌پورپور-کندلوس-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-مختار منصوری-میلاد منصوری-بهزاد نظام‌هاشمی-هومن نورانی-محمدجواد نوری
فیزیک	سعید اردم-خسرو ارغوانی‌فرد-حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست‌پیمان-محمدامین سلمانی-عطالله شادآباد-علی قائمی-مسعود قره‌خانی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-محمدصادق مام‌سیده-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-مصطفی واتقی
شیمی	نیما اکبری-محمدرضا پورجاوید-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمان-حمید ذبیحی-حسن رحمتی‌کوکنده-فرزاد رضایی-علی رضائی-احسان روستایی-عرفان شاکری‌راد-آترین صبا-امیرحسین طیبی-علیرضا عبداللہی-محمد عظیمیان‌زواره-میثم کوثری‌لشگری-مجتبی محجوب-امیرحسین مرتضوی-حسین ناصری‌نائی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	حسابان ۲	هندسه و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرترکمپور زهره آقامحمدی	مجید جلیل‌ناغونی احسان پنجه‌شاهی آترین صبا
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی-معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-فرشته کمبرانی	سجاد بهارلویی امیرعباس محمدی	فاطمه الهی رزیتا حبیب‌اله محسن دستجردی	

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۳ دقیقه

حسابان ۲: فصل‌های ۱ و ۲: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- نمودار تابع $y = f(2x-1)$ را یک واحد به چپ منتقل کرده، سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و طول نقاط روی

نمودار را دو برابر می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده کدام است؟

(۲) $y = f(2-x)$

(۱) $y = f(1-x)$

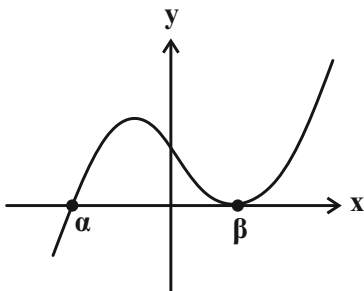
(۴) $y = f(3-4x)$

(۳) $y = f(-x)$

۹۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است که در آن $\alpha + \beta = -10$ است. اگر نمودار تابع f را $3k$ واحد به راست منتقل کرده و

سپس آن را k برابر در راستای افقی و 3 برابر در راستای عمودی منبسط کنیم، نمودار تابع g به دست می‌آید. به ازای کدام

مقدار مثبت k ، مجموع صفرهای تابع g برابر با 4 است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) 1

(۴) 2

۹۳- تابع $f(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)} - 1$ مفروض است. اگر $g(x) = f(x) + 2$ باشد، تابع $|f \cdot g|$ روی کدام بازه زیر صعودی است؟

(۲) $(-\frac{\sqrt{2}}{3}, -\frac{1}{3})$

(۱) $(-\frac{1}{3}, 1)$

(۴) $(\frac{1}{4}, \sqrt{3})$

(۳) $(-\frac{2}{3}, 0)$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۹۴- روی کدام بازه، وضعیت یکنوایی $f(x) = \begin{cases} 1-x & ; x < 1 \\ 2x-1 & ; x \geq 1 \end{cases}$ و تابع $f \circ f$ مخالف یکدیگر است؟

(۲) $(1, +\infty)$

(۱) $(-\infty, 0)$

(۴) $\mathbb{R}$

(۳) $(0, 1)$

۹۵- اگر $P(x) = ax^3 - bx - 1$ بر $x-2$ بخش پذیر باشد و باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+1$ برابر با -2 باشد، باقی مانده تقسیم

$Q(x) = ax^2 + bx$ بر $x-1$ کدام است؟

(۲) $-\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{4}{3}$

(۴) $-\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

۹۶- دوره تناوب توابع $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = 2\sin(bx) - 1$ یکسان است. نمودار دو تابع در یک دوره تناوب در چند نقطه یکدیگر

را قطع می کنند؟ ($b > 0$ ، $[x]$ نماد جزء صحیح است).

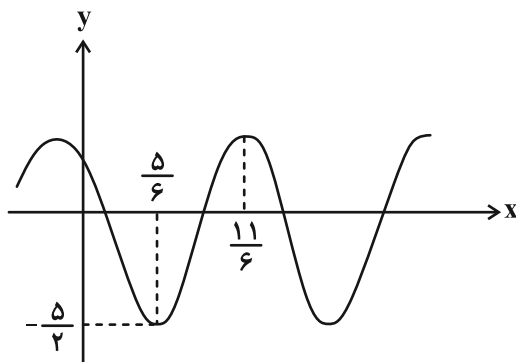
(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) ۳

۹۷- نمودار تابع $f(x) = a \sin((x + \frac{5}{3})b) - 1$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار ab کدام است؟



(۱) $-\pi/5$

(۲) $\pi/5$

(۳) $-\pi/5$

(۴) $\pi/5$

۹۸- معادله $\sin(x + \frac{\pi}{8}) + \sin(x + \frac{5\pi}{8}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ در بازه $[-\frac{3\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}]$ چند جواب دارد؟

۱ (۲)

(۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

۹۹- اگر مجموع جواب‌های معادله $\sin(\pi - 4x) + \cot(\frac{3\pi}{2} - 2x) = 0$ در بازه $(0, \frac{3\pi}{2})$ برابر با θ باشد، حاصل $\cos \frac{\theta}{9}$ کدام است؟

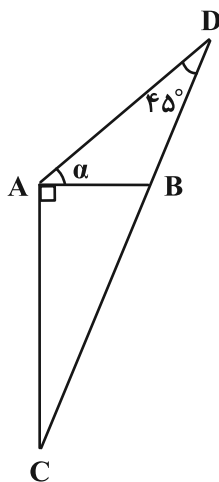
۱ (۲)

(۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

(۳) $\frac{1}{2}$

۱۰۰- در شکل مقابل $\tan \alpha = \frac{1}{4}$ است. مقدار $\frac{AB}{AC}$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$



وقت پیشنهادی: ۱۲ دقیقه

هندسه ۳: فصل ۱: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر $A = \begin{bmatrix} m+2 & 3 \\ 4 & n-1 \end{bmatrix}$ و $B = [i + ij]_{3 \times 2}$ و $A = B$ باشد، آنگاه حاصل $m + n$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۱۰۲- اگر $[2 \ 1] \times A = [3 \ 5]$ و $[3 \ 4] \times A = [-1 \ 2]$ باشد، حاصل $[8 \ 9] \times A$ کدام است؟

$[-1 \ -9]$ (۴)

$[-1 \ 9]$ (۳)

$[1 \ -9]$ (۲)

$[1 \ 9]$ (۱)

۱۰۳- در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ اگر $a_{ij} = \begin{cases} 2 & ; i \neq j \\ 1 & ; i = j \end{cases}$ باشد، ماتریس $A^2 - 4A$ برابر کدام است؟

$5I$ (۴)

$3I$ (۳)

$5A$ (۲)

$3A$ (۱)

۱۰۴- اگر ماتریس A وارون‌پذیر و $A^{-1} = A$ باشد، ماتریس $(A + A^{-1})^2$ برابر کدام است؟

$4I$ (۴)

$3I$ (۳)

$2I$ (۲)

I (۱)

۱۰۵- اگر برای دو ماتریس مربعی وارون‌پذیر A و B از مرتبه ۲، $A^{-1} + B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $AB = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $A + B$

کدام است؟

$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۰۶- به ازای چه مقادیری از m دستگاه معادلات جواب منحصر به فرد دارد؟

$$\begin{cases} 3x + (12m - 6)y = 5 \\ -x + (2 - 4m)y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

(۲) $m \neq 1, -1$

(۱) $m \neq 3, -3$

(۴) چنین مقاداری برای m وجود ندارد.

(۳) $m \neq 2, -2$

۱۰۷- اگر $\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \left(A - \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \right)$ باشد، آنگاه $|A|$ کدام است؟

(۴) ۹

(۳) -۳

(۲) ۳

(۱) -۹

۱۰۸- به ازای کدام مقدار k ، معادله $\begin{vmatrix} 1 & 0 & x+1 \\ 2 & x+2 & 0 \\ k & 0 & x \end{vmatrix} = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۰۹- اگر $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 \end{bmatrix} \times A \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 6I$ باشد، آنگاه $|A|$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) -۶

(۲) ۱

(۱) -۱

۱۱۰- با افزودن یک واحد به کدام درایه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 12 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل دترمینان تغییر نمی‌کند؟

(۴) a_{22}

(۳) a_{32}

(۲) a_{23}

(۱) a_{33}

وقت پیشنهادی: ۱۳ دقیقه

ریاضیات گسسته: فصل ۱: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- به ازای کدام عبارت زیر، گزاره «اگر $x=1$ باشد، آنگاه ...» قضیه‌ای است که عکس آن لزوماً برقرار نیست؟ ($x \in \mathbb{R}$)

$$(x-1)(x^2+x+1)=0 \quad (2)$$

$$(x-1)(x^2+2x-3)=0 \quad (1)$$

$$(x-1)(x^2+1)=0 \quad (4)$$

$$(x-1)(x^2-2x+1)=0 \quad (3)$$

۱۱۲- به ازای چند n طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰، عبارت $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ زوج است؟ 

$$49 \quad (2)$$

$$48 \quad (1)$$

$$51 \quad (4)$$

$$50 \quad (3)$$

۱۱۳- برای سه عدد طبیعی a ، b و c ، اگر $abc \mid ab+ac$ ، آنگاه کدام گزاره لزوماً درست نیست؟

$$c \mid 2b \quad (2)$$

$$b \mid 2c \quad (1)$$

$$bc \mid b+c \quad (4)$$

$$a \mid b+c \quad (3)$$

۱۱۴- اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد صحیح x و y بر ۲۷ به ترتیب ۱۲ و ۱۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم $2x-3y$ بر ۲۷ کدام است؟

$$12 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

$$17 \quad (4)$$

$$14 \quad (3)$$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۱۵- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد $n^2 + n$ و $3n - 1$ ، برای مقادیر مختلف طبیعی n ، چند مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۶ (۴)

۳ (۳)

۱۱۶- اگر باقی‌مانده تقسیم عددهای ۶۸ و ۱۴۵ بر m ، دو عدد مساوی باشند و $m \neq 1$ ، باقی‌مانده تقسیم ۱۶۰ بر m کدام است؟

۶ (۲)

صفر (۱)

۱۱ (۴)

۷ (۳)

۱۱۷- باقی‌مانده تقسیم 2^{71} بر ۳۱ کدام است؟

۱ (۲)

صفر (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)

۱۱۸- اگر ۲۲ بهمن در یک سال شنبه باشد، ۱۵ خرداد ماه در همان سال چه روزی از هفته است؟

جمعه (۲)

پنجشنبه (۱)

یکشنبه (۴)

شنبه (۳)

۱۱۹- معادله $x \equiv 3 \pmod{12}$ چند جواب در مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی دارد؟

۲۴ (۲)

۲۳ (۱)

۲۵ (۴)

۲۲ (۳)

۱۲۰- می‌خواهیم ۵۱ کیلو شکر را در کیسه‌های ۲ کیلویی و ۵ کیلویی بسته‌بندی کنیم. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

۶ (۲)

۴ (۱)

۷ (۴)

۵ (۳)



وقت پیشنهادی: ۱۲ دقیقه

فیزیک ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (تا انتهای نیروی کشش طناب): صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح است؟

(۱) در حرکت بر خط راست، الزاماً در لحظه تغییر جهت حرکت، شتاب صفر است.

(۲) در حرکت بر خط راست، اگر شتاب صفر باشد، الزاماً سرعت صفر است.

(۳) در حرکت بر مسیر خمیده، در یک مدت معین، الزاماً اندازه جابه‌جایی کمتر از مسافت طی شده است.

(۴) در حرکت بر خط راست، در مدتی که متحرک در جهت محور حرکت می‌کند، الزاماً در حال دور شدن از مبدأ است.

۱۲۲- معادله حرکت جسمی که در مسیری مستقیم در حال حرکت است، در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 4$ می‌باشد. تندی متوسط

متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۱) $\frac{3}{5}$

۱۲۳- اتومبیلی در حرکت با شتاب ثابت در امتداد محور x ، در لحظه $t = 0$ ، با سرعت $12 \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان گذشته و بعد از توقف در

نقطه B برگشته و با تندی $24 \frac{m}{s}$ از 54 متری مبدأ می‌گذرد. B در چند متری مبدأ است؟

(۴) ۹

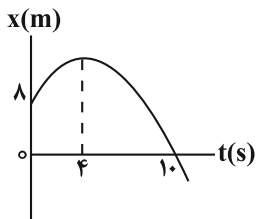
(۳) ۲۷

(۲) ۱۸

(۱) ۳۶

۱۲۴- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که با شتاب ثابت در حال حرکت بر خط راست است. تندی متوسط این

متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



(۱) 0.8

(۲) $1/6$

(۳) $4/16$

(۴) $2/0.8$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۲۵- گلوله‌ای را در شرایط خلأ از ارتفاع معینی رها می‌کنیم. اندازه سرعت متوسط گلوله در ثانیه سوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۱۲۶- چتربازی از یک بالگرد، خود را رها کرده و پس از مدتی سقوط در آسمان، چتر خود را باز می‌کند. چنانچه در دو لحظه t_1 و t_2

بزرگی شتاب چتر باز با هم برابر بوده و بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر او در این لحظه‌ها به ترتیب $150N$ و $1400N$ باشد،

اندازه نیروی مقاومت هوا وقتی چتر باز به تندی حدی می‌رسد، چند نیوتون است؟

۶۲۵ (۲)

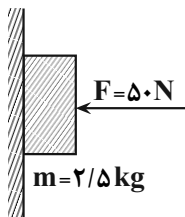
۱۲۵۰ (۱)

۷۷۵ (۴)

صفر (۳)

۱۲۷- مطابق شکل زیر، جسمی با نیروی F به دیوار قائم فشرده شده و در حال سکون است. اگر نیروی افقی F بدون تغییر جهت ۲۰

تلاشی در مسیر فوقیت



نیوتون کاهش یابد، بزرگی نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، چند برابر می‌شود؟

$$(\mu_k = 0/5, \mu_s = 0/6, g = 10 \frac{N}{kg})$$

$10\sqrt{29}$ (۲)

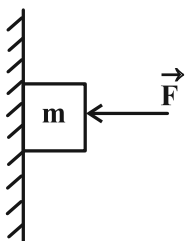
$\frac{3}{5}$ (۱)

۱ (۴)

$\frac{3}{25}$ (۳)

۱۲۸- مطابق شکل زیر، جعبه‌ای به جرم m توسط نیروی افقی $\vec{F}$ به یک دیوار قائم تکیه داده شده و در حال سکون است. اگر ضریب

اصطکاک ایستایی بین جعبه و دیوار را افزایش دهیم، چند مورد از گزاره‌های زیر الزاماً درست هستند؟



(الف) نیروی عمودی سطح تغییر نمی‌کند.

(ب) نیروی اصطکاک وارد شده به جعبه تغییر نمی‌کند.

(پ) بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی افزایش می‌یابد.

(ت) اندازه نیروی واکنش دیوار افزایش می‌یابد.

۳ (۴)

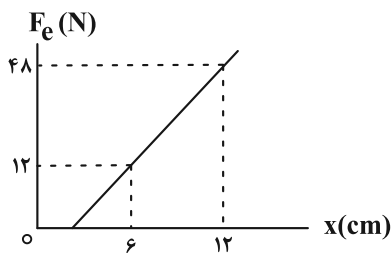
۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۲۹- نمودار اندازه نیروی کشسانی فنری با جرم ناچیز بر حسب طول آن، مطابق شکل زیر است. به ترتیب از راست به چپ، طول عادی

فنر بر حسب سانتی‌متر و ثابت فنر بر حسب نیوتون بر متر کدام است؟



۴ و ۶۰۰ (۱)

۴ و ۸۰۰ (۲)

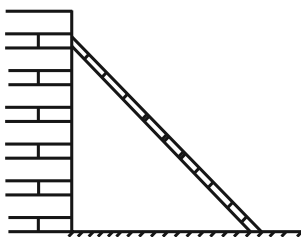
۶ و ۶۰۰ (۳)

۶ و ۸۰۰ (۴)

۱۳۰- در شکل زیر، نردبانی به جرم 20 kg به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و

پای نردبان 0.5 است. در آستانه سر خوردن نردبان، به ترتیب بزرگی نیرویی که سطح زمین به نردبان و نیرویی که دیوار به

نردبان وارد می‌کنند، کدام‌اند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) 100 N ، $100\sqrt{5}\text{ N}$

(۲) 100 N ، 200 N

(۳) $100\sqrt{5}\text{ N}$ ، 100 N

(۴) 200 N ، 100 N

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (تا انتهای جاری شدن انرژی با سفر الکترون): صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- کدام یک از موارد زیر برای تکمیل جمله مقابل مناسب است؟ (..... برخلاف).

(۱) محلول‌ها- کلوئیدها- همواره بی‌رنگ هستند.

(۲) سوسپانسیون‌ها- کلوئیدها و محلول‌ها- پایدار نیستند.

(۳) در کلوئیدها- محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها- مسیر عبور نور مشخص است.

(۴) در کلوئیدها و محلول‌ها- سوسپانسیون- حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در تمامی قسمت‌های مخلوط یکسان است.

۱۳۲- کدام یک از عبارت‌های زیر درست هستند؟ ($S = 32$, $Na = 23$, $O = 16$, $C = 12$, $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

(الف) در تهیه پاک‌کننده غیرصابونی به چربی طبیعی مثل پیه گوسفند نیاز است.

(ب) شمار جفت الکترون ناپیوندی در پاک‌کننده غیرصابونی نسبت به پاک‌کننده صابونی بیشتر است.

(پ) پاک‌کننده غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده صابونی با یون Mg^{2+} موجود در آب سخت تشکیل رسوب می‌دهد.

(ت) تفاوت جرم مولی پاک‌کننده غیرصابونی و صابون جامد با ۱۶ اتم کربن و زنجیره هیدروکربنی سیر شده برابر $42 g \cdot mol^{-1}$ است.

(۱) الف ، ب (۲) ب ، ت (۳) الف ، پ (۴) پ ، ت

۱۳۳- کدام مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

(۱) میزان رسانایی محلول اسیدهای مختلف، یکسان است.

(۲) کاغذ pH در محیط‌های اسیدی قرمز و در محیط‌های بازی آبی می‌شود.

(۳) به موادی که در مولکول خود، هیدروژن داشته باشند، اسید آرنیوس گفته می‌شود.

(۴) بر اساس مدل آرنیوس می‌توان در مورد میزان اسیدی یا بازی بودن محلول‌های آبی اظهار نظر کرد.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



۱۳۴- ترتیب رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی زیر در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(در تمام محلول‌ها دما 25°C است و حجم آن‌ها برابر است.)

(I) محلول 0.02% مولار سدیم کلرید (II) محلول 0.016% مولار هیدروکلریک اسید

(III) محلول 0.6% مولار اسید HA با درصد یونش 2% (IV) محلول 2% مولار اتانول

(۱) $\text{IV} > \text{I} > \text{II} > \text{III}$ (۲) $\text{I} > \text{II} > \text{III} > \text{IV}$

(۳) $\text{I} > \text{III} > \text{II} > \text{IV}$ (۴) $\text{II} > \text{I} > \text{IV} > \text{III}$

۱۳۵- در محلول 0.4% مول بر لیتر نیترواسید (HNO_3) در دمای 25°C غلظت یون هیدرونیوم برابر $4/25 \times 10^{-3}$ مول بر لیتر است.

ثابت یونش نیترواسید به تقریب کدام است و pH محلول در شرایط واکنش به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

($\log 5 \approx 0.7$ و $\log 0.85 = -0.07$)

(۱) $3/15 - 4/5 \times 10^{-5}$ (۲) $2/37 - 4/5 \times 10^{-5}$

(۳) $3/15 - 6 \times 10^{-5}$ (۴) $2/37 - 6 \times 10^{-5}$

۱۳۶- کدام یک از گزینه‌های زیر از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها تفاوت دارد؟

(۱) ضد اسیدها همواره موادی محلول در آب با خاصیت بازی هستند که با اسید معده واکنش می‌دهند.

(۲) اگر به خاک خنثی گل ادریسی محلول 5% درصد جرمی استیک اسید اضافه کنیم، رنگ گل می‌تواند آبی شود.

(۳) ترکیبات مولکولی پس از انحلال در آب قطعاً نمی‌توانند غلظت یون‌ها را تغییر دهند و محلولی الکترولیت ایجاد کنند.

(۴) ترکیبات یونی تنها در حالت محلول در آب الکترولیت می‌باشند و پتاسیم کلرید جامد قبل از انحلال الکترولیت نامیده نمی‌شود.

۱۳۷- با توجه به شکل زیر که لحظه تعادل را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟ (هر ذره را معادل

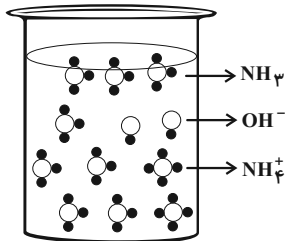
2×10^{-4} مول، حجم محلول را 800 میلی‌لیتر و دمای آزمایش را 25°C در نظر بگیرید.) ($\log 5 \approx 0.7$)

الف) درصد یونش این محلول 25% است.

ب) یک محلول باز ضعیف با $\text{pH} = 10.7$ می‌باشد.

پ) از این محلول می‌توان به عنوان لوله بازکن استفاده کرد.

ت) ثابت یونش بازی (K_b) این باز برابر با $1/25 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ است.



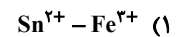
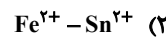
(۱) الف و ت

(۳) الف و پ

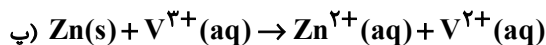
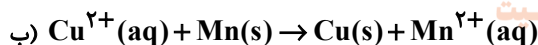
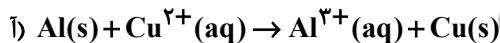
۱۳۸- با توجه به واکنش موازنه نشده: $\text{Sn}^{2+}(\text{aq}) + \text{Fe}^{3+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Sn}^{4+}(\text{aq}) + \text{Fe}^{2+}(\text{aq})$ ، پاسخ درست پرسش «الف» و «ب» را انتخاب کنید.

الف) کدام گونه کاهش یافته است؟

ب) کدام گونه کاهنده است؟



۱۳۹- در واکنش‌های زیر پس از موازنه، نسبت بیشترین مول الکترون مبادله شده بین اکسنده و کاهنده به کمترین آن کدام است؟



۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

۱۴۰- تیغه‌ای به جرم 25 گرم از جنس آلومینیم را وارد 200 میلی‌لیتر محلول 0.2 مولار نقره نیترات می‌کنیم اگر پس از مدتی غلظت

محلول نقره نیترات نصف شود و با فرض آن که 50% درصد رسوب تولید شده روی تیغه قرار گیرد، درصد تغییرات جرم تیغه برابر

کدام است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر شود.) ($\text{Al} = 27, \text{Ag} = 108 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

$5/4$ (۴)

$7/2$ (۳)

$3/6$ (۲)

$1/8$ (۱)

آزمون ۳ مهر ۱۴۰۵ اختصاصی دوازدهم ریاضی

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی-کاظم اجلالی-محمد بحیرایی-میثم بهرامی-جويا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-یاسین سپهر میلاد سجادی-لاریجانی-علی سلامت-حسین شفیع زاده-رضا علی نواز-حمید عزیزاده-کامیار علییون-کیان کریمی-خراسانی سیدسپهر متولیان-رحیم مشتاق نظم-میلاد منصوری-علیرضا نداف زاده-حمیدرضا نوش کاران-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی-امیرآبادی-کاظم باقرزاده-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-سیدعادل حسینی-محمد خندان محمد رضا دلاورنژاد-محسن رجبی-محمدطاهر شعاعی-محمد صحت کار-رضا عباسی-اصل-عزیزاله علی اصغری-علی فتح آبادی علی اصغر فرضی-مرتضی فهیم علوی-کیان کریمی-خراسانی-علیرضا کلانتری-محمد ابراهیم گیتی زاده-نوید مجیدی-سینا محمدپور محسن محمدکریمی-سیدعادل رضا مرتضوی-محمد مصطفی پورپورکندلوس-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-مختار منصوری میلاد منصوری-بهزاد نظام هاشمی-هومن نورانی-محمدجواد نوری
فیزیک	سعید اردم-خسرو ارغوانی-فرد-حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست پیمان-محمدامین سلمانی-عطاله شادآباد علی قائمی-مسعود قره خانی-مصطفی گیائی-علیرضا گونه-محمدصادق مام سیده-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری حسام نادری-مصطفی واثقی
شیمی	نیما اکبری-محمد رضا پورجاوید-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-حمید ذبیحی-حسن رحمتی-کوکنده-فرزاد رضایی-علی رضائی احسان روستایی-عرفان شاکری-راد-آترین صبا-امیرحسین طیبی-علیرضا عبداللهی-محمد عظیمیان-زواره-میثم کوثری-لشگری مجتبی محجوب-امیرحسین مرتضوی-حسین ناصری-ثانی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرتر کمپور زهره آقامحمدی	مجید جلیل ناغونی احسان پنجه شاهی آترین صبا
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی-معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-فرشته کمرانی	سجاد بهارلویی امیرعباس محمدی	سجاد بهارلویی امیرعباس محمدی	فاطمه الهی رزیتا حبیب اله محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

حسابان ۱

گزینه ۱-۱

(میثم پورامی یویا)

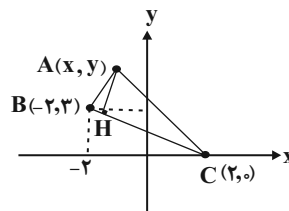
$$\begin{aligned} x^2 + x - 1 &= 0 \xrightarrow{x=\beta} \beta^2 + \beta - 1 = 0 \Rightarrow \beta^2 = 1 - \beta \\ \Rightarrow \beta^4 &= \beta^2 - 2\beta + 1 \xrightarrow{\beta^2=1-\beta} \beta^4 = 2 - 3\beta \\ \beta^4 (3\alpha - 2) &= -(3\beta - 2)(3\alpha - 2) = -(9\alpha\beta - 6(\alpha + \beta) + 4) \\ \frac{\alpha\beta = -1}{\alpha + \beta = -1} &\rightarrow -(-9 + 6 + 4) = -1 \end{aligned}$$

(مسابان ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه ۳-۲

(همیر علیناز)

چون نقطه $A(x, y)$ روی خط $x + y = 2$ واقع است. مختصات آن به صورت $A(x, 2-x)$ است. حال معادله ضلع BC را نوشته و اندازه ارتفاع AH را محاسبه می‌کنیم. شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید:



$$\begin{aligned} m_{BC} &= \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{0 - 3}{2 - (-2)} = -\frac{3}{4} \\ \frac{C(2,0)}{y-0} &= \frac{-3}{4}(x-2) \\ \Rightarrow 3x + 4y - 6 &= 0 \quad (BC \text{ معادله ضلع}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} A(x, 2-x) \\ 3x + 4y - 6 &= 0 \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow AH &= \frac{|3x + 4(2-x) - 6|}{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{|-x + 2|}{5} = 1/2 \\ \Rightarrow |-x + 2| &= 6 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

(مسابان ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

گزینه ۲-۳

(علیرضا نراف زاره)

با توجه به جزء صحیح‌های $x \in [0, 2x]$ ، دو شاخه مشخص شده در نمودار

تابع f مربوط به بازه‌های $[0, \frac{1}{p})$ و $(\frac{1}{p}, 1)$ هستند، پس $b = \frac{1}{p}$.

در بازه‌های $[0, \frac{1}{p})$ و $(\frac{1}{p}, 1)$ ، ضابطه تابع f به ترتیب $y = \sqrt{x}$ و $y = \sqrt{x} - 1$ شده و داریم:

$$\begin{cases} a = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}^-} \sqrt{x} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ c = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}^+} (\sqrt{x} - 1) = \sqrt{\frac{1}{2}} - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \end{cases}$$

$$a + b + c = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳ و هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

گزینه ۴-۴

(سیرسپهر متولیان)

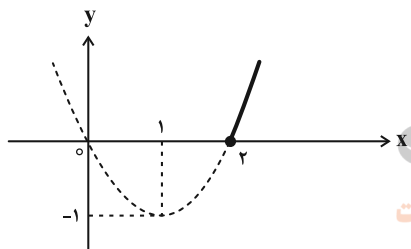
دامنه‌های توابع f و g به ترتیب برابر $2 \in \mathbb{R} \cup \infty$ و $[-\infty, 2)$ است. پس دامنه تابع $f + g$ برابر است با:

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty)$$

حال ضابطه تابع $f + g$ را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x) = x^2 - \sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 - 2x} - 2x \\ &= x^2 - 2x \end{aligned}$$

نمودار این تابع در شکل زیر رسم شده است:



برد این تابع بازه $[0, +\infty)$ است.

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۱-۵

(کاظم ایلالی)

ابتدا ضابطه‌های توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = 4^{g(x)} - 1 = 4^{\log_2(x+1)} - 1 \\ &= (x+1)^{\log_2 4} - 1 = (x+1)^2 - 1 \\ (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = \log_2(f(x)+1) \\ &= \log_2(4^x - 1 + 1) = \log_2 4^x = x \log_2 4 = 2x \end{aligned}$$

بنابراین معادله موردنظر به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} (x+1)^2 - 1 &= 2x, (x > -1) \Rightarrow x^2 + 2x = 2x \\ \Rightarrow x^2 &= 0 \Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

پس معادله فقط یک جواب دارد.

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۹۰)

۶- گزینه «۴»

(موانیش نیکنام)

می‌دانیم $\frac{1}{\log_b^a} = \log_a^b$ ، لذا عبارت داده شده به صورت زیر قابل

بازنویسی است:

$$\log_7 24 \log_7 3 - \log_7 12 \log_7 6 = (\log_7^4 + \log_7^3)(\log_7^3) - (\log_7^4 + \log_7^3)(\log_7^3 + \log_7^2)$$

با فرض $a = \log_7^3$ ، عبارت به صورت زیر ساده می‌شود:

$$(3+a)a - (2+a)(1+a) = a^2 + 3a - (a^2 + 3a + 2) = -2$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۷- گزینه «۲»

(سیرسپهر متولیان)

در ابتدا دقت می‌کنیم که برای x های قابل قبول:

$$\frac{\cos x}{2 + 2 \sin x} = \frac{1 - \sin x}{2 \cos x}$$

(چون با طرفین وسطین، به عبارت همواره درست $2 \cos^2 x = 2(1 - \sin^2 x)$ می‌رسیم)

حالا با جایگذاری $t = \frac{\cos x}{2 + 2 \sin x}$ داریم:

$$t + \frac{1}{t} = 2 \xrightarrow{xt} t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{2 + 2 \sin x} = 1 \Rightarrow \cos x = 2 + 2 \sin x \Rightarrow \cos x - 2 \sin x = 2$$

از طرفی داریم:

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + 2 \cos\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \\ = \cos x - 2 \sin x = 2$$

(مسئله ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- گزینه «۴»

(میلاد منصوری)

$$A = \sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}} - \sqrt{\frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{|\sin x| - |\cos x|}{\sqrt{\sin x \cos x}}$$

$$B = \sqrt{2 \tan x + 2 \cot x} = \sqrt{2 \frac{\sin x}{\cos x} + 2 \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\sqrt{2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x}}{\sqrt{\sin x \cos x}}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x}}{\sqrt{\sin x \cos x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sin x \cos x}}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{\frac{|\sin x| - |\cos x|}{\sqrt{\sin x \cos x}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sin x \cos x}}} = \frac{|\sin x| - |\cos x|}{\sqrt{2}}$$

$$\xrightarrow{45^\circ < x < 90^\circ} \frac{A}{B} = \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{2}} = \sin(x - 45^\circ)$$

بنابراین حاصل عبارت داده‌شده، به ازای $x = 75^\circ$ ، برابر است با:

$$\sin(75^\circ - 45^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- گزینه «۴»

(میلاد سبازی لاریجانی)

با توجه به مقادیر حاصل حد در گزینه‌ها و هم چنین اینکه مقدار عبارت مخرج

کسر موردنظر به ازای $x = 1$ صفر است، نتیجه می‌گیریم که حد مورد نظر،

مبهم $\frac{0}{0}$ است. یعنی مقدار عبارت صورت نیز به ازای $x = 1$ باید صفر باشد:

$$\Rightarrow \sqrt{f(1)} - 1 = 0 \Rightarrow f(1) = 1 \Rightarrow (1, 1) \in f$$

پس تابع خطی f از نقاط $(-1, 3)$ و $(1, 1)$ می‌گذرد.

$$\text{شیب خط } m = \frac{3-1}{-1-1} = -1$$

$$\Rightarrow y - 3 = -(x + 1) \Rightarrow f(x) = -x + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{-x+2}-1}{x^2-1} \quad \text{حال حاصل حد را می‌یابیم:}$$

با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج عبارت صورت داریم:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{-x+2}-1}{x^2-1} \right) \left(\frac{\sqrt{-x+2}+1}{\sqrt{-x+2}+1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x+1}{(x^2-1)(\sqrt{-x+2}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{-x+2}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{(x+1)(\sqrt{-x+2}+1)} = -\frac{1}{4}$$

(مسئله ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۰- گزینه «۳»

(رضا علی نواز)

باید حد تابع f در نقطه $x = \pi$ با مقدار تابع در نقطه $x = \pi$ برابر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + 2 \cos^2 x - 1}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(2 \cos x - 1)(\cos x + 1)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{-2 - 1}{1 - (-1)} = \frac{-3}{2} = f(\pi) = a$$

(مسئله ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

ریاضی ۱

گزینه ۴» ۱۱-

(دانیال ابراهیمی)

در دنباله حسابی، جمله عمومی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است که a_1 و d به ترتیب جمله اول و قدرنسبت این دنباله هستند. همچنین اگر m, n, p سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، رابطه $mp = n^2$ میان آن‌ها برقرار است. بنابراین برای جملات ۵، ۱۰ و ۱۴ از دنباله حسابی داریم:

$$\begin{aligned} a_5 a_{14} &= (a_1 + 4d)(a_1 + 13d) = (a_1 + 9d)^2 \\ \Rightarrow a_1^2 + 17a_1 d + 52d^2 &= a_1^2 + 18a_1 d + 81d^2 \\ \Rightarrow a_1 d + 29d^2 &= 0 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 + 29d = 0 \Rightarrow a_{30} = 0 \end{aligned}$$

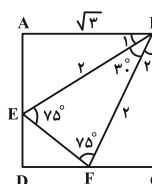
(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

گزینه ۲» ۱۲-

(سعید تن‌آرا)

دو مثلث ABE و BCF بنابه حالت (ض ض) هم‌نهشت‌اند. بنابراین $BF = 2$ است و مثلث BEF متساوی‌الساقین است و در نتیجه $\hat{B} = 30^\circ$. پس در مثلث BEF داریم: $\hat{E} \hat{F} B = 75^\circ$. مساحت مثلث BEF برابر است با:

$$S_{BEF} = \frac{1}{2} BE \times BF \times \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 30^\circ = 1$$



از طرفی از هم‌نهشتی مثلث‌های ABE و BFC داریم:

$$\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \frac{90^\circ - \hat{B}}{2} = 30^\circ$$

و در نتیجه $AB = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}$ به دست می‌آید. در نتیجه مساحت مربع $ABCD$ برابر $\sqrt{3}^2 = 3$ است و مساحت قسمت رنگی برابر است با: $S = S_{ABCD} - S_{BEF} = 3 - 1 = 2$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

گزینه ۴» ۱۳-

(عمیدرضا نوش‌کاران)

با توجه به اینکه $\sqrt{1 + \tan^2 x}$ همواره مثبت است، داریم:

$$\begin{aligned} \cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} &> \sqrt{1 + \sin x \cos x} > 0 \\ \Rightarrow \cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} &> 0 \\ \cos x &> 0 \quad (1) \end{aligned}$$

پس از رابطه بالا داریم:

همچنین می‌دانیم: $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ است.

$$\Rightarrow \cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} \stackrel{\cos x > 0}{=} \cos x \times \frac{1}{\cos x} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 + \sin x \cos x} < 1$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 + \sin x \cos x < 1 \Rightarrow \sin x \cos x < 0$$

با توجه به رابطه (۱) داریم: $\sin x < 0$. در نتیجه انتهای کمان x در ناحیه چهارم قرار دارد.

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

گزینه ۲» ۱۴-

(کامیار علی‌نور)

ابتدا عبارت A را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{27}-3} \cdot \sqrt[4]{4+2\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3(\sqrt{3}-1)} \cdot \sqrt[4]{(\sqrt{3}+1)^2}} \\ \Rightarrow A &= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

در نهایت داریم:

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{1-A^{-1}} - \sqrt{1+A^{-1}} = \sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ \Rightarrow B^2 &= \left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\sqrt{1-\frac{3}{4}} = 2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \end{aligned}$$

که با توجه به منفی بودن مقدار B ، $B = -1$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

گزینه ۱» ۱۵-

(کیان کریمی‌فراسانی)

با توجه به نقطه $(-24, 0)$ ، معادله سهمی را به صورت $y = ax^2 + bx - 24$ بازنویسی می‌کنیم. اکنون با جای‌گذاری نقطه $(4, 0)$ داریم:

$$y = ax^2 + bx - 24 \xrightarrow{(4, 0)} 0 = 16a + 4b - 24$$

$$\Rightarrow b = -4a + 6 \Rightarrow y = ax^2 + (6 - 4a)x - 24$$

با توجه به شکل، تفاضل ریشه‌های معادله زیر برابر با ۴ است:

$$ax^2 + (6 - 4a)x - 24 = -3 \Rightarrow ax^2 + (6 - 4a)x - 21 = 0$$

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 4 \Rightarrow 36 - 48a + 16a^2 + 84a = 16a^2 \Rightarrow a = -1$$

نکته: از آنجا که ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به

$$\text{صورت } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ به دست می‌آیند، پس اختلاف آن‌ها برابر است با:}$$

$$|x_2 - x_1| = \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \left| \frac{2\sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۶- گزینه «۳»

(سیرسپهر متولیان)

ابتدا معادله داده شده را ساده تر می کنیم:

$$\frac{3x+a}{bx+5} - 4 > 0 \Rightarrow \frac{(3-4b)x+a-20}{bx+5} > 0$$

برای اینکه مجموعه جواب به صورت یک بازه کراندار شود، باید ضرایب x

در صورت و مخرج مختلف علامت باشند:

$$(3-4b)b < 0 \Rightarrow b < 0 \quad \text{یا} \quad \frac{3}{4} < b$$

اکنون دو حالت به وجود می آید:

$$I) \begin{cases} \text{ریشه مخرج} = -\frac{5}{b} = -5 \Rightarrow b = 1 \\ \text{ریشه صورت} = \frac{a-20}{4b-3} = 1 \Rightarrow a = 24 \end{cases}$$

$$II) \begin{cases} \text{ریشه مخرج} = -\frac{5}{b} = 1 \Rightarrow b = -5 \\ \text{ریشه صورت} = \frac{a-20}{4b-3} = -5 \Rightarrow a = 135 \end{cases}$$

جواب های هر دو حالت قابل قبول بوده و کمترین مقدار $a-b$ برابر با ۲۰

است.

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۸۸ تا ۹۱)

۱۷- گزینه «۳»

(کامیار علییون)

در دامنه هر دو ضابطه $x = \pm 2$ حضور دارد، پس مقدار ضابطه ها به ازای

$x = \pm 2$ باید برابر باشند:

$$x = -2 : a - (-4)^2 = \frac{(-2)^2 + b(-2) - 1}{(-2) + 1}$$

$$\Rightarrow a - 16 = 2b - 3 \Rightarrow a - 2b = 13 \quad (I)$$

$$x = 2 : a - (0)^2 = \frac{(2)^2 + b(2) - 1}{(2) + 1} \Rightarrow a = 1 + \frac{2b}{3} \quad (II)$$

از دستگاه دو معادله - دو مجهول بالا $a = -5$ و $b = -9$ به دست می آید.

$$\Rightarrow f(a-b) = f(4) = -\frac{21}{5} = -4\frac{1}{5}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه های ۹۴ تا ۱۰۳)

۱۸- گزینه «۱»

(همید علیرزاه)

در تابع همانی مؤلفه های اول و دوم با هم برابرند، پس خواهیم داشت:

$$3a-b=2-b \Rightarrow 3a=2 \Rightarrow a=\frac{2}{3}$$

$$3a+b^2=2+3b \xrightarrow{a=\frac{2}{3}} 2+b^2=2+3b \Rightarrow b^2-3b=0$$

$$\Rightarrow b(b-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} b=3 \\ b=0 \end{cases}$$

در مورد $(b^2, 9)$ نیز باید $b^2=9$ برقرار باشد که $b=\pm 3$ می شود و با توجه

به نتایج قبلی، فقط $b=3$ قابل قبول است. پس: $3a-b=2-3=-1$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه ۱۱۰)

۱۹- گزینه «۱»

(رمیچ مشتاق نظم)

حالت هایی که برای سخنرانی این دو نفر در بین افراد رخ می دهد، به صورت زیر است:

ترتیب سخنرانی ها و تعداد حالت ها:

$$\begin{matrix} 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \end{matrix} \rightarrow 2! \times 5!$$

$$\begin{matrix} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \end{matrix} \rightarrow 2! \times 5!$$

$$\begin{matrix} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \end{matrix} \rightarrow 2! \times 5!$$

$$\text{تعداد کل حالت ها} = 3 \times 2! \times 5! = 6 \times 5! = 6!$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۲۰- گزینه «۳»

(سیرسپهر متولیان)

تمام حالاتی که می تواند جمع دو تاس برابر تاس دیگر شود، در دو دسته کلی

قرار می گیرد.

دسته اول (اعداد تکراری):

$$\{(2,1,1), (4,2,2), (6,3,3)\} \Rightarrow \text{حالات} = 3 \times 3 = 9$$

دسته دوم (اعداد غیر تکراری):

$$\{(3,1,2), (4,1,3), (5,1,4), (5,2,3), (6,1,5), (6,2,4)\}$$

$$\Rightarrow \text{حالات} = 6 \times 3! = 36$$

در نتیجه احتمال مورد نظر به صورت زیر می شود:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9+36}{6^3} = \frac{5}{24}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

اگر رأس دیگر مثلث را M فرض کنیم، برای یافتن نقطه M به طوری که محیط مثلث PBM حداقل باشد، باید کمترین مقدار $PM + BM$ را پیدا کنیم. (مقدار $PB = 7$ مشخص و ثابت است.) برای این کار از روش هرون کمک می‌گیریم. نقطه P را نسبت به AC بازتاب داده و P' می‌نامیم. نقطه M محل برخورد $P'B$ با AC است.

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD \Rightarrow 30 = AB \times AC - 4 \times 6$$

$$\Rightarrow AB \times AC = 54 \quad (1)$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} AB = 6 \\ AC = 9 \end{cases}$$

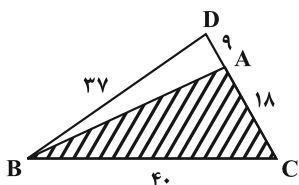
پس محیط مثلث ABC برابر است با:

$$AB + AC + BC = 6 + 9 + 10 = 25$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(سینا ممهور)

۲۹- گزینه «۲»



ابتدا با کمک قاعده هرون اندازه مساحت مثلث BCD را به دست می‌آوریم:

$$p = \frac{27 + 37 + 40}{2} = \frac{104}{2} = 52$$

$$\Rightarrow S_{BCD} = \sqrt{52(52-27)(52-37)(52-40)} = 60\sqrt{65}$$

ارتفاع رسم شده از رأس B در مثلث‌های ABC و BCD مشترک است،

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BCD}} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{60\sqrt{65}} = \frac{18}{27} \Rightarrow S_{ABC} = 40\sqrt{65}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

(سینا ممهور)

۳۰- گزینه «۱»

می‌دانیم طول نیمساز داخلی AD در مثلث ABC از رابطه زیر به دست

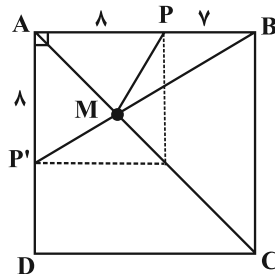
$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} \quad \text{می‌آید:}$$

پس اگر $AD = 5$ و $\hat{A} = 90^\circ$ باشد، داریم:

$$5 = \frac{2bc \cos 45^\circ}{b+c} \Rightarrow 5 = \frac{\sqrt{2}bc}{b+c} \Rightarrow \frac{b+c}{bc} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{\sqrt{2}}{5} = 0.2828$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)



با توجه به شکل داریم:

$$PM + BM = P'M + BM = P'B$$

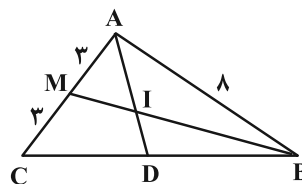
$$\Delta BAP': P'B^2 = \underbrace{AP'^2}_{8} + \underbrace{AB^2}_{15} \Rightarrow P'B = 17$$

$$\text{محیط مثلث PBM} = \underbrace{PM}_{17} + \underbrace{BM}_{17} + \underbrace{PB}_{7} = 24$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۲)

(میلاد منصوری)

۲۷- گزینه «۴»



طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

$$BA^2 + BC^2 = 2BM^2 + \frac{AC^2}{2} \Rightarrow 64 + 144 = 2BM^2 + 18$$

$$2BM^2 = 190 \Rightarrow BM^2 = 95 \Rightarrow BM = \sqrt{95}$$

AI نیمساز زاویه داخلی A در مثلث AMB است، بنابراین طبق قضیه

نیمسازهای زاویه‌های داخلی داریم:

$$\frac{MI}{BI} = \frac{AM}{AB} = \frac{3}{8} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{MI}{BM} = \frac{3}{11}$$

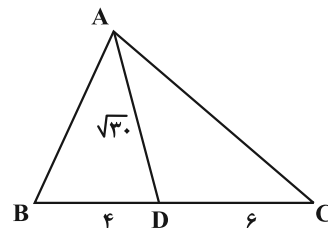
$$\Rightarrow MI = \frac{3\sqrt{95}}{11}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(امیرمسین ابومصوب)

۲۸- گزینه «۳»

از روابط نیمساز زاویه داخلی در مثلث ABC استفاده می‌کنیم:



$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{AOD}}{S_{DOC}} = \frac{AO}{OC} \\ \frac{S_{AOB}}{S_{BOC}} = \frac{AO}{OC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{AOD}}{S_{DOC}} = \frac{S_{AOB}}{S_{BOC}}$$

$$\frac{S_{AOD}=S_{BOC}=x}{25} \Rightarrow \frac{x}{25} = \frac{16}{x} \Rightarrow x^2 = 400 \Rightarrow x = 20$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 16 + 20 + 25 + 20 = 81$$

بنابراین نسبت مطلوب سوال برابر $\frac{81}{20} = 4.05$ است.

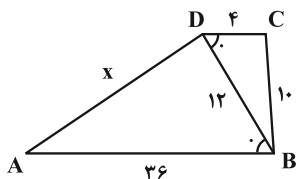
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۳۴- گزینه «۴»

(رضا عباسی اصل)

بنابر قضیه خطوط موازی و مورب داریم: $\angle ABD = \angle BDC$

از طرفی اضلاع دو زاویه فوق متناسب‌اند، پس مثلث‌های ABD و BDC متشابه‌اند:



$$\left\{ \begin{array}{l} \angle ABD = \angle BDC \\ \frac{AB}{DB} = \frac{DB}{DC} = 3 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\Delta ABD}{\Delta BDC}$$

$$\frac{x}{10} = 3 \Rightarrow x = 30$$

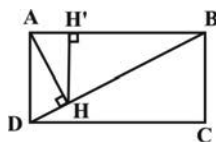
پس:

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۳۵- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومحبوب)

در مثلث قائم‌الزاویه ABD، داریم:



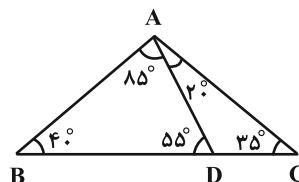
$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow BD = 10$$

$$AB^2 = BD \cdot BH \Rightarrow 64 = 10 \cdot BH \Rightarrow BH = 6.4$$

هندسه ۱

۳۱- گزینه «۱»

(ممدطاهر شعاعی)



گزینه «۱»: در مثلث ABD، $\angle BAD > \angle BDA$ ، پس $BD > AB$.

سایر گزینه‌ها صحیح‌اند:

گزینه «۲»: $\Delta ABC: \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$

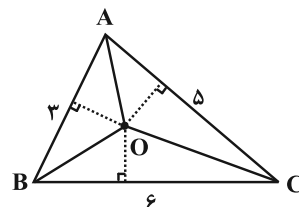
گزینه «۳»: $\Delta ACD: \hat{ADC} > \hat{C} \Rightarrow AC > AD$

گزینه «۴»: $\Delta ABD: \hat{BAD} > \hat{B} \Rightarrow BD > AD$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۳۲- گزینه «۳»

(علی فتح‌آبادی)



می‌دانیم که نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم‌رس‌اند و این نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. این فاصله را h می‌نامیم. داریم:

$$\frac{S_{BOC}}{S_{ABOC}} = \frac{S_{BOC}}{S_{AOB} + S_{AOC}} = \frac{\frac{1}{2}h \times 6}{\frac{1}{2}h \times 3 + \frac{1}{2}h \times 5} = \frac{\frac{6}{2}h}{\frac{8}{2}h} = \frac{3}{4}$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۱۹ و ۲۰)

۳۳- گزینه «۲»

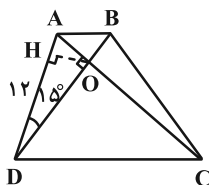
(مفسن ممدکریمی)

دو مثلث ABD و ABC، دارای قاعده مشترک AB هستند و همچنین ارتفاع‌های نظیر این قاعده در دو مثلث، طول یکسانی دارند (فاصله دو خط موازی)، پس $S_{ABC} = S_{ABD}$. با کم کردن مساحت مثلث AOB از مساحت این دو مثلث داریم:

$$S_{AOD} = S_{BOC}$$

(مفسر ریاضی)

۳۸- گزینه «۴»



در هر مثلث قائم‌الزاویه، با یک زاویه 15° ، طول ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{4}$ طول وتر است. داریم:

$$\begin{cases} AD = 12 \\ \angle ADO = 15^\circ \end{cases} \Rightarrow OH = 3 \Rightarrow S_{AOD} = \frac{3 \times 12}{2} = 18$$

قاعده CD در دو مثلث ADC و BDC یکسان بوده و ارتفاع نظیر این قاعده در دو مثلث با هم برابر است، بنابراین داریم:

$$S_{ADC} = S_{BCD} \Rightarrow S_{ADC} - S_{OCD} = S_{BCD} - S_{OCD} \\ \Rightarrow S_{AOD} = S_{BOC} \Rightarrow S_{BOC} = 18$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۴ تا ۶۷)

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

۳۹- گزینه «۲»

صفحه موازی با d لزوماً با صفحه Q موازی نیست (می‌تواند Q را قطع کند)، پس گزینه «۲» در حالت کلی درست نیست.

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

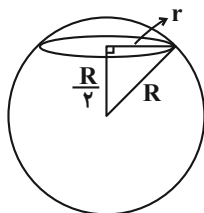
(عباس اسری امیرآبادی)

۴۰- گزینه «۱»

$$r^2 = R^2 - \frac{R^2}{4} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$\text{محیط سطح مقطع} = 2\pi r = \sqrt{3}\pi R = 12\pi$$

$$\Rightarrow R = 4\sqrt{3}$$



(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

حال اگر از H ، عمود HH' را بر ضلع AB رسم کنیم، آنگاه طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

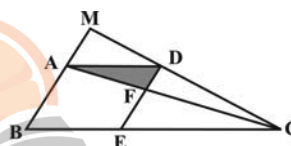
$$HH' \parallel AD \Rightarrow \frac{HH'}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow \frac{HH'}{6} = \frac{6/4}{10} \Rightarrow HH' = 3/84$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۳۶- گزینه «۴»

(نویر میبری)

طبق فرض $ABED$ متوازی‌الاضلاع است، پس $AD \parallel BC$ ، که از آنجا به راحتی نتیجه می‌شود که دو زاویه از مثلث ADF با دو زاویه از مثلث ABC برابر بوده و لذا این دو مثلث با هم متشابه‌اند و داریم:



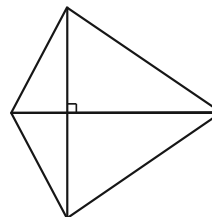
$$\frac{S_{ADF}}{S_{ABC}} = k^2 = \left(\frac{AD}{BC}\right)^2 = \left(\frac{4}{4+6}\right)^2 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۳۷- گزینه «۳»

(ممد فنان)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» قضیه‌های دو شرطی هستند. اما برای عکس قضیه گزینه «۳»، «اگر در یک چهارضلعی دو قطر هم‌اندازه و عمود بر هم باشند، آن‌گاه چهارضلعی مربع است.» مثال نقض وجود دارد، مانند شکل زیر:



(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۳)

آمار و احتمال

۴۱- گزینه «۴»

(مرتضی فقیه علوی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر $p \Rightarrow q$ نادرست باشد، تنها حالت ممکن آن است که p درست و q نادرست باشد.

گزینه «۲»: اگر $p \wedge \sim q$ درست باشد، آن‌گاه هر دو گزاره $\sim p$ و q درست هستند، پس p نادرست و q نادرست است.

گزینه «۳»: اگر $p \Leftrightarrow q$ درست باشد، یعنی هر دوی p و q دارای ارزش یکسان هستند. اگر هر دو دارای ارزش نادرست باشند، $p \wedge q$ درست نخواهد بود. پس قطعاً p و q هر دو درست هستند.

گزینه «۴»: در این حالت نمی‌توان راجع به ارزش هر دو گزاره p و q با قطعیت اظهار نظر کرد، زیرا به ازای هر دو حالت p درست و q درست یا p نادرست و q نادرست، گزاره‌های داده شده درست می‌شوند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ تا ۱۱)

۴۲- گزینه «۴»

(مرتضی فقیه علوی)

در گزینه «۱»، تابع $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x + 4}$ به ازای $x = -4$ تعریف نشده است، پس این گزاره سوری نادرست است.

در گزینه «۲»، اگر $x = -1$ باشد، آنگاه $x + \frac{1}{x} = -2$ است، پس این گزاره سوری نادرست است.

در گزینه «۳»، به ازای هیچ مقدار x که متعلق به مجموعه A باشد، تساوی برقرار نیست، پس این گزاره سوری نادرست است.

در گزینه «۴»، اگر $x = -\frac{1}{4}$ باشد، آنگاه $x - \frac{1}{x} = -\frac{1}{4} + 4 = 3$ است، پس این گزاره سوری درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴۳- گزینه «۲»

(نویز میری)

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ و } B = \{3, 7, 11, 19\}$$

حال از طریق جبر مجموعه‌ها می‌توانیم به سادگی ثابت کنیم که $|A^c - B^c| = |A| - |A \cap B|$ ؛ از آن‌جا که $A \cap B = \{3, 7\}$ ، پس خواهیم داشت:

$$|A^c - B^c| = 5 - 2 = 3 \Rightarrow (A^c - B^c) \text{ مجموعه‌ای مجموعه } 2^1$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۴۴- گزینه «۳»

(محمدرضا دلاورنژاد)

طرفین عبارت را ساده می‌کنیم:

$$B - A' = B \cap (A')' = B \cap A = A \cap B \quad \text{طرف چپ:}$$

$$A' \cup (A \cap B') = (A' \cup A) \cap (A' \cup B') \quad \text{طرف راست:}$$

$$= A' \cup B' \xrightarrow{\text{قانون دومرگان}} (A \cap B)'$$

پس الزاماً $A \cap B = \emptyset$ می‌باشد. زیرا هیچ مجموعه‌ای به غیر از تهی، زیرمجموعه متمم خودش نیست. بنابراین، $A \subseteq B'$ یا $B \subseteq A'$ می‌باشد، زیرا:

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A \Rightarrow A \cap B' = A \Rightarrow A \subseteq B'$$

به طریق مشابه، $B \subseteq A'$ می‌باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

۴۵- گزینه «۱»

(هومن نورانی)

فضای نمونه‌ای این آزمایش، شامل تمام حالت‌های قرار گرفتن ۸ نفر در یک ردیف است، بنابراین $n(S) = 8!$ می‌باشد.

اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آنگاه تعداد اعضای پیشامد A مطابق شکل زیر برابر است با:

$$\begin{array}{cccccccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ 2 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 & n(A) = 2 \times 6! \end{array}$$

در واقع برای ابتدای ردیف، یکی از دو دوست را انتخاب می‌کنیم و دوست دیگر در انتهای ردیف قرار می‌گیرد و ۶ نفر باقی‌مانده در جایگاه‌های دوم تا هفتم به ۶! حالت می‌توانند قرار بگیرند. بنابراین احتمال پیشامد A برابر

$$P(A) = \frac{2 \times 6!}{8!} = \frac{2 \times 6!}{8 \times 7 \times 6!} = \frac{1}{28} \quad \text{است با:}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۴۶- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

$$D = \{4, 7, 10, \dots, 43\}$$

هفت عضو از D فرد و هفت عضو دیگر آن زوج هستند. می‌دانیم مجموع دو عدد زمانی زوج است که هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد باشند، بنابراین فضای نمونه‌ای کاهش یافته شامل حالت‌هایی است که هر دو عدد زوج و یا

$$n(S) = \binom{7}{2} + \binom{7}{2} = 21 + 21 = 42$$

هر دو عدد فرد هستند:

تعداد اعضای پیشامد A که در آن هر دو عدد انتخابی زوج باشند، برابر

$$n(A) = \binom{7}{2} = 21$$

است با:

$$P(A) = \frac{21}{42} = \frac{1}{2}$$

بنابراین احتمال وقوع این پیشامد برابر $\frac{1}{2}$ است.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۴۷- گزینه «۲»

(مرتضی فعیم علوی)

برای انتخاب ۲ مهره از جعبه A دو حالت داریم:

(الف) هر دو مهره قرمز باشند.

(ب) ۱ مهره قرمز و ۱ مهره سفید باشد.

در حالت (الف)، جعبه B دارای ۳ مهره سفید و ۴ مهره قرمز می‌شود و در

حالت (ب)، جعبه B دارای ۴ مهره سفید و ۳ مهره قرمز خواهد بود.

احتمال آن که دو مهره خارج شده از جعبه B سفید باشند به تفکیک

حالت‌های «الف» و «ب» عبارت‌اند از:

$$\text{(الف)} \quad \frac{\binom{2}{2}}{\binom{3}{2}} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{21} = \frac{1}{21}$$

$$\text{(ب)} \quad \frac{\binom{2}{1} \times \binom{1}{1}}{\binom{3}{2}} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{21} = \frac{4}{21}$$

$$\frac{1}{21} + \frac{4}{21} = \frac{5}{21}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۴۸- گزینه «۴»

(کیان کریمی فراسانی)

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{11}}{11} = 22 \Rightarrow \frac{x_1 = 24}{x_2 = 22} \rightarrow 46 + x_3 + \dots + x_{11}$$

$$= 22 \times 11 = 242 \Rightarrow x_3 + \dots + x_{11} = 196$$

مجموع سن دو فرد جدید را y در نظر می‌گیریم. پس:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = 21 \Rightarrow \frac{y + x_3 + \dots + x_{11}}{11} = \frac{y + 196}{11} = 21$$

$$\Rightarrow y + 196 = 231 \Rightarrow y = 35$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۴۹- گزینه «۴»

(عزیزاله علی اصغری)

انحراف معیار داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر است با $\sqrt{2/56} = 1/6$. اگر

داده‌ها در عددی ثابت ضرب شوند، انحراف معیار آنها در قدرمطلق آن عدد ثابت ضرب می‌شود و اگر مقداری ثابت به همه داده‌ها اضافه شود، انحراف

معیار تغییری نمی‌کند.

$$\sigma' = \left| -\frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \right| = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = 0/4$$

انحراف معیار جدید

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۵۰- گزینه «۱»

(مرتضی فعیم علوی)

$$\bar{x} = \frac{1+2+\dots+6}{6} = 3/5$$

میانگین جامعه برابر است با:

بنابراین اگر یک نمونه ۴ تایی میانگین را دقیق برآورد کند، باید میانگین نمونه برابر $3/5$ باشد، در این صورت مجموع اعضای این نمونه برابر است با:

$$4 \times 3/5 = 12$$

و با توجه به اینکه مجموع تمامی اعضای جامعه برابر با $1+2+\dots+6=21$

است، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع دو عضوی که در نمونه نمی‌باشند برابر

با ۷ است. بنابراین این دو عضو حالات زیر را دارند:

$$\{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}$$

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!2!} = 15$$

تعداد کل نمونه‌های ۴ تایی برابر است با:

بنابراین احتمال اینکه یک نمونه ۴ تایی میانگین جامعه را دقیق برآورد کند،

$$P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

برابر است با:

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

فیزیک ۲

گزینه «۱» - ۵۱

(مصطفی واثقی)

چوب به انتهای منفی سری و نایلون به انتهای مثبت سری الکتریسیته مالشی نزدیک تر است. پس با مالش چوب با نایلون، چوب دارای بار منفی و نایلون دارای بار مثبت می شود. حال اگر نایلون با بار مثبت را به الکتروسکوپ با بار مثبت نزدیک کنیم، الکترون ها از تیغه ها به سمت کلاهک می روند که در این حالت تیغه ها نسبت به حالت قبل مثبت تر و از یکدیگر دورتر می شوند.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه های ۳ و ۴)

گزینه «۴» - ۵۲

(مصطفی کیانی)

ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و D را به دست می آوریم. دقت کنید، چون نقطه D به زمین متصل است، پتانسیل الکتریکی آن برابر با صفر است:

$$|\Delta V_{AD}| = |V_D - V_A| = \frac{V_D}{V_A = 100V} \rightarrow |\Delta V_{AD}| = 100$$

$$\Rightarrow |\Delta V_{AD}| = 100V$$

اکنون فاصله بین نقطه های C و D را می یابیم. چون $AD = 5cm$ است، داریم:

$$CD = AD - AC = \frac{AD=5cm}{AC=3/5cm} \rightarrow CD = 5 - 3/5 = 1/5cm$$

با توجه به اینکه $|\Delta V| = Ed$ و E ثابت می باشد، می توان نوشت:

$$|\Delta V| = Ed \xrightarrow{E=\text{ثابت}} \frac{|\Delta V_{AD}|}{|\Delta V_{CD}|} = \frac{d_{AD}}{d_{CD}}$$

$$\xrightarrow{\frac{|\Delta V_{AD}|=100V}{d_{AD}=5cm, d_{CD}=1/5cm}} \frac{100}{1/5} = \frac{5}{1/5} \Rightarrow |\Delta V_{CD}| = 30V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه ۲۶)

گزینه «۱» - ۵۳

(علیرضا گونه)

فاصله طی شده از نقطه A تا نقطه B برابر با ۱۶cm است، بنابراین با توجه

به رابطه $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ می توان نوشت:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow 0/5 \times 10^5 = \frac{|\Delta V|}{16 \times 10^{-2}} \Rightarrow |\Delta V| = 8 \times 10^3 V$$

چون در خلاف جهت خط های میدان جابه جا می شویم، $V_B > V_A$ است و

بنابراین $\Delta V = 8 \times 10^3 V$ خواهد بود.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 8 \times 10^3 = \frac{\Delta U}{-1 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta U = -8 \times 10^{-3} J$$

طبق اصل پایستگی انرژی، انرژی پتانسیل آن 8×10^{-3} ژول کاهش می یابد و این مقدار به انرژی جنبشی آن افزوده می شود.

$$\Delta K = -\Delta U = 8 \times 10^{-3} J \Rightarrow 8 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0/04 \times 10^{-3} (v^2 - 0/2)$$

$$\Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه های ۲۱ تا ۲۷)

گزینه «۲» - ۵۴

(مهمربعلی راست پیمان)

در مقاومت های نوری (LDR)، مقاومت الکتریکی به نور تابیده شده به مقاومت بستگی دارد به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می شود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛

صفحه های ۵۲، ۵۳، ۵۷، ۵۹ و ۷۳)

گزینه «۱» - ۵۵

(مسعود قره فانی)

ابتدا مقدار I_2 را محاسبه می کنیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_{eq} + r_1 + r_2} \Rightarrow 1 = \frac{12 - 4}{(3 + 2 + 2) + (0/5 + r_2)}$$

$$\Rightarrow r_2 = 0/5 \Omega$$

باتری (۱) به صورت ضد محرکه در مدار قرار گرفته است و اندازه اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_1 = \mathcal{E}_1 + I r_1 = 4 + 1 \times 0/5 = 4/5 V$$

باتری (۲) به صورت محرکه در مدار قرار گرفته است و اندازه اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_2 = \mathcal{E}_2 - I r_2 = 12 - 1 \times 0/5 = 11/5 V$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{4/5}{11/5} = \frac{4}{11}$$

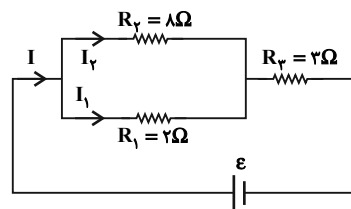
بنابراین:

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

۵۶- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با توجه به توان مصرفی مقاومت ۲ اهمی، جریان عبوری از این مقاومت را می‌یابیم. داریم:



$$P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow 32 = 2 I_1^2 \Rightarrow I_1 = 4 \text{ A}$$

دو مقاومت R_1 و R_2 موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آنها یکسان است. داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 2 \times 4 = 8 I_2 \Rightarrow I_2 = 1 \text{ A}$$

از طرفی طبق قاعده انشعاب می‌توان نوشت:

$$I = I_1 + I_2 = 4 + 1 \Rightarrow I = 5 \text{ A}$$

بنابراین انرژی مصرفی در مقاومت $R_3 = 3 \Omega$ در مدت ۱۰ s برابر است با:

$$U_3 = R_3 I^2 t = 3 \times 5^2 \times 10 \Rightarrow U_3 = 750 \text{ J}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۵۷- گزینه «۳»

(مهمعلی راست‌پیمان)

به بار الکتریکی متحرک در میدان مغناطیسی نیروی مغناطیسی وارد می‌شود و جهت این نیرو با توجه به قاعده دست راست برای بار مثبت به طرف بالا خواهد بود. میدان الکتریکی هم به بار الکتریکی مثبت نیروی الکتریکی در جهت خطوط میدان الکتریکی وارد می‌کند که جهت آن به طرف پایین است.

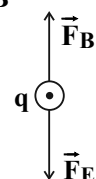
چون بار الکتریکی باید بدون انحراف از میدان خارج شود، باید داشته باشیم:

$$F_B = F_E \xrightarrow{\sin \theta = 1} |q| v B = E |q| \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

$$\Rightarrow v = \frac{10^4}{0.2} = 5 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$\Rightarrow$ تنها تندی بار C برابر این مقدار است

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)



۵۸- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا به کمک مساحت پیچه، شعاع آن را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$S = \pi R^2 \Rightarrow 81\pi = \pi R^2 \Rightarrow R = 9 \text{ cm}$$

بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه از رابطه $B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$ قابل محاسبه است.

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} \Rightarrow 8\pi \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 120 \times I}{2 \times 9 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{144\pi \times 10^{-6}}{48\pi \times 10^{-6}} = 3 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۵۹- گزینه «۲»

(سعید ارادم)

مقدار انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی سیملوله از رابطه

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

به دست می‌آید. بنابراین ابتدا به محاسبه جریان عبوری از

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$$

سیملوله می‌پردازیم:

$$I = \frac{18}{3 + 2 + 1} = \frac{18}{6} = 3 \text{ A}$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 3^2 = \frac{9}{20} = 0.45 \text{ J}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب:

صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۶۰- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

به کمک رابطه مبدل‌ها ولتاژ دو سر مقاومت R را می‌یابیم. داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{V_2}{220} = \frac{200}{1000} \Rightarrow V_2 = 44 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V_2}{R} = \frac{44}{11} = 4 \text{ A}$$

از طرفی طبق قانون اهم داریم:

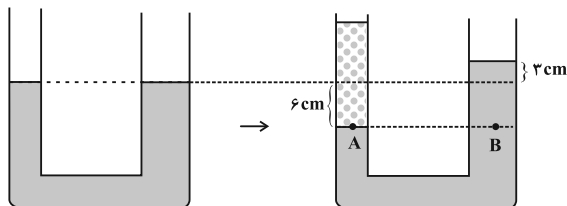
در نهایت با توجه به رابطه جریان متناوب داریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 4 \sin(20\pi t)$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۷)

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow \Delta \times h = 10 \times 3$$

$$\Rightarrow h = 6 \text{ cm}$$



حال با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \frac{mg}{A} = P_0 + \rho gh$$

$$\Rightarrow \frac{m \times 10}{\Delta \times 10^{-4}} = 10000 \times 10 \times [(6+3) \times 10^{-2}] \quad \square$$

$$\Rightarrow m = 45 \times 10^{-3} \text{ kg} = 45 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

فیزیک ۱

گزینه «۱» - ۶۱

(معمدها و قیاس‌ها)

با تبدیل واحد مربوط به هر کدام از عبارات سوال در سیستم SI داریم:

$$2 / 5 \times 10^4 \text{ mm} = ? \text{ m} \Rightarrow 2 / 5 \times 10^4 \times 10^{-3} \text{ m} = x$$

$$\Rightarrow x = 25 \text{ m}$$

$$0 / 8 \times 10^3 \text{ dm} = ? \text{ m} \Rightarrow 0 / 8 \times 10^3 \times 10^{-1} \text{ m} = x$$

$$\Rightarrow x = 80 \text{ m}$$

$$2 \times 10^{-5} \text{ ks}^2 = ? \text{ s}^2 \Rightarrow 2 \times 10^{-5} \times 10^6 \text{ s}^2 = x$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ s}^2$$

$$\frac{25 \text{ m} + 80 \text{ m}}{20 \text{ s}^2 + 15 \text{ s}^2} = \frac{105 \text{ m}}{35 \text{ s}^2} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین کمیت محاسبه شده شتاب است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۱» - ۶۲

(زهره آقاممیری)

ابتدا حجم حفره را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 64 = 256 \text{ cm}^3$$

چون جرم مایع $0 / 1 \text{ m}$ است، پس می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \Rightarrow 0 / 1 \text{ m} = 2 \times 256 \Rightarrow m = 512 \text{ g}$$

اکنون برای محاسبه حجم واقعی مکعب، ابتدا حجم ظاهری مکعب را محاسبه کرده و سپس حجم حفره را از آن کم می‌کنیم:

$$V_{\text{ظاهری}} = (8)^3 = 512 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{واقعی}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{حفره}} = 512 - 256 = 256 \text{ cm}^3$$

در نهایت، می‌توانیم چگالی ماده سازنده مکعب را به دست آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} = \frac{512}{256} = 20 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه «۳» - ۶۳

(فسرو ارغوانی فرد)

حجم آب جابه‌جا شده در دو شاخه یکسان است. اگر در سمت راست، سطح آزاد آب ۳ cm بالا رود، سطح آزاد آب در سمت چپ ۶ cm پایین می‌آید:

(علی قائمی)

گزینه «۱» - ۶۴

به دلیل اینکه حجم قطعه چوب $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود و جرم آن ثابت است،

چگالی قطعه چوب سه برابر می‌شود، اگر چگالی اولیه چوب را با ρ_1 و

چگالی ثانویه را با ρ_2 نشان دهیم، داریم:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1}$$

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{\frac{V_1}{3}} = 3 \frac{m}{V_1} = 3 \rho_1 = 3 \times 0 / 1 = 0 / 3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

می‌بینیم که چگالی ثانویه قطعه چوب از چگالی آب کمتر است. بنابراین قطعه

چوب بر روی آب شناور می‌ماند. در این حالت نیروی شناوری برابر با وزن

چوب می‌باشد و چون وزن چوب تغییری نکرده است. بنابراین نیروی شناوری

ثابت می‌ماند.

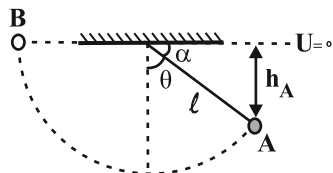
(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(زهره آقاممیری)

گزینه «۴» - ۶۵

اگر فرض کنیم میله در سمت دیگر تا نقطه B بالا برود و نقطه B را مبدأ انرژی

پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

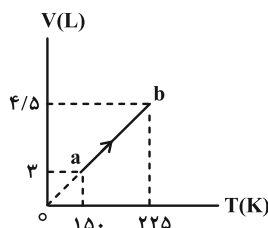


۶۹- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

چون امتداد فرایند ab که به صورت یک خط راست است، از مبدأ مختصات می‌گذرد، نمودار $V-T$ رسم شده مربوط به فرایندی هم فشار است.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3}{150} = \frac{4/5}{T_2} \Rightarrow T_2 = 225K$$



حال با استفاده از رابطه $W = -P\Delta V = -nR\Delta T$ ، کار انجام شده بر روی گاز را می‌یابیم:

$$W = -nR\Delta T = \frac{\Delta T = T_2 - T_1 = 225 - 150 = 75K}{n=1mol, R=8 \frac{J}{mol.K}}$$

$$W = -1 \times 8 \times 75 \Rightarrow W = -600J$$

اکنون با استفاده از قانون اول ترمودینامیک Q را می‌یابیم. دقت کنید چون $\Delta T > 0$ است، $\Delta U > 0$ می‌باشد.

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 2000 = Q - 600 \Rightarrow Q = 2600J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۳۲ تا ۱۳۵)

۷۰- گزینه «۲»

(مسعود قره‌فانی)

می‌دانیم که برای مقدار معینی گاز آرمانی، انرژی درونی با مقدار PV رابطه مستقیم دارد. بنابراین می‌توان گفت:

$$\frac{P_C V_C}{P_A V_A} = \frac{U_C}{U_A} \Rightarrow \frac{P_1 \times 3V_1}{\frac{1}{2}P_1 \times V_1} = \frac{U_C}{4900}$$

$$\Rightarrow \frac{U_C}{4900} = \frac{6}{1} \Rightarrow U_C = 4200J$$

حال می‌توانیم مقدار تغییرات انرژی درونی بین دو نقطه A و C را محاسبه کنیم:

$$\Delta U_{CA} = U_A - U_C = 4900 - 4200 = 700J$$

همچنین در فرایندی دررو $Q = 0$ است، پس طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} + W_{CA} \Rightarrow W_{CA} = 700J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow -mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 + 0$$

$$\Rightarrow h_A = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{4^2}{2 \times 10} = 0.8m = 80cm$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$\sin \alpha = \frac{h_A}{\ell} = \frac{80}{160} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \theta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۶۶- گزینه «۴»

(مهمعلی راست‌پیمان)

ابتدا ارتفاعی را که شخص بالا می‌رود، محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$h = 40 \times 0.2 = 8m$$

چون تندی بالا رفتن شخص ثابت است، بنابراین اندازه کاری که شخص انجام می‌دهد با اندازه کار نیروی وزن شخص برابر است. بنابراین:

$$W = mgh = 80 \times 10 \times 8 = 6400J$$

در نتیجه توان خروجی شخص برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{6400}{40} \Rightarrow P = 160W$$

با توجه به اینکه بازده بدن شخص ۸۰ درصد است، توان مصرفی شخص برابر است با:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{\text{بازده}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{160}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 \Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = 200W$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ و ۷۳ تا ۷۶)

۶۷- گزینه «۲»

(غلامرضا ممینی)

ابتدا با توجه به رابطه گرما، جرم جسم را می‌یابیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 40000 = m \times 2000 \times (270 - 260) \Rightarrow m = 2kg$$

حال برای تغییر حالت جسم می‌توان نوشت:

$$Q = mL_F \Rightarrow \frac{Q'}{Q''} = \frac{m'}{m''} \Rightarrow \frac{(640 - 40) \times 10^3}{(340 - 40) \times 10^3} = \frac{2}{m''}$$

$$\Rightarrow m'' = 1kg$$

$$\text{جرم باقی‌مانده} = m - m'' = 2 - 1 = 1kg$$

بنابراین:

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸ و ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۶۸- گزینه «۳»

(مسین الهی)

بررسی گزینه نادرست: تف‌سنج برخلاف سایر دماسنج‌ها بدون تماس با جسمی

که می‌خواهیم دمای آن را اندازه بگیریم، دمای جسم را اندازه می‌گیرد.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۹، ۱۱۱، ۱۱۳ و ۱۱۷)

شیمی ۲

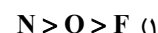
گزینه ۲» ۷۱-

(مبتنی محبوب)

در جدول تناوبی در یک دوره از راست به چپ شعاع اتمی افزایش می یابد.

همچنین در یک گروه از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می یابد.

بررسی ترتیب شعاع اتمی در سایر گزینه ها:

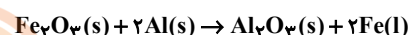


(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۱۰ تا ۱۴)

گزینه ۲» ۷۲-

(آترین صبا)

فرآورده مذاب واکنش ترمیت، آهن است:



$$100 \times \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = \text{بازده درصدی آهن}$$

$$50 = \frac{14g}{xg} \times 100 \Rightarrow x = 28g$$

$$?g \text{ Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص} = 28g \text{ Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56g \text{ Fe}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2 \text{ mol Fe}}$$

$$\times \frac{160g \text{ Fe}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{100g \text{ Fe}_2\text{O}_3}{80g \text{ Fe}_2\text{O}_3} = 50g \text{ Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص}$$

روش تناسب:

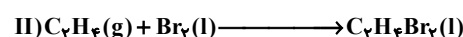
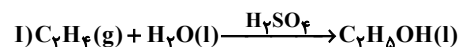
$$\frac{50 \times 80 \times xg \text{ Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص}}{100 \times 100 \times 1 \times 160} = \frac{14g \text{ Fe}}{2 \times 56}$$

$$\Rightarrow xg \text{ Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص} = 50$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۲۲ تا ۲۴)

گزینه ۳» ۷۳-

(ممد عظیمیان زواره)



کاتالیزگر به کار رفته در واکنش I، سولفوریک اسید (H₂SO₄) می باشد.

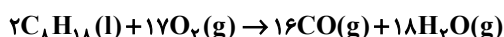
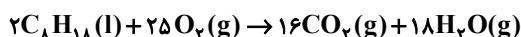
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۳۵، ۴۰ و ۴۱)

گزینه ۴» ۷۴-

(مبتنی محبوب)

ابتدا واکنش های سوختن کامل و ناقص اوکتان در این مسئله را نوشته و

موازنه می کنیم:



با توجه به این که ضریب اوکتان و بخار آب در این دو واکنش یکسان است

پس در ازای مقدار یکسان از مصرف اوکتان، مقدار یکسانی بخار آب از دو

واکنش تولید می شود و اختلاف جرم بخار آب تولید شده از دو واکنش برابر

با صفر است.

روش دوم: با توجه به این که در هر دو واکنش تنها در ساختار اوکتان و آب

اتم هیدروژن وجود دارد و مقدار آن هم برابر است، پس بدون موازنه کردن

نیز می توان دریافت که ضریب آب در هر دو واکنش یکسان است و مقدار

یکسانی نیز بخار آب در هر دو واکنش تولید می شود و اختلاف جرم بخار آب

تولید شده از دو واکنش نیز برابر با صفر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

گزینه ۴» ۷۵-

(علی رمشانی)

(۱) دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی مواد را نشان می دهد. پس آب

درون ظرف A گرم تر است.

(۲) انرژی گرمایی با دو عامل دما و مقدار ماده رابطه مستقیم دارد. با وجود

این که دمای ظرف A اندکی از ظرف B بیشتر است، اما چون مقدار آب

ظرف B خیلی بیشتر از ظرف A است (۲۰ برابر) بنابراین در مجموع انرژی

گرمایی ظرف B بیشتر از ظرف A است.

(۳) دما معیاری برای توصیف میانگین تندی و انرژی جنبشی ذرات اجسام است.

هر چه دما بیشتر باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات بیشتر است و دما و

بنابراین میانگین انرژی جنبشی مولکول ها در ظرف A از ظرف B بیشتر است.

(۴) اختلاط محتویات دو ظرف باعث کاهش دمای محتویات ظرف A و

رسیدن به دمای تعادل می شود، که باعث می شود میانگین تندی مولکول های

آب ظرف A کاهش یابد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۵۲، ۵۵، ۵۶، ۵۷ و ۵۸)

۷۶- گزینه «۱»

(ممد رضا پورماوید)

گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای محلول آبی داده شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 94g \times 4 / 0 \frac{J}{g \cdot ^\circ C} \times 25^\circ C = 9400J$$

از طرفی گرمای واکنش تجزیه هیدرازین نیز عبارت است از:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی پیوند} \\ \text{فراورده‌ها} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی پیوند} \\ \text{واکنش‌دهنده‌ها} \end{array} \right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_{(N-N)} + 4\Delta H_{(N-H)} - \Delta H_{(N\equiv N)} - 2\Delta H_{(H-H)} \\ = 159 + 4(391) - 945 - 2(436) = -94kJ = -94000J$$

بنابراین جرم هیدرازین مورد نیاز برای فراهم کردن ۹۴۰۰ ژول گرمای

مورد نیاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$9400J \times \frac{1 \text{ mol } N_2H_4}{94000J} \times \frac{32g N_2H_4}{1 \text{ mol } N_2H_4} = 3 / 2g N_2H_4$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ و ۶۵ تا ۷۰)

۷۷- گزینه «۱»

(مجتبی محبوب)

جرم کاهش یافته همان مجموع جرم CO_2 و H_2O گازی آزاد شده

است. می‌توان مول CO_2 تولید شده را از روی کاهش جرم محاسبه کرد:

$$? \text{ mol } CO_2 = 24 / 8g (CO_2 \text{ و } H_2O)$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44g CO_2 + 18g H_2O} = 0 / 4 \text{ mol } CO_2$$

$$\bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta n_{CO_2}}{V \times \Delta t} = \frac{0 / 4}{20 \times 400} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{CO_2} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۷، ۸۸ و ۹۰ تا ۹۲)

۷۸- گزینه «۴»

(ممد عظیمیان زواره)

ترکیب‌های (I)، (II) و (III) به ترتیب در بادام، گشنیز و دارچین

یافت می‌شوند.

بررسی نادرستی گزینه «۴»: در نفتالن نیز ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰، ۷۱ و ۷۲)

۷۹- گزینه «۱»

(نیما اکبری)

موارد «الف» و «ب» نادرست هستند. بررسی همه موارد:

الف) ترکیب (۳) پلی پروپین است که در ساخت سرنگ کاربرد دارد. دقت

کنید که پلی استیرن در ساخت ظروف پلاستیکی یک بار مصرف کاربرد دارد.

نه پلی پروپین.

ب) ترکیب (۱) پلی استیرن است و بسیار به کار رفته در ساخت پتو.

پلی سیانواتن است که فاقد حلقه آلی سیر نشده است.

پ) ترکیب (۲) پلی تترافلوئورواتن (تفلون) است که در تهیه نخ دندان و اتوی

لباس کاربرد دارد و در حلال‌های آلی حل نمی‌شود.

ت) ترکیب (۴) پلی وینیل کلرید است که جزء بسپارهای ماندگار در طبیعت

می‌باشد و برخلاف پلی لاکتیک اسید، زیست تخریب پذیر نمی‌باشد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۵ و ۱۰۶، ۱۰۷ و ۱۱۱)

۸۰- گزینه «۱»

(عمید زهی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ فرمول مولکولی این ترکیب $C_7H_{12}O_4$ بوده و دارای

۵۵ جفت الکترون پیوندی است.

$$\text{شمار جفت الکترون پیوندی} = \frac{20 \times 4 + 22 + 4 \times 2}{2} = 55$$

مورد دوم: درست؛ دارای ۲۲ اتم هیدروژن است که فقط یکی از آن‌ها به

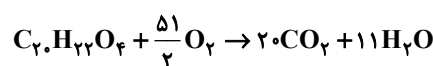
O متصل است، مابقی اتم‌های هیدروژن به C متصل شده‌اند.

مورد سوم: درست؛ دارای گروه عاملی کربوکسیل (—C(=O)—OH) است و

می‌تواند در واکنش با یک الکل تک عاملی، استر تولید کند.

مورد چهارم: درست

مورد پنجم: نادرست



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۳ و ۱۱۵)

+ در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

شیمی ۱

گزینه ۳» ۸۱-

(میتبی مقبوض)

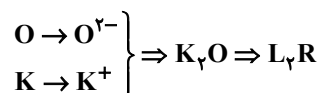
$$3m - 1 = (3m - 2) + 1 : \text{تعداد نوترون‌ها}$$

$$p + n = A \Rightarrow (3m - 2) + (3m - 1) = 5m + 4$$

$$\Rightarrow 6m - 3 = 5m + 4 \Rightarrow m = 7 \Rightarrow \frac{39}{19}L \Rightarrow \frac{39}{19}K$$

$$3n + 1 = 2(2n - 2) \Rightarrow 3n + 1 = 4n - 4$$

$$\Rightarrow n = 5 \Rightarrow \frac{16}{8}R \Rightarrow \frac{16}{8}O$$



(شیمی ۱- کیهان / زاگراه عناصر: صفحه‌های ۵ و ۳۴ تا ۳۹)

گزینه ۱» ۸۲-

(امیر هاتمیان)

بررسی عبارت‌ها:

۱) گلوکز نشان‌دار برای تشخیص سرطان کاربرد دارد و برای درمان آن به کار نمی‌رود.

۲) نماد شیمیایی نخستین عنصر ساخت بشر (تکنسیم (Tc) همانند فراوان‌ترین عنصر سازنده سیاره زمین (آهن (Fe) دو حرفی است.

۳) ایزوتوپ‌های پرتوزا اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر ذره‌های پرتوزایی، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کنند.

۴) فراوانی رادیوایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در نیروگاه‌ها به کار می‌رود در نمونه طبیعی آن کمتر از ۰/۷ درصد است.

(شیمی ۱- کیهان / زاگراه عناصر: صفحه‌های ۵ تا ۹)

گزینه ۲» ۸۳-

(میتبی کوثری لشکری)

عناصر A, B, C, D و E به ترتیب $^{30}_{15}P$, $^{40}_{20}Ca$, $^{65}_{30}Zn$ و $^{41}_{21}Sc$ هستند.

$$^{30}_{15}Zn : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2 \quad (1)$$

۲) B و C به ترتیب نافلز و فلزند و ترکیب حاصل یونی است. برای ترکیب‌های یونی واژه فرمول شیمیایی به کار می‌رود نه فرمول مولکولی.

۳) هر دو در لایه ظرفیت ۳ الکترون دارند.

۴) ترکیب یونی حاصل K_3P است و برای تشکیل ۱ مول از آن ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

(شیمی ۱- کیهان / زاگراه عناصر: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

گزینه ۱» ۸۴-

(مسین ناصری ثانی)

نام ترکیب‌های $FeBr_3$, $SiBr_4$, OF_2 درست و نام بقیه ترکیب‌ها نادرست است.

نام درست ترکیب‌هایی که به صورت صحیح نامگذاری نشده‌اند:

NO_2 : نیتروژن دی‌اکسید، Sr_3P_2 : استرانسیم فسفید،

Cr_2O_3 : کروم (III) اکسید

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

گزینه ۱» ۸۵-

(امیر هاتمیان)

بررسی گزینه‌ها:

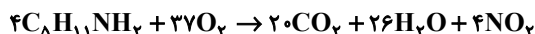
(۱)



: اختلاف مجموع واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها

$$|(7 + 3 + 2 + 2) - (14 + 1)| = 1$$

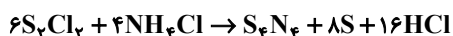
(۲)



: اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها

$$|(20 + 26 + 4) - (37 + 4)| = 9$$

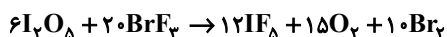
(۳)



: اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها

$$|(1 + 8 + 16) - (6 + 4)| = 15$$

(۴)



: اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها

$$|(12 + 15 + 10) - (20 + 6)| = 11$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

گزینه ۲» ۸۶-

(میتبی مقبوض)

با استفاده از رابطه زیر می‌توان حجم ثانویه را محاسبه کرد:

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 \times (h \times A)}{T_1} = \frac{0.8 P_1 \times (h_2 \times A)}{T_1}$$

$$\Rightarrow h_2 = 1/25 h$$

در رابطه بالا حجم سیلندر استوانه‌ای شکل برابر با حاصل ضرب مساحت

سطح مقطع (A) در ارتفاع پیستون (h) است.

بر اساس معادلات بالا ارتفاع پیستون بیشتر شده است پس پیستون به سمت

بالا حرکت کرده.

(حسن رحمتی کوکندر)

۸۹- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) با توجه به نمودار کتاب درسی این مورد درست است.

(۲) هرچه نقطه جوش یک گاز، بیشتر باشد، آسان‌تر مایع می‌شود. HCl

برخلاف O_2 و N_2 قطبی است و دمای جوش بالاتری دارد ($-85^\circ C$).

همچنین با توجه به جرم مولی بیشتر O_2 نسبت به N_2 ، دمای جوش O_2

($-183^\circ C$)، بیشتر از دمای جوش N_2 ($-196^\circ C$) می‌باشد.

(۳) گشتاور دوقطبی مولکول‌های H_2O و H_2S به ترتیب برابر با $1/85D$

و $0/97D$ است و گشتاور دوقطبی CH_4 به عنوان یک مولکول غیرقطبی

برابر صفر است.

(۴) ترکیب NH_3 با وجود داشتن جرم مولی کمتر نسبت به PH_3 و AsH_3 ،

به علت تشکیل پیوند هیدروژنی، نقطه جوش بالاتری دارد. همچنین نقطه جوش

AsH_3 به دلیل جرم مولی بیشتر نسبت به PH_3 ، بالاتر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷ و ۱۱۵)

(مبتنی ممتوب)

۹۰- گزینه «۴»

چون معادله انحلال پذیری این نمک برحسب دما خطی است، پس ضریب θ^2

باید برابر با صفر باشد و با توجه به این که می‌توانیم a را به دست آوریم:

$$10a - 8 = 0 \Rightarrow a = 0/8 \Rightarrow S = 0/8\theta + 52$$

از اختلاف جرم محلول و آب مقطر اولیه مقدار نمک حل شده در 400 گرم

آب برابر با 240 گرم به دست می‌آید و با استفاده از تناسب مقدار نمک حل

شده در 100 گرم آب در دمای خواسته شده را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\text{مقدار نمک حل شده}}{\text{مقدار آب}} = \frac{240}{400} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 60g$$

$$S = 0/8\theta + 52 = 60 \Rightarrow \theta = 10^\circ C$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{0/8P_1} = 1/25 = 125\%$$

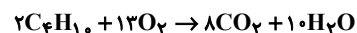
پس حجم جدید، 125 درصد حجم اولیه است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۷۶ تا ۸۰)

(معمرضا جمشیری)

۸۷- گزینه «۱»

معادله واکنش سوختن کامل گاز بوتان در حضور گاز اکسیژن به صورت زیر است:



با توجه به معادله، به ازای سوختن 2 مول بوتان (معادل 116 گرم بوتان)، 13

مول گاز اکسیژن (معادل 416 گرم گاز اکسیژن) مصرف شده که تفاوت

شمار مول‌های بوتان و اکسیژن مصرف شده برابر 11 مول می‌شود. پس

می‌توان گفت برای مصرف 532 گرم واکنش دهنده، تفاوت شمار مول‌های

بوتان و اکسیژن مصرف شده برابر با 11 مول است.

واکنش دهنده $106/4g$ = تفاوت حجم L ?

$$\frac{\text{تفاوت حجم } 22/4L}{\text{تفاوت شمار مول } 1mol} \times \frac{\text{تفاوت شمار مول واکنش دهنده ها } (1mol)}{\text{واکنش دهنده } 532g}$$

$$= 49/28L \text{ تفاوت حجم}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۸۸- گزینه «۴»

$$\frac{\text{مقدار } KNO_3 \text{ حل شده در دمای } 40^\circ C}{\text{مقدار محلول در دمای } 40^\circ C} = \frac{50}{150} = \frac{x}{750}$$

$$\Rightarrow x = 250g$$

$$750 - 250 = 500g = \text{مقدار آب موجود در ظرف}$$

$$\frac{\text{مقدار } KNO_3 \text{ حل شده در دمای } 20^\circ C}{\text{مقدار آب}} = \frac{20}{100} = \frac{y}{500}$$

$$\Rightarrow y = 100g$$

$$250 - 100 = 150g = \text{مقدار رسوب ته نشین شده}$$

$$\frac{\text{مقدار } KNO_3 \text{ که باید حل شود}}{\text{مقدار آب افزوده شده}} = \frac{20}{100} = \frac{150}{z}$$

$$\Rightarrow z = 750g \text{ مقدار آبی که باید افزوده شود}$$

$$750g \text{ آب} \times \frac{1mL \text{ آب}}{1g \text{ آب}} = 750mL \text{ آب}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶، ۱۰۰، ۱۰۱ تا ۱۰۳)

حسابان ۲

گزینه ۱» ۹۱

(کلام ابلالی)

اگر نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(2(x + 1) - 1) = f(2x + 1)$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-2x + 1)$ به دست می‌آید و اگر طول نقاط این نمودار را دو برابر کنیم، نمودار تابع $y = f(-x + 1)$ به دست می‌آید.

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳)

(مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲)

گزینه ۴» ۹۲

(علی سلامت)

ابتدا ضابطه تابع g را به دست می‌آوریم:

$$f(x) \xrightarrow{\text{واحد به راست } 3k} f(x - 3k)$$

$$\xrightarrow{\substack{k \text{ برابر افقی} \\ 3 \text{ برابر عمودی}}} g(x) = 3f\left(\frac{x}{k} - 3k\right)$$

صفرهای تابع f مقادیر α و β هستند که مجموع آن‌ها برابر -10 است.

صفرهای تابع g نیز جواب‌های معادله‌های β یا α $\frac{x}{k} - 3k = \alpha$ هستند،

$$\frac{x_1}{k} - 3k = \alpha, \quad \frac{x_2}{k} - 3k = \beta$$

$$\xrightarrow{\alpha + \beta = -10} \frac{x_1 + x_2}{k} - 6k = \alpha + \beta = -10$$

$x_1 + x_2$ برابر با مجموع صفرهای تابع g می‌باشد که برابر 4 است، پس:

$$\frac{4}{k} - 6k = -10 \Rightarrow 4 - 6k^2 = -10k$$

$$\Rightarrow 3k^2 - 5k - 2 = (k - 2)(3k + 1) = 0 \Rightarrow k = 2 \text{ یا } -\frac{1}{3}$$

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳)

گزینه ۴» ۹۳

(یاسین سپهر)

$$f(x) = \sqrt{1 + \log_3(x + 1)} - 1$$

$$g(x) = \sqrt{1 + \log_3(x + 1)} + 1$$

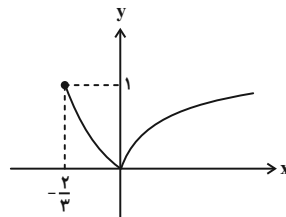
پس ضابطه تابع $|f \cdot g|$ به صورت زیر است:

$$h(x) = |f(x) \times g(x)| = |\log_3(x + 1)|$$

دامنه تابع h همان دامنه توابع f و g است:

$$D_f : \begin{cases} x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1 + \log_3(x + 1) \geq 0 \Rightarrow x + 1 \geq \frac{1}{3} \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$$

پس $D_h = [-\frac{2}{3}, +\infty)$ است. نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده است:



این تابع روی بازه $(0, +\infty)$ و هر زیرمجموعه از آن اکیداً صعودی است.

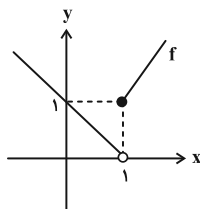
(حسابان ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(شاهین پروازی)

گزینه ۳» ۹۴

تابع f روی بازه $(1, +\infty)$ اکیداً نزولی و روی بازه $(-\infty, 1)$ اکیداً صعودی است.

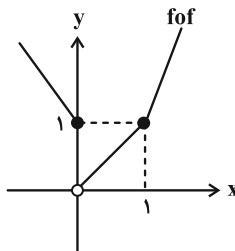


ضابطه تابع $f \circ f$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$f(f(x)) = \begin{cases} 1 - f(x) & ; f(x) < 1 \Rightarrow 0 < x < 1 \\ 2f(x) - 1 & ; f(x) \geq 1 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - (0, 1) \end{cases}$$

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \leq 0 \\ x & ; 0 < x < 1 \\ 4x - 3 & ; x \geq 1 \end{cases} \quad \text{پس داریم:}$$

پس تابع $f \circ f$ روی بازه $[-\infty, 0]$ اکیداً نزولی و روی بازه $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی است. این یعنی وضعیت یکنوایی توابع f و $f \circ f$ روی بازه $(0, 1)$ مخالف یکدیگر است.



(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(مهمرب بفرایی)

گزینه ۲» ۹۵

چون $P(x)$ بر $x - 2$ بخش‌پذیر است، پس: $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$
 $\Rightarrow P(2) = 0 \Rightarrow 8a - 2b - 1 = 0$

چون باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 1$ برابر با -2 است، پس:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow P(-1) = -2 \Rightarrow -a + b - 1 = -2 \Rightarrow -a + b = -1$$

$$\begin{cases} 8a - 2b = 1 \\ -a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow 6a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{6} \Rightarrow b = -\frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow Q(x) = -\frac{x^2}{6} - \frac{7}{6}x$$

پس باقی مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x - 1$ برابر است با:

$$R = Q(1) = -\frac{1}{6} - \frac{7}{6} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$$

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۲)

$$x \in \left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}\right] \rightarrow x = -\frac{5\pi}{24}, \frac{11\pi}{24}$$

بنابراین معادله دو جواب دارد.

روش دوم (تحلیل معادله):

از آنجا که بازه $\left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}\right]$ یک دوره تناوب کامل برای $\sin\left(x + \frac{3\pi}{8}\right)$ است، پس معادله به دست آمده دو جواب در بازه مورد نظر دارد.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(مسین شفیق زاده)

گزینه «۴» - ۹۹

$$\sin(\pi - 4x) = \sin 4x$$

معادله را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \tan 2x$$

$$\Rightarrow \sin 4x + \tan 2x = 0$$

از اتحاد $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$2 \sin 2x \cos 2x + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 0 \Rightarrow \sin 2x \left(\frac{2 \cos^2 2x + 1}{\cos 2x} \right) = 0$$

$$\frac{2 \cos^2 2x + 1 \neq 0}{\Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

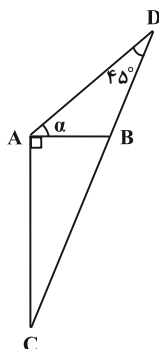
جواب‌های بازه $\left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$ عبارتند از $\frac{\pi}{2}$ و π که مجموع آن‌ها برابر

$$\cos \frac{\theta}{9} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \theta = \frac{3\pi}{2} \text{ است، پس داریم:}$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(علیرضا ندراف زاده)

گزینه «۱» - ۱۰۰



$\hat{ABC} = \beta$ زاویه خارجی برای مثلث ABD محسوب می‌شود.

پس $\beta = \alpha + 45^\circ$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{AC}{AB} = \tan \beta = \tan(\alpha + 45^\circ) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + \left(\frac{1}{3}\right)}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$$

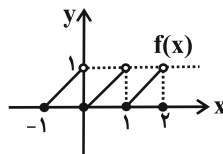
(مسایان ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

(مشابه مثال صفحه ۴۳)

(کاظم ایلالی)

گزینه «۲» - ۹۶

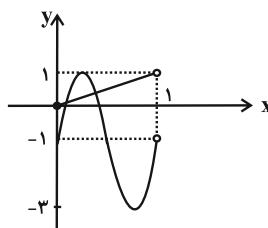
نمودار تابع f به شکل زیر است و دوره تناوب آن برابر با یک است.



دوره تناوب تابع g برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

بنابراین نمودار توابع f و g در یک دوره تناوب به صورت شکل مقابل‌اند و نمودارها در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.

دقت کنید که اگر b را منفی هم در نظر بگیریم، تعداد نقاط برخورد برابر ۲ خواهد بود.



(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

(عادل حسینی)

گزینه «۳» - ۹۷

کمترین مقدار تابع برابر با $-\frac{5}{2}$ است، پس داریم:

$$-|a| - 1 = -\frac{5}{2} \Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$$

از طرفی نصف دوره تناوب برابر $\frac{T}{2} = \frac{11}{6} - \frac{5}{6} = 1$ است، پس داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi$$

چون تابع در همسایگی $x = 0$ نزولی است، پس حاصل ab باید منفی باشد.

$$ab = -\frac{3\pi}{2} = -1/\frac{5\pi}{2}$$

بنابراین داریم:

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(شاهین پروازی)

گزینه «۳» - ۹۸

اختلاف زوایای $\frac{\pi}{8}$ و $\frac{5\pi}{8}$ برابر با $\frac{\pi}{4}$ است:

پس معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

از اتحاد $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ استفاده می‌کنیم:

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{3\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}$$

روش اول (حل معادله):

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{3\pi}{8} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{5\pi}{24} \\ x + \frac{3\pi}{8} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{11\pi}{24} \end{cases}$$

هندسه ۲

۱۰۱- گزینه «۲»

(معمدیوار نوری)

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

طبق تعریف ماتریس B داریم:

دو ماتریس A و B مساوی یکدیگرند، پس درایه‌های آنها باید نظیر به

$$\begin{cases} m+2=2 \Rightarrow m=0 \\ n-1=6 \Rightarrow n=7 \end{cases}$$

نظیر برابر یکدیگر باشند:

$$m+n=0+7=7$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(مشابه تمرین ۲ صفحه ۲۰ کتاب درسی)

۱۰۲- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

با توجه به معادلات داده شده، A یک ماتریس ۲×۲ است.

اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، داریم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a+c=3 \\ 2b+d=5 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3a+4c=-1 \\ 3b+4d=2 \end{cases} \quad (2)$$

دو برابر معادلات (۲) را با معادلات (۱) جمع می‌کنیم، داریم:

$$\begin{cases} (2a+c)+2(3a+4c)=3+2(-1) \Rightarrow 8a+9c=1 \\ (2b+d)+2(3b+4d)=5+2(2) \Rightarrow 8b+9d=9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 9 \end{bmatrix}$$

راه دوم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} \begin{bmatrix} 6 & 8 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} (\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 8 \end{bmatrix}) \times A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 9 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۳- گزینه «۴»

(مشابه امتحان نوبتی شرادر ۱۴۰۳)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 4A = A(A - 4I)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 5I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۰۴- گزینه «۴»

(کلاطم باقرزاده)

می‌دانیم برای ماتریس دلخواه و وارون‌پذیر A رابطه $AA^{-1} = I$ همواره

$$A^{-1} = A \Rightarrow AA^{-1} = A^2 = I$$

برقرار است. حال طبق فرض داریم:

$$(A + A^{-1})^2 = (A + A)^2 = (2A)^2 = 4A^2 = 4I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۵- گزینه «۳»

(کتاب آبی هندسه ۳)

رابطه $A^{-1} + B^{-1} = I$ را در نظر می‌گیریم. طرفین رابطه را از چپ در

ماتریس A ضرب می‌کنیم:

$$A(A^{-1} + B^{-1}) = AI \Rightarrow I + AB^{-1} = A$$

حالا طرفین رابطه فوق را از راست در ماتریس B ضرب می‌کنیم:

$$(I + AB^{-1})B = AB \Rightarrow B + A(B^{-1}B) = AB$$

$$\Rightarrow B + A = AB \Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۶- گزینه «۴»

(امیرمسین ملازینل)

برای آنکه دستگاه جواب منحصر به فرد داشته باشد، باید دو خط

$$3x + (12m - 6)y = 5 \quad \text{و} \quad -x + (2 - 4m)y = \frac{5}{2}$$

با هم متقاطع باشند که یعنی باید $\frac{3}{-1} \neq \frac{12m - 6}{2 - 4m}$ باشد، اما این نامساوی به ازای هیچ مقداری

از m برقرار نیست.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

(مشابه امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

۱۰۷- گزینه «۱»

(علی اصغر فرضی)

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \left(A - \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

طبق فرض داریم:

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

از طرفین تساوی بالا دترمینان می‌گیریم:

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} A = \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} \times |A| = \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow (-1)|A| = 9 \Rightarrow |A| = -9$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱ و ۲۷ تا ۳۱)

۱۰۸- گزینه «۳»

(عباس اسری امیرآبادی)

به کمک دستور ساروس، دترمینان را محاسبه کرده و مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x+1 \\ 2 & x+2 & 0 \\ k & 0 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$x(x+2) - k(x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow (x+2)[x - k(x+1)] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x(1-k) - k=0 \Rightarrow x = \frac{k}{1-k} \end{cases}$$

برای این که معادله ریشه مضاعف ۲- داشته باشد باید $-\frac{k}{1-k} = -2$ باشد،

$$\frac{k}{1-k} = -2 \Rightarrow k = -2 + 2k \Rightarrow k = 2$$

پس:

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۰۹- گزینه «۴»

(محمدرضا صفت‌کار)

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می‌گیریم:

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = |A|$$

$$\Rightarrow (-6) \times |A| \times (-6) = 6^3 |I| \Rightarrow |A| = 6$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۱۰- گزینه «۳»

(بهروز نظام‌هاشمی)

اگر دترمینان ماتریس را با بسط بر حسب سطر سوم به دست آوریم، داریم:

$$|A| = 3 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{vmatrix} - 7 \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 12 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \times 9 - 7 \times 0 + 1 \times (-3)$$

واضح است که با تغییر مقدار $a_{32} = 7$ ، دترمینان تغییر نمی‌کند، چون برای

محاسبه دترمینان، این درایه در صفر ضرب می‌شود؛ ولی با تغییر درایه a_{33} ،

حاصل دترمینان عوض می‌شود.

اگر دترمینان ماتریس را با بسط بر حسب سطر دوم به دست آوریم، داریم:

$$|A| = -4 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} + 5 \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 12 \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= -4 \times (-19) + 5 \times (-8) - 12 \times 1$$

همان‌طور که دیده می‌شود با تغییر درایه‌های a_{22} و a_{23} ، مقدار دترمینان

عوض می‌شود.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

ریاضیات گسسته

۱۱۱- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$(x-1)(x^2+2x-3)=0 \text{ : گزینه «۱»}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2+2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

یعنی اگر $(x-1)(x^2+2x-3)=0$ باشد، x می‌تواند برابر ۱ یا (-3)

باشد، پس عکس قضیه در حالت کلی برقرار نیست.

درستی سایر گزینه‌ها را به عنوان تمرین خودتان بررسی کنید.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۱۲- گزینه «۲»

(کتاب آبی گسسته)

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} \text{ است، پس اگر } \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \text{ می‌دانیم}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} \text{ نیز زوج است. با توجه به آن که } \frac{n(n+1)}{2}$$

زوج است، پس $n(n+1)$ باید مضرب ۴ باشد، در نتیجه ۲ حالت داریم:

$$n = 4k \xrightarrow{1 \leq n < 100} 1 \leq 4k < 100$$

$$\Rightarrow 1 \leq k < 25 \Rightarrow 24 \text{ مقدار برای } k \text{ به دست می‌آید.}$$

$$n+1 = 4k \Rightarrow n = 4k-1$$

$$\xrightarrow{1 \leq n < 100} 1 \leq 4k-1 < 100 \Rightarrow 2 \leq 4k < 101$$

$$\Rightarrow 1 \leq k \leq 25 \Rightarrow 25 \text{ مقدار برای } k \text{ به دست می‌آید.}$$

پس در مجموع به ازای ۴۹ مقدار طبیعی $1 \leq n < 100$ ، حاصل

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} \text{ زوج است.}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۳ و ۵)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۵ کتاب درسی)

۱۱۳- گزینه «۳»

(سید عادل رضا مر تقوی)

a عددی طبیعی و در نتیجه مخالف صفر است. بنابراین داریم:

$$abc \mid ab+ac \Rightarrow abc \mid a(b+c) \xrightarrow{+a} bc \mid b+c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b \mid b+c \Rightarrow b \mid c \Rightarrow b \mid 2c \\ c \mid b+c \Rightarrow c \mid b \Rightarrow c \mid 2b \end{cases}$$

گزینه «۳» در حالت کلی صحیح نیست. (مثال نقض: $a=2, b=1, c=1$)

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۱۴- گزینه «۲»

(مقار منصور)

$$x = 27q_1 + 12 \Rightarrow 2x = 2(27q_1) + 24 \quad (q_1 \in \mathbb{Z})$$

$$y = 27q_2 + 13 \Rightarrow 3y = 3(27q_2) + 39 \quad (q_2 \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow 2x - 3y = 27(2q_1 - 3q_2) - 15 = 27q - 15$$

$$= 27q - 27 + 12 = 27(q-1) + 12 \Rightarrow r = 12$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۵- گزینه «۳»

(یوادر ماتی)

$$(n^2 + n, 3n-1) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid n^2 + n \xrightarrow{\times 3} d \mid 3n^2 + 3n \\ d \mid 3n-1 \xrightarrow{\times n} d \mid 3n^2 - n \end{cases} \Rightarrow d \mid 4n$$

$$\begin{cases} d \mid 4n \xrightarrow{\times 3} d \mid 12n \\ d \mid 3n-1 \xrightarrow{\times 4} d \mid 12n-4 \end{cases} \Rightarrow d \mid 4 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 4$$

بنابراین d سه مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد.

مقادیر ۱، ۲ و ۳ برای n به ترتیب مقادیر ۱، ۲، ۴ را برای d در پی خواهند داشت.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۱۱۶ - گزینه «۲»

(کتاب آبی گسسته)

$$m \mid 145 - 68 \Rightarrow m \mid 77$$

$$\frac{m \neq 1}{m \in \mathbb{N}} \rightarrow m = 77 \text{ یا } 11$$

$$160 = 2 \times 77 + 6 \Rightarrow 160 \equiv 6$$

$$77 \mid 160 \Rightarrow 160 \equiv 6$$

$$11 \mid 77 \Rightarrow 160 \equiv 6$$

تذکر: فرض کنید $a \equiv r$ و $m \mid b$ ، آنگاه داریم:

$$\begin{matrix} b \\ a \equiv r \end{matrix} \Rightarrow a = bq + r$$

$$\Rightarrow a = \underbrace{(mq')}_b q + r = mq_1 + r \Rightarrow a \equiv r$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱ و ۲۹)

۱۱۷ - گزینه «۳»

(رضا پورسینی)

$$25 = 32 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان } 14} 2^{31} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 2^{32} \equiv 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(مشابه تمرین ۹ صفحه ۲۹ کتاب درسی)

۱۱۸ - گزینه «۴»

(هومن نورائی)

ابتدا فاصله ۱۵ خرداد تا ۲۲ بهمن را پیدا می‌کنیم.

با توجه به آنکه ۶ ماه اول سال ۳۱ روزه و ۵ ماه بعدی ۳۰ روزه است، داریم:

$$16 + (3 \times 31) + (4 \times 30) + 22 = 251$$

با توجه به آنکه ۲۲ بهمن شنبه است، شنبه را به عنوان مبدأ در نظر گرفته و با توجه به جدول زیر مشخص می‌کنیم که ۲۵۱ روز قبل چه روزی است. پس کافیت باقی‌مانده ۲۵۱ - را بر ۷ به دست آوریم، در نتیجه داریم:

$$-251 \equiv -251 + 36 \times 7 \equiv 1$$

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
صفر	۱	۲	۳	۴	۵	۶

در نتیجه ۱۵ خرداد همان سال یکشنبه خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

(مشابه تمرین ۱۶ صفحه ۳۰ کتاب درسی)

۱۱۹ - گزینه «۱»

(علیرضا کلانتری)

به ازای $n \geq 4$ ، $n! \equiv 0$ ، پس داریم:

$$x(1! + 2! + 3! + \dots + 0!) \equiv 3 \Rightarrow 9x \equiv 3 \xrightarrow{(3, 12)=3} 3x \equiv 1$$

$$\Rightarrow 3x \equiv 9 \xrightarrow{(3, 4)=1} x \equiv 3 \Rightarrow x = 4k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$10 \leq 4k + 3 \leq 99 \Rightarrow 7 \leq 4k \leq 96 \Rightarrow 2 \leq k \leq 24$$

$$\Rightarrow 23 = \text{تعداد مقادیر } k$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲، ۲۴ و ۲۵)

۱۲۰ - گزینه «۳»

(مهمرب مصطفی پورکناروس)

$$2x + 5y = 51 \Rightarrow 5y \equiv 51 \Rightarrow y \equiv 1 \Rightarrow y = 2k + 1$$

$$2x + 5(2k + 1) = 51 \Rightarrow 2x = -10k + 46 \Rightarrow x = -5k + 23$$

چون تعداد کیسه‌ها عددی صحیح و نامنفی است، داریم:

$$\left. \begin{matrix} x \geq 0 \Rightarrow -5k + 23 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{23}{5} \\ y \geq 0 \Rightarrow 2k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 0 \leq k \leq 4$$

پس k می‌تواند مقادیر صفر، ۱، ۲، ۳ و ۴ را بپذیرد، یعنی بسته‌بندی شکر به ۵ طریق امکان‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

فیزیک ۳

۱۲۱- گزینه «۳»

(سید علی میرنوری)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» عبارت‌های نادرستی هستند. عبارت «۳» عبارت صحیحی است زیرا در مسیر خمیده، کوتاه‌ترین فاصله بین نقطه شروع و پایان (جابه‌جایی) همواره از طول مسیر طی شده کمتر است و فقط در حرکت بر خط راست و حرکت در یک جهت هر دو برابر می‌شوند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۲۱)

۱۲۲- گزینه «۴»

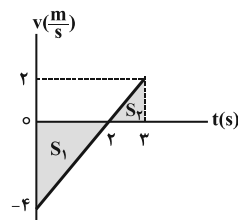
(عبدالرضا امینی نسب)

با مقایسه معادله حرکت با رابطه $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ ، می‌توانیم شتاب و سرعت اولیه متحرک را بیابیم. داریم:

$$x = t^2 - 4t + 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

آنگاه معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم و نمودار آن را رسم می‌کنیم. داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4$$



برای محاسبه تندی متوسط، داریم:

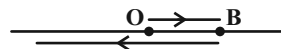
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 2 \times 4 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2}{3} = \frac{5}{3} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ و ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۳- گزینه «۲»

(سید علی میرنوری)

با توجه به مثبت بودن سرعت متحرک هنگام عبور از مبدأ، مسیر حرکت به صورت زیر است:



در ابتدا با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی، شتاب حرکت را می‌یابیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 24^2 - 12^2 = 2(a)(-54) \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

حال معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = -2t^2 + 12t$$

به دلیل توقف در نقطه B داریم:

$$v = -4t + 12 = 0 \Rightarrow t = 3s$$

$$x_B = -2(3)^2 + 12 \times 3 \Rightarrow x_B = 18m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۴- گزینه «۴»

(مهدرامین سلمانی)

با توجه به اینکه در لحظه $t = 4s$ شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر با صفر است، در این لحظه سرعت متحرک صفر می‌باشد. بنابراین، با استفاده از معادله سرعت - زمان می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=4s]{v=0} 0 = a \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = -4a$$

از طرف دیگر، با استفاده از معادله مکان - زمان داریم:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[t=1s]{x=0} 0 = \frac{1}{2}a \times 1^2 + (-4a) \times 1 + 8 \\ 0 &= \frac{1}{2}a \times 1 - 4a + 8 \Rightarrow -\frac{7}{2}a = -8 \Rightarrow a = \frac{16}{7} \frac{m}{s^2} \\ v_0 &= -4a = -4 \times \left(\frac{16}{7}\right) \Rightarrow v_0 = -\frac{64}{7} \frac{m}{s} \end{aligned}$$

اکنون مکان متحرک در لحظه $t = 4s$ را پیدا می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_{4s} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{16}{7}\right) \times 16 + \left(-\frac{64}{7}\right) \times 4 + 8 = 14 \frac{4}{7}m$$

حال مسافت طی‌شده در مدت ۱۰s را می‌یابیم:

$$\ell = |x_{4s} - x_0| + |x_{10s} - x_{4s}| = |14 \frac{4}{7} - 8| + |0 - 14 \frac{4}{7}| = 20 \frac{4}{7}m$$

در آخر تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\Delta t = 10s - 0s}{\ell = 20 \frac{4}{7}m} s_{av} = \frac{20 \frac{4}{7}}{10} = 2 \frac{4}{7} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۵- گزینه «۳»

(مسام نازری)

از آنجا که گلوله در خلأ رها می‌شود، تنها نیروی وارد بر آن، وزن است؛ بنابراین شتاب حرکت در تمام مدت ثابت و برابر با g است. منظور از ثانیه سوم حرکت از $t = ۲s$ تا $t = ۳s$ می‌باشد. جهت مثبت را به سمت بالا در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$v = -gt \Rightarrow v_2 = -10 \times 2 = -20 \frac{m}{s}$$

$$v_3 = -10 \times 3 = -30 \frac{m}{s}$$

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت،

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_3}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{-20 + (-30)}{2} = -25 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |v_{av}| = 25 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(برگرفته از آزمون نهایی دی ماه ۱۴۰۲)

۱۲۶- گزینه «۴»

(عطاءاله شارآباد)

چون در مسیر حرکت چتر باز دو بار اندازه شتاب چتر باز با هم برابر بوده است، این لحظه‌ها یک‌بار قبل از باز شدن چتر و بار دیگر بعد از باز شدن چتر خواهد بود. بنابراین، با توجه به این که قبل از باز شدن چتر $mg > f_D$ و بعد از باز شدن چتر $mg < f_D$ است، با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} W - f_D = ma \\ f_D' - W = ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow W - f_D = f_D' - W \Rightarrow \frac{f_D = 150N}{f_D' = 1400N} \Rightarrow$$

$$W - 150 = 1400 - W \Rightarrow 2W = 1550$$

$$\Rightarrow W = 775N$$



در حالتی که چتر باز با تندی حدی پایین می‌رود، نیروی خالص وارد بر چتر باز صفر است. در این حالت داریم:

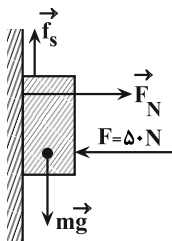
$$F_{net} = 0 \Rightarrow W - f_D'' = 0 \Rightarrow f_D'' = W = 775N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۲۷- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم نموده و سپس بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح دیوار قائم را می‌یابیم و نیروی وزن جسم را با آن مقایسه می‌کنیم. اگر $mg > f_{s,max}$ باشد، جسم حرکت می‌کند و باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنیم؛ در غیر این صورت جسم ساکن می‌ماند و $f_s = mg$ خواهد بود. دقت کنید، چون جسم در راستای افقی ساکن است، $F_N = F = 50N$ می‌باشد.



$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.6} f_{s,max} = 0.6 \times 50 = 30N$$

چون $mg = 25N < f_{s,max} = 30N$ است، جسم ساکن می‌ماند؛ بنابراین $f_s = mg = 2 / 5 \times 10 = 25N$ است. با توجه به اینکه نیروی سطح برابرند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} \xrightarrow{\substack{f_s = 25N \\ F_N = 50N}} R = \sqrt{625 + 2500}$$

$$= \sqrt{3125} = \sqrt{5 \times 625} \Rightarrow R = 25\sqrt{5}N \quad (I)$$

اگر نیروی $\vec{F}$ ، ۲۰ نیوتون کاهش یابد، در حالت جدید نیز بررسی می‌کنیم آیا جسم حرکت می‌کند یا خیر.

$$f'_{s,max} = \mu_s F'_N = 0.6 \times 30 = 18N \xrightarrow{mg > f'_{s,max}} \text{جسم حرکت می‌کند}$$

بنابراین در این حالت نیروی اصطکاک از نوع جنبشی است:

$$f_k = \mu_k F'_N = 0.5 \times 30 = 15N$$

$$R' = \sqrt{f_k^2 + F_N'^2}$$

$$\xrightarrow{f_k = 15N, F'_N = 30N} R' = \sqrt{15^2 + 30^2} = 15\sqrt{5} \quad (II)$$

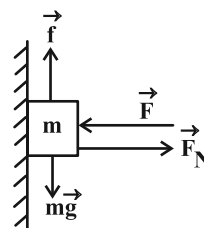
$$\xrightarrow{(I), (II)} \frac{R'}{R} = \frac{15\sqrt{5}}{25\sqrt{5}} = \frac{3}{5}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۱۲۸- گزینه «۴»

(مسین الهی)

با رسم نیروهای وارد بر جعبه مطابق شکل داریم:



- چون جسم در حال سکون است، در راستای افقی داریم $F_N = F$ ، پس با افزایش ضریب اصطکاک ایستایی، نیروی عمودی سطح تغییر نمی‌کند. بنابراین (الف) درست است.

- در راستای عمودی چون جسم ساکن است، نیروی اصطکاک باید وزن جسم را خنثی کند، پس $f_s = mg$ و با تغییر ضریب اصطکاک، تا وقتی جسم ساکن است، مقدار اصطکاک تغییر نمی‌کند. بنابراین (ب) درست است.

- بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر با $f_{s,max} = \mu_s F_N$ است و با افزایش μ_s بزرگ‌تر می‌شود. بنابراین (پ) درست است.

- نیروی واکنش دیوار همان $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_s$ است و اندازه آن برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{F^2 + (mg)^2}$$

چون F_N و f با تغییر μ_s تغییر نمی‌کنند، مقدار R نیز تغییر نمی‌کند.

بنابراین (ت) نادرست است.

پس سه گزاره (الف)، (ب) و (پ) درست و گزاره (ت) نادرست است؛

بنابراین پاسخ گزینه «۴» است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳)

(مشابه سوال ۱۵ پرسش‌های پایان فصل کتاب درسی)

۱۲۹- گزینه «۱»

(مسین مقرومی)

با استفاده از رابطه اندازه نیروی کشسانی فنر ($F_e = k\Delta x$) برای دو نقطه

مشخص بر روی نمودار داریم:

$$\begin{cases} F_1 = k(x_1 - x_0) \Rightarrow 12 = k\left(\frac{6}{100} - x_0\right) & (1) \\ F_2 = k(x_2 - x_0) \Rightarrow 48 = k\left(\frac{12}{100} - x_0\right) & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} 48 - 12 = \frac{12}{100}k - \frac{6}{100}k \Rightarrow 36 = \frac{6}{100}k$$

$$\Rightarrow k = 600 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

حال در یکی از روابط (۱) یا (۲)، k را جایگذاری کرده و طول اولیه فنر را به دست می‌آوریم:

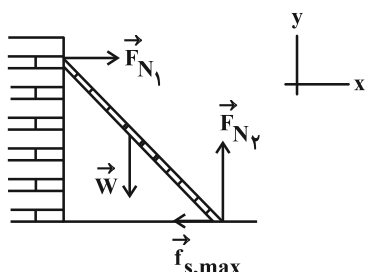
$$\begin{aligned} \xrightarrow{(1)} 12 &= 600 \left(\frac{6}{100} - x_0 \right) \Rightarrow 12 = 36 - 600x_0 \\ \Rightarrow 600x_0 &= 24 \Rightarrow x_0 = \frac{24}{600} \text{ m} = 4 \times 10^{-2} \text{ m} = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۱۳۰- گزینه «۱»

(مسین الهی)

نیروهایی که به نردبان وارد می‌شود، مطابق شکل زیر است:



در آستانه حرکت، نردبان همچنان در حال تعادل است. بنابراین نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر است.

$$F_{N_2} - W = 0 \Rightarrow F_{N_2} = W = mg = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

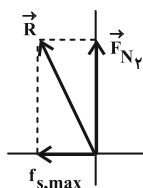
$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_2} = 0.5 \times 200 = 100 \text{ N}$$

از طرف سطح زمین بر نردبان دو نیروی عمودی F_{N_2} و افقی $f_{s,max}$ وارد

می‌شود. بنابراین برآیند این دو نیرو که آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهیم، نیرویی

است که سطح زمین بر نردبان وارد می‌کند:

$$\vec{R} = \vec{F}_{N_2} + \vec{f}_{s,max}$$



که بزرگی آن برابر است با:

$$R = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{200^2 + 100^2} = 100\sqrt{5} \text{ N}$$

و همچنین نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند $F_{N_1} = f_{s,max} = 100 \text{ N}$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳، ۴۵ و ۴۶)

(مشابه مثال ۲-۱۰ کتاب درسی)

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۲»

(عرفان شاکری راد)

بررسی نادرستی سایر موارد:

۱) برخی محلول‌ها همانند محلول کات کبود می‌توانند رنگی باشند.

۳) در کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها برخلاف محلول‌ها مسیر حرکت نور مشخص است.

۴) در مخلوط‌های همگن (محلول‌ها) برخلاف کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در همه قسمت‌ها یکسان است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ مشابه فور را بیازمایید)

صفحه‌های ۶ و ۷

۱۳۲- گزینه «۲»

(امسان روستایی)

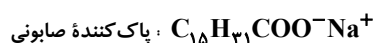
بررسی موارد:

الف) نادرست؛ پاک‌کننده غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شود و در تهیه آن از چربی استفاده نمی‌شود.

ب) درست؛ پاک‌کننده غیرصابونی دارای ۳ اتم اکسیژن و صابون دارای ۲ اتم اکسیژن می‌باشد. در نتیجه تعداد جفت الکترون ناپیوندی در پاک‌کننده غیرصابونی بیشتر است.

پ) نادرست؛ پاک‌کننده غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده صابونی با یون Mg^{2+} موجود در آب سخت تشکیل رسوب نمی‌دهد.

ت) درست؛ فرمول شیمیایی پاک‌کننده غیرصابونی و صابون با ۱۶ اتم کربن و R سیر شده به صورت زیر است:



تفاوت جرم مولی برابر خواهد بود با:

$$[(16 \times 12) + (25 \times 1) + 32 + (3 \times 16) + 23] -$$

$$-[(18 \times 12) + 3(1) + 2(16) + 23] = 42 \text{ g mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۹ و ۱۱)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۳۳- گزینه «۲»

(علیرضا عبدالهی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) میزان رسانایی محلول اسیدهای مختلف به دما و غلظت و نوع اسید بستگی داشته و لزوماً با هم برابر نیست.

۳) به موادی که انحلال آن‌ها در آب باعث افزایش غلظت یون هیدرونیوم می‌شود اسید آرنیوس گفته می‌شود. اکسیدهای نافلز (به جز CO و NO و N_2O) اسید آرنیوس هستند ولی در مولکول آن‌ها هیدروژن وجود ندارد و برعکس موادی مانند CH_4 با اینکه در ساختار خود هیدروژن دارند اما در آب یون هیدرونیوم آزاد نمی‌کنند و اسید آرنیوس نمی‌باشند.

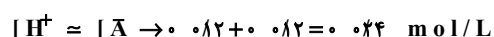
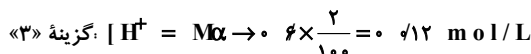
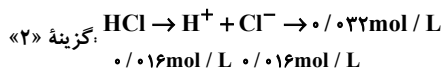
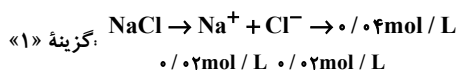
۴) با استفاده از مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را در محلول‌های آبی تشخیص داد اما نمی‌توان در مورد میزان اسیدی و بازی بودن آن‌ها اظهار نظر کرد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲، ۱۳ تا ۱۶)

۱۳۴- گزینه «۲»

(کتاب اول)

غلظت یون‌های موجود در هر گزینه را محاسبه می‌کنیم:

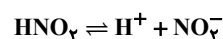


گزینه «۴»؛ از آنجا که اتانول غیرالکترولیت است و در آب به صورت مولکولی حل می‌شود، در نتیجه رسانایی الکتریکی آن حدود صفر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۳۵- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)



$$K_a = \frac{[H^+] \times [NO_3^-]}{[HNO_3]} = \frac{4/25 \times 10^{-3} \times 4/25 \times 10^{-3}}{0.4 - 4/25 \times 10^{-3}}$$

قابل صرف نظر کردن

$$\approx 4/5 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [H^+] = 10^{-b} \\ pH = b - \log a \end{cases}$$

روش سریع محاسبه

$$[H^+] = 4/5 \times 10^{-5} \Rightarrow \begin{cases} pH = 3 - \log \frac{4}{5} = 3 - (\log 4 - \log 5) \\ pH = 3 - (0.6 - 0.7) = 2.1 \end{cases}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۸)

۱۳۶- گزینه «۲»

(میشی محبوب)

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ به طور مثال $Mg(OH)_2(s)$ رسوب است و در آب نامحلول می‌باشد ولی به عنوان ضد اسید به کار می‌رود.

۲) درست؛ گل ادریسی در خاک‌هایی با خاصیت اسیدی به رنگ آبی در می‌آید.

۳) نادرست؛ موادی مانند HCl با وجود این که مولکولی هستند در آب یونش می‌یابند و با تغییر غلظت یون‌ها رسانایی الکتریکی محلول را تغییر می‌دهند.

۴) نادرست؛ به ترکیبات یونی در حالت جامد الکترولیت و در صورتی که در آب محلول باشند، به محلول آبی آن‌ها محلول الکترولیت گفته می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۷، ۳۲ و ۳۴)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۳۷ - گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

بررسی همه موارد:

الف) نادرست؛ با توجه به شکل درمی یابیم که در ابتدا ۱۰ ذره NH_3 وجود داشته که ۲ ذره آن یونیده شده است.

$$\% \alpha = \frac{2}{10} \times 100 = 20\%$$

ب) درست

$$[\text{OH}^-] = \frac{2 \times 10^{-4} \text{ mol}}{1 \text{ ذره}} \times \frac{1 \text{ ذره}}{0.8 \text{ L}} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol}^{-1} \text{ L}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^{-11} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log(2 \times 10^{-11}) = 11 - 0.3 = 10.7$$

پ) نادرست؛ لوله بازکن محلول باز قوی NaOH در آب است.

ت) درست

$$K_b = \frac{[\text{OH}^-][\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = \frac{5 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 1/25 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۲۴ تا ۳۰)

۱۳۸ - گزینه «۱»

(امیرمسین مرتضوی)

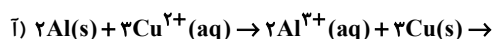
در این واکنش گونه Fe^{3+} با گرفتن الکترون، به Fe^{2+} تبدیل شده و کاهش یافته است و گونه Sn^{2+} با از دست دادن الکترون، به Sn^{4+} تبدیل شده و اکسایش یافته است. بنابراین آن را کاهنده می نامیم.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۴۰ تا ۴۲)

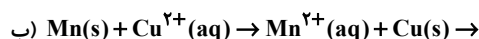
۱۳۹ - گزینه «۲»

(غریزاد رضایی)

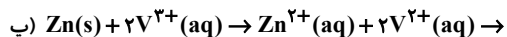
ابتدا واکنش ها را موازنه می کنیم:



(۶ مول الکترون مبادله شده)



(۲ مول الکترون مبادله شده)



(۲ مول الکترون مبادله شده)

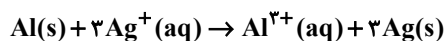
$$\frac{\text{بیشترین مول الکترون های مبادله شده}}{\text{کمترین مول الکترون های مبادله شده}} = \frac{6}{2} = 3$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۴۰ تا ۴۲)

۱۴۰ - گزینه «۲»

(امیر خاتمیان)

معادله موازنه شده واکنش:



مول یون نقره در محلول اولیه در ابتدای واکنش:



$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.8 \text{ L} \times \frac{0.5 \text{ mol Ag}^+}{1 \text{ L}} = 0.4 \text{ mol Ag}^+$$

چون غلظت نصف شده پس می توانیم مقدار مول یون نقره در محلول پس از گذشت مدت زمانی از واکنش را حساب کنیم:

$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.8 \text{ L} \times \frac{0.1 \text{ mol Ag}^+}{1 \text{ L}} = 0.08 \text{ mol Ag}^+$$

$$\text{Ag}^+ \text{ مصرفی} = 0.4 - 0.08 = 0.32 \text{ mol Ag}^+$$

$$\text{Al مصرف شده} = ? \text{ mol Al} = 0.32 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{1 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 0.18 \text{ g Al}$$

$$\text{تولید شده Ag} = 0.32 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{3 \text{ mol Ag}}{3 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 2.16 \text{ g Ag}$$

$$\text{جرم مصرف شده (Al)} - \text{جرم (Ag تولید شده)} = \frac{50}{100}$$

$$= \frac{50}{100} \times 2.16 - 0.18 = 0.9 \text{ g}$$

تغییرات جرم

↑

$$\text{درصد تغییرات جرم تیغه} = \frac{0.9}{2.5} \times 100 = 36\%$$

جرم اولیه تیغه

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۴۱ تا ۴۴)