

تلاشی در مسیر موفقیت



دانلود گام به گام تمام دروس ✓

دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓

دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓

دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓

مشاوره کنکور ✓

فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

# فصل اول

نشریات جدید برون

تلاشی در مسیر موفقیت

مؤلف:  
گروه ریاضی استان خوزستان

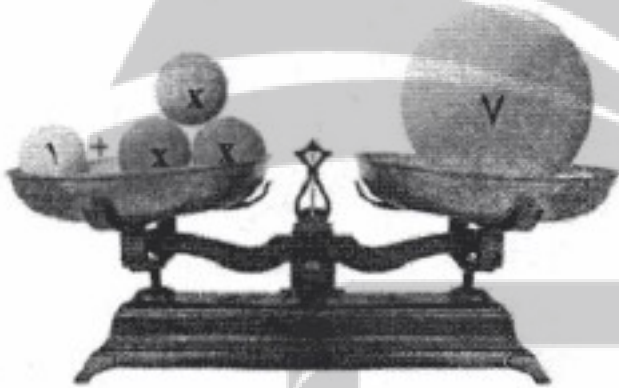
فعالیت



با توجه به شکل زیر یک معادله طرح کنید و ریشه آن را بیابید.

$$1 + 3x = 7$$

$$3x = 7 - 1 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{7-1}{3} \Rightarrow \boxed{x=2}$$

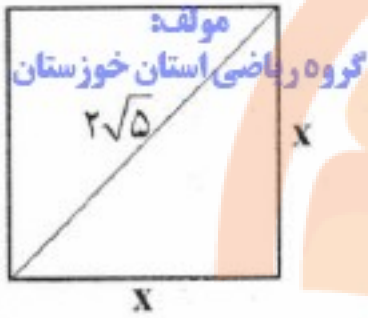


# نرنگه بوبک

## تلاشی در مسیر موفقیت



- محیط مربعی را به دست آورید که قطر آن  $2\sqrt{5}$  باشد.



به کمک رابطه فیثاغورث داریم:

$$\dots x^2 + \dots x^2 = (2\sqrt{5})^2$$

بنابراین:

$$\frac{2x^2}{2} = \frac{20}{2} \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \pm \sqrt{10}$$

پس اندازه هر ضلع مربع با در نظر گرفتن این که اندازه ضلع مثبت است، برابر  $x = \sqrt{10}$  است و محیط مربع فوق برابر است با:

$$p = 4x \Rightarrow p = 4\sqrt{10}$$

معادله  $2x^2 = 20$  را یک معادله درجه دوم می نامیم.

تلاشی در مسیر موفقیت



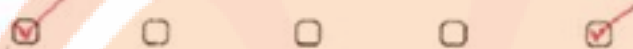
۱. عددی را بیابید که مربع آن، ۳ برابر خود همان عدد باشد.

اگر عدد مورد نظر  $x$  فرض شود، مربع همان عدد برابر  $x^2$  و سه برابر همان عدد برابر  $3x$  است که باید دو عبارت با یکدیگر برابر باشند. یعنی:

$$x^2 = 3x$$

جواب های این معادله را می توانید حدس بزنید؟ آیا این معادله بیش از یک جواب دارد؟ بله  
از میان مقادیر زیر کدام یک می تواند جواب معادله باشد؟ چرا؟ چون معادله  $x^2 = 3x$  را به صورت  $x^2 - 3x = 0$  تبدیل می کنند.

$$x=3, \quad x=4, \quad x=-2, \quad x=1, \quad x=0$$



**توجه:** به جز روش حدس، برای حل معادله فوق از روش تجزیه نیز می توانیم استفاده کنیم:

$$x^2 = 3x \Rightarrow x^2 - 3x = 0, \quad x(x-3) = 0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } x=3$$

$$x=0 \text{ یا } x-3=0$$



یادآوری:

اگر  $a \times b = 0$  باشد نتیجه می گیریم:  $b=0$  یا  $a=0$

معادله درجه دوم، معادله ای به شکل  $ax^2 + bx + c = 0$  است که در آن  $a \neq 0$  ضریب  $x^2$  و  $c$  عدد ثابت است.

(مثال)

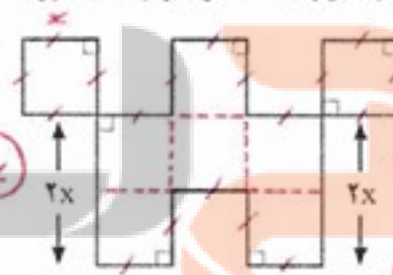
$$2x^2 - \sqrt{7}x + \frac{1}{5} = 0$$

$a=2$        $b=-\sqrt{7}$        $c=\frac{1}{5}$

عددی بدون واحد (چون در این محاسبات واحد محیط برابر نمی شود چون هم واحد نیستند)

۲. در شکل زیر طول تمام پاره خط ها به جز دو پاره خط مشخص شده در شکل برابر  $x$  است. اگر اندازه مساحت شکل برابر با اندازه محیط آن باشد، مقدار  $x$  را به دست آورید.

مساحت مربع =  $1x^2$  (مساحت یک مربع به ضلع  $x$ )  
 مساحت شکل =  $1x^2$   
 مجموع اضلاع =  $11x + 2x + 2x = 15x$   
 محیط شکل =  $15x$



یادآوری: یک ضلع ضریب خودش = مساحت مربع (یک ضلع)  
 مجموع اضلاع = محیط یک شکل

$$1x^2 = 15x \Rightarrow 1x^2 - 15x = 0 \Rightarrow x(x-15) = 0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } x=15$$

$$1x^2 - 22x = 0 \Rightarrow x(x-22) = 0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } x=22$$

$$2x(3x-11) = 0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } x=\frac{11}{3}$$

$$x=0 \text{ یا } 3x-11=0 \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{11}{3}$$

تلاش کن تا بتوانی جوابی را پیدا کنی

تلاش کن تا بتوانی جوابی را پیدا کنی



## کار در کلاس

مؤلف:

گروه ریاضی استان خوزستان

نیما از پسرعمویش کیان سه سال بزرگتر است. اگر حاصل ضرب سن این دو ۴۰ باشد، پسرعموی کوچکتر چند سال دارد؟

$x$  سن کیان و  $x+3$  سن نیما

یا  $x-3$  سن کیان و  $x$  سن نیما

اگر سن نیما برابر  $x$  باشد، طبق فرض مسئله، سن کیان برابر  $x+3$  است. بنابراین:

Ⓐ  $x+3 = 40$

$x \times (x+3) = 40$

Ⓑ  $x+3 = 40$

پس جواب  $x=8$  و  $x=5$  است

آیا می‌توانید جواب‌های معادله فوق را حدس بزنید؟ این معادله از درجه چند است؟ از درجه ۲

این معادله چند جواب دارد؟ آیا عدد منفی هم در معادله صدق می‌کند؟ این جواب در این سؤال معنی

دارد؟ خیر،  $x = -5$  غیر قابل قبول است، چون سن نمی‌تواند عدد منفی باشد.

Ⓐ  $x = 8$  سن نیما

Ⓑ  $x-3 = 40-3 = 37$  سن پسرعموی نیما

# نشانچه ببولک

## تلاشی در مسیر موفقیت



هر کدام از عبارتهای زیر را به یک معادله تبدیل کنید.

۱ الف) عددی را بیابید که پنج برابر آن به علاوه ۲، مساوی سه برابر آن عدد ۲- باشد.

$$5x + 2 = 3x - 2 \quad \text{عدد را } x \text{ در نظر می‌گیریم}$$

ب) مربع عددی برابر با همان عدد به علاوه عدد یک است.

$$x^2 = x + 1 \quad \text{عدد را } x \text{ در نظر می‌گیریم}$$

۲ در یک کارخانه حقوق یک مهندس، دو برابر یک فن‌ورز (تکنسین) و  $\frac{2}{3}$  مدیر بخش خود است.

قسمت تولید این کارخانه ۳ مدیر بخش، ۸ مهندس و ۱۲ فن‌ورز دارد. مدیر عامل کارخانه برای این قسمت ماهیانه ۵۵/۵ میلیون تومان حقوق پرداخت می‌کند. حقوق یک فن‌ورز در این کارخانه ماهیانه چقدر است؟

$$\begin{aligned} x = \text{حقوق مهندس} & \quad 3 \times \frac{3}{2}x + 8x + 12 \times \frac{x}{2} = 55,500,000 \\ \text{فن‌ورز} = \frac{x}{2} & \quad \frac{9x}{2} + 14x = 55,500,000 \Rightarrow 37x = 111,000,000 \\ \text{مدیر بخش} = \frac{3}{2}x & \quad x = 3,000,000 \leftarrow \text{فن‌ورز} = 1,500,000 \end{aligned}$$

۲ با توجه به پیش‌بینی درخواست بازار آهن، کارخانه ذوب آهن اصفهان از روز شنبه هر روز تولید خود را دو برابر کرده است. در پایان روز چهارشنبه تولید فولاد به سقف ۶۴ هزار تن رسیده است. مجموع تولید فولاد در این پنج روز چقدر بوده است؟ اختلاف تولید در پایان روز شنبه با تولید فولاد در پایان روز چهارشنبه چقدر است؟

$$\begin{aligned} 2 \times 4x = 8x \quad \text{سه شنبه} & \quad 2(2x) = 4x \quad \text{دوشنبه} & \quad 2x \quad \text{یکشنبه} & \quad x \quad \text{شنبه} \\ 2 \times 8x = 16x & \quad 16x = 64,000 & \quad \text{پایان روز چهارشنبه} & \end{aligned}$$

$$x = \frac{64,000}{16} = 4,000 \quad \text{تن}$$

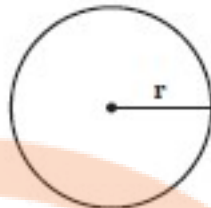
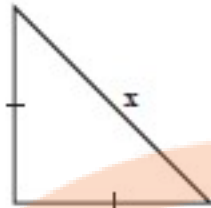
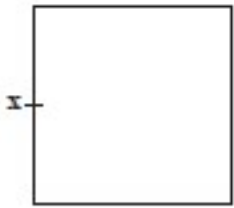
$$x + 2x + 4x + 8x + 16x = 31x = 31 \times 4,000 = 124,000 \quad \text{تن}$$

$$\text{تن بوده} \quad 64,000 - 4,000 = 60,000$$

# تلاشی در مسیر موفقیت



۲ اگر مجموع مساحت‌های سه شکل زیر برابر ۷ باشد طول ضلع مربع را بیابید.



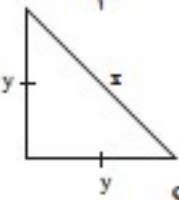
$$r = \frac{1}{\sqrt{2n}}x$$

$$7 = \text{مساحت دایره} + \text{مساحت مثلث} + \text{مساحت مربع}$$

$$7 = \text{مساحت دایره} + \text{مساحت مثلث} + \text{مساحت مربع}$$

جواب:

$$x^2 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{x^2}{2} = 7 \rightarrow \frac{4x^2 + x^2 + 2x^2}{4} = 7$$



$$\rightarrow \text{مثلث } S = \frac{1}{2} \times y \times y \rightarrow \frac{1}{2}y^2$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2$$

$$S = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}x^2 \right) = \pi \times \left( \frac{1}{\sqrt{2n}}x \right)^2 = \frac{\pi \times x^2}{2\pi} = \frac{x^2}{2} \quad 2y^2 = x^2$$

قضیه فیثاغورث

$$y^2 = \frac{1}{2}x^2$$

$$7x^2 = 28 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = 2$$

۵ حروف الفبای فارسی (الف تا ی) را به ترتیب ۱ تا ۳۲ شماره گذاری کرده ایم هر حرف بدون نقطه با شماره

از ۱ تا ۳۲ مشخص می‌شود. حروف نقطه  $ax^n$  که در آن a شماره حرف الفبا و n تعداد نقطه مورد نظر است.

حال با توجه توضیح فوق

الف) جدول زیر را کامل کنید.

الگوی ریاضی معادل آن	کلمه به زبان فارسی
$1+2x$	آب
$3x^2+1$	با
$11x+12+3x^2$	ذرت

ب) الگوی ریاضی معادل کلمه پیامبر رحمت را مشخص کنید.

$$3x^2 + 22x^2 + 1 + 28 + 2x + 12 + 12 + 8 + 28 + 4x^2$$

تلاشی در مسیر موفقیت

۶ اگر در یک قالی با ابعاد  $2/8 \times 2/10$  تعداد گره‌های قالی  $5/880/000$  عدد باشد.

الف) این قالی چند رج دارد؟

$$\frac{2/8 \times 2/10}{0/07 \times 0/07} = \frac{5/88}{0/0049} = 1200$$

$$1200 \times x = 5/880/000 \rightarrow x = \frac{5/880/000}{1200} = 4900 \quad \sqrt{4900} = 70 \text{ رج}$$

ب) اگر برای هر گره  $1 \text{ cm}$  نخ قالی یا همان خامه قالی استفاده شود در این قالی چند متر نخ قالی استفاده شده است؟

$$5/880/000 \text{ سانتی متر که برابر با } \frac{5/880/000}{100} = 5880 \text{ متر}$$

پ) یک قالی باف حرفه‌ای در یک روز می‌تواند  $6000$  گره قالی بیافد اگر این قالی باف  $5$  روز در هفته کار کند برای اتمام این قالی چند هفته باید کار کند؟  
گره قالی در هفته

$$6000 \times 5 = 30000$$

$$5/880/000 = 30000 \times x \rightarrow x = \frac{5/880/000}{30000} = 1960 \text{ هفته}$$

ت) اگر این قالی باف برای خرید مواد اولیه قالی شامل تار و بود و نخ قالی و ... پنج میلیون و ششصد هزار تومان هزینه کرده باشد و بتواند در پایان بافت قالی، آن را به قیمت  $35$  میلیون تومان بفروشد، این قالی باف برای هر هفته کار خود چه دستمزدی دریافت کرده است؟

$$35/000/000 - 5/600/000 = 29/400/000$$

$$1960 \times x = 29/400/000 \rightarrow x = \frac{29/400/000}{1960} = 15000 \text{ تومان}$$

نرخ پنجه بوبلک  
تلاشی در مسیر موفقیت

مؤلف:  
گروه ریاضی استان خوزستان

طرف دوم تساوی های زیر را به کمک اتحاد های خواننده شیده کامل کنید:

الف) اتحاد مربع اولی  $(2x + \frac{1}{2})^2 = 4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$

ب) اتحاد مزدوج  $(x - 2y)(x + 2y) = x^2 - 4y^2$

ج) اتحاد مربع اولی  $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$

ب) اتحاد مزدوج  $(2 + 3xy)^2 = 4 + 12xy + 9x^2y^2 \rightarrow (3xy)^2$

ج) اتحاد مزدوج  $x^2 - 18x + 12 = (x - 6)(x - 2)$

ب) اتحاد مزدوج  $(-4 - 2)x = -6x$

استخوان نایی

نهیه کننده:

# نزد نجه ببولک

## تلاشی در مسیر موفقیت



یا استفاده از اتحادهای بالا معادلات زیر را حل کنید:

مولف: گروه ریاضی استان خوزستان

$$1) \quad x^2 + 4x - 4 = 0$$

$a+b$     $ab$

$$\begin{cases} -4 \otimes +1 = -3 \checkmark \\ -4 \oplus +1 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +4 \otimes -1 = -4 \checkmark \\ +4 \oplus -1 = +3 \checkmark \end{cases}$$

$$\begin{cases} +2 \otimes -2 = -4 \checkmark \\ +2 \oplus -2 = 0 \end{cases}$$

از اتحاد یک جمله مشترک، تساوی را تجزیه کنید: ↙

$$\Rightarrow (x - 1)(x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1) = 0 \text{ یا } (x + 4) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = -4$$

$$2) \quad 4x^2 - (2-x)^2 = 0$$

$$(2x)^2$$

با استفاده از اتحاد مزدوج عبارت جبری سمت چپ تساوی را تجزیه می کنیم:

$$(2x - (2-x))(2x + (2-x)) = 0 \Rightarrow (3x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ یا } x = -2$$

$$\begin{aligned} 3x - 2 = 0 &\quad \text{یا} \quad x + 2 = 0 \\ \frac{3x}{3} = \frac{2}{3} &\quad \text{یا} \quad x = -2 \end{aligned}$$

# کنکول بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت

$$\text{الف) } 2x^2 - 8 = 0 \rightarrow 2(x^2 - 4) = 2(x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{ب) } (x+2)(x-3) = x-2 \rightarrow x^2 - x - 6 - x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{یا } (x+2)(x-3) - (x-2) = 0$$

$$(x-3)[x+2-1] = (x-3)(x+1) = 0$$

$$\text{ب) } x^2 - 2x^2 = 0 \rightarrow x^2(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$x = -\sqrt{2}$$

$$\text{ت) } x^2 = x - \frac{1}{x} \rightarrow x^2 - x + \frac{1}{x} = 0 \rightarrow x^2 - 2\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 0 \rightarrow x - \frac{1}{x} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{x}$$

$$\text{ن) } 2x^2 - 8x = 0 \rightarrow 2x(x-4) = 0 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0 \text{ یا } x-4 = 0 \rightarrow x = 4$$

$$\text{ج) } x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x-2)(x-3) = 0$$

$$x-2 = 0 \text{ یا } x-3 = 0$$

$$x = 2 \text{ یا } x = 3$$

$$\text{ج) } \frac{x^2}{3} = x \rightarrow \frac{x^2}{3} - x = 0 \rightarrow x\left(\frac{x}{3} - 1\right) = 0 \Rightarrow \underline{x = 0} \text{ یا } \frac{x}{3} - 1 = 0 \rightarrow \frac{x-3}{3} = 0 \rightarrow x-3 = 0 \rightarrow \underline{x = 3}$$

$$\text{ح) } x^2 = 5 - x^2 \rightarrow 2x^2 - 5 = 0 \rightarrow 2x^2 = 5 \rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$(\sqrt{2}x - \sqrt{5})(\sqrt{2}x + \sqrt{5}) = 0 \rightarrow \sqrt{2}x - \sqrt{5} = 0 \rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2}x + \sqrt{5} = 0 \rightarrow x = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{خ) } x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow x^2 + 2(2x) + (2)^2 = 0 \rightarrow (x+2)^2 = 0 \rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ ریشه مضاعف}$$

$$\text{د) } 9x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(3x)^2 + 1(3x) - 2 = 0$$

$$(3x+2)(3x-1) = 0$$

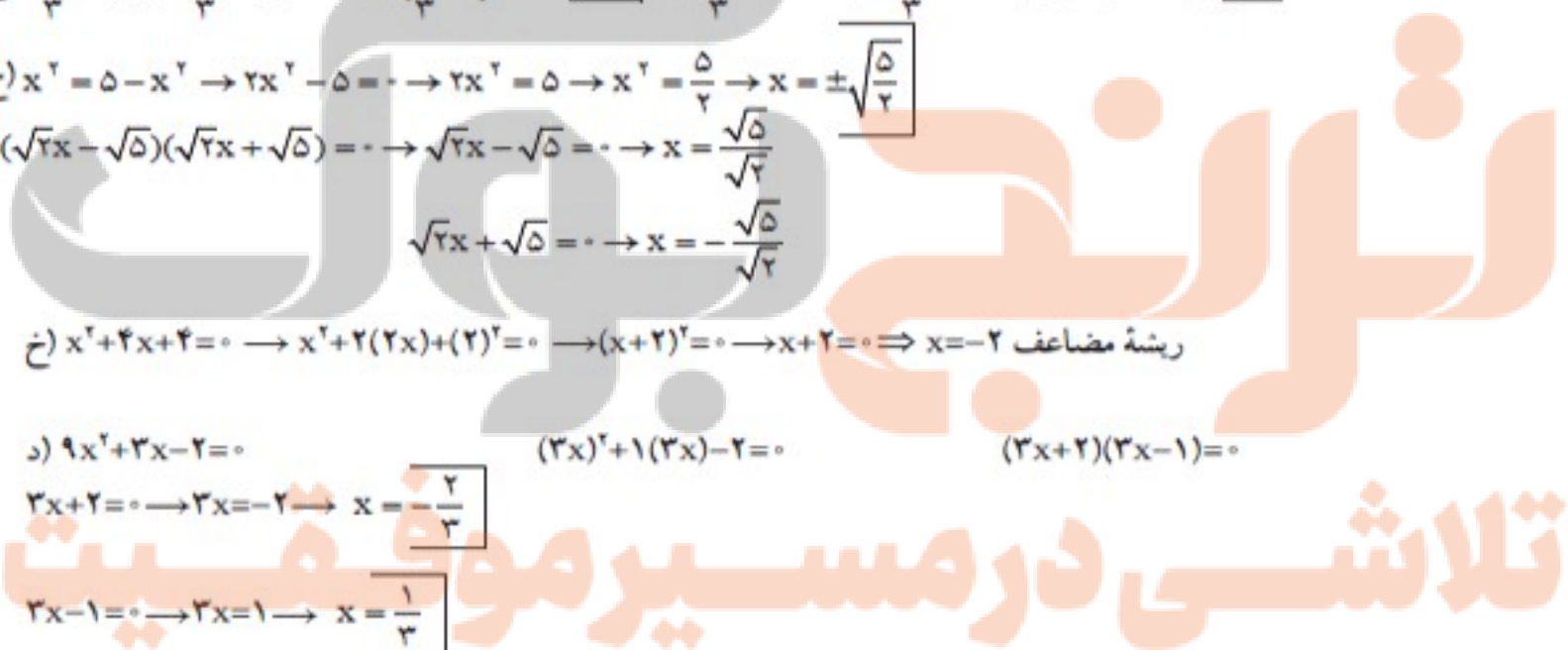
$$3x+2 = 0 \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$3x-1 = 0 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\text{ذ) } (x-3)^2 = 4 \rightarrow (x-3)^2 - 4 = 0 \rightarrow [(x-3)-2][(x-3)+2] = 0 \rightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

$$x-5 = 0 \rightarrow x = 5$$

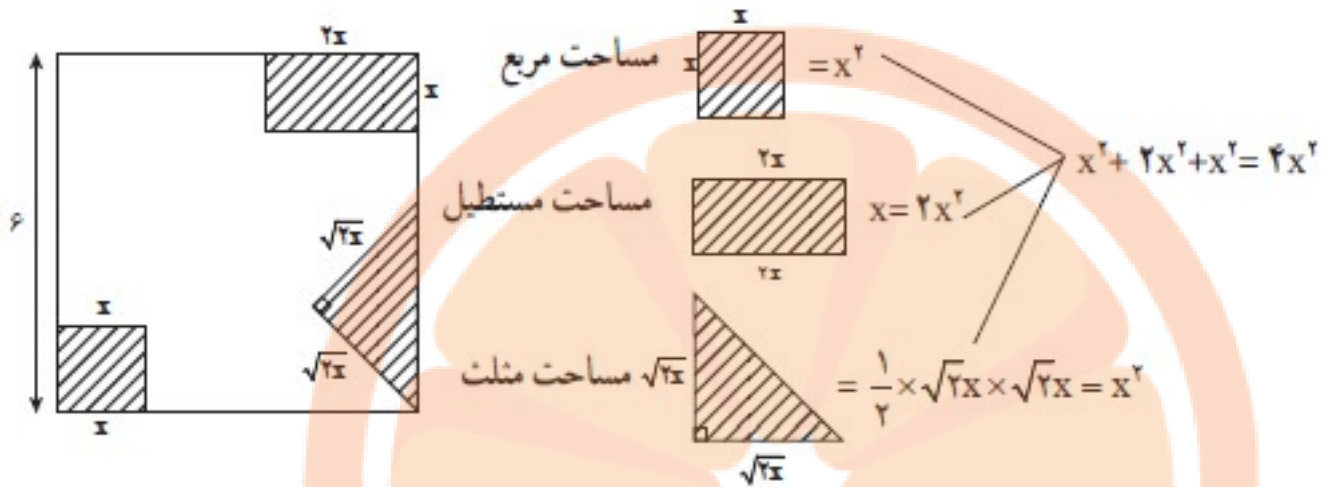
$$\text{یا } x-1 = 0 \rightarrow x = 1$$



۲ از مربعی به ضلع ۶cm سه شکل زیر بریده شده است، مساحت باقی مانده  $24\text{cm}^2$  است. طول ضلع

کوچک بریده شده چقدر است؟

$$6 \times 6 = 36 \text{ مساحت مربع}$$



$$36 - 4x^2 = 0 \rightarrow (9 - 2x)(9 + 2x) = 0$$

$$9 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{9}{2} \text{ ق. ق.}$$

چون طول ضلع است نمی تواند منفی باشد.  $\rightarrow$  غ. ق.  $x = -\frac{9}{2}$  ق. ق.

۳ معادله درجه دومی بنویسید که  $x=2$  و  $x=3$  جواب های آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟ چرا؟

$$x=2 \rightarrow x-2=0$$

$$x=3 \rightarrow x-3=0 \Rightarrow (x-2)(x-3)=0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$2x^2 - 10x + 12 = 0 \quad \leftarrow \times 2$$

$$-2x^2 + 15x - 18 = 0 \quad \leftarrow \times -2$$

خیر، می توان این معادله را در هر عدد ثابت ضرب کرد مثل:

۴ معادله درجه دومی بنویسید که  $x=1$  ریشه مضاعف آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟

$$x=1 \rightarrow (x-1)=0$$

$$x=1 \rightarrow (x-1)^2=0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$5x^2 - 10x + 5 = 0$$

خیر، می تواند در هر عدد ثابتی ضرب شود مانند:

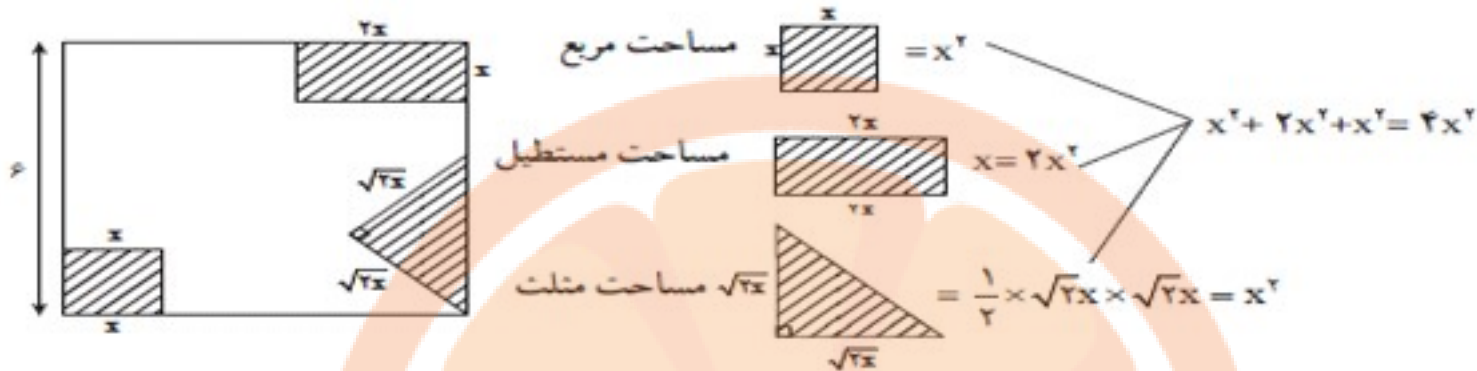
$$-\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} = 0$$

نکته: در مسیری موفقیت



۲ از مربعی به ضلع ۶cm سه شکل زیر بریده شده است. مساحت باقی مانده  $24\text{cm}^2$  است. طول ضلع کوچک بریده شده چقدر است؟

$$6 \times 6 = 36 \text{ مساحت مربع}$$



$$36 - 4x^2 = 0 \rightarrow (9 - 2x)(9 + 2x) = 0$$

$$9 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{9}{2} \text{ ق.ق}$$

چون طول ضلع است نمی تواند منفی باشد.  $\rightarrow$  غ.ق.  $x = -\frac{9}{2}$

۳ معادله درجه دومی بنویسید که  $x=2$  و  $x=3$  جواب های آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟ چرا؟

$$x=2 \rightarrow x-2=0$$

$$x=3 \rightarrow x-3=0 \Rightarrow (x-2)(x-3)=0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

خیر، می توان این معادله را در هر عدد ثابت ضرب کرد مثل:  $2x^2 - 10x + 12 = 0$

$$-3x^2 + 15x - 18 = 0$$

۴ معادله درجه دومی بنویسید که  $x=1$  ریشه مضاعف آن باشد. آیا این معادله منحصر به فرد است؟

$$x=1 \rightarrow (x-1)=0$$

$$x=1 \rightarrow (x-1)=0 \Rightarrow (x-1)^2=0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$5x^2 - 10x + 5 = 0$$

خیر، می تواند در هر عدد ثابتی ضرب شود مانند:

$$-\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} = 0$$

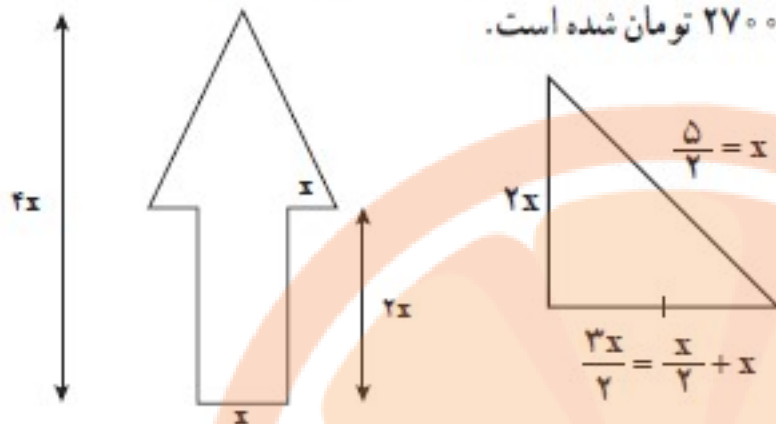
۵ در معادله  $(x-1)^2 = K$

الف) جواب این معادله را در صورت وجود به ازای  $K=2, K=4, K=0, K=-9$  به دست آورید.

$$(x-1)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \sqrt{2} \rightarrow x = \sqrt{2} + 1 \\ x-1 = -\sqrt{2} \rightarrow x = -\sqrt{2} + 1 \end{cases}$$

$$(x-1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 2 \rightarrow x = 3 \\ x-1 = -2 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

۶ برای ساخت تابلوی راهنمایی «یک طرفه» روی یک پل مطابق شکل زیر از برجسب‌های آبی و سفید استفاده می‌شود. هزینه  $1 \text{ cm}^2$  برجسب سفید  $30$  تومان و هزینه  $1 \text{ cm}^2$  برجسب آبی  $10$  تومان است. مجموع هزینه برجسب‌های سفید و آبی  $27000$  تومان شده است.



$$\text{مساحت مستطیل} = 2x \times x = 2x^2$$

$$\text{مساحت مستطیل} + \text{مساحت مثلث} = 2x^2 + 3x^2 = 5x^2$$

الف) اندازه  $x$  چقدر است؟

ارتفاع  
 $\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times 2x \times 3x = 3x^2$

قاعده مثلث  
 آبی سفید

$$5x^2 \times 30 + (24000 - 5x^2) \times 10 = 27000$$

$$150x^2 + 240000 - 50x^2 = 270000 = 100x^2 = 30000$$

$$x^2 = \frac{30000}{100} = 300$$

$$x = \sqrt{300}$$

ب) اگر در این تابلوی راهنمایی مطابق شکل کتاب درسی از خطوط برجسب شبرنگ زرد استفاده کنیم که هزینه  $1 \text{ cm}^2$  آن  $100$  تومان است هزینه رنگ آمیزی تابلو  $34800$  تومان می‌شود. در این حالت اندازه  $x$  چقدر است؟

باید محیط فلش نیز اضافه شود.  $p = 12x \leftarrow (2x + 2x + x + x + x + 2 \times \frac{5}{4}x)$  می‌باشد.

$$5x^2 \times 30 + (24000 - 5x^2) \times 10 + 12x \times 100 = 34800$$

$$150x^2 + 240000 - 50x^2 + 1200x - 34800 = 0$$

$$100x^2 + 1200x - 10800 = 0$$

$$100(x^2 + 12x - 108) = 0 \rightarrow x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 12$$

$$c = -108$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (12)^2 - 4(1)(-108) = 144 + 432 = 576$$

$$\frac{-36}{-200} = -18 \text{ غ.ق.ق}$$

تلاشی در مسیر موفقیت

با محاسبه مجموع زمان هلی کردن پانه‌های زیر برای مراحل حل معادله درجه دو در چند ثانیه می‌توانید به بالای پله برسید؟ بهترین نتیجه به دست آمده در کلاس چند نازبه با عملکرد شما اختلاف دارد؟

تمرین قبل از مسابقه

$$1) 2x^2 - 6x - 1 = 0$$

$$2x^2 - 6x + 2 = 0 + 1$$

$$\frac{2x^2}{2} - \frac{6x}{2} = \frac{1}{2}$$

موانع  
گو و ریاضی استان خوزستان

$$x^2 - 3x = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2 \times \frac{3}{2} x = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2 - 2\left(\frac{3}{2}x\right) + \frac{9}{4} = \frac{1}{2} + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{11}{4}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2} \\ x = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

$$2) 2x^2 - 2 = 6x$$

$$\frac{2x^2}{2} - \frac{6x}{2} = \frac{-2}{2}$$

$$x^2 - 3x = -1$$

$$x^2 - 2 \times \frac{3}{2} x = \frac{-2}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2 - 2 \times \frac{3}{2} x + 1 = \frac{-2}{2} + 1$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{4}$$

$$\begin{cases} x = \dots \\ x = \dots \end{cases}$$



جذب

$$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\begin{cases} x = 1 + \sqrt{\frac{5}{4}} \\ x = 1 - \sqrt{\frac{5}{4}} \end{cases}$$

# تلاشی در مسیر موفقیت



پ) اگر  $\Delta < 0$  باشد معادله جواب ندارد. (چرا؟) چون اعداد حقیقی، ریشه‌ی درم ندارند.

### فعالیت



بهرت است  
عناصیری از معادلاتی که شما ندارید  
نشینید و یا  $\Delta$  آنها جذرها را بنویسید  
حل شود.  
همین مثال برای  $\Delta = 0$   
داشتن ریشه‌ی مضاعف حل شود.

۱. جواب‌های معادله  $x^2 - 3x + 2 = 0$  را در صورت وجود به دست آورید.

■ حل: با توجه به ضرایب معادله، به ترتیب:  $c = 2$  و  $b = -3$  و  $a = 1$  است.  
بنابراین:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 9 - 8 = 1$$

$\Delta > 0$  پس معادله دارای ۲ جواب است:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = 1$$

۲. جواب‌های معادله  $4x^2 + 7x - 2 = 0$  را در صورت وجود به دست آورید.

■ حل: با در نظر گرفتن:  $a = 4$ ،  $b = 7$ ،  $c = -2$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 49 - 4 \times 4 \times (-2) = 81$$

$\Delta > 0$  و معادله دارای دو جواب است:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2 \times 4} = \frac{-7 \pm 9}{8} \Rightarrow x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \text{یا} \quad x = \frac{-16}{8} = -2$$

۱. چهارمین حرف الفبای یونانی است که آن را «دلتا» می‌خوانند. در الفبای یونانی، دلتای بزرگ را با علامت  $\Delta$  و دلتای کوچک را با علامت  $\delta$  نشان می‌دهند.

۳. جواب‌های معادله  $3x^2 + x + 7 = 0$  را در صورت وجود به دست آورید.

■ حل: با در نظر گرفتن  $a = 3$ ،  $b = 1$ ،  $c = 7$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (1)^2 - 4 \times (3) \times (7) = 1 - 84 = -83$$

$\Delta < 0$  بنابراین معادله ریشه حقیقی ندارد.

# نشانجیوکت

## تلاشی در مسیر موفقیت

الف)  $3x^2 + 5x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(3)(-2) = 49 \Rightarrow \Delta = 49 > 0$  معادله 2 ریشه دارد.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2(3)} \Rightarrow x_1 = -2 \quad \vee \quad x_2 = \frac{1}{3}$

$x_1 + x_2 = -2 + \frac{1}{3} = \frac{-6 + 1}{3} = \frac{-5}{3} = \frac{-b}{a}$    
 موافقت با فرمول  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$  دارد.

ب)  $4x^2 + 3x - 7 = 0$

$\Delta = 3^2 - 4(4)(-7) = 121 > 0$

معادله 2 جواب دارد.

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{8}$

$x_1 = \frac{-3}{4} \quad \vee \quad x_2 = 1$

$x_1 + x_2 = \frac{-3}{4} + 1 = \frac{-3 + 4}{4} = \frac{1}{4} = \frac{-b}{a}$

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

کار در کلاس



معادلات زیر را حل کنید و با به دست آوردن ریشه‌های معادله،  $x_1$  و  $x_2$  حاصل  $x_1 + x_2$  را به دست آورید.

آیا ارتباطی میان مجموع ریشه‌ها و ضرایب  $a, b, c$  در معادله درجه دو گفته شده وجود دارد؟

الف)  $3x^2 + 5x - 2 = 0$

ب)  $4x^2 + 3x - 7 = 0$

# نشانچه ببولک

## تلاشی در مسیر موفقیت

۱) معادلات درجه دوم زیر را حل کنید.

$$1) x^2 - x + 5 = 0 \quad a=1 \quad b=-1 \quad c=5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(5) = 1 - 20 = -19 < 0 \quad \text{معادله جواب ندارد.}$$

$$2) 2x^2 + x - 1 = 0 \quad a=2 \quad b=1 \quad c=-1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 \rightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{4} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-4}{4} = -1 \\ x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$3) 4x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow (2x)^2 - 2(2x) + 1 = (2x-1)^2 = 0 \rightarrow 2x-1=0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$4) x^2 + 17x - 18 = 0 \rightarrow (x+18)(x-1) = 0 \rightarrow x = -18, \quad x = 1$$

$$5) 3x^2 - x + 4 = 0 \rightarrow a=3 \quad b=-1 \quad c=4$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(3)(4) = 1 - 48 = -47 < 0 \quad \text{معادله ریشه ندارد.}$$

$$6) x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0 \quad a=1 \quad b=\sqrt{3} \quad c=-1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow (\sqrt{3})^2 - 4(1)(-1) = 3 + 4 = 7$$

$$x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2}$$

۲) معادله  $2x^2 - 3x - 5 = 0$  را به روش  $\Delta$  حل کنید. با محاسبه ریشه‌های  $x_1$  و  $x_2$  حاصل ضرب آنها را

دست آورید.

$$a=2$$

$$b=-3$$

$$c=-5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(-5) = 9 + 40 = 49 \rightarrow x = \frac{3 \pm 7}{4} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = x_1 \\ x = \frac{-4}{4} = -1 = x_2 \end{cases}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{5}{2} \times -1 = -\frac{5}{2}$$

۳) اگر یکی از جواب‌های معادله  $2x^2 - ax + 28 = 0$  برابر  $-4$  باشد جواب دیگر این معادله چیست؟

در معادله به جای  $x$ ،  $-4$  قرار می‌دهیم چون جواب‌ها در معادله صدق می‌کند.

$$2(-4)^2 - a(-4) + 28 = 0 \rightarrow 2 \times 16 + 4a + 28 = 0$$

$$60 = -4a \rightarrow a = -15$$

$$2x^2 + 15x + 28 = 0$$

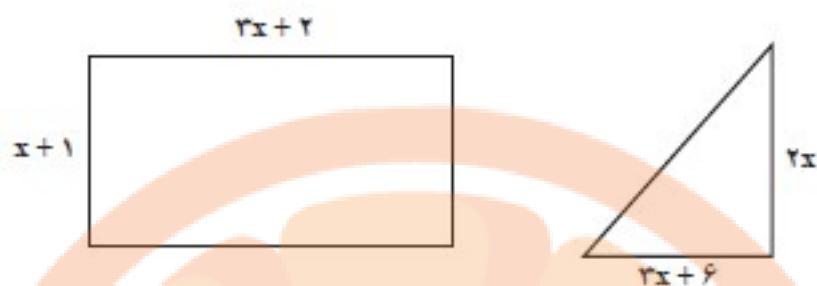
$$a=2$$

$$b=15$$

$$c=28$$

$$\Delta = (15)^2 - 4(2)(28) = 1$$

۴ مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی اند، طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



$$(x+1)(3x+2) = \frac{\cancel{x}(3x+6)}{\cancel{x}}$$

$$3x^2 + 5x + 2 = 3x^2 + 6x \rightarrow 2 = 6x - 5x \rightarrow x = 2$$



۵ کدام یک از معادلات زیر به ازای هر مقدار  $a$  همواره دارای جواب‌های حقیقی است؟

الف)  $x^2 + ax - 1 = 0$

$a=1$

$b=a$

$c=-1$

همواره مثبت است پس جواب دارد.  $\Delta = b^2 - 4ac = (a)^2 - 4(1)(-1) = a^2 + 4 > 0$

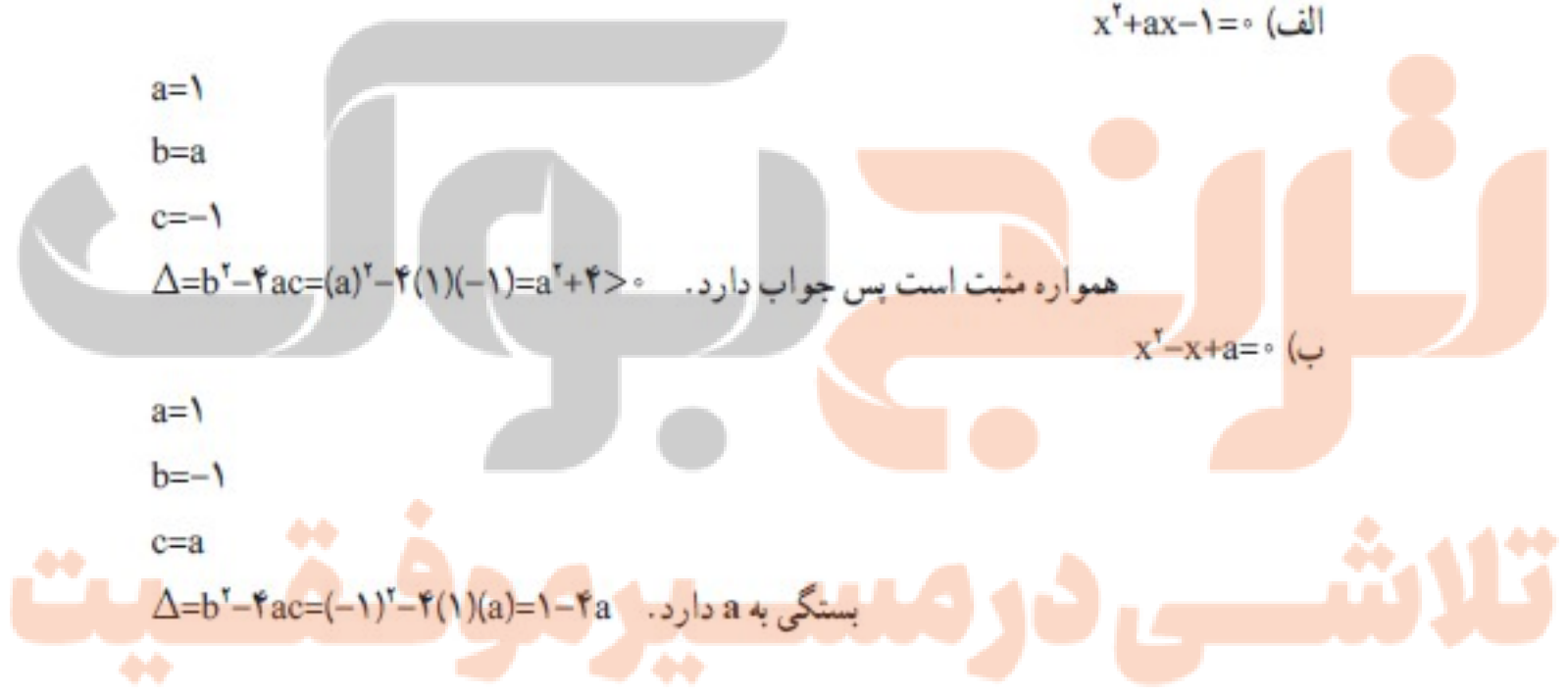
ب)  $x^2 - x + a = 0$

$a=1$

$b=-1$

$c=a$

بستگی به  $a$  دارد.  $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(a) = 1 - 4a$





❖ نشان دهید در معادله درجه دوم  $ax^2+bx+c=0$  اگر  $a+c=b$  باشد یکی از ریشه‌ها برابر  $-1$  و دیگری  $x = -\frac{c}{a}$  است.

$$-b=-(a+c)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \frac{-(a+c) \pm \sqrt{+(a+c)^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-a-c \pm \sqrt{a^2+c^2+2ac-4ac}}{2a} \rightarrow \frac{-a-c \pm \sqrt{(a-c)^2}}{2a}$$

$$x = \frac{-\cancel{a}-c+\cancel{a}-c}{2a} = \frac{-2c}{2a} = -\frac{c}{a}$$

$$x = \frac{-a-\cancel{c}-a+\cancel{c}}{2a} = \frac{-2a}{2a} = -1$$

دو حالت دارد

❖ با تعیین ریشه‌های معادله نشان دهید حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم  $ax^2+bx+c=0$  برابر  $\frac{c}{a}$  است.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a \times 2a} = \text{اتحاد مزدوج}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{(-b)^2 - \sqrt{(b^2 - 4ac)^2}}{2a^2} = \frac{\cancel{b^2} - \cancel{b^2} + 4ac}{\cancel{2a} \times \cancel{2a}} = \frac{c}{a}$$

❖ نشان دهید در هر معادله درجه دوم  $ax^2+bx+c=0$  اگر مجموع ضرایب معادله برابر صفر باشد ( $a+b+c=0$ ) یکی از ریشه‌های معادله  $x=1$  و دیگری  $x = \frac{c}{a}$  است.

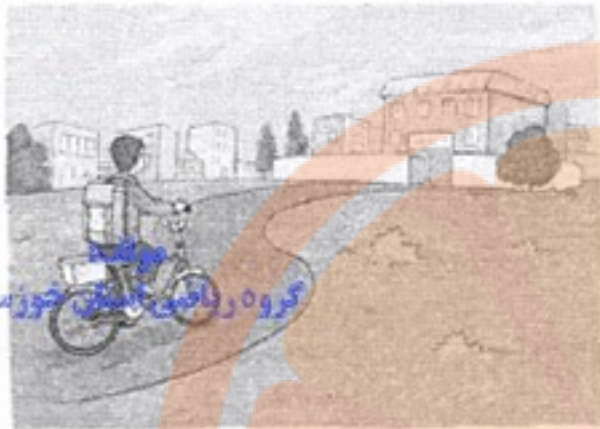
$$a+c=-b$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{a+c \pm \sqrt{(a+c)^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(a+c) \pm \sqrt{(a-c)^2}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{a+\cancel{c}+a-\cancel{c}}{2a} = \frac{2a}{2a} = 1$$

$$x_2 = \frac{\cancel{a}+c-\cancel{a}+c}{2a} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$$

تلاشی در مسیر موفقیت



گروه زبان و انگلیسی خوزستان

علی هر روز صبح با دوچرخه به مدرسه می‌رود. او از در منزل تا سر خیابان اصلی را ۴ دقیقه رکاب می‌زند و از آنجا تا مدرسه مسافت ۲۵۰۰ متری را از مسیر ویژه دوچرخه‌سواری با سرعت متوسط ۱۵ کیلومتر بر ساعت طی می‌کند. می‌خواهیم با انجام فعالیت زیر مدت زمانی را که طول می‌کشد علی از منزل به مدرسه برسد، محاسبه کنیم.

$15000 = 10000 = 2/5$   
موسسه

۱. دستور محاسبه سرعت متوسط  $v = \frac{x}{t}$  است که در آن  $x$  مسافت طی شده و  $t$  مدت زمان طی مسیر است.

$$15 = \frac{25}{t}$$

داده‌های مسئله را در این دستور جایگزین کنید.

۲. برای  $15 = \frac{25}{t}$  یک معادله شامل عبارت گویا  $\frac{25}{t}$  است. از آنجا که  $t \neq 0$ ، پس معادله با معناست.

$$\frac{25}{t} - 15 = 15 - 15 \Rightarrow \frac{25}{t} - 15 = 0$$

برای حل این معادله، دو طرف را با  $-15$  جمع کنید.

۳. با مخارج مشترک گیری سمت چپ معادله را به صورت یک کسر بنویسید.  $\frac{25}{t} - 15 = 0 \Rightarrow \frac{25 - 15t}{t} = 0$

۴. کسری که مخارج آن مخالف صفر است، فقط وقتی برابر با صفر می‌شود که صورت آن صفر شود، بنابراین

$$25 - 15t = 0$$

صورت کسر بالا را برابر با صفر قرار دهید.

۵. از اینجا به بعد یک معادله یک مجهولی درجه اول به دست می‌آید. آن را حل و مقدار  $t$  را محاسبه کنید.

$$25 - 15t = 0 \Rightarrow 15t = 25 \Rightarrow t = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

۶. مدت زمان رسیدن علی از منزل تا مدرسه چقدر است؟

$$\frac{5}{3} \times 60 = 100$$

# موسسه تخصصی زبان

## تلاشی در مسیر موفقیت

زمان مربوط به علی مسافت از در منزل تا مدرسه خیابان اصلی

از خیابان اصلی تا مدرسه





$$1 \quad \frac{2x-5}{x+3} = 1$$

$$\frac{2x-5}{x+3} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{(2x-5) - 1(x+3)}{x+3} = \frac{2x-5-x-3}{x+3} = \frac{2x-8}{x+3} = 0$$

$$2x-8=0 \Rightarrow x=4 \quad \text{ق.ق}$$

$$2 \quad \frac{2x-2}{x} + \frac{2x+5}{x+3} = 5$$

$$\frac{2x-2}{x} + \frac{2x+5}{x+3} - 5 = 0 \Rightarrow \frac{(2x-2)(x+3) + (2x+5)x - 5x(x+3)}{x(x+3)} =$$

$$\frac{\cancel{2x^2} + 3x - 2x - 6 + \cancel{2x^2} + 5x - 5x^2 - 15x}{x(x+3)} = \frac{-3x-6}{x(x+3)} = 0 \Rightarrow -3x-6=0 \Rightarrow -3x=6 \Rightarrow x=-2$$

$$3 \quad \frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+2} = x+3$$

$$\frac{2+x}{x+2} - x - 3 = \frac{(x+2) - (x+3)(x+2)}{x+2} = \frac{x+2-x^2-5x-6}{x+2} = 0$$

$$-x^2-4x-4=0 \Rightarrow x^2+4x+4=0 \Rightarrow (x+2)^2=0 \Rightarrow x=-2 \quad \text{غ.ق.ق}$$

چون ریشه مخارج است پس این معادله جواب ندارد.

$$4 \quad \frac{x^2-2x+2}{x^2-2x} - \frac{1+x}{x} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\frac{x^2-2x+2}{x^2-2x} - \frac{1+x}{x} - \frac{(x-1)}{x-2} = 0$$

$$\frac{x^2-2x+2 - \frac{x^2-x-2}{(1+x)(x-2)} - x(x-1)}{x(x-2)} = 0$$

$$\text{م.خ.م: } x^2-2x = x(x-2)$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{x^2} - \cancel{2x} + 2 - \cancel{x} + x + 2 - \cancel{x^2} + x}{x(x-2)} = \frac{-x^2+4}{x(x-2)} = 0 \Rightarrow -x^2+4=0$$

$$x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \begin{cases} x=2 \text{ ق.ق.غ} \\ x=-2 \text{ ق.ق} \end{cases}$$

$$5 \quad \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+3} = \frac{4}{x-2}$$

$$\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+3} - \frac{4}{x-2} = 0 \Rightarrow \frac{3(x+3)(x-2) - 2(x-1)(x-2) - 4(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+3)(x-2)} = 0$$

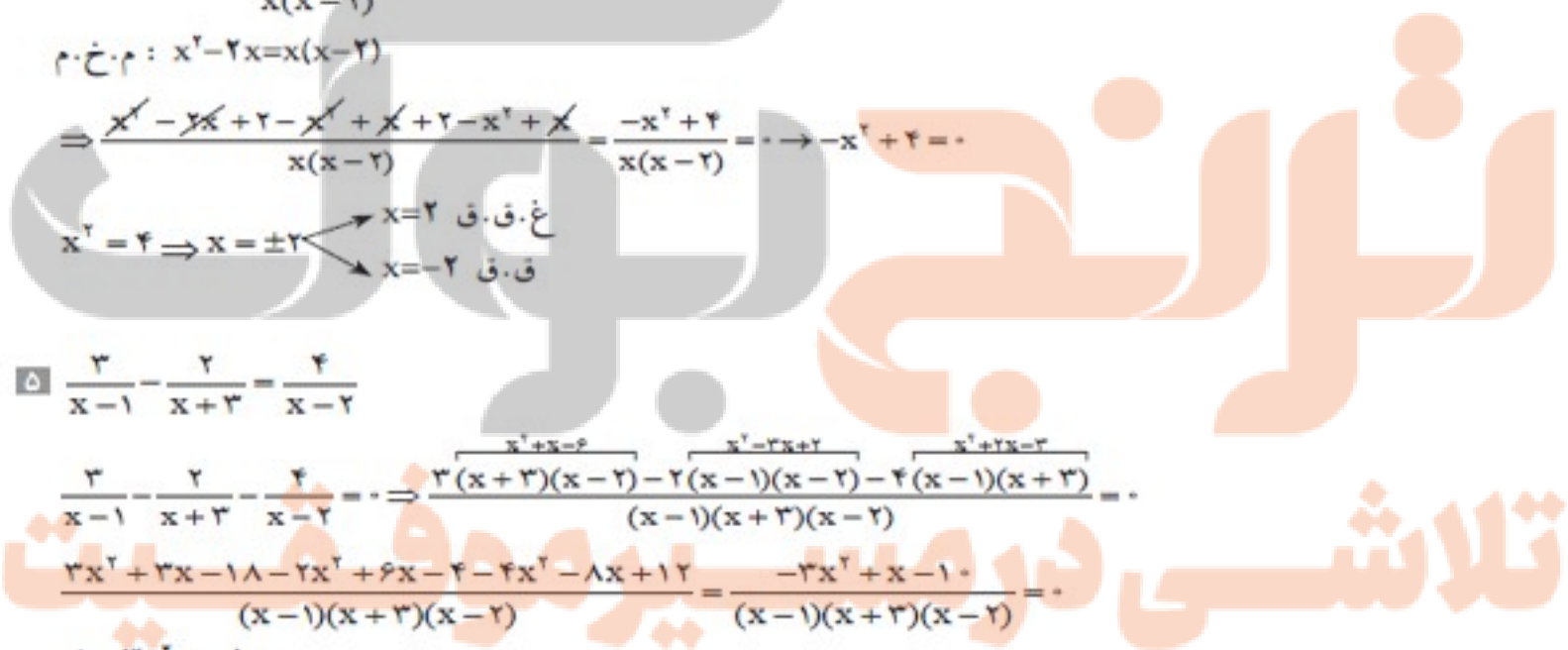
$$\frac{3x^2+3x-18-2x^2+6x-4-4x^2-8x+12}{(x-1)(x+3)(x-2)} = \frac{-3x^2+x-10}{(x-1)(x+3)(x-2)} = 0$$

$$\Rightarrow -3x^2+x-10=0$$

$$\begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \\ c = -10 \end{cases} \quad \Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(-3)(-10) = 1 - 120 = -119 < 0 \quad \text{ریشه ندارد.}$$

$$6 \quad \frac{11}{x^2} + \frac{x+3}{x} = \frac{2x-3}{x+2}$$

$$\frac{11 - (x+3)(x+2) - (2x-3)(x-2)}{x^2(x+2)} = 0$$





۷ مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی متوالی برابر  $\frac{5}{12}$  است آن دو عدد را بیابید.

$2k \rightarrow 2k+2$  عدد زوج باید مضربی از ۲ باشد.

$$\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+2} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+2} - \frac{5}{12} = 0$$

$$\frac{6(k+1) + 6k - 5k(k+1)}{12k(k+1)} = \frac{6k+6+6k-5k^2-5k}{12k(k+1)} = 0$$

م.خ.م:  $12k(k+1)$

$a = -5$

$-5k^2 + 7k + 6 = 0$   $b = 7$

$c = 6$

$\Delta = 49 + 120 = 169$

$$k = \frac{-7 \pm 13}{-10} \rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

ق.ق

غ.ق.ق

پس آن دو عدد ۲ و ۴ هستند.

اگر  $k=2$  باشد اعداد زوج متوالی ۴ و ۶ که معکوس آنها  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{6}$  می باشد.

هر کدام از چاپگرها به تنهایی در چند ساعت این کار را تکمیل می کنند؟

زمان انجام کار توسط چاپگر جدید  $x \rightarrow \frac{1}{x}$

زمان انجام کار توسط چاپگر جدید بر حسب ساعت:  $x$

زمان انجام کار، توسط چاپگر قدیمی  $x+3 \rightarrow \frac{1}{x+3}$

زمان انجام کار، توسط چاپگر قدیمی بر حسب ساعت:  $x+3$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{4} = 0$$

$$\frac{4(x+3) + 4x - x(x+3)}{4x(x+3)} = 0$$

$$4x+12+4x-x^2-3x=0 \rightarrow -x^2+5x+12=0$$

$\begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \\ c = 12 \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta = 25 - 4(-1)(12) = 25 + 48 = 73$

$c = 12$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{-2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{73}}{-2} < 0 \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{73}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{73}}{2} \end{cases}$$

غیر قابل قبول

قابل قبول

در نتیجه اگر چاپگر به تنهایی کار کند، فیش حقوقی کارگران را در مدت زمان  $\frac{5 + \sqrt{73}}{2}$  ساعت و



۹- به ازای چه مقدار  $k$ ، معادله  $\frac{4-t}{2-2t} = \frac{3t^2+k}{(t^2+1)^2-68}$  دارای جواب  $t = -3$  است؟  
به جای  $t = -3$  قرار می دهیم.

$$\frac{4-(-3)}{2-2(-3)} = \frac{3(-3)^2+k}{((-3)^2+1)^2-68}$$

$$\frac{4+3}{2+6} = \frac{27+k}{100-68} \Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{27+k}{32}$$

$$\frac{4 \times 7 - 27 - k}{32} = 0 \Rightarrow \frac{28 - 27 - k}{32} = \frac{1-k}{32} = 0 \Rightarrow 1-k=0 \Rightarrow \underline{k=1}$$

# نشانچه بیولک

## تلاشی در مسیر موفقیت

# فصل دوم

نثر انجلی بیروت

تلاشی در مسیر موفقیت

می دانیم مساحت دایره از تساوی  $S = \pi \times r^2$  به دست می آید. در این رابطه  $\pi$  عددی است ثابت که تقریباً  $\pi = 3/14$  در نظر گرفته می شود و شعاع دایره است:

مؤلفه:  
گروه ریاضی استان خوزستان

۱. آیا متغیر  $S$  تابعی از شعاع دایره است؟ بله

۲. آیا محیط دایره نیز تابعی از شعاع است؟ بله  $P = 2\pi r$

۳. کدام متغیر، مستقل و کدام متغیر، وابسته است؟ شعاع (۲) متغیر مستقل

۴. جدول زیر را کامل کنید. محیط (P) و مساحت (S) متغیر وابسته

$r$ بر حسب سانتی متر (شعاع)	۱	۱/۵	۲	۳	۴
$S$ بر حسب سانتی متر مربع (مساحت)	$\pi$	$1/4\pi$	$4\pi$	$9\pi$	$16\pi$
$P$ بر حسب سانتی متر (محیط)	$2\pi$	$\pi$	$4\pi$	$6\pi$	$8\pi$

در رابطه خطی  $y = 2x + 1$  نیز  $y$ ، تابعی از تغییرات متغیر مستقل  $x$  است، یعنی وقتی  $x$  را به دلخواه و مستقل، تغییر می دهیم،  $y$  نیز تغییر می کند. حال اگر  $x$ ها را روی محور افقی و  $y$ های حاصل را روی محور عمودی در نظر بگیریم، به ازای هر  $x$  و  $y$  حاصل، یک نقطه در صفحه مشخص می شود که آن را با یک زوج به شکل  $(x, y)$  نمایش می دهیم. ترتیب قرار گرفتن  $x$  و  $y$  در این زوج اهمیت دارد و به همین دلیل آن را یک زوج مرتب می نامیم. در زوج مرتب  $(x, y)$ ،  $x$  را مؤلفه یا مختص اول و  $y$  را مؤلفه دوم می نامیم.

اگر  $(a, b) = (c, d)$  آنگاه  $a = c$  و  $b = d$  و برعکس اگر  $a = c$  و  $b = d$  آنگاه  $(a, b) = (c, d)$

یکه مثال از تساوی دو زوج مرتب زده شود

تلاشی در مسیر موفقیت



۱. جدول زیر را کامل کنید.

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$\sqrt{2}$	2	
y	-2	1	$\frac{3}{2}$	2	$3\sqrt{2}+1$	7	$y=3x+1$
(x,y)	(-1,-2)	(0,1)	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$	(1,2)	$(\sqrt{2}, \dots)$	$(2, 7)$	

$$3x+1=1 \Rightarrow 3x=0 \Rightarrow x=\frac{0}{3} \Rightarrow x=0$$

$$3x+1=3\sqrt{2}+1 \Rightarrow 3x=3\sqrt{2} \Rightarrow x=\sqrt{2}$$

$$y=3(1)+1=3+1=4$$

$$y=3(2)+1=6+1=7$$

www.fera.ir

$$y=(2)^2+1=4+1=5$$

$$y=(0)^2+1=0+1=1$$

$$y=(-1)^2+1=1+1=2$$

$$x^2+1=\frac{5}{4} \Rightarrow x^2=\frac{5}{4}-1 \Rightarrow x^2=\frac{1}{4} \Rightarrow x=\frac{1}{2} \text{ or } x=-\frac{1}{2}$$

x	1	2	$\frac{1}{2}$ ... $-\frac{1}{2}$	-1
y	2	5	$\frac{5}{4}$	2

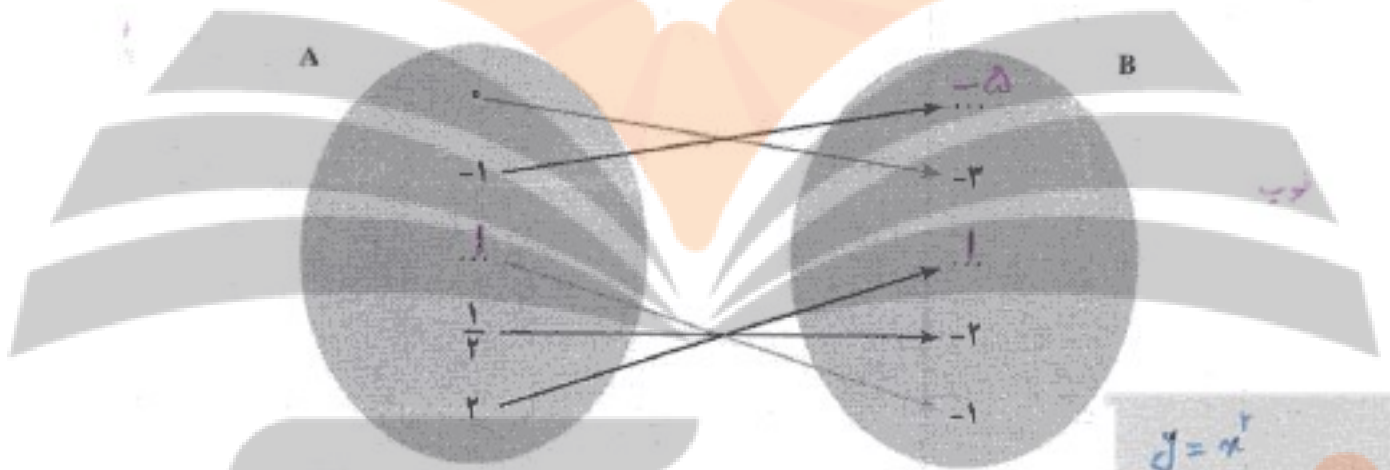
$$y=x^2+1$$

تلاشی در مسیر موفقیت

با توجه به رابطه خطی  $y = 2x - 3$ ، اگر فرض کنیم،  $x$  ها یا متغیرهای مستقل اعضای مجموعه

$A = \left\{ -1, 0, \frac{1}{2}, 1, 2 \right\}$  باشند. ابتدا جدول مربوط به این رابطه را مشابه جدول قبل، تشکیل می دهیم و سپس نمودار بیگانه آن را رسم می کنیم. (جاهای خالی را پر کنید).

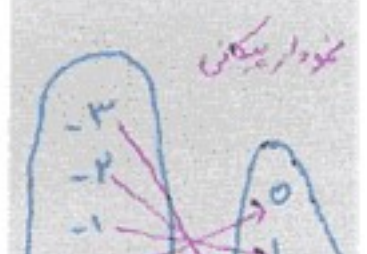
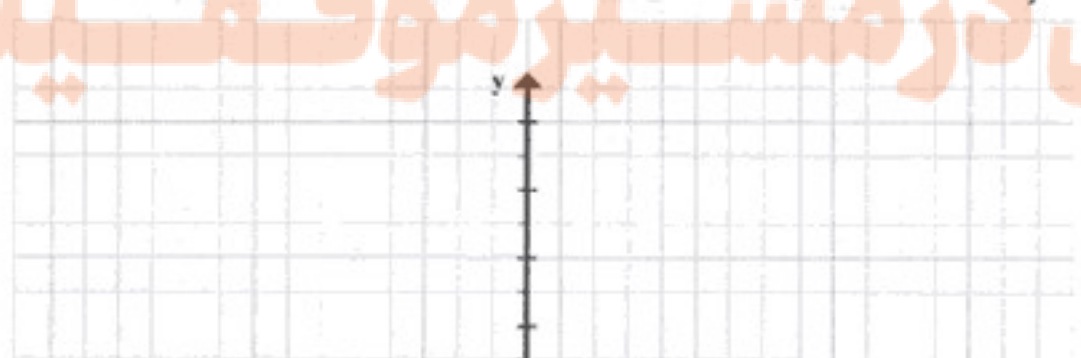
$x$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	
$y$	-5	-3	-2	-1	1	$y = 2x - 3$
$(x, y)$	$(-1, -5)$	$(0, -3)$	$(\frac{1}{2}, -2)$	$(1, -1)$	$(2, 1)$	
	C	D	E	F	G	



$D: y = 2(0) - 3 = 0 - 3 = -3$   
 $E: y = 2(\frac{1}{2}) - 3 = 1 - 3 = -2$   
 $F: y = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1$   
 $G: y = 2(2) - 3 = 4 - 3 = 1$

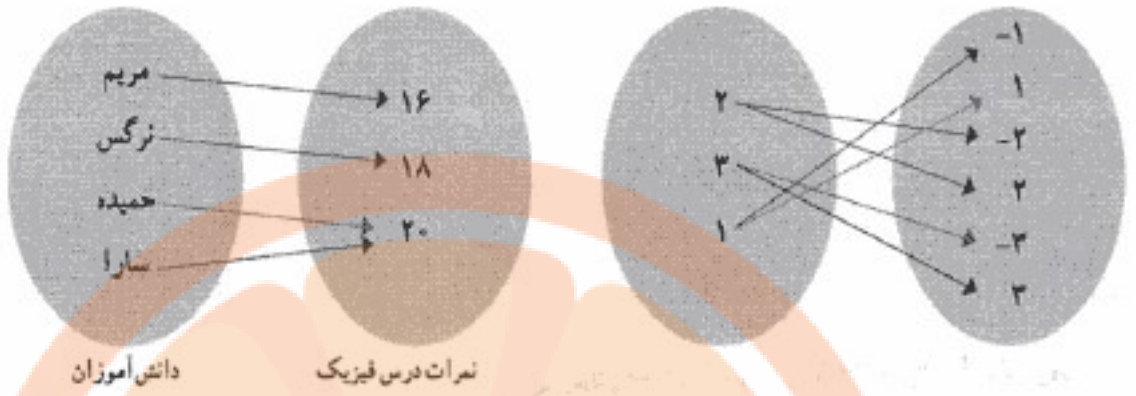
$y = x^2$   
 $y = (-3)^2 = 9$   
 $y = (-2)^2 = 4$   
 $y = (-1)^2 = 1$   
 $y = (0)^2 = 0$   
 $y = (1)^2 = 1$   
 $y = (2)^2 = 4$   
 $y = (3)^2 = 9$

اگر هر یک از «زوج مرتب»های جدول قبل را یک نقطه در صفحه فرض کنیم، نمودار مختصاتی رابطه خطی قبل به صورت زیر رسم می شود:





۱. کدام یک از رابطه‌ها که با نمودار بیگانی نمایش داده شده‌اند، تابع‌اند؟ چرا؟



دانش آموزان

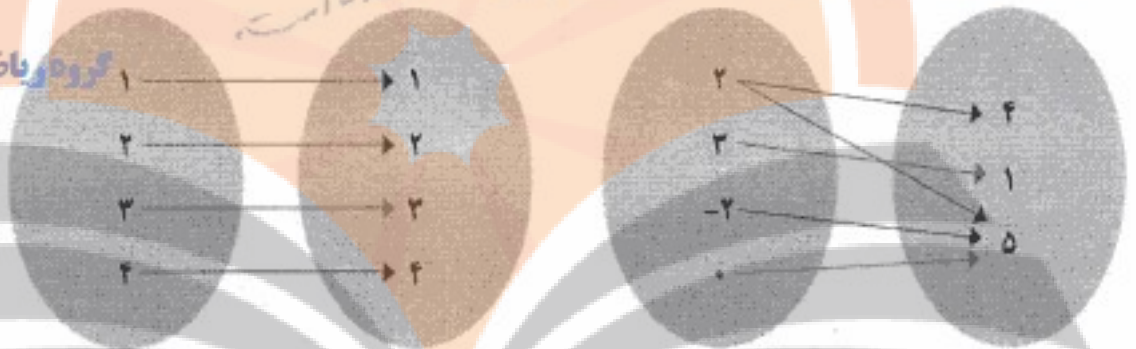
نمرات درس فیزیک

تابع است. زیرا به هر فرد یک نمره نسبت داده شده.

تابع نیست. زیرا

بعضی از اعضای اول دو عضو از مجموعه دوم نسبت داده شده است.

مؤلفه گروه ریاضی استان خوزستان



تابع است زیرا

تابع نیست زیرا

بعضی از اعضای اول دو عضو از مجموعه دوم نسبت داده شده است.

بعضی از اعضای اول دو عضو از مجموعه دوم نسبت داده شده است.

تابع است.  $F = \{(۲,۳), (۳,۳), (۴,۳), (۵,۳)\}$  الف

تابع نیست.  $G = \{(۴,۱), (۲, -۱), (۱, -۱), (۴,۲)\}$  ب

تابع است.  $H = \{(۲,۳)\}$  ب

تابع است.  $I = \{(۳,۳)\}$  ت

تابع نیست.  $J = \{(۱,۱), (۲,۲), (۳,۳), (۲,۴)\}$  ن

۳. کدام یک از رابطه‌ها که نمودار مختصاتی آنها رسم شده است، تابع‌اند؟ چرا؟



هرگاه به یک لایه نسبت داده شده است.

چون یک لایه به یک لایه نسبت داده شده است.

چون به  $x$  دو لایه نسبت داده شده است.

تابع است

تابع نیست



- اگر رابطه از مجموعه A به مجموعه B را با نمودار بیکانی نمایش دهیم، در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک بیکان خارج شود.
- اگر نمودار مختصاتی یک رابطه رسم نشود، در صورتی این رابطه تابع است که هیچ دو نقطه‌ای روی خطی که موازی محور yها باشد، قرار نگیرند.



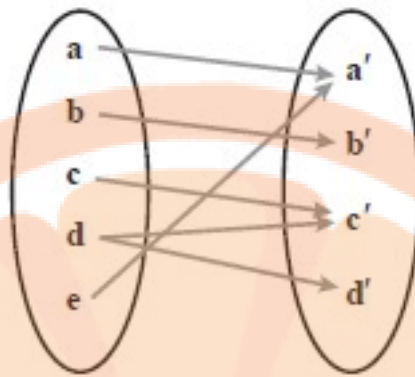
### کار در کلاس

در جدول زیر در هر سطر یکی از نمایش‌های رابطه‌ای مشخص شده است. ابتدا برای هر رابطه جاهای خالی را پر کنید سپس تشخیص دهید که کدام رابطه، تابع است.

نمایش بیکانی	نمایش مختصاتی	نمایش زوج مرتبی	توصیفی	جدولی										
		$f = \{(2,3), (3,4), (4,5), (5,2)\}$	f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه A یک عضو بیکان را نسبت می‌دهد.	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>2</td></tr> </table>	x	y	2	3	3	4	4	5	5	2
x	y													
2	3													
3	4													
4	5													
5	2													
		$f = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$	f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه A توان دوم آن را نسبت می‌دهد.	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>9</td></tr> <tr><td>4</td><td>16</td></tr> </table>	x	y	1	1	2	4	3	9	4	16
x	y													
1	1													
2	4													
3	9													
4	16													
	نمودار بالان صاف	$f = \{(1,14), (2,20), (3,31), (4,14)\}$	f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه A توان چهارم آن را نسبت می‌دهد.	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>1</td><td>14</td></tr> <tr><td>2</td><td>20</td></tr> <tr><td>3</td><td>31</td></tr> <tr><td>4</td><td>14</td></tr> </table>	x	y	1	14	2	20	3	31	4	14
x	y													
1	14													
2	20													
3	31													
4	14													
		$f = \{(\text{رضا}, 50), (\text{امیر}, 40), (\text{حمید}, 70), (\text{قاسم}, 60)\}$	f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه A وزن آن را نسبت می‌دهد.	<table border="1"> <tr><th>عضو</th><th>وزن</th></tr> <tr><td>رضا</td><td>50</td></tr> <tr><td>امیر</td><td>40</td></tr> <tr><td>حمید</td><td>70</td></tr> <tr><td>قاسم</td><td>60</td></tr> </table>	عضو	وزن	رضا	50	امیر	40	حمید	70	قاسم	60
عضو	وزن													
رضا	50													
امیر	40													
حمید	70													
قاسم	60													
		$f = \{(\text{رضا}, \text{فوتبال}), (\text{علی}, \text{تنیس}), (\text{آرش}, \text{والیبال}), (\text{حمید}, \text{شیراندازی})\}$	f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه A ورزشی که او را دوست دارد را نسبت می‌دهد.	<table border="1"> <tr><th>عضو</th><th>ورزش</th></tr> <tr><td>رضا</td><td>فوتبال</td></tr> <tr><td>علی</td><td>تنیس</td></tr> <tr><td>آرش</td><td>والیبال</td></tr> <tr><td>حمید</td><td>شیراندازی</td></tr> </table>	عضو	ورزش	رضا	فوتبال	علی	تنیس	آرش	والیبال	حمید	شیراندازی
عضو	ورزش													
رضا	فوتبال													
علی	تنیس													
آرش	والیبال													
حمید	شیراندازی													



۱ نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟



حل : حذف d از مجموعه سمت چپ یا حذف d' از مجموعه سمت راست

۲ اگر A مجموعه‌ای سه عضوی و B مجموعه‌ای ۲ عضوی فرض شود، سه تابع از مجموعه A به مجموعه B را تعریف کنید.

حل :  $A = \{a, b, c\}$   $B = \{1, 2\}$

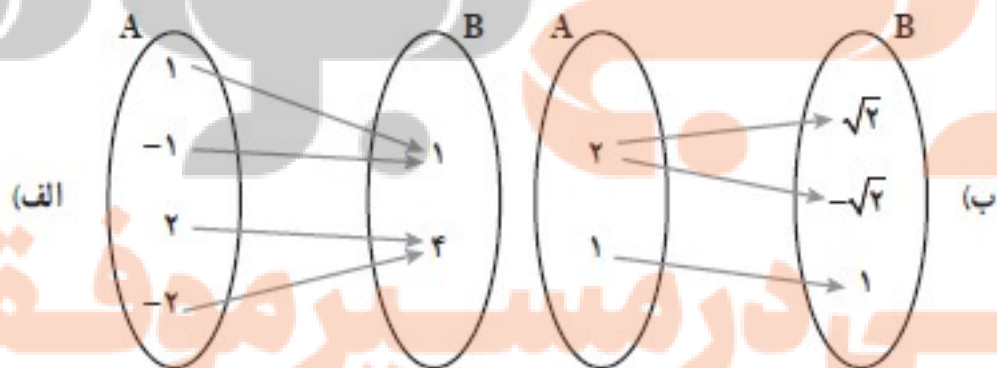
$$f = \{(a, b), (b, 1), (c, 1)\} \quad h = \{(a, 2), (b, 1), (c, 2)\} \quad g = \{(a, 1), (b, 2), (c, 1)\}$$

۲ در رابطه زیر، جاهای خالی را اعدادی قرار دهید که این رابطه تابع نباشد.

$$f = \{(2, 3), (\dots, 5), (3, \dots), (\dots, \dots)\} \Rightarrow f = \{(2, 3), (2, 5), (3, 1), (4, 2)\}$$

توجه دارید که تمرین‌های ۲ و ۳ باز پاسخ بوده و دانش‌آموزان جواب‌های درست و مختلفی می‌توانند برای این تمرین‌ها بیابند.

۴ کدام رابطه تابع است و کدام رابطه تابع نیست؟ چرا؟



(الف) تابع هست

(ب) تابع نیست زیرا از ۲، دو پیکان خارج شده است.

(پ) تابع نیست زیرا مؤلفه اول ۲ برابر تکرار شده است.  $f = \{(2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1)\}$

(ت) رابطه‌ای که به هر شخص، شماره ملی او را نسبت می‌دهد.

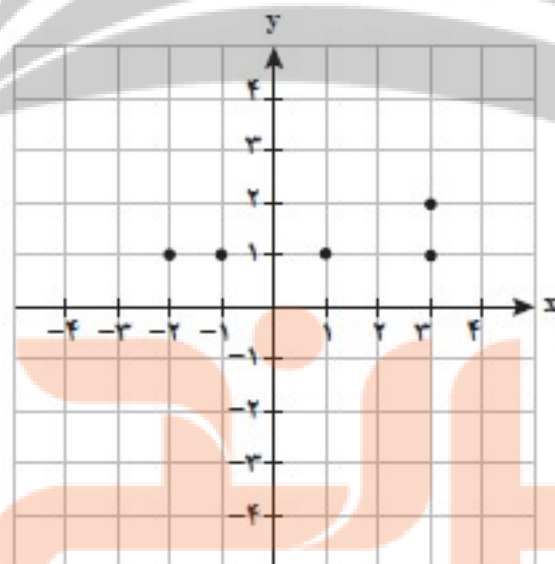
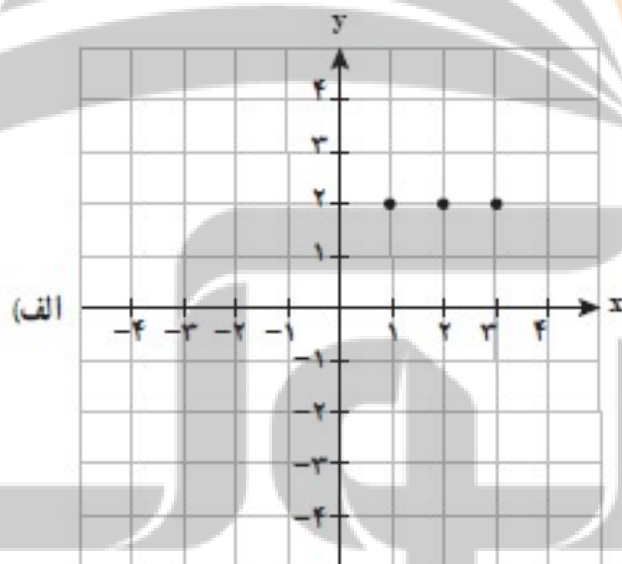
۵ اگر رابطه  $f$  تابع باشد، در این صورت حاصل  $x^2 + y^2$  را به دست آورید. (مجموعه  $f$  را پس از محاسبه  $x$  و  $y$  بنویسید).  
حل :

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 1$$

$$f = \{(2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$$

$$f = \{(2, 4), (5, 2), (3, 4)\}$$

۶ نمودار کدام رابطه یک تابع را مشخص می کند؟



نمودار الف تابع هست.

حل : نمودار ب تابع نیست.

تلاشی در مسیر موفقیت

با توجه به ضابطه هر تابع و مانند نمونه، مجموعه مقادیر با یزد هر تابع را مشخص کنید.

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = 2x^2 + 1$ ,  $A = \{-1, \sqrt{2}, 2, 1, 0, \frac{1}{2}\}$

x	f(x) = 2x <sup>2</sup> + 1
-1	f(-1) = 2x(-1) <sup>2</sup> + 1 = 3
$\sqrt{2}$	f( $\sqrt{2}$ ) = 2x( $\sqrt{2}$ ) <sup>2</sup> + 1 = 5
2	f(2) = 2x(2) <sup>2</sup> + 1 = 9
1	f(1) = 2x(1) <sup>2</sup> + 1 = 3
0	f(0) = 2x(0) <sup>2</sup> + 1 = 1
$\frac{1}{2}$	f( $\frac{1}{2}$ ) = 2x( $\frac{1}{2}$ ) <sup>2</sup> + 1 = $\frac{3}{2}$

$R_f = \{3, 5, 9, 1, \frac{3}{2}\}$

مؤلفه گروه ریاضی استان خوزستان

بعضی از B یزد

بعضی از B یزد

$f(1) = (1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$

$f(-1) = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$

$f(2) = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 - 1 = 2 - 1 = 1$

$f(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})^2 - 1 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$

$f(0) = (0)^2 - 1 = 0 - 1 = -1$

الف)  $f: A \rightarrow B$   
 $f(x) = x^2 - 1$ ,  $A = \{1, -1, 0, 2, \sqrt{2}, \frac{1}{2}, 0\}$ ,  $B = \{0, -2, -1, 4, 3, 2, -\frac{3}{4}, 1\}$

ب)  $f: A \rightarrow B$   
 $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$ ,  $A = \{0, -1, 8, 3, 2\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

ب)  $f: A \rightarrow B$   
 $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ,  $A = \{-2, 0, 1, \sqrt{2}, \frac{1}{2}\}$ ,  $B = \{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2, \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-2}, -1\}$

ب)  $f(0) = \sqrt{0+1} - 1 = 1 - 1 = 0$

$f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = 0 - 1 = -1$

$f(8) = \sqrt{8+1} - 1 = 3 - 1 = 2$

$f(2) = \sqrt{2+1} - 1 = \sqrt{3} - 1$

$f(-2) = \frac{-2+1}{-2-2} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$

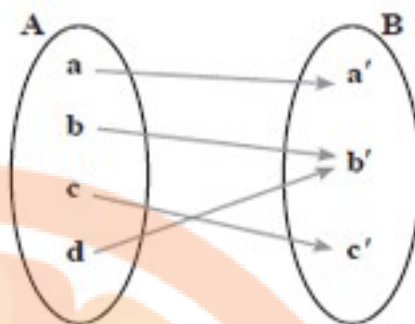
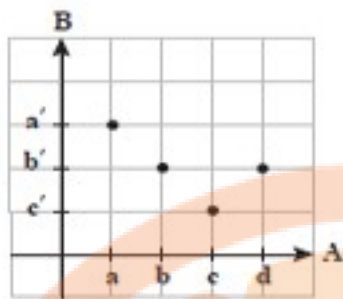
$f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-2}$ ,  $f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-2} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = -1$

# تلاشی در مسیر موفقیت

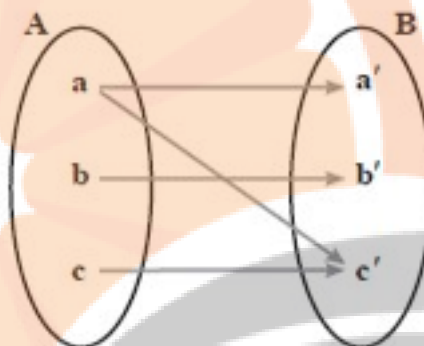
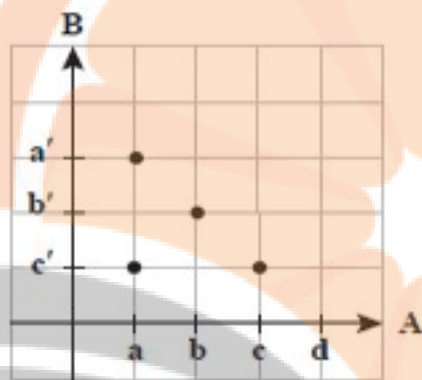


۱ کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.

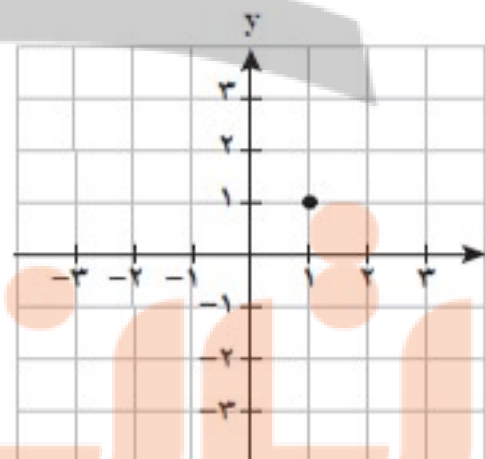
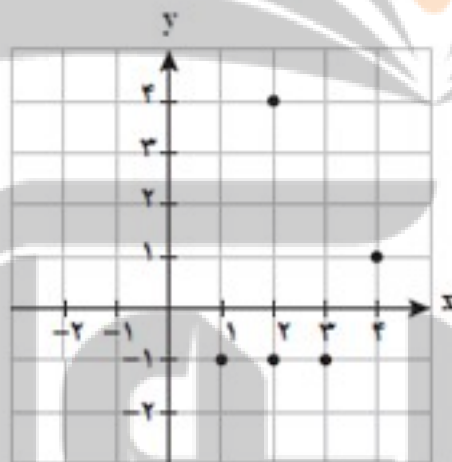
حل:



الف) تابع هست.

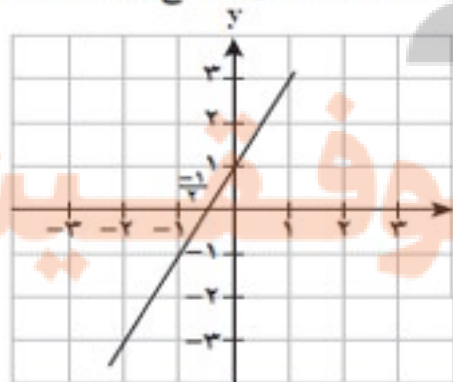


ب) تابع نیست زیرا از a، دو پیکان خارج شده است.



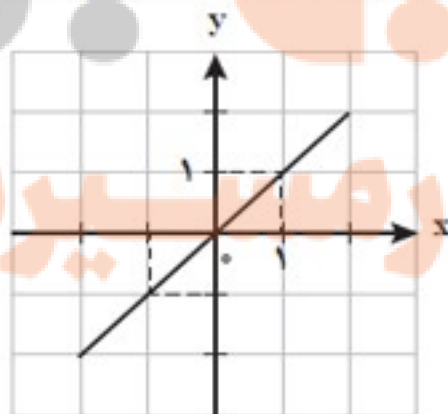
ت)  $g = \{(1, 1)\}$  تابع هست.

ث)  $f = \{(2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)\}$  تابع نیست زیرا مؤلفه اول دو زوج مرتب مساوی هستند.



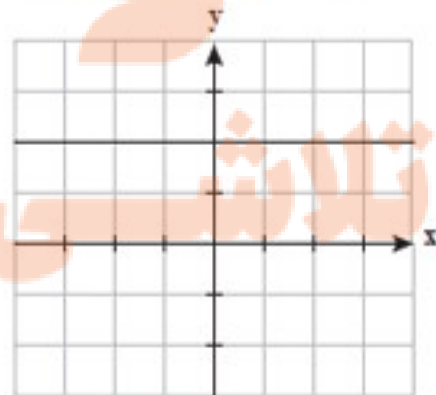
ث)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x + 1$$



ج)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  اجبه اول و سوم

$$f(x) = x$$



ح)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2$$



۲ بُرد هر یک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

الف)  $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = x^2 + x + 1, \quad A = \{0, -1, 1, 2, -2\} \quad R_f = \{1, 3, 7\} \quad f(0) = 1 \quad f(2) = 7$$

$$f(-1) = 1 - 1 + 1 = 1 \quad f(-2) = 3$$

$$f(1) = 1 + 1 + 1 = 3$$

ب)  $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+1}{x}, \quad A = \left\{ \frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2 \right\} \quad R_f = \left\{ 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, 3 \right\} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \quad f(2) = \frac{3}{2}$$

$$f(1) = 2 \quad f(-1) = 0 \quad f(-2) = \frac{1}{2}$$

ب)  $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \sqrt{x+1}, \quad A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\} \quad R_f = \{1, 2, 3, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}\} \quad f(0) = 1 \quad f(3) = 2$$

$$f(1) = \sqrt{2} \quad f(4) = \sqrt{5}$$

$$f(2) = \sqrt{3} \quad f(8) = 3$$

ت)  $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = x, \quad A = W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad R_f = W \quad f(0) = 0 \quad f(1) = 1 \quad f(2) = 2, \dots$$

ث)  $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = 0, \quad A = \mathbb{R} \quad R_f = \{0\}$$

برد تابع ثابت تنها یک عضو دارد.

۲ تابع  $f$  به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد.  $f$  کدام تابع است؟ حاصل  $f(3)$  را بیابید.

الف)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2(x-4)^2$$

ب)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2^3 \sqrt{x-4}$$

ب)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x^2 - 4$$

ت)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

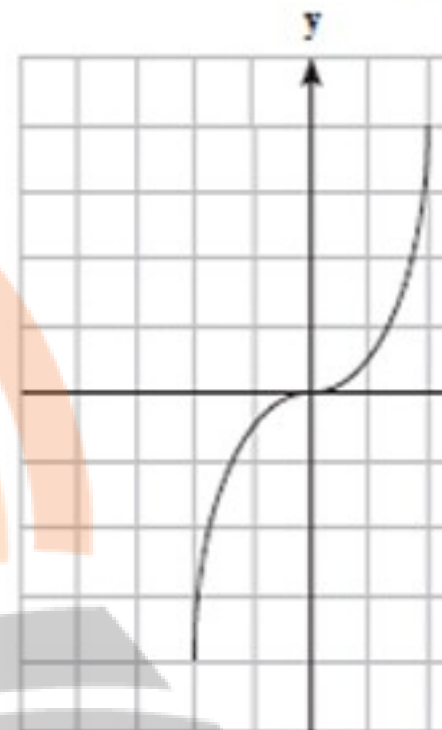
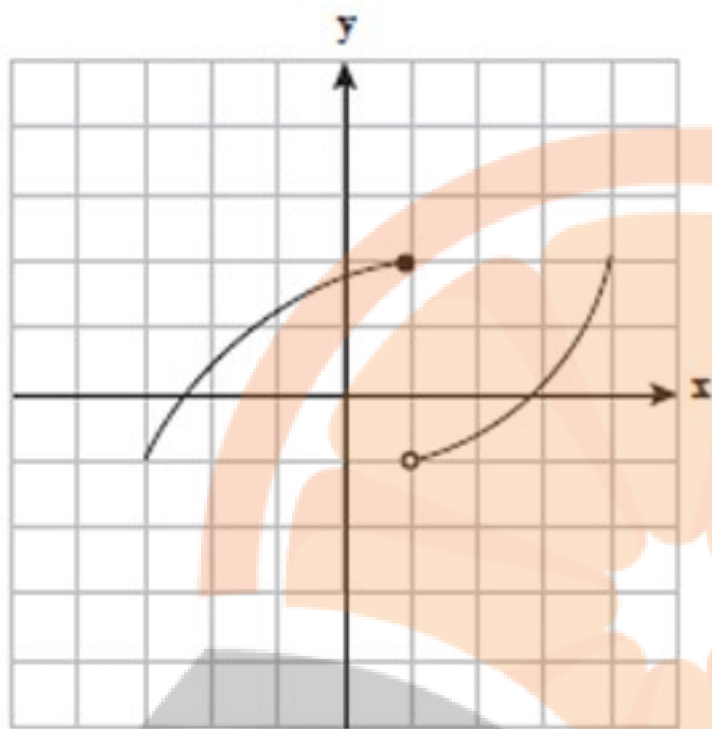
$$f(x) = 2^3 \sqrt{x-4}$$

حل: قسمت ب)  $f(x) = 2x^2 - 4$

صحیح است.

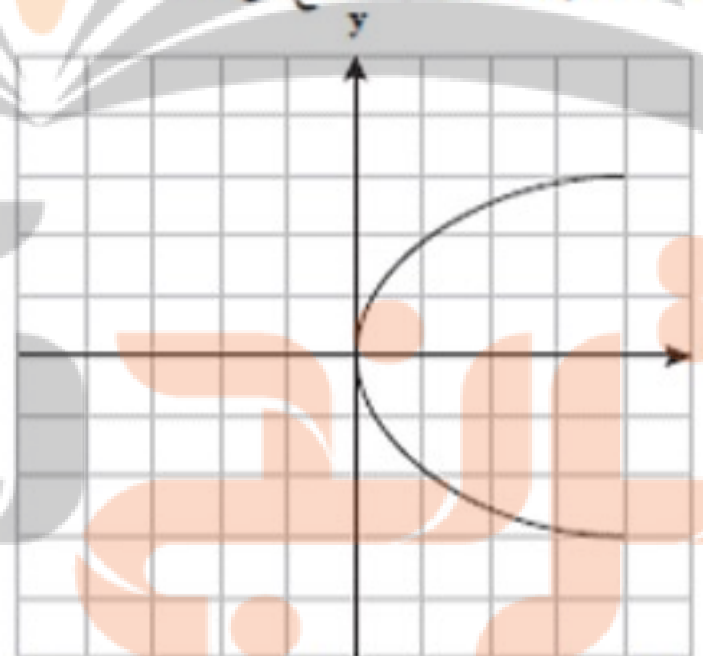
$$f(3) = 2(27) - 4 = 50$$

چرا؟



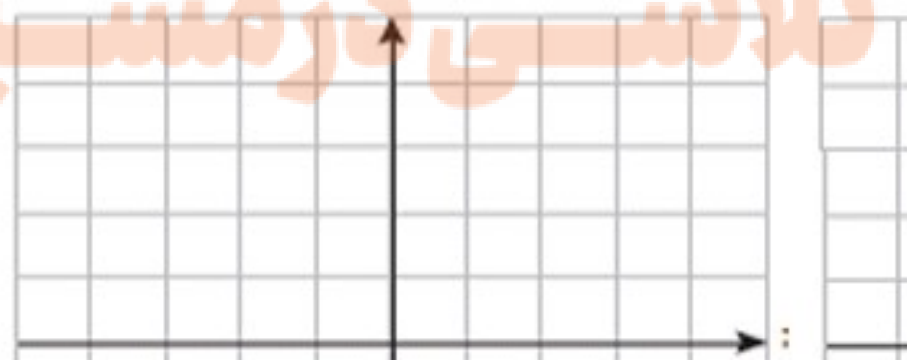
ب) تابع هست.

با نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند



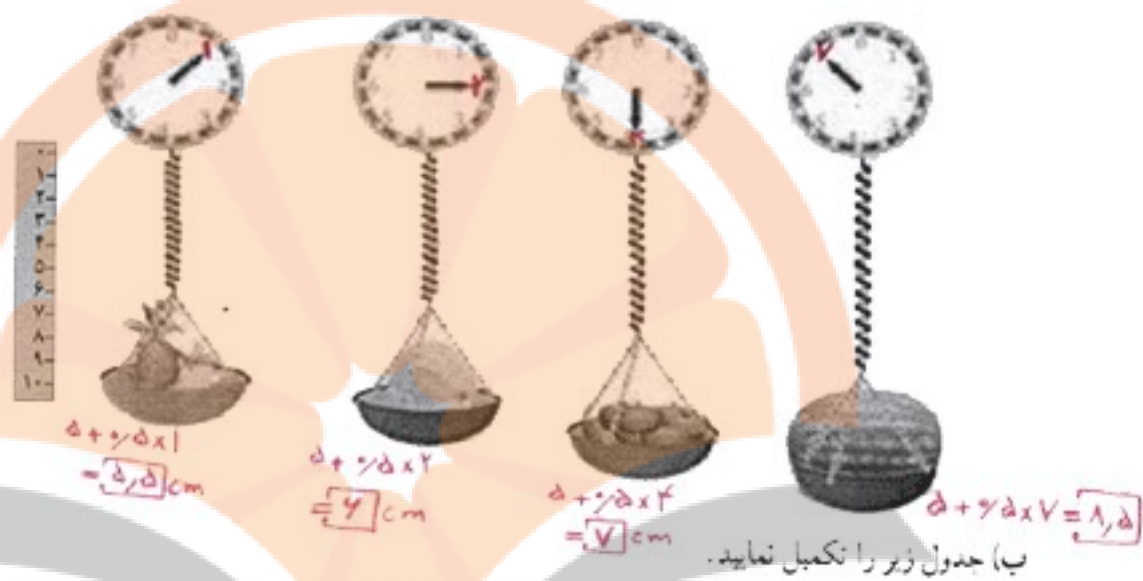
وجود دارد که موازی محور yها رسم شود و نمودار را در بیش از یک نقطه قطع

تلاشی در مسیر موفقیت



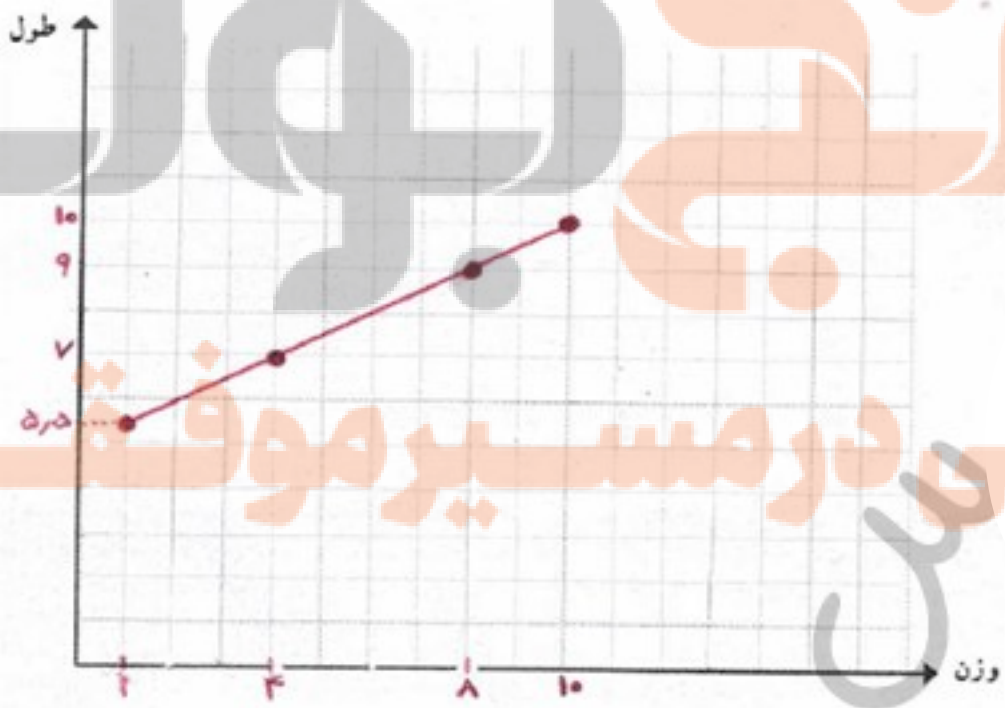
**الف) طول یک فنر در حالتی که به آن هیچ وزنه‌ای آویزان نشده است ۵ سانتی متر است و به ازای هر کیلوگرم وزنه‌ای که به آن آویزان شود، نیم سانتی متر به طول آن افزوده می‌شود.**

طول فنر را در شکل‌های زیر مشخص کنید.



اندازه وزنه (بر حسب کیلوگرم)	۱	۲	۴	۷	۲۰	a
طول فنر (بر حسب سانتیمتر)	۵٫۵	۶	۷	۸٫۵	۱۵	۵ + ۰٫۵a

ب) اگر تابع طول فنر را با  $f$  نشان دهیم، مقادیر  $f(1)$ ،  $f(2)$ ،  $f(4)$ ،  $f(7)$  و  $f(10)$  (بر حسب سانتی متر) را محاسبه کنید.  
 ت) نقاط به دست آمده از قسمت قبیل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم، مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.

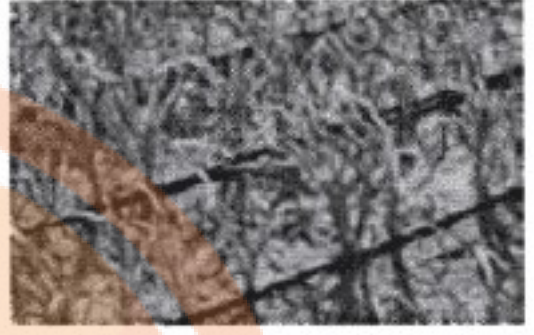


استاده از ترفند  $f(x) = L$

**نکته**  
**تلاش در مسیر موفقیت**

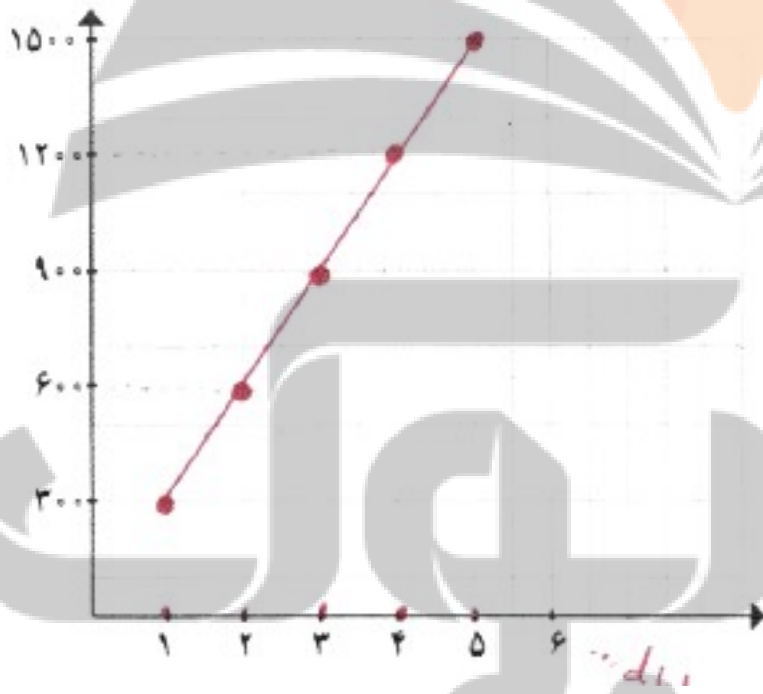


مد  $3 \times 1000 = 3000m$  تبدیل به متر  
 یک کارخانه تولید لوله‌های آبیاری کشاورزی<sup>۱</sup> در هر ساعت  $\frac{1}{3}$  کیلومتر لوله تولید می‌کند.



x بر حسب ساعت	۱	۲	۳	۴	۵
f(x) بر حسب متر	۳۰۰	۶۰۰	۹۰۰	۱۲۰۰	۱۵۰۰

اگر متر از لوله‌ای را که این کارخانه پس از x ساعت تولید می‌کند، بر حسب متر با  $f(x)$  نشان دهیم. جدول روبه‌رو را برای  $f(x)$  به ازای مقادیر مختلف x کامل نمایید.



نقاط به دست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.

من خواهم بهترین خط رسم کنم

تلاشی در مسیر موفقیت



در یک تابع خطی  $f(x)$  با توجه به معادله خط که در کتاب ریاضیات نهم دیده‌اید، ابتدا  $m$  و سپس به کمک آن  $f(x)$  را مشخص و نمودار تابع را رسم کنید.

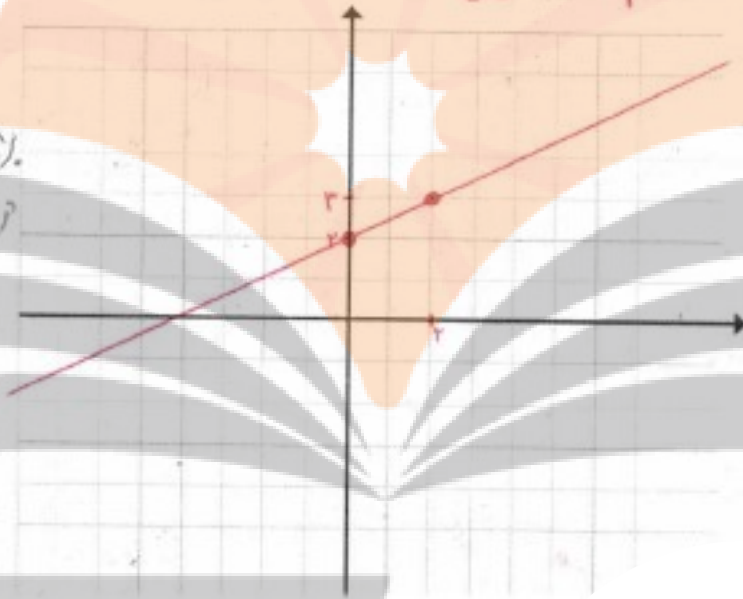
$$m = \frac{3 - 2}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

$$y = mx + h$$

$$f(0) = 2 \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 0 + h \Rightarrow h = 2$$

$$y = mx + h \Rightarrow \text{معادله خط: } y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\text{بنابراین } f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$



برای رسم از نقاط داده شده در مسأله استفاده کردم

مؤلفه:  
گروه ریاضی استان خوزستان

# نشانچه بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت

مؤلف:

اگر دمای سنگ‌ها تابع خطی بر حسب عمق باشد، ابتدا جدول زیر را کامل کنید و سپس عمق دما به  $220^\circ$  درجه سانتی‌گراد می‌رسد؟

$f(x) = 55x - 35$   
 $55x = 475$   
 $x = 8,74$

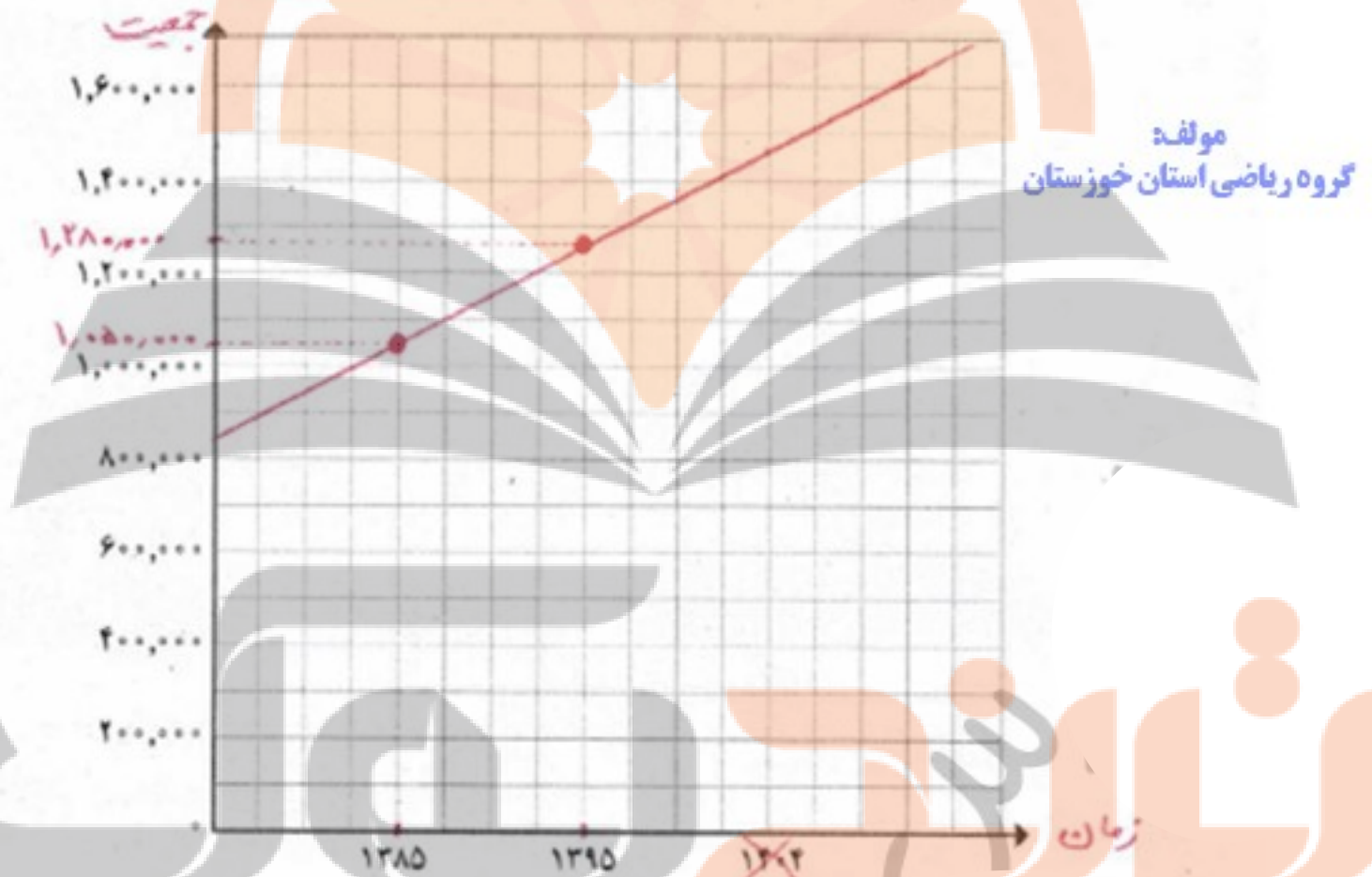
نسب خط: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	معادله خط یا ضابطه تابع: $y = f(x) = mx + h$	$f(1)$	$f(2)$
$m = \frac{185 - 75}{2 - 1} = \frac{110}{1} = 110$	$(2, 75) \rightarrow 75 = 110 \cdot 2 + h$ $h = 75 - 220 = -145$ $y = 110x - 145$	$20$	$75$

$x=2 \rightarrow y = 110 \cdot 2 - 145 = 75$   
 $x=1 \rightarrow y = 110 \cdot 1 - 145 = -35$

# نزدیج بوبک

تلاشی در مسیر موفقیت

در برنامه‌ریزی اقتصادی، اجتماعی و مواردی از این قبیل، اولین گام، پیش‌بینی جمعیت در برنامه‌ریزی است. برای برآورد جمعیت، مدل‌های مختلفی وجود دارد که هر کدام ویژگی‌های خود را دارند. انتخاب نوع مدل و استفاده از آن در درجه اول به اطلاعات موجود در زمان و سپس به هدف برنامه‌ریزی بستگی دارد. یکی از این روش‌ها، مدل رشد خطی است. این مدل، الگویی از رشد جمعیت را توصیه می‌کند که در آن میزان جمعیت همچنان با نرخ فعلی خود تغییر می‌کند. (روند رشد جمعیت به صورت تابعی خطی نسبت به متغیر زمان است.) فرض کنیم جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ برابر یک میلیون و پنجاه هزار نفر و در سال ۱۳۹۵ برابر یک میلیون و دویست و هشتاد هزار نفر بوده است. اگر برای رشد جمعیت این شهر، مدل الگویی رشد خطی را در نظر بگیریم، با رسم نمودار تابع جمعیت، جمعیت این شهر را در سال ۱۴۰۵ به طور تقریبی برآورد کنید.



تلاشی در مسیر موفقیت



$$x = y + 4$$

$$P = 2(x + y) = 2(y + 4 + y) \Rightarrow P = 2(2y + 4)$$

$\Rightarrow P = 4y + 8$  محیط تابع خطی است چون به شکل  $y = mx + h$  درآمده است.

کار در کلاس



مؤلفه  
گروه ریاضی استان خراسان

$x = y + 4$   
 ضابطه تابع محیط مستطیل‌هایی را که طول آنها ۴ واحد بیشتر از عرض آنها است، بر حسب عرض آن بنویسید و نشان دهید یک تابع خطی است.

$$x = y + 4$$

$$S = x \times y = (y + 4) \times y$$

آیا تابع مساحت آنها نیز یک تابع خطی است؟  
 مساحت یک تابع خطی نیست؛ چون به شکل  $y = mx + h$  در نیامده است (معتبر با توان ۲ دارد)

$$S = y^2 + 4y$$

# نزدنجه ببولک

## تلاشی در مسیر موفقیت

اگر نمودار تابع خطی  $f$  از مبدأ عبور کرده و  $f(-1)=2$  باشد، نمودار و ضابطه تابع  $f$  را مشخص کنید.

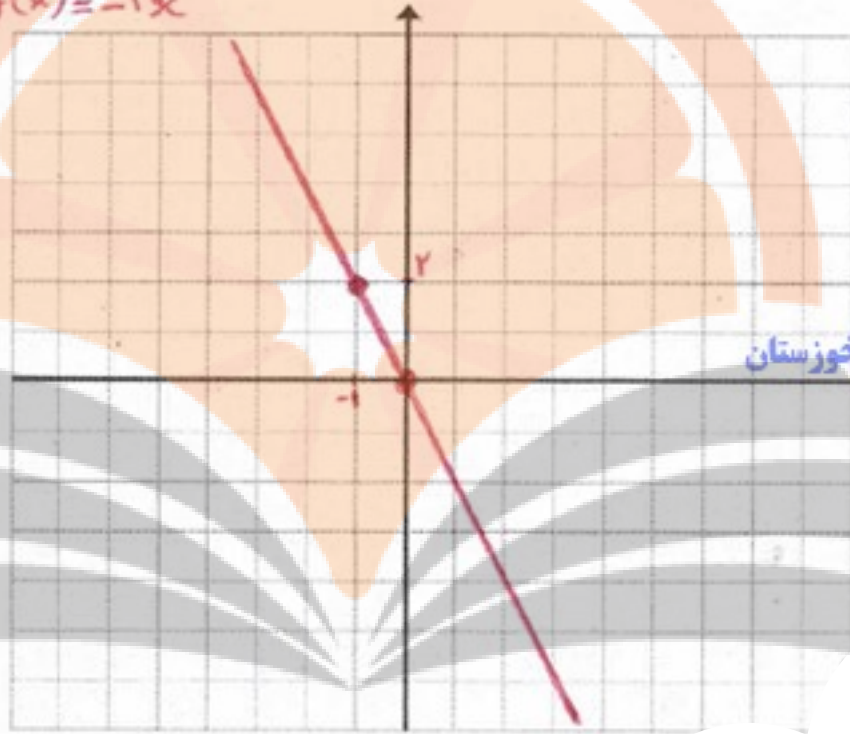
$$f(0)=0$$

$$m = \frac{2-0}{-1-0} = -2 \quad \text{و} \quad (0,0) \rightarrow 0 = -2x_0 + h \rightarrow h=0$$

$$(-1,2)$$

$$(0,0)$$

معادله ضابطه تابع  $f$ :  $y = f(x) = -2x$



مؤلف:  
گروه ریاضی استان خوزستان

# نشانچه بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت

۱) مقادیر  $m$  و  $n$  را چنان بیابید تا در تابع با ضابطه  $f(x) = mx + n$  داشته باشیم:  $f(1) = 1$  و  $f(2) = 4$ .

حل:

$$1) \begin{cases} m + n = 1 \\ 2m + n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} m = 3 \\ n = -2 \end{matrix}$$

۲) ضابطه تابع خطی  $f$  را که از نقاط  $(2, 3)$  و  $(4, 1)$  می‌گذرد، مشخص کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

حل:

$$2) m = \frac{3-1}{2-4} = -1 \quad y = -x + n \xrightarrow{f(4)=1} 1 = -4 + n \Rightarrow n = 5$$

$$f(x) = -x + 5$$

۳) در تابع خطی  $f$  داریم  $f(1) = 5$  و  $f(2) = 8$ ، مقادیر  $f(5)$  و  $f(-3)$  را بیابید.

حل:

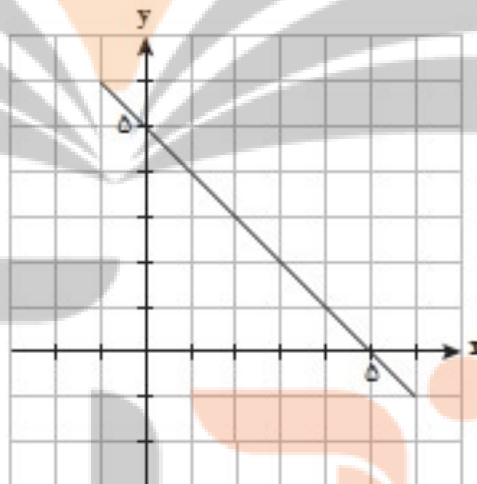
$$3) m = \frac{8-5}{2-1} = 3$$

$$f(x) = 3x + n \xrightarrow{f(1)=5} 5 = 3 + n \Rightarrow n = 2$$

$$f(x) = 3x + 2$$

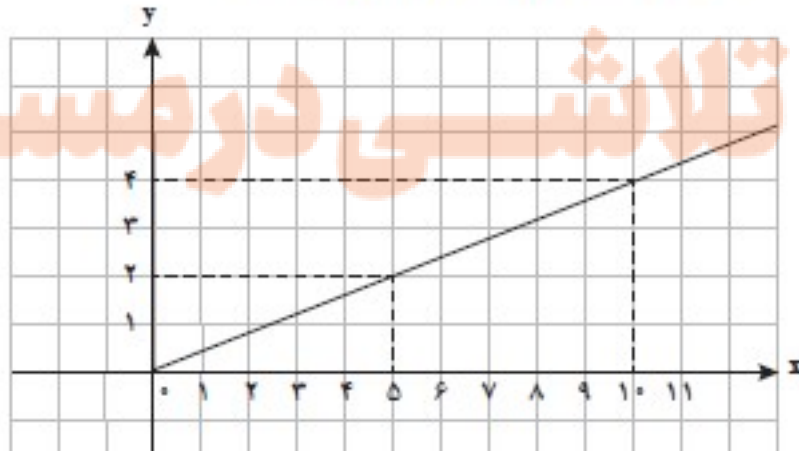
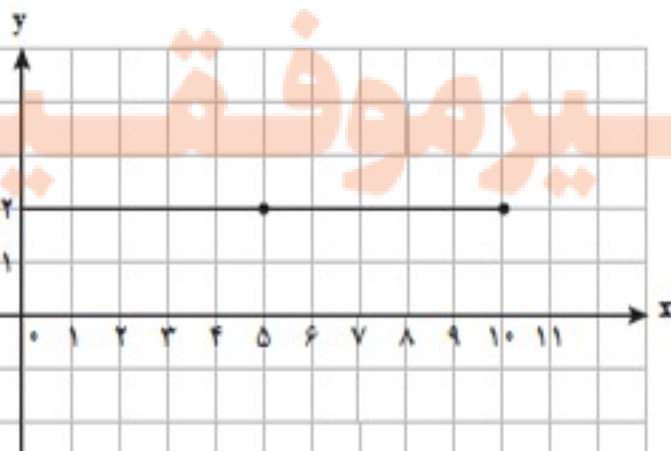
$$f(-3) = 3(-3) + 2 = -7$$

$$f(5) = 3(5) + 2 = 17$$



۴) نمودار تابعی خطی را رسم کنید که دامنه آن برابر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 10\}$  باشد و از نقطه  $A \left| \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right.$  بگذرد.

حل: جواب سؤال منحصر به فرد نیست.





## فعالیت



$$\frac{y(x+y)}{x} = 20$$

$$x+y=10$$

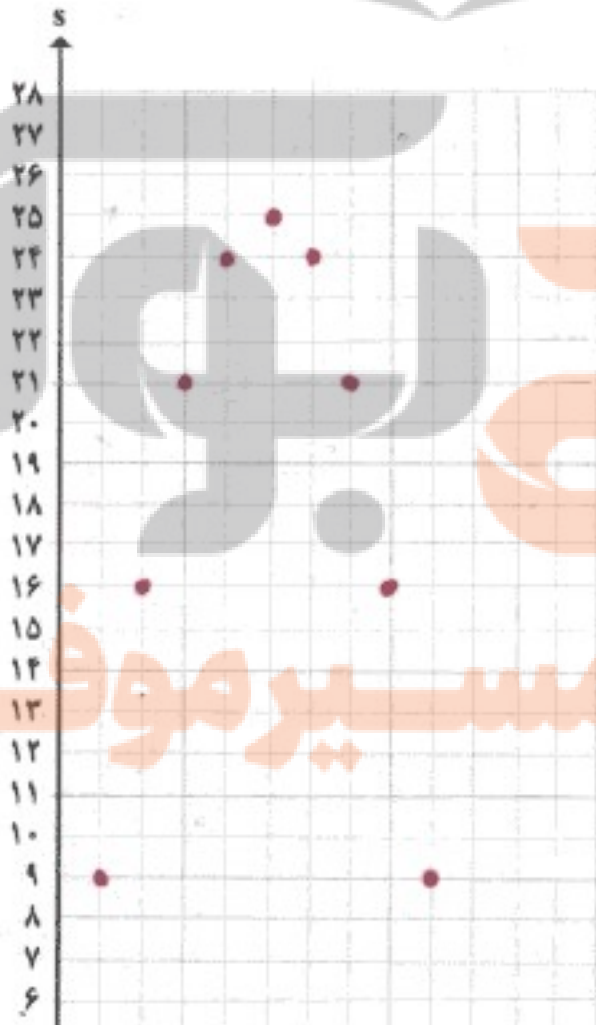
برای برگزاری یک جلسه، با کنار هم قرار دادن تعدادی میز به صورت مربع های  $1 \times 1$ ، یک میز مستطیل شکل به محیط ثابت ۲۰ تهیه می کنیم. اندازه ضلعی را که صندلی رتخت جلسه در آن قرار می گیرد با  $x$  و اندازه ضلع دیگر را با  $y$  نشان می دهیم همچنین مساحت مستطیل را با  $s$  نشان می دهیم.

الف) جدول زیر را کامل کنید.

$x$	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
$y$	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
$s$	۹	۱۶	۲۱	۲۴	۲۵	۲۴	۲۱	۱۶	۹
$(x, s)$	(۱, ۹)	(۲, ۱۶)	(۳, ۲۱)	(۴, ۲۴)	(۵, ۲۵)	(۶, ۲۴)	(۷, ۲۱)	(۸, ۱۶)	(۹, ۹)

با توجه به محیط باید جمع طول در فرض عدد باشد

ب) اگر هر زوج مرتب  $(x, s)$  را یک نقطه فرض کنیم، این نقاط را در دستگاه مختصات محورهای زیر مشخص کنید.



با دقت در مثال مشخص شده در دستگاه، من بینم که تابع خطی نیست (با و عمل کرده)

# نشانجی

## تلاشی در مسیر موفقیت



یک شرکت نقاشی ساختمانی قیمتی را که برای رنگ آمیزی روزانه هر مترمربع از دیوار بیرونی یک کارخانه تعیین می کند، مبلغ  $x - 1200$  تومان است.  $x$  میزان رنگ آمیزی روزانه گروه بر حسب مترمربع است. هزینه رفت و آمد و صرف غذای گروه به طور ثابت روزانه  $30000$  تومان و همچنین مترمربعی  $200$  تومان هزینه لوازم مصرفی بر عهده گروه است.

موضوع ریاضی استان خوزستان

$$C(x) = 30000 + 200x$$

الف) قیمت پرداختی شرکت برای هر مترمربع رنگ آمیزی به ازای  $x = 200$  (متر کار در یک روز) و  $x = 300$  چقدر است؟

$$x = 200 \rightarrow \text{قیمت} = 1200 - 200 = 1000 \text{ تومان}$$

$$x = 300 \rightarrow \text{قیمت} = 1200 - 300 = 900 \text{ تومان}$$

ب) هزینه گروه در یک روز به ازای  $x = 200$  و  $x = 300$  چقدر است؟  
 اگر تابع سود گروه را با  $P$  نشان دهیم  $P(200)$ ,  $P(100)$ ,  $P(200)$ ,  $P(300)$  را محاسبه کنید.

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(200) = 200 \times (1200 - 200) - (30000 + 200 \times 200) = -10400$$

$$P(100) = 100 \times (1200 - 100) - (30000 + 200 \times 100) = 4000$$

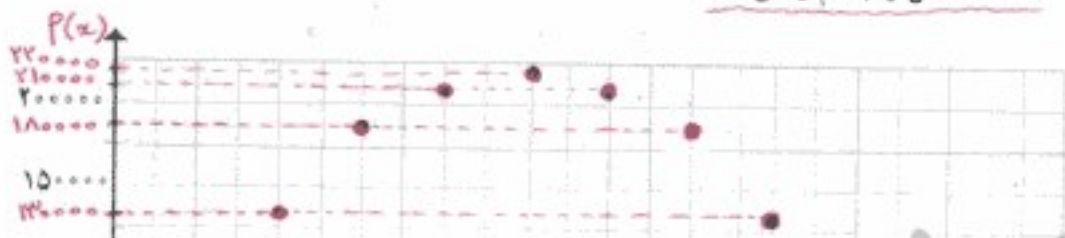
$$P(200) = 200 \times (1200 - 200) - (30000 + 200 \times 200) = 13000$$

$$P(300) = 300 \times (1200 - 300) - (30000 + 200 \times 300) = 18000$$

ت) حاصل  $P(x)$  را به دست آورید و آن را ساده کنید:  $P(x) = 1000x - x^2 - 20000$   
 ث) جدول زیر را برای  $P(x)$  به ازای مقادیر مختلف  $x$  کامل کنید.

$x$	200	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$P(x)$	-10400	6000	13000	18000	21000	22000	21000	18000	13000	4000

ج) نقاط به دست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.



درجه‌ی ۲. سهمی  
ابتدا جدول زیر را کامل کنید؛ سپس به کمک آن نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^2$  را رسم کنید.

x	...	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۴	...
y	...	۴	۱	۰	۱	۴	۹	۱۶	...

مؤلف:  
گروه ریاضی استان خوزستان

# نشانچه بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت

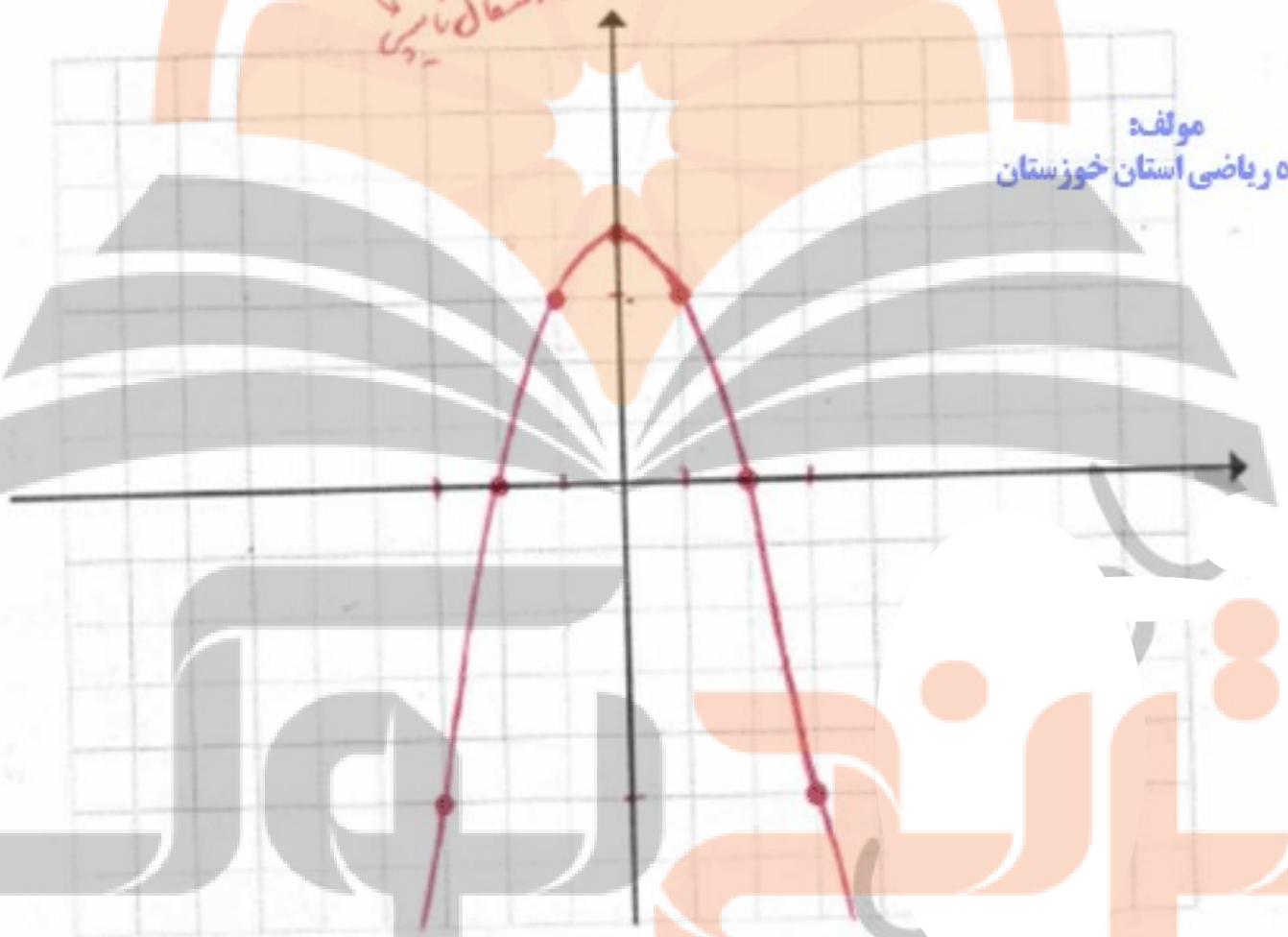


جدول زیر را کامل کنید و به کمک آن نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 4 - x^2$  را رسم کنید.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-12	-5	0	3	4	3	0	-5	-12	...

اسقاط ناپی

مؤلفه:  
گروه ریاضی استان خوزستان



نشر نیج برونک

تلاشی در مسیر موفقیت

به کمک سه نقطه (ت)، کاربرد طالع صغیر در مایل

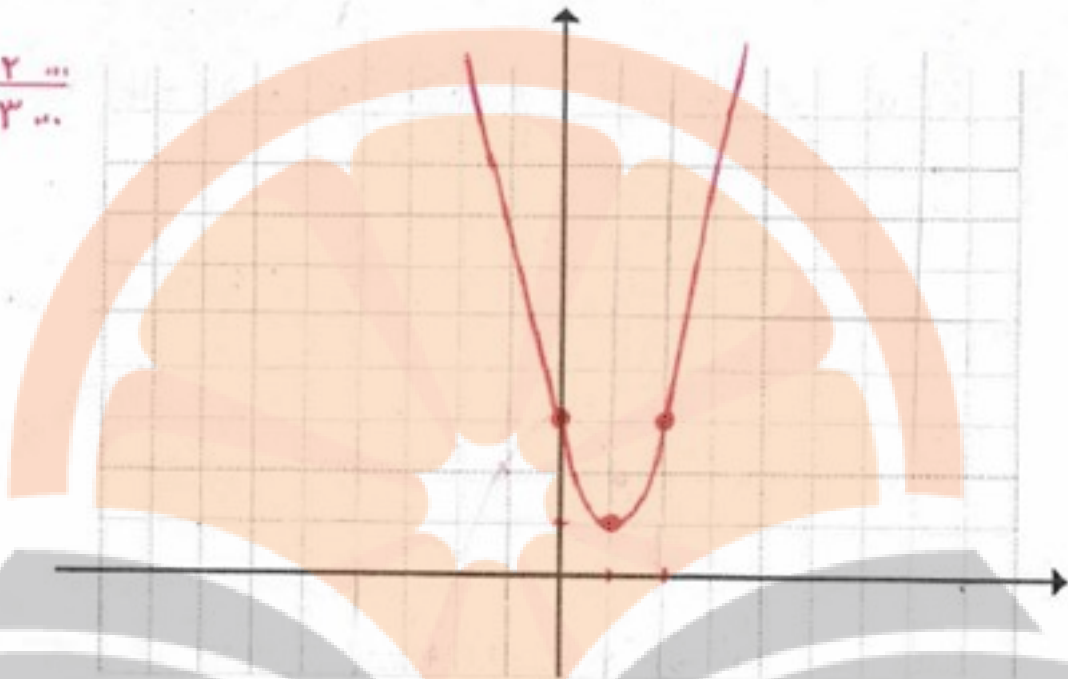
الف) رأس سهمی به معادله  $y=2(x-1)^2+1$  را مشخص کنید به کمک آن نمودار سهمی را رسم

لحنودش که در زیر دربار

کنید.

رأس سهمی (1, 1) را رسم

	رأس				
x	...	0	1	2	...
y	...	3	1	3	...

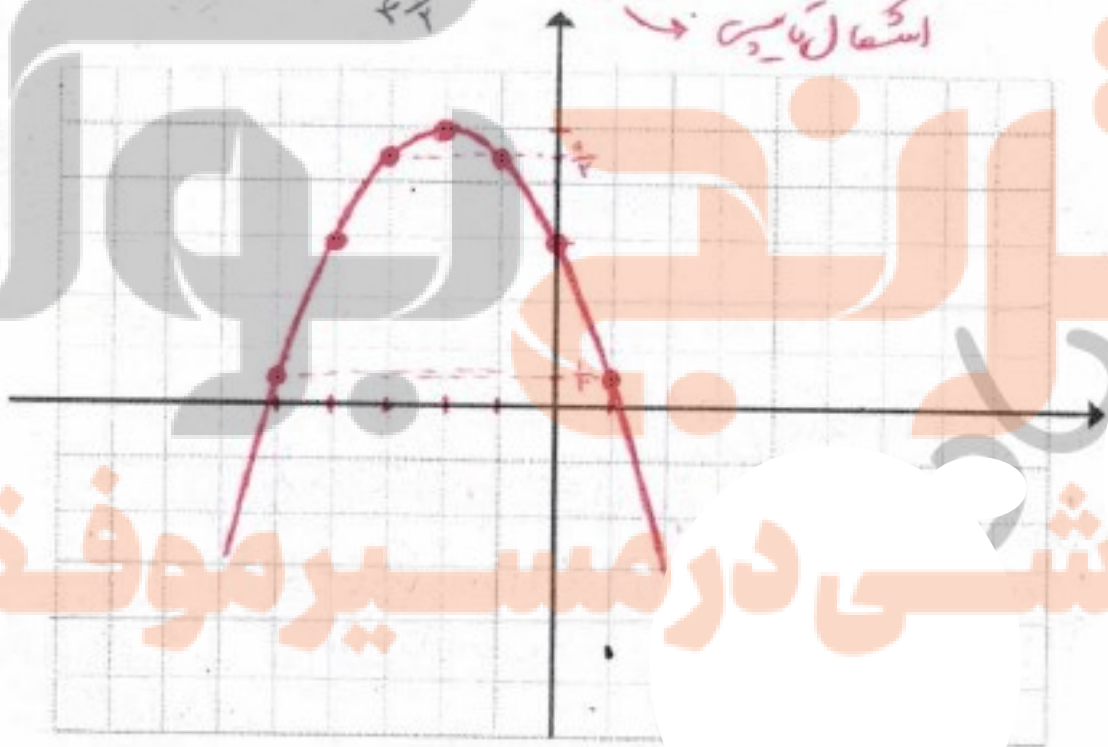


x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	$\frac{1}{2}$	3	$\frac{9}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{2}$	3	$\frac{1}{2}$	...

رأس

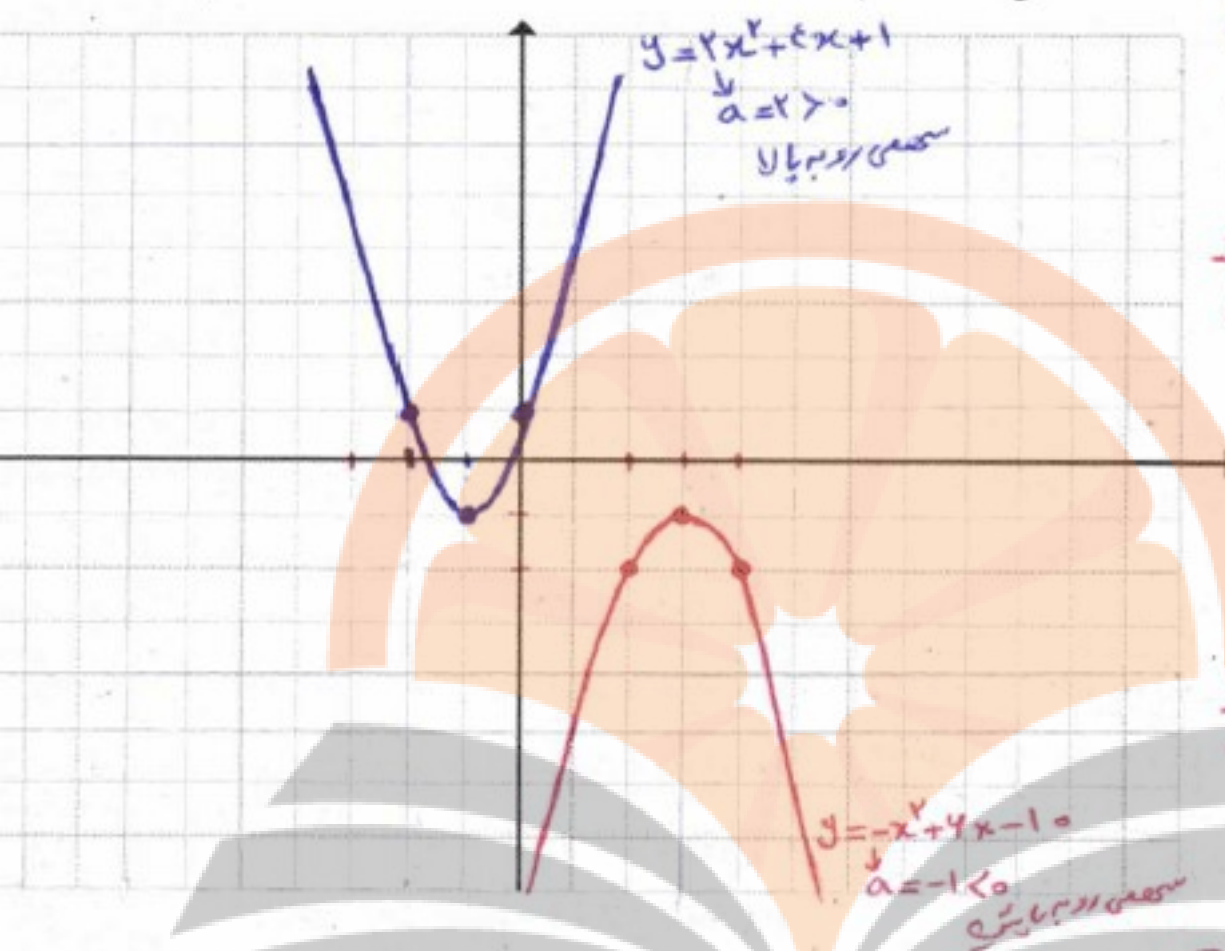
$4\frac{1}{2}$

استعمال طالع صغیر



تلاشی در مسیر موفقیت

۱) نمودار توابع درجه دوم  $y = -x^2 + 6x - 10$  و  $y = 2x^2 + 4x + 1$  را رسم کنید.



$$y = -x^2 + 6x - 10$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = 3$$

طول رأس  $\uparrow$  رأس

x	...	2	3	4	...
y	...	-2	-1	-2	...

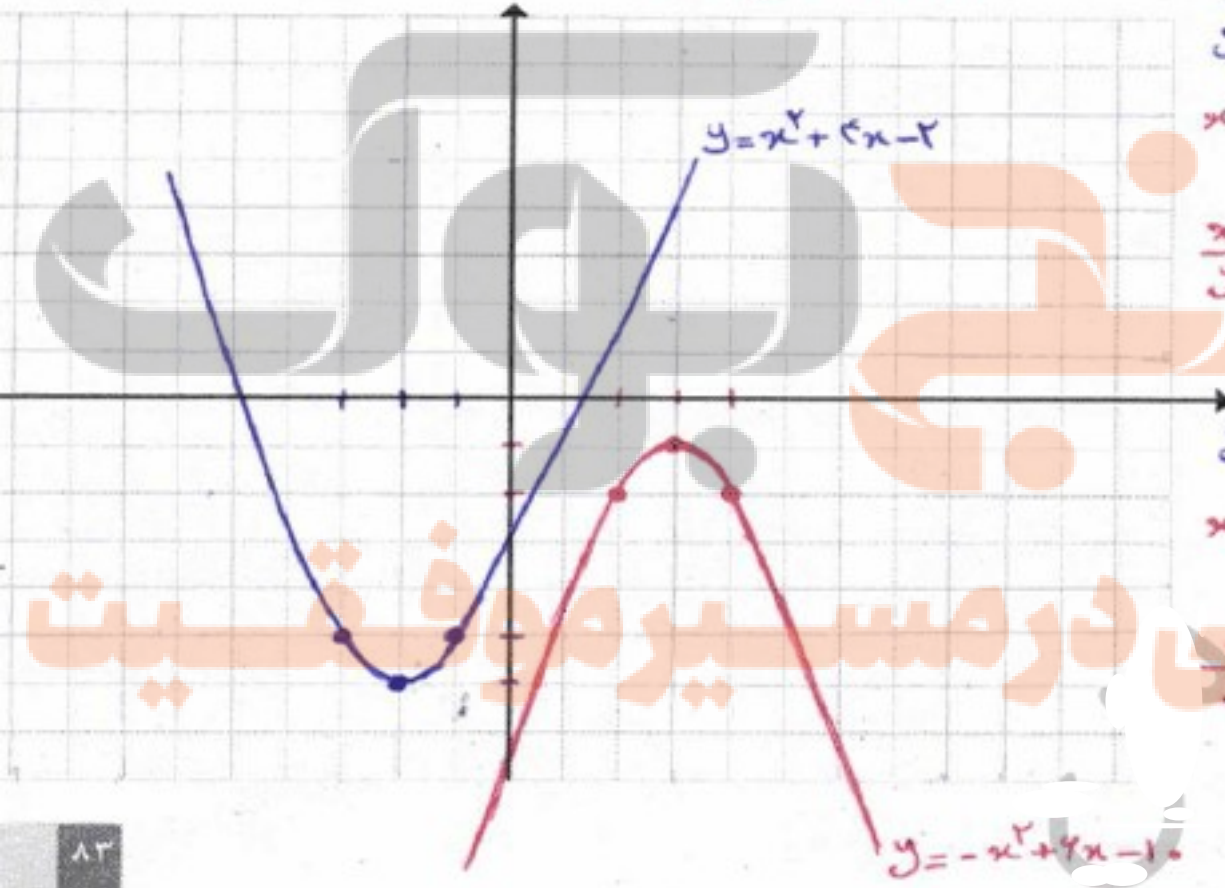
$$y = 2x^2 + 4x + 1$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(2)} = -1$$

طول رأس  $\uparrow$  رأس

x	...	-2	-1	0	...
y	...	1	-1	1	...

۲) نمودار توابع  $y = x^2 + 4x - 2$  و  $y = -x^2 + 6x - 10$  را رسم کنید و در ادامه، مختصات  $x$  را مشخص کنید. *نقطه‌ای متقاطع ندارند.*



$$y = -x^2 + 6x - 10$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = 3$$

طول رأس  $\uparrow$  رأس

x	...	2	3	4	...
y	...	-2	-1	-2	...

$$y = x^2 + 4x - 2$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(1)} = -2$$

طول رأس  $\uparrow$  رأس

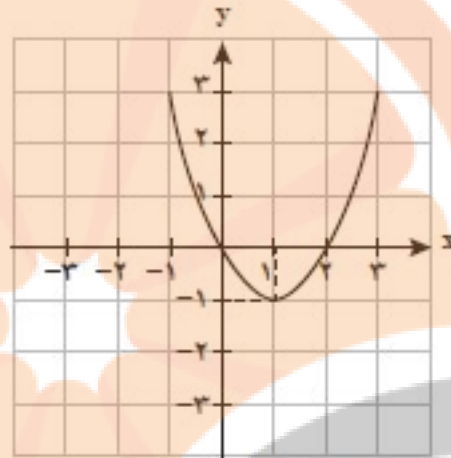
x	...	-3	-2	-1	...
y	...	-5	-2	-5	...



۱ نمودار سهمی‌های به معادلات  $y = x^2 - 2x$  و  $y = -(x-1)^2 + 1$  و  $y = x^2 + 4x + 1$  را رسم کنید.

الف)  $y = (x-1)^2 - 1$

x	۰	۱	۲
y	۰	-۱	۰



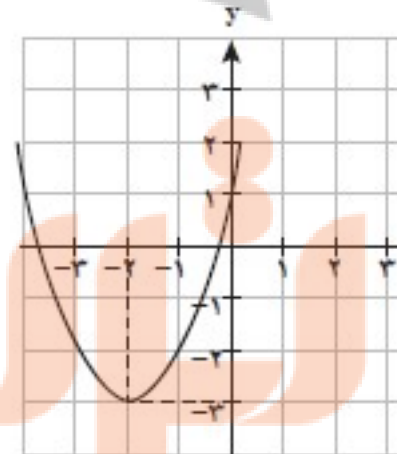
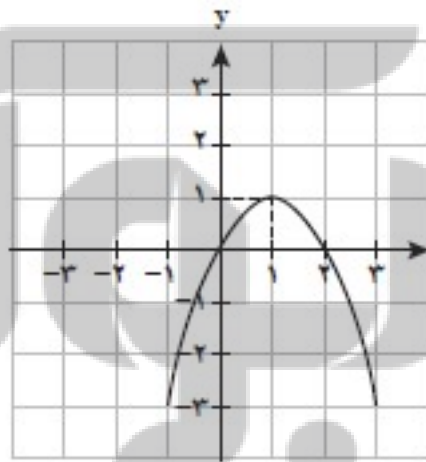
ب)  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$

$f(-2) = -3$

x	-3	-2	-1
y	-2	-3	-2

ب)  $y = -(x-1)^2 + 1$

x	۰	۱	۲
y	۰	۱	۰



۲ اگر تابع درآمد به صورت  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$  و تابع هزینه به صورت  $y = 18x + 40$  باشد، ماکسیم مقدار سود را مشخص کنید.

$P(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 12x - 40$

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-\frac{1}{2})} = 12$

حل:  $P(12) = 32$

۲ محیط مستطیلی ۲۶ متر است. اگر اندازه یکی از اضلاع آن را با  $x$  و مساحت آن را با  $S$  نشان دهیم، ابتدا نمودار تابع مساحت را بر حسب  $x$  رسم کنید. سپس به کمک نمودار مشخص کنید به ازای چه مقداری از  $x$  مساحت مستطیل ما کسیم می شود.

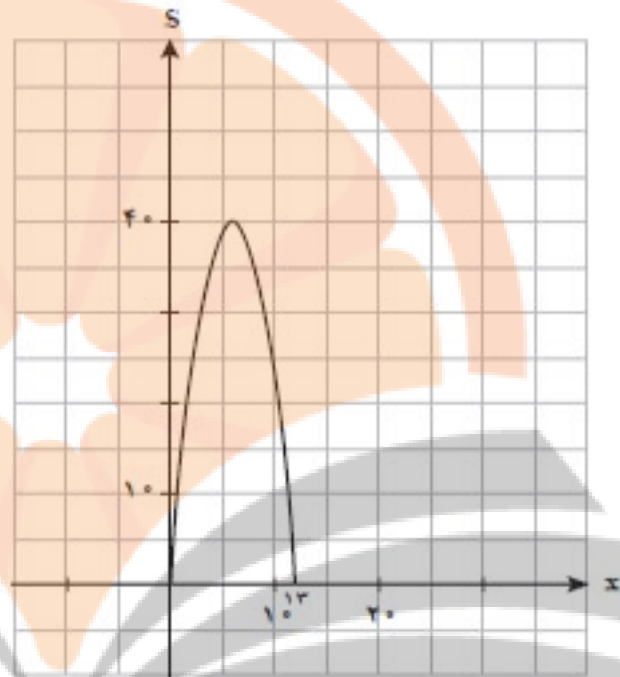
$$2(x+y) = 26 \Rightarrow x+y = 13 \Rightarrow S = xy = x(13-x) = 13x - x^2$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-13}{-2} = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$f\left(\frac{13}{2}\right) = \frac{169}{4} = 42.25$$

$x$	۶	۶/۵	۷
$P(x)$	۴۲	۴۲/۲۵	۴۲

$$x = 6.5$$



۴ اگر  $2x+a=100$  باشد،  $x$  و  $a$  را طوری بیابید که  $y=xa$  ما کسیم شود.

$$a = 100 - 2x$$

$$y = xa = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2$$

$$x = \frac{-b}{2a} = 25$$

$$a = 100 - 2(25) = 50$$

۵ در یک تولیدی نوعی لامپ برای مصارف پزشکی تولید می شود. این تولیدی هر یک از لامپ ها می تواند به قیمت ۲۰۰ تومان بفروشد. اگر در هر روز  $x$  واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه آن این باشد  $c(x) = x^2 + 40x + 100$ :

الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.

ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد؟

پ) بیشترین سود روزانه این کارگاه چقدر است؟

$$\text{الف) } R(x) = 200x$$

$$P(x) = -x^2 + 160x - 100$$

$$\text{ب) } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-160}{2(-1)} = 80$$

نشاندهنده

تلاش برای موفقیت

# فصل سوم

نثر انجی بیوت

تلاشی در مسیر موفقیت



## کار در کلاس



موضوع: گروه ریاضی استان خوزستان پرسش از تعدادی از دروس امورا

۱. چه راه دیگری برای آمارگیری طول قد دانش آموزان یک مدرسه پیشنهاد می کنید؟
۲. فرض کنید زمان لازم را برای گردآوری تمامی داده های دانش آموزان در اختیار نداشته باشید. اگر بخواهیم نمونه ای را انتخاب و آمارگیری کنیم، چه راهی پیشنهاد می کنید که نمونه به صورت تصادفی انتخاب شود؟ از هر کدام چند روش آموزش به طور لقمه ادنی به می کنیم.

روش های گردآوری داده ها

دادگان ها



پرسش نامه



مصاحبه




مشاهده



پاسخ فرد

گزارش

# تلاشی در مسیر موفقیت



کدام روش جمع‌آوری داده‌ها برای موارد زیر مناسب است؟ یک دلیل برای انتخاب خود ذکر کنید.

۱ میزان رضایت مشتریان بانک از نحوه برخورد و رسیدگی به درخواست‌های آنها  
پاسخ: پرسش‌نامه: زیرا در این صورت مشتریان به راحتی و بدون نگرانی پاسخ درست را می‌دهند  
(به صورت کتبی).

۲ سن همه دانش‌آموزان مدرسه برحسب ماه در پایه دهم  
پاسخ: استفاده از دادگان، اطلاعات ثبتی دانش‌آموزان و کپی شناسنامه آنان در پرونده مدرسه موجود و دسترسی به آن از هر روش دیگری ساده‌تر است.

۳ تعداد سرنشینان خودروهای سواری در یکی از محورهای خروجی شهر  
پاسخ: مشاهده، زیرا دسترسی به همه و نگاه داشتن و مصاحبه و پرسش‌نامه دادن وقت‌گیر و مشکل‌ساز می‌باشد.

# تکلیف پروژه

## تلاشی در مسیر موفقیت



## کار در کلاس



مصاحبه  
شاهده

الف) کدام روش برای جمع آوری هر یک از داده‌ها مناسب است؟

۱- تعداد قلم‌های هر دانش‌آموز در یک کلاس.

۲- ساعات خواب دانش‌آموزان کلاس درس شما در شب گذشته.

۳- طول قد دانش‌آموزان یک کلاس.

مصاحبه

مؤلفه:

شاهده

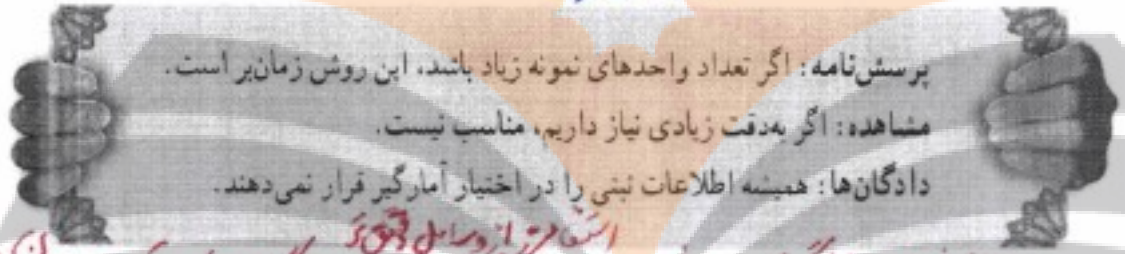
گروه ریاضی استان خوزستان

ب) می‌خواهیم طول قد دانش‌آموزان یک کلاس یا مدرسه را به یکی از سه روش زیر آمارگیری کنیم.

هر یک از این روش‌ها محدودیت‌هایی دارند. چگونه می‌توان این محدودیت‌ها را از بین ببرد؟

برد؟

نمونه برداری کنید.



پرسش‌نامه: اگر تعداد واحدهای نمونه زیاد باشد، این روش زمان‌بر است.

مشاهده: اگر به‌دقت زیادی نیاز داریم، مناسب نیست.

دادگان‌ها: همیشه اطلاعات نثنی را در اختیار آمارگیر قرار نمی‌دهند.

ع  
اطلا

پرسش‌نامه: نمونه‌گیری  
مشاهده: اندازه‌گیری  
استفاده از وسایل دقیق  
دادگان‌ها: توجه به مصاحبه

# نشان بده بگو

## تلاشی در مسیر موفقیت



مؤلفه:  
گروه ریاضی استان خوزستان

یک شبکه تلویزیونی می خواهد نسبت دارندگان تلویزیون در شیراز را، که برنامه جدید این شبکه را حداقل یک بار در هفته تماشا می کنند، بداند. بدین منظور یک گروه ۱۰۰۰ نفری از دارندگان تلویزیون را در این شهر بررسی می کند.

الف) داده ها و متغیرهایی را که بررسی می شوند، مشخص کنید.

جواب: داده ها اطلاعات گروه ۱۰۰۰ نفری دارندگان تلویزیون در شیرازند، و متغیر، تماشای تلویزیون

است که پاسخ آن «تماشا می کند» یا «تماشا نمی کند» افراد مورد بررسی است.

ب) آیا این داده ها یک نمونه اند؟ جامعه آماری کدام است؟ *بله - جامعه کوکاکا شیراز هستند.*

پ) متغیر کمی است یا کیفی؟ *کیفی*

ت) چند متغیر کمی را که ممکن است در اینجا جالب باشد، مشخص کنید.

جواب: سن، درآمد، *وزن*

ث) نسبت افرادی در نمونه که برنامه جدید را تماشا می کنند، آماره است یا پارامتر؟ (تعداد اعضای مورد نظر

تقسیم بر تعداد کل اعضای یک مجموعه را نسبت می گوئیم.) *آماره*

# نشانجی بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت

مؤلف:  
گروه ریاضی استان خوزستان

نوع متغیر داده‌های زیر را مشخص کنید:

الف) محسن، محمود، محمد و میثم همگی اسامی مذکر هستند. اسامی «لیفی»

ب) در یک دبیرستان ۳۱۹ دانش‌آموز فارغ‌التحصیل وجود دارد. احمد رتبه بیست و بنجم، رضا رتبه


نوزدهم، صادق رتبه دهم و جواد رتبه چهارم را کسب کرده است و می‌دانیم که رتبه یک، بالاترین است.

پ) دمای بدن ماهی‌های قزل‌آلای رودخانه هراز (برحسب درجه سلسیوس). دما

ت) طول ماهی‌های قزل‌آلای رودخانه هراز. لنگی

نشان بده

تلاشی در مسیر موفقیت



داده‌های زیر مربوط به یک نماینده مجلس است. در هر یک از سؤالات زیر نوع داده‌ها را مشخص کنید.

الف) نام نماینده حسین ایرانی است. (جواب کیفی اسمی)

ب) این نماینده ۵۸ سال سن دارد. (جواب کمتی نسبی)

پ) سال‌هایی که این نماینده در مجلس انتخاب شده است، ۱۳۸۶، ۱۳۹۰، ۱۳۹۴ است. (جواب: کمتی فاصله‌ای)

ت) مجموع حقوق این نماینده، در سال گذشته ۶۰۰،۰۰۰،۰۰۰ ریال بوده است (جواب: کمتی نسبی)

ث) این نماینده در حال بررسی لایحه پیشنهادی حفاظت از منابع آبی کشور است. گزینه‌های مورد نظر: حمایت کامل، حمایت، بی طرف، مخالف و کاملاً مخالف است. (پاسخ: کیفی ترتیبی)

ج) وضعیت تأهل این نماینده: «متاهل» است. (پاسخ: کیفی اسمی)

چ) می‌گویند این نماینده، در رأی‌گیری لایحه مرتبط با آموزش عمومی، هفتمین نفری است که از آن حمایت کرده است. (پاسخ: کیفی ترتیبی)

# تلاشی در مسیر موفقیت



به نظر شما یک شهروند در زندگی روزمره خود از اطلاعات بیان شده در دو مثال زیر، چه استفاده‌ای می‌کند؟ این اطلاعات در رسانه‌ها منتشر شده‌اند.

صحت آغاز تصمیم‌گیری‌ها (منازل) مختلف است.

■ سلامت

مؤلف:  
گروه ریاضی استان خوزستان

- بیشترین آسیب‌دیدگی در منازل، افتادن یا زمین خوردن است.
- پنج درصد افراد به واکنش آنفولانزا واکنش شدید نشان می‌دهند.
- افراد سیگاری دو برابر دیگران در معرض سرطان قرار دارند.
- مصرف روزانه ۵ نوع میوه و سبزی بیشتر ویتامین‌های موردنیاز بدن را تأمین می‌کند.

■ حمل و نقل

- اولین دلیل تماس با امداد خودرو فراموشی کردن کلید داخل خودرو است.
- بیشتر راننده‌های مرد و زن یک کشور خارجی، در پشت چراغ قرمز به ترتیب با بینی خود کلنجار می‌روند و در آینه نگاه می‌کنند.
- راندن بین خطوط راهنمایی در اتوبان‌ها باعث کاهش ۳۰ درصدی شدآمد می‌شود.

متوسط تعداد کشته‌های تصادفات حدود ۵ نفر در روز اعلام شده است.

چگونه این اطلاعات را به دست آورده‌اند؟ آیا تعریف دقیق کلمات پررنگ شده را حدس می‌زنید؟ جامعه، و پارامتر یا نمونه و آماره را در هر یک از مثال‌ها مشخص کنید.

تصمیم‌گیری یکی از مهم‌ترین جنبه‌های زندگی ماست. ما بر اساس اطلاعاتمان و ارزش‌هایمان تصمیم‌گیری می‌کنیم. روش‌های آماری برای بررسی این اطلاعات به ما کمک می‌کنند. به علاوه، آمار در شرایطی که با عدم

# تلاشی در مسیر موفقیت

۱) فرق بین داده و متغیر چیست؟

پاسخ: داده‌ها در واقع اطلاعات مربوط به موضوع هستند و متغیر ویژگی مورد بررسی داده‌ها می‌باشد. در مثال، افرادی که کوه دنا را طی می‌کنند، آدم‌ها، داده‌ها هستند و وزن و قد افراد و زمان طی شده به قله متغیر می‌باشند.

۲) داده‌های در سطح اسمی، کتی هستند یا کیفی؟

پاسخ: کیفی

۳) فرق بین آماره و پارامتر چیست؟

پاسخ: مشخصه عددی که برای توصیف جنبه‌های خاص از جامعه به کار می‌رود پارامتر نامیده می‌شود. مشخصه عددی که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از نمونه باشد را آماره می‌نامند، بنابراین آماره مربوط به نمونه تصادفی و پارامتر مربوط به جامعه آماری است.

۴) در یک جامعه آماری، آیا ممکن است که یک پارامتر تغییر کند؟ اگر سه نمونه با اندازه یکسان از یک

جامعه داشته باشیم، آیا می‌توان سه مقدار متناوب از یک آماره به دست آورد؟

پاسخ: در یک جامعه آماری پارامتر تغییر نمی‌کند و ثابت است اما می‌توان سه مقدار متفاوت از یک

آماره به دست آورد.

۵) در یک مطالعه از ۱۲۶۱ مشتری غذاخوری‌های گیاهخوار، سؤال شده است که برای کدام وعده

غذایی (ناهار یا شام) سفارش داده‌اند؟

الف) متغیر را مشخص کنید.

پاسخ: وعده غذایی (ناهار یا شام)

ب) این متغیر کتی است یا کیفی؟

پاسخ: کیفی

پ) جامعه آماری در اینجا چیست؟

پاسخ: مشتریان غذاخوری گیاهخواری

دسته‌بندی کنید.

الف) مدت زمان پاسخ‌گویی به سؤالات یک امتحان

پاسخ: نسبی

ب) زمان اولین کلاس

پاسخ: فاصله‌ای

پ) رشته تحصیلی

پاسخ: اسمی

ت) مقیاس ارزیابی تحصیلی: ضعیف، معمولی و خوب

پاسخ: ترتیبی

ث) نمره آخرین آزمون (از ۱۰۰ امتیاز)

پاسخ: فاصله‌ای

ج) سن دانش‌آموز

بزرگ

تلاشی در مسیر موفقیت

می خواهیم کلاس های دهم نسه دبیرستان را بر اساس نتایج آزمون جامعی که همزمان بین دانش آموزان ممتاز برگزار شده است، رتبه بندی کنیم. از هر دبیرستان ۱۰ نفر به تصادف انتخاب شده اند. نمرات آزمون جامع هر سه کلاس از ۱۲۰ نمره است.

داده های مربوط به سه کلاس دهم:

الف)  $\{65, 75, 73, 50, 60, 64, 69, 62, 67, 85\}$   $\bar{x} = 67$   
 ب)  $\{85, 79, 57, 39, 45, 71, 67, 87, 91, 49\}$   $\bar{y} = 67$   
 ج)  $\{43, 51, 53, 110, 50, 48, 87, 69, 68, 91\}$   $\bar{z} = 67$

مؤلفه:  
گروه ریاضی استان خوزستان



میانگین سه کلاس را محاسبه کنید. به نظر شما برآکندگی نمرات در کدام کلاس بیشترین و در کدام کلاس کمترین است؟ برای پاسخ به این سؤال، داده ها را روی سه محور موازی نمایش دهید. کدام دبیرستان نتایج بهتری با اطلاعات داده شده کسب کرده است؟  
 چرا؟ مثلاً اگر والدین برای ثبت نام فرزند بازگوش خود در سال آینده بخواهند بر اساس این نتایج یکی از مدرسه ها را انتخاب کنند، مدرسه ای بهتر است که برآکندگی نمرات در آن کمتر است در مقابل برای فرزندی که به قصد شرکت در المپیاد می خواهد مدرسه را انتخاب کند، مدرسه ای بهتر است که برآکندگی نمرات در آن بیشتر باشد. چرا؟

۱۱  
۱۰  
۹  
۸  
۷  
۶  
۵  
۴



# تلاشی در مسیر موفقیت



مؤلف:  
گروه ریاضی استان خوزستان

کار در کلاس



جدول زیر را تکمیل کنید.

$(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$	تقریباً ۹۹٫۹ درصد از مشاهدات بین سه برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند
$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$	تقریباً ۹۶٫۳ درصد از مشاهدات بین دو برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند
$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$	تقریباً ۶۸ درصد از مشاهدات بین یک برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند

# نشانچه بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت

جملات زیر را کامل کنید :

۱. میانگین ها و میانه ها برای توصیف مجموعه داده ها مفیدند. ... میانگین ... و ... میانگین ... انواعی از معیارهای گرایش به مرکزی هستند.

۲. شما معمولاً نه تنها معادل یک مجموعه را می خواهید، بلکه میزان تغییرات حوالی آن نقطه را هم نیاز دارید که آن معیار **نرمایی** است. **انحراف از میانگین**

۳. معیار پراکندگی که معمولاً با میانگین بیان می شود، ... **انحراف معیار** است.

۴. معیار پراکندگی که معمولاً با میانه بیان می شود **دامنه میان** **چاکلام** دارد. **IQR**

۵. **میانگین** ... و **دامنه میان** **چاکلام** اطلاعات سریعی درباره داده ها بدون نیاز به هرگونه محاسبه می دهند. **مؤلف: گروه ریاضی استان خوزستان**

۶. آماری که برای توصیف یک مجموعه داده، میانگین ها و میانه ها، انحرافات معیار و دامنه های میان چارگی به کار می رود، **آمار توصیفی** دارد.

۷. ۵۰ درصد داده ها قبل از ... **میانگین** ... و ۵۰ درصد داده ها بعد از ... **میانگین** ... قرار دارند.

۸. ۷۵ درصد داده ها قبل از **چارک اول** یا بعد از **چارک سوم** قرار دارند.

۹. ۲۵ درصد داده ها قبل از **چارک اول** یا بعد از **چارک سوم** قرار دارند.

۱۰. ۵۰ درصد داده ها بین **چارک اول** و **چارک سوم** قرار دارند.

شالسته است نرمی اجناس شود که در آن لازم است دامنه میان چارگی نیز محاسبه شود.

دو انحراف معیار

۱۱. تقریباً ۹۶ درصد مشاهدات در فاصله ... از میانگین هستند.

۱۲. تقریباً ۶۸ درصد مشاهدات در فاصله **یک انحراف معیار** از میانگین هستند.

# نشانجی ببولک

## تلاشی در مسیر موفقیت

۱ میانه داده‌های ۱، ۹۹، ۲، ۸۶، ۱۴، ۱۰، ۱ جقدر است؟

پاسخ: ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ، مرتب کرده سپس داده وسط را به دست می‌آوریم.

۱، ۲، ۱۰، ۱۴، ۶۸، ۸۶، ۹۹

میانۀ این داده‌ها عدد ۱۴ می‌باشد.

۲ میانۀ داده‌های ۱، ۹۹، ۲، ۸۶، ۱۴، ۱۰، ۱۱ جقدر است؟

پاسخ: بعد از مرتب کردن داده‌ها از کوچک به بزرگ چون تعداد آنها ۸ است، بنابراین برای تعیین میانۀ

بین داده شماره چهارم و پنجم قرار می‌گیرد. سپس میانگین این دو داده را به دست می‌آوریم.

۱، ۲، ۱۰، ۱۱، ۱۴، ۶۸، ۸۶، ۹۹

$$\frac{11+14}{2} = 12.5$$

میانۀ این داده‌ها عدد ۱۲/۵ است.

# نترنج بوبوک

## تلاشی در مسیر موفقیت



۱ یک نمونه ۲ تایی از بین اعداد ۱ تا ۶ انتخاب کنید. اگر بخواهید این نمونه، حتماً تصادفی باشد چه راهی پیشنهاد می کنید. اگر بخواهید اعضای انتخابی این نمونه تصادفی تکراری نباشند چگونه این کار را انجام می دهید؟

پاسخ: با پرتاب یک تاس سالم در دو مرحله و نوشتن اعداد نمونه به دست می آید و یا می توان اعداد ۱ تا ۶ را روی شش کارت یکسان نوشته و دو کارت را بدون جایگزینی انتخاب کرد. در این حالت نمونه تصادفی تکراری نخواهد شد (به جای کارت می توان از شش گوی نیز استفاده کرد).

۲ سؤال ۱ را برای اعداد ۱ تا ۳۶ تکرار کنید (راهنمایی: می توانید از پرتاب دو تاس به عنوان روشی برای انتخاب اعداد ۱ تا ۳۶ استفاده کنید).

پاسخ: اعداد ۱ تا ۳۶ را روی کارت های جداگانه نوشته و از بین آنها دو تا را بدون جایگزینی برداریم اعداد تکراری نخواهند بود.

۳ مجموعه افراد فامیل درجه اول و درجه دوم خود را بنویسید و آنها را شماره گذاری کنید سپس یک نمونه ۴ تایی از این جامعه انتخاب کنید.

پاسخ: پس از لیست کردن اسامی فامیل و شماره دادن به آنها، شماره ها را روی گوی یا کاغذ نوشته و بدون جایگذاری ۴ تا از آنها را انتخاب می کنیم.

– موضوع های زیر را در نظر بگیرید. درباره بهترین روش جمع آوری داده برای این فرضیه ها تصمیم بگیرید:

الف) بیشتر مردم فکر می کنند «حداکثر سرعت در اتوبان ها باید تعیین شود».

پاسخ: پرسش نامه

ب) آبی رنگ مورد علاقه بیشتر مردم برای ماشین است.

پاسخ: مصاحبه

پ) در زمان مطالعه، گوش دادن به موسیقی کلاسیک به یادگیری کمک می کند.

پاسخ: پرسش نامه

ت) بیشتر تصادفات اتومبیل ها را رانندگان با سن کمتر از ۲۵ سال موجب می شوند.

پاسخ: دادگان

ث) رژیم گرفتن، موجب کاهش هوش می شود.

پاسخ: دادگان یا پرسش نامه

تلاشی در مسیر موفقیت

۴ دو موضوع برای هر یک از روش‌های جمع‌آوری داده، بیان کنید.

الف) از طریق مصاحبه

پاسخ:

۱ برنامه تلویزیونی مورد علاقه دانش‌آموزان

۲ تعداد افراد خانواده ساکن در خانه‌های یک آپارتمان

ب) از طریق مشاهده

پاسخ:

۱ چه تعداد افراد در یک روز از پل عابر پیاده در یک خیابان استفاده می‌کنند.

۲ چه تعداد از کودکان وارد شده به یک پارک در یک روز از وسایل بازی استفاده می‌کنند.

پ) از طریق دادگان

پاسخ:

۱ مقایسه پیشرفت نمرات دانش‌آموزان در دو ترم سال

۲ میزان بارندگی در مازندران در ماه‌های فصل بهار

ث) از طریق پرسش‌نامه

پاسخ:

۱ دانش‌آموزان اوقات فراغت را چگونه می‌گذرانند؟

۲ زمان برگزاری آزمون صبح بهتر است یا بعد از ظهر؟

۳ کدام یک از نمونه‌گیری‌های زیر، یک نمونه‌گیری تصادفی است؟ در هر یک واحدهای آماری، جامعه

و نمونه را مشخص کنید.

الف) با تمام پلیس‌های یک پاسگاه پلیس برای پیدا کردن نظر پلیس‌های این پاسگاه راجع به تخلفات

مصاحبه شد.

پاسخ: جامعه: پلیس‌های این پاسگاه می‌باشد و این کار چون با تمام آنها مصاحبه شده نمونه‌گیری

تصادفی نیست و سرشماری است.

ب) با بچه‌هایی که وارد یک پارک بازی می‌شدند پنج در میان مصاحبه شد تا وسیله بازی مورد علاقه

کودکان را مورد بررسی قرار دهیم.

پاسخ: جامعه: کودکانی که وارد پارک بازی می‌شوند. نمونه: کودکان پنج در میانی که مصاحبه

می‌شوند. این یک نمونه‌گیری تصادفی است.

پ) برای بررسی pH شامپوهای تولیدی یک کارخانه، شامپوها را صد در میان مورد آزمایش قرار دادیم.

پاسخ: جامعه: شامپوهای تولیدی کارخانه و نمونه: شامپوهای صد در میان آزمایش شده که یک

نمونه‌گیری تصادفی است.



۴ برای تحقیقات و بررسی‌های زیر جامعه را مشخص کرده و روش نمونه‌گیری پیشنهاد کنید.

الف) پیدا کردن درصد بیکاران استان مازندران

پاسخ: جامعه کسانی که مستعد و آماده کار کردن هستند در استان مازندران. برای نمونه تصادفی، از چندین ناحیه استان مازندران به تصادف افرادی را انتخاب می‌کنیم.

ب) مردان کدام شامپو را بیشتر ترجیح می‌دهند؟

پاسخ: جامعه: مردانی که شامپو مصرف می‌کنند انتخاب به صورت تصادفی از این افراد (با دادن شماره و انتخاب تعدادی از آن شماره‌ها)

۵ می‌خواهیم مدت زمانی را که دانش‌آموزان کلاس شما در طول یک هفته صرف مطالعه کتاب‌های غیردرسی می‌کنند آمارگیری کنیم.

الف) در این آمارگیری جامعه را مشخص کنید.

پاسخ: دانش‌آموزان کلاس جامعه هستند.

ب) یک روش نمونه‌گیری برای انتخاب نمونه معرفی کنید.

پاسخ: با توجه به لیست شماره‌گذاری شده دانش‌آموزان در دفتر کلاس اعداد را به تصادف انتخاب می‌کنیم.

پ) از چه روشی برای گردآوری اطلاعات استفاده می‌کنید؟

پاسخ: پرسش‌نامه

ت) اندازه (تعداد) این جامعه چقدر است؟

پاسخ: تعداد دانش‌آموزان کلاس

ث) اندازه نمونه مورد بررسی چقدر است؟ آیا این تعداد برای بررسی موردنظر مناسب است؟ در صورت مناسب نبودن، روش نمونه‌گیری و نمونه خود را اصلاح کنید.

پاسخ: اندازه نمونه همان تعداد دانش‌آموزان انتخاب شده است و اگر تعداد مناسب نباشد نمونه و اندازه آن را مجدداً انتخاب می‌کنیم.

ج) متغیر مورد مطالعه در این مسئله چیست؟ توضیح دهید.

پاسخ: متغیر مورد مطالعه: مدت زمانی که صرف مطالعه کتاب‌های غیردرسی توسط دانش‌آموزان کلاس می‌شود، می‌باشد.

ج) متغیر مورد مطالعه از چه نوعی است؟

پاسخ: کتی فاصله‌ای

# تلاشی در مسیر موفقیت



۶ نوع هریک از متغیرهای زیر را مشخص کرده و بهترین مقیاس اندازه گیری آنها را ذکر کنید.  
الف) رنگ اتومبیل های موجود در یک نمایشگاه اتومبیل

پاسخ: کیفی اسمی

ث) درآمد دانشجویان شاغل کار

ب) درجه حرارت کلاس درس شما در روزهای سال

پاسخ: کتی نسبتی

پاسخ: کتی فاصله ای (برحسب سلسیوس)

ج) وضعیت تأهل کارمندان یک شرکت

ب) گنجایش آب یک تانکر

پاسخ: کیفی اسمی

پاسخ: کتی فاصله ای

چ) سن دانشجویان شرکت کننده در یک دوره هنری

ت) تعداد شکایات رسیده به یک پاسگاه پلیس

پاسخ: کتی نسبتی

پاسخ: کتی فاصله ای

۷ میزان پرداخت حقوق در یک شرکت خصوصی در جدول زیر آمده است.

نسبت	مدیر شرکت	معاون	حسابدار	بازاریاب	۲ نفر فروشنده	منتشی	مستخدم
حقوق میلیون ریال	۱۰۰	۶۰	۳۰	۲۰	۲۰	۱۲	۸

مدیر شرکت در آگهی دعوت به همکاری در روزنامه اعلام می دارد که میانگین پرداخت حقوق در این شرکت بیشتر از ۳۵ میلیون ریال است. آیا این رقم می تواند دلیلی برای پرداخت حقوق بالا در این شرکت باشد؟ چرا؟ کدام یک از معیارهای گرایش مرکزی برای نشان دادن وضع پرداختی کارکنان این شرکت مناسب تر است؟

پاسخ: خیر زیرا در این جدول داده دور افتاده (۸ و ۱۰۰) وجود دارد. میانه معیار گرایش به مرکز برای نشان دادن وضع پرداختی کارکنان این شرکت مناسب تر است.

الف) میانه و میانگین را برای نمرات این دانش آموز حساب کنید.

ب) کدام یک از شاخص های فوق، بیانگر بهتری از وضع این دانش آموز در درس فیزیک است؟

پ) اگر معلم درس فیزیک این دانش آموز، برای جبران نمره ۷، امکان امتحان مجدد را به او بدهد، برای اینکه میانگین وی در این درس بیشتر از ۱۸ شود، او در این امتحان چه نمره ای باید کسب کند؟

پاسخ: الف) برای تعیین میانه داده ها را مرتب کرده (از کوچک به بزرگ) و چون تعداد آنها شش تا است پس میانگین داده سوم و چهارم میانه می باشد.

۷، ۱۷، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۱۹

میانه این داده ها ۱۸ است.

$$\bar{x} = \frac{7+17+18+18+19+19}{6} = \frac{98}{6} = 16\frac{2}{3}$$

ب) به دلیل وجود داده دور افتاده (۷) میانه بیانگر بهتری از وضع دانش آموز است.

پ) برای اینکه میانگین بیشتر از ۱۸ شود باید به جای ۷ عددی را پیدا کنیم که این امر حاصل شود. به جای

آن x قرار می دهیم؛ بنابراین باید نامعادله زیر را حل کنیم.

$$\frac{x+17+18+18+19+19}{6} > 18 \Rightarrow x+91 > 6 \times 18$$

۹ دو دسته داده زیر، قیمت کالایی را در دو بازار جداگانه برحسب هزار ریال نشان می دهد.

بازار الف	۱۰	۱۱	۱۰	۹	۱۲	۱۱	۱۰	۱۲	۹	۱۳	۸
بازار ب	۱۰	۹	۱۱	۱۰	۱۰	۱۱	۱۰	۹	۱۳	۸	۱۰

الف) در کدام دسته پراکندگی بیشتر است؟

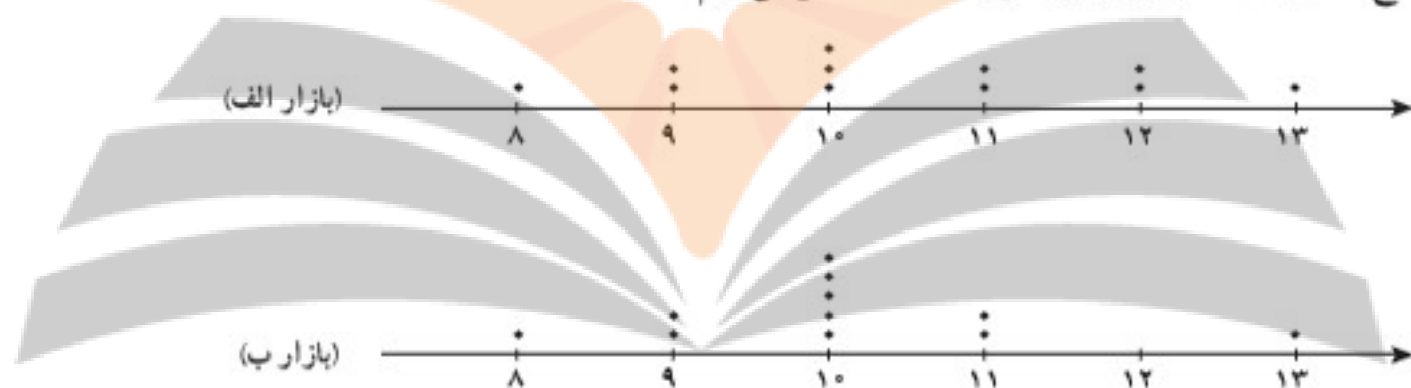
ب) دامنه تغییرات را محاسبه کنید.

پ) آیا دامنه تغییرات با پراکندگی مشاهده شده در «الف» همخوانی دارد؟

ت) ترجیح می دهید از کدام بازار خرید کنید؟ چرا؟

ث) اگر داده ها را در اختیار نداشته باشید، فقط به صرف داشتن دامنه تغییرات می توانید تصمیم گیری کنید؟

پاسخ: الف) داده ها را روی دو محور اعداد مشخص می کنیم.



پراکندگی داده ها به نظر یکسان می آید هر چند (بازار ب) متمرکزتر کار کرده است.

ب) دامنه تغییرات اختلاف بین بزرگ ترین داده و کوچک ترین داده می باشد بنابراین در هر دو بازار  $13 - 8 = 5$  دامنه تغییرات عدد ۵ است.

پ) بله در این حالت دامنه تغییرات پراکندگی را یکسان نشان می دهد.

ت) با تعیین دامنه میان چارکی دو بازار می توان به این سؤال بهتر پاسخ داد.

با مرتب کردن داده های دو بازار و تعیین چارک ها و دامنه میان چارکی داریم:

(بازار الف) ۸، ۹، ۹، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۱، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳

$Q_1$   $Q_2$   $Q_3$

$$IQR = 12 - 9 = 3$$

(بازار ب) ۸، ۹، ۹، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۱، ۱۱، ۱۳

$Q_1$   $Q_2$   $Q_3$

$$IQR = 11 - 9 = 2$$

با توجه به دو دامنه چارکی (بازار ب) پراکندگی کمتری دارد؛ بنابراین خرید از این بازار را ترجیح

می دهیم.

# فصل چہارم

نثر نثر ہے بھوک

تلاشی درمسیر موفقیت



در کلاس قرار شد هر دانش آموز با توجه به داده‌های موجود در رسانه‌ها، درباره یک موضوع اجتماعی یا فرهنگی گزارشی در قالب یک شکل ارائه کند. مثلاً حسن در مورد موضوع علل آسیب‌دیدگی ۲۰۰ نفر در منازل اطلاعاتی کسب کرده بود. او گزارش خود را در یک شکل خلاصه کرده است. او با اطلاعاتی که در اختیار داشته است، ابتکار جالبی به خرج داده و نمودار زیر را رسم کرده است. از این نمودار چه اطلاعاتی می‌توان کسب کرد؟ به عنوان مثال، بیشترین آسیب‌دیدگی در منازل بر اثر افتادن یا زمین خوردن است.

مؤلفه:  
گروه ریاضی استان خوزستان

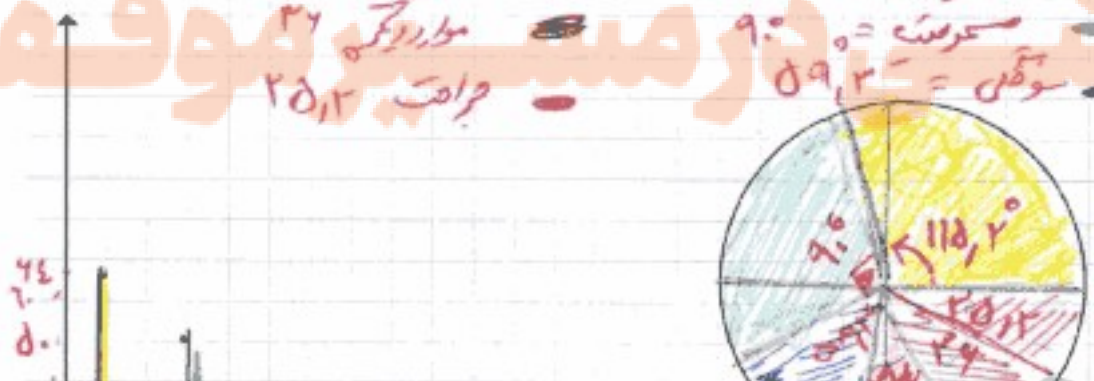


$32 \times 2 = 64$   
 $25 \times 2 = 50$   
 $14 \times 2 = 28$   
 $12 \times 2 = 24$   
 $10 \times 2 = 20$   
 $7 \times 2 = 14$

معلم از موضوع انتخابی و نمایش ترتیبی مکعب‌ها برحسب طول آنها رضایت کامل داشت؛ ولی از دانش‌آموزان درخواست کرد که اگر می‌توانند پیشنهادی برای بهتر شدن آن ارائه کنند. آیا شما قبل از دیدن نظرها می‌توانید چند پیشنهاد برای بهبود نمودار ارائه کنید؟

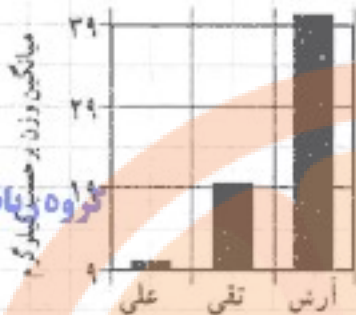
نمودار میله‌ای انواع آسیب‌دیدگی را، برحسب تعداد رسم کنید. مراحل رسم نمودار دایره‌ای را به یاد بیاورید و آن را در چند گام خلاصه کنید. نمودار دایره‌ای درصد آسیب‌دیدگی‌ها را نیز رسم کنید.

زمین خوردن =  $115,2^\circ$   
 مسمومیت =  $90^\circ$   
 سوختگی =  $59,2^\circ$   
 تنگی نفس =  $43,2^\circ$   
 موارد دیگر =  $36^\circ$   
 جراحت =  $25,2^\circ$



تلاش در مسابقات موفقیت

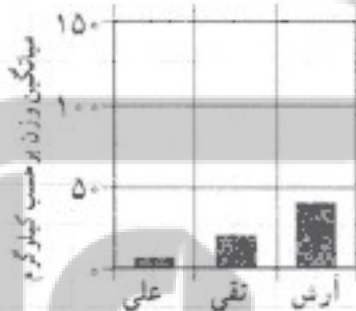
۳ اگر نقطه شروع محور عرض‌ها را از صفر به عدد ۹ تغییر دهیم، چه تغییری در نتیجه حاصل می‌شود؟



مولف: گروه ریاضی استان خوزستان

در واقع اعداد همان اعداد قبلی‌اند، اما محور عرض‌ها تغییر کرده است. اکنون این‌طور به نظر می‌رسد که کدو تنبل‌های **بدیج علی وزن بسیار ناچیزی دارند**.

۴. اینک اگر کسی بخواهد دیگران را متقاعد کند که همه کدو تنبل‌ها حدوداً به یک اندازه‌اند، **از چکه کاری می‌تواند بکند؟** به این نمودار نگاه کنید:



اعداد تغییری نکرده‌اند؛ اما محور عمودی دوباره تغییر کرده است. چه تغییری کرده

است؟ **مقایسه کردن‌ها نادرست است**

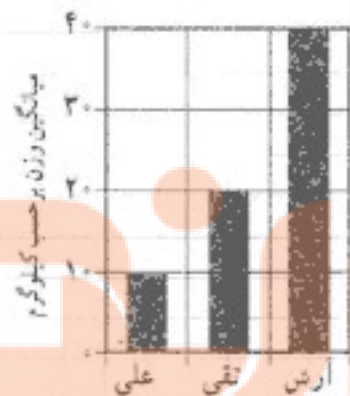
به‌کارگیری غلط نمودارها، راه ساده‌ای برای گمراه کردن افراد است. افراد مایل‌اند به نمودارها به عنوان روشی سریع برای ارزیابی مجموعه‌ای از اعداد بنگرند. اما مراقب باشید که فریب نخورید.

۱. بیایید از کدو تنبل‌های باغ‌های آرش، تقی و علی استفاده کنیم. اولین نمودار به‌صورت زیر است:



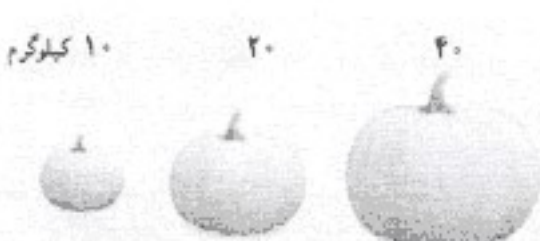
این نمودار چه چیزی را نمایش می‌دهد؟ وزن، حجم، پهنا یا ارتفاع کدو تنبل‌ها را؟ **سودمند**

۲. نمودار زیر چه تفاوتی با نمودار بالا دارد؟



این نمودار به چه اطلاعات بیشتری اشاره می‌کند؟

**معنی می‌کند که وزن کدو تنبل‌ها باغ علی میانگین آرش، تقی و علی است**



گاهی برای نمایش داده‌ها از یک تصویر استفاده می‌شود، مانند شکل رویه‌رو.

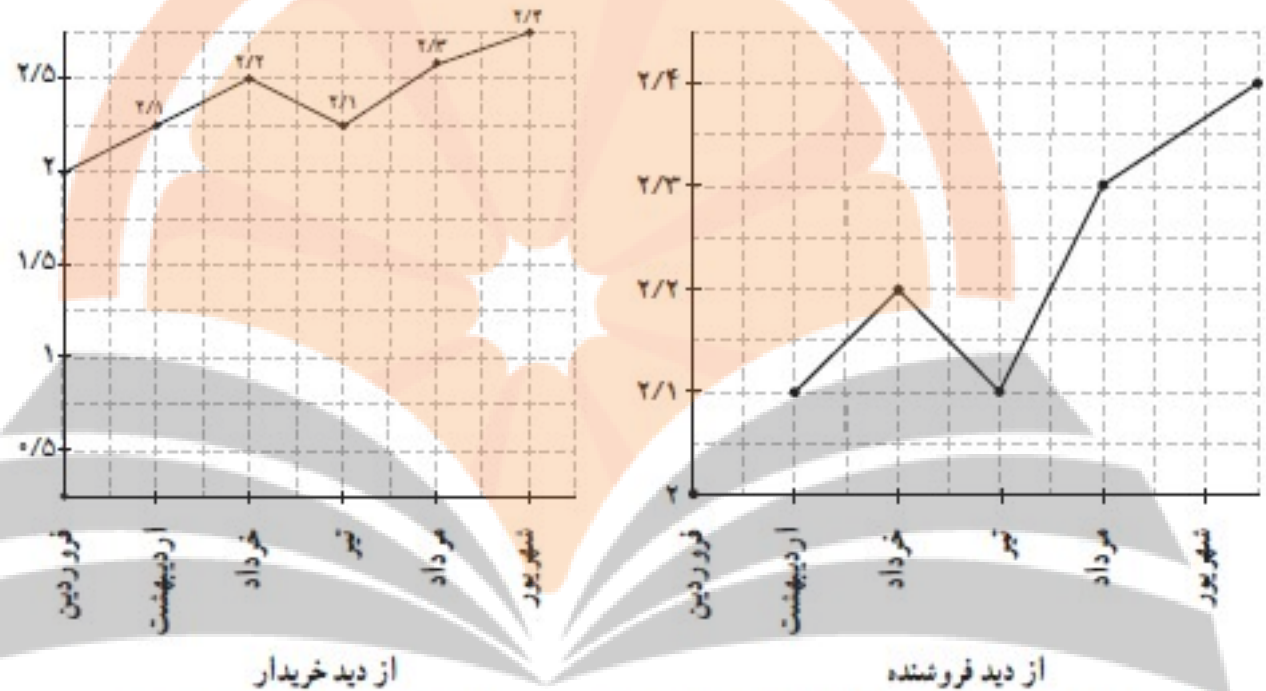
این تصویر، داده‌ها را از شکل طبیعی خارج می‌کند. برای نمایش تفاوت میانگین



۱ سود خالص یک شرکت خدماتی در شش ماه نخست سال برحسب میلیارد ریال به صورت زیر است :

فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور
۲/۰	۲/۱	۲/۲	۲/۱	۲/۳	۲/۴

خریدار و فروشنده سهام این شرکت نمودارهای زیر را رسم کرده اند. اعداد روی محورها را مشخص کنید.



به نظر شما کدام یک منطقی تر است؟ آیا می توانید نموداری بهتر از این دو نمودار رسم کنید؟

حل : اگر سودی که به دست می آید زیاد نباشد نمودار از دید خریدار و در غیر این صورت نمودار از دید فروشنده منطقی تر است.

برای رسم نمودار بهتر می توان واحد محورها را بزرگ تر در نظر گرفت.

۲ اگر درصد یا فراوانی متغیرهایی که نمودارهای آنها را رسم می کنیم نزدیک به هم باشند، آیا نمودار میله ای یا دایره ای برای مقایسه مناسب تر است؟

حل : در این صورت هر دو مناسب است اما نمودار دایره ای بهتر است.

۲ رسم نمودارهای میله ای و دایره ای برای داده های کمی مناسب تر هستند یا داده های کیفی؟

پاسخ : داده های کیفی

۱ چگونه برای داده های کمی نمودار میله ای یا دایره ای رسم می کنید؟ پاسخ : در حالت کمی تنها

تفاوتی که با حالت کیفی دارد این است که در نمودار میله ای روی محور افقی داده کمی قرار می گیرد و در نمودار دایره ای، درصد داده های کمی قرار می گیرد.

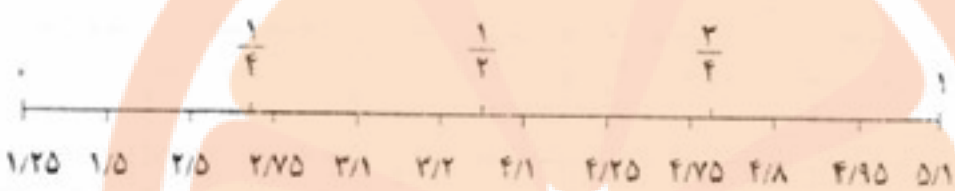


برای مرتب‌سازی  
 ۵۱۱ ۹۵

برای مجموعه داده‌های زیر نمودار جعبه‌ای بکشید.  
 $\frac{1}{25}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{25}, \frac{4}{75}, \frac{4}{95}, \frac{5}{1}$   
 راهنمایی:  $\frac{1}{25}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{25}, \frac{4}{75}, \frac{4}{95}, \frac{5}{1}$

گام اول: کمترین مقدار و بیشترین مقدار را مشخص کنید.  
 از آنجا که اعداد به ترتیب جبهه شده‌اند، اولین عدد کمترین مقدار است و آخرین عدد بیشترین مقدار.  
 گام دوم: چارک‌ها را مشخص کنید.  
 در این مجموعه ۱۲ عدد وجود دارد. می‌توانیم از شکل زیر یا از فرمول برای تعیین چارک‌ها استفاده کنیم.

۲۷۵  
 ۱۹۵

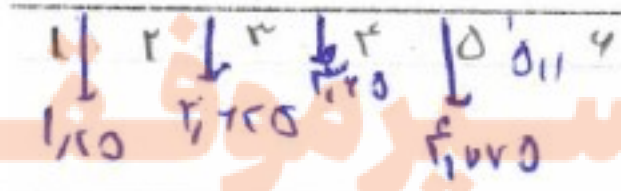


با نگاه به نسکال بالا در می‌یابیم که میانه بین مقادیر  $\frac{3}{1}$  و  $\frac{3}{2}$  است. بنابراین، مقدار میانه می‌شود:  $\frac{5}{2}$ .

چارک اول، بین مقادیر  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{2}{75}$  قرار می‌گیرد. بنابراین، مقدار اولین چارک می‌شود:  $\frac{2}{45}$ .  
 چارک سوم بین مقادیر  $\frac{4}{75}$  و  $\frac{4}{95}$  قرار می‌گیرد. بنابراین، مقدار سومین چارک می‌شود:  $\frac{4}{85}$ .

در باب سوالات ۳

۱۸ ۱۹ ۲۰ ۲۱ ۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵ ۲۶ ۲۷ ۲۸ ۲۹ ۳۰ ۳۱ ۳۲



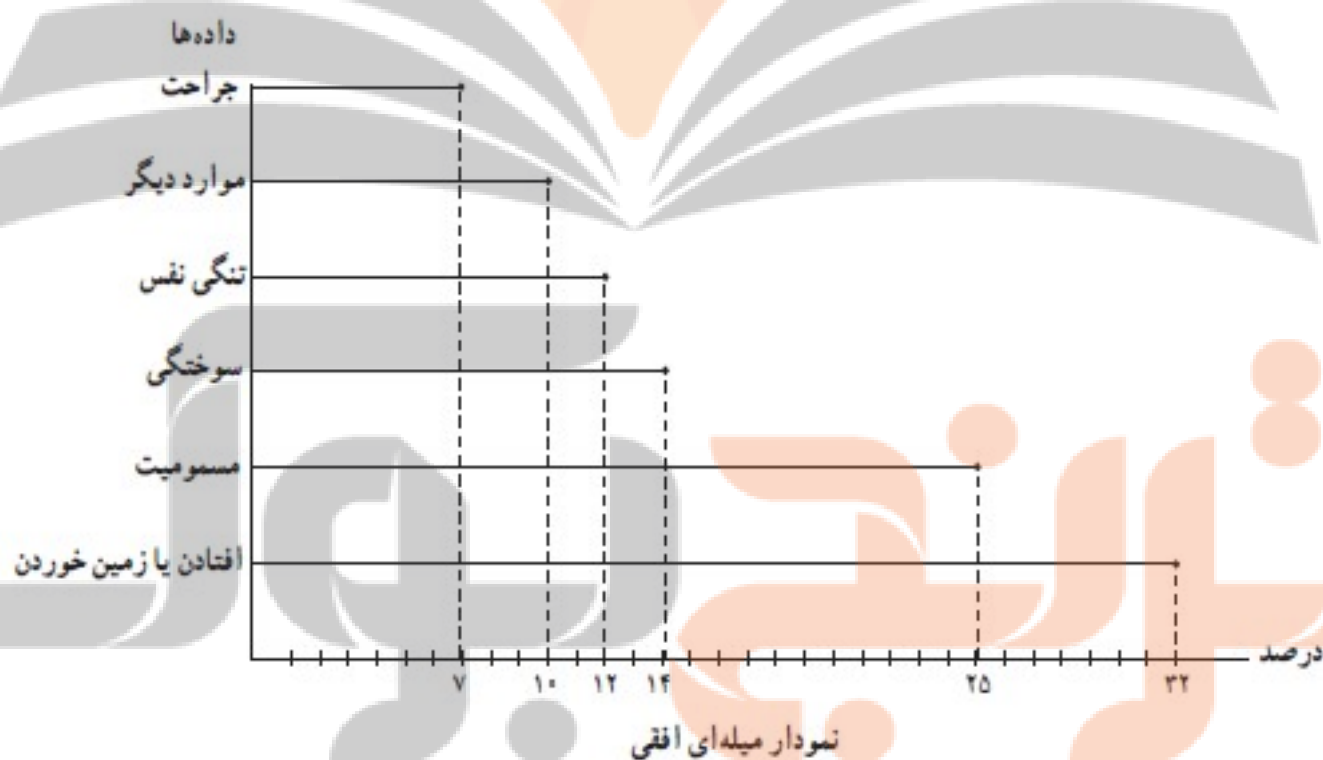
تلاشی در مسابقات

۱ نمودارهای میله‌ای فراوانی یا درصدها را نشان می‌دهند. چه زمانی باید از فراوانی‌ها و چه زمانی از درصدها استفاده کرد؟

پاسخ: در صورت مقایسه دو دسته داده از نمودار میله‌ای با درصد استفاده کنیم بهتر است و اگر بررسی یک دسته داده باشد از نمودار میله‌ای یا فراوانی استفاده می‌شود.

۲ نمودارهای میله‌ای افقی درست شبیه نمودارهای میله‌ای عمودی هستند، با این تفاوت که محورهای چرخیده‌اند. نمودارهای میله‌ای عمودی مرسوم‌تر هستند. به نظر شما رسم نمودارهای میله‌ای افقی چه زمانی مفید است؟

پاسخ: زمانی که اسم طبقات (متغیر کیفی) طولانی باشند نمودار میله‌ای افقی مفیدتر است و برای نمایش اسامی هر طبقه نیاز نیست به پهلو نوشته شود. به عنوان نمونه مثال اول درس را در اینجا رسم می‌کنیم.



# تلاشی در مسیر موفقیت

۲۷	۲۴	۲۶	۲۶	۲۹	۱۹	۳۱	۱۸	۲۳	۲۲	۲۵	۲۶	۲۷	۲۳	۲۹	۲۵	۲۵	۳۳	۳۱	۲۱	۲۶	۲۵
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

الف) نمودار نقطه‌ای رسم کنید و مقادیر میانگین، مد و میانه سن بازیکنان این تیم را روی محور افقی نشان دهید.

ب) نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم کنید.

پ) تعداد بازیکنانی که سن آنها بیشتر از میانگین است، بیشتر است یا تعداد بازیکنانی که سن آنها از میانگین کمتر است؟

ت) تعداد بازیکنانی که سن آنها بالاتر از میانه است بیشتر است یا تعداد بازیکنانی که سن آنها از میانه کمتر است؟ میانگین و میانه را در این بررسی مقایسه کنید، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

ث) چه تعداد از بازیکنان سن آنها بین چارک اول و چارک سوم قرار دارد؟ آیا بدون محاسبه چارک‌ها می‌توانستید به این سؤال پاسخ دهید؟

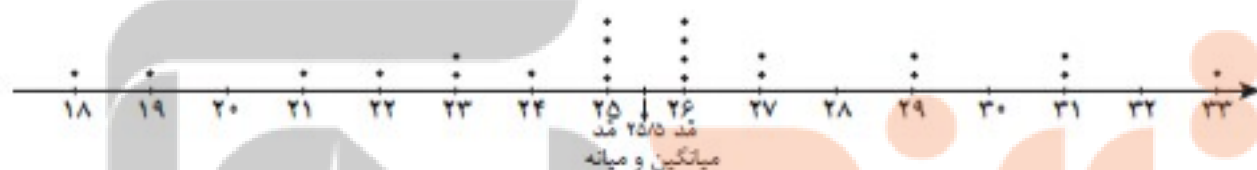
پاسخ: الف) ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

۱۸، ۱۹، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۵، ۲۵، ۲۵، ۲۶، ۲۶، ۲۶، ۲۶، ۲۷، ۲۷، ۲۹، ۲۹، ۳۱، ۳۱، ۳۳

با توجه به داده‌ها، مد دو عدد ۲۵ و ۲۶ با تکرار چهار بار می‌باشند و

$$Q_2 = \frac{25 + 26}{2} = 25.5$$

$$\bar{x} = \frac{18 + 19 + \dots + 33}{23} = \frac{561}{23} = 24.39$$



ب) چارک اول =  $Q_1 = 23$  و بزرگ‌ترین داده = ۳۱ = کوچک‌ترین داده

دائمه میان چارکی =  $IQR = 27 - 23 = 4$  چارک سوم =  $Q_3 = 27$  و میانگین  $Q = 25.5$



پ) تعداد بازیکنانی که سن آنها بیشتر از میانگین و تعداد بازیکنانی که سن آنها کمتر از میانگین است برابر است و ۱۱ نفر در هر قسمت می‌باشند.

ت) تعداد بازیکنانی که سن آنها بیشتر از میانه و تعداد بازیکنانی که سن آنها کمتر از میانه می‌باشد برابر است. در این مثال میانه و میانگین با هم برابر هستند.

ث) ۱۰ نفر از بازیکنان سن آنها بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرد.

با توجه به اینکه بین چارک اول و سوم هر دسته داده همیشه ۵۰ درصد داده‌ها قرار می‌گیرد؛ بدون داشتن چارک‌ها می‌توانیم تعداد را مطرح کنیم.





۱ مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

الف) شعاع دایره    ب) قطر دایره    پ) محیط دایره    ت) مساحت دایره

پاسخ: مساحت دایره (قسمت یا گزینه ت)

۲ نمودارهای حبابی برای نمایش چند متغیر عددی در یک نمودار به کار می‌روند؟

الف) یک متغیر    ب) دو متغیر    پ) سه متغیر    ت) محدودیتی ندارد

پاسخ: گزینه ت یعنی محدودیتی ندارد

# نکته بزرگ

## تلاشی در مسیر موفقیت

مؤلف:

آموزگاران شش درس را انتخاب و برای شما به صورت زیر فهرست می کنند گروه ریاضی استان خوزستان

- ۱..... ریاضی در آینه ..... ۱۵
- ۲..... مفروض ..... ۱۶
- ۳..... عکس ..... ۱۶
- ۴..... معادلات ..... ۱۷
- ۵..... ضرب ..... ۲۰
- ۶..... اعداد ..... ۲۸

الف) نمودار راداری نمره های خود را به صورت مقابل رسم کنید:



ب) نمودار خود را با یکی دیگر از دانش آموزان دغام کنید و با کمک یکدیگر، نمودار جدیدی رسم کنید.

پ) به نظر شما نمره های کدامتان بهتر است؟ هر نمودار را در آینه با خود

# نزدیک به بویک

## تلاشی در مسیر موفقیت

۱ نمودار راداری برای نمایش داده‌های چند متغیر کمتی به‌طور هم‌زمان به‌کار می‌رود؟  
پاسخ: درست است.

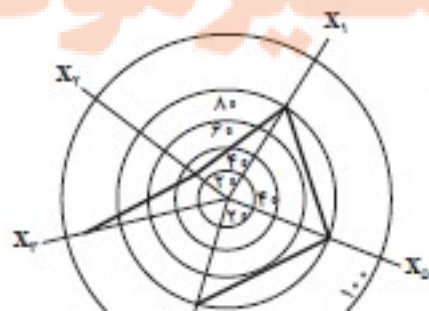
۲ زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری، چه چیزی را نشان می‌دهد؟  
پاسخ: اگر زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری یکسان باشد می‌توان از روی آن، تعداد تغییرها را تعیین کرد و اطلاعات دیگری نمی‌دهد.

۳ نمودار راداری چه چیزی به ما می‌گوید؟  
پاسخ: نمودار راداری به ما می‌گوید: - کدام مشاهده‌ها شبیه به یکدیگرند؟ - آیا داده دور افتاده‌ای وجود دارد؟ - مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به متغیرهای دیگر بیشتر یا کمتر است؟  
- مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به مشاهده‌های دیگر بیشتر یا کمتر است؟  
۴ کاربرد نمودار راداری در ورزش چیست؟  
پاسخ: از این نمودار در ورزش برای نشان دادن میزان قدرت وضعیت بازیکنان نسبت به یکدیگر استفاده می‌شود.

۵ اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری  $40^\circ$  درجه باشد، چند متغیر در نمودار حضور دارد؟  
پاسخ: چون زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری  $40^\circ$  درجه است و اگر بین تمام شعاع این زاویه رعایت شده باشد یکسان باشند در این صورت تعداد متغیرها، ۹ تا است زیرا:  $360 \div 40 = 9$   
۶ داده‌های زیر را که مربوط به شاخص‌های سلامت است، در قالب یک نمودار راداری نمایش دهید.

متغیر	ایران	پاکستان	ترکیه	بیشینه
$x_1$ عمر مورد انتظار در بدو تولد (سال)	۷۵/۵	۶۶/۴	۷۵/۸	۸۴
$x_2$ نسبت متخصصان سلامت (به ازای هر ۱۰ هزار نفر جمعیت)	۲۳/۰	۱۴/۰	۴۱/۱	۲۴۵
$x_3$ نسبت ولادت‌ها به وسیله متخصصان سلامت (درصد)	۹۶	۵۲	۹۷	۱۰۰
$x_4$ نسبت جمعیت دارای دسترسی به شبکه فاضلاب	۹۰	۶۴	۹۵	۱۰۰
$x_5$ شاخص آمادگی اجرای مقررات بین‌المللی سلامت	۸۵	۴۳	۷۸	۱۰۰

پاسخ: برای رسم نمودار، ابتدا پنج نیم‌خط که زاویه بین آنها  $72^\circ = \frac{360}{5}$  است را رسم کرده و هر نیم‌خط معرف  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  می‌باشد. با انتخاب یک کشور روی این نیم‌خط، تقسیم‌بندی با توجه به مقیاس را انجام داده متلاً روی هر نیم‌خط فاصله‌های  $20^\circ$  و  $40^\circ$  و  $60^\circ$  و  $80^\circ$  و  $100^\circ$  را انتخاب کرده (دایره‌ای به شعاع‌های داده شده) و اعداد داده شده را روی آن مشخص می‌کنیم. برای نمونه، نمودار ایران را رسم می‌کنیم و نقاط را به هم وصل می‌کنیم (در صورتی که دایره‌ها باعث اشتباه کشیدن شکل می‌شود می‌توان آنها را رسم نکرد).



به کمک اکسل، نمودار قابل تشخیص بهتری قابل رسم است.



تلاشی در مسیر موفقیت



دانلود گام به گام تمام دروس ✓

دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓

دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓

دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓

مشاوره کنکور ✓

فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)