


تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

فصل ۷: آمار و احتمال


درس اول: احتمال یا اندازه گیری شانس

صفحه ۱۴۲

فعالیت



۱) اگر دو تاس آبی و قرمز را با هم بیندازیم، تمامی حالت‌های ممکن را می‌توان در جدول زیر مشاهده کرد. ابتدا این جدول را کامل کنید و از طریق اصل ضرب درستی تعداد کل حالت‌های موجود در جدول را بررسی کنید؛ سپس به سؤال‌ها پاسخ دهید:

 	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱, ۱)	(۱, ۲)	(۱, ۳)	(۱, ۴)	(۱, ۵)	(۱, ۶)
۲	(۲, ۱)	(۲, ۲)	(۲, ۳)	(۲, ۴)	(۲, ۵)	(۲, ۶)
۳	(۳, ۱)	(۳, ۲)	(۳, ۳)	(۳, ۴)	(۳, ۵)	(۳, ۶)
۴	(۴, ۱)	(۴, ۲)	(۴, ۳)	(۴, ۴)	(۴, ۵)	(۴, ۶)
۵	(۵, ۱)	(۵, ۲)	(۵, ۳)	(۵, ۴)	(۵, ۵)	(۵, ۶)
۶	(۶, ۱)	(۶, ۲)	(۶, ۳)	(۶, ۴)	(۶, ۵)	(۶, ۶)

طبق اصل ضرب:

$$\left. \begin{array}{l} 6 \text{ حالت} \Rightarrow \text{تاس اول (آبی)} \\ 6 \text{ حالت} \Rightarrow \text{تاس دوم (قرمز)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{طبق اصل} \\ \text{ضرب} \end{array} \rightarrow 6 \times 6 = 36$$

کل حالت‌ها باید ۳۶ تا باشد.

۲) قطر آبی رنگ چه پیشامدی را نشان می‌دهد؟

پیشامد اینکه مجموع اعداد رو شده برابر ۷ باشد.

۳) خانه‌های مربوط به حالت‌هایی را که هر دو عدد رو شده زوج و هر دو عدد فردند، هاشور بزنید؛ چه الگویی به دست می‌آید؟

خانه‌های هر ردیف به صورت یک در میان هاشور می‌خورد.

۴) با توجه به جدول یک مسئله طرح کنید و پاسخ آن را توضیح دهید.

«در چند حالت مجموع اعداد رو شده تاس‌ها کمتر از ۵ است؟» ۶ حالت (۳و۱) (۲و۲) (۱و۳) (۱و۲) (۱و۱) (۱و۰)

۵) با توجه به جدول قطرهای آن، تعداد حالت‌ها برای مجموع دو تاس، در چه اعدادی برابر است؟ (راهنمایی: به عنوان مثال،

تعداد حالت‌ها برای مجموع ۵ و مجموع دو تاس ۹، برابر است.)

مجموع ۲ و ۱۲ - مجموع ۳ و ۱۱ - مجموع ۴ و ۱۰ - مجموع ۵ و ۹ - مجموع ۶ و ۸

صفحه ۱۴۳

کار در کلاس



فرض کنید می‌خواهیم یک تاس و یک سکه را با هم بیندازیم:
(۱) آیا می‌توانید نتیجه‌ی حاصل را به صورت قطعی بیان کنید؟

خیر

(۲) آیا این پدیده یا آزمایش، تصادفی است؟ چرا؟

بله، زیرا با وجودی که می‌دانیم سکه یا رو می‌آید یا پشت و تاس هم به ۶ حالت می‌نشیند، اما دقیقاً نمی‌دانیم کدام حالت اتفاق می‌افتد.

(۳) همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسید (فضای نمونه‌ای را تشکیل دهید).

$$S = \{(۱, رو), (۱, پشت), (۲, رو), (۲, پشت), (۳, رو), (۳, پشت), (۴, رو), (۴, پشت), (۵, رو), (۵, پشت), (۶, رو), (۶, پشت)\}$$

(۴) تعداد این حالت‌ها را با استفاده از اصل ضرب به دست آورید.

$$۱۲ \text{ حالت} = ۶ \text{ حالت تاس} \times ۲ \text{ حالت سکه}$$

(۵) جدول ۲×۶ یا ۶×۲ مربوط به این آزمایش را رسم کنید.

تاس \ سکه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
رو	(۱, رو)	(۲, رو)	(۳, رو)	(۴, رو)	(۵, رو)	(۶, رو)
پشت	(۱, پشت)	(۲, پشت)	(۳, پشت)	(۴, پشت)	(۵, پشت)	(۶, پشت)

صفحه ۱۴۵

کار در کلاس



(۱) با توجه به فعالیت ابتدای این درس (انداختن دو تاس) هر یک از پیشامدهای زیر را تشکیل دهید و جاهالی خالی را پر کنید.

$$A = \text{پیشامد آنکه هر دو تاس فرد باشند} = \{(۱, ۱), (۱, ۳), (۱, ۵), (۳, ۱), (۳, ۳), (۳, ۵), (۵, ۱), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$$

$$B = \text{پیشامد آنکه مجموع دو تاس ۶ باشد} = \{(۱, ۵), (۵, ۱), (۲, ۴), (۴, ۲), (۳, ۳)\}$$

$$C = \text{پیشامد آنکه تاس آبی مضرب ۳ بیاید} = \{(۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۴), (۳, ۵), (۳, ۶), (۶, ۱), (۶, ۲), (۶, ۳), (۶, ۴), (۶, ۵), (۶, ۶)\}$$

الف) پیشامد اینکه «هر دو تاس فرد و مجموع آنها ۶ باشد».

$$(A \cap B) = \{(۱, ۵), (۳, ۳), (۵, ۱)\} \rightarrow n(A \cap B) = ۳$$

ب) پیشامد آنکه «هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس ۶ باشد».

$$A \cup B = \{(۱, ۱), (۱, ۳), (۳, ۱), (۱, ۵), (۵, ۱), (۲, ۴), (۴, ۲), (۳, ۳), (۳, ۵), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$$

پ) پیشامد آنکه $(A - C)$ رخ بدهد؛ یعنی «هر دو تاس فرد باشند، ولی آبی مضرب ۳ نباشد» پس داریم:

$$A - C = \{(۱, ۱), (۱, ۳), (۱, ۵), (۵, ۱), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$$

ت) پیشامد $(C - B)$ را توصیف کنید و آن را تشکیل دهید.

$C - B$ پیشامد آن است که تاس آبی مضرب ۳ بیاید ولی مجموع دو تاس ۶ نباشد.

$$C - B = \{(۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۴), (۳, ۵), (۳, ۶), (۶, ۱), (۶, ۲), (۶, ۳), (۶, ۴), (۶, ۵)\}$$

ث) اگر پیشامد D را «مجموع دو تاس، عدد ۷ باشد» و پیشامد E را «هر دو تاس زوج باشند» تعریف کنیم، آیا D و E ناسازگارند؟ چرا؟

$$D = \{(۱, ۶), (۲, ۵), (۳, ۴), (۴, ۳), (۵, ۲), (۶, ۱)\}$$

$$E = \{(۲, ۲), (۲, ۴), (۲, ۶), (۴, ۲), (۴, ۴), (۴, ۶), (۶, ۲), (۶, ۴), (۶, ۶)\}$$

دو پیشامد D و E ناسازگارند زیرا $D \cap E = \emptyset$

۲) تاسی را می‌اندازیم، روی فضای نمونه‌ای حاصل، پیشامدهای A و B و C را طوری تعریف کنید که:

الف) A و B ناسازگار باشند.

A پیشامد آمدن عدد زوج و B پیشامد آمدن عدد فرد باشد.

ب) A و B و C دو به دو ناسازگار باشند.

A پیشامد آمدن عدد مضرب ۶، B پیشامد آمدن عدد اول و C پیشامد آمدن عددهای ۱ و ۴

پ) $(A \cap B)$ و C ناسازگار باشند.

A پیشامد آمدن عددهای اول، B پیشامد آمدن مضرب‌های عدد ۲، C پیشامد آمدن عددی که نه اول و نه مرکب است.

صفحه ۱۴۷

فعالیت



اگر S فضای نمونه‌ای متناهی و ناتهی برای یک آزمایش تصادفی باشد و A و B پیشامدهایی در این فضا باشند، در این صورت:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$\text{زیرا } A \subseteq S \Rightarrow 0 \leq n(A) \leq n(S) \Rightarrow \frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)} \Rightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$\text{II) } P(\phi) = 0, P(S) = 1$$

$$\text{زیرا } P(\phi) = \frac{n(\phi)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0, P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$$

$$\text{III) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

زیرا $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow$ تقسیم طرفین بر $n(S)$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

صفحه ۱۴۸

کار در کلاس

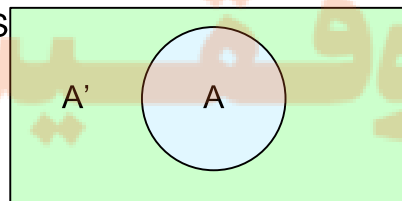


اگر A' متمم پیشامد A در فضای نمونه‌ای S باشد (A و A' ناسازگارند) نشان دهید.

$$P(A) = 1 - P(A')$$

$$\text{می‌دانیم } P(A \cup A') = P(S) = 1$$

$$\text{از طرفی } P(A \cup A') = P(A) + P(A') \Rightarrow P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(A) = 1 - P(A') \\ P(A') = 1 - P(A) \end{cases}$$



تمرین درس اول: احتمال یا اندازه گیری شانس

صفحه ۱۵۰

۱) هر یک از اعداد طبیعی و زوج کوچکتر از ۱۱ را روی یک کارت می‌نویسیم و یکی از این کارت‌ها را به تصادف بر می‌داریم: (الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش یا پدیده‌ی تصادفی را مشخص کنید.

$$S = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

(ب) چه تعداد پیشامد تصادفی را روی این فضای نمونه‌ای می‌توان تعریف کرد؟

هر پیشامد تصادفی زیر مجموعه‌ای از $S = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ است. چون S دارای ۵ عضو است پس دارای $2^5 = 32$ زیر مجموعه است. یعنی ۳۲ پیشامد روی این فضای نمونه‌ای می‌توان تعریف کرد. زیرا هر عضو S دارای ۲ حالت است. هر عضو می‌تواند در A باشد یا نباشد. بنابراین:

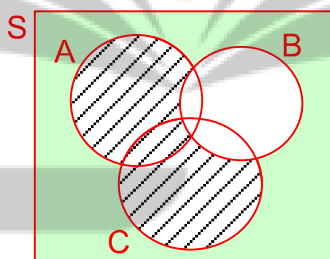
$$A = \{\square, \square, \square, \square, \square\}_{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \rightarrow n(A)=32}$$

(پ) پیشامد A را که در آن «عدد روی کارت انتخاب شده بر ۴ بخش‌پذیر باشد»، مشخص کنید.

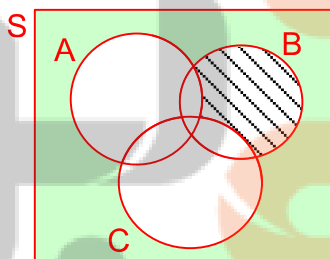
$$A = \{4, 8\}$$

۲) فرض کنید A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند. هر یک از عبارتهای توصیفی زیر را با نمودار ون نمایش دهید و هاشور بزنید.

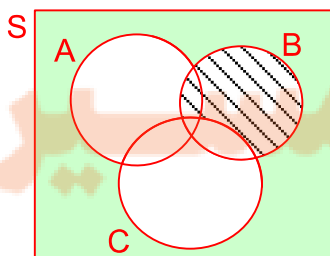
(الف) پیشامدهای A و C رخ بدهند؛ ولی B رخ ندهد.



(ب) فقط پیشامد B رخ بدهد.



(پ) پیشامد B رخ بدهد و C رخ ندهد.



۳) هر یک از ارقام ۱ تا ۸ را روی یک کارت می‌نویسیم و آنها را در یک کیسه قرار می‌دهیم؛ سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید:

الف) فضای نمونه‌ای و پیشامد A که در آن «عدد روی کارت زوج باشد».

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

ب) پیشامد B که در آن «عدد روی کارت اول باشد».

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

پ) پیشامد C که در آن «عدد رو شده بزرگ‌تر از ۲ باشد».

$$C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

۴) خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. فضای نمونه‌ای مربوط به فرزندان این خانواده را و پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.

$$S = \{(پ, پ, پ) و (پ, پ, د) و (پ, د, پ) و (پ, د, د) و (د, پ, پ) و (د, پ, د) و (د, د, پ) و (د, د, د)\}$$

پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد.

$$A = \{(د, د, د) و (د, د, پ) و (د, پ, د) و (د, پ, پ) و (پ, د, د) و (پ, د, پ) و (پ, پ, د) و (پ, پ, پ)\}$$

۵) سکه‌ای را به هوا می‌اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس می‌اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه‌ی دیگر را می‌اندازیم. الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

$$S = \{(پ, پ, ر) و (پ, پ, ر, ر) و (پ, ر, ر) و (پ, ر, ر, ر) و (پ, ر, ر, ر, ر) و (پ, ر, ر, ر, ر, ر) و (پ, ر, ر, ر, ر, ر, ر) و (پ, ر, ر, ر, ر, ر, ر, ر)\}$$

ب) پیشامد آنکه «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید.

$$A = \{(پ, ر, ر) و (پ, ر, ر, ر) و (پ, ر, ر, ر, ر)\}$$

پ) پیشامد آنکه «حداقل ۲ سکه رو بیاید» را مشخص کنید.

$$B = \{(پ, ر, ر) و (پ, ر, ر, ر) و (پ, ر, ر, ر, ر)\}$$

۶) می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز کلاس دهم رشته‌ی ریاضی و ۲ دانش‌آموز دهم رشته‌ی تجربی یک تیم دو نفره‌ی تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چقدر احتمال دارد:

الف) هر دو نفر از دانش‌آموزان کلاس دهم ریاضی باشند؟

$$n(S) = \binom{5}{2} = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

$$n(A) = \binom{3}{2} = 3$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{10}$$

ب) هر دو نفر، هم رشته باشند؟

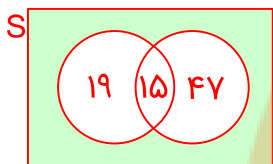
هر دو رشته تجربی یا هر دو رشته ریاضی = هر دو نفر هم رشته

$$\Rightarrow n(A) = \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = 3 + 1 = 4 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{10}$$

پ) ۱ نفر از رشته‌ی ریاضی و ۱ نفر از رشته‌ی تجربی باشد؟

$$n(A) = \binom{3}{1} \binom{2}{1} = 3 \times 2 = 6 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{10}$$

۷) یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. اگر ۳۴ درصد از مشتریان کارت نوع A ($P(A) = \frac{34}{100}$) و ۶۲ درصد کارت نوع B و ۱۵ درصد هر دو کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو کارت از این فروشگاه خرید کنند؟



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{34}{100} + \frac{62}{100} - \frac{15}{100} = \frac{81}{100}$$

۸) اگر ۷ نفر که دو نفر آنها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد:
الف) دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟

روش ۱: پیشامد اینکه دو برادر کنار هم باشند = A' و پیشامد اینکه دو برادر کنار هم نباشند = A

$$\left. \begin{array}{l} n(S) = 7! \\ n(A') = 6! \times 2! \\ n(A) = n(S) - n(A') \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 7! - 6! \times 2! \Rightarrow P(A) = \frac{7! - 6! \times 2!}{7!} = \frac{5040 - 1440}{5040} = \frac{3600}{5040} = \frac{5}{7}$$

روش ۲: $P(\text{دو برادر کنار هم نباشند}) = 1 - P(\text{دو برادر کنار هم باشند})$

$$= 1 - \frac{2 \times 6!}{7!} = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

ب) یکی از آنها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟



$$1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1$$



$$1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 \\ 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 240$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{240}{7!} = \frac{1}{21}$$

۹) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \subseteq B$ ، ثابت کنید، $P(A) \leq P(B)$.

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A) \leq n(B) \Rightarrow \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

فصل ۷: آمار و احتمال

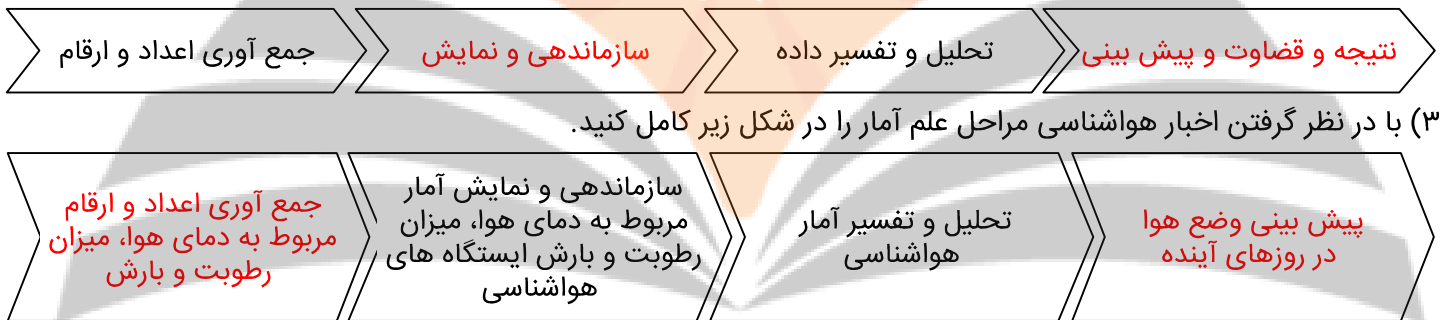
درس دوم: مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه

صفحه ۱۵۳

کار در کلاس



- ۱) در پیرامون خود، مثال‌هایی را از تصمیم‌گیری یا پیش‌بینی بر اساس اعداد و ارقام بیاورید.
 یک خانواده بر اساس میزان خرج‌های ماه‌های گذشته خود، هزینه زندگی در ماه‌های آینده را برای خود پیش‌بینی می‌کند.
 یک مربی بر اساس آمار مربوط به تعداد کم گل‌های زده تیمش در بازی‌های پیشین، تاکتیک جدیدی را برای بازی‌های بعدی پیش‌بینی می‌کند.
 یک معلم بر اساس نمرات دانش‌آموزان در فصل خاصی از کتاب درسی پیش‌بینی می‌کند که آیا دانش‌آموزان قادر هستند به سؤالات این فصل تا حد قابل قبول پاسخ دهند یا خیر.
 ۲) مراحل علم آمار را در شکل زیر کامل کنید.



۴) تفاوت آمار و علم آمار در چیست؟

- آمار، مجموعه‌ای از اعداد و ارقام و اطلاعات است، در حالی که علم آمار مجموعه‌ای از روش‌هایی شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش و تحلیل و تفسیر داده و در نهایت نتیجه‌گیری و پیش‌بینی و قضاوت مناسب در مورد پدیده‌هاست.
 ۵) مدیر کارخانه‌ای برای پیدا کردن تعداد کل لامپ‌های معیوب در یک ماه آینده، می‌خواهد یک تحقیق آماری انجام دهد. برای این منظور تعداد لامپ‌های معیوب را در چند روز کاری به صورت زیر جمع‌آوری کرده است.

روزهای کاری	روز کاری اول	روز کاری دوم	روز کاری سوم	روز کاری چهارم	روز کاری پنجم
تعداد لامپ‌های معیوب	۵۰	۷۰	۹۰	۱۲۰	۱۸۰

بر اساس داده‌های به دست آمده، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) روند تغییر اعداد و ارقام در این تمرین نشان‌دهنده‌ی چه چیزی است؟

نشان‌دهنده افزایش تعداد لامپ‌های معیوب است که به نوعی مشخص می‌کند دستگاه‌های خط تولید دچار اشکال شده‌اند.

ب) در این تمرین چه چیزی به عنوان آمار محسوب می‌شود؟

جدول مربوط به تعداد لامپ‌های معیوب، آمار محسوب می‌شود.

پ) بهترین تصمیمی که مدیر کارخانه بر اساس «علم آمار» می‌تواند بگیرد، چیست؟

توقف یا اصلاح خط تولید لامپ‌ها ادامه‌ی خط تولید لامپ‌ها

۶) کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است؟

الف) اولین قدم در استفاده از «علم آمار»، جمع‌آوری داده‌هاست. **درست**

ب) پیش‌بینی و تصمیم‌گیری برای آینده، نتیجه‌ی استفاده از «علم آمار» است. **درست**

(پ) «علم آمار» همان اعداد و ارقام است. **نادرست**
 (۷) به شکل روبه‌رو توجه کنید: آیا این شکل را می‌توان به اعداد و ارقام تبدیل کرد؟ اعداد و ارقام آن چگونه‌اند؟ برای پاسخ به این سؤالات کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر را مطالعه کنید.
بله، اعداد و ارقامی که به این تصویر نسبت داده می‌شود بر اساس رنگ و میزان روشنایی آن رنگی است که در هر پیکسل وجود دارد.



(۸) جدول سمت راست، جدول عددی شکل سمت چپ نامیده می‌شود. اگر رنگ سبز را با عدد ۳ و رنگ زرد را با عدد ۲، رنگ قرمز را با عدد ۱ و رنگ مشکی را با عدد صفر نشان دهیم، جدول عددی و شکل زیر را کامل کنید.



۱	۳	۲
۱	۲	۰
۳	۰	۳

صفحه ۱۵۷

کار در کلاس



در نمودار روبه‌رو تعداد کل قطعات تولیدی دو کارخانه‌ی «الف» و «ب» مشخص شده است. برای شناسایی تعداد قطعات معیوب، نمونه‌هایی از تعداد کل قطعات تولیدی انتخاب شده که در نمودار روبه‌رو ارائه شده است. با توجه به اعداد و ارقام موجود در نمودار، جدول صفحه‌ی بعد را کامل کنید.



اندازه‌ی نمونه	نمونه	اندازه‌ی جامعه	عضو جامعه	جامعه
۱۰۰۰	قطعات تولیدی انتخابی	۶۰۰۰	قطعات تولیدی	کارخانه الف
۷۵۰	قطعات تولیدی انتخابی	۵۰۰۰	قطعات تولیدی	کارخانه ب

تمرین درس دوم: مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه

صفحه ۱۵۸

(۱) می‌خواهیم درباره‌ی کیفیت محصولات تولیدی یک کارخانه، تحقیقی انجام دهیم. برای این منظور، از تعداد کل قطعات تولید شده در کارخانه که برابر با ۱۰۰۰۰ قطعه است، ۱۰۰ قطعه انتخاب می‌شود. با توجه به اطلاعات موجود، جدول زیر را کامل کنید:

ویژگی مورد بررسی	اندازه‌ی نمونه	اندازه‌ی جامعه	جامعه
کیفیت محصولات	۱۰۰	۱۰۰۰۰	کل محصولات تولیدی کارخانه

(۲) کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است؟

(الف) اندازه‌ی جامعه کمتر از نمونه است. **نادرست**

(ب) اعضای نمونه، همان اعضای جامعه‌اند. **نادرست**

پ) نمونه‌ی زیر مجموعه‌ای از جامعه است. **درست**
 ۳) در شکل زیر، دانش‌آموزان یک مدرسه در صف صبحگاهی مشاهده می‌شوند.
 هر صف افقی نشان‌دهنده‌ی تعداد دانش‌آموزان یک کلاس است. جامعه و اعضای آن را مشخص کنید و دو نمونه دلخواه از این جامعه را ارائه کنید.



جامعه: کل دانش‌آموزان

اعضای جامعه: دانش‌آموزان مدرسه

نمونه ۱: دانش‌آموزانی که در زنگ اول و سوم به حیاط نمی‌روند.

نمونه ۲: دانش‌آموزانی که در روز دوشنبه، شیرکاکائو می‌آورند.

نزدیک به بویک

تلاشی در مسیر موفقیت

فصل ۷: آمار و احتمال درس سوم: متغیر و انواع آن

صفحه ۱۶۰

کار در کلاس



۱) شکل «ب» یک خودرو را نشان می‌دهد، برخی از ویژگی‌های این خودرو مانند سرعت، میزان بنزین مصرفی و رنگ خودرو در شکل مشخص شده است.

«سرعت خودرو» و «میزان بنزین مصرفی» قابل اندازه‌گیری است. به عنوان مثال حداکثر سرعت این خودرو در جاده‌ها ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است. به عبارت دیگر مقدار متغیر «سرعت خودرو» برابر با ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است.

همچنین اگر خودرویی به عنوان مثال برای هر ۱۰۰ کیلومتر، ۸ لیتر بنزین مصرف کند؛ بنابراین مقدار متغیر «میزان مصرف خودرو» برابر با ۸ لیتر برای هر ۱۰۰ کیلومتر است.

ولی در این مثال رنگ خودرو قابل اندازه‌گیری نیست. می‌توان انواع رنگ‌های مشکی، سفید و ... را به عنوان مقادیر متغیر «رنگ خودرو» در نظر گرفت و آنها را با اعداد دلخواهی مانند عدد یک برای رنگ مشکی و عدد دو برای رنگ سفید نشان داد.

به نظر شما چه متغیرهای دیگری در این خودرو می‌توان معرفی نمود؟

در سطرهای خالی مقدار هر یک از متغیرهای معرفی شده‌ی جدید را بیان کنید.

مقدار متغیر	متغیرهای یک خودرو
۱۲۰	حداکثر سرعت مجاز خودرو در جاده
۸	میزان بنزین مصرفی برای هر ۱۰۰ کیلومتر
سفید	رنگ خودرو
۴	تعداد درب
۱۶۰۰CC	حجم موتور

۲) جدول زیر متغیرهایی را که درباره‌ی یک دانش‌آموز مطالعه شده است، نشان می‌دهد. مقدار این متغیرها را درباره‌ی خودتان در جدول زیر بنویسید.

مقدار متغیر	متغیرهای یک دانش‌آموز
۱۶ سال	سن دانش‌آموز
۱۸	نمره ریاضی نهم دانش‌آموز
A	گروه خونی (A, B, O, AB)
۱۷۰ سانتی‌متر	قد دانش‌آموز
۶۰ کیلوگرم	وزن دانش‌آموز

۳) با توجه به مطالب مربوط به کاربرد علم آمار در محیط زیست، متغیرها و مقدار متغیرهای مربوط به یوزپلنگ ایرانی را در جدول روبه‌رو بنویسید.

مقدار متغیر	متغیر
۱/۲ متر	طول بدن
۲۷-۴۰ کیلوگرم	وزن
کوچک	جنه
۴۸-۶۸ سانتی-متر	طول دم

۴) در یک کارخانه، کارگران مشغول کارند. مهندس این کارخانه، این کارگران را بر اساس مهارت به صورت بسیار ماهر، ماهر، متوسط و ضعیف درجه‌بندی کرده است. متغیر و مقدار متغیر را برای کارگران بنویسید.

متغیر همان مهارت کارگران است. میزان متغیر قابل اندازه‌گیری نبوده است و مهندس کارخانه بر اساس بسیار ماهر، ماهر، متوسط و ضعیف به آنها نسبت داده است.

صفحه ۱۶۲

فعالیت



در یک شهر با افراد مختلفی روبه‌رو می‌شویم و از آنها سؤالاتی می‌کنیم. آنها به صورت زیر، به سؤالات ما پاسخ داده‌اند. به عنوان مثال:

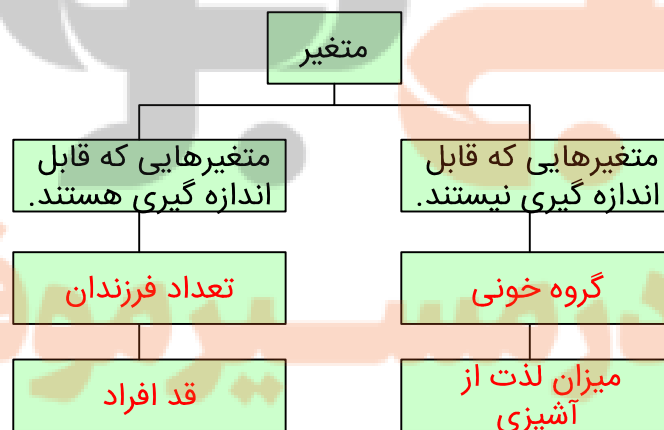


حال به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) با توجه به شکل‌های مورد نظر، پاسخ‌های افراد را در جدول زیر قرار دهید و آن را کامل کنید.

نام متغیر	مرد	زن
تعداد فرزندان	-	۲
قد افراد	۱۸۲/۵	۱۷۰
گروه خونی	A	O
میزان لذت بردن از آشپزی	کم	بسیار زیاد

ب) با توجه به متغیرهای بیان شده، کدام متغیرها قابل اندازه‌گیری‌اند و کدام نیستند؟ به جای علامت سؤال نام متغیر مورد نظر را بنویسید.

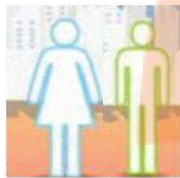


صفحه ۱۶۳

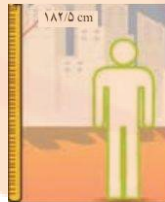
کار در کلاس



۱) با توجه به شکل‌ها، جملات را کامل کنید:
 در شکل «الف»، تعداد مسافران یک قطار، یک متغیر کمی است.
 در شکل «ب» اقوام ایرانی یک متغیر کیفی است.
 در شکل «پ» قد فرد، یک متغیر کمی است.
 در شکل «ت» جنسیت افراد یک متغیر کیفی است.



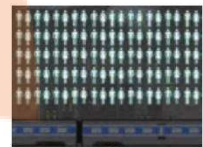
شکل ت



شکل ب



شکل پ



شکل الف

کمی کیفی
 کمی کیفی
 کمی کیفی

۲) نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید.
 الف) انواع هواپیما (مسافربری، باربری، جنگنده)
 ب) مدت زمانی که طول می‌کشد از خانه به مدرسه برسید.
 پ) رنگ چشم (میشی، آبی، قهوه‌ای)
 ۳) جدول زیر را کامل کنید.

نوع متغیر	پاسخ (مقدار متغیر)	سؤال (متغیر)
کیفی	مشکی، قهوه‌ای، طلایی، سفید، قرمز	موی شما چه رنگی است؟
کمی	۶۰ تا ۷۰ کیلوگرم	وزن شما چه عددی است؟
کیفی	بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، بسیار کم، لذت نمی‌برم.	چقدر از تماشای بازی فوتبال لذت می‌برید؟

صفحه ۱۶۴

فعالیت



همان‌گونه که در فعالیت قبل مطرح شد، پاسخ دو سؤال زیر، متغیرهایی از نوع کمی‌اند.

۱) از مادر یک خانواده می‌پرسیم: چند فرزند دارید؟

برخی از جواب‌های ممکن: ۰، ۱، ۲، ۳ و ...

۲) قد شما چند سانتی‌متر است؟

برخی از جواب‌های ممکن: ۱۵۰ سانتی‌متر تا ۱۷۰ سانتی‌متر، ۱۵۹ سانتی‌متر، ۱۶۰/۵ سانتی‌متر و ...

۳) فرض کنید کمترین و بیشترین وزن در جامعه‌ی دانش‌آموزان پایه‌ی دهم کشور به ترتیب ۴۶ کیلوگرم و ۷۵ کیلوگرم باشد. در این صورت وزن تمام دانش‌آموزان کشور در بازه‌ی [۴۶، ۷۵] قرار می‌گیرد.

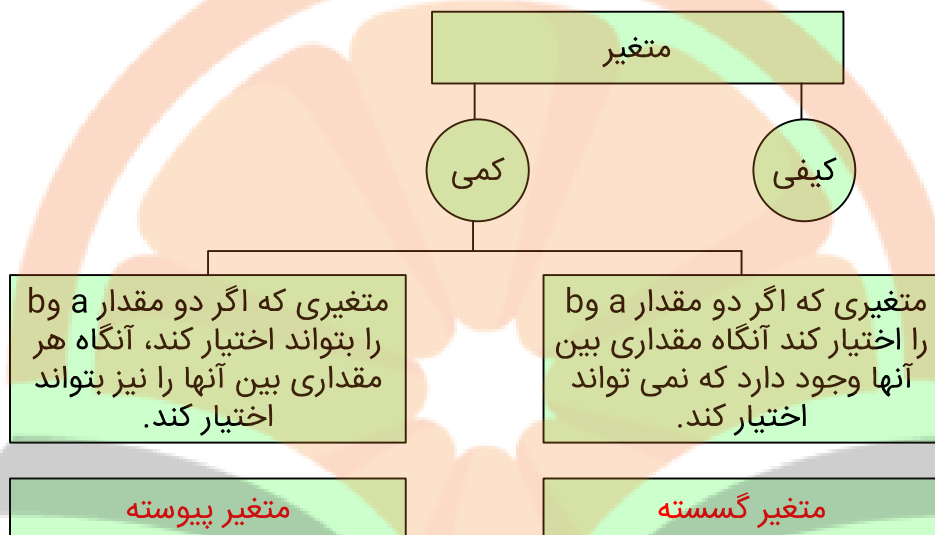
آیا هر عددی از این بازه می‌تواند وزن یک دانش‌آموز باشد؟ **بله**

۴) فرض کنید کمترین و بیشترین تعداد فرزندان یک خانواده در کشور به ترتیب ۰ و ۲۰ باشد. در این صورت تعداد فرزندان خانواده در این کشور عددی صحیح از بازه‌ی [۰، ۲۰] خواهد بود. آیا هر عددی از این بازه می‌تواند نشان دهنده‌ی تعداد فرزندان یک خانواده باشد؟ **خیر**

۵) متغیرهای مطرح شده در قسمت‌های ۳ و ۴ کمی‌اند و یا کیفی؟ **کمی**

۶) چه تفاوتی در متغیرهای مطرح شده در قسمت‌های ۳ و ۴ وجود دارد که جواب‌های مربوط به آنها متفاوت است؟

عدد مربوط به وزن می‌تواند عددهای بین دو عدد طبیعی را نیز اختیار کند ولی تعداد فرزندان این ویژگی را ندارد. (۷) با توجه به قسمت‌های ۳ و ۴ در شکل زیر به جای علامت سؤال، پاسخ مناسب قرار دهید.



صفحه ۱۶۵

کار در کلاس



(۱) با پرکردن جاهای خالی، پیوسته یا گسسته بودن متغیرهای کمی زیر را مشخص کنید.
 (الف) سرعت خودرو یک متغیر پیوسته است. مقدار آن متغیر ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است.
 (ب) میزان مصرف بنزین این خودرو، یک متغیر پیوسته و مقدار آن برای هر ۱۰۰ کیلومتر ۱۲ لیتر است.
 (پ) تعداد سرنشینان مجاز در این خودرو، یک متغیر گسسته است و این تعداد برابر با ۵ است.
 (۲) انواع متغیرهای زیر را مشخص کنید:

- (الف) تعداد ماهی‌های یک دریا گسسته پیوسته
 (ب) مدت زمانی که طول می‌کشد از خانه به مدرسه برسید. گسسته پیوسته
 (پ) وزن افراد گسسته پیوسته
 (ت) تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه پیوسته گسسته

(۳) در جدول زیر، پاسخ شما چه نوع متغیری (گسسته یا پیوسته) است؟

سؤال (متغیر)	پاسخ (مقدار متغیر)	نوع متغیر
قد شما چه عددی است؟	عددی بین ۱۷۲ تا ۱۸۵ سانتی‌متر	پیوسته
وزن شما چه عددی است؟	۸۰/۵ کیلوگرم	پیوسته
تعداد دوستان شما چند نفر است؟	۰، ۱، ۲، ۳، ...	گسسته
وزن دوستان چه عددی است؟	۷۰، ۷۱، ۷۲ و ... کیلوگرم	پیوسته
شاخص توده‌ی بدن خانواده‌ی شما چه عددی است؟	۲۲، ۳۲/۵، ۳۰ و ...	پیوسته
ارتفاع شانه یوپلنگ ایرانی چقدر است؟	عددی بین ۳۸ تا ۶۷ سانتی‌متر	پیوسته



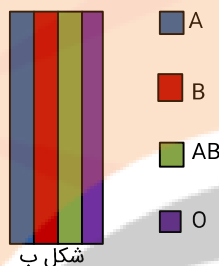
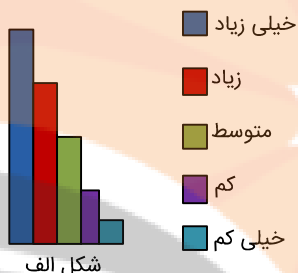
به سؤال‌های زیر توجه کنید:

سؤال: از یک آقا و خانم می‌پرسیم: چقدر از آشپزی کردن لذت می‌بری؟

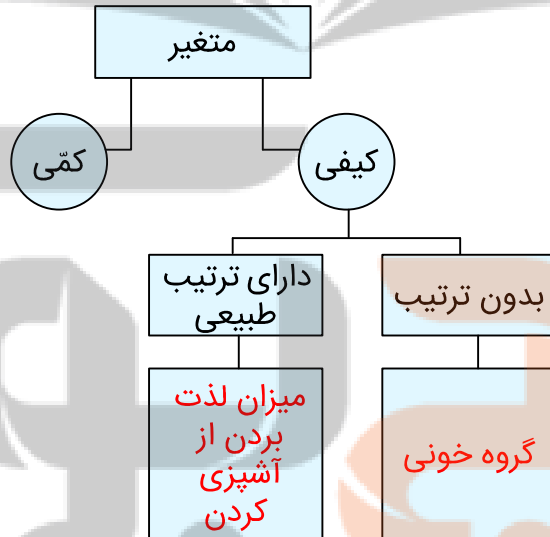
برخی از جواب‌های ممکن: خیلی زیاد، زیاد، متوسط، کم، خیلی کم.

سؤال: گروه خونی خود را بگویید.

برخی از جواب‌های ممکن: گروه خونی A، B، AB، O



در پاسخ به سؤال اول، یک ترتیب طبیعی وجود دارد. همانند شکل «الف» در صورتی که در پاسخ به سؤال دوم نمی‌توان ترتیب طبیعی قائل شد، شکل «ب» را ملاحظه کنید. در شکل زیر به جای علامت سؤال، پاسخ مناسب را قرار دهید.



با توجه به شکل‌های زیر جملات زیر را کامل کنید:

در شکل «الف»، جنسیت افراد، یک متغیر اسمی است و مقادیر آن زن و مرد است.

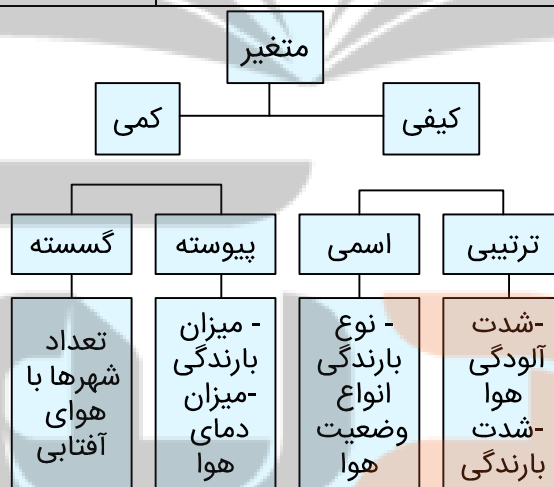
در شکل «ب» مقام‌هایی که یک ورزشکار در مسابقه به دست می‌آورد، یک متغیر کیفی ترتیبی است و مقادیر آن اول، دوم و سوم است.

در شکل «پ»، میزان علاقه‌ی شما درباره‌ی خورش قیمه سؤال شده است که یک متغیر کیفی اسمی است و مقادیر آن بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، بسیار کم است.

تمرین درس سوم: متغیر و انواع آن صفحه ۱۶۸

- ۱) با پر کردن جاهای خالی، اسمی یا ترتیبی بودن متغیرهای زیر را مشخص کنید.
- (الف) مراحل رشد یک انسان (نوزاد، کودک، نونهال، نوجوان، جوان، میان‌سال، کهن‌سال) اسمی ترتیبی
- (ب) نژاد افراد (سفید پوست، زردپوست، سیاه پوست) اسمی ترتیبی
- (پ) رنگ موی افراد (مشکی، قهوه‌ای، طلایی) اسمی ترتیبی
- (ت) کیفیت میوه‌ی هلو (درجه ۱، درجه ۲، درجه ۳) اسمی کیفی
- ۲) نوع متغیرها را در نمودار زیر، دسته بندی کنید.

نوع متغیر	متغیر
کمی پیوسته	۱) میزان بارندگی بر حسب سانتی‌متر در یک شهر
کیفی اسمی	۲) نوع بارندگی (باران و برف)
کمی گسسته	۳) تعداد شهرهایی که در یک روز هوای آفتابی دارند.
کمی پیوسته	۴) میزان دمای هوا
کیفی ترتیبی	۵) شدت آلودگی هوا (زیاد، متوسط، کم)
کیفی اسمی	۶) انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی، برفی)
کیفی ترتیبی	۷) شدت بارندگی (زیاد، متوسط، کم)



۳) جدول متغیرهای دانش‌آموزان را نشان می‌دهد. انواع متغیرها از نظر کمی، کیفی، گسسته، پیوسته، ترتیبی و اسمی را در جدول زیر کامل کنید.

متغیرهای دانش‌آموزان	متغیر کمی	متغیر کیفی	متغیر گسسته	متغیر پیوسته	متغیر ترتیبی	متغیر اسمی
سن	×			×		
نمره ریاضی نهم	×			×		
جنسیت (دختر و پسر)		×				×
قد	×			×		
وزن	×			×		
میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)		×			×	
میزان رضایت مدرسه (بسیار، متوسط، ضعیف)		×			×	
شاخص توده‌ی بدن	×			×		

۴) فرض کنید وزن شخصی ۹۵ کیلوگرم و قد او $\frac{1}{60}$ سانتی‌متر باشد.
الف) شاخص توده‌ی بدن این شخص را حساب کنید.

$$\frac{95}{(1/6)^2} = \frac{95}{2/56} \approx 37/1$$

ب) شاخص توده بدنی شخص چه نوع متغیری از نظر کمی، کیفی، گسسته، پیوسته، اسمی و ترتیبی است؟
کمی پیوسته

۵) جدول سمت راست، جدول عددی شکل سمت چپ است. اگر رنگ سبز را با عدد ۳، رنگ سفید را با عدد ۲ و رنگ قرمز را با عدد ۱ نشان دهیم، جدول عددی و شکل زیر را کامل کنید. این شکل چه چیزی است؟



شکل

۳	۳	۳
۲	۲	۲
۱	۱	۱

جدول عددی

۶) جامعه و نمونه را تعریف کنید و برای هر یک مثال بزنید.

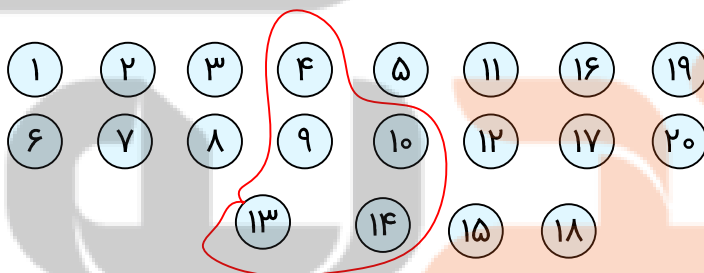
جامعه: مجموعه تمام افراد یا اشیائی که یک یا چند ویژگی آنها مورد تحقیق قرار گیرد. مثال: دانش‌آموزان مدرسه
نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب می‌شود.

۷) شکل زیر یک جامعه‌ی فرضی را نشان می‌دهد که اعضای آن را با شماره‌های ۱ تا ۲۰ مشخص کرده‌ایم. همچنین اعضای نمونه با خط سبزرنگ انتخاب شده‌اند. به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) اندازه‌ی جامعه چه عددی است؟ ۲۰

ب) اندازه‌ی نمونه انتخابی چه عددی است؟ ۵

پ) اعضای نمونه‌ی انتخابی را بنویسید. $\{4, 9, 10, 13, 14\}$ = نمونه



۸) جدول زیر را کامل کنید.

متغیر	نوع متغیر
وزن یک هلو	کمی پیوسته
کیفیت یک هلو	کیفی ترتیبی
اندازه‌ی طول بدن یوزپلنگ ایرانی	کمی پیوسته
اقوام ایرانی	کیفی اسمی
وضعیت آب و هوا	کیفی اسمی
دمای هوا در قله	کمی پیوسته
فشار هوا در قله کوه	کمی پیوسته

تلاشی در مسیر موفقیت



دانلود گام به گام تمام دروس ✓

دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓

دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓


دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓

مشاوره کنکور ✓

فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)