

تلاشی در مسیر موفقیت



دانلود گام به گام تمام دروس ✓

دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓

دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓

دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓

مشاوره کنکور ✓

فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

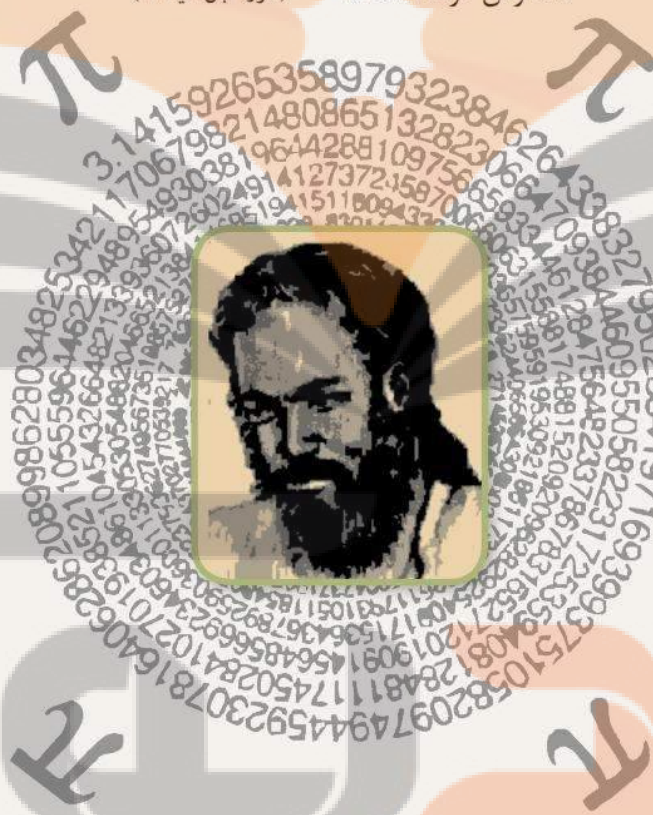
عددهای حقیقی



«... وَ أَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَ أَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا»

«... و او (خداوند) به آنچه نزد آنهاست احاطه دارد و همه چیز را به عدد

شمارش کرده است.» (سوره جن، آیه ۲۸)



غیاث‌الدین جمشید کاشانی زبردست‌ترین حسابدان، برجسته‌ترین ریاضی‌دان دوره اسلامی و از بزرگ‌ترین مفاخر تاریخ ایران به‌شمار می‌رود. کاشانی به روشی کاملاً خلاقانه و از طریق محاسبه و مقایسه محیط چندضلعی‌های محاطی و محیطی توانست عدد π که عددی **حقیقی** و **گنگ** است را تا ۱۶ رقم بعد از اعشار محاسبه کند که تا حدود ۱۵۰ سال پس از وی کسی در جهان نتوانست با دقت بهتری آن را محاسبه کند. او در ابتدای رساله محیطیه خود به زبان ریاضی به نام خدا را چنین بیان می‌کند:
«به نام او که از اندازه نسبت محیط دایره به قطرش آگاه است.»

فعالیت

۱- در فصل گذشته با نمایش‌های مختلف مجموعه‌های اعداد آشنا شدید. عبارت‌های زیر را مانند نمونه کامل کنید:

ردیف	عبارت کلامی	زبان نمادین	محور
۱	عددهای طبیعی بیشتر یا مساوی ۳	$\{x \in \mathbb{N} x \geq 3\}$ $\{3, 4, 5, \dots\}$	
۲	عددهای حسابی کوچکتر یا مساوی ۲	$\{x \in \mathbb{W} x \leq 2\}$ $\{0, 1, 2\}$	
۳	عددهای صحیح بین -۳ و ۲	$\{x \in \mathbb{Z} -3 < x < 2\}$ $\{-2, -1, 0, 1\}$	
۴	عددهای صحیح بزرگتر از -۱	$\{x \in \mathbb{Z} x > -1\}$ $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$	

نامساوی $x \geq 3$ برای کدام یک از عددهای زیر درست است؟ اعداد ۳، ۴ و ۵
 نادرست $1 \geq 3$ و نادرست $2 \geq 3$ ، $3 \geq 3$ ، $4 \geq 3$ ، $5 \geq 3$ ، $1, 2$ ، $3, 4, 5$

۲- می‌خواهیم بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ چند کسر بنویسیم. روش‌های مختلفی را که چهار دانش‌آموز نوشته‌اند، بررسی و کامل کنید؛ راه حل هر کدام را توضیح دهید.

صبحه ۱۹/۱

روش بهار

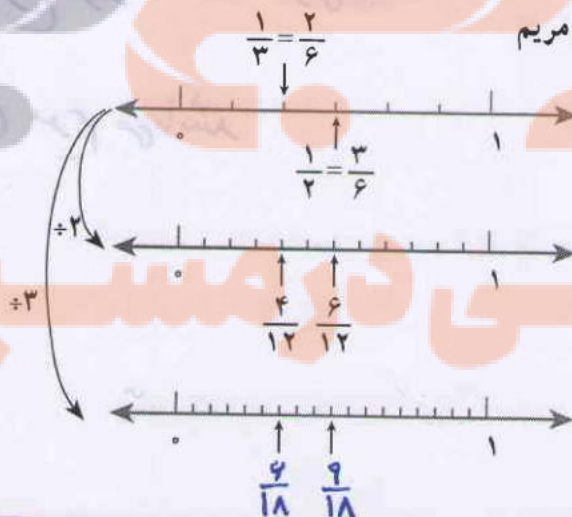
روش مریم

$$\frac{1}{3} < ? < \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{6} < ? < \frac{3}{6}$$

$$\frac{4}{12} < \frac{5}{12} < \frac{6}{12}$$

$$\frac{6}{18} < \frac{7}{18}, \frac{8}{18} < \frac{9}{18}$$



- ۱- ابتدا هر دو کسر را همخرج کرده و سپس اعداد $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ و $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ را روی محور مشخص کرده است
- ۲- برای نسبت آوردن عدد بین این دو عدد هر قسمت را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده، لذا یک واحد به دوازده قسمت مساوی تقسیم می شود بنابراین $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ و $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ می باشد و کسر $\frac{5}{12}$ طبق شکل بین این دو عدد قرار می گیرد
- ۳- در این مرحله به جای تقسیم هر کدام از قسمت های کوچک به ۲ قسمت مساوی، هر کدام از آن ها را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می کنند، لذا واحد به ۱۸ قسمت مساوی تقسیم می شود بنابراین $\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ و $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ می باشد و دو کسر $\frac{7}{18}$ و $\frac{8}{18}$ بین این دو عدد قرار می گیرد

بهار دقیقاً کار مردم را انجام داده است ولی محور رسم نکرده است. روشن مردم معنوی تر

ولی روشن بهار سریع تر می باشد

من توانم ببینم روشن بهار نتیجه ی روشن مردم می باشد

تلاشی در مسیر موفقیت

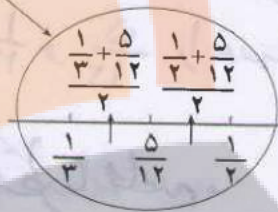
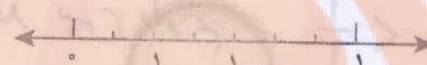
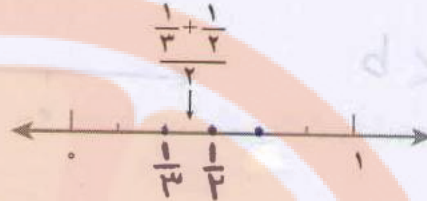
روش عطیه

$$\frac{1}{3} < ? < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{2} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$

روش مهناز



الف) با یکی از روش‌ها توضیح دهید که چرا بین دو کسر می‌توان بیشمار، کسر پیدا کرد. صفحه ۲۰/۱

ب) آیا مجموعه عددهای گویا را می‌توان با نوشتن عضوها نشان داد؟ چرا؟ **خیره چون بین دو عدد گویا**

ج) آیا می‌توان مجموعه عددهای گویا را با محور اعداد نمایش داد؟ **خیر بی شمار عدد گویا وجود دارد**

د) عددهای گویا را به زبان نمادین معرفی کنید.

$$\left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

$$\left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N} \right\}$$

کار در کلاس

۱- بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{4}$ سه کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید. صفحه ۲۰/۱

۲- بین $-\frac{1}{2}$ و -1 دو کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید.

روش دوم

صفحه ۲۰/۲

$$-1 = -\frac{2}{2} = -\frac{2 \times 3}{2 \times 3} = -\frac{6}{6} < -\frac{5}{6}, -\frac{4}{6} < \frac{1}{2} = -\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = -\frac{3}{6}$$

فعالیت

۱- می‌خواهیم کسرهای $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{7}{8}$ و $\frac{5}{9}$ را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسیم.

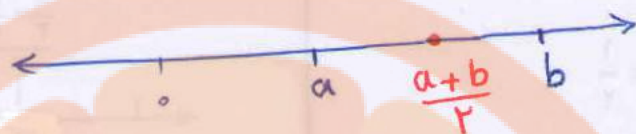
روش‌های مختلفی را که دانش‌آموزان به کار برده‌اند با هم مقایسه کنید؛ هر کدام را توضیح دهید و در

صورت لزوم کامل کنید.

میانگین بین از مشخص کردن جای دو عدد روی محور از خاصیت میانگین دو عدد نگه

گرفته است

$$a < \frac{a+b}{2} < b$$



میانگین دو عدد $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ برابر $\frac{5}{12}$ می باشد پس داریم $\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$

در مرحله ی دوم ابتدا میانگین $\frac{1}{3}$ و $\frac{5}{12}$ و سپس میانگین $\frac{1}{3}$ و $\frac{5}{12}$ را بدست آورده است

عطیه هم دقیقاً از روش مهناز استفاده کرده است، فقط محور رسم نکرده است.

الف)

روش مرتب تعداد زیادی

هرم می تواند یک واحد را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کند و تعداد زیادی کسر بین این دو عدد بنویسد اگر هر قسمت را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم کند ۹۹ عدد گویا بین این دو کسر می تواند بنویسد

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{300}{900} \quad , \quad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{200}{400}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{201}{900}, \frac{202}{900}, \frac{203}{900}, \dots, \frac{299}{900} < \frac{1}{2}$$

اگر هر قسمت را به ۱۰۰۰ قسمت مساوی تقسیم کند ۹۹۹ عدد گویا بین این دو کسر می تواند بنویسد

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{3000}{9000} \quad , \quad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{2000}{4000}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{2001}{4000}, \frac{2002}{4000}, \frac{2003}{4000}, \dots, \frac{2999}{4000} < \frac{1}{2}$$

در روش مهناز نیز می توانیم به دفعات زیادی میانگین دو عدد را محاسبه کنیم

نتیجه: بین دو عدد گویا بی شمار عدد گویا وجود دارد

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{2.5} \quad , \quad \frac{3}{4} = \frac{1.5}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{5} < \frac{9}{20}, \frac{10}{20}, \frac{11}{20}, \dots, \frac{14}{20} < \frac{3}{4}$$

کاربرد کلاس

کاردرکلاس 1:

می دانیم $a < \frac{a+b}{2} < b$ لذا داریم

$$\text{کسر سه) } \frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{4}}{2} = \frac{\frac{24}{20}}{2} = \frac{24}{40} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{24}{40} < \frac{3}{4} \quad (1)$$

با اعدادی روش بالا داریم

$$\frac{\frac{2}{5} + \frac{23}{40}}{2} = \frac{\frac{39}{40}}{2} = \frac{39}{80} \quad \text{و} \quad \frac{\frac{24}{40} + \frac{3}{4}}{2} = \frac{\frac{53}{40}}{2} = \frac{53}{80} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{39}{80} < \frac{24}{40} < \frac{53}{80} < \frac{3}{4}$$

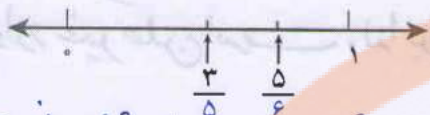
کاردرکلاس 2:

$$\text{کسر سه) } \frac{-\frac{1}{4} + (-1)}{2} = \frac{-\frac{5}{4}}{2} = -\frac{5}{8} \Rightarrow -1 < -\frac{5}{8} < -\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{-1 + (-\frac{3}{4})}{2} = \frac{-\frac{7}{4}}{2} = -\frac{7}{8} \quad \text{و} \quad \frac{-\frac{5}{8} + (-\frac{1}{4})}{2} = \frac{-\frac{6}{8}}{2} = -\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow -1 < -\frac{7}{8} < -\frac{5}{8} < -\frac{3}{8} < -\frac{1}{4}$$

روش شاهد : شاهد به صورت تقریبی کسرهای $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ را روی محور مشخص کرده است. آیا به نظر شما استفاده



از این روش برای نمایش دو کسر دیگر مناسب است؟ **خیر، این روش مناسبی برای مقایسه نیست**
روش مرتضی : مرتضی مخارج مشترک کسرها را پیدا کرد و با هم مخارج کردن کسرها، آنها را

مقایسه می کند. توضیح دهید که عدد 360 چگونه به دست می آید. کار مرتضی را کامل کنید : $[9, 8, 7, 5] = 360$

$$\frac{5}{9} = \frac{200}{360}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{315}{360}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{300}{360}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{216}{360}$$

عدد 360 کوچک ترین مضرب مشترک مخارج می باشد
روش مجید : مجید به کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری هر کسر را تا دو رقم اعشار نوشت. شما کار او را کامل، و کسرها را مقایسه کنید :

$$\frac{5}{9} = 0.55$$

$$\frac{7}{8} = 0.87$$

$$\frac{5}{6} = 0.83$$

$$\frac{3}{5} = 0.60$$

در مورد روش های مختلف و ویژگی های هر کدام در کلاس گفت و گو کنید. **صفحه ۲۱/۱**
۲- با کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری کسرها را تا دو رقم اعشار بنویسید :

$$\frac{1}{7} = 0.14$$

$$\frac{1}{9} = 0.11$$

$$\frac{7}{6} = 1.16$$

$$\frac{1}{5} = 0.20$$

$$\frac{1}{3} = 0.33$$

$$\frac{3}{8} = 0.37$$

الف) ماشین حساب شما تا چند رقم را روی صفحه نمایش نشان می دهد؟ **پاسخ باز - ۸ رقم**
ب) بین مقدارهای اعشاری این کسرها چه تفاوتی هست؟ **صفحه ۲۱/۱**

$$1 \div 3 = 0.33333$$

در نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{3}$ ، رقم ۳ به طور متناوب تکرار می شود و انتها ندارد؛ ولی نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{5}$ متناهی یا مختوم است؛ چون تمام رقم های اعشار آن مشخص است و به انتها می رسد. از نماد زیر برای نمایش عددهای اعشاری متناوب استفاده می کنیم :

$$\frac{1}{3} = 0.3333\dots = 0.\bar{3}$$

$$\frac{7}{6} = 1.1666\dots = 1.\bar{16}$$

فعالیت 1) برای مقایسه‌ی اعداد گویا با مخزج‌های مساوی و کوچک استفاده از محور روشن

مناسبی است. در صورتی که مخزج‌ها بزرگ باشند تقسیم یک واحد به قسمت‌های مساوی کار دشوار حتی در خیلی موارد غیر ممکن است. لذا برای این سؤال روشن شاهد روشن مناسبی نیست

* یکی از روش‌های مناسب برای مقایسه‌ی کسرها هم مخزج کردن آن‌ها باشد ولی این روش نیز به نوبه‌ی خود محدودیت‌های دارد و در صورتی که مخزج کسرها بزرگ باشد بدست آوردن «ک.م.م» آن‌ها بسیار وقت‌گیر است

* مجید از ابزار استفاده کرده است و ابتدا صورت را بر مخزج تقسیم کرده و بعد اعشاری آن‌ها را بدست آورده و سپس آن‌ها را با هم مقایسه کرده، استفاده از ماشین حساب در زندگی روزمره و کسرهای واقعی بسیار مناسب‌تر از دو روش بالاست باشد این روش هم محدودیت‌هایی دارد چون ممکن است ماشین حساب نداشته باشیم نتیجه: برای شروع کار روشن شاهد مناسب‌ترین روش است و در انتها روشن مجید در صورت داشتن ماشین حساب بسیار مناسب‌تر است

فعالیت 2) ب) برخی اعداد تعداد رقم‌های اعشاری محدودی دارند مثلا $\frac{1}{5} = 0.2$ که فقط یک رقم اعشاری دارد. در برخی دیگر رقم‌ها تکرار می‌شود مثلا $\frac{1}{3} = 0.3333...$ که رقم 3 تکرار می‌شود و برخی از آن‌ها برخی ارقام تکرار و برخی تکرار نشده‌اند مثلا $\frac{1}{6} = 0.1666...$

تلاشی در مسیر موفقیت

کار در کلاس

نمایش اعشاری هر یک از کسرهای زیر را بنویسید:

$$\frac{5}{11} = 0,4\bar{5}$$

$$\frac{7}{9} = 0,7\bar{7}$$

$$\frac{5}{6} = 0,8\bar{3}$$

$$\frac{7}{22} = 0,3\bar{18}$$

$$\frac{3}{20} = 0,15$$

$$\frac{5}{16} = 0,3125$$

اگر به نمایش اعشاری کسرهای بالا دقت کنید، خواهید دید که فقط کسرهایی نمایش اعشاری مختوم دارد که (پس از ساده شدن) مخرج آنها شمارنده اولی به جز ۲ و ۵ ندارد.

تمرین

۱- پس از محاسبه هر قسمت، کسر مرکب را تا حد امکان ساده کنید:

$$1 + \frac{3}{2} = 2,5$$

$$-1 + \frac{3}{4} = -0,25$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{8} = \frac{7}{24} = 0,29\bar{16}$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{5}{3} = 1,6\bar{6}$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}\right) \div \left(-1 - \frac{1}{9}\right) = -\frac{3}{5} = -0,6$$

$$\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \div \frac{1}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{15}{4} = 3,75$$

صغری ۲۲/۱

$$\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3}$$

$$-2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3} + 4\frac{7}{12} = -2\frac{4}{12} - 3\frac{4}{12} + 4\frac{7}{12} = -1\frac{3}{12} = -1,25$$

صغری ۲۲/۱

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{8} \div \left(2 \div \frac{-6}{5}\right)$$

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{-\frac{4}{3}} = -\frac{3}{4}$$

۳- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید:

الف) $\frac{7}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2, -3\frac{5}{6}$

ب) $\frac{16}{7}, -\frac{3}{4}, 2/75, -\frac{5}{6}, 4\frac{3}{5}, \frac{56}{13}$

۴- بین هر دو کسر، سه کسر بنویسید.

الف) $\frac{10}{11}, \frac{12}{13}$

ب) $0, -\frac{1}{3}$ صغری ۲۲/۱

$$\frac{10}{11} = \frac{130}{143} = \frac{240}{286} < \frac{241}{286}, \frac{242}{286}, \frac{243}{286} < \frac{12}{13} = \frac{132}{143} = \frac{244}{286}$$

محمد بن

سؤال ۲

$$-\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{5}{14} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3} = -0.\overline{3}$$

نکته: ضرب و تقسیم بر جمع و تفریق اولویت دارد ولی چون تقسیم ابتدا آمده مرحله اول تقسیم و سپس ضرب و در مرحله سوم جمع و تفریق را باید انجام دهیم

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{8} \div \left(2 \div \frac{4}{5}\right) = \frac{5}{6} - \frac{7}{8} \div \left(2 \times \frac{5}{4}\right) = \frac{5}{6} - \frac{7}{8} \div \left(\frac{5}{2}\right)$$

$$= \frac{5}{6} - \frac{7}{8} \times \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{5}{6} + \frac{7}{20} = \frac{143}{120} = 1,358\overline{3}$$

سؤال ۳ قسمت الف)

$$[1, 2, 4, 1, 4] = 24, \quad -\frac{35}{9} = -\frac{23}{9}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{21}{24}, \quad -\frac{2}{3} = -\frac{14}{24}, \quad \frac{4}{4} = \frac{11}{24}, \quad \frac{1}{1} = \frac{41}{24}, \quad -\frac{23}{9} = -\frac{92}{24}$$

$$\Rightarrow -\frac{92}{24} < -\frac{14}{24} < \frac{11}{24} < \frac{21}{24} < \frac{41}{24} = \left(-\frac{35}{9} < -\frac{2}{3} < \frac{4}{4} < \frac{7}{8} < 1\right)$$

قسمت ب)

$$\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5} = 2\frac{16}{20}, \quad -\frac{5}{9} = -\frac{10}{18}, \quad -\frac{3}{4} = -\frac{9}{12}, \quad \frac{54}{13} = 4\frac{4}{13} = 4\frac{20}{65}$$

$$4\frac{4}{13} = 4\frac{20}{65}, \quad 2,75 = 2\frac{75}{100} = 2\frac{3}{4} = 2\frac{21}{28}$$

$$-\frac{10}{12} < -\frac{9}{12} < 2\frac{16}{28} < 2\frac{21}{28} < 4\frac{20}{65} < 4\frac{20}{65} \Rightarrow -\frac{5}{9} < -\frac{3}{4} < \frac{14}{5} < 2,75 < \frac{54}{13} < 4\frac{4}{13}$$

روش دوم استفاده از ماشین حساب

سؤال ۴

$$-\frac{1}{3} < 0 \Rightarrow -\frac{1}{3} < -\frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \dots < 0$$

★ باتوجه به اینکه رقم نهم ۶ می باشد وقتی این رقم حذف می شود یک واحد به رقم هشتم یعنی عدد ۵ اضافه می شود (چون ۶ > ۵ است)

$$1,4142135\boxed{6} \rightarrow 1,4142134$$

★ چون رقم یازدهم برابر ۳ می باشد وقتی این رقم حذف می شود رقم قبلی تغییر نمی کند (چون ۳ < ۵ است)

$$1,4142135\boxed{3} \rightarrow 1,414213562$$

اثبات کنید چرا $\sqrt{2}$ گنگ است

اثبات: فرض می کنیم $\sqrt{2}$ گویا باشد پس وجود دارد کسری مانند $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$)

به طوری که داریم $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ و $\frac{a}{b}$ یک کسر ساده شده است یعنی $(a, b) = 1$

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \Rightarrow 2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow a^2 \text{ زوج است}$$

چون a^2 زوج است لذا a عددی زوج است پس $a = 2k$ (که عددی طبیعی است)

$$a^2 = 2b^2 \xrightarrow{a=2k} (2k)^2 = 2b^2 \Rightarrow 4k^2 = 2b^2 \Rightarrow b^2 = 2k^2$$

بنابراین b^2 عددی زوج است پس b هم عددی زوج است (۲)

از (۱) و (۲) داریم $(a, b) \neq 1$ چون هر دو زوج می باشند پس کسر $\frac{a}{b}$ یک کسر ساده شده

است. چون فرض گرفته بودیم $\frac{a}{b}$ ساده شده است پس فرض مان باطل است

یعنی کسر ساده شده نمی نداریم که $\sqrt{2}$ یا آن برابر باشد پس $\sqrt{2}$ عددی گنگ است

فعالیت

الف) بین هر دو عدد گویا بیشتر عدد گویا وجود دارد

$$1 < \frac{1}{2} < \frac{1}{3} < \frac{1}{4} < \frac{1}{5} < \frac{1}{6} < \dots < \frac{1}{n} < 1$$

$$1 < \frac{3}{2} < \frac{4}{3} < \frac{5}{4} < \frac{6}{5} < \frac{7}{6} < \dots < \frac{n+1}{n} < 2$$

$$OC^2 = OA^2 + AC^2$$

$$OC^2 = 1^2 + 1^2$$

$$OC = \sqrt{2}$$



ج)

$\Rightarrow -1,5 < -\sqrt{2} < -1$, $1 < \sqrt{2} < 1,5$

د) بین دو عدد 1 و 2 بی شمار عدد گویا وجود دارد. و بین هر دو عدد گویا بی شمار عدد گویا وجود دارد. وقتی نقاط متناظر با اعداد گویا بین 1 و 2 را زنجیر کنیم نقاط متناظر با اعداد گویا زنجیر شده باقی می ماند در نتیجه این نقاط نمی توانند با خط موجود آویزند.

نکته

- ★ بین هر دو عدد گویای شمار عدد گویا وجود دارد
- ★★ بین هر دو عدد گویای شمار عدد گویا وجود دارد
- ★★★ بین هر دو عدد گویای شمار عدد گویا وجود دارد
- ★★★★ بین هر دو عدد گویای شمار عدد گویا وجود دارد

مثال: $\sqrt{7}$ بین دو عدد صحیح ۲ و ۳ قرار دارد.

می دانیم ۴ و ۹ دو عدد مجذور کامل قبل و بعد از ۷ است؛ یعنی:

$$4 < 7 < 9 \Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$$

کار در کلاس

$$\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}$$

۱- بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{10}$ ، چهار عدد گنگ بنویسید.

$$2 = \sqrt{4} < \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8} < \sqrt{9} = 3$$

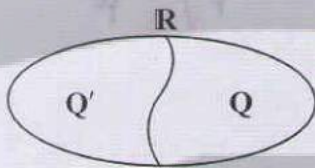
۲- بین دو عدد ۲ و ۳، چهار عدد گنگ بنویسید.

۳- الف) مجموعه A به صورت $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 \leq x \leq 3\}$ را در نظر بگیرید. آیا نمایش A به



صورت زیر درست است؟ **خیر صفر ۲۵/۱**

ب) نقطه نمایش $\sqrt{5}$ را روی محور مشخص کنید.



عددها به دو دسته، عددهای گویا و عددهای گنگ

دسته بندی می شود. اجتماع مجموعه عددهای گویا و عددهای اصم

را مجموعه عددهای حقیقی می نامیم و آن را با \mathbb{R} نمایش می دهیم.

تساوی $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$ بین سه مجموعه Q و Q' و \mathbb{R} برقرار است.

مثال:

$$0 \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{10} \in \mathbb{R}$$

$$-\frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$$

$$0.75 \in \mathbb{R}$$

$$0.2022022202222... \in \mathbb{R}$$

$$\pi \in \mathbb{R}$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$$

کار در کلاس

۱- داخل \circ علامت \in یا \notin بگذارید:

$$4 \in \mathbb{Z}$$

$$0.2 \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{18} \in \mathbb{R}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$$

$$-5 \in \mathbb{R}$$

$$-\frac{7}{3} \notin \mathbb{Z}$$

$$5 = \sqrt{25} \notin \mathbb{Q}'$$

$$\frac{0}{6} \in \mathbb{R}$$

$$\frac{0}{6} = 0$$

$$\sqrt{3/5} \in \mathbb{Q}'$$

$$\sqrt{0.9} \in \mathbb{Q}'$$

$$\sqrt{0.9} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{9}{-1} \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{9}{-1} = -9$$

$$\sqrt{0.9} = 0.3$$

(۱)

کار در کلاس

$$\sqrt{5} < \sqrt{5,1}, \sqrt{5,2}, \sqrt{5,3}, \dots, \sqrt{6}, \sqrt{6,1}, \dots, \sqrt{8,9}, \sqrt{9,1}, \sqrt{9,2}, \dots < 10$$

تذکره: $\sqrt{6}$ گنگ نیست

این سؤال پاسخ باز است

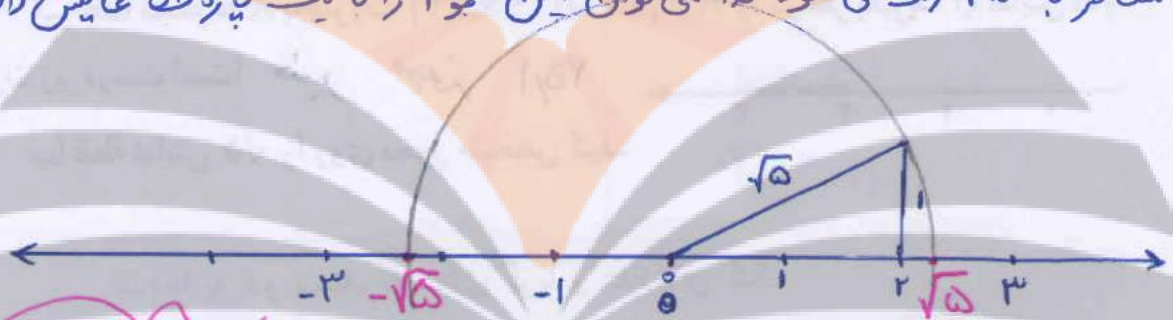
۲

این سؤال پاسخ باز است

$$2 = \sqrt{4} < \sqrt{4,1}, \sqrt{4,2}, \sqrt{4,3}, \sqrt{4,4} < \sqrt{9} = 3$$

۳

مجموعه A شامل تمام اعداد گویا از ۲ تا ۳ می باشد (دو سره، اینز شامل می شود)
 و می شامل اعداد گنگ نمی شود مثلا $2 < \sqrt{5} < 3$ یک عدد گنگ است و نقطه‌ی
 متناظر با $\sqrt{5}$ رنگ نمی شود لذا نمی توان این مجموعه را با یک پاره خط نمایش داد



$$-3 < -\sqrt{5} < -2$$

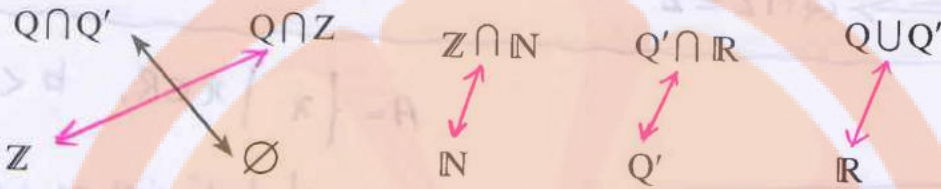
$$2 < \sqrt{5} < 3$$

نکته

۱- دو مجموعه Q و Q' جدا از هم می باشند زیرا $Q \cap Q' = \emptyset$ ۲- $R - Q = Q'$ و $R - Q' = Q$ ۳- اجتماع این دو مجموعه، مجموعه اعداد حقیقی را درست می کند یعنی: $Q \cup Q' = R$

تلاشی در مسیر موفقیت

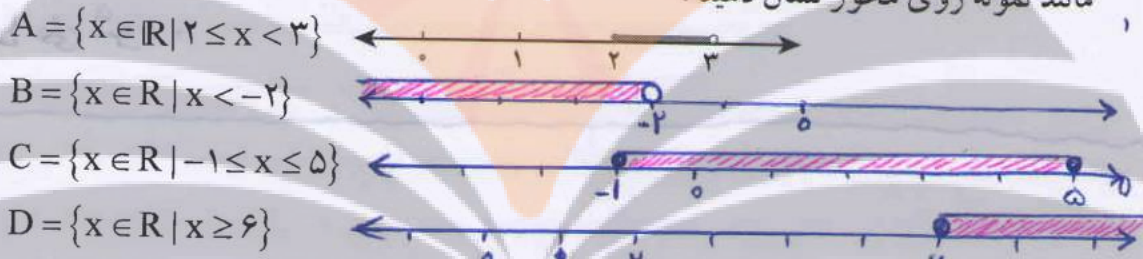
۲- مجموعه‌های سطر اول را به مجموعه مناسب در سطر دوم وصل کنید. هر مجموعه در سطر اول با یک مجموعه در سطر دوم مساوی است.



فعالیت

با توجه به اینکه مجموعه عددهای حقیقی تمام عددها را شامل می‌شود، مجموعه‌های زیر را

مانند نمونه روی محور نشان دهید:

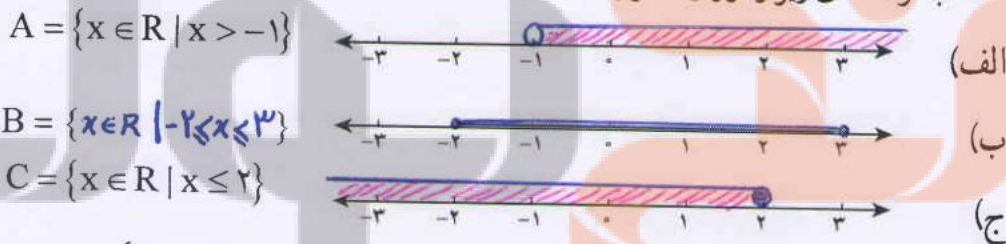


با توجه به مجموعه A چرا نقطه ۲ روی محور توپر و نقطه ۳ روی محور توخالی است؟

نامساوی $x < 3$ به این معنی است که x باید از ۳ کم تر باشد و مجموع شامل عدد ۳ نمی‌باشد و نامساوی $2 \leq x$ یعنی مجموع شامل ۲ و اعداد بزرگ از آن می‌باشد

کار در کلاس

۱- مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید و یا با توجه به محور، مجموعه متناظر آن را بنویسید:



۲- با توجه به سه مجموعه A و B و C در سؤال ۱ عبارات درست را با علامت ✓ مشخص کنید:

- $0.75 \in A$
- $0.252552555... \in B$
- $\sqrt{3} \in A$
- $\sqrt{7} \in C$
- $\sqrt{1} \in A$
- $-1000 \in C$

۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه نقاط روی شکل زیر، برابر است؟



(الف) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

(ب) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$

(ج) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3\}$

مجموعه‌ی مشخص شده شامل تمام نقاط بین -۲ و ۳ است

یعنی تمام اعداد حقیقی بزرگ تر از -۲ و کوچک تر از ۳.

نکته: اگر $A \subseteq B$ باشد نگاه داریم: $A \cap B = A$ و $A \cup B = B$

$$Q' \subseteq R \Rightarrow Q' \cap R = Q'$$

$$N \subseteq Z \Rightarrow Z \cap N = N$$

$$Z \subseteq Q \Rightarrow Q \cap Z = Z$$

نکته: $A = \{x \mid x \in R, b < x \leq a\}$



نامساوی $x \leq a$ یعنی تمام اعداد

کوچک تر و مساوی a ، پس اینج

مجموعه شامل عدد a نیز می شود و نامساوی $b < x$ به این معنی است که x بزرگ تر از b است

و شامل عدد b نمی شود.

نزد بوبک

تلاشی در مسیر موفقیت

۱- با توجه به مجموعه‌های داده شده، سایر سطرها را مانند سطر اول کامل کنید:

مجموعه اعداد	$\sqrt{3/2}$	$\frac{1}{2}$	0	π	$-\frac{3}{4}$	$0.292292229\dots$	-10°	$\frac{6}{2}$
\mathbb{N} طبیعی	x	x	x	x	x	x	x	✓
\mathbb{W} حسابی	x	x	✓	x	x	x	x	✓
\mathbb{Z} صحیح	x	x	✓	x	x	x	✓	✓
\mathbb{Q} گویا	x	✓	✓	x	✓	x	✓	✓
\mathbb{Q}' گنگ	✓	x	x	✓	x	✓	x	x
\mathbb{R} حقیقی	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

۲- در هر یک از حالت‌های الف و ب تفاوت دو مجموعه را با ذکر دلیل بنویسید:

الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/5 < x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1/5 < x < 5\}$

ب) $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 9\}$

۳- طرف دوم تساوی‌های زیر را کامل کنید:

۱) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ ۲) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$ ۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$ $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}'$

۴- عدد $1 + \sqrt{5}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟ $3, 4$

۵- بین هر دو عدد، چهار عدد گنگ بنویسید:

۵ و ۲- (الف) ۶ و ۷ (ب) $\sqrt{3}, 6$ (ج) $\sqrt{2}, \sqrt{4/1}$ (د)

۶- عبارات درست را با \checkmark و عبارات نادرست را با \times مشخص کنید. برای عبارات درست

مثال بنویسید.

۱) عددی وجود دارد که صحیح و گویا باشد. تمام اعداد صحیح گویا هستند.

۲) عددی وجود دارد که گویا و گنگ باشد. $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$

۳) عددی وجود دارد که حقیقی و گنگ باشد. $\sqrt{2} \in \mathbb{R}, \sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$

۴) $\mathbb{N} \in \mathbb{R}$ عددی وجود دارد که حقیقی و طبیعی باشد. تمام اعداد طبیعی صحیح هستند.

۷- در نمایش اعشاری عدد $\sqrt{10}$ و عدد $\frac{3}{11}$ چه تفاوتی هست؟

$\frac{3}{11} = 0.272727\dots$ و $\sqrt{10} = 3.16227766\dots$

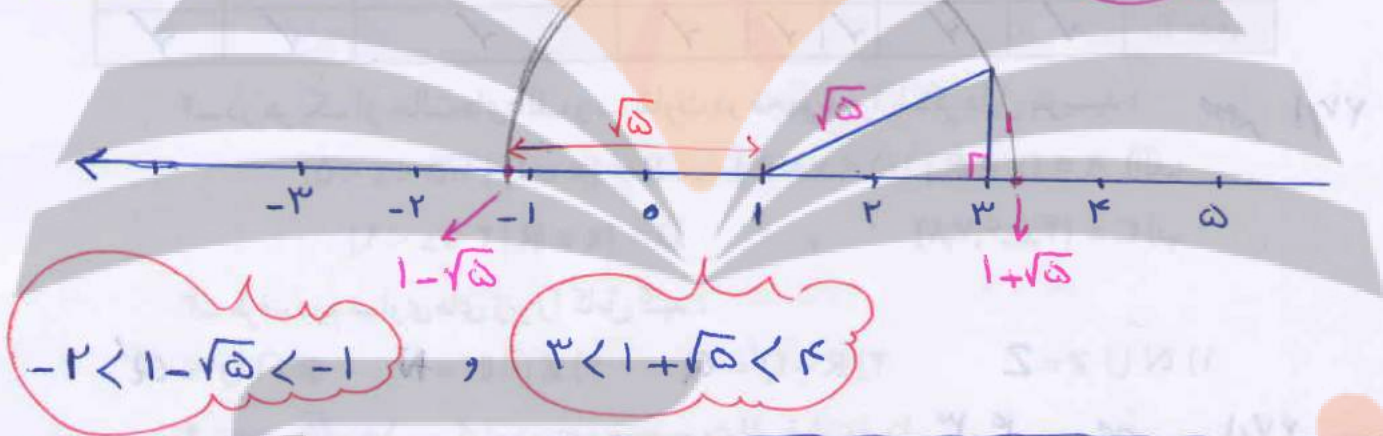
در نمایش اعشاری $\frac{3}{11}$ دوره‌ی تناوب وجود دارد و ۲۷ تکرار می‌شود.

ولی در نمایش اعشاری $\sqrt{10}$ دوره تناوب وجود ندارد.

تمرین الف) مجموعه A شامل عددی اعداد بین ۱، ۵ و ۵ است (اعداد گویا و گنگ) و بی مجموعه B فقط شامل اعداد گویای بین این دو عدد می باشد
 ب) مجموعه D شامل تمام اعداد گویا و گنگ بین ۳، ۹ می باشد و بی مجموعه C فقط شامل اعداد طبیعی بین ۳، ۹ می باشد

۳
 $N \subseteq Z \Rightarrow \begin{cases} N \cup Z = Z \\ N \cap Z = N \end{cases}, \quad Q' \subseteq R \Rightarrow R \cap Q' = Q'$
 $R \begin{array}{|c|} \hline Q / Q' \\ \hline \end{array} \Rightarrow R - Q' = Q$

۴
 $4 < 5 < 9 \Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{5} < 3 \xrightarrow{+1} 3 < 1 + \sqrt{5} < 4$



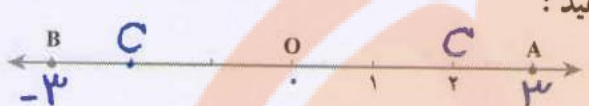
۵
 الف) $-2 = -\sqrt{4} < -\sqrt{3}, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{3} < \sqrt{25} = 5$
 ب) $4 = \sqrt{34} < \sqrt{37}, \sqrt{38}, \sqrt{39}, \sqrt{40}, \dots, \sqrt{48} < \sqrt{49} = 7$
 ج) $\sqrt{3} < \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12} < \sqrt{34} = 4$
 د) $\sqrt{2} < \sqrt{21}, \sqrt{22}, \sqrt{23}, \sqrt{24} < \sqrt{41}$

۷
 نکته مهم

تلاش برای هر عدد گویایی از دو حالت زیر می باشد
 ۱- عدد اعشاری تحقیق (مختوم) ۲- عدد اعشاری متناوب (ساده و مرکب)

فعالیت

۱- با توجه به شکل به سؤالات زیر پاسخ دهید:



نقاط A و B چه عددی را نمایش می‌دهد؟
 فاصله نقطه A از O یا طول پاره خط OA چقدر است؟ $OA = 3$
 فاصله نقطه B از O یا طول پاره خط OB چقدر است؟ $OB = 3$
 می‌خواهیم نقاطی را روی محور بیابیم که فاصله آن از O برابر ۲ باشد.

۲- نقطه C را روی محور نمایش دهید به طوری که طول OC برابر ۲ باشد؛ چند نقطه می‌توان

یافت؟ دو نقطه

فاصله نقطه نمایش عدد a را از مبدأ، قدر مطلق a می‌نامیم و با علامت |a| (بخوانید

قدر مطلق a) نمایش می‌دهیم؛ بنابراین در مثال بالا می‌توان نوشت: $|-2| = |2| = 2$

مثال: فاصله نقاط نظیر دو عدد $\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ تا مبدأ برابر $\frac{2}{3}$ است؛ پس قدر مطلق هر دو عدد

$$\frac{2}{3} \text{ و } (-\frac{2}{3}) \text{ برابر } \frac{2}{3} \text{ است؛ یعنی: } |\frac{2}{3}| = |-\frac{2}{3}| = \frac{2}{3}$$

مثال: قدر مطلق $\sqrt{5}$ را به صورت $|\sqrt{5}|$ نشان می‌دهیم که مساوی $\sqrt{5}$ است. قدر مطلق

0.4 را به صورت $|0.4|$ نشان می‌دهیم که مساوی 0.4 است.

قدر مطلق صفر، مساوی صفر و قدر مطلق عددهای مثبت برابر خود آن عدد

است. قدر مطلق هر عدد منفی، قرینه آن است. اگر a یک عدد حقیقی باشد:

$$a = 0 \Rightarrow |a| = 0$$

$$a > 0 \Rightarrow |a| = a$$

$$a < 0 \Rightarrow |a| = -a$$

$$a = -3 \Rightarrow |-3| = -(-3)$$

مثال: به محاسبات زیر توجه کنید:

$$|10 - 20 + 5| = |-5| = 5$$

$$|(-6) \times (+10)| = |-60| = 60$$

کار در کلاس

۱- جملات سمت راست را به عبارات مناسب در سمت چپ وصل کنید:

- الف) دو عدد a و b مثبت است. $1) a > 0, b < 0$
- ب) عدد a نامنفی است. $2) a > 0, b > 0$
- ج) دو عدد a و b منفی است. $3) a \geq 0$
- د) عدد a مثبت و عدد b منفی است. $4) a < 0, b < 0$
- ه) عدد a نامثبت است. $5) a \leq 0$

۲- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب را به هم وصل کنید:

- الف) $a > 0, b > 0$ $1) ab < 0$
- ب) $a < 0, b < 0$ $2) ab > 0, a + b > 0$
- ج) $a < 0, b > 0$ $3) ab > 0, a + b < 0$

۳- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب را به هم وصل کنید:

- الف) $a > 0$ $1) |a| = -a$
- ب) $a > 0, b > 0$ $2) |a| = a$
- ج) $a < 0$ $3) |a + b| = a + b$
- د) $a < 0, b < 0$ $4) |a + b| = -(a + b)$

۴- عبارات زیر را به زبان ریاضی بنویسید و برای هر کدام مثال بنویسید:

- ۱) قدر مطلق حاصلضرب دو عدد، مساوی با حاصلضرب قدر مطلق آنهاست. *صفحه ۲۹۱*
- ۲) قدر مطلق مجموع دو عدد، از مجموع قدر مطلق‌های آن دو عدد، کوچک‌تر یا مساوی است.

فعالیت

مقدار تقریبی عددهای زیر تا یک رقم اعشار نوشته شده است:

$$\sqrt{2} \approx 1/4 \quad \sqrt{3} \approx 1/7 \quad \sqrt{5} = 2/2 \quad \sqrt{6} = 2/4 \quad \sqrt{7} \approx 2/6 \quad \sqrt{8} = 2/8$$

ک، د، کلاس ۴

۱) $|ab| = |a||b|$

$|(-۲) \times (-۵)| = |-۲| \times |-۵|$, $|(-۳) \times ۴| = |-۳| \times |۴|$

$\Rightarrow |1+10| = ۲ \times ۵ \Rightarrow |-۱۲| = ۳ \times ۴$
 $۱۰ = ۱۰$ ✓ $۱۲ = ۱۲$ ✓

مثال ۱

$|a+b| \leq |a|+|b|$

$|۳+۴| \leq |۳|+|۴|$

$۷ \leq ۳+۴$

$۷ \leq ۷$ ✓

مثال ۲

$|(-۱۵)+۲۰| \leq |-۱۵|+|۲۰|$

$|۵| \leq ۱۵+۲۰$

$۵ \leq ۳۵$ ✓

مثال ۳

$| -۱۷+۷ | \leq |-۱۷|+|۷|$

$| -۱۰ | \leq ۱۷+۷$

$۱۰ \leq ۲۴$ ✓

نزدیک بویک

تلاشی در مسیر موفقیت

تلاشی در مسیر موفقیت

با توجه به مقادیر تقریبی صفحه قبل، تساوی‌های زیر را مانند نمونه کامل کنید و دلیل خود را توضیح دهید:

$$|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2}) = -1 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1$$

دلیل: $\sqrt{2} = 1/4$ پس $1 - \sqrt{2}$ عددی منفی می‌شود:

دلیل: $\sqrt{3} = 1/7$ پس $2 - \sqrt{3}$ مثبت می‌شود

$$1) |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$$

دلیل: چون $\sqrt{7} < \sqrt{8}$ است

$$2) |\sqrt{7} - \sqrt{8}| = -(\sqrt{7} - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7}$$

دلیل:

$$3) |2\sqrt{5} - \sqrt{5}| = |1\sqrt{5}| = \sqrt{5}$$

دلیل:

$$4) |-4 - \sqrt{3}| = -(-4 - \sqrt{3}) = 4 + \sqrt{3}$$

هر دو عدد -4 و $-\sqrt{3}$ منفی است پس $-4 - \sqrt{3} < 0$ است

مثال: اگر $a = \frac{1}{4}$ و $b = \sqrt{2}$ و $c = -3$ باشد، حاصل عبارت $|a+b+c|$ را به دست می‌آوریم:

$$|a+b+c| = \left| \frac{1}{4} + \sqrt{2} + (-3) \right| = \left| -\frac{2}{5} + \sqrt{2} \right|$$

چون $-\frac{2}{5} + \sqrt{2}$ عددی منفی است ($\sqrt{2} = 1/4$)، پس حاصل عبارت مساوی با $-(-\frac{2}{5} + \sqrt{2})$ یعنی $\frac{2}{5} - \sqrt{2}$ است.

مثال:

$$|\underbrace{3 - \sqrt{5}}_{\text{مثبت}}| + |\underbrace{-2 - \sqrt{5}}_{\text{منفی}}| = (3 - \sqrt{5}) - (-2 - \sqrt{5})$$

$$= 3 - \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} = 5$$

فعالیت

جدول زیر را کامل کنید:

$\sqrt{a^2}$	$\sqrt{(-3)^2}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{6^2}$	$\sqrt{(-6)^2}$	$\sqrt{(-7)^2}$	$\sqrt{(-127)^2}$	$\sqrt{325^2}$
حاصل	3	3	6	6	7	127	325

از فعالیت بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ حاصل $\sqrt{a^2}$ همیشه مثبت و برابر $|a|$ می‌باشد

با توجه به فعالیت بالا و مفهوم قدر مطلق، می‌توانیم بنویسیم: $\sqrt{a^2} = |a|$

مثال: برای محاسبه $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$ خواهیم داشت:

$$\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = \underbrace{|1 - \sqrt{3}|}_{\text{منفی}} = -(1 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}$$

$$0 < a < 1 \Rightarrow a < a^2 < a^3 < a^4 < \dots < a^n$$

$$0 < \frac{1}{a} < 1 \Rightarrow \frac{1}{a^2} < \frac{1}{a^3} < \frac{1}{a^4} < \dots < \frac{1}{a^n}$$

کار در کلاس

۱- عبارات‌های زیر را با هم مقایسه کنید:

الف) $|(-7)^2| \ominus |-7|^2$ $| -7^2 | = |-49| = 49$, $|-7|^2 = (7)^2 = 49$
 ب) $|-8+5| \otimes |-8|+|5|$ $|-8+5| = |-3| = 3$, $|-8|+|5| = 8+5 = 13$
 ج) $|3-9| \otimes |3|-|9|$ $|3-9| = |-6| = 6$ $|3|-|9| = 3-9 = -6$

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید:

الف) $|0| = 0$ $|- \frac{4}{3}| = \frac{4}{3}$ $|7^2 - 7^2| = 0$ $|\frac{25}{10} - \frac{26}{10}| = \frac{1}{10}$
 ب) $|7^3 - 7^4| = -(7^3 - 7^4) = 7^4 - 7^3$ حاصل عبارات زیر را به دست آورید:

الف) $\sqrt{(-2595)^2} = |-2595| = 2595$ ب) $\sqrt{(1394)^2} = 1394$
 ج) $\sqrt{(-3 + \sqrt{10})^2} = |-3 + \sqrt{10}| = \sqrt{10} - 3$ د) $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| = -(2 - \sqrt{5}) = -2 + \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2$

تمرین

۱- اگر $a = \frac{25}{10}$, $b = -\frac{1}{4}$, $c = 2\frac{1}{2}$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید:

$$|a+b| + 2|a-b-c|$$

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید:

الف) $|-3\sqrt{5}|$ ب) $|7-5\sqrt{3}|$ ج) $|0+\sqrt{5}|$

۳- جای خالی را با عدد مناسب پر، و جواب هایتان را در کلاس با سایر دوستانتان مقایسه کنید:

$$|5-12| > 1 + \square$$

۴- مقدار عددی عبارت $|a|+a$ را به ازای $a = -2$, $a = 0$ و $a = 2$ به دست آورید. آیا می‌توانید

عدد حقیقی به جای a قرار دهید که حاصل $|a|+a$ منفی باشد؟ **خیر**

۵- با ارائه یک مثال، نادرست بودن تساوی $\sqrt{a^2} = a$ را نشان دهید.

۶- حاصل عبارات روبه‌رو را به دست آورید: $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$ $\sqrt{(1-\sqrt{10})^2}$

$$|a+b| + 2|a-b-c| = \left| \frac{1}{4} + (-\frac{1}{4}) \right| + 2 \left| \frac{1}{4} - (-\frac{1}{4}) - 2 \cdot \frac{1}{4} \right| = 0 + 2 \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right| = 2 \left| -\frac{1}{4} \right| = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$= \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right| + 2 \left| \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{4} \right| = 0 + 2 \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right| = 2 \left| -\frac{1}{4} \right| = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$|-3\sqrt{5}| = -(-3\sqrt{5}) = 3\sqrt{5} \quad , \quad |v - 5\sqrt{3}| = |\sqrt{49} - \sqrt{20 \times 3}|$$

$$= |\sqrt{49} - \sqrt{75}| = -(\sqrt{49} - \sqrt{75}) = \sqrt{75} - \sqrt{49} = 5\sqrt{3} - 7$$

$$v = \sqrt{49} \quad , \quad 5\sqrt{3} = \sqrt{20} \times \sqrt{3} = \sqrt{75} \Rightarrow v < 5\sqrt{3} \Rightarrow |v - 5\sqrt{3}| = 5\sqrt{3} - v$$

ج) $|0 + \sqrt{5}| = |\sqrt{5}| = \sqrt{5}$

ب) هر عدد که کوچکتر از 4 نمی تواند باشد $\Rightarrow 4 > \square$

$$|5 - 12| > 1 + \square \Rightarrow v > 1 + \square$$

a	-2	0	2
a+a	2+(-2)=0	0	2+2=4

$$a < 0 \Rightarrow |a+a| = -a+a = 0 \Rightarrow |a+a| \geq 0$$

$$a \geq 0 \Rightarrow |a+a| = a+a = 2a$$

$$\sqrt{a^2} = a \xrightarrow{a=v} \begin{cases} \sqrt{(-v)^2} = \sqrt{49} = 7 \\ \sqrt{(-v)^2} = -v \end{cases} \Rightarrow \sqrt{a^2} \neq a$$

$$\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

زیرا $\sqrt{2} > 1$ است و $\sqrt{2}-1 > 0$ است

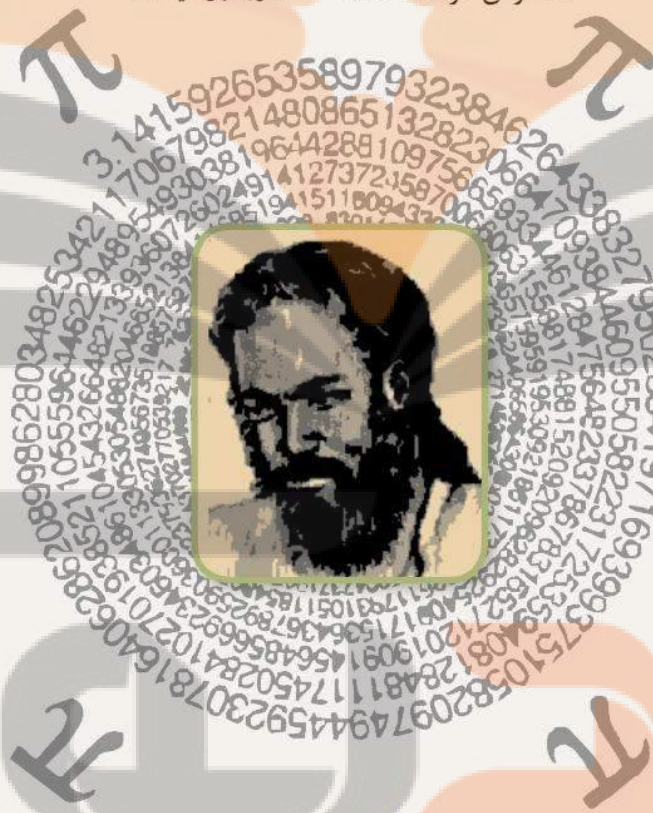
$$\sqrt{(1-\sqrt{10})^2} = -|1-\sqrt{10}| = -1 + \sqrt{10} = \sqrt{10} - 1$$

زیرا $1 > \sqrt{10}$ است پس $1-\sqrt{10} < 0$ است

عددهای حقیقی



«... وَ أَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَ أَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا»
«... و او (خداوند) به آنچه نزد آنهاست احاطه دارد و همه چیز را به عدد
شمارش کرده است.» (سوره جن، آیه ۲۸)



غیاث‌الدین جمشید کاشانی زبردست‌ترین حسابدان، برجسته‌ترین ریاضی‌دان دوره اسلامی و از بزرگ‌ترین
مفاخر تاریخ ایران به‌شمار می‌رود. کاشانی به روشی کاملاً خلاقانه و از طریق محاسبه و مقایسه محیط
چندضلعی‌های محاطی و محیطی توانست عدد π که عددی **حقیقی** و **کنگ** است را تا ۱۶ رقم بعد از اعشار
محاسبه کند که تا حدود ۱۵۰ سال پس از وی کسی در جهان نتوانست با دقت بهتری آن را محاسبه کند. او در
ابتدای رساله محیطیه خود به زبان ریاضی به نام خدا را چنین بیان می‌کند:
«به نام او که از اندازه نسبت محیط دایره به قطرش آگاه است.»

تهیه کننده: سعید جعفری صرمی

تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)