

تلاشی در مسیر موفقیت



دانلود گام به گام تمام دروس ✓

دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓

دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓


دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓

مشاوره کنکور ✓

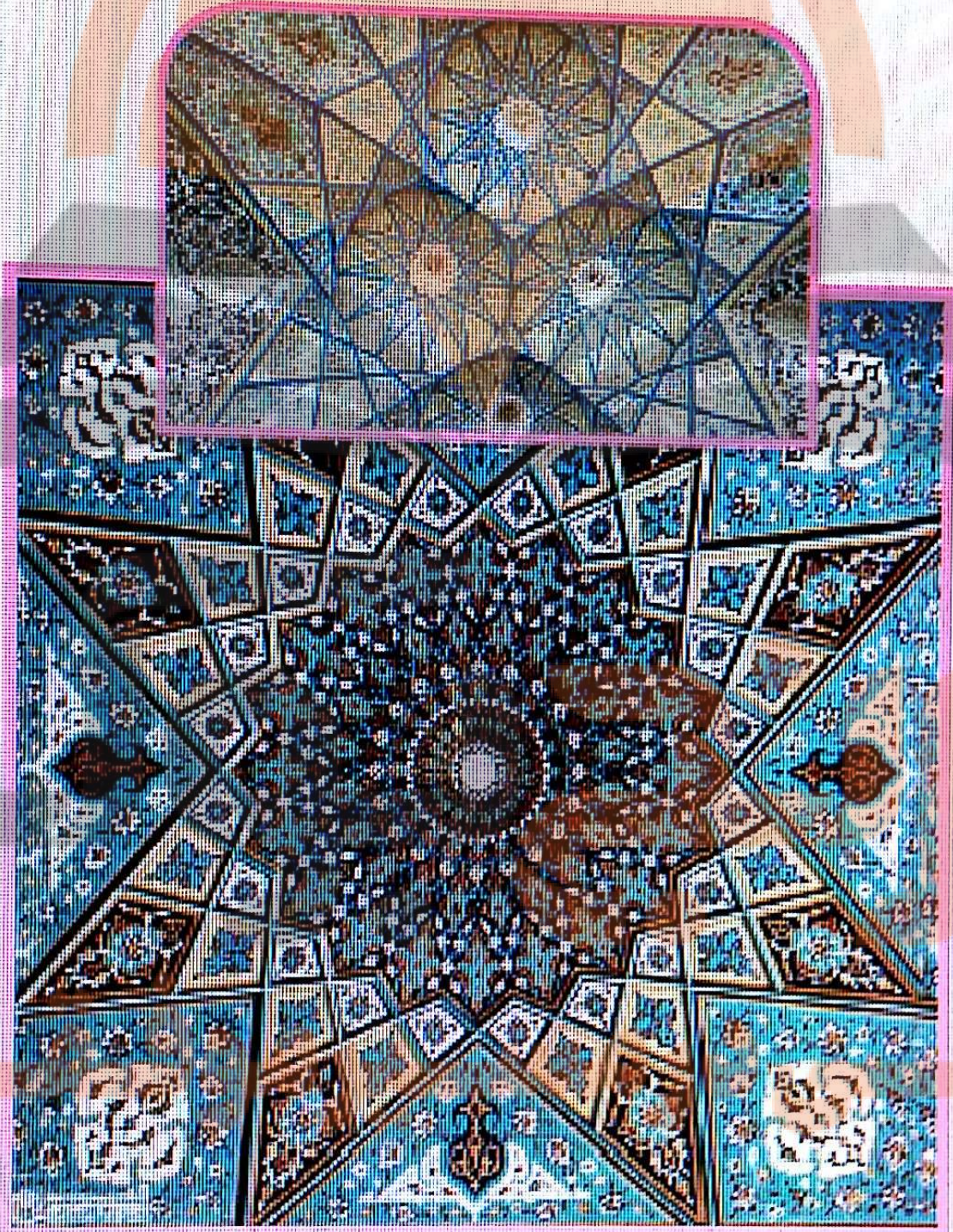
فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

کاربرد هندسه و خطها در فرش بافی، کاشی کاری، نگارگری، خطاطی، گچ‌بری، کتیبه نویسی، تذهیب و ... غیر قابل انکار، و بسیار حائز اهمیت است. از انواع خط برای ایجاد زاویه‌ها و جداسازی فضاها استفاده‌های فراوان شده است.



بخشی از «سقف مسجد و سرای حرم مطهر» «بیدالشهداء» امام حسین (ع)

درس اول: معادله خط

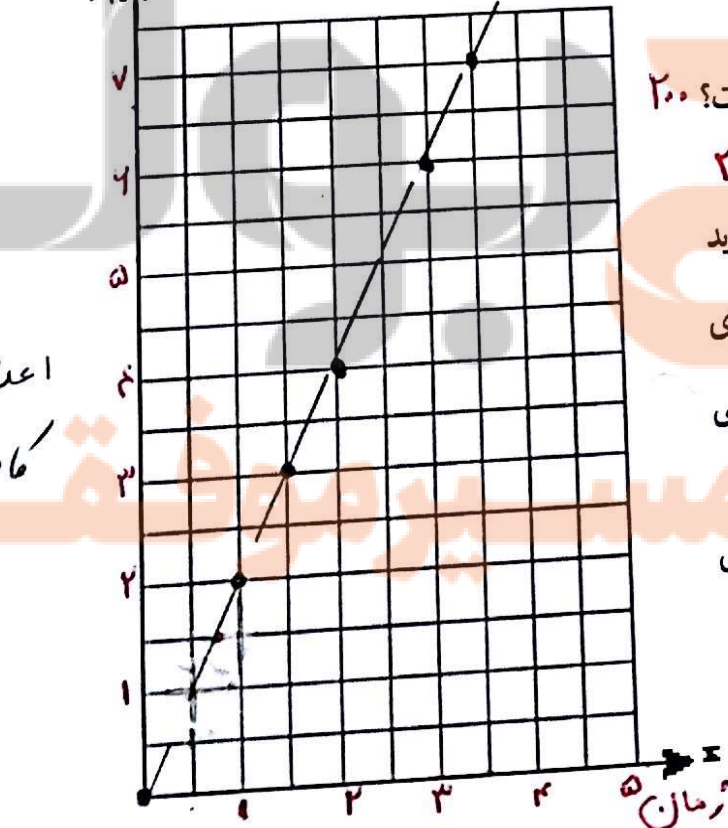
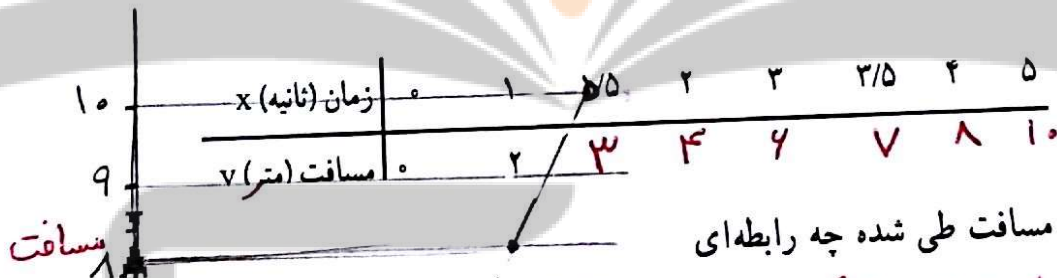


وقتی دوچرخه سواری در حال حرکت است، بین زمان و مسافت طی شده رابطه وجود دارد. بین زمان سوختن شمع و کوتاه شدن آن نیز رابطه‌ای دیده می‌شود. در الگوی عددی زیر نیز بین هر جمله و شماره آن رابطه‌ای هست که به صورت $2n \rightarrow n$ نمایش داده شده است:

1	2	3	4	...	n
↓	↓	↓	↓		↓
2	4	6	8	...	2n

فعالیت

دوچرخه سواری با سرعت ثابت دو متر در ثانیه در حال حرکت است؛ یعنی در هر ثانیه دو متر را طی می‌کند. جدول زیر را کامل کنید.



بین زمان و مسافت طی شده چه رابطه‌ای هست؟ مسافت دو برابر زمان می‌باشد.

پس از 100 ثانیه چه مسافتی طی شده است؟ 200

اگر x ثانیه بگذرد چه مسافتی طی شده است؟ 2x

زوج عددهایی را که در جدول به دست آوردید

به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نشان دهید و نمایش هر نقطه را روی

نمودار مشخص کنید؛ این نقطه‌ها چه ویژگی مشترکی

دارند؟ در تمام نقاط دو برابر است.

اگر این نقطه‌ها را به هم وصل کنیم چه شکلی

به دست می‌آید؟ خط راست.

اعداد محورها کافی نیست

کار در کلاس

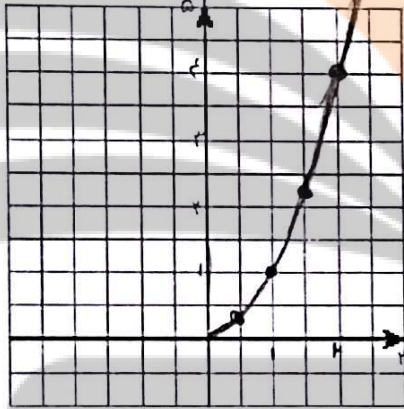
برابر یا

۱- اگر طول ضلع یک مربع را با x و محیط آن را با y نشان دهیم، چه رابطه‌ای بین x و y هست؟ **آیا y برابر x است؟**

ضلع (x)	۱	۲	۳	۴	۱۰۰	x
محیط (y)	۴	۸	۱۲	۱۶	۴۰۰	$4x$

$y = 4x$

۲- اگر طول ضلع یک مربع را با x و مساحت مربع را با y نشان دهیم، بین x و y چه رابطه‌ای **مسوا** با **مخبر** x است؟ هست؟ پس از کامل کردن جدول زیر، هر نقطه را روی نمودار پیدا کنید.



ضلع x (سانتیمتر)	۰	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳
مساحت y (مربع سانتیمتر)	۰	۰/۲۵	۱	۲/۲۵	۴	۶/۲۵	۹

نقطه‌ها	$[0, 0]$	$[1/5, 1/25]$	$[1, 1]$	$[1/5, 2/25]$	$[2, 4]$	$[2/5, 6/25]$	$[3, 9]$
---------	----------	---------------	----------	---------------	----------	---------------	----------

* محورهای مختصات
متناسب با اعداد
جدول نموده باشه

آیا این نقطه‌ها هم روی یک خط راست قرار گرفتند؟ **خیر**

فعالیت

۱- معادله $y = -x + 10$ چند پاسخ دارد؟ پنج پاسخ آن را به صورت زیر بنویسید:

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 9 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 10 \\ y = 0 \end{cases}$
--	--	--	--	---

توضیح دهید چگونه پاسخ‌های مختلف این معادله را می‌توان پیدا کرد. **در همه نقاط y برابر با $10 - x$ باشد.**

$$5 \neq -2 + 10$$

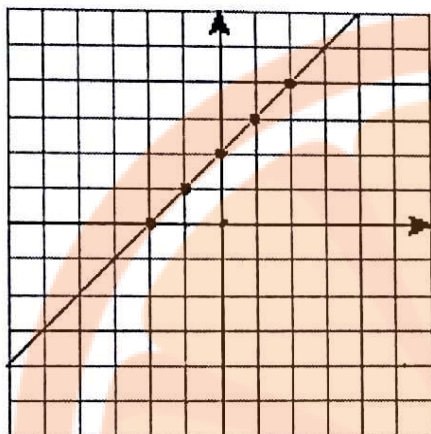
آیا تساوی برای $x = 2$ و $y = 5$ برقرار است؟ **خیر**

توضیح دهید چرا این تساوی معادله است و اتحاد نیست؟

چون **بازای** **بعضی** از مقادیر x تساوی برقرار است.

۲- در شکل زیر نمودار یک خط داده شده است. جدول زیر را با توجه به نمودار خط کامل

کنید.



x (طول نقطه)	۰	۱	-۱	۲	-۲
y (عرض نقطه)	۲	۳	۱	۴	۰
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$

عرض با طول رابطه $y = 2x - 1$ برابری

بین طول و عرض نقطه‌ها چه رابطه‌ای هست؟ این رابطه را به صورت یک معادله بنویسید.

۳- پنج جواب برای هر یک از معادله‌های زیر بنویسید.

$$2x - 4y = 7$$

$$y = 2x - 1$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = -1/2 \end{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = 1/2 \end{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = -3/2 \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ y = -5/2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

توضیح دهید که پیدا کردن جواب در معادله سمت راست راحت‌تر و سریع‌تر است یا در معادله

سمت چپ. سمت راست.

هر معادله به صورت کلی $y = ax + b$ معادله یک خط است؛ زیرا در صورتی که تمام پاسخ‌های آن معادله را به صورت نقطه روی دستگاه مختصات نمایش دهیم، شکل یک خط به دست می‌آید؛ به همین دلیل می‌گوییم x و y با هم رابطه خطی دارند. معادله بالا بیشمار جواب دارد ولی اتحاد نیست.

به عنوان مثال $x + 2$ معادله یک خط است که در آن $a = 1$ و $b = 2$ فرض شده است و نمودار آن

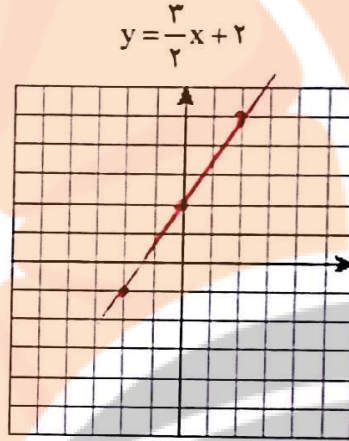
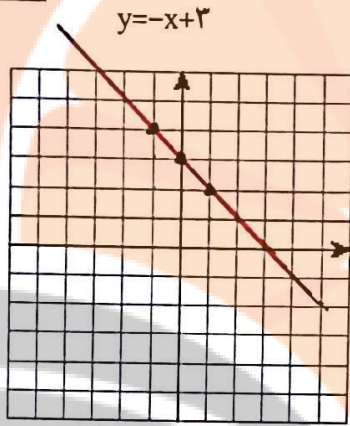
را در بالا ملاحظه کردید.

کار در کلاس

۱- نمودار خط‌های با معادله زیر را رسم کنید.

x	۰	۱	-۱
y	۳	۲	۴

	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$
--	--	--	---



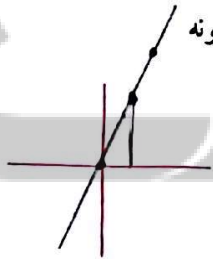
x	۰	۲	-۲
y	۲	۵	-۱

	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$
--	--	--	--

- ۲- آیا خط $y = 2x$ از مبدأ مختصات (یعنی نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$) می‌گذرد؟ چرا؟ بله چون برای $x = 0$ $y = 0$ هم برقرار است.
- ۳- اگر در معادله $y = ax$ به جای a عددهای مختلفی قرار دهیم، پیشمار معادله خطی مانند $y = 2x$ ، $y = -x$ و $y = 2x$... به دست می‌آید. آیا می‌توان گفت تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرند؟ بله
- $y = ax$ صورت کلی معادله خط‌هایی است که از مبدأ مختصات می‌گذرند.

فعالیت

۱- در هر مورد دو نقطه از یک خط داده شده است؛ ابتدا خط را رسم کنید و سپس مانند نمونه با توجه به مختصات هر نقطه معادله خط را حدس بزنید.



$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

$y = 2x$

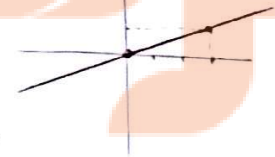


الف) $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

$y = -2x$

ب) $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

$y = \frac{1}{3}x$



۲- در فعالیت ۱ برای هر مورد مختصات دو نقطه دیگر را روی هر خط به دست آورید.

۹۹

$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۲- در قسمت (ب) کدام یک از نقطه‌ها با مختصات $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی خط قرار دارد؟

کار در کلاس

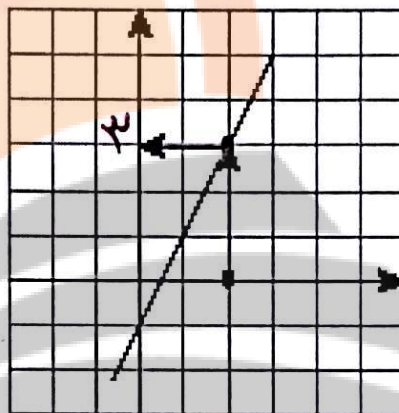
۱- مختصات نقطه‌ای به طول ۲ را روی خط $y=2x-1$ پیدا کنید.

با استفاده از معادله خط

$$y = 2x - 1$$

$$y = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

با استفاده از نمودار خط



$$-3 = -\frac{1}{2}x + 2$$

۲- مختصات نقطه‌ای به عرض ۳- را روی خط $y = -\frac{1}{2}x + 2$ پیدا کنید.

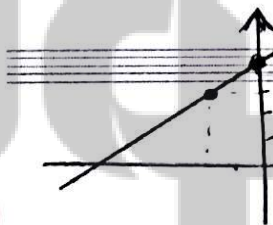
$$-\frac{1}{2}x = -3 - 2 = -5 \rightarrow x = 10$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \times 0 + 1 = 1 \end{cases}$$

۲- مختصات محل برخورد خط $y=5x+1$ را با محورهای مختصات پیدا کنید.

$$0 = 5x + 1 \rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

$$y = 0$$



x	0	-2
y	1	3
	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

۱- خط به معادله $y = \frac{1}{2}x + 4$ را رسم کنید.

$$-1 \neq \frac{1}{2} \times 2 + 4 = 5$$

(الف) آیا نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی این خط است. نه خیر

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

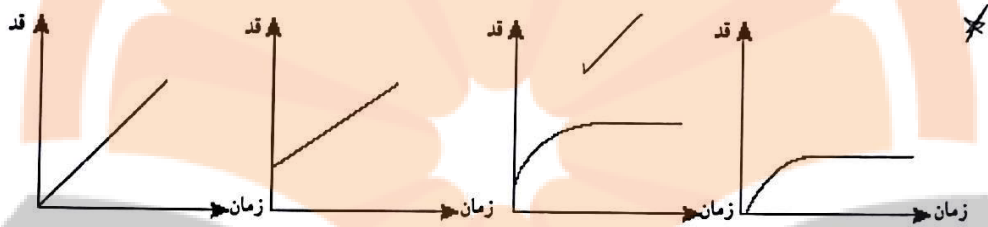
(ب) مختصات نقطه‌های برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

(ج) نقطه‌ای از خط به طول ۱- را پیدا کنید.

$$y = \frac{1}{2}x(-1) + 4$$

$$y = -\frac{1}{2} + 4 = \frac{7}{2}$$

۲- طول یک فنر ۱۰ سانتیمتر است. وقتی وزنه‌ای به جرم x به آن وصل شود، طول فنر از رابطه $y = \frac{1}{8}x + 10 = 14$ پیدا می‌شود. اگر وزنه‌ای به جرم ۵ کیلوگرم به آن وصل شود، طول فنر چقدر می‌شود؟
 ۳- کدام یک از نمودارهای زیر رابطه رشد قد انسان را از هنگام تولد تا بزرگسالی نشان می‌دهد؟
 با توجه به وضعیت‌های مختلف، نمودار آن را توصیف کنید؛ برای مثال بگویید محل برخورد نمودار با محور y به چه معنا است. *یعنی زمان تولد در این قدم که بعد از مدتی قد انسان دیگر ثابت می‌ماند و افزایش ندارد.*



۴- دو نقطه از یک خط داده شده است؛ معادله خط را حدس بزنید. *قیمت بوج*

الف) $y = 3x$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

ب) $y = 2x - 1$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ج) $y = 2x + 1$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

۵- مختصات محل برخورد خط به معادله $y = -x + 2$ را با محورهای مختصات بیابید.

۶- مختصات نقطه‌ای از خط به معادله $y = -\frac{3}{5}x + 4$ را بیابید که طول آن نقطه ۵ باشد.

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

۷- خط $y = -\frac{1}{4}x + 2$ را رسم کنید.

آیا نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد؟ نقطه‌ای به طول ۱- از این خط پیدا کنید.

نقطه‌ای به عرض ۲- از این خط پیدا کنید.

محل برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

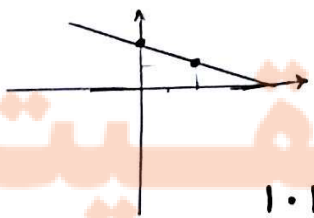
x	۰	۲
y	۲	۱
	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$3 = -\frac{1}{4}x(-2) + 2 = 1 + 2 = 3$$

$$y = -\frac{1}{4}x(-1) + 2 = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$$

$$-2 = -\frac{1}{4}x + 2 \rightarrow \frac{1}{4}x = 2 + 2 = 4 \rightarrow x = 8$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

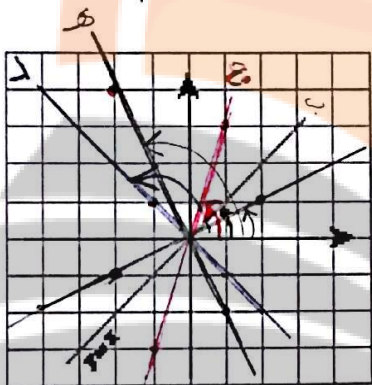


۱۰۱

فعالیت

۱- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه محور مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

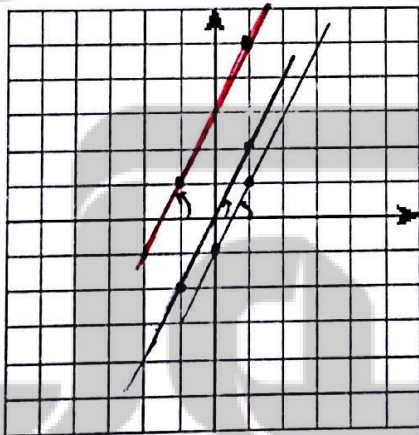
الف) $y = \frac{1}{4}x$ ب) $y = x$ ج) $y = 2x$ د) $y = -x$ هـ) $y = -2x$



در ضریب x یا زاویه α با محور x ها درست می‌کنند در چیست؟ زاویه هر خط را مانند نمونه با قسمت مثبت محور x طول‌ها مشخص کنید. در خط‌های الف، ب و ج چه رابطه‌ای بین ضریب x و این زاویه وجود دارد؟ ضریب x مثبت است. زاویه درست α زاویه تند است. خط‌های د و ه چه نوع زاویه‌ای با جهت مثبت محور x می‌سازد؟ زاویه α باز

۲- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

$y = 2x - 1$, $y = 2x$, $y = 2x + 3$



در معادله این خط‌ها ضریب x برابر با ۲ است که به آن شیب خط می‌گوییم. تفاوت خط‌ها در چیست؟ زاویه خط‌ها را با محور x ها با هم مقایسه کنید؛ چرا این خط‌ها با هم موازی هستند؟ چون شیب‌ها برابر هستند. بین محل برخورد خط با محور عرض‌ها و عدد

ثابت معادله چه رابطه‌ای می‌بینید؟ در همان عدد ثابت محور عرض‌ها را قطع کرده

در معادله خط $y = ax + b$ ، عدد a ، شیب خط نامیده می‌شود. با تغییر a زاویه خط با محور طول‌ها تغییر می‌کند. عدد b نشان‌دهنده محل برخورد خط با محور عرض‌ها است؛ به همین دلیل به آن عرض از مبدأ می‌گویند.

به عنوان مثال در خط به معادله $y = -3x + 2$ ، عرض از مبدأ ۲ و شیب خط، ۳- است.

فاصله خطوط زیاد شود

تلاش کن

۱- در هر یک از معادله‌های زیر، شیب و عرض را از مبدأ خط مشخص کنید
 عرض از مبدأ: $y = 2x - 4$ (شیب: ۲)
 عرض از مبدأ: $y = -\frac{2}{3}x$ (شیب: $-\frac{2}{3}$)
 عرض از مبدأ: $y = -3x + 1$ (شیب: -۳)

۲- معادله خطی بنویسید که:

الف) شیب آن ۲- و عرض از مبدأ آن -۱ باشد. $y = -2x - 1$

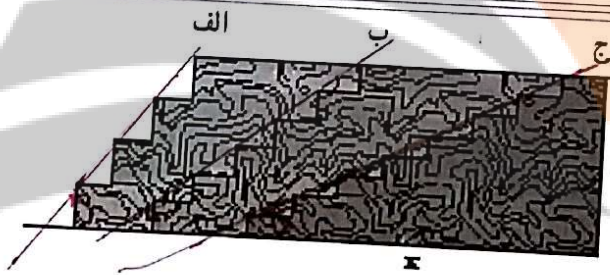
ب) شیب آن $\frac{1}{3}$ باشد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند. $y = \frac{1}{3}x + 3$

ج) با خط $y = 2x + 1$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ بگذرد. $y = 2x + 4$

۳- معادله خطی بنویسید که شیب آن ۲ باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

معادله خط $y = ax + b \rightarrow y = 2x + b \rightarrow 2 = 2 \times 1 + b \rightarrow b = 0 \rightarrow y = 2x$

فعالیت



۱- در این تصویر، سه نوع راه پله می‌بینید؛ در هر سه مورد ارتفاعی که بالا می‌روید یکسان است.

کدام راه پله شیب بیشتری دارد؟ الف

کدام یک، تعداد پله بیشتری دارد؟ ج

بالا رفتن از کدام یک راحت‌تر است؟ ح

۲- در محورهای مختصات مقابل، کدام خط شیب

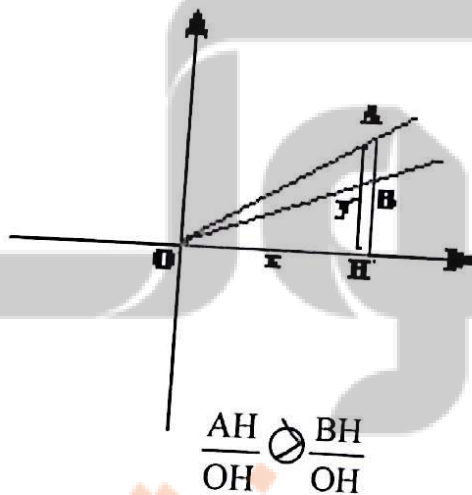
بیشتری دارد؟ $\odot A$

نقطه‌های A و B طول ثابتی دارند ولی عرض آنها

متفاوت است.

کدام یک از دو نسبت زیر بزرگ‌تر است؟ چرا؟

این دو نسبت چه ارتباطی با شیب خط‌ها دارد؟



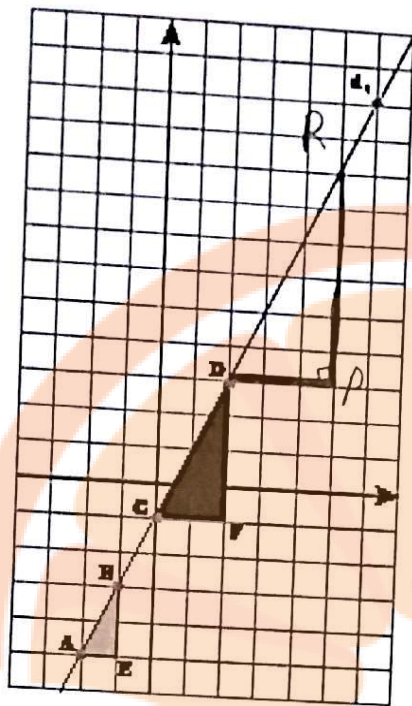
$\frac{AH}{OH} > \frac{BH}{OH}$

۱۰۳

چون نقطه A بالا تر از نقطه B است

AH بیشتر است مقدار شیب آن خط هم بیشتر است

BH کمتر است مقدار شیب آن هم کمتر است



۳- روی خط d_1 به معادله $y = 2x - 1$ دو نقطه دلخواه مثل A و B در نظر گرفته ایم. با توجه به مثلث قائم الزاویه ایجاد شده، شیب خط را به دست آورده ایم.

$$d_1 \text{ شیب خط} = \frac{EB}{EA} = \frac{2}{1} = 2$$

برای دو نقطه C و D نیز با توجه به مثلث رسم شده، شیب خط را پیدا کنید. $\frac{FD}{CF} = \frac{1}{2} = 2$

دو نقطه دلخواه دیگر روی خط در نظر بگیرید و با رسم یک مثلث قائم الزاویه شیب خط را دوباره پیدا کنید.

$$\frac{PR}{DP} = \frac{1}{3} = 2$$

۴- خط d_2 با محور طول، زاویه بزرگ تر از 90° می سازد؛ پس شیب خط، منفی می شود. با توجه به مثلث های رسم شده مقدار شیب خط d_2 را پیدا کنید.

$$d_2 \text{ شیب خط} = -\frac{EB}{EA} = -\frac{3}{1} = -3$$

$$-\frac{FD}{FC} = -\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

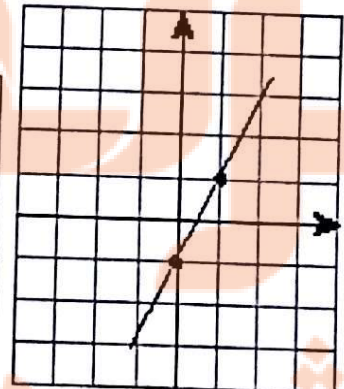
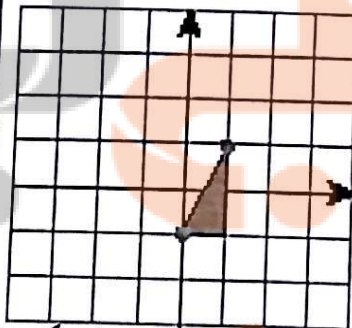
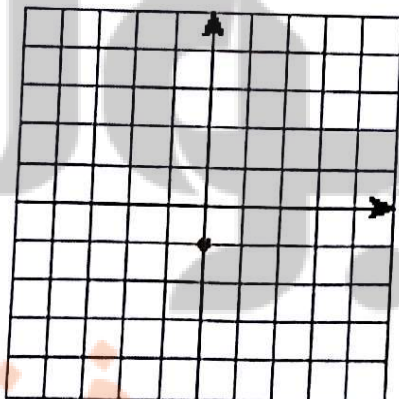
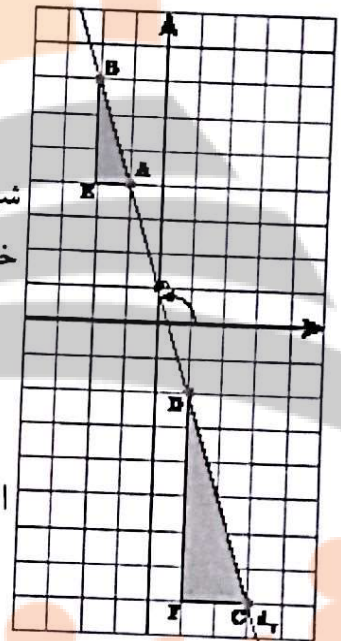
خط d_2 محور عرض ها را در نقطه 1° قطع کرده است یا عرض

$$y = -3x + 1$$

از مبدأ آن ۱ است. معادله خط d_2 را بنویسید.

۵- با توجه به این بیان از شیب خط در زیر مراحل رسم معادله خط

$y = 2x - 1$ با روش دیگری مشخص شده است؛ این روش را توضیح دهید. *طریق رسم می باشد.*



(۱) خط از این نقطه می گذرد. (۲) با توجه به مقدار شیب نقطه دیگر پیدا می شود. (۳) با داشتن دو نقطه خط رسم می شود.

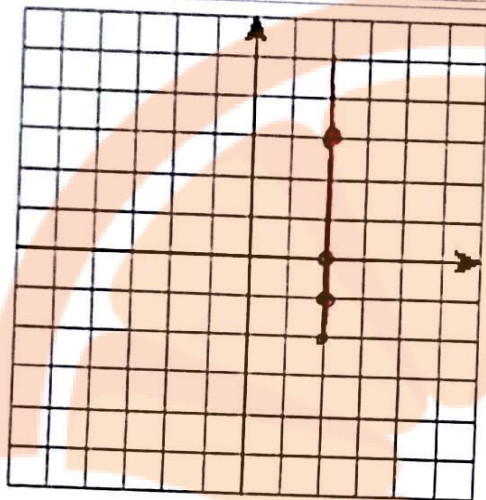
۱۰۴

(۱) عرض از مبدأ مشخص می کند

(۲) شیب خط مشخص می شود و نقطه درست میاد.

۳- دو نقطه درست آمده را بهم وصل و امتداد هر دو تا خط درست آید.

فعالیت



۱- نقطه های $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان دهید و خطی را رسم کنید که از این دو نقطه می‌گذرد.

روی خط، دو نقطه انتخاب کنید و مختصات آنها را بنویسید. $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$

اگر نقطه دیگری روی این خط در نظر بگیریم، طول آن برابر است با: $\frac{2}{\sqrt{5}}$ خواهد بود.

یک نقطه دلخواه به طول $\frac{2}{\sqrt{5}}$ بنویسید و روی محور مختصات نشان دهید: $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$
 تمام نقطه‌ها به طول $\frac{2}{\sqrt{5}}$ روی خط بالا قرار می‌گیرد و معادله آن به صورت $x=2$ است.
 ۲- صورت کلی معادله‌های خطی به صورت $ax+by=c$ است.

الف) با توجه به مقدارهای نوشته شده، معادله خط را بنویسید؛ کدام خط از مبدأ می‌گذرد؟ خط دوم چون عرض

از مبدأ آن صفر است. $a=2, b=3, c=4 \rightarrow 2x+3y=4$

$a=-1, b=2, c=0 \rightarrow -x+2y=0$

ب) با توجه به خط‌های داده شده، مقدارهای a, b, c را پیدا کنید.

$-3x+2y=2 \rightarrow a=-3, b=2, c=2$

$a=2, b=-1, c=-1 \rightarrow y=2x+1$ یا $a=-2, b=1, c=+1$
 $2x-y=-1$ یا $y-2x=1$

ج) برای خط $x=2$ مقدارهای a, b, c را بنویسید.

$a=1$

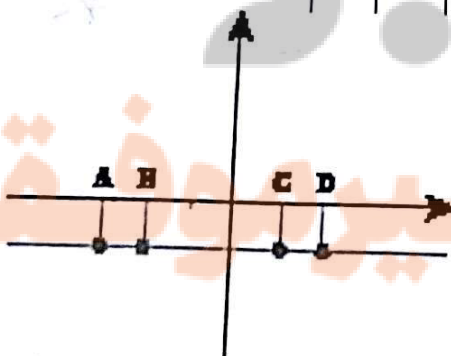
$b=0$

$c=2$

$ax+by=c \rightarrow x=2$

$| \quad | \quad |$

۳- مختصات نقطه‌های مشخص شده را روی خط



$A = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

این نقطه ها چه ویژگی مشترکی دارند؟ دارای عرض یک هستند

معادله خط رسم شده را بنویسید. $y = -1$

در فرم کلی معادله های خطی به جای a ، b و c چه عدد هایی قرار دهیم تا معادله خط رسم شده

به دست آید؟

$$ax + by = c$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 ضریب \downarrow \downarrow \downarrow
 1 -1

۴- مانند نمونه برای خط های داده شده شیب و عرض از مبدأ را پیدا کنید.



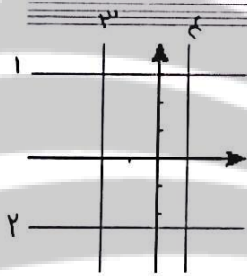
عرض از مبدأ \downarrow شیب \downarrow

$$2y - 4x = 8 \rightarrow 2y = 4x + 8 \rightarrow y = \frac{4}{2}x + \frac{8}{2} \rightarrow y = 2x + 4$$

$$3x - 2y = 6 \rightarrow -2y = -3x + 6 \rightarrow y = \frac{-3}{-2}x + \frac{6}{-2} \rightarrow y = \frac{3}{2}x - 3$$

$$x + 2y - 9 = 0 \rightarrow 2y = -x + 9 \rightarrow y = \frac{-1}{2}x + \frac{9}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

کار در کلاس



۱- معادله های خط های رسم شده را در دستگاه مختصات مقابل

کنار هر کدام بنویسید.

۱ $\rightarrow y = 3$

۲ $\rightarrow y = -3$

۳ $\rightarrow x = 1$

$x = 1$

$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

۲- از برخورد دو خط $y = -3$ و $x = 2$ کدام نقطه به دست می آید؟

۳- معادله خطی بنویسید که موازی محور x ها باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

تمرین

۱- خط های $y = 3$ و $x = -2$ را رسم و مختصات محل برخورد آنها را پیدا کنید. زاویه

بین این دو خط چند درجه است؟ 90° درجه

۲- معادله محور طول ها و محور عرض ها را بنویسید؛ محل برخورد آنها چه نقطه ای است؟

۳- شیب و عرض از مبدأ خط های زیر را پیدا و سپس آن خط ها را رسم کنید.

محور طول $\rightarrow y = 0$
محور عرض $\rightarrow x = 0$
محل برخورد $= 0$

$$3y = 2x + 4 \rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

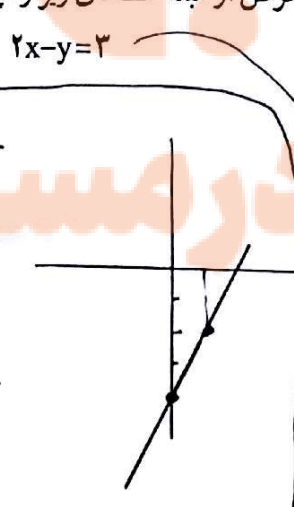
$$4x - 2y = 8$$

$$-2y = -4x + 8$$

$$y = \frac{2}{1}x - 4$$

$$y = 2x - 4$$

x	0	1
y	-4	-2
	$ -4$	$ -2$

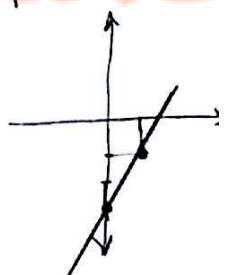


$$106$$

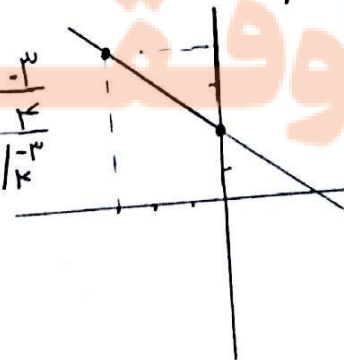
$$-y = -2x + 3$$

$$y = 2x - 3$$

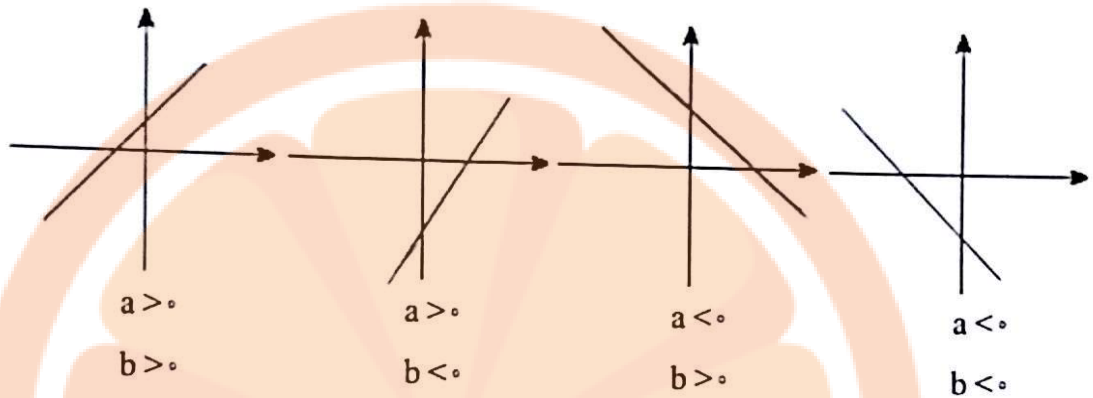
x	0	1
y	-3	-1
	$ -3$	$ -1$



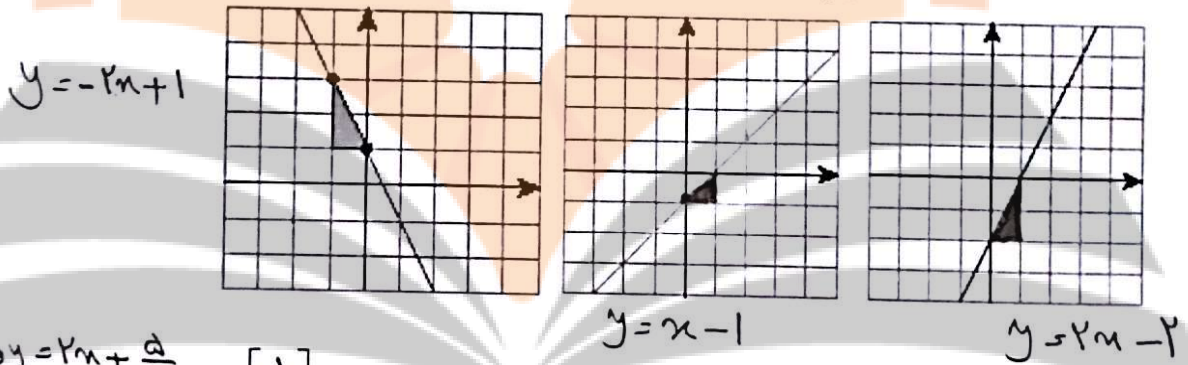
x	0	3
y	2	4
	$ 2$	$ 4$



سوال خوبی ۴- خط $y=ax+b$ را در نظر بگیرید. در هر یک از حالت‌های مورد نظر، خط را مانند نمونه در دستگاه مختصات رسم کنید.



۵- معادله خط‌های زیر را بنویسید.

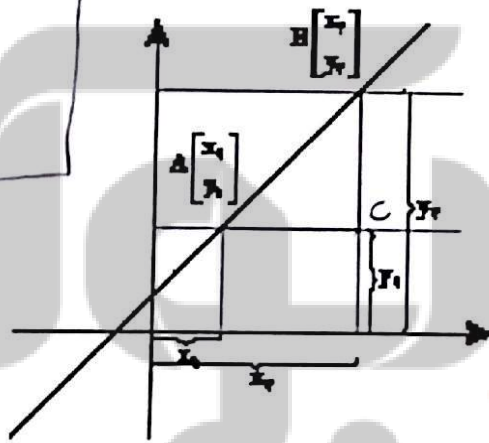


$$2y = 4x + 5 \rightarrow y = 2x + \frac{5}{2}$$

$$y = 2x + b \xrightarrow{|-1} -1 = 2x + b$$

$$b = -1 - 2 = -3$$

$$y = 2x - 3$$



۶- معادله خطی بنویسید که با خط $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۷- با توجه به شکل مقابل نشان دهید.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

۸- دو نقطه از یک خط هستند؛ شیب خط را پیدا کنید و معادله خط را بنویسید.

$$\text{شیب} = \frac{2 - (-1)}{3 - 4} = \frac{3}{-1} = -3$$

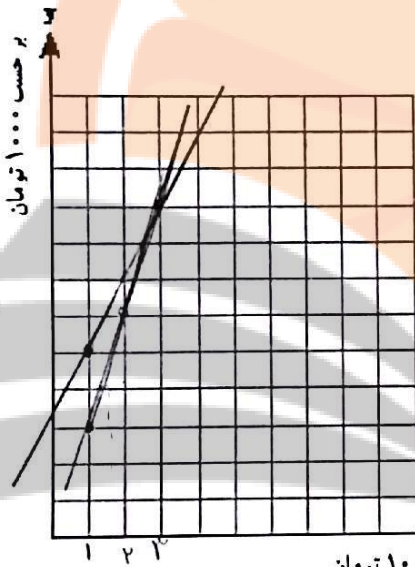
$$1.7 \quad y = -3x + b$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{2}} 2 = -3 \times 3 + b \rightarrow 2 + 9 = b \rightarrow b = 11$$

فعالیت

۱- هزینه اشتراک یک خط اینترنت روی تلفن همراه ۳۰۰۰ تومان مبلغ ثابت و ۲۰۰۰ تومان برای هر ساعت استفاده است. هزینه کلی x ساعت استفاده از اینترنت را با y نشان دهید و رابطه‌ای بین y و x بنویسید.

$$y = 2000x + 3000$$



*
واحدهای محور در بخت
من باشم.

یک نوع دیگر از اشتراک اینترنت بدون مبلغ ثابت است؛ ولی برای هر ساعت استفاده، ۳۰۰۰ تومان هزینه دارد. رابطه‌ای بین هزینه اشتراک (y) و x ساعت استفاده از اینترنت را در این حالت بنویسید. $y = 3000x$

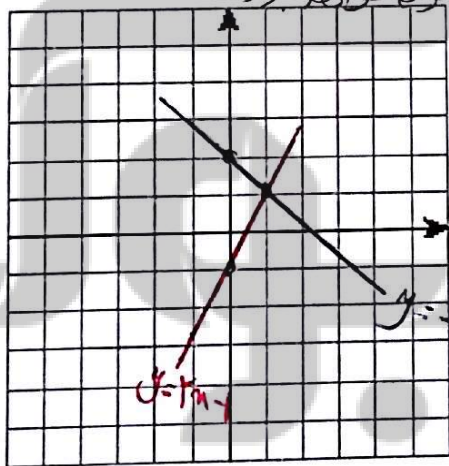
دو خط به معادله‌های فوق را در دستگاه مختصات مقابل رسم کنید. محل برخورد این دو خط چه ویژگی‌ای دارد؟ برای $1/5$ ساعت استفاده، کدام نوع اشتراک بهتر است؟ بعد از چند ساعت استفاده از اینترنت، اشتراک نوع اول به صرفه خواهد بود؟

عمل برخورد در هر دو معادله صدق می‌کند

برای استفاده ۳ ساعت اینترنت هزینه کمتر بر حسب ۱۰۰۰ تومان

نوع برابر است و پس از ۳ ساعت ۳ بعد نوع اول ۳ صرف خواهد بود

۲- معادله $y = 2x - 1$ چند جواب دارد؟ نمودار آن را رسم کنید. بی‌سار



معادله $y = -x + 2$ چند جواب دارد؟ بی‌سار نمودار آن را رسم کنید. توضیح دهید چگونه یک جواب مشترک برای این دو معادله پیدا می‌کنید.

محل برخورد دو خط جواب

مشترک برای دو معادله است.

کار در کلاس

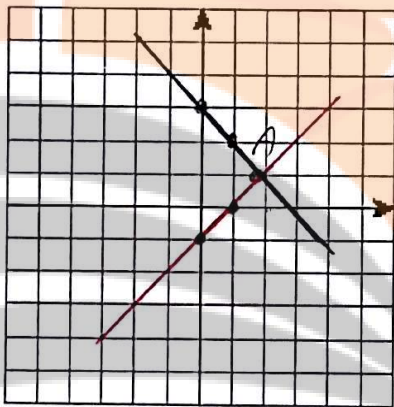
با رسم خط‌ها، دستگاه معادله‌های خطی زیر را حل کنید؛ یعنی یک جواب مشترک برای دو معادله پیدا کنید.

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & -1 & 0 \end{array}$$

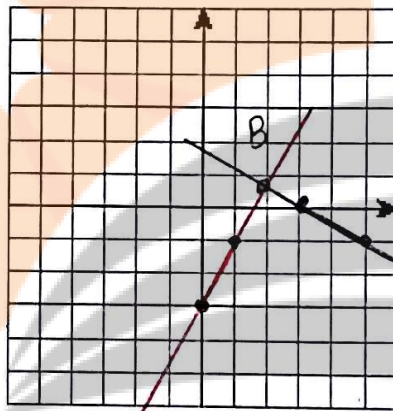
$$\begin{cases} x-y=1 \rightarrow y=x-1 \\ x+y=3 \rightarrow y=-x+3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y=3 \rightarrow y=2x-3 \\ x+2y=3 \rightarrow y=-\frac{x}{2}+\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 3 & 2 \end{array}$$



$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



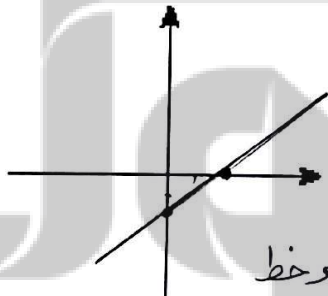
$$B = \begin{bmatrix} 1.8 \\ 0.6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & -3 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 5 & 3 \\ \hline y & -1 & 0 \end{array}$$

فعالیت

$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & & 2 \\ \hline y & -\frac{4}{3} & & 0 \end{array}$$



۱- خط $2x-3y=4$ را رسم کنید. خط به معادله $4x-6y=8$

که در آن تمام عددهای معادله بالا دو برابر شده است را رسم کنید.

الف) آیا خط جدیدی به دست آمد؟ خیر

ب) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر تمام ضرایب‌های یک معادله

خط را در یک عدد ضرب کنیم دو خط برهم منطبق خواهند بود و خط

ج) آیا می‌توان گفت این دستگاه معادله خطی بی‌شمار جواب خواهد داشت؟ نه آری.

$$\begin{cases} 2x-3y=4 \\ 4x-6y=8 \end{cases}$$

دارد؟ چرا؟ بله. چون دو خط برهم منطبق شده و بی‌شمار جواب خواهند داشت.

۲- به مثال های زیر توجه کنید :

$$\begin{array}{r} 2=2 \\ +5=5 \\ \hline 7=7 \end{array} \quad \text{الف)}$$

$$\begin{array}{r} x=x \\ +2x=2x \\ \hline 3x=3x \end{array} \quad \text{ب)}$$

ج)



از این مثال چه نتیجه ای می گیرید؟ اگر دو طرف دو تساوی را با هم جمع کنیم، باز یک تساوی خواهیم داشت.
۳- با توجه به نتیجه هایی که از سوال های بالا گرفتید، توضیح دهید که چگونه دستگاه معادله های

زیر حل شده است. در هر قسمت مشخص کنید از کدام نتیجه استفاده شده است:

با جمع طرفین یکی از مجهولات حذف می شوند

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} x-y=1 \\ x+y=3 \end{array} \right. \quad \text{الف)}$$

$$\hline 2x=4$$

$$\begin{array}{r} 2x \times \left\{ \begin{array}{l} 2x-y=3 \\ x+2y=4 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4x-2y=6 \\ x+2y=4 \end{array} \right. \quad \text{ب)}$$

$$5x=10$$

$$x=2 \quad \text{و} \quad x+2y=4$$

$$2+2y=4$$

$$2y=2 \rightarrow y=1$$

$$\text{جواب دستگاه: } \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

با ضرب عدد در طرفین تساوی یکی از ضرایب طرفین برابر می آید و با جمع طرفین یکی از مجهولات حذف می شود و مانند قسمت الف حل می شود.

$$x+y=3 \quad \text{و} \quad x=2$$

$$2+y=3 \rightarrow y=1$$

$$\text{جواب دستگاه نیز بدست می آید: } \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

یکی از راه های حل کردن دستگاه معادله های خطی، حذف کردن x یا y است تا به یک معادله یک مجهولی برسیم؛ نام این روش، حذفی است.

کار در کلاس

دستگاه های معادله های خطی زیر را حل کنید.

در معادله اول

$$\left\{ \begin{array}{l} x-y= \\ 2x+2y=6 \end{array} \right. \quad \text{۱) طرف دوم مشخص نیست}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x-5y=1 \\ 2x+2y=7 \end{array} \right. \quad \text{۲)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -4x+10y=-2 \\ 4x+9y=21 \end{array} \right.$$

$$19y=19$$

$$y=\frac{19}{19}=1$$

$$4x-5 \times 1=1 \quad \text{ج} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right.$$

$$4x=5+1=6$$

$$x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x+2y=50 \\ 2x+2y=35 \end{array} \right. \quad \text{۳)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3x-2y=-50 \\ 2x+2y=35 \end{array} \right. \quad \text{||} \times 1$$

$$-x=-15 \rightarrow x=15$$

$$3 \times 15 + 2y = 50$$

$$2y = 50 - 45 = 5$$

$$y = \frac{5}{2}$$

$$\text{ج} \left| \begin{array}{l} 15 \\ \frac{5}{2} \end{array} \right.$$

۱- دستگاه معادله‌های خطی زیر را به روش دیگری نیز می‌توان حل کرد.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

راهنمایی: هدف این است که به یک معادله یک مجهولی برسیم؛ بنابراین مقدار y را از معادله پایین در معادله بالا قرار دهید تا یک معادله یک مجهولی به دست آید؛ نام این روش، جایگزینی است.

$$2x - 3\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) = 5 \rightarrow 2x - x + 2 = 5 \rightarrow x = 5 - 2 = 3$$

۲- «طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۳ سانتیمتر کمتر است. اگر محیط مستطیل ۲۴ سانتیمتر باشد، طول و عرض مستطیل را پیدا کنید.» این مسئله توسط سه دانش‌آموز حل شده است. روش‌های هر کدام را توضیح دهید و کامل کنید.

روش ۱: $2x - 3 = 5 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$ طول مستطیل و $x = 4$ عرض مستطیل
 روش جایگزینی حل
 $2(x + y) = 24 \rightarrow 2(x + 2x - 3) = 24 \rightarrow 6x - 6 = 24 \rightarrow 6x = 30 \rightarrow x = 5$ طول و $x = 5$ عرض
 روش ۲: $2x - 3 = 12 \rightarrow 2x = 15 \rightarrow x = 7.5$ طول و $x = 7.5$ عرض

y : طول مستطیل و x : عرض مستطیل

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2(x + y) = 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + 2y = 24 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x - y = 3 \\ -2x + 2y = 21 \\ \hline -y + 2y = 3 - 21 \\ y = -18 \end{array}$$

با نوشتن دو معادله خطی و حل دستگاه‌های معادله‌های خطی به روش حذفی محاسبه

$$y = 2x - 3 \rightarrow 7 = 2x - 3 \rightarrow 2x = 7 + 3 \rightarrow x = 5$$

طول برابر عرض نوشته و سپس

$$2(x + y) = 24 \rightarrow 2(x + 2x - 3) = 24$$

بین روش‌های اول و سوم چه شباهتی هست؟

هر دو از روش جایگزینی استفاده کرده

سوال ۵

رایج ۱۱۲

دو مستقیم در x و y

$$-2x \begin{cases} x+y=20 \\ 4x+2y=54 \end{cases}$$

$$4x+2y=54$$

$$\begin{cases} -2x-2y=-40 \\ 4x+2y=54 \end{cases}$$

$$4x+2y=54$$

$$\hline 2x=14$$

$$x=7$$

$$x+y=20$$

$$y=20-7=13$$

سوال ۶

معادله جواب ندارد.

$$-2x \begin{cases} 2x-3y=7 \\ 4x-4y=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x+6y=14 \\ 4x-4y=5 \end{cases}$$

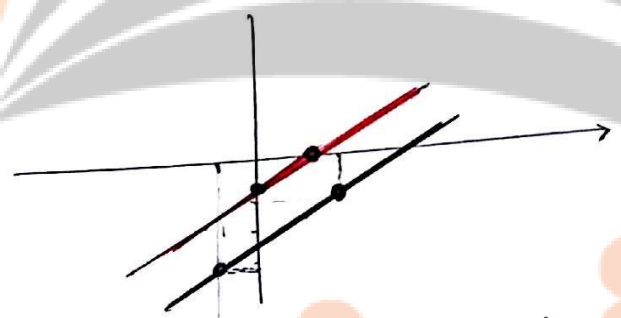
$$4x-4y=5$$

$$2x-3y=7$$

x	-1	2
y	-3	-1
	-1	2
	-3	-1

$$4x-4y=5$$

x	0	$\frac{5}{4}$
y	$-\frac{5}{4}$	0
	0	$\frac{5}{4}$
	$-\frac{5}{4}$	0



دو خط باهم موازیند و محل برخورد ندارند

$$2x-3y=7 \rightarrow -3y=-2x+7 \rightarrow y=\frac{-2}{-3}x+\frac{7}{-3} \Rightarrow y=\frac{2}{3}x-\frac{7}{3}$$

$$4x-4y=5 \rightarrow -4y=-4x+5 \rightarrow y=\frac{-4}{-4}x+\frac{5}{-4} \Rightarrow y=\frac{4}{4}x-\frac{5}{4}$$

$$y=\frac{2}{3}x-\frac{7}{3}$$

تیب خطها برابرند پس خطوط موازیند و هرگز را قطع نمی کنند

در نتیجه معادله جواب ندارد.

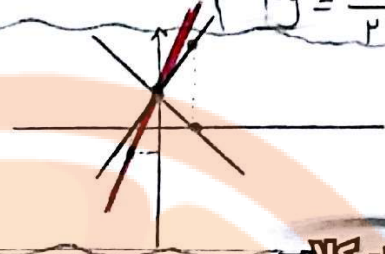
دومی $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x + 2y = 8 \\ \hline x = 10 \\ x = 2 \end{cases}$ $x + y = 4$
 $y = 4 - x$
 $y = 2$

سوال 1 $\begin{cases} 2x - 7 - 2 = 0 \rightarrow 2x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{2} \\ x + y - 1 = 0 \rightarrow \frac{9}{2} + y - 1 = 0 \rightarrow y = 1 - \frac{9}{2} \\ y = -\frac{7}{2} \end{cases}$ سوال 2

سوال 4

$y = 1x + 1$ $\begin{array}{c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & 1 & 2 \end{array}$ $\begin{array}{c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & 1 & 2 \end{array}$

$y = 2x + 1$ $\begin{array}{c|c} x & 0 & -1 \\ \hline y & 1 & -1 \end{array}$ $y = -x + 1$ $\begin{array}{c|c} x & 0 & -1 \\ \hline y & 1 & -1 \end{array}$



هر سه خط یک جواب مشترک دارند

کار در کلاس

دستگاه‌های زیر را به روش جایگزینی حل کنید

$2x - 7y = 15 \rightarrow 2(2y + 7) - 7y = 15 \rightarrow 4y + 14 - 7y = 15 \rightarrow -3y = 15 - 14 = 1 \rightarrow y = -\frac{1}{3}$

1) $\begin{cases} x - 2y = 7 \rightarrow x = 2y + 7 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y + 7 \\ 2(2y + 7) - 7y = 15 \\ 4y + 14 - 7y = 15 \\ -3y = 1 \\ y = -\frac{1}{3} \\ x = 2(-\frac{1}{3}) + 7 = \frac{20}{3} \end{cases}$ ح. $\begin{cases} x = \frac{20}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x - y = 6 \rightarrow y = 3x - 6 \\ 2x + \frac{1}{3}y = 8 \rightarrow 2x + \frac{1}{3}(3x - 6) = 8 \rightarrow 2x + x - 2 = 8 \rightarrow 3x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{3} \\ y = 3 \times \frac{10}{3} - 6 = 4 \end{cases}$ ح. $\begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = 4 \end{cases}$

1) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + 2y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 4 \\ -2x + 4y = 14 \\ \hline 3y = 18 \\ y = 6 \\ 2x + 6 = 4 \rightarrow 2x = -2 \rightarrow x = -1 \end{cases}$ ح. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - 1 & y - 1 & 1 \\ 2 & 3 & 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 3 - 2y + 2 = 1 \rightarrow 3x - 2y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$ ح. $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{10}{3} \end{cases}$ در با 8

دو عدد تواندار با پایه‌های مختلف در صورتی که برابر می‌شوند کم توان آن‌ها برابر می‌شود. پس $x + y - 1 = 0$ و $2x - 7y - 2 = 0$ خواهد بود.

2- معادله خطی بنویسید که از محل برخورد دو خط $x - y = 1$ و $x + y = 1$ بگذرد و شیب آن $\frac{2}{3}$ باشد. $b = \frac{2}{3}$

4- در معادله $y = ax + 1$ اگر به جای a عددهای مختلفی قرار دهیم، معادله خط‌های زیادی به دست می‌آید. به ازای $a = 1$ و $a = 2$ و $a = -1$ این خط‌ها را رسم کنید؛ این خطوط چه ویژگی مشترکی دارند؟

5- در یک مزرعه، 20 شترمرغ و گاو وجود دارد. پاهای آنها 56 عدد است. در این مزرعه $\frac{1}{3}$ می‌گذرند.

چند شترمرغ و چند گاو وجود دارد؟ (شترمرغ 2 پا و گاو 4 پا دارد)

6- دستگاه معادله خطی زیر را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید.

$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$

آیا این دستگاه جواب دارد؟

شیب هر دو خط را به دست آورید. توضیح دهید چرا نقطه مشترکی به عنوان جواب معادله به دست نمی‌آید.

7- مجموع سن علی و پدرش 70 سال و اختلاف آنها 26 سال است. سن هر یک را با تشکیل دستگاه معادلات به دست آورید.

$\begin{cases} x + y = 70 \\ x - y = 26 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 70 \\ 2x = 96 \\ x = 48 \\ y = 22 \end{cases}$ سن علی


تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)