

تلاشی در مسیر موفقیت



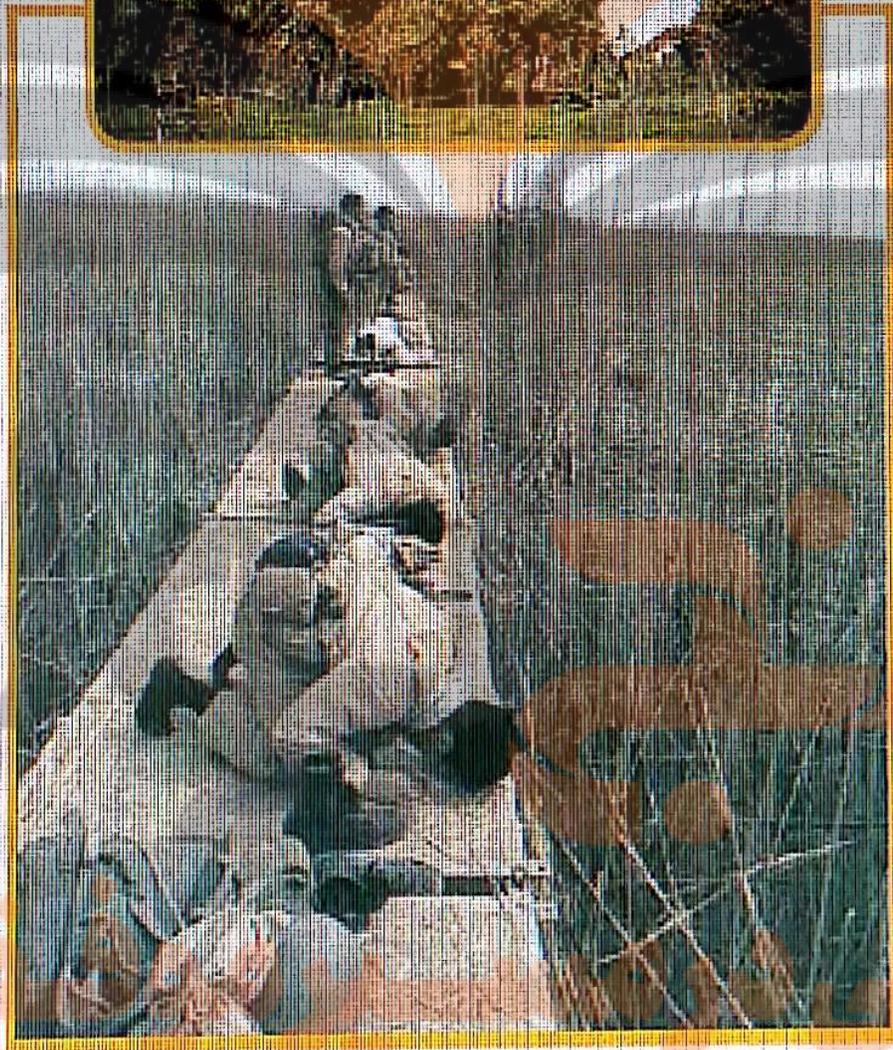
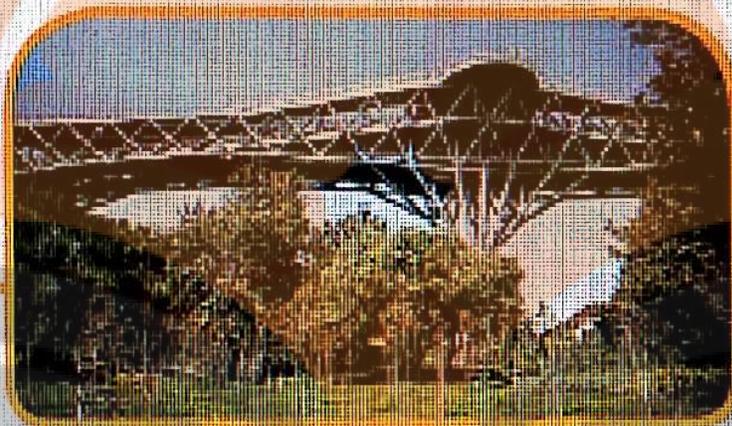
- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

# عبارت های گویا



پل همان‌طور اساسی در زندگی انسان‌ها دارند. انواع مختلفی از پل‌ها وجود دارند و در موارد زیادی می‌توانیم پل‌ها را بر آبها از فرمول‌هایی بهره‌مند می‌آید که باینکه عبارت گویا بیان می‌شوند. مثلاً در مورد پل‌های عابر پیاده بار محاسباتی از دستور  $\frac{150}{L+15}$  بهره‌مند می‌آید که در آن  $L$  طول بارگذاری شده بر حسب متر است.

مسئله

طول مستطیلی ۴ سانتیمتر از عرض آن بیشتر است. اگر نسبت عرض به طول این مستطیل  $\frac{2}{3}$  باشد، طول و عرض آن را به دست آورید.

اگر  $x$  را عرض مستطیل در نظر بگیریم، طول آن  $x+4$  است و نسبت عرض به طول را می توان با  $\frac{x}{x+4}$  نمایش داد؛ بنابراین:

$$\frac{x}{x+4} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3x = 2x + 8 \Rightarrow x = 8 \quad \text{عرض} \quad \text{طول} = 12$$

عبارت  $\frac{x}{x+4}$  را، که نسبت دو چندجمله ای است، عبارت گویا می نامیم.

به طور کلی هر عبارت گویا، کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشند.

عبارت های گویا در ریاضیات، علوم، پزشکی، مهندسی، اقتصاد و بسیاری از زمینه های دیگر مورد استفاده قرار می گیرند؛ به طور مثال سرعت متوسط اتومبیلی که مسیری را با سرعت  $v_1$  طی کرده و سپس از همان مسیر با سرعت  $v_2$  بازگشته است از رابطه  $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$  به دست می آید که عبارت گویای جبری است. برخی از مثال های دیگر از این قرار است:

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

میانگین حسابی دو عدد  $a$  و  $b$

$$\frac{v^2}{2k} = 122$$

محاسبه جرم یک جسم با سرعت  $v$  و انرژی جنبشی  $k$

با توجه به تعریف بالا عبارات های زیر گویا هستند:

$$\frac{2x-5}{5x^2-2x^2+1} \quad \text{و} \quad \frac{x+5}{x-1} \quad \text{و} \quad \frac{-a}{4} \quad \text{و} \quad \frac{2}{5} \quad \text{و} \quad \frac{x-3}{4} \quad \text{و} \quad \frac{x}{y} \quad \text{و} \quad \frac{x^2-\sqrt{3}x+1}{9xy}$$

$$\frac{1}{x} \quad \text{و} \quad \frac{10}{x+2} \quad \text{و} \quad \frac{3x+\sqrt{7}}{x^2} \quad \text{و} \quad \frac{xy^2}{(x-y)^2} \quad \text{و} \quad \frac{x^2}{1} \quad \text{و} \quad \frac{-a}{b} \quad \text{و} \quad x^2+2x-7$$

اما عبارات های زیر گویا نیستند. (چرا؟)

$$\sqrt{xy} \quad \text{و} \quad \frac{\sqrt{x}}{x+y} \quad \text{و} \quad |x-y| \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

کدام یک از عبارت های زیر گویا است؟

$$\frac{\sqrt{y}}{x-1} \text{ و } \frac{x+6}{3} \text{ و } \frac{ah}{2} \text{ و } \frac{\sqrt{3+x}}{5} \text{ و } \frac{\sqrt{2x}}{25} \text{ و } \frac{|x|+|y|}{x}$$

$$\frac{x\sqrt{y+1}}{x^2} \text{ و } \frac{x-5}{\sqrt{3+1}} \text{ و } \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ و } \frac{mn+n^2}{5-n} \text{ و } 14 \text{ و } \frac{3-a}{2+x}$$

فعالیت

مقدار عددی عبارت  $\frac{x+5}{x-3}$  را به ازای عددهای داده شده در جدول زیر به دست آورید:

x	-2	7	$\frac{1}{2}$	0	-1	-5
$\frac{x+5}{x-3}$	$\frac{-2+5}{-2-3} = \frac{3}{-5}$	$\frac{7+5}{7-3} = \frac{12}{4} = 3$	$\frac{\frac{1}{2}+5}{\frac{1}{2}-3} = \frac{\frac{11}{2}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{11}{5}$	$\frac{0+5}{0-3} = -\frac{5}{3}$	$\frac{-1+5}{-1-3} = \frac{4}{-4} = -1$	$\frac{-5+5}{-5-3} = \frac{0}{-8} = 0$

به ازای  $x=3$  مخرج عبارت گویای  $\frac{x+5}{x-3}$  مساوی صفر می شود و همان گونه که از قبل می دانید  $\frac{8}{8}$  به عنوان عدد تعریف نمی شود.

برای تعیین همه مقادیری که به ازای آنها یک عبارت گویا تعریف می شود، باید مقادیری از متغیر را حذف کنیم که به ازای آنها مخرج کسر صفر می شود؛ به عبارت دیگر این مقادیر را نمی توان به جای متغیر در عبارت جبری قرار داد و حاصل را محاسبه کرد.

مثال: عبارت گویای  $\frac{7x^2+1}{(x-1)(x+2)}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده است؟

حل: چه مقادیری مخرج کسر را صفر می کند؟

برای یافتن این عددها، مخرج کسر را مساوی صفر قرار می دهیم؛ یعنی:

$$(x-1)(x+2)=0$$

از طرفی وقتی حاصل ضرب چند عبارت برابر صفر شود، حداقل یکی از آنها صفر است؛ لذا:

$$\begin{cases} (x-1)=0 \Rightarrow x=1 \\ \text{یا} \\ (x+2)=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

بنابر این عبارت گویای فوق به ازای  $x=1$  و  $x=-2$  تعریف نشده است.

## کار در کلاس

هر یک از عبارت‌های زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده است؟

الف)  $\frac{8x+5}{2}$

ب)  $\frac{y+x}{x} \quad x=0$

ج)  $\frac{2b+1}{2b-1} \quad 2b-1=0 \rightarrow b=\frac{1}{2}$

د)  $\frac{3x}{x^2+4}$

ه)  $\frac{x}{x^2-1} \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x=-1 \\ x=1 \end{cases}$

و)  $\frac{a+5}{a^2-5a+6} \quad \begin{cases} a^2-5a+6=0 \\ (a-2)(a-3)=0 \\ a=2 \text{ یا } a=3 \end{cases}$

ساده کردن یک عبارت گویا

کسر  $\frac{36}{48}$  با کسرهای  $\frac{9}{12}$ ،  $\frac{6}{8}$ ،  $\frac{18}{24}$  و  $\frac{3}{4}$  مساوی است. بین این کسرها  $\frac{3}{4}$  کسری است که

دیگر قابل ساده شدن نیست؛ در واقع:

$$\frac{36}{48} = \frac{3 \times 12}{4 \times 12} = \frac{3}{4}$$

در ساده کردن هر عدد گویا می‌توان صورت و مخرج را به عددی غیر صفر تقسیم کرد؛ یعنی

$$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b} \quad (b \neq 0, c \neq 0)$$

به همین ترتیب برای عبارت گویای  $\frac{AC}{BC}$  داریم:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{A}{B} \quad (B \neq 0 \text{ و } C \neq 0 \text{ و } A \text{ و } B \text{ و } C \text{ چند جمله‌ای هستند})$$

## فعالیت

توضیح دهید که هر یک از عبارت‌های گویای زیر چگونه ساده شده است؟ هر جا لازم است حل را کامل کنید (چگونگی استفاده از اتحادها و تجزیه را در هر مورد توضیح دهید).

الف)  $\frac{18y^2}{60y^5} = \frac{3}{10y^3}$

ب)  $\frac{x^2+6x+9}{x^2+4x+3} = \frac{(x+3)(x+3)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+3}{x+1}$

۱۱۶

از تجزیه صورت و مخرج استفاده شده

دوین عبارت مشترک با هم ساده شده اند

از ب. م. م. صورت و مخرج استفاده شده

توان باید داشته باشه

ج)  $\frac{y^2 - 9}{3y + 9} = \frac{(y+3)(y-3)}{3(y+3)} = \frac{y-3}{3}$

د)  $\frac{8ab^2}{2 \cdot a^2 b^2} = \frac{2b^2 \cancel{a} b^2}{\cancel{2} a \times \cancel{2} a b^2} = \frac{2b^2}{2a} = \frac{b-5}{5-b} = \frac{b-5}{-(b-5)} = -1$

فضا کافیست

کار در کلاس

۱- عبارت های گویای زیر را ساده کنید:

الف)  $\frac{(m-4)(m+4)}{-(m-4)} = -(m+4)$

ب)  $\frac{6m+18}{7m+21} = \frac{3(2m+6)}{7(m+3)} = \frac{6}{7}$

ج)  $\frac{(a+2)(a-7)}{(a+2)(a-1)} = \frac{a-7}{a-1}$

د)  $\frac{x^2 - y^2}{y-x} = \frac{(x-y)(x+y)}{-(x-y)} = \frac{(x+y)(x^2+y^2)}{-(x-y)}$

۲- عبارت  $\frac{a+ax}{a}$  به دو شکل ساده شده؛ کدام درست و کدام نادرست است؟

الف) نادرست  $\frac{a+ax}{a} = a+x$

ب) درست  $\frac{a+ax}{a} = \frac{a(1+x)}{a} = 1+x$

تمرین

۱- برای هر عبارت گویا، مقادیری را به دست آورید که عبارت به ازای آنها تعریف نشده است.

$3ab^2 = 0 \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$  الف)  $\frac{5x}{3ab^2}$

ب)  $\frac{2y}{y(2y-6)}$   $\begin{cases} y=0 \\ 2y-6=0 \\ y=3 \end{cases}$

ج)  $\frac{2p}{p^2-p-12}$   $\begin{cases} p^2-p-12=0 \\ (p-4)(p+3)=0 \\ p=4 \text{ یا } p=-3 \end{cases}$

د)  $\frac{2x+5}{x}$   $x=0$

ه)  $\frac{x^2-1}{x+5}$   $\begin{cases} x+5=0 \\ x=-5 \end{cases}$

و)  $\frac{a+3}{2a+1}$   $2a+1=0 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$

۲- حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید:

الف)  $\frac{-(n-3)}{(n-1)(n-2)} = \frac{-1}{n-2}$

ب)  $\frac{3-x}{x^2-5x+6}$

ج)  $\frac{24x^2}{12x^2-6x}$

د)  $\frac{y^3-2y^2-3y}{y^2+y}$

ه)  $\frac{1-t^2}{t^2+1}$

و)  $\frac{16x^2-9y^2}{8x-6y}$

ب)  $\frac{fx(x+2)}{12(x+2)} = \frac{x}{3}$

ج)  $\frac{24x^2}{4x(2x-1)} = \frac{6x}{2x-1}$

د)  $\frac{y(y^2-2y-3)}{y(y+1)} = \frac{y^2-2y-3}{y+1} = \frac{(y+1)(y-3)}{y+1} = y-3$

ه)  $\frac{(1-t^2)(1+t^2)}{(1+t^2)} = 1-t^2$

و)  $\frac{(4x-3y)(4x+3y)}{2(4x-3y)} = \frac{4x+3y}{2}$



## ضرب و تقسیم عبارت‌های گویا

عبارت‌های گویا را همانند عددهای گویا می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. در مورد

عددهای گویا قوانین زیر را داریم:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$(b, d \neq 0) \qquad (b, c, d \neq 0)$

در ضمن در مورد عبارات گویا هم هر جا که امکان داشته باشد، می‌توان عبارت را ساده کرد.

### فعالیت

توضیح دهید که هر یک از ضرب‌ها و یا تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است حل را کامل و حاصل عبارت را ساده کنید.

الف)  $\frac{5xy^3}{8x^2z^2} \times \frac{16z^3}{10y^2} = \frac{2yz}{3x}$

ب)  $\frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{x^2-2x-15} = \frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{(x+3)(x-5)} = \frac{x^2}{x-5}$

ج)  $\frac{x-6}{x^2-12x+36} \times \frac{x^2-3x-18}{x^2+7x+12} = \frac{x-6}{(x-4)(x-4)} \times \frac{(x+3)(x-4)}{(x+3)(x+4)} = \frac{1}{x+4}$

د)  $\frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^2} = \frac{4x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{8x} = \frac{y^2}{6}$

ه)  $\frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \div \frac{a^2+3a+2}{a-4} = \frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \times \frac{a-4}{a^2+3a+2} = \frac{(a-5)(a+1)}{a(a-4)} \times \frac{a-4}{(a+1)(a+2)} = \frac{a-5}{a(a+2)}$

$= \frac{(a+1)(a-5)}{a(a-4)} \times \frac{a-4}{(a+1)(a+2)} = \frac{a-5}{a(a+2)}$

## کار در کلاس

نصفاً کافی است

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{(a+2)(a-2)x(a+2)}{(a+2)(a-2)(a+2)}$$

الف)  $\frac{a^2 - a - 6}{a+2} \times \frac{a+2}{a^2 - 4} = \frac{a-3}{a-2}$

ب)  $\frac{a^2b + ab^2}{a} \times \frac{2ab}{(a+b)^2} = \frac{ab(a+b) \times 2ab}{(a+b)(a+b)} = \frac{2ab^2}{(a+b)}$

$$\frac{(a+1)(a+2)}{a+2} \times \frac{2+5}{a+1}$$

ج)  $\frac{x^2 + 2x + 2}{x+2} \div \frac{x+1}{x+5} = \frac{x+5}{1}$

د)  $\frac{2x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^2} = \frac{2x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{8x} = \frac{y^2}{2 \times 3 \times 4} = \frac{y^2}{4}$

## جمع و تفریق عبارت‌های گویا

جمع و تفریق عبارت‌های گویا مشابه جمع و تفریق عددهای گویا است؛ در مورد عددهای گویا داریم:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad (b \neq 0)$$

و

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \quad (b, d \neq 0)$$

به طریق مشابه می‌توان دو عبارت گویا را جمع یا تفریق کرد.

## فعالیت

توضیح دهید که هر یک از محاسبات زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است حل را کامل، و مانند نمونه یک جمع و تفریق عددی مشابه آن ارائه کنید.

الف)  $\frac{2x+7}{x+2} + \frac{2x-3}{x+2} = \frac{2x+7+2x-3}{x+2} = \frac{4x+4}{x+2}$

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

ب)  $\frac{2x+7}{x+2} - \frac{2x-3}{x+2} = \frac{2x+7-(2x-3)}{x+2} = \frac{2x+7-2x+3}{x+2} = \frac{10}{x+2}$

$$\frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4}$$

ج)  $\frac{a^2-20}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2} = \frac{a^2-20+(a-2)^2}{a^2-4} =$

$$\frac{7}{10} - \frac{9 \times 7}{5 \times 10} = \frac{18}{10} - \frac{11}{10}$$

$$= \frac{a^2-20+a^2-4a+4}{a^2-4} = \frac{2a^2-4a-16}{a^2-4} = \frac{2(a^2-2a-8)}{a^2-4}$$

$$= \frac{2(a-4)(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2(a-4)}{a-2}$$

د)  $\frac{a+1}{a} - \frac{3a+2}{a(a+2)} = \frac{(a+1)(a+2)-(3a+2)}{a(a+2)} = \frac{a^2+3a+2-3a-2}{a(a+2)} = \frac{a^2}{a(a+2)} = \frac{a}{a+2}$

$$\frac{2 \times 1}{3 \times 4} - \frac{1}{12} = \frac{1-1}{12} = \frac{0}{12}$$

$$\text{الف)} \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y} = \frac{x^2 - y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y$$

$$\text{ب)} \frac{2x^2 - 14 - (x+4)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x^2 - 14 - x^2 - 2x + 8}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 2x - 6}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-4)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-4}{x-2}$$

$$\text{ج)} \frac{\sqrt{x+2} + x^2 - 2x}{(x-2)(x+1)(x+3)} = \frac{x^2 + 2x + 2}{(x-2)(x+1)(x+3)} \quad *$$

### کار در کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. اصلاً فضای کافی برای پاسخ‌دهی ندارد.

$$\text{الف)} \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x}$$

$$\text{ب)} \frac{6}{x} + \frac{4}{-x} = \frac{6}{x} - \frac{4}{x} = \frac{2}{x}$$

$$\text{ج)} \frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} \cdot \frac{(x+4)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2(x^2 - 8)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+4)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2(x-4)(x+2)}{(x-2)(x+2)(x+2)} = \frac{2(x-4)}{(x-2)(x+2)}$$

$$\text{د)} \frac{2}{3y(x-y)} + \frac{x+1}{x(x-y)^2} = \frac{2x(x-y) + 3y(x+1)}{3xy(x-y)^2} = \frac{2x^2 - 2xy + 3xy + 3y}{3xy(x-y)^2} = \frac{2x^2 + xy + 3y}{3xy(x-y)^2}$$

### ساده کردن عبارت‌های مرکب

هنگام ساده کردن هر عبارت گویای مرکب، همانند کسره‌های مرکب می‌توان صورت و مخرج را جداگانه ساده و سپس آنها را برهم تقسیم کرد و یا از همان ابتدا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب (و غیر صفر) ضرب کرد.

### فعالیت

توضیح دهید که هر یک از روش‌های ارائه شده برای ساده کردن کسر مرکب با روش دیگر چه تفاوتی دارد؛ هر جا لازم است حل را کامل کنید. ( $x \neq 0$ )

صورت و مخرج در عبارتی مناسب و غیر صفر ضرب شود

$$\text{الف)} \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{x^2(1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2})}{x^2(1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2})} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$$

ابتدا صورت و مخرج را مخرج مشترک گرفته سپس ساده شود

$$\text{ب)} \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2} \div \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2} \times \frac{x^2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$ب) \frac{-x^2 - y^2}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{x^2 + y^2} = \frac{-(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = -1$$

به مخرج مشترک هرکدام ضرب  
 ابتدا مخرج مشترک بر روی هر دو نام از  
 صورت و مخرج پس تبدیل به ضرب  
 و ساده شدن

الف)  $\frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{a(a+1) \left( \frac{2}{a} - \frac{3}{a+1} \right)}{a(a+1) \left( \frac{2}{a+1} - \frac{3}{a} \right)} = \frac{2(a+1) - 3a}{2a - 3(a+1)} = \frac{2a+2-3a}{2a-3a-3} = \frac{2-a}{-a-3} = \frac{a-2}{a+3}$

ب)  $\frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{2(a+1) - 3a}{a(a+1)} \div \frac{2a - 3(a+1)}{a(a+1)} = \frac{2a+2-3a}{a(a+1)} \times \frac{a(a+1)}{2a-3a-3} = \frac{-a+2}{-a-3}$

$a \neq 0$  و  $a \neq -1$

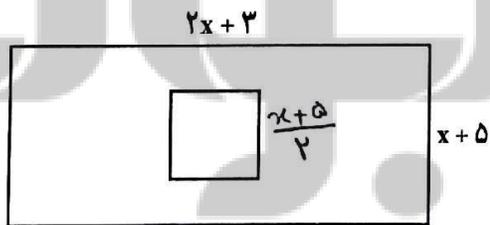
### کاردرکلاس

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف)  $\frac{\frac{n}{1} - \frac{n^2}{n-m}}{1 + \frac{m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{\frac{n(n-m) - n^2}{n-m}}{\frac{n^2 - m^2 + m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{n^2 - mn - n^2}{n-m} \div \frac{n^2}{n^2 - m^2} = \frac{-mn}{n-m} \times \frac{(n-m)(n+m)}{n^2} = \frac{-m(n+m)}{n}$

ب)  $\frac{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}} = \frac{\frac{y(x-y) - x(x+y)}{(x+y)(x-y)}}{\frac{x(x-y) + y(x+y)}{(x+y)(x-y)}} = \frac{xy - y^2 - x^2 - xy}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x^2 - xy + xy + y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{-x^2 - y^2}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x^2 + y^2}{(x+y)(x-y)}$

### فعالیت



طول ضلع مربع در داخل مستطیل،  
 نصف عرض مستطیل است. اگر نسبت  
 مساحت مربع به مساحت مستطیل  $\frac{5}{26}$   
 باشد، طول و عرض مستطیل را به دست  
 آورید.

حل را کامل کنید و توضیح دهید که چگونه به کمک ساده کردن عبارت گویای به دست آمده و  
 حل معادله، پاسخ به دست می آید.

طول ضلع مربع =  $\frac{x+5}{2}$

مساحت مربع =  $\left( \frac{x+5}{2} \right)^2$

مساحت مربع =  $(x+5)^2$  و مساحت مستطیل =  $(2x+3)(x+5)$

$$\frac{(x+5)^2}{(2x+3)(x+5)} = \frac{5}{26}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+5)^2}{(2x+3)(x+5)} = \frac{5}{26} \Rightarrow \frac{x+5}{2x+3} = \frac{5}{26}$$

اینجا 5 و 26 مخرج و این 13 مخرج

$$13x + 45 = 20x + 30 \rightarrow 45 - 30 = 20x - 13x$$

$$\Rightarrow 7x = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{طول} = 2x + 3 = 13$$

$$\text{عرض} = 5 + 5 = 10$$

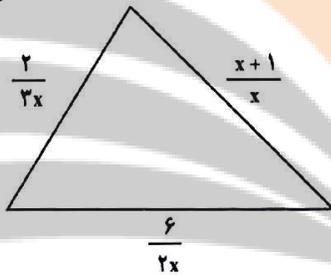
$$\frac{2(x^2 + 5x + 3)}{(x+2)(x+1)}$$

### کار در کلاس

۱- محیط هر شکل را بر حسب x به دست آورید و آن را ساده کنید. ( $x > 0$ )

$$\frac{x+1}{x} + \frac{2}{3x} + \frac{4}{x^2} =$$

$$\frac{3x^2 + 2x + 12}{3x^2} = \frac{3x+12}{3x}$$



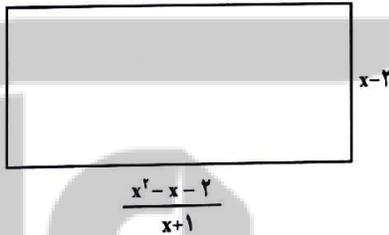
$$2x \cdot \frac{x}{x+1} + 2x \cdot \frac{x}{x+1} =$$

$$\frac{2}{x+2} \cdot \frac{2}{x+1} + 2x \cdot \frac{2}{x+1} =$$

$$\frac{4x^2 + 4 + 2x^2 + 4x}{(x+2)(x+1)} = \frac{2x^2 + 10x + 4}{(x+2)(x+1)}$$

۲- مساحت مستطیل مقابل را بر حسب x به دست آورید.

$$(x-2) \left( \frac{x^2 - x - 2}{x+1} \right) = \frac{(x-2)(x+1)(x-2)}{x+1} = (x-2)^2$$



### تمرین

$$-(m+v)(m-1)$$

۱- ضرب و تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

ب)  $\frac{m^2 - 49}{m+1} \div \frac{v-m}{m^2 - 1} = \frac{(m-v)(m+v)}{(m+1)} \times \frac{(m-1)(m+1)}{-(m-v)} =$

د)  $\frac{1-c^2}{b^2} \times \frac{b^2}{1-2c+c^2} = \frac{(1-c)(1+c)}{b(1-c)(1-c)} = \frac{1+c}{b(1-c)}$

الف)  $\frac{a^2 - 16}{a+4} \times \frac{a+2}{a^2 - 8a + 16}$

ج)  $\frac{x^2 - 4x + 4}{4x^2y - 8xy} \div \frac{x^2 + x - 6}{6x^2 + 18}$

ع)  $\frac{(m-2)(m-2)}{2my(m-2)} \times \frac{123}{2(m^2+3)} = \frac{123}{2my(m+3)}$

$$\text{الف)} \frac{x(x^2-y^2)-y(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} = \frac{x(m-y)(m+y)-y(m-y)^2}{(m^2+y^2)(m-y)(m+y)} = \frac{(x-y)[x(m+y)-y(m-y)]}{(x^2+y^2)(m-y)(m+y)} = \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x^2+y^2)(m+y)}$$

$$= \frac{1}{m+y} \left[ \text{ع.)} \frac{(a^2-b^2)(a+b)-(a^2-b^2)}{a^2-b^2} = \frac{a^3+a^2b-b^2a-b^3-a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2b-b^2a}{a^2-b^2} = \frac{ab(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{ab}{a+b} \right]$$

$$\frac{ab}{a+b}$$

۲- جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید.  $\frac{xy-9m}{xy(a-b)}$

الف در بالا  $\frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^2-y^2}$

ب)  $\frac{x+y}{ax-bx} + \frac{y+9}{by-ay} = \frac{x+y}{x(a-b)} + \frac{y+9}{y(a-b)} = \frac{xy+y^2-xy-9x}{xy(a-b)}$

ج در بالا  $\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}$

د)  $\frac{2+x^2-2x}{2+x} - 2-x = \frac{x^2-2x+2-4-2m-2m-a^2}{2+x} = \frac{-7m}{2+x}$

۳- فقط یکی از عبارت‌های گویای زیر قابل ساده شدن است؛ آن را مشخص و ساده کنید.

$$\frac{a^2+5}{a^2} \text{ و } \frac{a^2+3}{3} \text{ و } \frac{a^2+b^2}{a^2} \text{ و } \sqrt{\frac{a^2-5a}{a}} = \frac{a(a-5)}{a} = a-5$$

۴- از میان عبارت‌های زیر، هر کدام را که مساوی عبارت  $\frac{x}{y}$  است، معلوم کنید.

الف)  $\frac{x+3}{y+3}$  ب)  $\frac{3-x}{3-y}$  ج)  $\frac{3x}{3y}$  ✓ د)  $\frac{x^2}{y^2}$  ه)  $\frac{a^2x}{a^2y}$  ✓

۵- عبارت  $\frac{-x+3}{x+5}$  با کدام یک از عبارت‌های زیر برابر است؟

الف)  $\frac{-x+3}{x+5}$  ب)  $\sqrt{\frac{x-3}{x+5}}$  ج)  $\frac{x-3}{x+5}$  د)  $\frac{3-x}{x+5}$

۶- کدام یک از عبارت‌های زیر به درستی ساده شده است؟

الف)  $\frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = a-5$  ب)  $\frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = \frac{1}{a-5}$  ✓

۷- اگر  $A=a^2-b^2$ ،  $B=a^2+b^2$  و  $C=2ab$ ، حاصل عبارت  $\frac{A^2-B^2}{C^2}$  را به دست آورید.

$$\frac{A^2-B^2}{C^2} = \frac{(A-B)(A+B)}{C^2} = \frac{(a^2-b^2-a^2-b^2)(a^2-b^2+a^2+b^2)}{(2ab)^2} = \frac{-2b^2 \times 2a^2}{4a^2b^2} = -1$$

عرض =  $n$   
طول =  $2n-1$

$$\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}} = \frac{2(n+2n-1)}{n(2n-1)} = \frac{2(3n-1)}{n(2n-1)}$$

سوال 9 ←

۸- کدام یک از تساوی های زیر، درست و کدام یک نادرست است. موارد نادرست را اصلاح کنید. (همه عبارات های جبری تعریف شده فرض می شود.)

الف)  $\frac{a-b}{b} - \frac{a-b}{a} = \frac{a-b}{ab} \rightarrow \frac{a^2-b^2}{ba}$       ب)  $\frac{x^{12}}{x^{20}} = x^8 \rightarrow x^{-8} = \frac{1}{x^8}$

ج)  $\frac{a}{5} - \frac{v-b}{5} = \frac{a-v-b}{5} \rightarrow \frac{a-v+b}{5}$       د)  $\frac{a-b}{b-a} = 1 \rightarrow \frac{a-b}{-(a-b)} = -1$

ه)  $\frac{1}{a-b} = \frac{-1}{a+b} \rightarrow \frac{-1}{b-a}$       و)  $\frac{a^2-b^2}{a-b} = a+b$

ز)  $\frac{ca+cb}{c+cd} = \frac{a+b}{1+d} \rightarrow \frac{a+b}{1+d}$       ح)  $\frac{a}{a} = \frac{c}{b}$

الف ۱۵

۹- طول مستطیلی از دو برابر عرض آن یک واحد کمتر است. نسبت محیط به مساحت این مستطیل را به صورت یک کسر گویا (عبارت گویا) بنویسید. با  $\uparrow$

۱۰- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و نتیجه را ساده کنید.

$$\frac{-\alpha(\alpha-1)}{(\alpha-1)(\alpha+1)} \div \frac{\alpha-\alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)}$$

$$\frac{-\alpha}{\alpha+1} \times \frac{\alpha+1}{\alpha-\alpha^2-\alpha} = \frac{-\alpha}{-\alpha^2} = \frac{a-a^2}{a} \div \frac{a-a^2-1}{a+1} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{x-y} - \frac{2}{x+y} = \frac{x+y-2x+2y}{(x-y)(x+y)} = \frac{-x+3y}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(n-y)}{x^2-9y^2} = \frac{-(n-y)}{(x+y)(n-3y)(n+3y)}$$

۱۱- دو عبارت گویا بنویسید که :

$$\text{ج) } \frac{2x}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{2x}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{x+1}$$

$$= \frac{2x^2-2x+x+1-2x^2+2}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{-x+3}{(x+1)^2(x-1)}$$

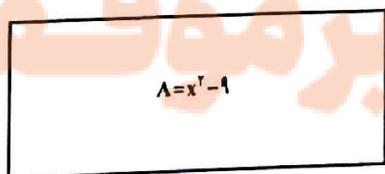
$$\frac{x-2}{nm} \times \frac{nm}{a+v}$$

الف) حاصل ضرب آنها  $\frac{a-2}{a+v}$  شود.

$$\frac{a}{a+v} + \frac{-2}{a+v}$$

ب) حاصل جمع آنها  $\frac{a-2}{a+v}$  شود.

۱۲- طول مستطیل مقابل را بر حسب  $x$  به دست آورید.



مساحت مستطیل  $x^2-1$  است.

$$\frac{x^2-x-12}{x-2} = \frac{(x-4)(x+3)}{-(x-2)} = x+3$$

۱۲۵

$$\text{طول مستطیل} = \frac{\text{مساحت}}{\text{عرض}} = \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = x-3$$

### ۱- تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای

- برای تقسیم دو یک جمله‌ای بر یکدیگر از قوانین ساده کردن کسرها و نیز قوانین مربوط به ساده کردن توان‌ها استفاده می‌کنیم.

مثال

$$\frac{14x^5y}{2x^2y^2} = \frac{7x^3}{y} \quad \text{و} \quad \frac{-18a^2xz^4}{27x^6z} = \frac{-2a^2z^3}{3x^5}$$

### ۲- تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای

اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  اعدادی صحیح و  $d$  عددی صحیح و غیر صفر باشد، داریم:

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$$

به طور مشابه برای تقسیم چند جمله‌ای  $12x^3 - 18x + 2$  بر  $6$  به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{12x^3 - 18x + 2}{6} = \frac{12x^3}{6} - \frac{18x}{6} + \frac{2}{6} = 2x^3 - 3x + \frac{1}{3}$$

### فعالیت

توضیح دهید که هر یک از تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است؛ جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

الف)  $\frac{2a^4 + 5a^3 - 8a}{4a^2} = \frac{2a^4}{4a^2} + \frac{5a^3}{4a^2} - \frac{8a}{4a^2} = \frac{1}{2}a^2 + \frac{5a}{4} - \frac{2}{a}$

ب)  $\frac{14x^3yz - 6xy + 3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z} = \frac{14x^3yz}{2x^2y^2z} - \frac{6xy}{2x^2y^2z} + \frac{3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z}$   
 $= \frac{7x}{y} - \frac{3}{xy^2} + \frac{3z}{2}$

ج)  $(8y^3 - 4y^2 + 12y) \div (-4y^2) = \frac{8y^3 - 4y^2 + 12y}{-4y^2} =$   
 $= \frac{8y^3}{-4y^2} - \frac{4y^2}{-4y^2} + \frac{12y}{-4y^2} = -2y + 1 - \frac{3}{y}$

## کار در کلاس

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

الف)  $\frac{-21a^4b^2c}{28ab^6} = -\frac{3ac}{4b^4}$

ب)  $\frac{24x^6y - 2z + 3xyz}{x^2z} = \frac{24x^4y}{z} - \frac{2}{x^2} + \frac{3y}{x}$

۳- تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای  
اگر تقسیم مقابل را در نظر بگیریم:  $\frac{26}{8} \rightarrow$  مقسوم علیه  
 $\frac{-24}{3} \rightarrow$  خارج قسمت  
 $\frac{2}{2} \rightarrow$  باقی‌مانده  
مقسوم  $\leftarrow$   $\frac{26}{8}$   
مقسوم علیه  $\leftarrow$   $\frac{-24}{3}$   
باقی‌مانده  $\leftarrow$   $\frac{2}{2}$   
؟؟?

عدد ۲۶ را مقسوم، ۸ را مقسوم علیه، ۳ را خارج قسمت و ۲ را باقی‌مانده می‌نامیم. رابطه‌های تقسیم بالا به صورت زیر است:

$$\begin{cases} 3 \times 8 + 2 = 26 \\ 2 < 8 \end{cases}$$

مثال: چند جمله‌ای  $2x^2 - 7x - 15$  را بر چند جمله‌ای  $x - 5$  تقسیم کنید.

چند جمله‌ای  $2x^2 - 7x - 15$  را مقسوم و  $x - 5$  را مقسوم علیه می‌نامیم. در اولین گام باید مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان‌های نزولی متغیر موجود (در اینجا  $x$ ) مرتب کرد. در مثال ما چند جمله‌ای‌های مورد نظر مرتب شده هستند.

اکنون اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم؛ یعنی:  $\frac{2x^2}{x} = 2x$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 15 \quad | \quad x - 5 \\ + 2x^2 - 10x \quad \quad \quad 2x \\ \hline \end{array}$$

حاصل ضرب  $2x$  در  $x - 5$  را به دست می‌آوریم و آن را از عبارت مقسوم کم می‌کنیم:

$$2x^2 - 7x - 15 - (2x^2 - 10x) = 2x^2 - 7x - 15 - 2x^2 + 10x = +3x - 15$$

برای آسان‌تر شدن، می‌توانیم پس از محاسبه حاصل ضرب  $2x$  در  $x - 5$ ، در کادر بالا علامت عبارت حاصل را قرینه کنیم و محاسبه را انجام دهیم؛ یعنی:

داخل کادر

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 15 \quad | \quad x - 5 \\ + 2x^2 - 10x \quad \quad 2x \\ \hline \quad \quad \quad + \\ \hline \quad \quad 3x - 15 \end{array}$$

اکنون دوباره  $3x - 15$  را بر  $x - 5$  تقسیم و مراحل قبل را تکرار می‌کنیم؛ یعنی اولین جمله عبارت  $3x - 15$  را بر اولین جمله  $x - 5$  تقسیم می‌کنیم. توجه داریم که این چند جمله‌ای‌ها نیز باید بر حسب توان‌های نزولی مرتب شده باشند؛ داریم:  $\frac{3x}{x} = 3$

این تقسیم‌ها را تا زمانی ادامه می‌دهیم که یا باقیمانده صفر شود یا درجه چند جمله‌ای باقیمانده از درجه مقسوم‌علیه کمتر شود.

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 15 \quad | \quad x - 5 \\ \pm 2x^2 \pm 10x \quad \quad 2x + 3 \\ \hline \quad \quad 3x - 15 \\ \pm 3x \pm 15 \\ \hline \quad \quad \quad \cdot \end{array}$$

وقتی باقیمانده صفر باشد، می‌گوییم مقسوم بر مقسوم‌علیه بخش‌پذیر است.

### فعالیت

۱- تقسیم‌های زیر را انجام دهید و مراحل کار را توضیح دهید. جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

الف) 
$$\begin{array}{r} 4x^3 - 3x^2 + x + 7 \quad | \quad x^2 - 2 \\ \pm 4x^3 \quad \quad \quad \mp 8x \\ \hline \quad -3x^2 + 9x + 7 \\ \quad \pm 3x^2 \quad \quad \quad \boxed{6} \\ \hline \quad \quad \quad 9x \quad \quad \quad \boxed{+1} \end{array}$$

$$\frac{4x^3}{x^2} = 4x$$

درجه چند جمله‌ای باقی‌مانده از درجه مقسوم‌علیه کمتر شده

باقیمانده این تقسیم چیست؟  
 $9x + 1$

ب) 
$$\begin{array}{r} x^2 - 5x - 24 \quad | \quad x - 8 \\ + x^2 - 8x \quad \quad \quad \boxed{x} + \boxed{3} \\ \hline \quad \quad \quad 3x - 24 \\ \quad \quad \quad + 3x - 24 \\ \hline \quad \quad \quad \cdot \end{array}$$

$$\frac{2x^2}{2} = x$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{3}{2}$$

باقیمانده صفر است

۸۰

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 2x - 2 \quad | \quad x-2 \\ \underline{2x^4 - 4x^3} \phantom{+ 2x^2 + 2x - 2} \\ 2x^2 - 2x \phantom{- 2} \\ \underline{2x^2 - 4x} \phantom{- 2} \\ 2x - 2 \\ \underline{2x - 4} \\ -2 \end{array}$$

۵

$$\begin{array}{r} 2m^5 + 5m^4 - 2m^3 + 2m^2 - 2m + 3 \quad | \quad m+3 \\ \underline{2m^5 + 6m^4} \phantom{- 2m^3 + 2m^2 - 2m + 3} \\ -m^4 - 2m^3 + 2m^2 - 2m + 3 \\ \underline{-m^4 - 3m^3} \phantom{+ 2m^2 - 2m + 3} \\ +m^3 + 2m^2 - 2m + 3 \\ \underline{-m^3 - 3m^2} \phantom{- 2m + 3} \\ +m^2 - 2m + 3 \\ \underline{+m^2 + 3m} \phantom{+ 3} \\ -m + 3 \\ \underline{+m + 3} \\ 6 \end{array}$$

۷

$$\begin{array}{r} 3y^2 - 10y - 2 \quad | \quad y-2 \\ \underline{3y^2 - 6y} \phantom{- 2} \\ -4y - 2 \\ \underline{-4y + 8} \\ -10 \end{array}$$

سوال ۲

$$\begin{array}{r} 2m^4 - 3m^3 + m^2 + 5 \quad | \quad m+1 \\ \underline{2m^4 + 2m^3} \phantom{+ m^2 + 5} \\ -5m^3 + m^2 + 5 \\ \underline{-5m^3 - 5m^2} \phantom{+ 5} \\ 6m^2 + 5 \\ \underline{6m^2 + 6m} \phantom{+ 5} \\ -m + 5 \\ \underline{-m - 1} \\ 6 \end{array}$$

رابطه  $(-m+1)(-5m^3 - 5m^2 - m - 2m - 2) + 6$

سوال ۳

$x(m+1) = x^2 + \epsilon m$

عریف =  $\frac{مقسوم}{مقسوم علیه}$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 15x^2 + 21x \quad | \quad x^2 + \epsilon m \\ \underline{2x^3 + 2\epsilon x^2} \phantom{+ 21x} \\ 15x^2 + 21x \\ \underline{15x^2 + 15\epsilon x} \phantom{+ 21x} \\ 6x \end{array}$$

عریف  $2m+7$

سوال ۴ شرط بخشیدنی باقیانده باید برابر صفر باشد

$$\begin{array}{r} 20x^2 + 23x^2 - 10x + a \quad | \quad \epsilon x + 3 \\ \underline{20x^2 + 15x^2} \phantom{- 10x + a} \\ 8x^2 - 10x + a \\ \underline{8\epsilon x + 24} \\ -14x + a - 24 \end{array}$$

ص  $a+12=0$  خواهد بود  $a = -12$

$$\begin{array}{r} 8x^2 - 10x + a \\ \underline{-8x^2 + 4x} \\ -14x + a \\ \underline{-14x + 12} \\ a - 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 5 \\ \underline{+x^2 - 2x} \\ 2x + 5 \\ \underline{2x + 4} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

الف

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 19x^2 + 14x - 4 \mid -x + 2 \\ -4x^3 + 12x^2 \\ \hline -7x^2 + 14x - 4 \\ +7x^2 + 14x \\ \hline 2x - 4 \\ -2x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^2 + 8x - 12 \mid x + 2 \\ -x^2 + 4x - 2 \\ \hline 4x^2 + 8x - 12 \\ -4x^2 + 4x \\ \hline -2x - 12 \\ +2x + 4 \\ \hline -8x - 16 \\ +8x + 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

۲- تقسیم زیر را انجام دهید و رابطه تقسیم را بنویسید. حل را کامل کنید.

$$\begin{array}{r} 10x^3 - 3x^2 + 2x - 19 \mid -3 + 2x^2 \\ -10x^3 + 15x^2 \\ \hline 12x^2 + 2x - 19 \\ -12x^2 + 18 \\ \hline 2x - 1 \end{array}$$

رابطه های تقسیم:

$$(5x^2 + 9)(2x^2 - 3) + 2x - 1 = 10x^4 - 3x^3 + 2x - 19$$

و درجه چند جمله ای  $2x - 1$  از درجه  $2x^2 - 3$  کمتر است.

### کار در کلاس

تقسیم های زیر را انجام دهید.

الف)  $6x^3 - 19x^2 + 16x - 4 \mid 2 - x$

ب)  $-x^3 - 12 + 8x \mid x + 6$

### تمرین

۱- تقسیم های زیر را انجام دهید.

الف)  $\frac{-2x^2y^2z^2}{18xz^5} = \frac{-xy^2z^2}{9}$

ب)  $\frac{2a^2y - a^2y^2 + 15xy}{-5y^2} = -\frac{2a^2}{5y} + \frac{a^2}{5} - \frac{3x}{y}$

ج)  $(x^2 - 27) \div (x - 2)$

د)  $(3y^2 - 10y - 24) \div (3y - 4)$

ه)  $2x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3 \mid x + 3$

۲- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم زیر را مشخص کنید و درستی عمل تقسیم را با نوشتن روابط

در صفحه قبل  $-3x^4 + 4x^6 + x^2 + 5 \mid 1 - x$

تقسیم نشان دهید.

۳- حجم یک جعبه به شکل مکعب مستطیل برابر با  $2x^2 + 15x + 28$  است. اگر ارتفاع این

جعبه  $x$  و طول آن  $x + 4$  باشد، عرض آن را به دست آورید.

۴- اگر چند جمله ای  $10x^2 + 23x - 10$  بر  $4x + 3$  بخش پذیر باشد،  $a$  را به دست آورید.

۵- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم عبارت  $2x^2 - 9x + 9$  را بر هر یک از عبارت های زیر به دست آورید.

$2x + 3$  و  $2x - 3$  و  $x - 3$  و  $x + 3$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x + 3 \\ -2x^2 + 6x \\ \hline -15x + 9 \\ +15x + 45 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x - 3 \\ -2x^2 + 6x \\ \hline -3x + 9 \\ +3x + 9 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x - 3 \\ -2x^2 + 6x \\ \hline -3x + 9 \\ +3x + 9 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x - 4 \\ -2x^2 + 8x \\ \hline -17x + 9 \\ +17x - 68 \\ \hline -59 \end{array}$$

تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)