

تلاشی در مسیر موفقیت



دانلود گام به گام تمام دروس ✓

دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓

دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓


دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓

مشاوره کنکور ✓

فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

حجیم و مساحت



کشید تا بوس پدانی بار یکی از سید و چهارم شهری است که در شهر استاد گوروس در
 استان گلستان قرار دارد. این بنا بلندترین برج فلز آجری جهان به شمار می رود. این
 برج استوانه ای که گندی سار و طی شکل روی آن قرار گرفته است ۳۵ متر ارتفاع دارد.
 ستون هایی به شکل منشور روی بنای استوانه ای این برج قرار گرفته است. شش تا این
 فصل با حیوانات استوانه سار و ط و منشور است. این تصویر

درس اول: حجم و مساحت کره

در سال‌های قبل با انواع حجم‌های هندسی آشنا شدید. این حجم‌ها به سه دسته تقسیم می‌شوند:
منشوری، کروی و هرمی.



کره زمین و توپ بسکتبال نمونه‌هایی از حجم‌های کروی است. چند نمونه دیگر از حجم‌های کروی را نام ببرید. پرتقال - هندوانه کروی - گردو

فعالیت

۱- به تعریف دایره به عنوان یک شکل هندسی مسطح توجه کنید:

دایره، مجموعه نقاطی از صفحه است که همه آن نقطه‌ها از یک نقطه در همان صفحه به نام مرکز به یک فاصله ثابت و مشخص هستند. به این اندازه ثابت، شعاع دایره می‌گوییم.

با توجه به این تعریف در قسمت زیر، کره را به عنوان یک شکل هندسی فضایی تعریف کنید.



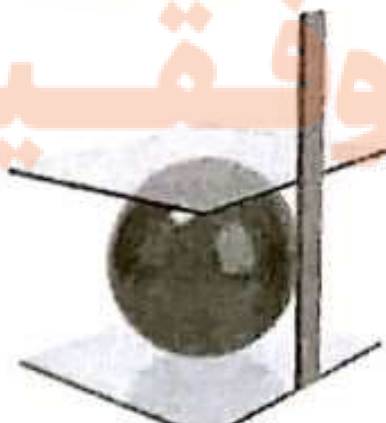
کره مجموعه نقاطی از فضا است که به این اندازه ثابت هستند. به این اندازه ثابت شعاع کره می‌گوییم.

۲- کارهای زیر را انجام دهید تا در انتهای فعالیت، راه محاسبه حجم کره را پیدا کنیم.

• یک توپ پلاستیکی به شکل کره تهیه کنید.

• مانند شکل مقابل با قرار دادن دو سطح صاف موازی، قطر

کره را اندازه بگیرید.





• مانند شکل مقابل به کمک طلق، یک استوانه درست کنید به طوری که نوب کروی به طور کامل درون آن قرار گیرد و از اطراف، بالا و پایین بر آن معاس شود.

در این حالت می‌گوییم کره در استوانه محاط شده و استوانه نیز بر کره محیط شده است. اگر شعاع کره R باشد، ارتفاع استوانه و شعاع قاعده آن را بر حسب R نشان دهید.

$$2R = \text{عصر } R: \text{ارتفاع استوانه}$$

$$R = \text{شعاع } R: \text{شعاع قاعده استوانه} \quad V = \pi R^2 \times 2R = 2\pi R^3$$

• نوب را از استوانه خارج کنید و بادقت آن را برید تا به دو نیم کره مساوی تبدیل شود. مانند شکل مقابل، یکی از نیم کره‌ها را در داخل استوانه بگذارید و نیم کره دیگر را از آب پر و در استوانه خالی کنید. اگر این کار را بادقت انجام دهید و استوانه را خوب آب‌بندی کرده باشید که آبی از آن خارج نشود با دو نیم کره، فضای باقیمانده پر از آب می‌شود.

الف) حجم استوانه، چند برابر حجم نیم کره است؟ $\frac{3}{2}$ برابر

ب) حجم استوانه چند برابر حجم کره است؟ $\frac{4}{3}$ برابر یا $\frac{3}{4}$

ج) بنابراین حجم کره $\frac{2}{3}$ برابر حجم استوانه است.

د) با توجه به دستور محاسبه حجم استوانه، که در بالا ذکر شد، دستور محاسبه حجم کره به شعاع R را به دست آورید.



حجم کره‌ای به شعاع R از دستور $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ به دست می‌آید.

کاردرکلاس

$$R = 5, h = 10$$

۱- کره‌ای در استوانه‌ای به قطر قاعده و ارتفاع ۱۰ سانتیمتر محاط شده است.

$$\text{الف) } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 5^3 = \frac{4}{3}\pi \times 125 = \frac{500}{3}\pi$$

الف) حجم کره را به دست آورید.

$$\text{ب) } V = S \times h = \pi \times 5^2 \times 2 \times 5 = 2\pi \times 5^3 = 250\pi$$

ب) حجم استوانه را به دست آورید.

$$\text{ج) } V_{\text{فضای بین کره و استوانه}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{کره}} = 250\pi - \frac{500}{3}\pi = \frac{250}{3}\pi$$

ج) حجم فضای بین کره و استوانه را به دست آورید.

۲- حجم نیم کره‌ای به شعاع ۱۰ سانتیمتر را به دست آورید.

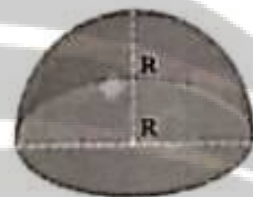
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}\pi \times 10^3 = \frac{2000}{3}\pi$$



۱- مانند شکل مقابل، نیم کره‌ای را که از نصف کردن توپ پلاستیکی به دست آورده‌اید، روی یک صفحه کاغذ قرار دهید و دو بار روی کاغذ، دایره رسم کنید طوری که نیم کره بتواند روی این دایره‌ها قرار گیرد و آن را بیوشاند.

این دو دایره کاغذی را هر طور که دوست دارید برش بزنید و کاغذهای بریده شده را روی سطح نیم کره بچسبانید. مراقب باشید تا حدامکان، کاغذها روی هم قرار نگیرد و سطح نیم کره نیز دیده نشود!

آیا توانستید تمام سطح (رویه) نیم کره را با این دو دایره بیوشانید؟ بله در مورد مشکلات این کار و تقریبی بودن آن و راه‌های افزایش دقت این کار با یکدیگر گفتگو کنید. در بعضی جاها تاخذ جرّور می‌شود.



۲- ثابت می‌شود که مساحت رویه یک نیم کره به شعاع R ، دو برابر مساحت دایره‌ای است که نیم کره روی آن ایستاده است (قاعده نیم کره).

الف) پس مساحت رویه نیم کره برابر است با: $2\pi R^2$

ب) در نتیجه مساحت کره به شعاع R برابر است با: $4\pi R^2$

مساحت یک کره به شعاع R برابر است با: $S=4\pi R^2$

کار در کلاس



۱- مساحت یک کلاه (عرق چین) به شکل رویه نیم کره به شعاع 10 سانتیمتر را پیدا کنید. $2\pi R^2 = 2\pi \times 10^2 = \frac{400\pi}{100}$

۲- می‌خواهیم یک نیم کره جویی توپ به شعاع 10 سانتیمتر را رنگ کنیم. مساحت کل قسمت

رنگ شده را پیدا کنید. $S = 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2 = 3 \times \pi \times 10^2 = 300\pi$

بین محاسبه مساحت کل نیم کره جویی توپ و مساحت رویه یک عرق چین چه تفاوتی هست؟

در مساحت نیم کره جویی توپ برابر مساحت دایره هر یک 100π ولی در مساحت کل 300π

۲ برابر مساحت دایره محاسب می‌شود.

ع) $S = 4\pi R^2 = 4\pi (4,2 \times 10^6)^2 = 4\pi \times 17,64 \times 10^{12} = 70,56 \times 10^{12} \pi = 7,056 \times 10^{13} \pi$
 مترمربع کیلومتر مربع
 $S = 4\pi R^2 = 4\pi (4,2 \times 10^6)^2 = 4\pi \times 17,64 \times 10^{12} = 70,56 \times 10^{12} \pi = 7,056 \times 10^{13} \pi$

$$\frac{1,748 \times 10^4}{1,728 \times 10^4 \times \pi} = \frac{1,748}{1,728 \times \pi} = 0,032 = 3,2 \times 10^{-3}$$

$$3,2 \times 10^{-3} \times 10^4 = 3,2 \times 10^{-1}$$

تمرین

قطر = $1,28 \times 10^4$
 شعاع = $6,4 \times 10^3$

۱- قطر تقریبی کره زمین حدود ۱۲۸۰۰ کیلومتر است.

الف) قطر و شعاع کره زمین را بر حسب کیلومتر با نماد علمی بنویسید.

ب) قطر و شعاع کره زمین را بر حسب متر با نماد علمی بنویسید. قطر $1,28 \times 10^7$ شعاع $6,4 \times 10^6$ قطر = $1,28 \times 10^7$

ج) مساحت تقریبی روزه (سطح) کره زمین را بر حسب کیلومتر مربع و متر مربع با نماد علمی بنویسید.
 د) مساحت کشور جمهوری اسلامی ایران حدود $1,648,000$ کیلومتر مربع است. مساحت

ایران چه کسری از مساحت کره زمین است؟ این نسبت را با درصد نشان دهید.

ارتفاع $h = 1 - 0,3 = 0,7 \text{ m}$

$V = \pi \times 7^2 \times 0,7 = 107,8 \pi$

$V = \frac{4}{3} \pi \times 7^3 \times \frac{1}{4} = 137,2 \pi$

$= \frac{2 \pi \times 7 \times 27}{3} = 302,4 \pi$

$V = 107,8 \pi + 302,4 \pi = 410,2 \pi$

حجم کیسول



۲- یک کیسول گاز از قرار گرفتن یک نیم کره روی یک

استوانه به صورت مقابل درست شده است. اگر قطر دایره قاعده

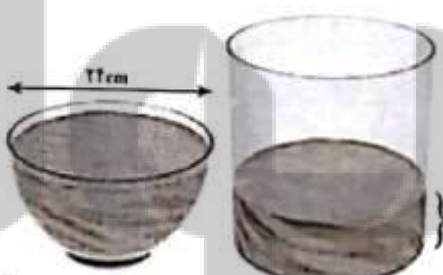
کیسول ۶۰ سانتیمتر و ارتفاع آن یک متر باشد، حجم کیسول را بر

حسب متر مکعب به دست آورید.
 $R = 0,3 \text{ m}$
 $h = 1 \text{ m}$

اگر بخواهیم سطح کل این کیسول را رنگ کنیم، چند کیلوگرم

رنگ لازم است به شرط اینکه رنگ آمیزی هر متر مربع به ۱۰۰ گرم

رنگ نیاز داشته باشد. دریا مس



۳- پیمانه‌ای به شکل نیم کره و به قطر

دهانه ۲۲ سانتیمتر را از آب پر و آب آن را در

لیوانی استوانه‌ای شکل با همان قطر خالی

می‌کنیم؛ آب در لیوان تا چه ارتفاعی بالا

می‌آید؟

$V = \frac{4}{3} \pi \times 11^3 \times \frac{1}{4} = 107,8 \pi$

$\Rightarrow \pi = \frac{\frac{4}{3} \pi \times 11^3}{\pi \times 11^2} = \frac{4}{3} \times 11 = 14,67$

شعاع آب = $\pi \times 11^2 \times \pi$

مساحت نیم کره = $4\pi R^2 \times \frac{1}{2} = 2\pi \times 11^2 = 242\pi$

مساحت جانبی استوانه = $2\pi R \times h = 2\pi \times 11 \times 11 = 242\pi$

سؤال ۲ قسمت ب

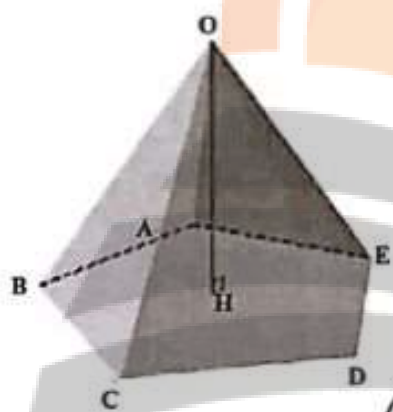
مساحت کلاه = $\pi R^2 = \pi \times 11^2 = 121\pi$

مساحت کل = $242\pi + 242\pi + 121\pi = 605\pi$

نیاز به رنگ = $605\pi \times 100 = 60500\pi$ گرم



یکی دیگر از حجم‌های هندسی، حجم هرمی است. به طور حتم نام اهرام مصر را شنیده‌اید. سه نمونه دیگر از شکل‌های هرمی را نام ببرید. چادری، عرشا، سیل، پالت سیر
پاستوریزه، سگوش، کوهرا، درختان کاج -

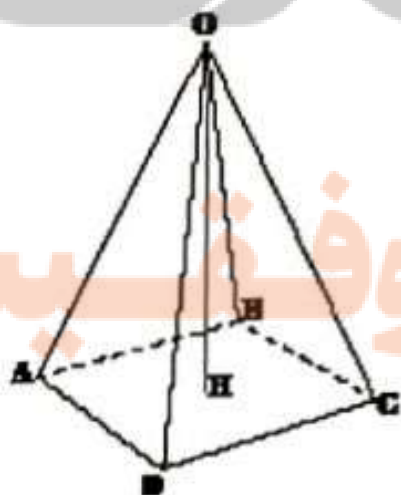


هرم، یک شکل فضایی است که دارای یک وجه زیرین به نام قاعده است. قاعده هرم، یک چند ضلعی است. مانند شکل مقابل روی تمام محیط این چند ضلعی، سطح‌هایی قرار دارد که در یک نقطه به نام رأس، یکدیگر را قطع می‌کنند. به این سطح‌ها وجه جانبی می‌گویند. در هرم مقابل نام رأس: O ، تعداد وجه‌ها: 5 ، ...

شکل وجه‌ها: $ABCE$ ، شکل قاعده: $ABCE$ نام قاعده: $ABCE$ ، ...

به فاصله رأس هرم تا قاعده، یعنی طول عمودی که از رأس بر قاعده رسم می‌شود، ارتفاع هرم می‌گویند. در شکل، OH بر قاعده $ABCE$ عمود است و ارتفاع هرم است. معمولاً برای نام‌گذاری هرم از رأس شروع می‌کنیم؛ به عنوان مثال هرم بالا به صورت $OABCDE$ خوانده می‌شود.

فعالیت



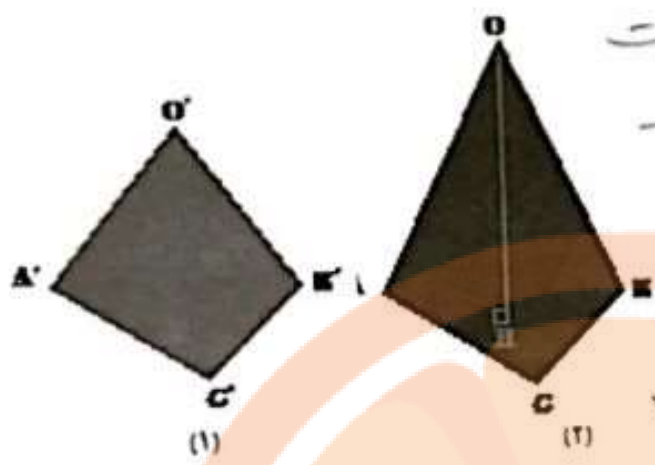
۱- اگر چند ضلعی قاعده، یک چند ضلعی منتظم باشد و وجه‌های جانبی با هم، هم‌نهشت باشد، هرم را منتظم می‌گوییم. در این صورت اگر قاعده، مرکز تقارن داشته باشد، پای ارتفاع (نقطه برخورد ارتفاع و قاعده) روی مرکز تقارن می‌افتد. در هرم منتظم مقابل: نام رأس: O ، ارتفاع: OH ، ...
 شکل قاعده: $ABCE$ ، وجه‌های جانبی: $ABCE$ ، تعداد وجه‌ها: 5 ، ...

درج

۲- الف) با توجه به شکل‌ها و اطلاعات داده شده به نظر شما حجم کدام هرم بیشتر است؟ در

نکته

شکل های (۱) و (۲) مثلث های قاعده هم نه هستند



$$O'H' < OH \Rightarrow V' < V$$

در شکل های (۳) و (۴) ارتفاع ها برابر است

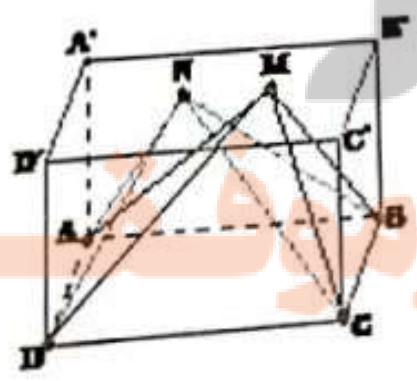


$$S_{ABC} < S_{A'B'C'} \Rightarrow V' < V$$

ب) به نظر شما حجم هرم به چه مقادیری وابسته است؟ به مساحت قاعده و ارتفاع بستگی دارد.
 ج) برای محاسبه مساحت مثلث از چه مقادیری استفاده می کردید؟ برای محاسبه حجم هرم چه حدسی می زنید؟ از قاعده و ارتفاع مثلث - به قاعده و ارتفاع مثلث و ارتفاع هرم
 د) اگر دو هرم دارای قاعده های با مساحت مساوی و ارتفاع های مساوی باشند، درباره حجم های آنها چه می توانید بگویند؟ حجم ها برابر می میشوند.

اگر دو هرم دارای قاعده های هم مساحت و ارتفاع های مساوی باشند، حجم های آنها با هم برابر است.

کار در کلاس



در شکل مقابل، ABCD یک وجه یک مکعب مستطیل و M و N دو نقطه دلخواه روی وجه مقابل (A'B'C'D') است. چرا هرم های MABCD و NABCD دارای حجم های یکسان است؟
 به این ترتیب چند هرم می توان ساخت که با هرم های بالا حجم یکسان داشته باشند؟

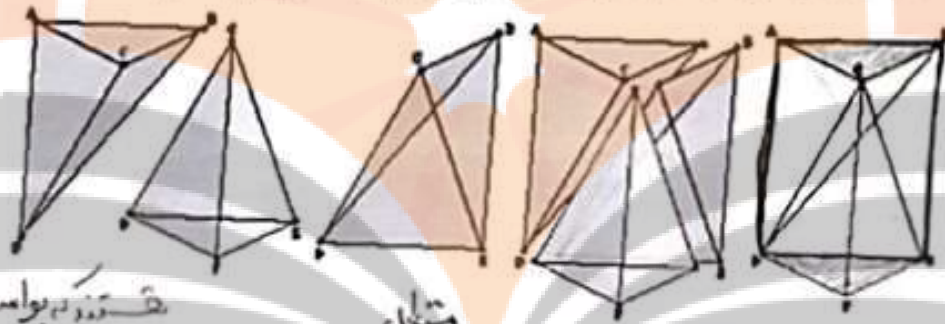
- چون دارای قاعده و ارتفاع برابر می باشند.

بسیار هم به مانند لقمه های یک کیک است.

شکلیت

محاسبه حجم هرم

در شکل زیر، منشور با دو فاعده ABC و DEF را ملاحظه می کنید. نقطه C را به نقطه های E و D و نقطه B را به نقطه D وصل می کنیم؛ به این ترتیب منشور را به سه هرم، مطابق شکل تجزیه می کنیم. آیا این سه هرم را در این منشور تشخیص می دهید؟ با پاسخ دادن به سؤالات زیر، نشان دهید که این سه هرم، حجم های برابر دارد و از آنجا نتیجه بگیرید که حجم هر یک از آنها، یک سوم حجم منشور است.

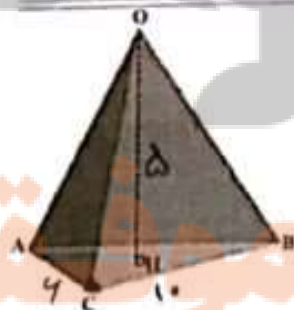


- ۱- چهار ضلعی $ABED$ ، چه نوع چهار ضلعی است؟ چرا مثلث های ABD و BDE هم مساحتند؟ چون دو مثلث هم ارتفاع دارند و ارتفاع آنها برابر است.
- ۲- چرا هر دو هم های $CBAD$ و $CBED$ دارای حجم های برابر است؟ چون قاعده هشت ضلعی های هم ارتفاعند و ارتفاع آنها برابر است.
- ۳- چرا مثلث های ABC و DEF هم مساحتند؟ چون دو قاعده هشت ضلعی هم ارتفاعند و ارتفاع آنها برابر است.
- ۴- چرا هر دو هم های $DABC$ و $CDEF$ دارای حجم های برابر است؟ چون قاعده هشت ضلعی های هم ارتفاعند و ارتفاع آنها برابر است.
- ۵- با توجه به پاسخ سؤالات ۱ و ۲ چه نتیجه ای می گیریم؟ پس هر دو هم های $CBED$ ، $CBAD$ و $CDEF$ دارای حجم های برابرند.

حجم هر هرم با مساحت فاعده S و ارتفاع h برابر است با:

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}(\pi R^2)h$$

کار در کلاس



در شکل مقابل هرم $OABC$ دارای فاعده ABC است که در آن $AC = 6\text{cm}$ و $BC = 10\text{cm}$ و زاویه $\hat{ACB} = 90^\circ$ و ارتفاع OH مساوی 5cm است. با کامل کردن عبارت های زیر حجم هرم را به دست آورید.

$$S_{ABC} = \frac{AC \times CB}{2} = \frac{4 \times 10}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 20 \times 9 = 60 \text{ cm}^3$$

فعالیت

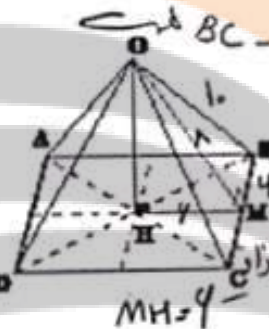
در شکل زیر، هرم منتظم با قاعده مربع، رسم شده که وجه‌های جانبی آن همگی مثلث‌هایی متساوی‌الساقین و طول ساق‌های آنها ۱۰ cm و M وسط BC است.

۱- پاره خط OM در مثلث OBC چه خواصی دارد؟ عمود منصف BC

۲- مثلث OBM چه نوع مثلثی است؟ قائم‌الزاویه

۳- اگر طول ضلع قاعده، ۱۲ cm باشد به کمک قضیه فیثاغورس $OM^2 = OB^2 - MB^2$
 $OM^2 = 10^2 - 4^2 = 48$ در مثلث OBM طول OM را حساب کنید. $OM = 8 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} OH^2 &= OM^2 - MH^2 \\ OH^2 &= 48 - 4^2 = 28 \\ OH &= \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

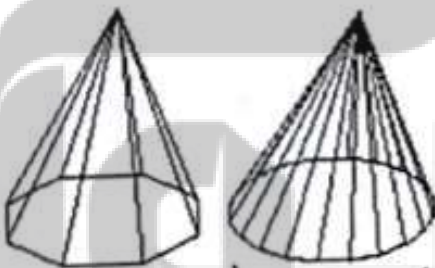


۴- مثلث OMH چه نوع مثلثی است؟ طول MH چقدر است؟ تمام الزامات
 ۵- به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث OMH، طول OH را

به دست آورید. $OH = 2\sqrt{7}$

۶- حجم هرم OABCD را به دست آورید.

هرم منتظمی را در نظر بگیرید که قاعده آن یک چندضلعی منتظم باشد. مانند مربع، پنج ضلعی منتظم، شش ضلعی منتظم و چنانچه تعداد ضلع‌های این چندضلعی را بیشتر و بیشتر کنید؛ چند ضلعی فوق به چه شکلی نزدیک می‌شود؟ هرم به چه شکلی نزدیک می‌شود؟ دایره - مخروط



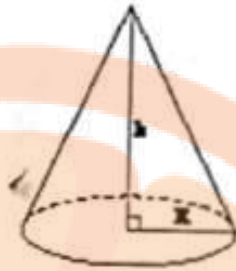
مخروط، شکلی شبیه به هرم منتظم است که قاعده آن به شکل دایره و پای ارتفاع مخروط مرکز این دایره است.



از اینجا نتیجه می شود که حجم مخروط، مانند حجم هرم از رابطه زیر به دست می آید:

$$V = \frac{1}{3} S h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} S h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

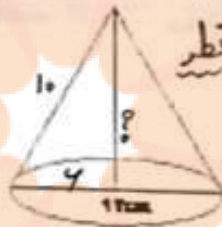


کار در کلاس

$$h^2 = 10^2 - 4^2$$

$$h^2 = 100 - 16 = 84$$

$$h = 8$$



علی با قسمتی از دایره به شعاع ۱۰ cm مخروطی به قطر قاعده ۱۲ cm ساخته است. حجم مخروط را به دست آورید. $R = 4$

بسی *

$$V = \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 8 = 94 \pi \text{ cm}^3$$

تمرین

۱- حجم هرمی را به دست آورید که قاعده آن مستطیلی به ابعاد ۶ و ۵ سانتیمتر و ارتفاع آن ۱۰ سانتیمتر باشد. $V = \frac{1}{3} S h$

۲- حجم هرمی با قاعده مربع را به دست آورید که ضلع قاعده آن ۴ cm باشد و وجه های جانبی آن مثلث های متساوی الساقینی به ساق های ۸ cm باشد. در این

۳- طرفی به شکل مخروط با شعاع دهانه ۴ cm و به ارتفاع ۱۲ cm را از آب بر می کنیم و در لیوانی استوانه ای شکل، که شعاع قاعده آن ۶ cm است،

خالی می کنیم: آب تا چه ارتفاعی در لیوان بالا می آید؟

$$V = S h = 4 \pi h$$

$$4 \pi \times 12 = 34 \pi h$$

$$h = \frac{34}{34} = 1 \sqrt{\text{cm}}$$

* شعاع = 4



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 12$$

$$V = 48 \pi$$

طرف مخروطی

۱۳۹

$$OM^2 = OB^2 - BM^2$$

$$OM^2 = 1^2 - 2^2 = 4 - 4 = 0$$

$$OM = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$OH^2 = OM^2 - MH^2$$

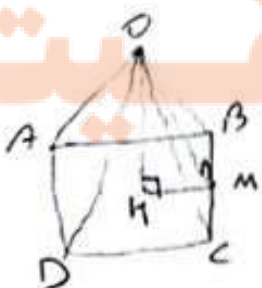
$$OH^2 = 40 - 4 = 36$$

$$OH = \sqrt{36} = 2\sqrt{14}$$

$$V = \frac{1}{3} S h =$$

$$V = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 2\sqrt{14}$$

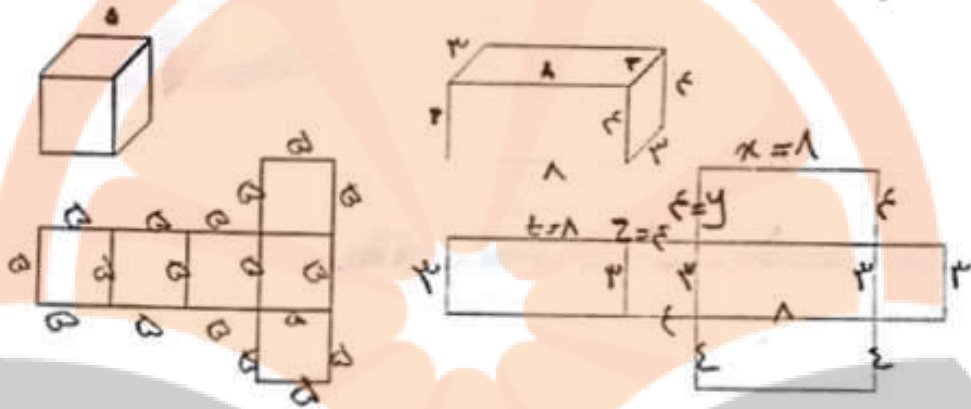
$$= \frac{32\sqrt{14}}{3} \text{ cm}^3$$



تلاشی در پی

فعالیت

۱- با توجه به اندازه‌های ابعاد مکعب و مکعب مستطیل، اندازه ضلع‌ها را در گسترده هر کدام مشخص کنید.



۲- مساحت گسترده هر یک از هرم‌ها را با توجه به اندازه‌های روی هر هرم محاسبه کنید.

$$S = \epsilon \times \epsilon = 14$$

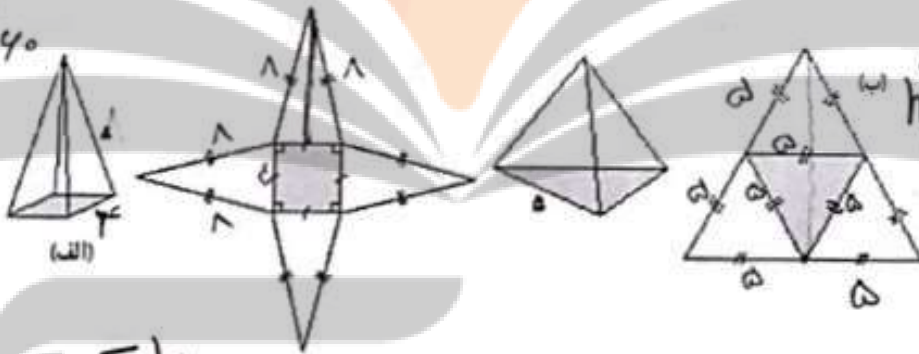
$$h^2 = 17 - 2^2 = 48 - 4 = 44$$

$$h = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$$

$$S = \frac{\epsilon \times 2\sqrt{11} \times \pi}{3}$$

$$= 14\sqrt{11}$$

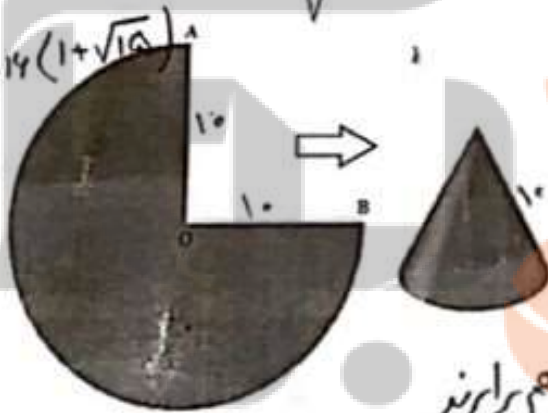
$$S = 14 + 14\sqrt{11} = 14(1 + \sqrt{11})$$



$$h^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$$

$$h = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$S = \frac{5\sqrt{3} \times 10}{2} = 25\sqrt{3}$$



۲- دایره‌ای به شعاع $\frac{r}{4}$ ۱۰ سانتیمتر را برداشته‌ایم؛ با کمک آن یک سطح مخروطی شکل درست کرده‌ایم؛ طول کمان AB چقدر است؟ چه رابطه‌ای بین طول کمان AB و محیط دایره قاعده مخروط وجود دارد؟ شعاع قاعده مخروط را پیدا کنید. با هم برابرند

$$P = 2R\pi = 2\pi \cdot 10 = 20\pi$$

$$P_{\text{مخروط}} = 5\pi$$

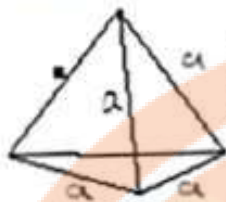
$$20\pi \div 4 = 5\pi$$

$$5\pi = 2\pi R$$

$$\text{طول کمان AB} = 5\pi$$

$$R = \frac{5}{2} = 2.5$$

تلاشی



۱- مساحت کل هرم منتظم مقابلی را به دست آورید که طول همه یال های آن a است.
 $OH = OB' - BH'$

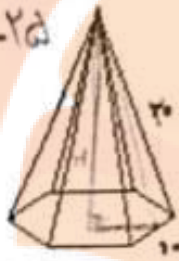


$$OH^2 = (2a)^2 - a^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$$

$$OH = a\sqrt{3}, \quad S = \frac{a\sqrt{3} \times 2a}{2} = a^2\sqrt{3}$$

$$h^2 = 20^2 - 5^2 = 400 - 25 = 375$$

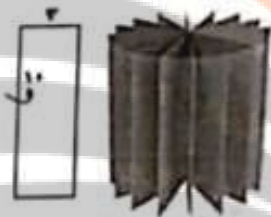
$$h = \sqrt{375}$$



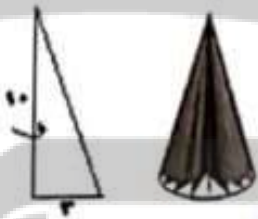
۲- بانوجه به اندازه ضلع قاعده نشی ضلعی منتظم و اندازه یال هرم، مساحت جانبی هرم را پیدا کنید.

$$= \frac{4 \times \sqrt{375} \times 10}{2} = 20\sqrt{375} \approx 580,9$$

ثبات

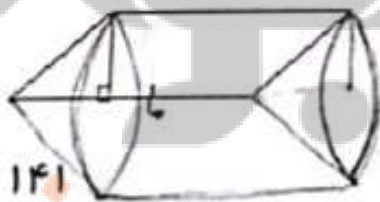


۱- با دوران دادن یک مستطیل حول ضلع آن چه حجمی به دست می آید؟ استوانه
 شعاع قاعده شکل حاصل: r ... ارتفاع شکل حاصل: h
 حجم شکل حاصل را پیدا کنید.



۲- اگر مثلث قائم الزاویه را حول ضلع مشخص شده در شکل، دوران دهیم، چه شکلی به دست می آید؟ حجم آن را پیدا کنید مخروط
 شعاع قاعده شکل حاصل: r ... ارتفاع شکل حاصل: h
 $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

۳- در هر شکل بانوجه به محور دوران، که در هر یک مشخص شده است، شکل حجم حاصل را توصیف کنید.

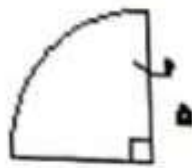


کره $\frac{1}{2}$ می شود



شکل لدا در دست می شود

استوانه که در سمت راست آن مخروطی خالی شده و در سمت چپ به همان اندازه مخروطی اضافه شده



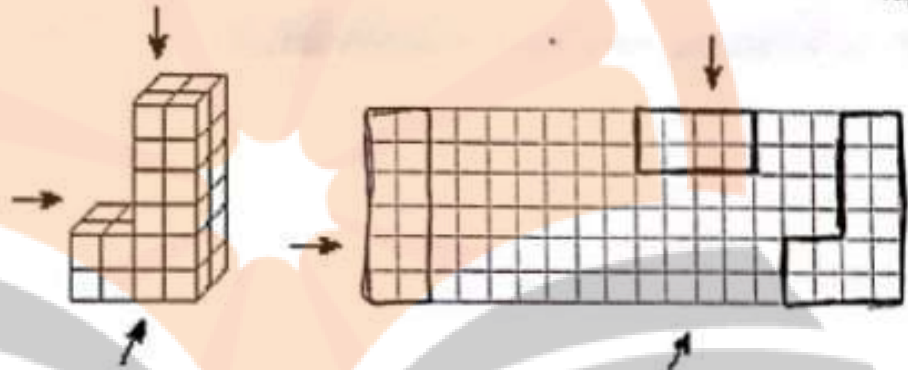
حجم حاصل از دوران یک ربع دایره به شعاع 5cm را حول شعاع آن پیدا کنید
 شماره حاصل می شود

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \pi \times 5^3 = \frac{250\pi}{3}$$

فعالیت

۱- با توجه به حجم مقابل در صفحه شطرنجی زیر سطح دیده شده از جهت های مشخص شده

را رسم کنید.



* ۲- اگر هر کدام از هرم های منتظم زیر را از بالا نگاه کنیم، چه شکلی دیده می شود؟

ب مربع

الف) هرم منتظم با قاعده شش ضلعی (ب) هرم منتظم با قاعده مربع (ج) هرم منتظم با قاعده مثلث مثلث مساوی (د) هرم منتظم با قاعده مربع

۳- کره مقابل با یک صفحه بریده شده است. سطح

بریده شده چه شکلی دارد؟ در چه صورت این شکل

بیشترین مساحت را دارد؟ دایره - ابر - دو نیمبره

مساوی تقسیم شود



۴- در شکل مقابل، چه کسری از حجم کره برداشته شده است؟



از نیمبره با 1/5 آن برداشته شده

۱۴۲ ۵/۸ = 1/6 x 1/6 = 1/8

کار در کلاس



یک اسفنج مکعب شکل به ضلع a را مانند شکل مقابل بریده ایم. سطح بریده شده به چه شکلی مستطیل است؟ اندازه ضلع های آن را پیدا کنید.

$$x = a + a = 2a$$

$$x = a\sqrt{2} \text{ طول مستطیل}$$

$$a = \text{عرض مستطیل}$$

تمرین

۱- حجم و سطح کل شکل های زیر را پیدا و باهم مقایسه کنید.



شکل سوم استوانه
 مکعب به ضلع a
 $S = 2\pi a \times a = 2\pi a^2$
 جانبی
 $S_{کل} = 2\pi a^2 + 2\pi a^2$

①

②

③

④

- ① $\frac{V}{S} = \frac{a^3}{4a^2} = \frac{a}{4}$
- ② $\frac{\frac{4}{3}\pi a^3}{4\pi a^2} = \frac{a}{3}$
- ③ $\frac{\pi a^3}{4\pi a^2} = \frac{a}{4}$
- ④ $\frac{\frac{1}{2}\pi a^3}{\pi a^2} = \frac{a}{2}$

$V = a^3$
 $S = 4a^2$

$V = \frac{4}{3}\pi a^3$
 $S = 4\pi a^2$

$V = \pi a^3$
 $S = 4\pi a^2$

$V = \frac{\pi a^3}{2}$
 $S = \pi a^2 + \frac{\pi a^2}{2} = \frac{3\pi a^2}{2}$

در هر مورد، نسبت حجم به سطح $(\frac{V}{S})$ را به دست آورید. در کدام شکل این نسبت بزرگ تر است؟



۲- از یک مقوا به ضلع a گوشه های مربع شکل به ضلع x را بریده و با سطح باقیمانده یک جعبه مکعب مستطیل شکل درست کرده ایم. چه رابطه ای بین a و x باشد تا بتوان چهار کره را به شعاع x داخل این جعبه جای داد.

$$a - 2x = 4x$$

$$a = 4x + 2x = 6x$$

پس a باید ۶ برابر x باشد.



تلاشی در مسیر موفقیت



دانلود گام به گام تمام دروس ✓

دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓

دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓


دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓

مشاوره کنکور ✓

فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 ToranjBook_Net

 ToranjBook_Net