

تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس 
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه 
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی 
- دانلود نمونه سوالات امتحانی 
- مشاوره کنکور 
- فیلم های انگیزشی 

 Www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

کسر

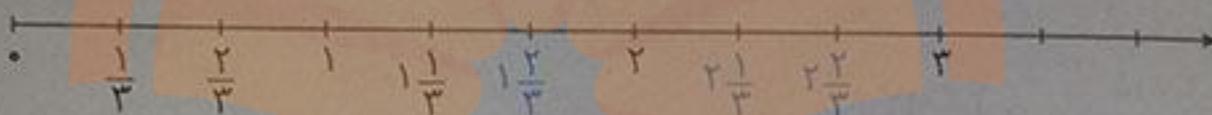


صفحه ۲۲ کتاب درسی

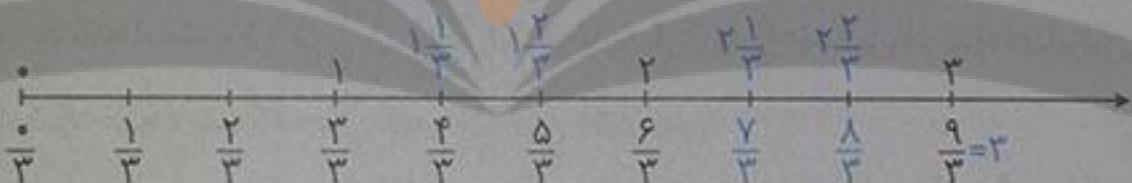
کسرهای بزرگتر از واحد



الف) عددهای مخلوط $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ و $\frac{2}{3}$ را روی محور زیر نشان دهید.



ب) می‌دانید که در محور بالا به جای عدد صفر می‌توان کسر $\frac{3}{3}$ و به جای عدد ۱ کسر $\frac{3}{3}$ را نوشت. به جای عددهای مخلوط $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ چه کسرهایی را می‌توان نوشت؟ از محور اعداد زیر و کسرهای داده شده کمک بگیرید.



بقیه نقاط نشان داده شده در محور بالا چه کسرهایی را نشان می‌دهند؟ $\frac{9}{3} = 3, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}, \frac{6}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{3}, \frac{3}{3} = 1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$

با توجه به محورهای بالا، هر یک از تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

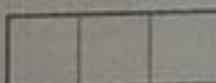
$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

پ) با توجه به واحد مشخص شده، مانند نمونه عدد (کسر) هر شکل را بنویسید.

تلاش برای درستی و موفقیت



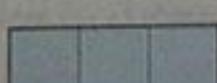
$$\frac{1}{3}$$



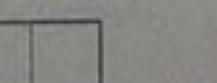
$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{3}{3} = 1$$



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{5}{4}$$

ت) با توجه به شکل‌های بالا جاهای خالی را پر کنید.

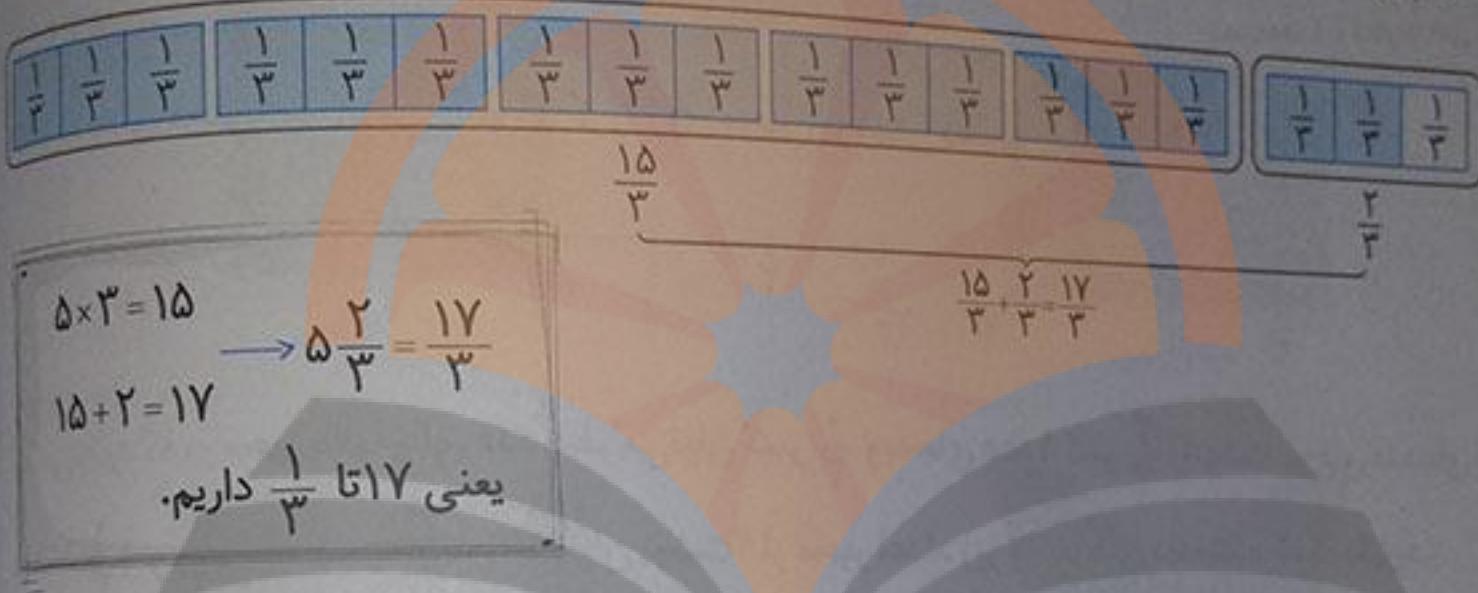
است، یعنی $\frac{4}{3}$ تا $\frac{1}{3}$.

عدد مخلوط $\frac{1}{3}$ همان کسر

است، یعنی $\frac{5}{3}$ تا $\frac{1}{3}$

عدد مخلوط $\frac{2}{3}$ همان کسر

ث) چگونه به کمک شکل زیر، کسری را که برابر عدد مخلوط $\frac{2}{3}$ است پیدا می‌کنیم؟ توضیح دهید.



با توجه به واحد انتخاب شده ($\frac{1}{3}$)، هر واحد از $\frac{1}{3}$ تا $\frac{1}{3}$ تشکیل می‌شود. بنابراین ۵ واحد از $\frac{1}{3}$ تشکیل خواهد شد که همان کسر $\frac{15}{3}$ می‌باشد. پس:

$$\begin{matrix} \text{واحد} \\ 5 \frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} = \frac{15}{3} + \frac{2}{3} = \frac{17}{3} \\ \downarrow \\ \text{از یک واحد} \end{matrix}$$

اگر بخواهیم یک عدد مخلوط را به کسر بزرگ‌تر از واحد تبدیل کنیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\frac{\text{صورت} + (\text{واحد} \times \text{خرج})}{\text{خرج}} = \frac{\text{صورت}}{\text{خرج}}$$



صفحه ۲۳ کتاب درسی

۱ هر یک از عدهای مخلوط زیر را به صورت یک کسر بنویسید.

$$\frac{2}{9} = \frac{(9 \times 2) + 2}{9} = \frac{18 + 2}{9} = \frac{20}{9}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{(2 \times 5) + 1}{2} = \frac{10 + 1}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{(4 \times 1) + 1}{4} = \frac{4 + 1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{(5 \times 6) + 3}{5} = \frac{30 + 3}{5} = \frac{33}{5}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{(4 \times 8) + 1}{4} = \frac{32 + 1}{4} = \frac{33}{4}$$

مانند نمونه، هر عدد مخلوط را به کسر مساوی آن وصل کنید.

$$2\frac{2}{3}$$

$$3\frac{1}{5}$$

$$2\frac{2}{5}$$

$$3\frac{1}{3}$$

$$1\frac{3}{5}$$

$$1\frac{12}{5}$$

$$\frac{8}{3}$$

$$1\frac{10}{3}$$

$$1\frac{8}{5}$$

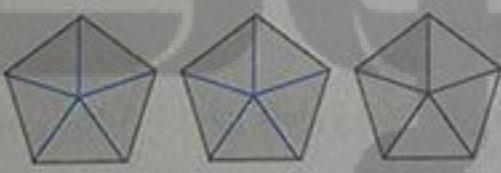
$$1\frac{16}{5}$$

با پر کردن جاهای خالی، کسرهای بزرگ‌تر از واحد بنویسید.

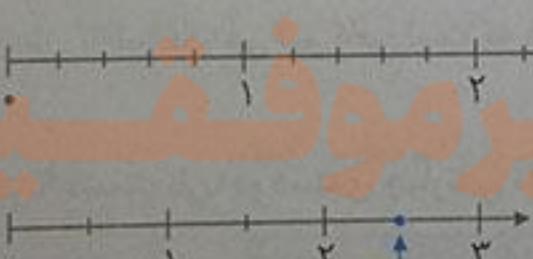
$$\frac{5}{3}, \frac{8}{7}, \frac{6}{4}, \frac{7}{2}, \frac{9}{5}, \frac{12}{9}$$

دقت داشته باشید که پاسخ‌های متفاوتی برای این مسئله وجود دارد.

شکل‌ها یا نقاط را به عدد مخلوط مناسب آن‌ها وصل کنید. عده‌های مخلوط را هم به کسر تبدیل کنید.



$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$



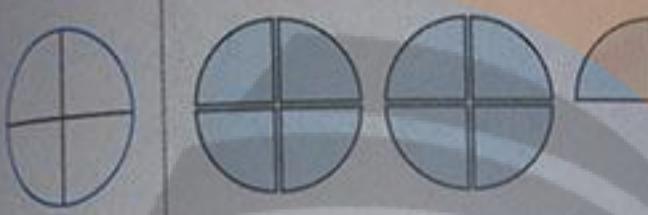
$$\begin{aligned} 2\frac{3}{4} &= \frac{11}{4} \\ 2\frac{2}{5} &= \frac{12}{5} \\ 3\frac{1}{5} &= \frac{16}{5} \end{aligned}$$



تلاش در مسیر موفقیت

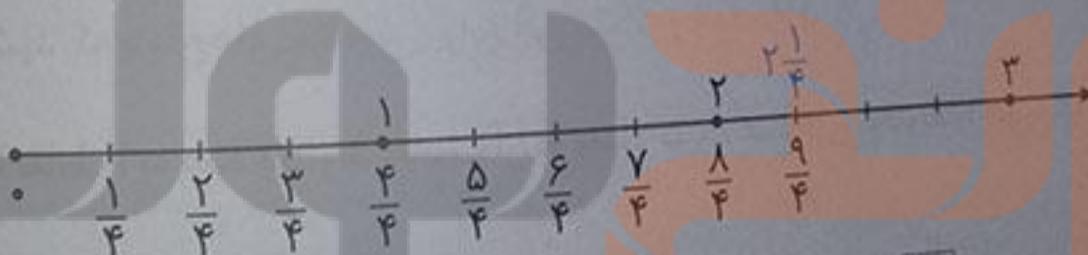


احمد هر نان تافتون را به $\frac{4}{4}$ قسمت مساوی تقسیم می کند و سر سفره می گذارد.
اگر او و خانواده اش برای صبحانه $\frac{9}{9}$ قسمت نان خورده باشند، چند نان کامل
و چه کسری از یک نان مصرف شده است؟
دوستان احمد بهروش خود پاسخ این سؤال را به دست آوردند. هر کدام از این
روش هارا توضیح دهد و اگر لازم است، آنها را کامل کنید.
روشن آرش: بارسم شکل و تقسیم یک نان به چهار قسمت مساوی می توانم جواب را به دست آورم.



بنابراین $\frac{2}{4}$ نان کامل و $\frac{1}{4}$ نان مصرف شده است که می توان آن را با عدد مخلوط $2\frac{1}{4}$ نمایش داد.

روش امین: از محور اعداد استفاده می کنم.



پس $2\frac{1}{4}$ نان کامل و $\frac{1}{4}$ نان مصرف شده است.

روشن کاظم: فکر می کنم کافی است که $\frac{9}{9}$ را به $\frac{4}{4}$ تقسیم کنیم.

در $\frac{9}{9}$ قسمت نان، دو دسته ی چهارتایی داریم و یک قسمت هم باقی می ماند؛ یعنی $2\frac{1}{4}$ نان کامل و یک قسمت از چهار قسمت. پس $\frac{1}{4}$ نان مصرف شده است.
روش های بالا را باهم مقایسه کنید. هر سه روش ما را به یک جواب می رسانند، ولی به نظر می رسد که روش کاظم، ساده تر است.

اگر بخواهیم یک کسر بزرگ‌تر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل کنیم، باید صورت را بر مخرج تقسیم کنیم و سپس عدد مخلوط را به صورت زیر بنویسیم.

باقي‌مانده = صورت و مقسوم‌علیه = مخرج و خارج‌قسمت = قسمت کامل

$$\frac{15}{7} = 2 \frac{1}{7}$$

مانند:

$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 7 \\ - 14 \\ \hline 1 \end{array}$$

خارج
قسمت کامل → ۲
صورت → ۱

صفحه ۲۵ کتاب درسی



۱ کسرهای بزرگ‌تر از واحد زیر را به صورت یک عدد مخلوط بنویسید.

$$\frac{11}{3} = 3 \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \hline 3 \\ - 9 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\frac{15}{8} = 1 \frac{2}{8}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 8 \\ - 8 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{9}{7} = 1 \frac{2}{7}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 7 \\ - 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{9}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = 2 \frac{1}{4}$$

$$\frac{47}{8} = \frac{40}{8} + \frac{7}{8} = 5 \frac{7}{8}$$

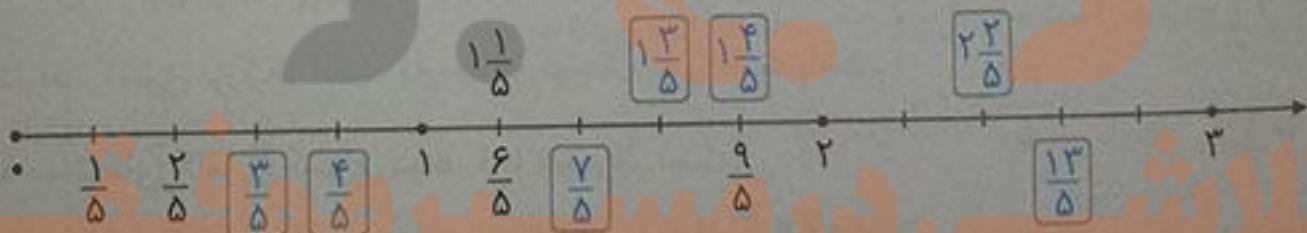
$$\frac{18}{7} = \frac{12}{7} + \frac{6}{7} = 2 \frac{4}{7}$$

$$\frac{15}{3} = \frac{12}{3} + \frac{3}{3} = 3 \frac{3}{3}$$

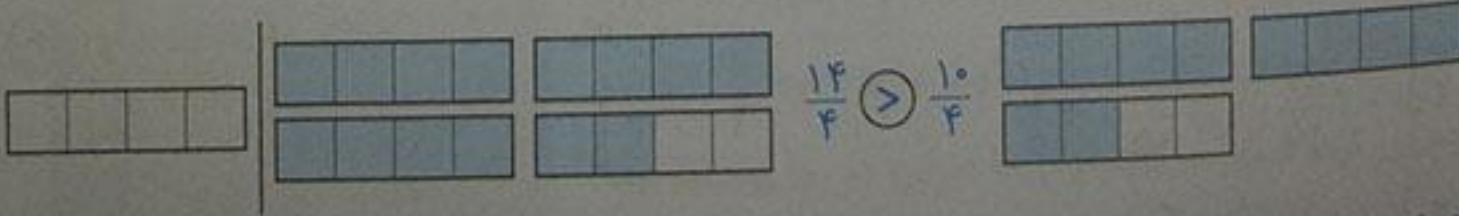
صفحات ۲۵ و ۲۶ کتاب درسی



۱ در محور اعداد زیر، در جاهای خالی کسر یا عدد مخلوط مناسب بنویسید.



۲ کسری را که هریک از شکل‌ها نشان می‌دهد، بنویسید و دو کسر را باهم مقایسه کنید.



نوجه داشته باشید که از دو کسر با مخرج‌های مساوی، کسری بزرگ‌تر است که صورت بزرگ‌تری داشته باشد.

۳ هریک از عدهای مخلوط زیر را به کسر تبدیل کنید.

$$\frac{5}{2} = \frac{(5 \times 10) + 3}{5} = \frac{50 + 3}{5} = \frac{53}{5}$$

$$\frac{14}{3} = \frac{(3 \times 14) + 2}{3} = \frac{42 + 2}{3} = \frac{44}{3}$$

$$\frac{12}{5} = \frac{(12 \times 6) + 5}{12} = \frac{72 + 5}{12} = \frac{77}{12}$$

۴ هریک از کسرهای زیر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

$$\frac{45}{13} = 3 \frac{6}{13} \quad \begin{array}{r} 45 \\ - 39 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\frac{72}{5} = 14 \frac{2}{5} \quad \begin{array}{r} 72 \\ - 5 \\ \hline 22 \\ - 20 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\frac{29}{4} = 7 \frac{1}{4} \quad \begin{array}{r} 29 \\ - 28 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{81}{14} = 5 \frac{11}{14} \quad \begin{array}{r} 81 \\ - 70 \\ \hline 11 \end{array}$$

۵ دور هر عدد بزرگ‌تر از $\frac{1}{3}$ خط بکشید. برای هر کدام دلیل بیاورید.

چون قسمت کامل عدد مخلوط $\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر است.

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{4} < \frac{1}{2} \quad \boxed{1 < 3}$$

چون قسمت کامل عدد مخلوط $\frac{1}{5}$ بزرگ‌تر می‌باشد.

$$\frac{4}{5} > \frac{1}{2} \quad \boxed{4 > 3}$$

چون قسمت کامل دو عدد مخلوط باهم برابر است، به سراغ مقایسه‌ی

$$\frac{3}{3} < \frac{1}{2} \quad \boxed{1 < 2}$$

قسمت‌های کسری آنها می‌رویم. هم‌چنین از میان دو کسر که صورت‌های برابر دارند، کسری بزرگ‌تر است که مخرج کوچک‌تری داشته باشد.

$$\frac{2}{2} = \frac{3}{2} \quad \boxed{2 < 3}$$

چون قسمت‌های کامل و کسری دو عدد باهم برابر است.

چون قسمت کامل عدد مخلوط $\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر است.

$$\frac{22}{3} = 2 \frac{10}{15} \quad \bigcirc > 2 \frac{6}{15} = 2 \frac{2}{5}$$

$$2 > \frac{4}{5}$$

$$\frac{21}{3} = 3 \frac{2}{6} \quad \bigcirc = 3 \frac{2}{6}$$

۶ در جاهای خالی علامت $<$, $=$ یا $>$ بگذارید.

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$$

درست

$$\frac{2}{5} < \frac{12}{5} = \frac{2}{5}$$

درست



$$1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$

کدام درست و کدام نادرست است؟ دلیل بیاورید.

$$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 5}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

نادرست

$$\frac{17}{4} = \frac{1}{4} < \frac{3}{4}$$

درست

۸ علی ابتدا یک لیوان شیر و سپس نصف لیوان شیر

خورد. او در مجموع چه مقدار شیر خورده است؟ در مورد پاسخ‌های زیر در کلاس گفت‌و‌گو کنید.

الف) علی $\frac{1}{2}$ لیوان شیر خورده است.

ب) علی $\frac{1}{3}$ لیوان شیر خورده است.

پ) علی $\frac{3}{2}$ لیوان شیر خورده است.

باتوجه به شکل‌ها و محور، هر سه پاسخ، درست می‌باشد.

۹ عددی‌ای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید. روش خود را توضیح دهید.

(راهنمایی: در میان عددی‌ای بالا، $\frac{9}{2}$ بزرگ‌ترین و $\frac{1}{2}$ کوچک‌ترین است). $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{9}{5}, \frac{9}{7}, \frac{9}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{19}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$
می‌توانیم ابتدا همهٔ عددی‌ها را در صورت امکان، به عدد مخلوط تبدیل کنیم.

$$\frac{2}{0}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{5}, \frac{4}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}$$

حالا آن‌ها را از چپ به راست و از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$\frac{1}{7} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{1}{7} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2} < \frac{9}{5} < \frac{9}{2}$$

صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی

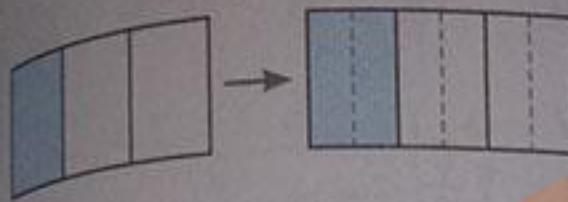
جمع و تفریق عددی‌ای مخلوط

فعالیت

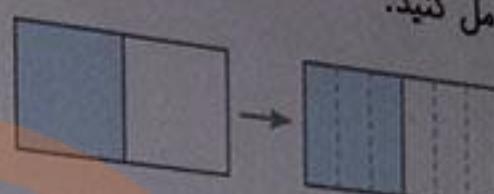
بینام روز پنجشنبه $\frac{1}{3}$ کیلومتر و روز جمعه $\frac{1}{3}$ کیلومتر پیاده‌روی کرده است. سعید روز پنجشنبه $\frac{2}{3}$ کیلومتر و روز جمعه $\frac{3}{3}$ کیلومتر پیاده‌روی کرده است. هر کدام از آن‌ها در این دو روز روی هم چند کیلومتر پیاده‌روی کرده است؟



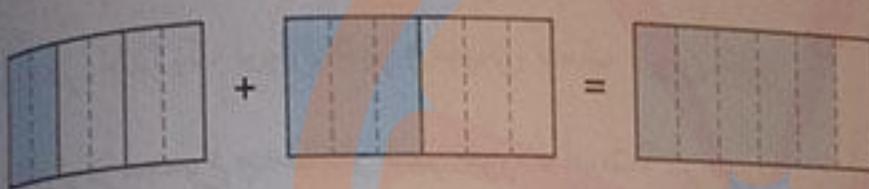
به کمک رسم شکل، یک راه برای محاسبهٔ مقدار پیاده‌روی بهنام داده شده است. آن را توضیح دهید.



$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$



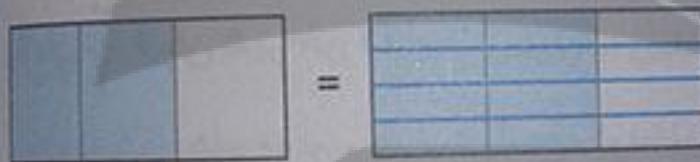
$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$



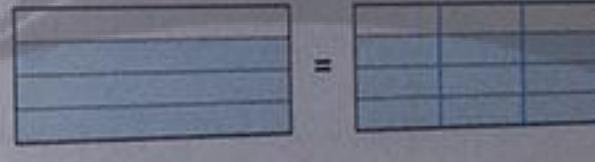
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

ابتدا یک شکل را به عنوان واحد انتخاب کردیم سپس به کمک آن، کسرهای مساوی با $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ را با مخرج‌های برابر نوشتیم و در نهایت، حاصل جمع آن‌ها را پیدا کردیم.

برای حساب کردن مقدار پیاده‌روی سعید از شکل‌های زیر کمک بگیرید. راه حل را به طور کامل توضیح دهید.



$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$



$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$$

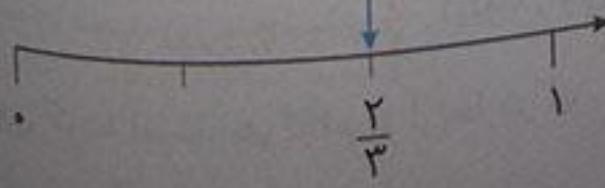


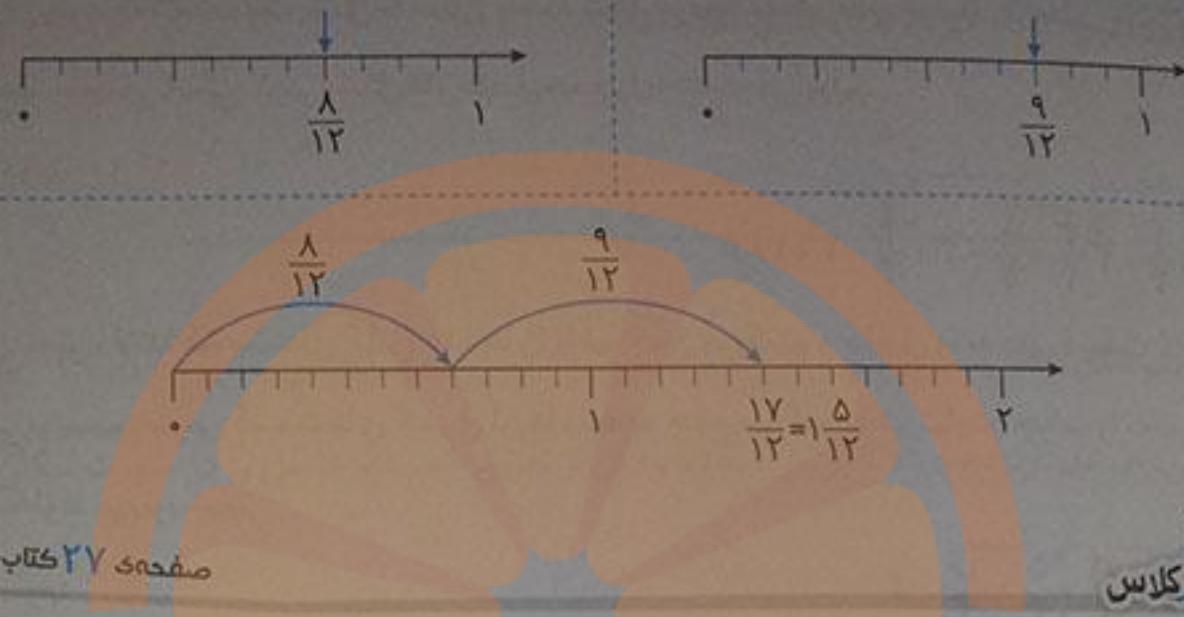
$$\frac{9}{12} = 1$$



$$\frac{5}{12} = 1\frac{5}{12}$$

یک شکل را به عنوان واحد انتخاب می‌کنیم و به کمک آن، کسرهای مساوی با $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ را با مخرج‌های برابر می‌نویسیم و در نهایت، حاصل جمع آن‌ها را به دست می‌آوریم.
آیا می‌توانید این مسئله را به روش دیگری حل کنید؟ بله، می‌توانیم از رسم محور کمک بگیریم.





۱ مانند نمونه، جمع و تفریق‌های داده شده را انجام دهید. اگر حاصل یک کسر بزرگ‌تر از واحد بود، آن را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{7} = \frac{7}{14} - \frac{2}{14} = \frac{5}{14}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{19}{15} = 1\frac{4}{15}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{4}{3} = \frac{9}{24} + \frac{32}{24} = \frac{41}{24} = 1\frac{17}{24}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{5} = \frac{5}{30} + \frac{6}{30} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{7}{4} - \frac{2}{5} = \frac{35}{20} - \frac{8}{20} = \frac{27}{20} = 1\frac{7}{20}$$

$$\frac{11}{2} - \frac{5}{3} = \frac{33}{6} - \frac{10}{6} = \frac{23}{6} = 3\frac{5}{6}$$

صفحه ۲۸ کتاب درسی



۱ راضیه صبح $\frac{3}{4}$ ساعت و بعد از ظهر $\frac{1}{4}$ ساعت مطالعه کرده است. او در یک روز چند ساعت مطالعه کرده است؟ روش‌های مختلف حل این مسئله را در ادامه می‌خوانید. هر کدام را توضیح دهید و اگر لازم است کامل کنید.

روش اول:

تلاش برای معرفت



در این روش، با انتخاب یک شکل به عنوان واحد، شکل مربوط به هر عدد مخلوط را به صور جداول آن رسم می‌کنیم و سپس یا یکی کردن شکل‌ها، حاصل جمع را به دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{c} + \\ \diagdown \quad \diagup \\ \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \end{array}$$

روش دوم:

در این روش، ابتدا قسمت‌های کامل عدها را باهم جمع می‌کنیم و حاصل را به جای قسمت کامل عدد اول می‌نویسیم. سپس قسمت‌های کسری آن‌ها را باهم جمع می‌کنیم و در نهایت، جواب را به صورت یک عدد مخلوط می‌نویسیم.

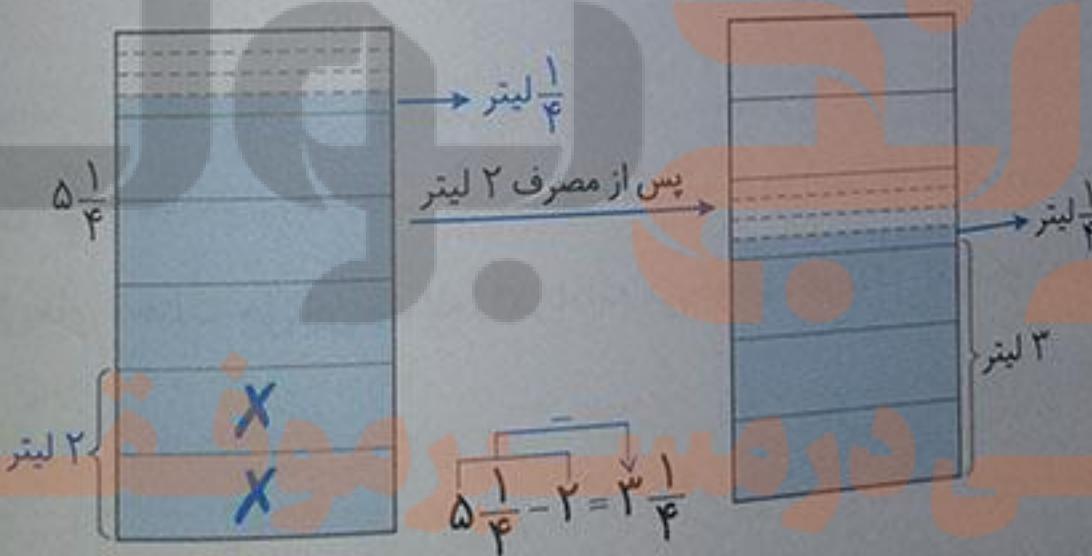
$$\begin{array}{c} \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4} \\ \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} \\ \hline \frac{16}{4} = 4 \end{array}$$

روش سوم:

در این روش، هر عدد مخلوط را به صورت کسر نوشته و پس از جمع کردن کسرها، پاسخ را به عدد مخلوط تبدیل می‌کنیم.

۲ در یک ظرف $\frac{1}{4}$ لیتر آب وجود دارد. اگر ۲ لیتر از این آب مصرف شود، چند لیتر آب در ظرف باقی می‌ماند؟ چند روش برای حل این مسئله نوشته شده است. آن‌ها را توضیح دهید. آیا شما راه حل دیگری برای این مسئله می‌دانید؟

(الف) به کمک شکل



یک شکل ساده (مانند مستطیل) را به عنوان ظرف در نظر می‌گیریم و آن را به ۶ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. هر قسمت نشان‌دهنده‌ی یک لیتر است. سپس عدد مخلوط $\frac{1}{4}\frac{5}{4}$ را روی آن رنگ می‌کنیم. از این شکل ۲ قسمت (۲ لیتر) را خط می‌زنیم و شکل جدید را دوباره رسم می‌کنیم. عددی که مربوط به قسمت رنگ‌شده‌ی شکل جدید است، حاصل تفریق را نشان می‌دهد.

ب) آیا به کمک محور اعداد می‌توانید مسئله را حل کنید؟ بله.



$$5\frac{1}{4} - 2 = \frac{21}{4} - \frac{8}{4} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

پ) بدون رسم شکل

در این روش، هر عدد را به صورت کسر می‌نویسیم و پس از تفریق کسرها، حاصل را در صورت امکان به عدد مخلوط تبدیل می‌کنیم.

صفحه ۲۹ کتاب درسی



در سمت چپ جدول، یک نمونه برای جمع یا تفریق عددهای مخلوط حل شده است. ابتدا این مثال‌ها را بررسی کنید و سپس، جمع یا تفریق عددهای مخلوط سمت راست را بهروش دلخواه خود به دست آورید.

$$5\frac{3}{4} + 2 = 7\frac{3}{4}$$

$$6\frac{2}{5} + 4 = 10\frac{2}{5}$$

$$5\frac{3}{4} + 2 = \frac{23}{4} + \frac{8}{4} = \frac{31}{4} = 7\frac{3}{4}$$

$$7\frac{2}{3} - 5 = 2\frac{2}{3}$$

$$\frac{23}{5} - 2 = \frac{2}{5}$$

$$7\frac{2}{3} - 5 = \frac{23}{3} - \frac{15}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

$$5\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = \frac{23}{4} - \frac{5}{4} = \frac{18}{4} = 4\frac{1}{2}$$

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = \frac{11}{3} - \frac{4}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$5\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = \frac{19}{4} - \frac{6}{4} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

نحوه محاسبه

نلاشی در مسیر معرفت

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{17}{15} + \frac{5}{12} = \frac{68}{12} + \frac{10}{12} = \frac{83}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{7}{3} + \frac{22}{5} \\ & = \frac{35}{15} + \frac{66}{15} = \frac{101}{15} = \frac{11}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{9}{2} + \frac{43}{8} \\ & = \frac{36}{8} + \frac{43}{8} = \frac{79}{8} = \frac{7}{8} \end{aligned}$$

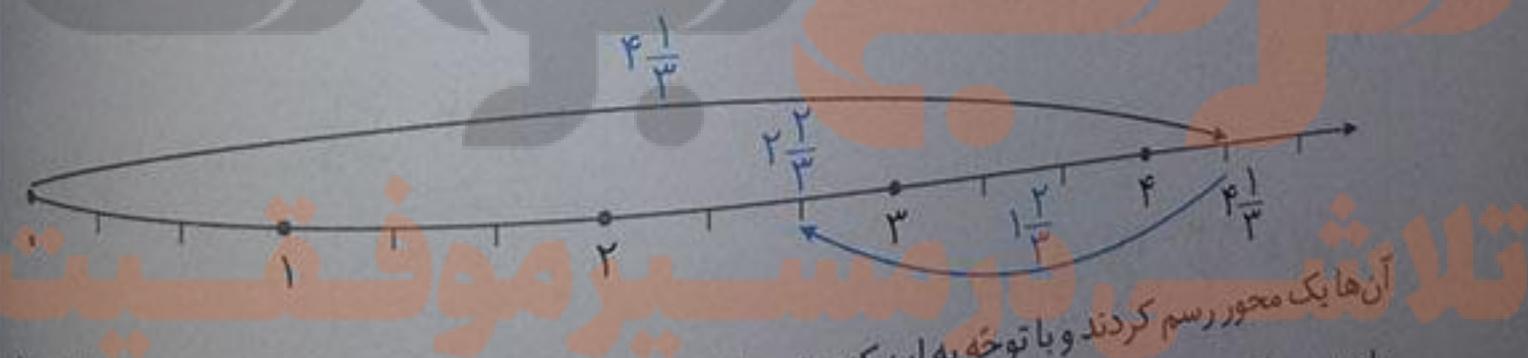
صفحه ۲۰ کتاب درس



بهمن و مجید به ماهی گیری رفتند. بهمن یک ماهی به وزن $\frac{1}{3}$ کیلوگرم و مجید نیز یک ماهی به وزن $\frac{2}{3}$ کیلوگرم صید کرد. وزن ماهی بهمن چه قدر بیشتر از وزن ماهی مجید است؟

آنها وقتی می‌خواستند اختلاف وزن دو ماهی را حساب کنند، به مشکل برخوردند:

بهمن پیشنهاد کرد که از محور اعداد استفاده کنند. توضیح دهد که چگونه جواب را پیدا کردند.



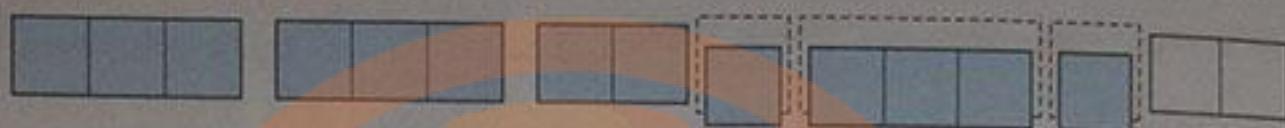
آنها یک محور رسم کردند و با توجه به این که مخرج قسمت کسری هر دو عدد مخلوط برابر با ۳ است،

مخلوط اول جلو رفتند و از آن جا با رسم یک فلش دیگر، به اندازهٔ عدد نقطه‌ای را که انتهای فلش دوم نشان می‌دهد، حاصل تفریق است.

مجید گفت: می‌توانستیم عده‌های مخلوط را به کسر تبدیل کنیم.

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{13}{12} - \frac{5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

تلار در مسیر موقتی



یک شکل را به عنوان واحد انتخاب می‌کنیم و عدد مخلوط $1\frac{1}{4}$ را به کمک آن نشان می‌دهیم. در این شکل هر واحد از ۳ تا $\frac{1}{3}$ تشکیل شده است. سپس به اندازه‌ی $\frac{1}{3}$ یعنی $\frac{5}{3}$ یعنی $1\frac{2}{3}$ از شکل را حذف می‌کنیم (برمی‌داریم). آن‌چه از شکل باقی می‌ماند، جواب تفریق است.

در تفریق دو عدد مخلوط، اگر قسمت کسری، عدد دوم بزرگ‌تر از قسمت کسری عدد اول بود، برای انجام عمل تفریق بهتر است عده‌های مخلوط را به کسر تبدیل کنیم.

آیاروش دیگری برای حل مسئله‌ی بالامی شناسید؟ بله، می‌توانیم عدد مخلوط $1\frac{4}{3}$ را به صورت $\frac{4}{3}$ بنویسیم. یعنی یک واحد از قسمت کامل کم کنیم و به قسمت کسری اضافه کنیم. توجه کنید که هر واحد، کسر $\frac{3}{3}$ را نمایش می‌دهد.

$$1\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3} = \frac{4}{3} - 1\frac{2}{3} = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

صفحه ۳۰ کتاب درسی

کار کلاس

حاصل جمع و تفریق‌ها را پیدا کنید. هر جا لازم است عده‌های مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$\frac{5}{2} - 1\frac{1}{3} = \frac{4}{2} - 1\frac{1}{3} = \frac{4}{2} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$3 + 1\frac{1}{4} = 4\frac{1}{4}$$

$$14 - \frac{1}{4} = \frac{56}{4} - \frac{1}{4} = \frac{55}{4} = 13\frac{3}{4}$$

$$2\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = 2\frac{2}{10} + \frac{5}{10} = 2\frac{7}{10}$$

تلashی در مسیرهای بیت

صفحه ۳۱ کتاب درس



۱ حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{9} + \frac{3}{9} = \frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9} = 10\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{32}{4} - \frac{13}{4} = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{22}{5} - \frac{14}{5} = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

$$5 + \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$$

$$1\frac{1}{10} - \frac{7}{10} = \frac{81}{10} - \frac{7}{10} = \frac{74}{10} = 7\frac{4}{10}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

۲ مریم $\frac{1}{5}$ ساعت و صدیقه $\frac{1}{4}$ ساعت رانندگی کردند. مریم چه مدت بیشتر از صدیقه رانندگی کرده است؟

$$\frac{21}{5} - \frac{1}{4} = \frac{16}{5} - \frac{5}{4} = \frac{64}{20} - \frac{25}{20} = \frac{39}{20} = 1\frac{19}{20} = 1\frac{57}{60} = 1:57'$$

بنابراین مریم ۱ ساعت و ۵۷ دقیقه بیشتر از صدیقه رانندگی کرده است.
آنها روی هم چند ساعت رانندگی کرده‌اند؟

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{1}{20} + \frac{5}{20} = \frac{9}{20} = 4\frac{27}{60} = 4:27'$$

بنابراین آنها روی هم، ۴ ساعت و ۲۷ دقیقه رانندگی کرده‌اند.

۲ یک مسئله بنویسید که جواب آن حاصل $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ باشد. حاصل جمع را نیز به دست آورید.

بنابراین فرزاد روی هم، ۶ کیلوگرم میوه خریده است. او روی هم چند کیلوگرم میوه خریده است؟

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 6$$



۴ مینا ۵ کیلوگرم کاغذ باطله و سمانه $\frac{3}{5}$ کیلوگرم کاغذ باطله به مدرسه تحویل دادند. مینا چه مقدار بیشتر کاغذ تحویل داده است؟

$$\text{کیلوگرم} = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

بنابراین مینا $\frac{4}{5}$ کیلوگرم بیشتر کاغذ باطله تحویل داده است.

۵ کدامیک از تساوی‌های زیر درست است؟ توضیح دهید.

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25} \quad (\text{نادرست})$$

عدد ۲ به جای این که در $\frac{6}{25}$ ضرب شود به اشتباه در $\frac{3}{5}$ ضرب شده است.

$$\frac{2}{5} \times \frac{23}{5} = \frac{23}{25} \quad (\text{نادرست})$$

عدد ۲ به اشتباه در کنار عدد صورت قرار گرفته است.

$$\frac{2}{5} \times \frac{13}{5} = \frac{(5 \times 2) + 3}{25} = \frac{10 + 3}{25} = \frac{13}{25} \quad (\text{درست})$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{10}{5} = \frac{20}{25} \quad (\text{نادرست})$$

عدد ۲ در عدد ۵ ضرب شده، با عدد ۳ جمع نشده است.

۶ $\frac{2}{5}$ به سه روش حساب شده است. کدامیک از آن‌ها نادرست است؟ توضیح دهید.

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{26}{25} - \frac{2}{5} = \frac{24}{25}$$

(درست)

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

(نادرست)

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{16}{25} - \frac{2}{5} = \frac{14}{25} = \frac{24}{25}$$

(درست)

در تفریق دو عدد مخلوط، اگر قسمت کسری عدد دوم از قسمت کسری عدد اول بزرگ‌تر بود، می‌توان به دو طریق پاسخ را به دست آورد.

روش اول: تبدیل به کسر (راه حل سمت راست)

روش دوم: کم کردن یک واحد از قسمت کامل و اضافه نمودن آن به قسمت کسری عدد اول (راه حل سمت چپ)

در جاهای خالی، عدد مخلوط مناسب بنویسید.

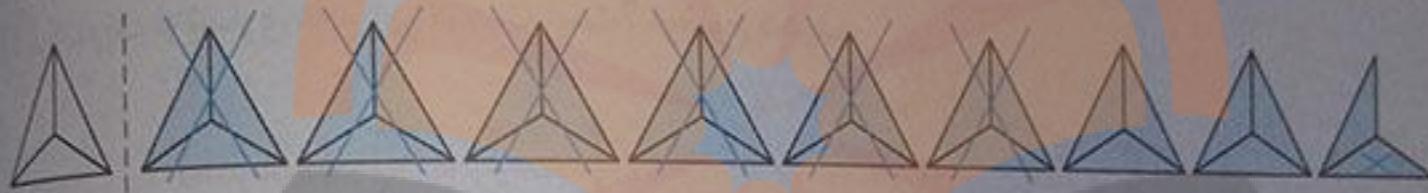
۷) (راهنمایی: می‌توانید از شکل یا محور اعداد کمک بگیرید.)

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{4}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$



۸) یک فرد نیکوکار $\frac{1}{2}$ هزینه‌ی ساخت یک مسجد و فرد دیگر $\frac{1}{3}$ هزینه‌ی آن

را پرداخت کرده است. چه مقدار از هزینه‌ی ساخت مسجد باقی مانده است؟

$$\text{پرداخت شده } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{باقی مانده } \frac{5}{6} - \frac{5}{6} = 0$$

صفحه ۳۲ کتاب درس

ثمره‌ی گسرها



جواد تعدادی سیب داشت. او هر کدام از سیب‌ها را به دو قسمت مساوی تقسیم کرد تا با دوستانش بخورد. اگر سیب‌های تقسیم شده به

۸ نفر برسد، جواد در ابتدا چند سیب داشته است؟

ابتدا خودتان در مورد این مسئله فکر کنید. سپس هر یک از راه حل‌های زیر را بخوانید و توضیح دهید. اگر لازم است آن‌ها را کامل کنید.

روش اول: به کمک شکل می‌توان فهمید که تعداد سیب‌ها ۴ تا بوده است.



همان طور که دیده می شود، هر دو قسمت تشکیل یک سیب کامل می دهند. بنابراین ۸ قسمت، ۴ تا سیب کامل درست می کنند.

روش دوم:



$8 \times \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$ محور اعداد نشان می دهد که باید ۸ را در $\frac{1}{2}$ ضرب کنیم. پس داریم:

از صفر محور به اندازه ۸ تا قسمت $(\frac{1}{2})$ جلو می رویم و به نقطه $\frac{8}{2} = 4$ می رسیم.

روش سوم: می توانیم ۸ تا $\frac{1}{3}$ را باهم جمع کنیم:

$$\underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}_{8 \text{ تا } \frac{1}{2}} = 4$$

برای پیدا کردن حاصل جمع ۸ تا $\frac{1}{3}$ ، بهتر است هر ۲ تا $\frac{1}{3}$ را باهم جمع کنیم که حاصل آنها برابر ۱ می شود و سپس تعداد یکها را باهم جمع کنیم.

با توجه به مطالب بالا، برای ضرب یک عدد در کسر، چه روشی را پیشنهاد می کنید؟

$$4 \times \frac{1}{3} = \frac{4 \times 1}{3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

کافی است عدد را فقط در صورت کسر ضرب کنیم.

صفحه ۳۲ کتاب درسی



$$4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

برای ضرب مقابل، یک شکل بکشید و حاصل ضرب را نیز به دست آورید.



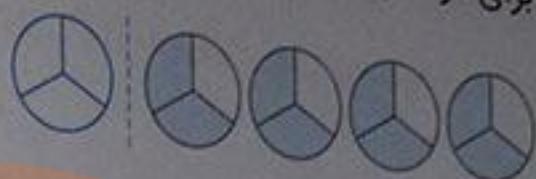
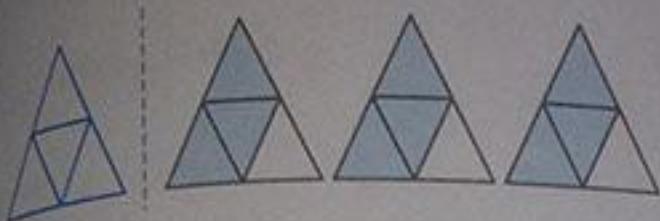
در ۵ بطری شیر نیم لیتری، روی هم چند لیتر شیر هست؟ می دانیم نیم لیتر یعنی $\frac{1}{2}$ لیتر. بنابراین:

$$5 \times \frac{1}{2} = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

تلاشی در مسیر رفاقت

۲

برای هر کدام از شکل‌های زیر، یک ضرب بنویسید و حاصل را به‌دست آورید.



$$3 \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$4 \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

حاصل ضرب‌های زیر را بدون رسم شکل به‌دست آورید.

$$1 \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{5} = \frac{2}{5}$$

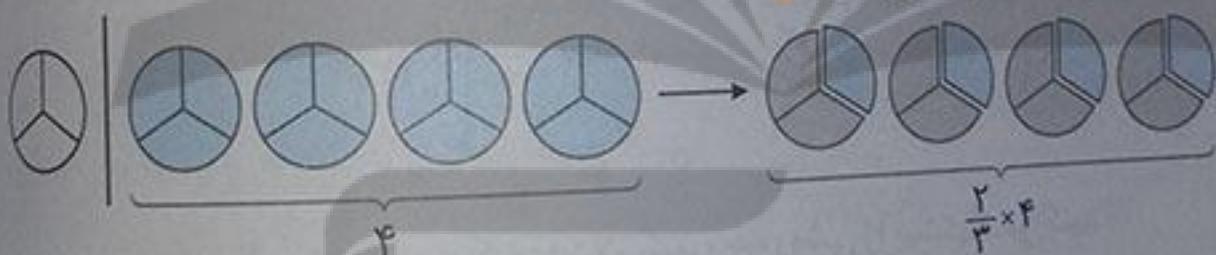
$$5 \times \frac{1}{8} = \frac{5 \times 1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$9 \times \frac{3}{4} = \frac{9 \times 3}{4} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

صفحه ۳۳ کتاب درس



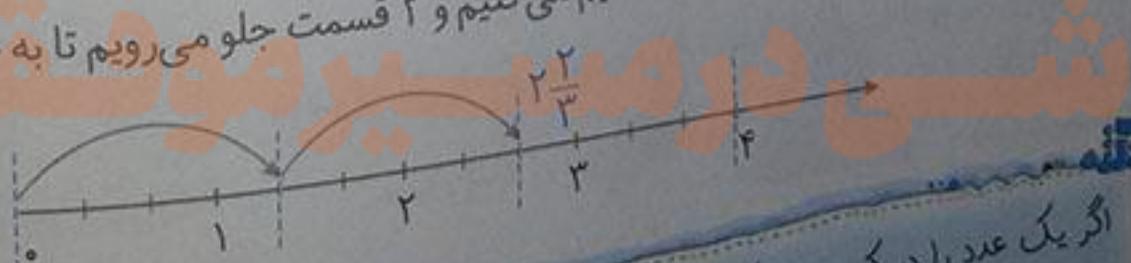
۴ عدد نان داریم. $\frac{2}{3}$ نان‌ها مصرف شده است. می‌خواهیم مقدار نان مصرف شده را حساب کنیم. یک روش در زیر آمده است. آن را توضیح دهید و کامل کنید.



$$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

هر نان را با یک (واحد) نشان می‌دهیم. از آن جا که $\frac{2}{3}$ کل نان‌ها مصرف شده است، به اندازه $\frac{2}{3}$ از هر واحد رانگ می‌کنیم و در آخر، کسر مربوط به کل قسمت رانگ شده را به‌دست می‌آوریم. آیا می‌توانید روش دیگری برای حل این مسئله بنویسید؟ بله، می‌توانیم از رسم محور استفاده کنیم.

فاصله ۰ تا ۲ را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و ۲ قسمت جلو می‌رویم تا به جواب ضرب برسیم.



اگر یک عدد را در کسر، یا یک کسر را در عدد ضرب کنیم، آن عدد فقط در صورت کسر ضرب می‌شود. مانند:

$$9 \times \frac{2}{4} = \frac{9 \times 2}{4} = \frac{18}{4} = 4\frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{3} \times 8 = \frac{2 \times 8}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

صفحه ۳۳ کتاب درسی

کار در کلاس



- ۱ کلاس پنجم یک مدرسه ۲۴ دانشآموز دارد. $\frac{2}{3}$ این دانشآموزان در کتابخانه مدرسه ثبت نام کرده‌اند. چند نفر از دانشآموزان این کلاس در کتابخانه ثبت نام کرده‌اند؟

$$\frac{2}{3} \times 24 = \frac{2 \times 24}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

- ۲ حاصل $\frac{2}{5} \times 8$ را به هر روشی که می‌دانید به دست آورید.

$$\frac{2}{5} \times 8 = \frac{2 \times 8}{5} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

- ۳ با توجه به شکل، در جای خالی عدد یا کسر مناسب بنویسید.



$$\frac{2}{3} \times 12 = 8 \quad \text{است.}$$

- ۴ عبارت رو بپرس و کمک چند مثال عددی، توضیح دهید.

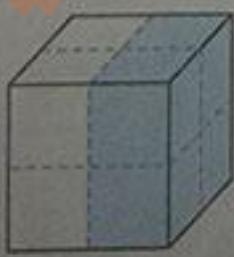
$$\frac{\square}{\circlearrowleft} \times \triangle = \frac{\square \times \triangle}{\circlearrowleft}$$

$$\frac{2}{\gamma} \times \triangle = \frac{2 \times \triangle}{\gamma}$$

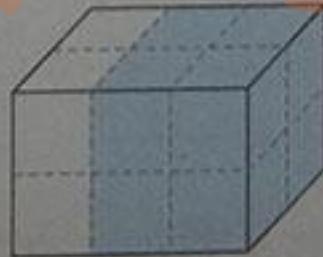
$$\frac{4}{5} \times \triangle = \frac{4 \times \triangle}{5}$$

اگر یک کسر در یک عدد ضرب شود، فقط صورت کسر در آن عدد ضرب خواهد شد.

- ۵ هر کدام از شکل‌های رو بپرس طوری رنگ کنید که ضرب داده شده را نمایش دهد. سپس حاصل را نیز به دست آورید.



$$\frac{1}{2} \times 8 = 4$$

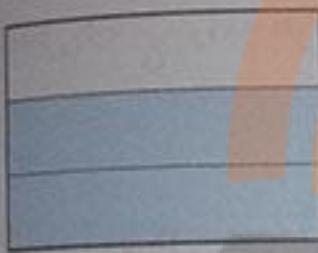


$$\frac{2}{3} \times 12 = 8$$



فعالیت

$\frac{2}{3}$ گردهافشانی گیاهان را حشرات انجام می‌دهند.
 $\frac{4}{5}$ گردهافشانی را زنبورها صورت می‌گیرد. چه کسری از
 حشرات انجام می‌دهند، توسط زنبورها گردهافشانی را انجام می‌دهند؟
 شکل‌های زیر، راه حل مسئله را نشان می‌دهند. راه حل را توضیح دهید.



$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$

با انتخاب یک شکل به عنوان واحد، شکل مربوط به کسر دوم را رنگ می‌کنیم. سپس به اندازهٔ کسر اول، از
 ناحیهٔ رنگ شده را مشخص می‌کنیم. کسر مربوط به قسمت مشخص شده، جواب ضرب دو کسر می‌باشد.

باتوجه به فعالیت بالا حاصل ضرب دو کسر چگونه به دست می‌آید؟ توضیح دهید. برای ضرب دو کسر در یک دیگر،
 کافی است صورت‌های درهم و مخرج‌ها را نیز درهم ضرب کنیم. مانند:

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

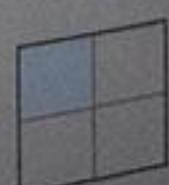
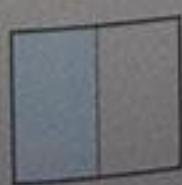
کار کلاس

۱ هر شکل را به ضرب مناسب آن وصل کنید.

تلاش در درستیت



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$$

حاصل ضرب کسرهای زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1 \times 1}{3 \times 5} = \frac{1}{15} \\ \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{5 \times 3} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21} \\ \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{7 \times 3} = \frac{10}{21} \end{cases}$$

توجه به ضرب‌های بالا، در ضرب دو کسر اگر کسرها جابه‌جا شوند، حاصل چه تغییری می‌کند؟ هیچ تغییری نمی‌کند.

فاصله‌ی خانه‌ی رضا تا مدرسه $\frac{3}{4}$ کیلومتر است. فاصله‌ی خانه‌ی امیر تا مدرسه $\frac{1}{3}$ این فاصله است.

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{12}$$

فاصله‌ی خانه‌ی امیر تا مدرسه چه کسری از یک کیلومتر است؟

بنابراین فاصله‌ی خانه‌ی امیر تا مدرسه، $\frac{3}{12}$ کیلومتر می‌باشد.

صفحه ۳۵ کتاب درسی



۱ کشاورزی زمین مستطیل‌شکلی را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و در $\frac{1}{5}$ یکی از قسمت‌ها سبزی

کاشته است. او چه کسری از کل زمین را سبزی کاشته است؟

هر قسمت $\frac{1}{2}$ از کل زمین است. بنابراین:

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ از کل زمین، سبزی کاشته شده است.

۲ زهره ۴۰۰۰ تومان و ناهید ۳۰۰۰ تومان دارد. زهره $\frac{7}{10}$ از پول خود و ناهید $\frac{5}{8}$ از پول خود را خرج کرده

است. کدام‌پک مقدار پول بیش‌تری خرج کرده است؟ مقدار پولی را که هر دو خرج کرده‌اند، حساب می‌کنیم.

$$\text{تومان } \frac{5 \times 4000}{8} = \frac{20000}{8} = 2500 : \text{ زهره}$$

$$\text{تومان } \frac{7 \times 3000}{10} = \frac{21000}{10} = 2100 : \text{ ناهید}$$

بنابراین زهره پول بیش‌تری خرج کرده است.

۳ $\frac{7}{10}$ کره‌ی زمین از آب تشکیل شده است. $\frac{1}{3}$ این آب‌ها در اقیانوس

آرام است. اقیانوس آرام چه کسری از سطح زمین است؟

بنابراین $\frac{7}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{30}$ از سطح کره‌ی زمین، اقیانوس آرام است.

$$\frac{1}{3} \times \frac{7}{10} = \frac{1 \times 7}{3 \times 10} = \frac{7}{30}$$



حاصل $\frac{7}{8} \times \frac{1}{5}$ به کدامیک از عدهای زیر نزدیکتر است؟ دلیل بیاورید.

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{1 \times 7}{5 \times 8} = \frac{7}{40}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{20}{40}, 1 = \frac{40}{40}, \frac{1}{3} = \frac{1}{40}, \frac{1}{2} = \frac{8}{40}$$

ابتدا حاصل ضرب را بدست می‌آوریم.

حالا هریک از عدها را با مخرج ۴۰ می‌نویسیم.

همان طور که دیده می‌شود، $\frac{7}{40}$ به $\frac{1}{5}$ یا همان $\frac{8}{40}$ نزدیکتر است.

کدام درست و کدام نادرست است؟ دلیل بیاورید.

در این مورد، به اشتباه، فقط صورت‌ها درهم ضرب شده‌اند.

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25} \text{ (الف)}$$

(نادرست)

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25} \text{ (ب)}$$

(نادرست)

در این مورد، به اشتباه صورت‌ها درهم ضرب ولی مخرج‌ها باهم جمع شده‌اند.

مریم $\frac{3}{4}$ از یک کتاب را خواند و نسرین $\frac{1}{2}$ از یک کتاب دیگر را خواند.

با یک مثال نشان دهید که تعداد صفحاتی که نسرین خوانده است، می‌تواند

کتاب نسرین زیادتر از تعداد صفحات کتاب مریم باشد به‌طوری که $\frac{1}{2}$ کتاب

نسرين از $\frac{3}{4}$ کتاب مریم بیشتر شود. مانند:

$$\text{صفحه} = \frac{1}{2} \times 400 = 200 \Rightarrow 400 \text{ صفحه: کتاب نسرین}$$

$$\text{صفحه} = \frac{3}{4} \times 200 = 150 \Rightarrow 200 \text{ صفحه: کتاب مریم}$$

حاصل ضرب‌های زیر را به‌دست آورید، برای دو مورد از آن‌ها شکل رسم کنید.

$$5 \times \frac{3}{10} = \frac{5 \times 3}{10} = \frac{15}{10} = 1\frac{5}{10}$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{35}$$



$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{8}{45}$$

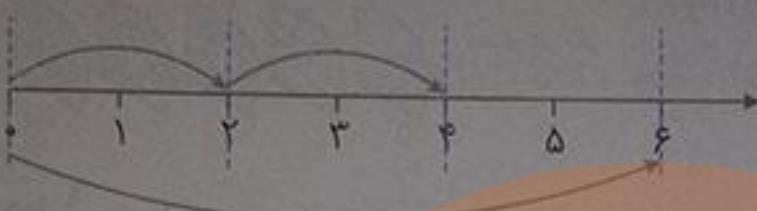


$$\frac{3}{4} \times 14 = \frac{3 \times 14}{4} = \frac{42}{4} = 10\frac{2}{4}$$

تلاش در ساخت بروجفت

با استفاده از محور، عبارت زیر را کامل کنید.

$$\frac{2}{3} \times 6 = 4$$



$\frac{1}{2} \times 4 \times 1$ (الف)

برای هر یک از ضرب‌های زیر یک مسئله بنویسید و آن را حل کنید.

$$4 \times \frac{1}{2} = \frac{4 \times 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

کیلوگرم

$\frac{2}{3} \times 9$ (ب)

$$\frac{2}{3} \times 9 = \frac{2 \times 9}{3} = \frac{18}{3}$$

متر

$\frac{2}{3}$ از یک میله‌ی ۹ متری، چند متر طول دارد؟

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ (ج)

$\frac{1}{5}$ از شرکت کنندگان در یک مسابقه به مرحله‌ی دوم و نصف راه بافتگان به مرحله‌ی دوم، به مرحله‌ی سوم راه پیدا کردند. چه کسری از کل شرکت کنندگان در مرحله‌ی سوم حضور دارند؟

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1 \times 1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$$

شرکت کنندگان

$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ دو کسر بنویسید که حاصل ضرب آن‌ها، با حاصل ضرب $\frac{3}{5}$ مساوی باشد. پاسخ خود را با پاسخ‌های هم‌کلاسی‌هایتان مقایسه کنید.

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{5 \times 4} = \frac{6}{20}$$

$$\frac{6}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{20}, \quad \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}, \quad \frac{2}{10} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{20}$$

برای این سؤال پاسخ‌های مختلفی وجود دارد.

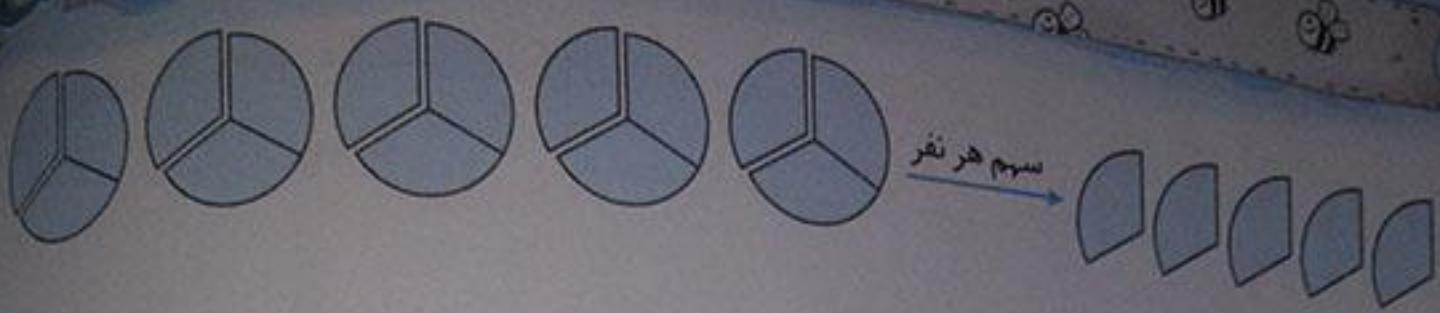
نشی در میرموفت

تقطیع کسر صفحه‌ی ۳۶ کتاب درسی



۱ می‌خواهیم ۵ کلوچه را به‌طور مساوی میان سه نفر تقسیم کنیم. به هر کدام چه مقدار کلوچه می‌رسد؟ راه حل زیر را توضیح دهید و اگر لازم است آن را کامل کنید.

ابتدا هر کلوچه را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم:



۵ تا $\frac{1}{3}$ می شود.

سیم هر نفر از یک کلوچه $\frac{1}{3}$ کلوچه می شود و چون ۵ کلوچه داریم، پس به هر نفر ۵ تا $\frac{1}{3}$ کلوچه می رسد.

$$5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

يعني: $\frac{5}{3}$

پس به هر نفر $\frac{2}{3}$ کلوچه می رسد.

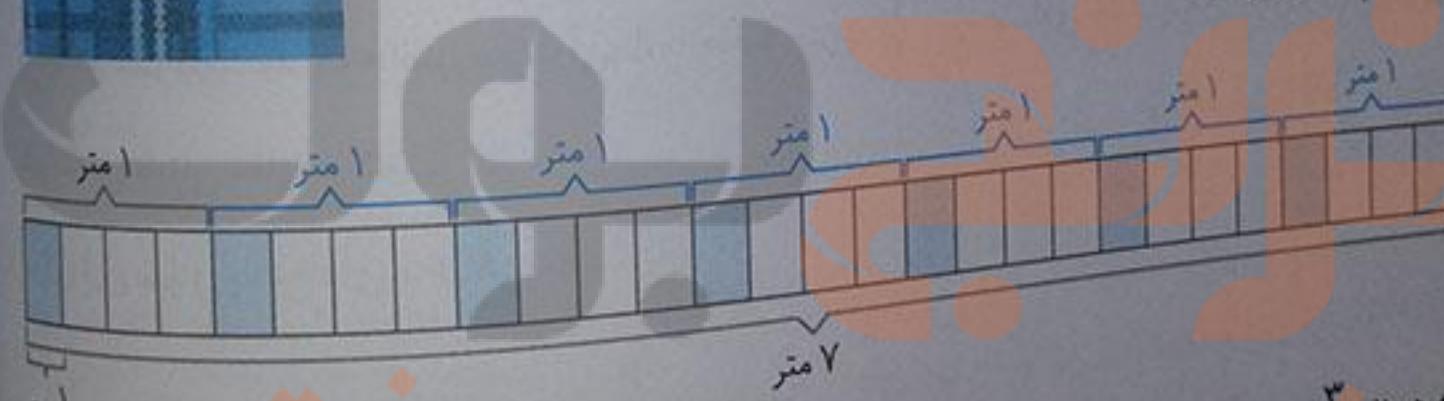
یک شکل را به عنوان واحد در نظر می گیریم و به تعداد کلوچه‌ها شکل واحد رسم می کنیم. چون می خواهیم کل کلوچه‌های را بین ۳ نفر به طور مساوی تقسیم کنیم، هر واحد را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می کنیم.

$$5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

يعني $\frac{5}{3}$ واحد می رسد. يعني: $\frac{2}{3}$

۱) اگر ۷ متر پارچه را میان چهار نفر تقسیم کنیم، به هر نفر چه مقدار پارچه می رسد؟ از شکل زیر استفاده کنید و راه حل را توضیح دهید.

سیم هر نفر از یک متر پارچه $\frac{1}{4}$ متر می شود. بنابراین، سیم هر نفر از کل پارچه $\frac{7}{4}$ متر می شود.



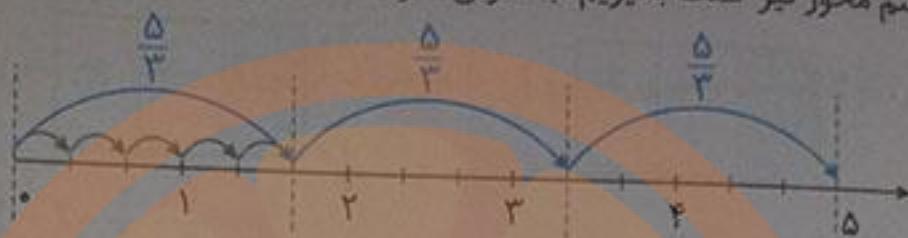
۲) به هر نفر $\frac{3}{4}$ ۱ متر پارچه می رسد.

شکل رسم شده، به هفت قسمت مساوی که طول هر قسمت ۱ متر است، تقسیم شده است. چون می خواهیم آن را بین ۴ نفر به طور مساوی تقسیم کنیم، هر متر را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می کنیم. به هر نفر $\frac{1}{4}$

از یک متر و در نتیجه ۷ تا $\frac{1}{4}$ یعنی $\frac{7}{4}$ متر می رسد. يعني:

$$7 \times \frac{1}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

آیا می‌توانید برای حل مسئله‌های بالا، روش‌های دیگری بنویسید؟
بله، می‌توانیم از رسم محور نیز کمک بگیریم. به عنوان نمونه، مسئله‌ی (۱) را حل می‌کنیم.



همان طور که دیده می‌شود، اگر فاصله‌ی ۰ تا ۵ روی محور را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت، برابر با $\frac{5}{3}$ یعنی کسر $\frac{5}{3}$ می‌باشد.

ضرب کنیم.

$$\frac{1}{2}$$

به جای آن که عددی را بر ۲ تقسیم کنیم، می‌توانیم آن را در کسر ضرب کنیم.

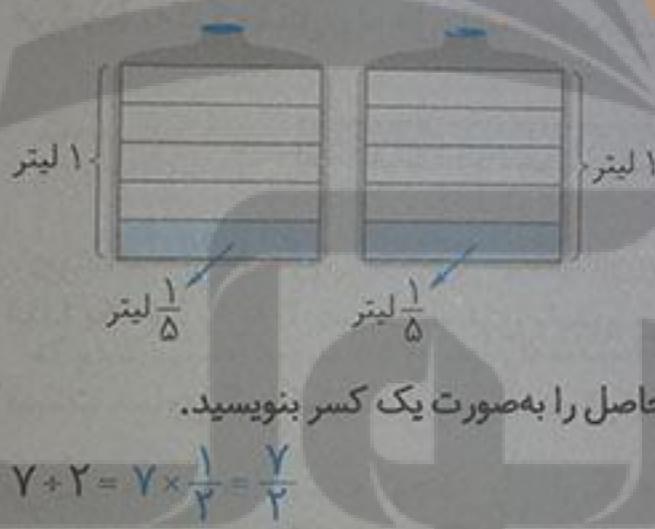
ضرب کنیم.

$$\frac{1}{5}$$

به جای آن که عددی را بر ۵ تقسیم کنیم، می‌توانیم آن را در کسر ضرب کنیم.

صفحه ۳۶ کتاب درسی

کار کلاس



۱ اگر ۲ لیتر شیر را میان ۵ نفر تقسیم کنیم، به هر نفر چه مقدار شیر می‌رسد؟ برای حل مسئله از رسم شکل هم استفاده کنید.

$$2 \div 5 = \frac{2}{5}$$

بنابراین به هر نفر، ۲ تا $\frac{1}{5}$ لیتر یعنی $\frac{2}{5}$ لیتر می‌رسد.

۲ مانند نمونه، هر تقسیم را به یک ضرب تبدیل کنید و حاصل را به صورت یک کسر بنویسید.

$$7 \div 2 = 7 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$3 \div 4 = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$3 \div 6 = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

$$9 \div 3 = 9 \times \frac{1}{3} = \frac{9}{3}$$

$$6 \div 7 = 6 \times \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

صفحه ۳۷ کتاب درسی

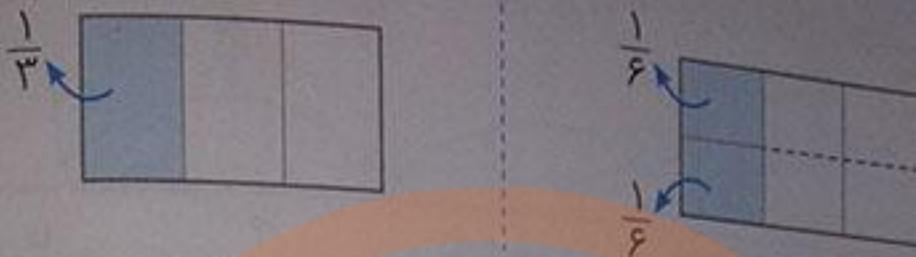
فعالیت

۱ $\frac{1}{3}$ زمینی را به آموزش و پرورش اهدا کرده‌اند تا در آن دو سالن ورزشی بسازند. قرار است مساحت این دو سالن یکسان باشد. به هر سالن چه کسری از زمین می‌رسد؟

روشی را که دو دانش‌آموز برای حل این مسئله به کار برده‌اند، به‌دقت مطالعه کنید و توضیح دهید.



ندا: شکل نشان می‌دهد که سوم هر سالن $\frac{1}{6}$ زمین است.

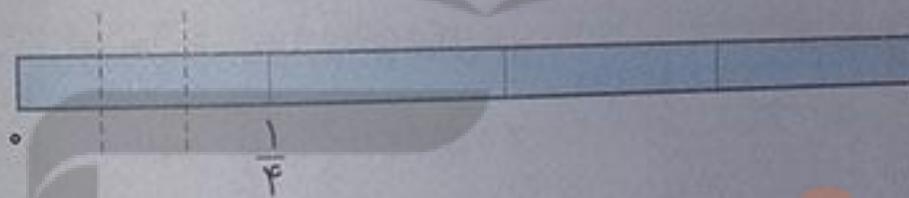


در این روش، کل زمین را با یک مستطیل ساده نمایش می‌دهیم و $\frac{1}{3}$ از آن (زمین اهداده) را رنگ می‌کنیم. حالا قسمت رنگ شده را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. هر قسمت، سوم هر سالن می‌باشد، بنابراین به هر سالن $\frac{1}{6}$ از کل زمین می‌رسد.

ناهید: باید حاصل $2 \times \frac{1}{3}$ را بپیدا کنیم؛ یعنی نصف عدد $\frac{1}{3}$ را. به جای این کار می‌توانیم $\frac{1}{3}$ عدد $\frac{1}{3}$ را بپیدا کنیم. پس، کافی است دو عدد $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{3}$ را درهم ضرب کنیم؛ یعنی:

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

۲ $\frac{1}{3}$ متر از یک کاغذ رنگی را به ۳ قسمت مساوی برش می‌زنیم. هر قسمت، چه کسری از یک متر می‌شود؟ به کمک شکل، راه حل را توضیح دهید.



ابتدا یک متر را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم، سپس $\frac{1}{4}$ از آن را درنظر می‌گیریم و آن را به ۳ قسمت مساوی کوچکتر تقسیم می‌کنیم. در این صورت کل یک متر به ۱۲ قسمت مساوی کوچک تقسیم می‌شود و سوم هر قسمت کوچک $\frac{1}{12}$ از یک متر است.

باید حاصل $3 \times \frac{1}{3}$ را بپیدا کنیم، یعنی $\frac{1}{3}$ عدد $\frac{1}{3}$ را. برای این کار، کافی است دو عدد $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{3}$ را درهم ضرب کنیم.

اگر بخواهیم یک عدد یا کسر را بر عدد دیگری تقسیم کنیم، می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\text{عدد دوم} \times \text{عدد اول} = \frac{\text{عدد اول}}{\text{عدد دوم}} \times \text{عدد دوم}$$

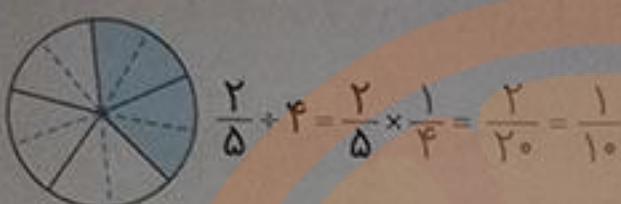
$$\text{عدد} \times \text{مخرج} = \frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}} \times \text{عدد}$$

تاثیر در مسیر

صفحه‌ی ۳۷ کتاب درسی

کار در کلاس

۱ $\frac{2}{5}$ یک کیک را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. هریک از این قسمت‌ها چه کسری از کیک است؟



نباراین هر قسمت $\frac{2}{20}$ یا $\frac{1}{10}$ از کیک است.

۲ مانند نمونه، هر تقسیم را به ضرب تبدیل کنید و حاصل آن را نیز به دست آورید.

$$\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{7}{5} \div 2 = \frac{7}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{9} \div 3 = \frac{1}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

$$\frac{3}{8} \div 4 = \frac{3}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{32}$$

$$\frac{2}{3} \div 6 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{18}$$

صفحه‌ی ۳۸ کتاب درسی

فعالیت

۱ هانیه در جشن تکلیف خود ۵ ساندویچ الوبه را میان مهمان‌ها تقسیم کرد. اگر برای هر نفر $\frac{1}{2}$ ساندویچ کافی باشد، این ۵ ساندویچ به چند نفر می‌رسد؟ راه حل را به کمک شکل توضیح دهید. باید حساب کنیم که نزدیک چندتا $\frac{1}{2}$ هست؛ یعنی حاصل $\frac{1}{2} \div 5$ را به دست آوریم.

$$5 \div \frac{1}{2} = 10$$

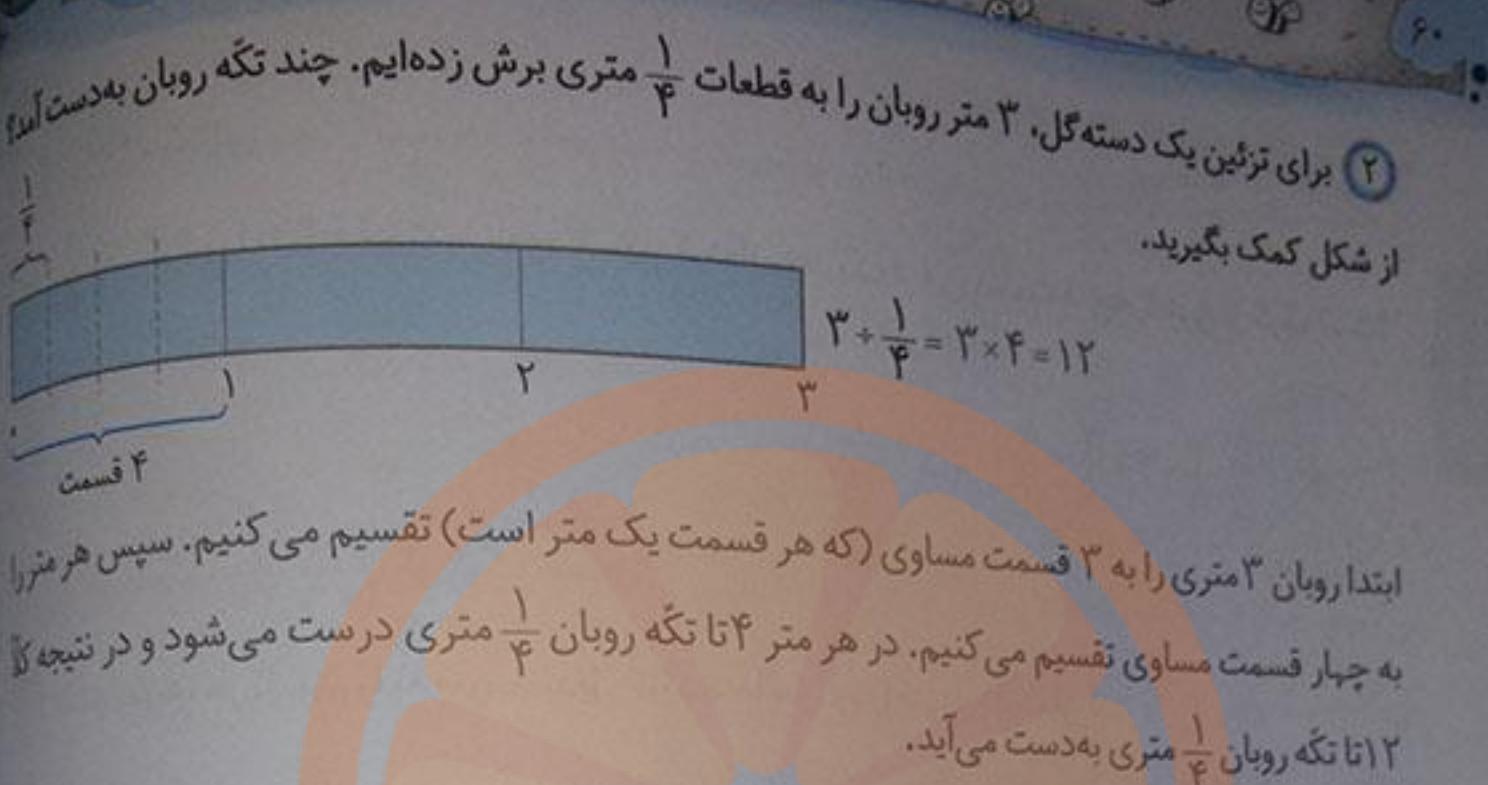
تلاشی در مسیرهای فکری

$$\frac{1}{2}$$

۱ تا $\frac{1}{2}$ ساندویچ است و از طرفی ۵ ساندویچ داریم، روی هم

ساندویچ داریم. پس بمحاجی تقسیم ۵ بر $\frac{1}{2}$ می‌توانیم ۵ را در ۲ ضرب کنیم؛ یعنی:

$$\text{مهمان} = 5 \div \frac{1}{2} = 5 \times 2 = 10$$



ابتدا روبان ۳ متری را به ۳ قسمت مساوی (که هر قسمت یک متر است) تقسیم می‌کنیم. سپس هر متر را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. در هر متر ۴ تکه روبان $\frac{1}{4}$ متری درست می‌شود و در نتیجه کل ۱۲ تکه روبان $\frac{1}{4}$ متری به دست می‌آید.

لطفاً

برای تقسیم یک عدد بر کسر، به صورت زیر عمل من کنیم.

$$\text{صورت} \times \text{عدد} = \frac{\text{مخرج}}{\text{صورت}} \times \text{عدد} = \frac{\text{مخرج}}{\text{صورت} \div \text{عدد}}$$

صفحه ۳۸ کتاب درس

کارد کلاس



۱ در فرودگاهی، در هر ربع ساعت یک هواپیما بر زمین می‌نشیند.

در ۲ ساعت، چند هواپیما بر زمین می‌نشینند؟

می‌دانیم ربع یعنی $\frac{1}{4}$ - بنابراین:

$$2 \div \frac{1}{4} = 2 \times 4 = 8$$

پس در ۲ ساعت، ۸ هواپیما بر زمین می‌نشینند.

مانند نمونه، حاصل را به دست آورید.

$$12 \div \frac{1}{3} = 12 \times 3 = 36$$

$$1 \div \frac{1}{3} = 1 \times 3 = 3$$

تفصیل

تلاش برای درستی و فقر

$$\frac{1}{5} = 5 \times 4 = 20$$

$$\frac{1}{9} = 6 \times 9 = 54$$

صفحه ۳۹ کتاب درس

$$15, 8 = \frac{15}{8}$$

$$2 \div 7 = \frac{2}{7}$$

۱ حاصل تقسیم‌های زیر را به صورت یک کسر بنویسید.

$$3 \div 12 = \frac{3}{12}$$

$$12 \div 5 = \frac{12}{5}$$

۲ حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{2} \div 7 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{14}$$

$$1 \div \frac{1}{5} = 1 \times 5 = 5$$

$$18 \div \frac{1}{3} = 18 \times 3 = 54$$

$$\frac{3}{7} \div 2 = \frac{3}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{14}$$



۳ $\frac{1}{5}$ محصول یک کارخانه ایرانی به طور مساوی به ۴ کشور خارجی صادر شده است. چه کسری از محصول این کارخانه به هر یک از این کشورها

$$\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

صادر شده است؟

بنابراین $\frac{1}{20}$ از محصول این کارخانه، به هر یک از این کشورها صادر شده است.

۴ اگر ۴ کیلوگرم چای را در بسته‌های $\frac{1}{5}$ کیلوگرمی بروزیم، چند بسته می‌شود؟



$$4 \div \frac{1}{5} = 4 \times 5 = 20$$

۵ برای هر یک از عبارت‌های زیر یک مسئله بنویسید. سپس حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$4 \div \frac{1}{2} =$$

نصف هر قالب پنیر را به یک نفر می‌دهیم. ۴ قالب پنیر را بین چند نفر می‌توان تقسیم کرد؟

$$4 \div \frac{1}{2} = 4 \times 2 = 8$$

بنابراین ۴ قالب پنیر را بین ۸ نفر می‌توان تقسیم کرد.

تلاش در مسیر موفقیت

تلث یک پارچه‌ی یک متری را به ۶ تکه‌ی مساوی تقسیم کرده‌ایم. طول هر تکه، چه کسری از یک متر است؟

$$\text{متر} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

بنابراین طول هر تکه، $\frac{1}{18}$ از یک متر است.

۶ دلیل بیاورید که کدامیک درست و کدامیک نادرست است.

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

یا
(نادرست)

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{2} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

(درست)

$$\frac{1}{3} = 8 \Rightarrow 4 \div \frac{1}{2} = 4 \times 2 = 8$$

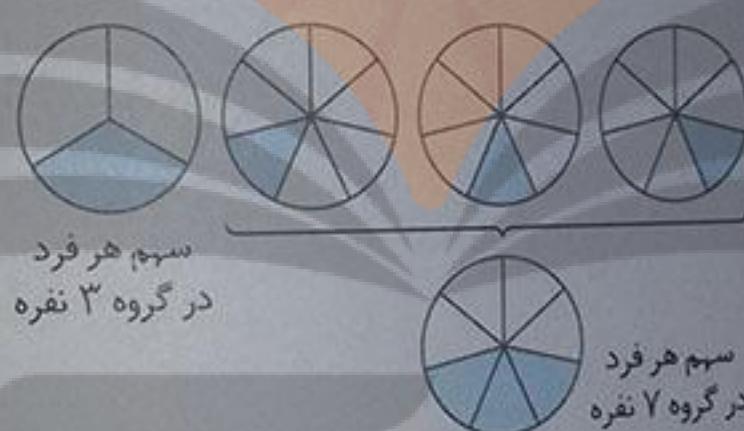
یا
(درست)

$$4 \div \frac{1}{2} = 2$$

(نادرست)

۷ ۴ کیک هماندازه داریم. یک کیک را میان اعضای یک گروه سه نفره و ۳ کیک دیگر را میان اعضای یک گروه هفت نفره تقسیم می کنیم. به افراد کدام گروه سهم بیشتری می رسد؟ (از رسم شکل هم می توانید استفاده کنید)

روش اول:



همان طور که دیده می شود، به افراد گروه ۷ نفره، سهم بیشتری می رسد.

روش دوم:

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{7} = \frac{1}{3} \times \frac{7}{7} + \frac{3}{7} = \frac{7}{21} + \frac{9}{21} = \frac{16}{21}$$

سهم هر فرد در گروه سه نفره، کیک

$$\frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{21}$$

سهم هر فرد در گروه هفت نفره، کیک

حالا دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{3}{7}$ را باهم مقایسه می کنیم.
بنابراین سهم افراد گروه ۷ نفره بیشتر است.

$$\frac{1}{3} = \frac{7}{21} < \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

مساوی است؟ دلیل بیاورید. خیر، زیرا:

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{7} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

و

$$3 \div \frac{1}{2} = 3 \times 2 = 6 \Rightarrow \frac{1}{6} + 6 = 6$$

تلاش بر سیرموفیت

۸ آیا حاصل $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$ با حاصل $3 \div \frac{1}{2}$

فهرست عدهای مختلف



در حیاط خانه سحر، باغچه‌ای مستطیل شکل به عرض $\frac{1}{2}$ متر و طول $\frac{3}{4}$ متر وجود دارد. سحر و برادرش مساحت این باغچه را حساب کرده‌اند. راه حل هر کدام را توضیح دهید و هرجا لازم است راه حل‌ها را کامل کنید.



راه حل سحر: برای پیدا کردن مساحت، طول و عرض را

درهم ضرب می‌کنیم؛ بنابراین:

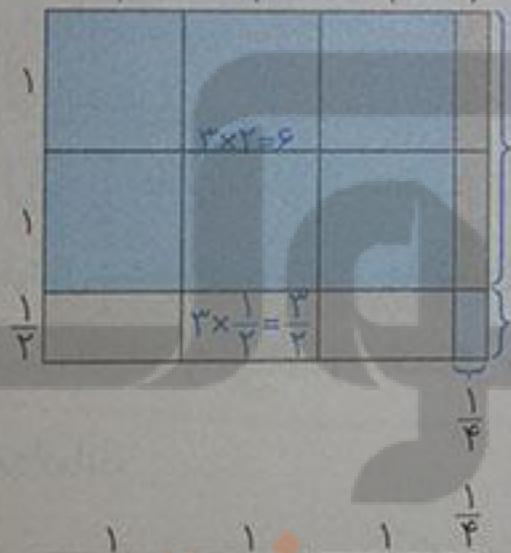
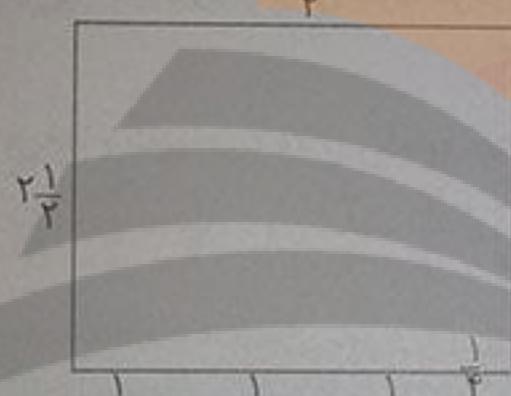
$$\text{متر مربع} = \frac{1}{8} = \frac{5}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{65}{8}$$

او با توجه به این که مساحت هر مستطیل برابر است با (طول × عرض)، حاصل ضرب را به دست آورد.

راه حل برادر سحر:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + (2 \times \frac{1}{2}) + (3 \times \frac{1}{2}) + (3 \times 2) = \text{مساحت مستطیل بزرگ}$$

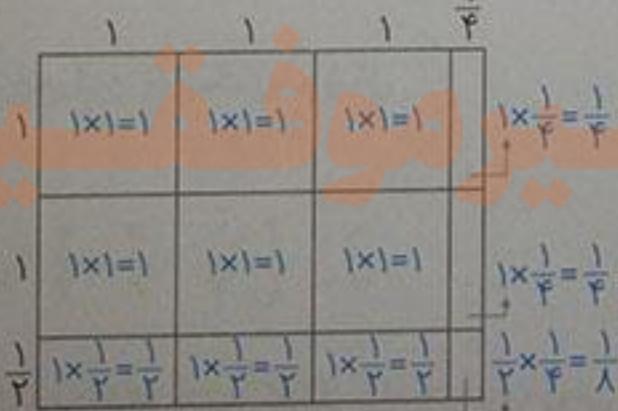
$$\text{متر مربع} = \frac{1}{8} = \frac{3}{2} + \frac{2}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$



برادر سحر طول و عرض باغچه را با قسمت‌های یک متری تقسیم کردو به کمک این قسمت‌ها، باغچه را به مستطیل‌های کوچک‌تر تقسیم‌بندی کرد و مساحت هر یک از آن‌ها را به دست آورد و در نهایت، مجموع آن‌ها را حساب کرد.

$$\frac{1}{8} = \text{مساحت قسمت رنگی}$$

شما چگونه مساحت را پیدا می‌کنید؟



شکل را به صورت مقابل، تقسیم‌بندی می‌کنیم و مساحت مربع‌ها و مستطیل‌های کوچک آن را باهم جمع می‌کنیم.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + (2 \times \frac{1}{2}) + (3 \times 1) + (\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}) = \text{مساحت مستطیل بزرگ}$$

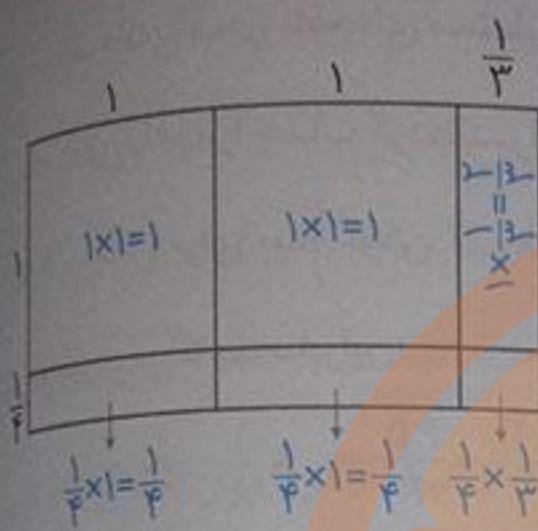
$$= \frac{3}{2} + \frac{2}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

نحوه حلهای مختلف

صفحه ۴۰ کتاب درس



۱ حاصل ضرب $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ را به دوروش به دست آورید.



$$\text{(الف) بارگذاری شکل: } \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = (2 \times 1) + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = 2 + \frac{11}{12} = 2\frac{11}{12}$$

$$\text{(ب) با تبدیل هر عدد مخلوط به کسر و ضرب آنها: } \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4} \times \frac{7}{3} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$$

مانند نمونه، حاصل ضرب هر دو عدد مخلوط را به دست آورید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{2} \times \frac{16}{3} = \frac{112}{6} = \frac{56}{3} = 18\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{21}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{147}{15} = \frac{49}{5} = 9\frac{4}{5} \quad \text{(الف)}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{20}{3} \times \frac{29}{4} = \frac{580}{12} = 48\frac{4}{12} \quad \text{(ب)}$$

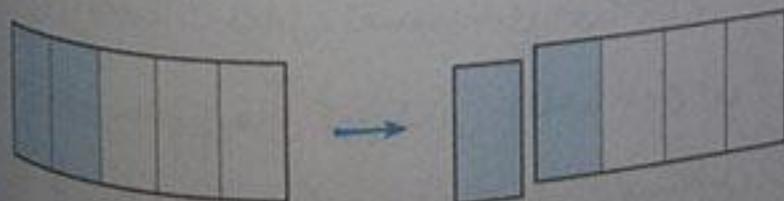
صفحه ۴۱ کتاب درس



۱ ۵ دانشآموزان یک کلاس در تیم‌های ورزشی مختلف ثبت‌نام کرده‌اند. اگر $\frac{1}{2}$ این دانشآموزان در تیم فوتبال ثبت‌نام کرده باشند، چه کسری از کل دانشآموزان این کلاس در تیم فوتبال ثبت‌نام کرده‌اند؟ دوره حل داده شده را بخوانید و با یکدیگر مقایسه کنید.

روش اول:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad \text{(ساده کردن)}$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

توجه داشته باشید که اگر حاصل ضرب روش اول را ساده کنیم، با جواب روش دوم یکسان می‌شود.

تلاش در مسیر موفقیت

روش دوم: به کمک رسم شکل

۲ ضربهای زیر به دو روش انجام شده است. آنها را مقایسه کنید.

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5} \rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

هر دو روش ما را به یک جواب می‌رساند، ولی به نظر می‌رسد روش تساوی کسرها بهتر است.

آیا روش ساده‌تری برای به دست آوردن حاصل این ضرب‌ها می‌شناسید؟

می‌توانیم قبیل از انجام ضرب صورت‌ها در هم و ضرب مخرج‌ها در هم، عواملی را که در صورت و مخرج

مشترک هستند ساده کنیم و سپس کسرهای در هم ضرب کنیم. $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ و $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

در هنگام ضرب دو کسر، اگر صورت یک کسر با مخرج کسر دیگر برابر باشد، می‌توانیم آنها را باهم

ساده کنیم و جواب را آسان‌تر به دست آوریم. مانند:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{2 \times 5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{2}{5}$$

صفحه ۴۱ کتاب درسی



حاصل ضرب‌های زیر را با ساده کردن به دست آورید.

$$\frac{1}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{1 \times 6}{6 \times 5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} = \frac{2 \times 7}{7 \times 2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ (الف)}$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{2}{9} = \frac{3 \times 2}{2 \times 9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ (ج)}$$

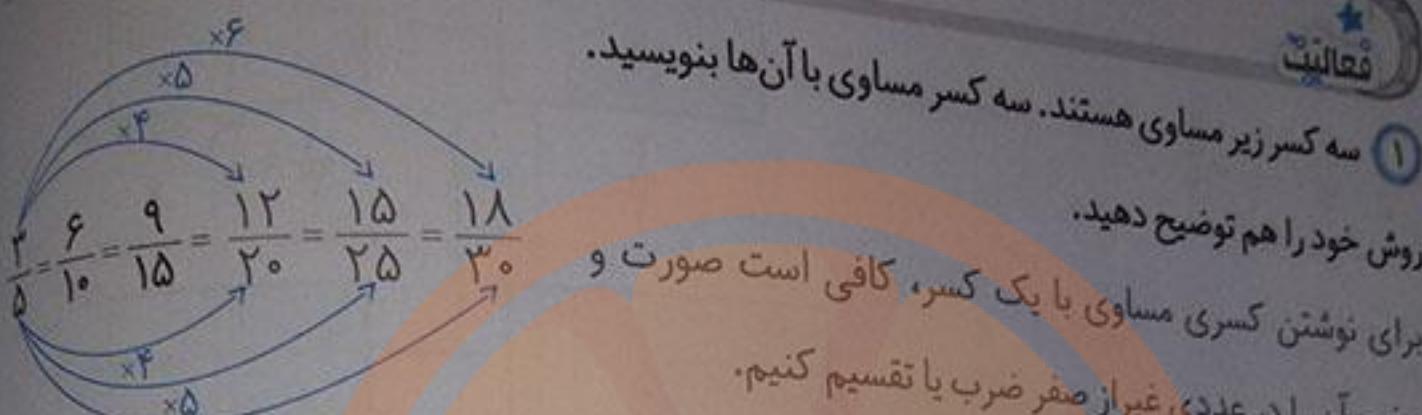
$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{8} = \frac{3 \times 4}{4 \times 8} = \frac{3}{8} \text{ (ب)}$$

$$\frac{23}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{23 \times 7}{7 \times 4} = \frac{23}{4} = 5\frac{3}{4} \text{ (د)}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{1 \times 5}{5 \times 2} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ (ه)}$$

تلاش روی سیم بت

فعالیت

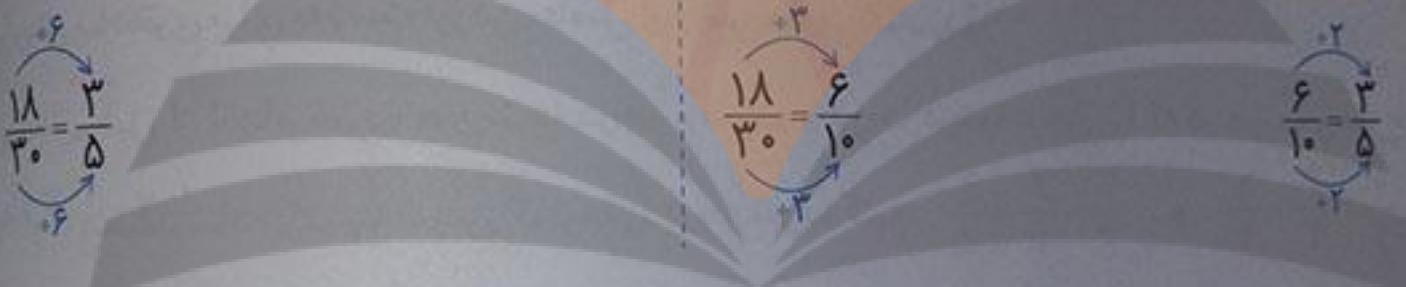


روش خود را هم توضیح دهید.

برای نوشتن کسری مساوی با یک کسر، کافی است صورت و مخرج آن را در عددی غیر از صفر ضرب یا تقسیم کنیم.

کسر $\frac{18}{30}$ را به دور روش ساده کرده‌ایم. آن‌ها را توضیح دهید و با هم مقایسه کنید.

روش دوم:



می‌دانیم اگر صورت و مخرج یک کسر را بر عددی بزرگ‌تر از ۱ تقسیم کنیم، کسری مساوی با آن به دست می‌آید. و به این عمل، ساده کردن می‌گویند. در روش اول، کسر $\frac{18}{30}$ در دو مرحله و در روش دوم، در یک مرحله ساده شده است.

چرا روش دوم کوتاه‌تر است؟ زیرا صورت و مخرج را بر بزرگ‌ترین عدد ممکن تقسیم کرده‌ایم. کسرهای زیر را ساده کنید.

تلashی در میر موفقی

$$\frac{24}{40} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{10} = \frac{30}{50} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{8}{8} = \frac{16}{24} = \frac{4}{6}$$

حاصل ضرب کسرها چگونه ساده شده است؟ ابتدا کسرها را در یک دیگر ضرب کرده‌ایم و سپس حاصل را ساده نموده‌ایم.

برای به دست آوردن حاصل ضرب این کسرها بهتر است از همان ابتدا کسرها را ساده کنیم.

روش انجام این کار در زیر نشان داده شده است. کسرها چگونه ساده شده‌اند؟

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{8}{4} = \frac{4}{3}$$

اگر پکی از صورت‌ها و یکی از مخرج‌ها هردو بر یک عدد بخش‌پذیر باشند، می‌توانیم آن‌ها را بر این عدد تقسیم کنیم و خارج قسمت‌های به دست آمده را به جای آن‌ها بنویسیم تا با این کار، عددها کوچک‌تر (садه‌تر) شوند و در نتیجه انجام عمل ضرب کسرها راحت‌تر صورت گیرد.

صفحه ۴۳ کتاب درسی



۱ کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{48}{56} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{18}{5} = \frac{27}{10} = 2\frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{9}{2} \times \frac{2}{18} = \frac{1}{2}$$

۲ سه‌تا از کسرهای زیر باهم مساوی‌اند و یکی از آن‌ها با بقیه مساوی نیست. آن‌ها را با دلیل مشخص کنید.

$$\frac{8}{12}, \frac{12}{18}, \frac{9}{12}, \frac{32}{48}$$

ابندا تمام کسرهای را تا حد امکان ساده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{8}{12} &= \frac{2}{3} \\ \frac{12}{18} &= \frac{2}{3} \\ \frac{9}{12} &= \frac{3}{4} \\ \frac{32}{48} &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

متغایرت

همان‌طور که دیده می‌شود سه کسر $\frac{8}{12}, \frac{12}{18}, \frac{9}{12}$ و $\frac{32}{48}$ همگی با کسر $\frac{2}{3}$ مساوی و در نتیجه همه‌ی آن‌ها باهم برابرند. در حالی که ساده‌شده‌ی کسر $\frac{9}{12}$ با $\frac{2}{3}$ برابر نیست. بنابراین کسر $\frac{9}{12}$ با بقیه برابر نمی‌باشد.

تلاشی در معرفت

۱ حاصل ضربهای زیر را به دست آورید. پاسخ خود را ساده کنید.

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{42}{15} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{7}{8} \times \frac{7}{2} = \frac{49}{16} = 3\frac{1}{16}$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{22}{5} \times \frac{11}{4} = \frac{242}{20} = \frac{121}{10} = 12\frac{1}{10}$$

۲ زمینی به شکل مستطیل داریم که طول آن $\frac{3}{5}$ متر و عرض آن $\frac{1}{5}$ متر است.

الف) مساحت این زمین را به صورت تقریبی به دست آورید.

$$\text{متر مربع} 50 \xrightarrow{\text{تقریبی}} 5 \times 5 = 25 \quad \text{مساحت تقریبی} \Rightarrow 5 \times 5 \xrightarrow{\text{تقریبی}} \frac{1}{4} \times 5 \times 5 = 10 \times 5 = 50$$

ب) مساحت زمین را با ضرب دو کسر به صورت دقیق به دست آورید.

$$9\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{4} = \frac{39}{4} \times \frac{21}{4} = \frac{819}{16} = 51\frac{3}{16} \quad \text{مساحت دقیق}$$

۳ کسر $\frac{1}{2}$ به کدامیک از کسرهای زیر نزدیکتر است؟ دلیل بیاورید.

همهی کسرهای اتاحد امکان ساده می کنیم و سپس با مخرج یکسان می نویسیم.

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{4}, \frac{20}{25} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{7}{8}, \frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} \xrightarrow{\text{هم مخرج}} \frac{35}{40}, \frac{80}{40}, \frac{25}{40}, \frac{30}{40}, \frac{32}{40}$$

اما می دانیم که $\frac{1}{2} = \frac{20}{40}$ ، پس کسر $\frac{1}{2}$ به کسر $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$ نزدیکتر است.

۴ کسرهای زیر را ساده کنید و هر کدام را که مساوی کسر $\frac{3}{4}$ است، مشخص کنید.

$$\frac{30}{40} \xrightarrow{\substack{+10 \\ -10}} \frac{3}{4} \quad \checkmark \quad \text{(الف)}$$

$$\frac{16}{24} \xrightarrow{\substack{+8 \\ -8}} \frac{2}{3} \quad \times \quad \text{(ب)}$$

$$\frac{30}{45} \xrightarrow{\substack{+15 \\ -15}} \frac{2}{3} \quad \text{(پ)}$$

$$\frac{22}{36} \xrightarrow{\substack{+12 \\ -12}} \frac{2}{3} \quad \text{(ت)}$$

کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{12 \times 5}{1 \times 4} = \frac{15}{1} = 15 \quad \text{(الف)}$$

$$\frac{2}{12} \times \frac{16}{12} = \frac{16}{21} \quad \text{(ب)}$$

۶ حاصل ضرب‌های زیر را ساده کنید.

$$\frac{1}{5} \times \frac{4}{20} = \frac{4}{1} = 4 \quad (\text{الف})$$

$$\frac{1}{8} \times \frac{3}{12} = \frac{3}{1} = 3 \quad (\text{ب})$$

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}, \quad \frac{6}{8} = \frac{12}{16}, \quad \frac{6}{8} = \frac{18}{22}$$

سه کسر بنویسید که با کسر $\frac{6}{8}$ مساوی باشند.

صفحه ۴۴ کتاب درس

فرهنگ نوشت

۱ به هر روشی که می‌توانید، توضیح دهید که کدامیک از کسرهای زیر از $\frac{1}{2}$ بزرگ‌تر و کدامیک از $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{4}{8}, \frac{5}{18}, \frac{6}{10}$ کوچک‌تر است؟

روش اول: توجه کنید که در کسر $\frac{1}{2}$ ، صورت، نصف مخرج است. بنابراین می‌توانیم بگوییم که:

(الف) اگر صورت، از نصف مخرج بزرگ‌تر باشد، کسر از $\frac{1}{2}$ بزرگ‌تر است.

$$\frac{4}{7} \xrightarrow[\text{نصف مخرج } 3/5]{4 > 3/5} \frac{4}{7} > \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{10} \xrightarrow[\text{نصف مخرج } 5]{6 > 5} \frac{6}{10} > \frac{1}{2}$$

(ب) اگر صورت، از نصف مخرج کوچک‌تر باشد، کسر از $\frac{1}{2}$ کوچک‌تر است.

$$\frac{2}{5} \xrightarrow[\text{نصف مخرج } 2/5]{2 < 2/5} \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{18} \xrightarrow[\text{نصف مخرج } 9]{5 < 9} \frac{5}{18} < \frac{1}{2}$$

(ج) اگر صورت، برابر با نصف مخرج باشد، کسر برابر با $\frac{1}{2}$ خواهد بود.

$$\frac{4}{8} \xrightarrow[\text{نصف مخرج } 4]{4 = 4} \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

روش دوم: می‌توانیم همه کسرهای را به طور جداگانه با $\frac{1}{2}$ مقایسه کنیم.

$$\frac{2}{5} < \frac{4}{10} < \frac{5}{10} < \frac{1}{2}$$

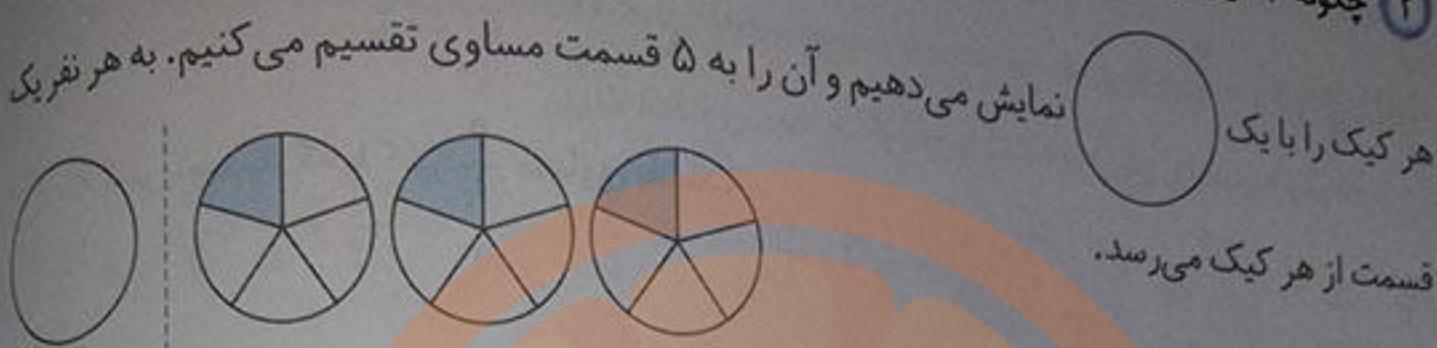
$$\frac{4}{7} = \frac{8}{14} > \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{18} < \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \quad . \quad \frac{6}{10} > \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

تلاشی در معرفت

چگونه ۳ کیک را میان ۵ نفر تقسیم می کنید؟ توضیح دهید.



بنابراین به هر نفر $\frac{3}{5}$ تا $\frac{1}{5}$ یعنی $\frac{3}{5}$ از یک کیک می رسد.

درووش متفاوت برای مقایسهٔ دو کسر $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{5}$ بنویسید.

روش اول: می دانیم کسر $\frac{2}{5}$ کوچک‌تر از واحد و کسر $\frac{3}{5}$ بزرگ‌تر از واحد است. بنابراین: $\frac{3}{5} > 1 > \frac{2}{5}$

در مقایسهٔ انواع کسرها، همواره داریم:

کسر بزرگ‌تر از واحد > کسر مساوی واحد > کسر کوچک‌تر از واحد > کسر مساوی صفر

روش دوم: دو کسر را هم مخرج می کنیم، کسری بزرگ‌تر است که صورت بزرگ‌تری داشته باشد.

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{2}{10}, \quad \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{15}{10} \Rightarrow \frac{2}{10} < \frac{15}{10} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{3}{2}$$

نادر می خواهد یک کتاب و یک کیف بخرد.

قیمت کتاب نصف پول نادر است و قیمت کیف $\frac{2}{3}$ پول نادر است. توضیح دهید که چرا نادر با پول خود نمی‌تواند هم کتاب و هم کیف را بخرد.

در نظر بگیریم، داریم:

نادر در مسیر مومن

$$\frac{1}{2} \times 1 = \frac{2}{3} \text{ پول نادر} \quad \text{و} \quad \frac{1}{2} \times 1 = \text{نصف پول نادر}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{7}{6}$$

همان طور که دیده می شود، مجموع قیمت کتاب و کیف از واحد (پول نادر) بیشتر می شود و در نتیجه او نمی‌تواند کتاب و کیف را با هم بخرد.

۱ اگر $\frac{1}{3}$ لیتر آب سرد را با $\frac{1}{4}$ لیتر آب گرم مخلوط کنیم، روی هم چند لیتر آب خواهیم داشت؟

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

بنابراین روی هم $\frac{7}{12}$ لیتر آب خواهیم داشت.

۲ برای جمع $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{4}$ یک مسئله بنویسید که در آن از کلمه های «ساعت، کمک و براذر» استفاده شده باشد.

علی قسمتی از یک کار را به تنهایی در $\frac{3}{5}$ ساعت انجام داد. او برای انجام بقیه ای کار از براذر ش کمک گرفت. آن با هم $\frac{1}{2}$ ساعت کار انجام دادند و به این ترتیب کل کار به اتمام رسید. این کار روی هم در چند ساعت به پایان رسید؟

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

بنابراین کل کار، در ۱ ساعت به پایان رسید.

۳ سه کسر مختلف مثال بزنید که اگر در \square قرار دهیم نامساوی درست باشد.

باید در \square عددی قرار گیرد که از $\frac{1}{2}$ کوچک‌تر باشد. مانند: $\dots \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{9} \cdot \dots$

۴ اگر $\frac{3}{4}$ یک زمین متعلق به محسن باشد و او بخواهد نصف زمین خود را گندم بکارد، چه کسری از کل زمین گندم کاشته می‌شود؟

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

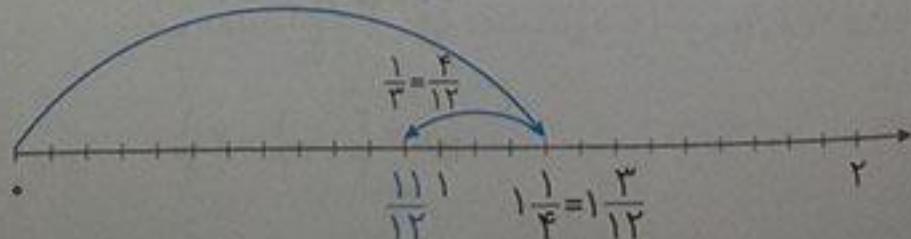
بنابراین در $\frac{3}{8}$ از کل زمین، گندم کاشته می‌شود.

۵ حاصل $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ را به کمک شکل یا محور اعداد به دست آورید.

رسم شکل:



رسم محور:



تلاش در مسیر و فضیت

۶ حاصل ضربهای زیر را به دست آورید. در هنگام ضرب کردن، هر جا که امکان دارد، کسرهای راساده کنید.

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \times \frac{13}{5} = \frac{104}{15} = 6\frac{14}{15}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{20}{3} = \frac{16}{1} = 16$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{13}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$4\frac{1}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{9}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$1\frac{1}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

۷ با عددهای جدول، یک جمع و تفریق بنویسید. این عددها را با یک رنگ، رنگ آمیزی کنید. در زیر، یک نمونه حل شده است.

$7\frac{1}{8}$	$5\frac{1}{2}$	۱۰	$8\frac{3}{8}$
$9\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{4}{5}$	$2\frac{3}{10}$
$2\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	$2\frac{3}{10}$	$1\frac{1}{5}$

$$\left\{ \begin{array}{l} 7\frac{1}{8} + 1\frac{1}{5} = 8\frac{3}{8} \\ 8\frac{3}{8} - 7\frac{1}{8} = 1\frac{1}{5} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} + 1\frac{4}{5} = 4\frac{3}{10} \\ 4\frac{3}{10} - 2\frac{1}{2} = 1\frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{10} = 5\frac{1}{2} \\ 5\frac{1}{2} - 1\frac{1}{5} = 2\frac{3}{10} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 9\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 10 \\ 10 - 9\frac{1}{6} = \frac{5}{6} \end{array} \right.$$

۸ جاهای خالی را پر کنید.

تلاشی در مسیر موفقیت

$$(\text{الف}) \quad 16 \times \frac{3}{8} = \boxed{6}$$

$$(\text{ب}) \quad \frac{1}{4} \div 8 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \boxed{\frac{1}{16}}$$

$$(\text{ج}) \quad \frac{5}{9} = 5 \div \boxed{9}$$

$$(\text{د}) \quad 2\frac{1}{3} + \boxed{\frac{2}{3}} = 3$$

$$(\text{ج}) \quad \boxed{2\frac{2}{3}} - \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$

صفحه ۴۶ کتاب درس

معما و سرگرمی

الگوی زیر را در نظر می‌گیریم:



شکل اول



شکل دوم



شکل سوم

الف) در شکل صدم، چه کسری از شکل رنگ خواهد شد؟

ابتدا کسر مربوط به قسمت رنگ شده‌ی هر شکل را می‌نویسیم.

: شماره‌ی شکل ۱ ۲ ۳ ...

: کسر رنگ شده $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{3}{14}$...

حالایک الگو بین شماره‌ی شکل و کسر رنگ شده در هر شکل پیدا می‌کنیم.

$$\frac{\text{شماره‌ی شکل}}{\text{کسر رنگ شده}} = \frac{\text{شماره‌ی شکل}}{(4 \times \text{شماره‌ی شکل}) + 2}$$

$$\Rightarrow \text{کسر رنگ شده‌ی شکل صدم} = \frac{100}{(4 \times 100) + 2} = \frac{100}{402} = \frac{50}{201}$$

ب) در چندین شکل، کسر مساحت رنگ شده $\frac{71}{286}$ است؟

با توجه به الگویی که در شکل‌ها وجود دارد، شماره‌ی شکل، در صورت کسر قرار دارد. بنابراین:

$$\frac{\text{شماره‌ی شکل}}{(4 \times \text{شماره‌ی شکل}) + 2} \rightarrow \frac{71}{286}$$

پس در هفتاد و یکمین شکل، کسر مساحت رنگ شده برابر $\frac{71}{286}$ خواهد بود.

تلشی در مسیر مفہومیت

تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس 
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه 
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی 
- دانلود نمونه سوالات امتحانی 
- مشاوره کنکور 
- فیلم های انگیزشی 

 Www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)