

تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [Www.ToranjBook.Net](http://Www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

این مجموعه تقدیم می گردد به مدافعان سلامت:



با آرزوی سلامتی و عاقبت به خیری تمام بشریت

تلاشی در مسیر موفقیت



جلد سوم: ۴۵۵ تست

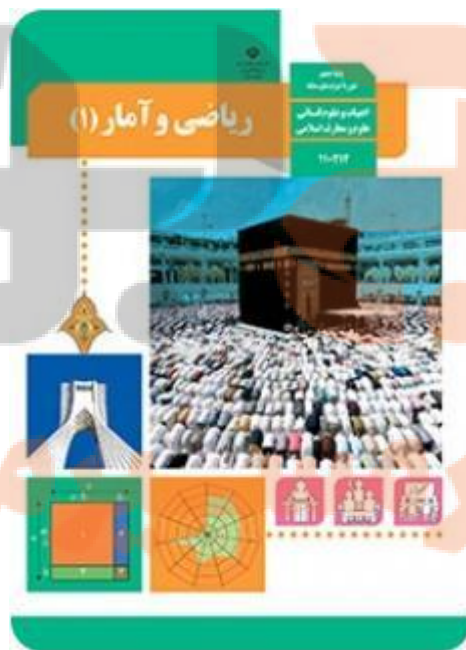
ریاضی دهم

انسانی

ویژه مرور کنکوری های عزیز و دهم انسانی

دبیرستان هاشمی نژاد ۳- مشهد

سید رضا میررضوی



## فهرست مطالب:

۵	..	...	عبارت های جبری (۱۰۰ تست)
۱۴			پاسخ تشریحی
۲۵			پاسخ نامه کلید
۲۶	..		معادله درجه دوم (۱۰۰ تست)
۳۶			پاسخ تشریحی
۵۳	.		پاسخ نامه کلید
۵۵		...	تابع (۱۱۰ تست)
۶۶		..	پاسخ تشریحی
۸۳	.		پاسخ نامه کلید
۸۴	.	.	کار با داده های آماری (۹۰ تست)
۹۳			پاسخ تشریحی
۱۰۳		..	پاسخ نامه کلید
۱۰۴	.	.	نمایش داده ها (۵۵ تست)
۱۱۴		...	پاسخ تشریحی
۱۲۲		...	پاسخ نامه کلید

این جزوه جهت مرور ریاضی دهم در ایام تعطیلات نوروز تهیه شده است که شامل تستهای کنکور سراسری و  
آزمونهای قلم چی و.....می.باشد.در.سه.جلد.تقدیم.می.گردد.....

جلد اول: ریاضی و آمار دهم انسانی

جلد دوم: ریاضی و آمار یازدهم انسانی

جلد سوم: ریاضی و آمار دوازدهم انسانی

حداکثر تلاش جهت تطابق تستهای انتخابی با آزمونهای سراسری در آن گردیده است و در برخی مباحث  
تعداد انگشت شماری تست از سطح کنکور بالاتر انتخاب شده است.

امیدوارم که اشتباهات و کاستی های احتمالی را ببخشید و هرگونه پیشنهاد و انتقادی را در تلگرام اینجانب به  
شماره ۰۹۱۵۳۲۵۶۱۸۱ ارسال نمایید.

پیروز و موفق باشید- سید رضا میررضوی

دبیرستان هاشمی نژاد ۳ مشهد

تلگرام: **تلاش**  
**تلاشی در مسیر موفقیت**

کسی که ارزش خود را ندانست، نابود شد. امام علی (ع)



مبحث

• ۱۰۰ تست جامع

شامل

• عبارت های جبری

ویژه

• دهم انسانی

تهیه کننده

• سید رضا میررضوی

تألیفی در مسیر موفقیت

## عبارت های جبری

۱- با افزودن کدام عدد به عبارت  $4x^2 - 6x + \frac{1}{4}$ ، مربع یک دو جمله ای حاصل می شود؟

- ① ۲      ②  $\frac{15}{4}$       ③ ۶      ④ ۱۲

۲- اگر  $4 = (5x - \frac{3}{2x})$  باشد، حاصل  $(25x^2 + \frac{9}{4x^2})$  کدام است؟

- ① ۲۴      ② ۲۹      ③ ۳۱      ④ ۳۲

۳- اگر  $5 = (3x + \frac{1}{2x})$  باشد، حاصل  $(9x^2 + \frac{1}{4x^2})$ ، کدام است؟

- ① ۱۸      ② ۲۰      ③ ۲۱      ④ ۲۲

۴- اگر  $A = 5x^2 + 5$  و  $B = 5x^2 - 1$  باشند، حاصل  $2A^2 + 2B^2 - 4AB$  کدام است؟

- ① ۳۶      ② ۷۲      ③ ۶۴      ④ ۸۶

۵- مقدار عددی عبارت جبری  $(4x^2 - 2x + 1)(2x + 1)$  به ازای  $x = \sqrt[3]{2}$  کدام است؟

- ① ۷      ② ۱۴      ③ ۱۷      ④ ۲۱

۶- باتوجه به اتحاد جمله ی مشترک، در تساوی زیر به جای مربع چه عبارتی باید قرار گیرد؟

$$(x^2 - 3)(x^2 + 7) = x^4 + \square$$

- ①  $x^2 - 21$       ②  $-21x + 4$       ③  $4x^2 - 21$       ④  $-3x^2 + 7$

۷- در حاصل عبارت  $(2x - 5y)^3$  ضریب  $xy^2$  چند برابر قدرمطلق ضریب  $x^2y$  است؟

- ①  $\frac{5}{3}$       ②  $\frac{5}{2}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{2}{5}$

۸- ضریب جمله  $a^f b$  در عبارت  $(a + b)^5$  کدام است؟

- ① ۴      ② ۵      ③ ۸      ④ ۱۰

۹- اگر  $5 = 3x - \frac{7}{2x}$  باشد، حاصل عبارت  $9x^2 + \frac{49}{4x^2}$  کدام است؟

- ① ۴۰      ② ۴۶      ③ ۵۹      ④ ۶۳

۱۰- در ساده شده ی عبارت  $(3x - 2)^3$  مجموع ضرایب کدام است؟

- ① ۳      ② ۱      ③ ۹      ④ ۱۸

۱۱- اگر  $5 = (x + \frac{1}{x})^2$  باشد حاصل  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  کدام است؟

- ① ۷      ② ۹      ③ ۲۵      ④ ۲۳

۱۲- به ازای کدام مقدار  $m$  عبارت  $25x^2 + mx + \frac{1}{4}$  مربع کامل است؟

- ①  $\pm \frac{5}{2}$       ②  $\pm 4$       ③  $\pm 5$       ④  $\pm 10$

۱۳- ضریب  $x^2y^3$  در حاصل عبارت  $(3x^2y - 2y)^3$  کدام است؟

- ① -۳۶      ② ۳۶      ③ ۲۷      ④ ۵۴

۱۴- عبارت  $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$  برابر است با:

- ①  $x^8 - 1$       ②  $x^{12} - 1$       ③  $x^{16} - 1$       ④  $x^{64} - 1$

۱۵- اگر  $a + 3b - 1 = 0$  باشد، حاصل  $4a^2 + 9b^2 + 3 + 12ab$  کدام است؟

- ① ۲      ② ۳      ③ ۴      ④ ۵

۱۶- ضرایب چندجمله‌ای  $(x-y)^5$  از سطر چندم مثلث خیام به دست می‌آیند؟

- ① چهارم      ② ششم      ③ پنجم      ④ هفتم

۱۷- در تجزیه عبارت  $x^3 - 1$  کدام عامل وجود دارد؟

- ①  $x^2 - x - 2$       ②  $x + 1$       ③  $x - 1$       ④  $x^2 - x + 1$

۱۸- حاصل عبارت  $A = (x+3)(x-1) - (x-2)(x+2)$  همواره کدام است؟

- ①  $2x + 1$       ②  $2x - 7$       ③  $-7$       ④ ۱

۱۹- مجموع اعداد سطر چهارم مثلث خیام کدام است؟

- ① ۴      ② ۶      ③ ۸      ④ ۱۶

۲۰- اگر  $A = x^2 + 2x + 3$ ,  $B = 2x^2 - 2x + 4$ ,  $C = -x^2 + x + 4$  باشد مقدار  $A + B - C$  کدام است؟

- ①  $4x^2 + x - 11$       ②  $2x^2 + x + 3$       ③  $4x^2 - x + 11$       ④  $4x^2 + x + 11$

۲۱- حاصل عبارت  $(4x^2 - 6x + 9)(2x + 3)$  به ازای  $x = \sqrt{-3}$  چقدر است؟

- ①  $-\sqrt{3}$       ②  $-3$       ③  $3\sqrt{-3}$       ④ ۳

۲۲- درجه‌ی چند جمله‌ای  $5x^3y + 2xy - 2x^3y + 4$  کدام است؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

۲۳- حاصل عبارت  $(x+1)(x^2 - x + 1) - (x-1)(x^2 + x + 1)$  کدام است؟

- ① ۰      ② -۲      ③ ۲      ④  $2x^3$

۲۴- حاصل عبارت  $2(x-1)(x+3) - (x+2)(2x-3)$  کدام است؟

- ①  $3x - 9$       ②  $3x$       ③  $x + 3$       ④  $5x - 12$

۲۵- کدام یک از گزینه‌های زیر یک جمله‌ای می‌باشد؟

- ①  $3\sqrt{xy^2}$       ②  $\frac{\sqrt{17}}{3}$       ③  $-2x^2y^3z^{-1}$       ④  $\frac{ax}{y^2}$

۲۶- حاصل  $\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{81}\right) + \frac{1}{81 \times 81}$  کدام است؟

- ①  $\frac{2}{3}$       ②  $\frac{3}{2}$       ③ ۱      ④  $\frac{4}{3}$

۲۷- اگر  $c - d = -7$  و  $c^2 - d^2 = 77$  مقدار  $(c + d)^2$  کدام است؟

- ① ۶۴      ② ۸۱      ③ ۱۲۱      ④ ۱۴۴

۲۸- اگر  $a^2 + b^2 + c^2 + 3 = 2(a + b + c)$  آنگاه مقدار  $c$  چقدر است؟

- ① ۰      ② ۱      ③ ۲      ④ ۳





۴۴- در تجزیه‌ی عبارت  $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$ ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟

- ①  $x - 4$       ②  $x - 2$       ③  $x + 2$       ④  $x + 3$

۴۵- در تجزیه‌ی عبارت  $4x^3 - 6x^2 + 2x$ ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟

- ①  $2x + 1$       ②  $2x - 1$       ③  $x + 1$       ④  $x + 2$

۴۶- در تجزیه‌ی عبارت  $a(a - 3)(a - 4) - 12a + 36$  کدام عامل ضرب وجود ندارد؟

- ①  $a - 6$       ②  $a - 3$       ③  $a - 2$       ④  $a + 2$

۴۷- در تجزیه‌ی عبارت  $(x^2 - 6x - 4)^2 - 144$ ، کدام عامل ضرب وجود ندارد؟

- ①  $x - 8$       ②  $x - 4$       ③  $x + 2$       ④  $x + 4$

۴۸- کدام عامل در تجزیه‌ی عبارت  $(a - 1)^3 - (a - 1)$  وجود دارد؟

- ①  $a + 1$       ②  $a + 2$       ③  $a - 3$       ④  $a - 2$

۴۹- در تجزیه‌ی عبارت  $x^2 + 6x + 9 - y^2$  کدام عامل ضرب وجود دارد؟

- ①  $x - 2y + 3$       ②  $x + 3 + 2y$       ③  $x + 3 - y$       ④  $x - 3 - y$

۵۰- اگر  $x + 1$  اندازه‌ی یک ضلع مربعی باشد، تفاضل محیط از مساحت مربع همواره کدام است؟

- ①  $(x + 1)(x - 1)$       ②  $(x - 1)(x - 3)$       ③  $(x + 1)(x - 3)$       ④  $(x + 3)(x - 1)$

۵۱- در تجزیه‌ی عبارت  $x^4 + 3x^3 - x - 3$  کدام عامل ضرب وجود ندارد؟

- ①  $x^2 - x + 1$       ②  $x^2 + x + 1$       ③  $x + 3$       ④  $x - 1$

۵۲- حاصل ضرب عامل‌های غیرمشترک عبارت‌های  $x^2 + 3x - 10$  و  $x^2 - 5x + 6$  کدام است؟

- ①  $x^2 - 4x + 4$       ②  $x^2 + 8x + 15$       ③  $x^2 + 2x - 15$       ④  $x^2 - 2x - 15$

۵۳- کدام عامل در تجزیه‌ی عبارت  $16x^4 - 625$  همواره وجود ندارد؟

- ①  $2x - 5$       ②  $2x + 25$       ③  $4x^2 + 25$       ④  $2x + 5$

۵۴- در تجزیه‌ی عبارت  $(x^2 - x - 16)^2 - 16$  همواره کدام عامل ضرب وجود ندارد؟

- ①  $x - 4$       ②  $x - 5$       ③  $x - 3$       ④  $x + 4$

۵۵- حاصل عبارت  $(2x - 3y)(4x^2 + 9y^2 + 6xy)$  به ازای  $x = \sqrt[3]{2}$  و  $y = \frac{1}{3}$  کدام است؟

- ① ۲۰      ② ۱۵      ③ ۷      ④ صفر

۵۶- کدام عامل در تجزیه‌ی عبارت  $x^2 - y^2 + 2x + 1$  وجود دارد؟

- ①  $x + y + 2$       ②  $x - y - 1$       ③  $-x - y + 1$       ④  $x + y + 1$

۵۷- در تجزیه‌ی عبارت  $2x^3(x + 2)^2 - 3x^2(x + 2)^3$ ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟

- ①  $3x - 1$       ②  $x - 6$       ③  $4 - 3x$       ④  $x + 6$

۵۸- عبارت  $3x^2 + 2x - 8$  را به عوامل اول خود تجزیه می‌کنیم، یکی از عوامل تجزیه کدام است؟

- ①  $3x + 4$       ②  $3x + 2$       ③  $3x - 2$       ④  $3x - 4$

۵۹- حاصل عبارت  $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x(x + 1)(x^2 - 4)}$  کدام است؟

- ①  $x - 2$       ②  $\frac{1}{x - 2}$       ③  $\frac{1}{x + 2}$       ④  $x + 2$

۶۰- حاصل عبارت  $(\sqrt{2}x - y)(2x^2 + \sqrt{2}xy + y^2)$  به ازای  $x = \sqrt{8}$  و  $y = 2$  کدام است؟

- ۶۴ ①      ۵۶ ②      ۱۶ $\sqrt{2} - ۸$  ③      ۳۲ $\sqrt{2} + ۸$  ④

۶۱- در تجزیه عبارت  $(2x - 2)(3x^2 + 5x - 2)$  کدام عامل زیر وجود ندارد؟

- $x - 1$  ①       $2x - 3$  ②       $x + 2$  ③       $3x - 1$  ④

۶۲- مستطیلی دارای مساحت  $8x^3 - 1$  و عرض  $2x - 1$  است. محیط آن همواره کدام است؟  $(x \neq \frac{1}{2})$

- $8x^2 + 8x$  ①       $4x^2 + 2x + 1$  ②       $4x^2 + 4x$  ③       $8x^2 + 4x + 2$  ④

۶۳- ساده شده عبارت تعریف شده  $\frac{4x^3 - 4x}{2x^2 + 10x + 8}$  کدام است؟

- $\frac{x-1}{2}$  ①       $\frac{2x^2 - 2x}{x+4}$  ②       $\frac{x^2 + x}{4}$  ③       $\frac{x^2 - x}{2}$  ④

۶۴- حاصل عبارت  $\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x - 3}$  برابر کدام است؟

- $x^2 - 1$  ①       $\frac{x+1}{x^2+x}$  ②       $-1$  ③       $\frac{x+1}{x-1}$  ④

۶۵- در تجزیه عبارت  $x^6 - 64$  کدام عبارت وجود ندارد؟

- $x - 2$  ①       $x + 2$  ②       $x^2 - 2x + 4$  ③       $x^2 + x + 2$  ④

۶۶- عبارت گویای  $\frac{6x - 3}{4x^2 + 5}$  به ازای چه مقادیر از  $x$  تعریف نشده است؟

- $\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$  ①       $\mathbb{R}$  ②       $\mathbb{R} - \{\pm \frac{\sqrt{5}}{2}\}$  ③      هیچ مقداری ④

۶۷- عبارت گویای  $y = \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x-4} \cdot \frac{x-4}{x-5}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف شده است؟

- $\mathbb{R} - \{1, 5\}$  ①       $\mathbb{R} - \{1, 4, 5\}$  ②       $\mathbb{R} - \{1, 4\}$  ③       $\mathbb{R}$  ④

۶۸- عبارت گویای زیر به ازای چند عدد صحیح تعریف نشده است؟

- $\frac{x^4 - 9x^2}{x^3 + x^2 - 12x}$       ۱ ①      ۲ ②      ۳ ③      ۴ ④      صفر

۶۹- چند مورد از عبارات زیر، گویا هستند؟

- الف)  $\frac{\sqrt{3}x + 2}{5 + x}$       ب)  $5x^3 + 4x^2 - 2x + 7$       پ)  $\sqrt{m} + 2$       ۲ ①      ۳ ②      ۴ ③      صفر ④
- ت)  $\sqrt{9}$       ث)  $\frac{5+z}{\sqrt{y}+2}$       ۲ ①      ۳ ②

۷۰- کدام عبارت زیر گویا نیست؟

- $\frac{x-3}{2x^2-5}$  ①       $\frac{1}{x^2-\sqrt{2}}$  ②       $\frac{\sqrt{x}}{5x+7}$  ③       $\frac{x+y}{\sqrt{3}x}$  ④

۷۱- عبارت گویای  $A = \frac{mx + 14}{mx + 21}$  به ازای  $x = -7$  تعریف نشده است. در این صورت مقدار  $m$  کدام است؟

- ① -۲      ② ۲      ③ ۳      ④ -۳

۷۲- حدود تعریف  $x$  در عبارت  $A = \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x-4} \cdot \frac{x-4}{x-5}$  کدام است؟

- ①  $R - \{1, 5\}$       ②  $R - \{1, 4, 5\}$       ③  $R - \{4, 5\}$       ④  $R$

۷۳- عبارت گویای  $\frac{5x-1}{x^2+bx+c}$  به ازای  $R - \{1, 2\}$  تعریف شده است. حاصل  $b \times c$  کدام است؟

- ① -۴      ② ۴      ③ ۶      ④ -۶

۷۴- عبارت  $y = \frac{1}{\frac{x}{x-1}}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده است؟

- ① صفر و -۱      ② صفر و ۱      ③ ۱ و -۱      ④ صفر و ۲

۷۵- عبارت گویای  $A = \frac{x^2+1}{5x^2-3x-2}$  به ازای چند عدد حسابی تعریف نشده است؟

- ① ۳      ② ۱      ③ ۲      ④ صفر

۷۶- عبارت  $\frac{1-x}{4x+x^3}$  به ازای «چه مقداری» تعریف نشده است؟

- ① -۲      ② ۱      ③ ۲      ④ صفر

۷۷- حاصل  $(x + \frac{2}{x-3}) \times (1 - \frac{1}{x-2})$  کدام است؟

- ①  $x-1$       ②  $x+1$       ③  $x+2$       ④  $2x+1$

۷۸- حاصل عبارت با معنی  $\frac{2x^2-x}{4x^2-1} + \frac{x-1}{2x+1} - \frac{2x+1}{2x-1}$ ، به صورت  $\frac{P(x)}{4x^2-1}$  است.  $P(x)$  کدام است؟

- ①  $-8x$       ②  $-4x$       ③  $-4x+1$       ④  $2x-3$

۷۹- حاصل عبارت با معنی  $\frac{2a}{a^2-4b^2} + \frac{1}{a+2b} - \frac{1}{a-2b}$ ، کدام است؟

- ①  $\frac{2}{a+2b}$       ②  $\frac{2}{a-2b}$       ③  $\frac{a}{a+2b}$       ④  $\frac{a}{a-2b}$

۸۰- حاصل  $(2 + \frac{x^2}{x-4}) \div (1 + \frac{8}{x-4})$ ، کدام است؟

- ①  $2x-2$       ②  $x-2$       ③  $x+1$       ④  $x+2$

۸۱- حاصل عبارت  $(1+x+\frac{1}{x}) \div (\frac{x^3-1}{x^2+x})$  برابر کدام است؟ ( $x \neq 0, \pm 1$ )

- ①  $x^2-1$       ②  $\frac{x+1}{x^2-x}$       ③  $-1$       ④  $\frac{x+1}{x-1}$

۸۲- مستطیلی دارای مساحت  $(x^2 - 8x + 15)$  می باشد. اگر عرض مستطیل  $5 - x$  باشد، محیط مستطیل کدام است؟ ( $x > 5$ )

- ①  $2x-8$       ②  $4x-16$       ③  $x-3$       ④  $2x-6$

۸۳- ساده شده عبارت معین  $A = \left(\frac{3}{x-2} - \frac{x}{x+2}\right) \div \frac{x^2-6x}{x^2-4}$  کدام است؟

④  $\frac{x-2}{x}$

③  $\frac{x+2}{x}$

⑤  $\frac{x-1}{x}$

①  $\frac{-x-1}{x}$

۸۴- ساده شده عبارت  $\frac{x^3-2x^2+x}{x^2-x}$  کدام است؟  $(x \neq 0, 1)$

④  $x^2+1$

③  $x^2-1$

②  $x-1$

①  $x+1$

۸۵- ساده شده عبارت  $\left(1 + \frac{3x}{x^2-4}\right) \div \left(\frac{x+4}{x+2}\right)$  کدام است؟  $(x \neq 2, -2)$

④  $\frac{x+1}{x-2}$

③  $\frac{x+2}{x-1}$

⑤  $\frac{x-1}{x-2}$

①  $\frac{x+1}{x+2}$

۸۶- حاصل عبارت تعریف شده زیر کدام است؟

$$A = \frac{x^2}{x^2-6x+9} \times \frac{9-x^2}{x} \times \frac{x-3}{4}$$

④  $\frac{-x(x-3)}{4}$

③  $\frac{x(x-3)}{4}$

⑤  $\frac{-x(x+3)}{4}$

①  $\frac{x(x+3)}{4}$

۸۷- حاصل عبارت تعریف شده  $\frac{x}{x+2} + \frac{3}{2-x} + \frac{6x}{x^2-4}$  کدام است؟

④  $-\frac{3}{2}$

③  $\frac{3}{2}$

⑤  $\frac{x-3}{x-2}$

①  $\frac{x+3}{x+2}$

۸۸- حاصل عبارت  $x = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x-2} + \frac{3}{x+2} - \frac{4x-4}{x^2-4}\right)$  به ازای  $x$  کدام است؟

④  $\frac{1}{3}$

③  $-\frac{1}{3}$

⑤  $-3$

①  $3$

۸۹- حاصل عبارت  $\frac{x-x^2}{x^2-1} - \frac{x+2}{x+1}$  کدام است؟  $(x \neq \pm 1)$

④  $2$

③  $-2$

⑤  $1$

①  $-1$

۹۰- حاصل عبارت  $A = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x+1 - \frac{1}{x+1}\right)$  کدام است؟  $(x \neq 0, -1)$

④  $x^2+3x+2$

③  $x^2-3x+2$

⑤  $x^2+x-2$

①  $x^2-x-2$

۹۱- اگر  $A = \frac{x+1}{x-1} + 2$ ،  $B = \frac{x+2}{x-2} + 1$  و  $C = \frac{x-1}{3x-1}$  باشد، حاصل  $\frac{A}{B} \times C$  کدام است؟ (همه عبارت‌ها تعریف شده‌اند).

④  $\frac{3x}{x-1}$

③  $\frac{x}{x-2}$

⑤  $\frac{x+2}{x}$

①  $\frac{x-2}{2x}$

۹۲- حاصل عبارت  $A = \left(\frac{x^2+x}{x-1}\right)\left(\frac{2x-2}{x+1} + \frac{1-x}{x}\right)$  کدام است؟  $(x \neq -1, 0, 1)$

④  $x+1$

③  $2x+1$

⑤  $x-1$

①  $2x-1$

۹۳- اگر  $\frac{Ax-15}{x^2-3x} + \frac{3}{3-x} = \frac{A}{x}$  عدد  $A$  کدام است؟

④  $12$

③  $5$

⑤  $-5$

①  $-12$

۹۴- حاصل  $\left(x + \frac{2}{x-3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{x-2}\right)$  کدام است؟

④  $2x+1$

③  $x+2$

⑤  $x+1$

①  $x-1$

۹۵- ساده شده عبارت  $\frac{2}{5xy} - \frac{7}{10y^2}$  کدام است؟

①  $\frac{4x-7y}{10xy^2}$

②  $\frac{7x-4}{10xy^2}$

③  $\frac{4y-7x}{10xy^2}$

④  $\frac{7y-4}{10xy^2}$

۹۶- حاصل عبارت  $\frac{2}{3x-3} - \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{2x+2}$  کدام است؟

①  $\frac{1}{6(x^2-1)}$

②  $\frac{x}{6(x^2-1)}$

③  $\frac{1}{6(x-1)}$

④  $\frac{1}{6x+6}$

۹۷- ساده شده  $\frac{(x^2y-xy)}{(x^2-1)} \div \frac{6y}{(3x^2+3x)}$  کدام است؟

①  $\frac{1}{2}x^2$

②  $2x$

③  $2x-y$

④  $\frac{1}{2}xy$

۹۸- حاصل  $A = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-\frac{1}{x}}$  کدام است؟

①  $-x$

②  $x$

③  $\frac{1-x}{1+x}$

④  $1$

۹۹-  $(\frac{a}{3} + \frac{a}{y})$  چند برابر  $(\frac{a}{3} - \frac{a}{y})$  است؟

①  $2$

②  $2,5$

③  $3,5$

④  $4$

۱۰۰- اگر رابطه  $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} = \frac{5x-1}{x^2-1}$  نسبت به  $x$  یک اتحاد باشد آنگاه حاصل  $(A+B)$  کدام است؟

①  $5$

②  $6$

③  $4$

④  $3$

@mir\_azmoon10

@mir\_azmoon11

@mir\_azmoon12



## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \quad \text{و} \quad 4x^2 - 6x + \frac{1}{4}$$

جذر  
 $4x^2 \rightarrow 2x$

عبارت  $6x$  برابر است با حاصل ضرب ۲ برابر جمله‌ی اول در جمله‌ی دوم. پس از عبارت اولی جذر می‌گیریم:یعنی جمله‌ی اول اتحاد،  $2x$  بوده است و حال اگر عبارت دوم را  $A$  در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$2(2x)(A) = 6x \xrightarrow{\text{حذف } x \text{ از طرفین}} 4A = 6 \Rightarrow A = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

یعنی جمله‌ی دوم اتحاد،  $\frac{3}{2}$  بوده است. پس اتحاد دو جمله‌ای به صورت  $(2x - \frac{3}{2})^2$  بوده است:

$$(2x - \frac{3}{2})^2 = 4x^2 - 6x + \frac{9}{4}$$

حال باید دید به  $\frac{1}{4}$  چه قدر اضافه کنیم تا برابر  $\frac{9}{4}$  گردد:

$$\frac{9}{4} - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

۲ - گزینه ۳ می‌دانیم:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 

$$5x - \frac{3}{2x} = 4 \xrightarrow{\text{دو طرف را به توان ۲ می‌رسانیم}} (\frac{5x - \frac{3}{2x}}{4})^2 = (4)^2 \rightarrow (\frac{5x}{4})^2 - 2(\frac{5x}{4})(\frac{3}{2x}) + (\frac{3}{2x})^2 = 16$$

$$\rightarrow 25x^2 - 15 + \frac{9}{4x^2} = 16 \rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} = 16 + 15 = 31$$

۳ - گزینه ۴ می‌دانیم:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 

$$3x + \frac{1}{2x} = 5 \xrightarrow{\text{توان ۲}} (3x + \frac{1}{2x})^2 = 5^2 \rightarrow (3x)^2 + 2(3x)(\frac{1}{2x}) + (\frac{1}{2x})^2 = 25$$

$$\rightarrow 9x^2 + 3 + \frac{1}{4x^2} = 25 \rightarrow 9x^2 + \frac{1}{4x^2} = 25 - 3 \rightarrow 9x^2 + \frac{1}{4x^2} = 22$$

۴ - گزینه ۲

می‌دانیم:  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 

$$2A^2 + 2B^2 - 4AB = 2(A^2 + B^2 - 2AB) = 2(A - B)^2$$

$$\Rightarrow 2(A - B)^2 = 2((5x^2 + 5) - (\frac{5x^2}{4} - 1))^2 = 2(\frac{15x^2}{4} + 6)^2 = 2(\frac{3}{4}(5x^2 + 8))^2 = 2 \times 36 = 72$$

۵ - گزینه ۳ طبق اتحاد  $(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + b^3$  داریم:

$$(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) = 8x^3 + 1 \xrightarrow{x = \sqrt[3]{2}} 8(\sqrt[3]{2})^3 + 1 = 8(2) + 1 = 17$$

۶ - گزینه ۳ باتوجه به اتحاد جمله‌ی مشترک داریم:

$$(x^2 - 3)(x^2 + 7) = x^4 + \boxed{(7 - 3)x^2 + 7(-3)} = x^4 + 4x^2 - 21 = x^4 + \boxed{4x^2 - 21}$$

۷ - گزینه ۲

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\Rightarrow (2x - 5y)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2(5y) + 3(2x)(-5y)^2 + (-5y)^3$$

$$= 8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3$$

$$\Rightarrow \frac{xy^2 \text{ ضریب}}{x^2y \text{ قدر مطلق ضریب}} = \frac{150}{|-60|} = \frac{150}{60} = \frac{5}{2}$$





$$(x-a)(x+a) = x^2 - a^2$$

(۲) اتحاد مزدوج:

$$(x+3)(x-1) \stackrel{\text{بنابر اتحاد جمله مشترک}}{=} x^2 + (3-1)x - 3 = x^2 + 2x - 3 \quad (1)$$

$$(x-2)(x+2) \stackrel{\text{بنابر اتحاد مزدوج}}{=} x^2 - 4 \quad (2)$$

در نتیجه بنابر (1) و (2) داریم:

$$\Rightarrow A = x^2 + 2x - 3 - x^2 + 4 = 2x + 1$$

۱۹ - گزینه ۳ راه حل اول: باتوجه به مثلث خیام داریم:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 & 1 \\ & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 & 1 \end{array}$$

$$n = 4 : 2^{n-1} = 2^3 = 8$$

راه حل دوم: مجموع اعداد سطر  $n$ ام مثلث خیام برابر  $2^{n-1}$  است:

۲۰ - گزینه ۳

$$A + B - C = \left( \underline{x^2} + \underline{2x} + \underline{3} \right) + \left( \underline{2x^2} - \underline{2x} + \underline{4} \right) - \left( \underline{-x^2} + \underline{x} - \underline{4} \right)$$

$$\text{دسته بندی} = (x^2 + 2x^2 + x^2) + (2x - 2x - x) + (3 + 4 + 4) = 4x^2 - x + 11$$

۲۱ - گزینه ۴

$$A = (2x+3)(4x^2-6x+9) \stackrel{\text{اتحاد چاق و لاغر}}{=} (2x+3)((2x)^2 - (2x)(3) + 3^2) = (2x)^3 + (3^3) = 8x^3 + 27$$

$$x = \sqrt[3]{-3} \Rightarrow A = 8(\sqrt[3]{-3})^3 + 27 = 8(-3) + 27 = -24 + 27 = 3$$

۲۲ - گزینه ۴

$$5x^2y + 2xy - 2x^2y + 4 = 3x^2y + 2xy + 4$$

درجه ۱ چندجمله‌ای برابر است با بزرگ‌ترین درجه‌ی جمله‌های آن چند جمله‌ای بنابراین در چند جمله‌ای فوق درجه‌ی جملات به ترتیب  $4 = 3 + 1 = 2 + 1 = 1$  می‌باشد که بزرگ‌ترین آن‌ها ۴ است.

۲۳ - گزینه ۳

$$\underbrace{(x+1)}_{\text{چاق و لاغر}} \underbrace{(x^2-x+1)}_{\text{چاق و لاغر}} - \underbrace{(x-1)}_{\text{چاق و لاغر}} \underbrace{(x^2+x+1)}_{\text{چاق و لاغر}} = (x^3+1) - (x^3-1) = x^3+1-x^3+1 = 2$$

۲۴ - گزینه ۲

$$\begin{aligned} & \underbrace{2(x-1)(x+3)}_{\times} - \underbrace{(x+2)(2x-3)}_{\times} = 2(x^2+3x-x-3) - (2x^2-3x+4x-6) \\ & = 2(x^2+2x-3) - (2x^2+x-6) = 2x^2+4x-6-2x^2-x+6 = 3x \end{aligned}$$

۲۵ - گزینه ۲ مطابق تعریف، یک جمله‌ای از چندین متغیر تشکیل شده که توان آنها اعداد صحیح نامفی است و بین آنها نیز علامت ضرب وجود دارد. یک جمله‌ای دارای یک ضریب عددی است که مقدار آن به مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعلق دارد، لذا اعداد نیز یک جمله‌ای هستند وجود توان منفی برای متغیر، قرار گرفتن متغیر در مخرج کسروهمچنین قرار گرفتن متغیر در زیر رادیکال، باعث می‌شود عبارت را از مفهوم یک جمله‌ای خارج نماید.

۲۶ - گزینه ۳

$$\underbrace{\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{81}\right)}_{\text{مزدوج}} + \frac{1}{81 \times 81}$$

$$\underbrace{\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{81}\right)}_{\text{مزدوج}} = \underbrace{\left(1 - \frac{1}{81}\right)\left(1 + \frac{1}{81}\right)}_{\text{مزدوج}} + \frac{1}{81 \times 81} = 1 - \frac{1}{81^2} + \frac{1}{81 \times 81} = 1$$

۲۷ - گزینه ۲ با توجه به اتحاد مزدوج عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(c-d)(d+c) = 77 \xrightarrow{c-d=-7} d+c = -11 \Rightarrow (d+c)^2 = 121$$

۲۸ - گزینه ۲ عبارت را به صورت مجموع مربعات کامل می‌نویسیم:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3 = 2(a+b+c) \rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 1 + 1 + 1 = 2a + 2b + 2c \rightarrow$$

$$\rightarrow (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (c^2 - 2c + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 0$$

مجموع سه عدد نامنفی وقتی صفر است که هر سه صفر باشند، پس:

$$\begin{cases} a-1=0 \\ b-1=0 \rightarrow a=1, b=1, c=1 \\ c-1=0 \end{cases}$$

گزینه ۴ - ۲۹

$$(\sqrt{5}+2)^2(\sqrt{5}-2)^2 = [(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)]^2 \stackrel{\text{مزدوج}}{=} [5-4]^2 = 1^2 = 1$$

گزینه ۳ - ۳۰

$$A = x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3} \stackrel{\text{عدد 1 را اضافه و کم می کنیم}}{=} (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + (1 - 3\sqrt{3})$$

$$= (x-1)^3 + (1-3\sqrt{3})$$

$$x = \sqrt{3} + 1 \Rightarrow A = (\sqrt{3} + 1 - 1)^3 + (1 - 3\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} + 1 - 3\sqrt{3} = 1$$

گزینه ۲ - ۳۱

$$(x+1)^3 - 3x(x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 3x^2 - 3x = x^3 + 1$$

گزینه ۱ با توجه به اتحاد  $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy)$  داریم:

$$x^3 + B^3 = (x+B)(x^2 + B^2 - Bx)$$

ضرایب جملات مشابه را برابر در نظر می گیریم:

$$= (x+4)(x^2 + Ax + 16) \Rightarrow \begin{cases} B=4 \\ A=-4 \end{cases}$$

پس مقدار  $A = -4$  است.

گزینه ۳ - ۳۳

$$(5001)^2 - (4999)^2 = (5001 + 4999)(5001 - 4999) = 10000(2) = 2$$

گزینه ۳ - ۳۴

طرفین تساوی را در عبارت  $(2-1)$  ضرب می کنیم (حاصل  $2-1=1$  می باشد و تغییری در طرفین ایجاد نمی کند).

$$A = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)\dots(2^{64}+1) \Rightarrow (2-1)A = \underbrace{(2-1)(2+1)\dots(2^{64}+1)}_{\text{مزدوج}}$$

$$\Rightarrow A = \underbrace{(2^2-1)(2^2+1)}_{\text{مزدوج}}(2^4+1)\dots(2^{64}+1) = \underbrace{(2^4-1)(2^4+1)}_{\text{مزدوج}}(2^8+1)\dots(2^{64}+1)$$

$$\Rightarrow A = (2^{64}-1)(2^{64}+1) = 2^{128} - 1$$

گزینه ۲ - ۳۵

$$(x+1)(x^2-x+1) - (x-1)(x^2+x+1) = (x^3+1) - (x^3-1) = 2$$

گزینه ۲ - ۳۶

$$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 \stackrel{\text{تجزیه بر اساس اتحاد مزدوج}}{=} [(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})][(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})]$$

$$= (2\sqrt{3})(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{6}$$

گزینه ۱ - ۳۷

$$(3x-2)^2 - (3x+2)^2 \stackrel{\text{تجزیه بر اساس اتحاد مزدوج}}{=} [3x-2-(3x+2)][3x-2+3x+2]$$

$$= -4 \times 6x = -24x \rightarrow -24\left(\frac{1}{6}\right) = -4$$

گزینه ۲ - ۳۸

$$(2x-3y)(4x^2+9y^2+6xy) = 8x^3 - 27y^3$$

$$= 8\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 - 27\left(\frac{1}{3}\right)^3 = 16 - 1 = 15$$

گزینه ۲ ابتدا عبارت داده شده را ساده می کنیم.

$$(x+y)^3 - x^3 - y^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 - x^3 - y^3$$

$$= 3xy(x+y) = 3 \times 1 \times 5 = 15$$

گزینه ۲ - ۴۰

$$x - \frac{1}{x} = 3 \stackrel{\text{طرفین را به توان ۲ می رسانیم}}{\rightarrow} \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) = 11 + 2 = 13$$

۴۱ - گزینه ۳ طبق رابطه اتحاد تفاضل مکعب دو جمله ای داریم:

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

$$(2x-1)(4x^2+2x+1) = (2x-1)\left((2x)^2+1 \times (2x)+1^2\right) = (2x)^3 - 1$$

$$= 8x^3 - 1 \xrightarrow{x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}} 8 \times \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^3 - 1 = 8 \times \frac{1}{2} - 1 = 4 - 1 = 3$$

۴۲ - گزینه ۴

$$a^2 - b^2, \quad a = (\sqrt{3} - \sqrt{7})^2, \quad (\sqrt{3} + \sqrt{7})^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{7})^4 - (\sqrt{3} + \sqrt{7})^4 = ((\sqrt{3} - \sqrt{7})^2)^2 - ((\sqrt{3} + \sqrt{7})^2)^2 =$$

$$(\sqrt{3}^2 + \sqrt{7}^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3}^2 + \sqrt{7}^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{7})^2 \quad \text{اتحادها را باز کرده}$$

$$= (3 + 7 - 2\sqrt{21})^2 - (3 + 7 + 2\sqrt{21})^2 = (10 - 2\sqrt{21})^2 - (10 + 2\sqrt{21})^2 = -4ab$$

$$= -4ab = -4 \times 10 \times 2\sqrt{21} = -80\sqrt{21}$$

۴۳ - گزینه ۱

$$(\sqrt{5} - 3)^{28} (14 + 6\sqrt{5})^{14} = ((\sqrt{5} - 3)^2)^{14} (14 + 6\sqrt{5})^{14}$$

$$= (\sqrt{5}^2 - 6\sqrt{5} + 3^2)^{14} (14 + 6\sqrt{5})^{14}$$

$$= (14 - 6\sqrt{5})^{14} (14 + 6\sqrt{5})^{14} = ((14 - 6\sqrt{5})(14 + 6\sqrt{5}))^{14} = (14^2 - (6\sqrt{5})^2)^{14}$$

$$= (196 - 180)^{14} = 16^{14}$$

۴۴ - گزینه ۳

$$\underbrace{x^3 - 3x^2 + 8x - 24}_{\text{فاکتور از } x^3} = x^2(x-3) + 8(x-3) \xrightarrow{\text{فاکتور از } (x-3)} (x-3)(x^2+8) = (x-3)(x+2)(x^2-2x+4)$$

پس باتوجه به گزینه ها تنها، عامل  $(x+2)$  وجود دارد.

۴۵ - گزینه ۲

$$4x^3 - 6x^2 + 2x \xrightarrow{\text{فاکتور از } 2x} 2x(2x^2 - 3x + 1)$$

$$A = 2x^2 - 3x + 1 \xrightarrow{\times 2} 2A = 4x^2 - 3(2x) + 2 \Rightarrow 2A = (2x-1)(2x-2)$$

$$\Rightarrow 2A = (2x-1)2(x-1) \rightarrow A = (2x-1)(x-1)$$

پس عبارت تجزیه شده ی نهایی به صورت  $(x-1)(2x-1)$  است، که مشاهده می شود عامل  $2x-1$  در تجزیه ی عبارت وجود دارد.

۴۶ - گزینه ۳

$$a(a-3)(a-4) - 12a + 36$$

$$= a(a-3)(a-4) - 12(a-3) \xrightarrow{\text{فاکتور از } a-3} (a-3)[a(a-4) - 12] = (a-3)[a^2 - 4a - 12]$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه از طریق اتحاد جمله مشترک}}$$

برای عبارت  $a^2 - 4a - 12$  که آن را از طریق اتحاد جمله ی مشترک تجزیه می کنیم باید دو عدد پیدا کنیم که ضرب آن ها  $-12$  و مجموع آنها  $-4$  باشد که این دو عدد،  $-6$  و  $2$  می باشند پس

داریم:

$$(a-3)(a-6)(a+2) \rightarrow a-2 \text{ جزو عوامل تجزیه نمی باشد.}$$

۴۷ - گزینه ۴ هر دو جمله ای که هر دو مربع کامل (مجذور کامل) باشند و بین آن ها علامت منفی وجود داشته باشد، را می توان از طریق اتحاد مزدوج یعنی  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  تجزیه نمود.

$$(x^2 - 6x - 4)^2 - 144 = (x^2 - 6x - 4)^2 - (12)^2 = (x^2 - 6x - 4 + 12)(x^2 - 6x - 4 - 12)$$

$$= (x^2 - 6x + 8)(x^2 - 6x - 16)$$

حال هر یک از عبارات را از طریق اتحاد جمله ی مشترک به دو عامل تجزیه می کنیم:

$$= (x - 4)(x - 2)(x + 2)(x - 8)$$

مشاهده می کنیم عامل  $x + 4$  بین عوامل تجزیه وجود ندارد.

۴۸ - گزینه ۴

می دانیم که  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  است.

$$(a - 1)^3 - (a - 1) = \underbrace{(a - 1)}_{\text{فاکتور}} \underbrace{((a - 1)^2 - 1)}_{\text{اتحاد مزدوج}} = (a - 1)(a)(a - 2) = a(a - 1)(a - 2)$$

ملاحظه می گردد که  $a - 2$  یکی از عوامل تجزیه ی عبارت مورد نظر است.

۴۹ - گزینه ۳

می دانیم که  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  و  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$  است.

$$x^2 + 6x + 9 - y^2 = \underbrace{x^2 + 6x + 9}_{\text{اتحاد مربع دو جمله ای}} - y^2 = \underbrace{(x + 3)^2}_{\text{اتحاد مزدوج}} - y^2 = (x + 3 - y)(x + 3 + y)$$

۵۰ - گزینه ۳

$$\text{مساحت مربع} = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\text{محیط مربع} = 4(x + 1) = 4x + 4$$

$$x^2 + 2x + 1 - (4x + 4) = x^2 + 2x + 1 - 4x - 4$$

$$= x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$$

۵۱ - گزینه ۱ می دانیم:  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$$x^6 + 3x^3 - x - 3 = (x^6 + 3x^3) + (-x - 3)$$

$$= x^3(x + 3) - (x + 3) = \underbrace{(x + 3)}_{\text{فاکتور}}(x^3 - 1) = (x + 3)(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

۵۲ - گزینه ۳ هر دو عبارت را تجزیه می کنیم تا عامل های غیر مشترک مشخص شود.

$$x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2) \rightarrow \text{عامل } (x - 2) \text{ در دو عبارت مشترک است.}$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

$$\text{عامل های غیر مشترک } (x + 5), (x - 3) \Rightarrow (x + 5)(x - 3) = x^2 + 2x - 15$$

۵۳ - گزینه ۲

$$\underbrace{16x^2 - 625}_{\text{مزدوج}} = \underbrace{(4x^2 - 25)}_{\text{مزدوج}}(4x^2 + 25) = (2x - 5)(2x + 5)(4x^2 + 25)$$

۵۴ - گزینه ۳

$$(x^2 - x - 16)^2 - 16 \xrightarrow{\text{مزدوج}} (x^2 - x - 16 - 4)(x^2 - x - 16 + 4)$$

$$= (x^2 - x - 20)(x^2 - x - 12)$$

هر دو عبارت با اتحاد جمله مشترک تجزیه می شوند.

$$= (x^2 + (4 - 5)x + 4 \times (-5))(x^2 + (3 - 4)x + (3) \times (-4))$$

$$= (x + 4)(x - 5)(x + 3)(x - 4)$$

۵۵ - گزینه ۲

$$(2x - 3y)(4x^2 + 9y^2 + 6xy) = 8x^3 - 27y^3$$

$$\xrightarrow{\text{حلیگوری}} 8\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 - 27\left(\frac{1}{3}\right)^3 = 16 - 1 = 15$$

۵۶ - گزینه ۴

با یک نگاه ساده متوجه می شویم که از این عبارت می توانیم یک اتحاد بیرون بیاوریم در این صورت کار راحت تر خواهد بود.

$$x^2 - y^2 + 2x + 1 \xrightarrow{\text{دسته بندی}} (x^2 + 2x + 1) - y^2 = (x + 1)^2 - y^2 \xrightarrow{\text{مزدوج}} (x + 1 - y)(x + 1 + y)$$

۵۷ - گزینه ۴

$$2x^3(x + 2)^2 - 3x^2(x + 2)^3 = -x^2(x + 2)^2(-2x + 3(x + 2)) = -x^2(x + 2)^2(x + 6)$$

۵۸ - گزینه ۴

چون ضریب  $x^2$  مربع کامل نیست؛ داریم:

$$A = 3x^2 + 2x - 8$$

$$\Rightarrow 2A = 6x^2 + 4x - 16 \Rightarrow \cancel{2}A = (3x + 6)(3x - 4) = \cancel{2}(x + 2)(3x - 4)$$

$$A = (x + 2)(3x - 4)$$

هر دو عامل می تواند جواب باشد.

۵۹ - گزینه ۲

$$\frac{x^2 + 3x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)} = \frac{\cancel{x}(x^2 + 3x + 2)}{\cancel{x}(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{\cancel{(x+1)} \cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+1)} \cancel{(x+2)} (x-2)} = \frac{1}{x-2}$$

۶۰ - گزینه ۲ به کمک اتحاد چاق ولاغر داریم:

$$(\sqrt{2}x - y)(2x^2 + \sqrt{2}xy + y^2) = (\sqrt{2}x)^3 - y^3$$

حال با جایگذاری  $x = \sqrt{2}$  و  $y = 2$  حاصل عبارت را به دست می آوریم:

$$(\sqrt{2}x)^3 - y^3 \stackrel{x=\sqrt{2}}{y=2} = \underbrace{(\sqrt{2}\sqrt{2})^3}_{4} - (2)^3 = 64 - 8 = 56$$

۶۱ - گزینه ۲ بهتر است برای تجزیه  $3x^2 + 5x - 2$  از روش  $A$  استفاده کنیم:

$$A = 3x^2 + 5x - 2 \xrightarrow{\text{طرفین را در ۳ ضرب می کنیم}} 3A = 9x^2 + 15x - 6 \Rightarrow 3A = (3x + 6)(3x - 1)$$

$$\Rightarrow 3A = 3(x + 2)(3x - 1) \Rightarrow A = (x + 2)(3x - 1)$$

و در عبارت  $2x - 2$  نیز از ۲ فاکتور می گیریم:

$$(3x^2 + 5x - 2)(2x - 2) = 2(x - 1)(x + 2)(3x - 1)$$

پس  $3 - 2x$  در تجزیه وجود ندارد.

۶۲ - گزینه ۱ با توجه به اینکه مساحت مستطیل «طول  $\times$  عرض» است:

$$8x^3 - 1 = \text{طول} \times (2x - 1) \Rightarrow \text{طول} = \frac{8x^3 - 1}{2x - 1} = \frac{(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)}{2x - 1} = 4x^2 + 2x + 1$$

$$8x^3 - 1 = \text{محیط مستطیل} = 2 \times (\text{طول} + \text{عرض}) = 2 \times (4x^2 + 2x + 1 + 2x - 1) = 8x^2 + 8x$$

۶۳ - گزینه ۲

$$\frac{2x^2 - 4x}{2x^2 + 10x + 8} = \frac{2x(x - 2)}{2(x + 1)(x + 4)} = \frac{2x(x - 2)}{2(x + 1)(x + 4)} = \frac{x(x - 2)}{(x + 1)(x + 4)}$$

برای تجزیه عبارت مخرج داریم:

$$A = 2x^2 + 10x + 8$$

$$\Rightarrow 2A = (2x)^2 + 10(2x) + 16 \Rightarrow 2A = (2x + 2)(2x + 8) \Rightarrow 2A = 2(x + 1) \times 2(x + 4) \Rightarrow A = 2(x + 1)(x + 4)$$

۶۴ - گزینه ۴ با استفاده از تجزیه اتحاد جمله مشترک خواهیم داشت:

$$\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x + 1)(x + 3)}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{x + 1}{x - 1}$$

۶۵ - گزینه ۴ بنابر نکته داریم:

نکته:

$$(x + a)(x + a) = x^2 - a^2$$

(۱) اتحاد مزدوج:

$$(x \mp a)(x^2 \pm ax + a^2)$$

(۲) اتحاد مکعب دوجمله ای:

$$x^6 - 64 = \text{بنابر اتحاد مزدوج} = (x^3 - 8)(x^3 + 8)$$

$$\text{بنابر اتحاد مکعب دوجمله ای} = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

۶۶ - گزینه ۴ چون  $4x^2 + 5$  هیچ وقت صفر نمی شود. این عبارت گویا همواره تعریف شده است و هیچ مقداری آن را تعریف نشده نمی کند.

$$x^2 \geq 0 \rightarrow 4x^2 \geq 0 \rightarrow 4x^2 + 5 > 0$$

۶۷ - گزینه ۲ ابتدا مخرج کسرهای  $\frac{x}{x-5}$  و  $\frac{x-4}{x-1}$  را مساوی صفر قرار می دهیم. لذا:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, \quad x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$

حالا دور در دور و نزدیک در نزدیک انجام می دهیم عبارت به شکل  $\frac{x(x-5)}{(x-1)(x-4)}$  تبدیل می شود در مخرج این کسر، عبارت  $(x-4)$  هم مشاهده می شود. پس:

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{مجموعه‌ای به ازای آن‌ها عبارت گویا تعریف شده است. } \mathbb{R} - \{1, 4, 5\}$$

۶۸ - گزینه ۳ برای بررسی حدود  $x$  در عبارات گویا، مخرج کسر را تجزیه می‌کنیم: (و با صورت کسر برای محاسبه‌ی دامنه کاری نداریم!)

$$x(x^2 + x - 12) = x(x - 3)(x + 4) \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \\ x + 4 = 0 \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

مخرج سه ریشه صحیح دارد. پس عبارت به ازای ۳ عدد صحیح ۳، ۰، ۴- تعریف نمی‌شود.

۶۹ - گزینه ۲ اگر متغیری از یک عبارت جبری زیر رادیکال باشد، عبارت گویا نیست. بنابراین "پ" و "ث" گویا نیستند.

۷۰ - گزینه ۳ عبارت گویا، عبارتی است که صورت و مخرج آن چندجمله‌ای باشد، توابع چندجمله‌ای عبارتی است که توان  $x$  در آن عدد حسابی است، اما در گزینه ۳،  $\sqrt{x}$  وجود دارد که به

صورت  $x^{\frac{1}{2}}$  می‌باشد و چندجمله‌ای نیست.

گزینه ۳

عبارت گویا به ازای مقادیری تعریف نشده است که مخرج عبارت گویا به ازای آنها صفر شود. لذا داریم:

$$A = \frac{mx + 14}{mx + 21} \Rightarrow \text{مخرج کسر} = 0 \Rightarrow mx + 21 = 0 \xrightarrow{x=-7} m \times (-7) + 21 = 0 \Rightarrow 7m = 21 \Rightarrow m = 3$$

۷۲ - گزینه ۲ ابتدا مخرج کسرها  $\frac{x}{x-1}$  و  $\frac{x-4}{x-5}$  را مساوی صفر قرار می‌دهیم. لذا:

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \\ x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \end{cases}$$

حالا دور در دور و نزدیک در نزدیک انجام می‌دهیم و عبارت به شکل  $A = \frac{x(x-5)}{(x-1)(x-4)}$  تبدیل می‌شود در مخرج این کسر، عبارت  $(x-4)$  هم مشاهده می‌شود. پس:

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{حدود} = R - \{1, 4, 5\}$$

گزینه ۴

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{x=1} 1 + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -1$$

$$\xrightarrow{x=2} 4 + 2b + c = 0 \Rightarrow 2b + c = -4$$

$$(-1) \times \begin{cases} b + c = -1 \\ 2b + c = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b - c = 1 \\ 2b + c = -4 \end{cases}$$

$$b = -3 \Rightarrow -3 + c = -1 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow b \times c = (-3) \times (2) = -6$$

۷۴ - گزینه ۲ عبارت مورد نظر شامل دو عبارت گویا در صورت و مخرج کسر است که اولاً هیچ یک از عبارات گویا به ازای ریشه‌های مخرج‌شان قابل تعریف نیستند، ثانیاً عبارت کلی نیز به ازای ریشه‌ی مخرج کسر نیز تعریف نشده است. لذا داریم:

$$\frac{1}{x} : x \neq 0$$

$$\frac{x}{x-1} : x \neq 0, x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

بنابراین عبارت گویا به ازای  $\{0, 1\}$  تعریف نشده است.

گزینه ۲

عبارت‌های کسری به ازای ریشه‌های مخرج تعریف نشده‌اند، بنابراین داریم:

$$5x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4(-10) = 49$$

$$x = \frac{3 \pm 7}{10} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{-4}{10}$$

به ازای دو عدد تعریف نشده است ولی فقط  $x_1 = 1$  عدد حسابی است.

۷۶ - گزینه ۴ می‌توان مقادیر گزینه‌ها را در مخرج قرار داد. هر کدام که مخرج را صفر کرد این عبارت را تعریف نشده می‌کند که در این‌جا گزینه ۴ صحیح است زیرا:

$$\frac{1-x}{4x+x^2} \xrightarrow{x=0} \frac{1-0}{4(0)+(0)^2} = \frac{1}{0}$$

(کسر فوق تعریف نشده است چون مخرج صفر است)

ریشه یا ریشه‌های مخرج عبارت فوق را تعریف نشده می‌کند. بنابراین مخرج را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\underbrace{4x + x^2}_{\text{فاکتور از } x} = 0 \rightarrow x(4 + x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 4 + x = -4 \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

این معادله جواب ندارد، زیرا عدد منفی جذر ندارد.

بنابراین گزینه ۴، صحیح است.

گزینه ۱ روش اول:

ابتدا در هر یک از پرانتزها مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\left(x + \frac{2}{x-3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{x-2}\right) = \left(\frac{x(x-3)+2}{x-3}\right) \times \left(\frac{x-2-1}{x-2}\right)$$

اتحاد یک جمله‌ی مشترک

$$= \frac{x^2 - 3x + 2}{x-3} \times \frac{x-3}{x-2} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)} \times \frac{x-3}{x-2} = x-1$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلا  $x = 1$  را در عبارت جایگزین می کنیم.

$$x = 1 \rightarrow \left(1 + \frac{2}{-2}\right)\left(1 - \frac{1}{-1}\right) = (1 - 1)(1 + 1) = 0$$

تنها در گزینه ی اول است که اگر به جای  $x$  عدد یک را قرار دهید حاصل صفر می شود.

۷۸ - گزینه ۱ عبارت را ساده می کنیم:

$$\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x - 1}{2x + 1} - \frac{2x + 1}{2x - 1} = \frac{2x^2 - x + (x - 1)(2x - 1) - (2x + 1)(2x + 1)}{4x^2 - 1} = \frac{2x^2 - x + 2x^2 - x - 2x + 1 - 4x^2 - 4x - 1}{4x^2 - 1}$$

$$= \frac{-8x}{4x^2 - 1} = \frac{P(x)}{4x^2 - 1} \Rightarrow P(x) = -8x$$

۷۹ - گزینه ۱

$$\frac{2a + a - 2b - (a + 2b)}{a^2 - 4b^2} = \frac{2a + a - 2b - a - 2b}{a^2 - 4b^2} = \frac{2a - 4b}{a^2 - 4b^2} = \frac{2(a - 2b)}{(a - 2b)(a + 2b)} = \frac{2}{a + 2b}$$

۸۰ - گزینه ۲ در هر پرانتز مخرج مشترک می گیریم:

روش اول:

$$\left(2 + \frac{x^2}{x - 4}\right) + \left(1 + \frac{8}{x - 4}\right) = \frac{2(x - 4) + x^2}{x - 4} + \frac{x - 4 + 8}{x - 4} = \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 4} + \frac{x - 4}{x - 4}$$

$$= \frac{(x + 4)(x - 2)}{x - 4} \times \frac{x - 4}{x + 4} = x - 2$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلا  $x = 1$  را در عبارت جایگزین می کنیم.

$$x = 1 \rightarrow \left(2 - \frac{1}{3}\right) + \left(1 - \frac{8}{3}\right) = \frac{5}{3} + \left(-\frac{5}{3}\right) = -1$$

تنها گزینه ی دوم است که اگر به جای  $x$  آن یک قرار دهید حاصل برابر  $(-1)$  می شود.

۸۱ - گزینه ۴

$$\left(1 + x + \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + x}\right) = \frac{x + x^2 + 1}{x} \times \frac{x(x + 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \frac{x + 1}{x - 1}$$

۸۲ - گزینه ۲

عرض  $\times$  طول = مساحت

$$\Rightarrow \text{طول} = \frac{\text{مساحت}}{\text{عرض}}$$

$$\Rightarrow \text{طول} = \frac{x^2 - 8x + 15}{x - 5} \Rightarrow \text{طول} = \frac{(x - 5)(x - 3)}{x - 5} = x - 3 \Rightarrow \text{محیط} = 2(\text{طول} + \text{عرض})$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = 2(\text{طول} + \text{عرض}) = 2(x - 3 + x - 5) = 4x - 16$$

۸۳ - گزینه ۱

هر کدام از عبارت ها را جداگانه تجزیه می کنیم:

$$\left(\frac{3}{x - 2} - \frac{x}{x + 2}\right) = \frac{3(x + 2) - x(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{3x + 6 - x^2 + 2x}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$= \frac{-(x^2 - 5x - 6)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{-(x - 6)(x + 1)}{(x - 2)(x + 2)} \quad (1)$$

$$\frac{x^2 - 6x}{x^2 - 4} = \frac{x(x - 6)}{(x - 2)(x + 2)} \quad (2)$$

عبارت (۱) را نوشته و در معکوس عبارت (۲) ضرب می کنیم. (با این کار تقسیم را به ضرب تبدیل کرده ایم).

$$\Rightarrow A = \frac{-(x - 6)(x + 1)}{(x - 2)(x + 2)} \times \frac{(x - 2)(x + 2)}{x(x - 6)} = \frac{-(x + 1)}{x} = \frac{-x - 1}{x}$$

۸۴ - گزینه ۲

صورت و مخرج را تا حد امکان تجزیه می کنیم.

$$\frac{x^2 - 2x^2 + x}{x^2 - x} = \frac{x(x^2 - 2x + 1)}{x(x - 1)} = \frac{x(x - 1)^2}{x(x - 1)} = x - 1$$

۸۵ - گزینه ۲

روش اول:

$$\left(1 + \frac{3x}{x^2 - 4}\right) \div \left(\frac{x + 4}{x + 2}\right) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 4} \times \frac{x + 2}{x + 4} = \frac{(x + 4)(x - 1)}{(x - 2)(x + 2)} \times \frac{x + 2}{x + 4} = \frac{x - 1}{x - 2}$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مثلا  $x = 1$  را در عبارت جایگزین می کنیم.

$$x = 1 \xrightarrow{\text{عبارت}} (1 - 1) \div 2 = 0 \div 2 = 0$$

فقط گزینه‌ی دوم به ازای  $x = 1$  مقدارش صفر می‌شود.

۸۶ - گزینه ۲ صورت و مخرج عبارت‌ها را با استفاده از اتحادها تجزیه می‌کنیم:

$$A = \frac{x^2}{\underbrace{x^2 - 6x + 9}_{\text{اتحاد مربع}}} \times \frac{\overbrace{9 - x^2}^{\text{اتحاد مزدوج}}}{x} \times \frac{x - 3}{4} = \frac{x^2}{(x - 3)^2} \times \frac{(3 - x)(3 + x)}{x} \times \frac{x - 3}{4}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\cancel{x^2}}{(\cancel{x - 3})^2} \times \frac{-(\cancel{x - 3})(x + 3)}{\cancel{x}} \times \frac{(\cancel{x - 3})}{4} = \frac{-x(x + 3)}{4}$$

۸۷ - گزینه ۱

$$\frac{x}{x + 2} + \frac{3}{2 - x} + \frac{6x}{x^2 - 4} = \frac{x}{x + 2} - \frac{3}{x - 2} + \frac{6x}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{x^2 - 2x - 3x - 6 + 6x}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{x^2 + x - 6}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{(x + 3)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{x + 3}{x + 2}$$

۸۸ - گزینه ۴

$$\frac{x}{x - 2} + \frac{3}{x + 2} - \frac{4x - 4}{x^2 - 4} = \frac{x(x + 2) + 3(x - 2) - (4x - 4)}{x^2 - 4} = \frac{x^2 + 2x + 3x - 6 - 4x + 4}{x^2 - 4}$$

$$= \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4} \xrightarrow{x = \frac{1}{2}} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{4} - 4} = \frac{1}{3}$$

۸۹ - گزینه ۳

$$\frac{-x(x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} - \frac{x + 2}{x + 1} = \frac{-x}{x + 1} - \frac{x + 2}{x + 1} = \frac{-x - x - 2}{x + 1} = \frac{-2x - 2}{x + 1} = \frac{-2(x + 1)}{x + 1} = -2$$

۹۰ - گزینه ۲ ابتدا حاصل داخل هر پرانتز را مخرج مشترک گرفته و سپس صورت را تجزیه می‌کنیم:

$$x - \frac{1}{x} = \frac{x \times x}{x} - \frac{1}{x} = \frac{x^2 - 1}{x} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x}$$

$$\left(x + 1 - \frac{1}{x + 1}\right) = \frac{(x + 1)(x + 1)}{x + 1} - \frac{1}{x + 1} = \frac{(x + 1)^2 - 1}{x + 1} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 1}{x + 1}$$

$$= \frac{x^2 + 2x}{x + 1} = \frac{x(x + 2)}{x + 1}$$

حال حاصل عبارت را می‌یابیم:

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + 1 - \frac{1}{x + 1}\right) = \frac{(x - 1)(x + 1)}{\cancel{x}} \times \frac{\cancel{x}(x + 2)}{\cancel{x + 1}}$$

$$= (x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2$$

۹۱ - گزینه ۱

$$\begin{cases} A = \frac{x + 1 + 2x - 2}{x - 1} = \frac{3x - 1}{x - 1} \\ B = \frac{x + 2 + x - 2}{x - 2} = \frac{2x}{x - 2} \end{cases} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{\frac{3x - 1}{x - 1}}{\frac{2x}{x - 2}} = \frac{(x - 2)(3x - 1)}{2x(x - 1)}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{A}{B} \times C = \frac{(x - 2)(3x - 1)}{2x(x - 1)} \times \frac{x - 1}{3x - 1} = \frac{x - 2}{2x}$$

۹۲ - گزینه ۲

$$\frac{2x - 2}{x + 1} + \frac{1 - x}{x} = \frac{(2x - 2) \times x}{x(x + 1)} + \frac{(1 - x)(x + 1)}{x(x + 1)} = \frac{2x^2 - 2x + 1 - x^2}{x(x + 1)}$$

$$= \frac{x^2 - 2x + 1}{x(x + 1)} = \frac{(x - 1)^2}{x(x + 1)}$$

حال حاصل عبارت را می‌یابیم:

$$A = \left(\frac{x^2 + x}{x - 1}\right) \times \left(\frac{2x - 2}{x + 1} + \frac{1 - x}{x}\right) = \frac{\cancel{x}(x + 1)}{\cancel{x - 1}} \times \frac{(x - 1)\cancel{x}}{\cancel{x}(x + 1)} = x - 1$$

۹۳ - گزینه ۳

کافیست که  $x$  را مساوی یک قرارداد تا سمت راست مبادله به  $A$  تبدیل شود.



$$\frac{\lambda x - 15}{x^2 - 3x} + \frac{3}{3-x} = \frac{A}{x} \xrightarrow{x=1} \frac{-7}{-2} + \frac{3}{2} = A \Rightarrow A = 5$$

می توان به جای  $x$  هر عدد دیگری که در دامنه ی تعریف است قرار داد ولی  $x = 1$  ساده تر است.

۹۴ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{2}{x-3}\right)\left(1 - \frac{1}{x-2}\right) &= \frac{x(x-3)+2}{(x-3)} \times \frac{x-2-1}{x-2} \\ &= \frac{x^2-3x+2}{x-3} \times \frac{x-3}{x-2} = \frac{\cancel{(x-3)}(x-1)\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x-2)} = x-1 \end{aligned}$$

۹۵ - گزینه ۳ کافیست که از دو عبارت مخرج مشترک بگیریم و جواب به راحتی حاصل می شود:

$$\frac{2}{5xy} - \frac{7}{10y^2} = \frac{2(2y) - 7(x)}{10xy^2} = \frac{4y - 7x}{10xy^2}$$

۹۶ - گزینه ۳

$$\begin{aligned} \frac{2}{(3x-3)} - \frac{x}{(x^2-1)} + \frac{1}{(2x+2)} &= \frac{2}{3(x-1)} - \frac{x}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{2(x+1)} \\ &= \frac{2(x+1) - 6x + 3(x-1)}{6(x+1)(x-1)} = \frac{2x+2-6x+3x-3}{6(x+1)(x-1)} = \frac{-x-1}{6(x+1)(x-1)} = \frac{1}{6(x-1)} \end{aligned}$$

۹۷ - گزینه ۱ سعی می کنیم صورت و مخرج کسر را تا حد امکان به عوامل اول تجزیه نماییم: (اگر تقسیم به ضرب تبدیل شود کسر بعدی معکوس می شود).

$$\begin{aligned} \frac{(x^2y - xy)}{(x^2 - 1)} \div \frac{6y}{(3x^2 + 3x)} &= \frac{xy(x-1)}{(x+1)(x-1)} \div \frac{6y}{3x(x+1)} \\ &= \frac{xy}{x+1} \div \frac{2y}{x(x+1)} = \frac{x\cancel{y}}{x+1} \times \frac{x\cancel{(x+1)}}{2\cancel{y}} = \frac{x^2}{2} \end{aligned}$$

۹۸ - گزینه ۴

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-\frac{1}{x}} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{1}{1-x} + \frac{x}{x-1} \\ &= \frac{-1}{x-1} + \frac{x}{x-1} = \frac{-1+x}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = 1 \end{aligned}$$

۹۹ - گزینه ۲

$$\frac{\frac{a}{3} + \frac{a}{7}}{\frac{a}{3} - \frac{a}{7}} = \frac{\frac{7a+3a}{21}}{\frac{7a-3a}{21}} = \frac{10a}{4a} = \frac{10}{4} = 2,5$$

۱۰۰ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} &= \frac{5x-1}{x^2-1} \Rightarrow \frac{A(x+1)+B(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{5x-1}{x^2-1} \\ \Rightarrow \frac{Ax+A+Bx-B}{x^2-1} &= \frac{5x-1}{x^2-1} \xrightarrow{\text{دسته بندی}} (A+B)x + A - B = 5x - 1 \Rightarrow A + B = 5 \end{aligned}$$

تلاشی در مسیر موفقیت

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۱۶ - ۲	۳۱ - ۲	۴۶ - ۳	۶۱ - ۲	۷۶ - ۴	۹۱ - ۱
۲ - ۳	۱۷ - ۳	۳۲ - ۱	۴۷ - ۴	۶۲ - ۱	۷۷ - ۱	۹۲ - ۲
۳ - ۴	۱۸ - ۱	۳۳ - ۳	۴۸ - ۴	۶۳ - ۲	۷۸ - ۱	۹۳ - ۳
۴ - ۲	۱۹ - ۳	۳۴ - ۳	۴۹ - ۳	۶۴ - ۴	۷۹ - ۱	۹۴ - ۱
۵ - ۳	۲۰ - ۳	۳۵ - ۲	۵۰ - ۳	۶۵ - ۴	۸۰ - ۲	۹۵ - ۳
۶ - ۳	۲۱ - ۴	۳۶ - ۲	۵۱ - ۱	۶۶ - ۴	۸۱ - ۴	۹۶ - ۳
۷ - ۲	۲۲ - ۴	۳۷ - ۱	۵۲ - ۳	۶۷ - ۲	۸۲ - ۲	۹۷ - ۱
۸ - ۲	۲۳ - ۳	۳۸ - ۲	۵۳ - ۲	۶۸ - ۳	۸۳ - ۱	۹۸ - ۴
۹ - ۲	۲۴ - ۲	۳۹ - ۲	۵۴ - ۳	۶۹ - ۲	۸۴ - ۲	۹۹ - ۲
۱۰ - ۲	۲۵ - ۲	۴۰ - ۲	۵۵ - ۲	۷۰ - ۳	۸۵ - ۲	۱۰۰ - ۱
۱۱ - ۱	۲۶ - ۳	۴۱ - ۳	۵۶ - ۴	۷۱ - ۳	۸۶ - ۲	
۱۲ - ۳	۲۷ - ۳	۴۲ - ۴	۵۷ - ۴	۷۲ - ۲	۸۷ - ۱	
۱۳ - ۲	۲۸ - ۲	۴۳ - ۱	۵۸ - ۴	۷۳ - ۴	۸۸ - ۴	
۱۴ - ۱	۲۹ - ۴	۴۴ - ۳	۵۹ - ۲	۷۴ - ۲	۸۹ - ۳	
۱۵ - ۳	۳۰ - ۳	۴۵ - ۲	۶۰ - ۲	۷۵ - ۲	۹۰ - ۲	

نزد ننگ بوک  
تلاشی در مسیر موفقیت

دل هر ایرانی که برای ایران نتپد، پس بهتر نتپد. دکتر حسابی



مبحث

• تست جامع ۱۰۰

شامل

• معادله درجه ۲

ویژه

• دهم انسانی

تهیه کننده

• سید رضا میررضوی

تألیفی در مسیر موفقیت

## معادله درجه دوم

۱- طول مستطیلی سه برابر عرض آن است. اگر محیط آن ۱۲۰ متر باشد، مساحت این مستطیل چند متر مربع است؟

- ① ۴۰۰      ② ۵۷۵      ③ ۶۷۵      ④ ۹۰۰

۲- در قلکی ۱۰۰ سکه ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. اگر تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی ۳ برابر تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی باشد، در مجموع چند تومان پول در قلک وجود دارد؟

- ① ۸۷۵۰      ② ۶۲۵۰      ③ ۸۲۵۰      ④ ۶۷۵۰

۳- اگر به دو برابر یک سوم عددی ۵ واحد اضافه کنیم، برابر با نصف آن عدد منهای یک است. آن عدد کدام است؟

- ① ۳۶      ② -۳۶      ③ ۱۸      ④ -۱۸

۴- هزینه ثابت تولید  $x$  کالا ۴۰۰ دلار و درآمد حاصل از فروش هر واحد کالا ۱۲ دلار است. این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا تولید کند تا سوددهی آغاز گردد؟

- ① ۵۱      ② ۳۳      ③ ۵۰      ④ ۳۴

۵- محیط یک مربع از  $\frac{2}{3}$  ضلع مربع ده واحد بیش تر است. مساحت مربع چند واحد مربع است؟

- ① ۳      ② ۱۶      ③ ۹      ④ ۸

۶- اگر عبارت «عددی منهای چهار، برابر با دو برابر قرینه آن به علاوه ۵ است» را بخواهیم به معادله تبدیل کنیم، کدام گزینه صحیح است؟ (عدد مورد نظر را  $x$  در نظر بگیرید)

- ①  $x - 4 = 2x + 5$       ②  $x - 4 = \frac{2}{x} + 5$       ③  $x - 4 = -2x + 5$       ④  $x - 4 = 2x - 5$

۷- چند گروه گردشگری قصد دارند به کوه بروند. تعداد گروه دوم نصف تعداد گروه اول، تعداد گروه سوم هم ثلث تعداد گروه دوم است. اگر یک گروه دیگر هم که تعداد آن‌ها دو برابر تعداد گروه دوم است به آن‌ها ملحق شوند، تعداد کل آن‌ها ۱۶ نفر خواهد شد. تعداد گروه دوم کدام است؟

- ① ۶      ② ۳      ③ ۲      ④ ۴

۸- مربع عددی بعلاوه سه برابر آن عدد، هشت واحد کم تر از مربع آن عدد منهای خود عدد است، مربع عدد مفروض کدام است؟

- ① ۱      ② ۴      ③ ۹      ④ ۱۶

۹- یک کارگاه تولیدی پوشاک از روز شنبه هر روز تولید خود را دو برابر می‌کند. در پایان روز چهارشنبه، اگر تولید کل هفته از شنبه تا چهارشنبه برابر ۳۱۰۰ باشد، تولید روز دوشنبه چه تعداد بوده است؟

- ① ۲۰۰      ② ۴۰۰      ③ ۸۰۰      ④ ۱۶۰۰

۱۰- در قلکی تعداد اسکناس‌های ۲۰۰۰ تومانی دو برابر تعداد اسکناس‌های ۱۰۰۰ تومانی و تعداد اسکناس‌های ۵۰۰۰ تومانی نصف تعداد اسکناس‌های ۱۰۰۰ تومانی است. اگر مجموع پول قلک ۱۵۰۰۰۰ تومان باشد، در این صورت تعداد کل اسکناس‌های داخل قلک کدام است؟

- ① ۵۰      ② ۷۰      ③ ۸۵      ④ ۱۰۰

۱۱- عددی را دو برابر کرده و سپس به علاوه ۷ می‌کنیم، حاصل از یک سوم همان عدد ۸ واحد بیش تر است، آن عدد کدام است؟

- ① ۳      ②  $\frac{3}{5}$       ③  $\frac{5}{3}$       ④  $\frac{1}{3}$

۱۲- ثلث عددی از خمس آن ۶۰ تا بیش تر است. آن عدد کدام است؟

- ① ۱۱۲٫۵      ② ۲۲۵      ③ ۴۵۰      ④ ۹۰۰

۱۳- سه برابر عددی به علاوه عدد یک، برابر با پنج برابر همان عدد منهای چهار می‌باشد، آن عدد کدام است؟

- ①  $-\frac{2}{5}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{5}{2}$       ④  $-\frac{5}{2}$

۱۴- در یک پارکینگ عمومی برای هر ساعت، مبلغ ۱۵۰ تومان به اضافه ورودی ثابت ۶۰۰ تومان پرداخت می‌شود. با پرداخت مبلغ ۳۰۰۰ تومان، از این پارکینگ چند ساعت می‌توان استفاده نمود؟

- ① ۴      ② ۵      ③ ۱۶      ④ ۲۰

۱۵- در اتاقی تعدادی صندوق سه پایه و چهار پایه وجود دارد، اگر تعداد صندوق‌های چهار پایه دو برابر تعداد صندوق‌های سه پایه باشد، و مجموع پایه‌های کل صندوق‌ها ۶۶ تا باشد، در این صورت تعداد کل صندوق‌ها در اتاق کدام است؟

- ① ۱۵      ② ۱۸      ③ ۲۴      ④ ۲۶

۱۶- یک تولیدی پوشاک از روز شنبه هر روز تولید خود را ۲۰ واحد افزایش داده است، اگر در پایان روز چهارشنبه مجموع این پنج روز به ۷۴۰ واحد رسیده باشد، تولید روز دوشنبه چه تعداد بوده است؟

- ① ۱۰۸      ② ۳۸۴      ③ ۱۴۸      ④ ۲۵۶

۱۷- دو برابر عددی ۵ برابر عددی دیگر است، اگر میانگین آن‌ها ۱۴۰ باشد، در این صورت اختلاف آن‌ها کدام است؟

- ① ۱۲۰      ② ۶۰      ③ ۴۸      ④ ۲۴

۱۸- در یک شرکت ۳ مدیر، ۲ معاون، ۱۵۰ کارمند و ۵ خدمات‌چی وجود دارد، اگر حقوق یک کارمند ۲ برابر یک خدمات‌چی، نصف یک معاون و  $\frac{1}{5}$  یک مدیر باشد و این شرکت ماهیانه ۳۴۳ میلیون تومان حقوق پرداخت کند، یک معاون، ماهی چند میلیون تومان حقوق می‌گیرد؟

- ① ۲      ② ۳      ③ ۴      ④ ۱

۱۹- دانش‌آموزی ۵۴۰۰۰ تومان پول دارد. اگر او با  $\frac{1}{4}$  پولش تعدادی خودکار به قیمت ۱۲۰۰ تومان و تعدادی مداد به قیمت ۹۰۰ تومان خریداری کند و تعداد خودکارها یکی کمتر از تعداد مدادها باشد، مجموع تعداد خودکارها و مدادها چندتا است؟

- ① ۹      ② ۱۱      ③ ۱۵      ④ ۱۳

۲۰- طول و عرض یک مستطیل به نسبت ۴ به ۳ هستند. اگر محیط این مستطیل ۱۴۰ واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

- ① ۴۵۰      ② ۶۰۰      ③ ۹۰۰      ④ ۱۲۰۰

۲۱- زهرا از برادرش ۱۰ سال بزرگتر است، ۸ سال بعد سن زهرا دو برابر سن برادرش می‌شود، در حال حاضر زهرا چند سال سن دارد؟

- ① ۱۲      ② ۱۴      ③ ۱۶      ④ ۲۰

۲۲- اگر  $x = -1$  جواب معادله درجه اول  $10m = x^2 - 3k - 6x$  باشد، حاصل  $k \times m$  کدام است؟

- ① ۰٫۹      ② ۰٫۸      ③ ۰٫۷      ④ ۰٫۶

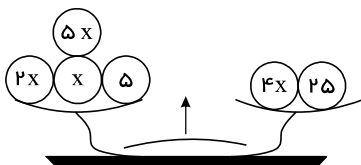
۲۳- اگر از چهار برابر عددی ۲ واحد کم شود، سپس به حاصل، ثلث همان عدد اضافه شود، جواب برابر ۲۰ می‌شود، عدد موردنظر کدام است؟

- ① ۶      ②  $\frac{1}{13}$       ③  $\frac{10}{11}$       ④  $\frac{2}{13}$

۲۴- در مستطیلی که طول آن ۳ برابر عرض آن است، طول قطر  $2\sqrt{10}$  است، در این صورت محیط آن کدام است؟

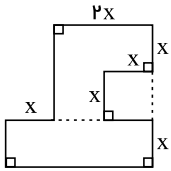
- ①  $12\sqrt{5}$       ②  $16\sqrt{5}$       ③ ۱۲      ④ ۱۶

۲۵- اگر در شکل زیر طرف چپ ترازو برابر طرف راست آن باشد، در این صورت حاصل هر کفه کدام است؟



- ① ۵      ② ۲۰

- ③ ۴۵      ④ ۹۰



۲۶- در شکل مقابل اگر اندازه مساحت شکل، نصف اندازه محیط آن باشد، در این صورت مقدار  $x$  کدام است؟

۴)  $\frac{6}{7}$

۳)  $\frac{3}{7}$

۲)  $\frac{7}{6}$

۱)  $\frac{7}{3}$

۲۷- اگر ۹ برابر عددی را با پنج جمع کنیم، حاصل آن مساوی با ۳ برابر همان عدد منهای ۷ خواهد شد، آن عدد کدام است؟

۴) ۲

۳)  $-\frac{1}{2}$

۲) -۲

۱)  $\frac{1}{2}$

۲۸- دو برابر عددی، از یک سوم آن عدد ده واحد کمتر است. آن عدد کدام است؟

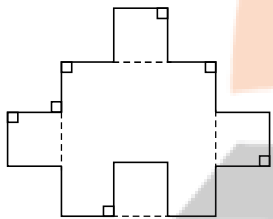
۴) -۶

۳) ۲

۲)  $\frac{5}{2}$

۱)  $\frac{1}{2}$

۲۹- در شکل زیر طول تمام پاره خط‌های مشخص شده در شکل برابر  $x$  است، اگر اندازه مساحت شکل برابر با اندازه محیط آن باشد، مقدار  $x$  کدام است؟ (تمام اضلاع مجاور به یکدیگر عمود می‌باشند.)



۲)  $\frac{20}{9}$

۱)  $\frac{9}{20}$

۴)  $\frac{11}{20}$

۳)  $\frac{20}{11}$

۳۰- مجموع جواب‌های معادله  $(x-1)x^2 + 3(x-1)x = 0$  کدام است؟

۴) ۱

۳) -۲

۲) -۳

۱) ۴

۳۱- ریشه‌های کدام یک از معادله‌های زیر  $-\sqrt{5}$  و  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  می‌باشند؟

۴)  $2x^2 - \sqrt{5}x + 5 = 0$

۳)  $2x^2 + \sqrt{5}x - 5 = 0$

۲)  $\sqrt{5}x^2 - 2x + 5 = 0$

۱)  $\sqrt{5}x^2 + 2x - 5 = 0$

۳۲- تعداد جواب‌های معادله  $x^4 + 9x^2 + 8 = 0$  کدام است؟

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲

۱) ۳

۳۳- در معادله  $x^2 - (k+3)x - 5k = 0$ ، اگر مجموع دو ریشه‌ی حقیقی، برابر ۴ باشد، ریشه‌ی منفی آن کدام است؟

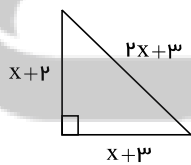
۴) -۸

۳) -۵

۲) -۱

۱) -۲

۳۴- با توجه به شکل روبه‌رو، اندازه‌ی وتر این مثلث کدام است؟



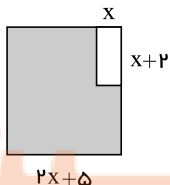
۲) ۴

۱) ۳

۴) ۱

۳) ۵

۳۵- در شکل زیر، مساحت قسمت هاشورخورده برابر ۴۶ واحد مربع است. مقدار  $x$  کدام است؟ (شکل بزرگ‌تر، مربع است.)



۲) ۴

۱) ۱

۴) ۶

۳) ۷

۳۶- کدام گزینه معادله عبارت «مربع عددی برابر با عدد ۳ به علاوه ۲ برابر آن عدد است» می‌باشد؟

۴)  $x^2 + 2x + 3 = 0$

۳)  $x^2 + 3 = 2x$

۲)  $x^2 = 2x + 3$

۱)  $x^2 + 2x = 3$

۳۷- اندازه قطر مربعی  $5\sqrt{2}$  می‌باشد، اختلاف اندازه محیط و مساحت این مربع چقدر است؟

۴)  $10\sqrt{2}$

۳)  $5\sqrt{2}$

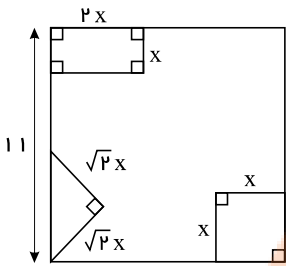
۲) ۱۰

۱) ۵

۳۸- مجموع ریشه های معادله  $x^2 - 4x^2 = 0$  کدام است؟

- ۱) -۴
- ۲) ۴
- ۳) صفر
- ۴) ۱

۳۹- از مربعی به ضلع ۱۱ cm مطابق شکل زیر، سه شکل بریده شده است. مساحت باقی مانده  $85 \text{ cm}^2$  است. طول ضلع کوچک مستطیل بریده شده کدام است؟



- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۴۰- کدام معادله دارای جواب های  $x = 3$  و  $x = -4$  است؟

- ۱)  $x^2 + 7x - 12 = 0$
- ۲)  $x^2 + x + 12 = 0$
- ۳)  $x^2 - 7x - 12 = 0$
- ۴)  $x^2 + x - 12 = 0$

۴۱- ریشه کوچکتر معادله  $3x^2 - 12x - 63 = 0$  کدام است؟

- ۱) -۷
- ۲) ۷
- ۳) -۳
- ۴) ۳

۴۲- در یک کارگاه تولیدی به ازای فروش  $x$  واحد کالا، درآمد از رابطه  $R(x) = -2x^2 + 40x$  و هزینه از رابطه  $C(x) = -4000x + 8000$  بدست می آید. نقطه سربه سر با مقدار کوچکتر برای این کارگاه کدام است؟

- ۱) ۲۰
- ۲) ۲۵
- ۳) ۳۰
- ۴) ۳۵

۴۳- در مورد جواب های معادله  $(x + 2)(x - 4) = -3(x - 4)$  کدام گزینه درست است؟

- ۱) فقط یک جواب منفی دارد.
- ۲) فقط یک جواب مثبت دارد.
- ۳) یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.
- ۴) دو جواب هم علامت دارد.

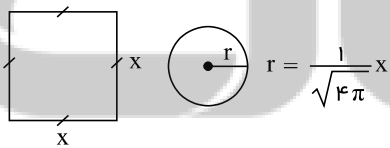
۴۴- شش برابر یک عدد طبیعی از مربع آن ۲۷ واحد کمتر است، این عدد کدام است؟

- ۱) ۹
- ۲) ۳
- ۳) -۳
- ۴) -۹

۴۵- جواب های معادله  $(x + 2)(x - 3) = (x - 3)$  کدام است؟

- ۱) فقط ۳
- ۲) فقط -۱
- ۳) -۱، ۳
- ۴) -۳، ۳

۴۶- مجموع مساحت های دو شکل زیر برابر ۱ سانتی متر، محیط مربع چند سانتی متر است؟



- ۱)  $2\sqrt{5}$
- ۲)  $\frac{4}{\sqrt{5}}$
- ۳)  $\frac{8}{\sqrt{5}}$
- ۴)  $4\sqrt{5}$

۴۷- در حل معادله ی درجه ی دوم  $3x^2 - 4x = -1$  به روش مربع کامل، پس از آن که ضریب  $x^2$  برابر یک شد و دو طرف تساوی به مربع کامل تبدیل شدند از چه عددی جذر می گیریم؟

- ۱)  $\frac{4}{9}$
- ۲)  $\frac{1}{9}$
- ۳)  $\frac{2}{3}$
- ۴)  $\frac{1}{3}$

۴۸- می خواهیم معادله  $2x(x - 1) = 6$  را به روش مربع کامل حل کنیم، به این منظور این معادله را به شکل  $(x - h)^2 = k$  تبدیل می کنیم، مقدار  $\frac{k}{h}$  کدام است؟

- ۱)  $7,5$
- ۲) ۷
- ۳)  $6,5$
- ۴) ۶

۴۹- در حل معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 - 3x = -1$ ، به روش مربع کامل، مقداری که به دو طرف معادله (پس از تبدیل ضریب  $x^2$  به یک) اضافه می‌شود، کدام است؟

- ①  $\frac{9}{4}$       ②  $\frac{9}{16}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{1}{4}$

۵۰- برای حل معادله‌ی  $x^2 + \frac{1}{8} = -x$  به روش مربع کامل، از چه عددی باید جذر گرفته شود؟

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{10}$

۵۱- برای حل معادله‌ی درجه‌ی دوم  $3x^2 - 5x - 1 = 0$  به روش مربع کامل کردن، وقتی ضریب  $x^2$  یک باشد، به دو طرف معادله، کدام عدد باید اضافه شود؟

- ①  $\frac{25}{4}$       ②  $\frac{25}{16}$       ③  $\frac{25}{36}$       ④  $\frac{25}{64}$

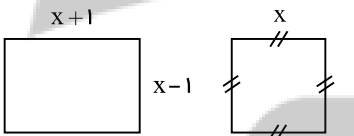
۵۲- اگر بخواهیم معادله‌ی  $2x(x+3) = 7$  را به روش مربع کامل حل کنیم، چه عددی را باید به طرفین تساوی اضافه کنیم؟ (با فرض این که ضریب  $x^2$  یک شود.)

- ①  $\frac{4}{25}$       ②  $\frac{1}{16}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{9}{4}$

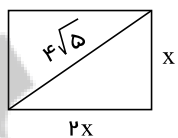
۵۳- در حل معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 - 3x = -1$  به روش مربع کامل، مقداری که به دو طرف معادله (پس از تبدیل ضریب  $x^2$  به یک) اضافه می‌شود، کدام است؟

- ①  $\frac{9}{4}$       ②  $\frac{9}{16}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{1}{4}$

۵۴- اگر مجموع مساحت‌های دو شکل زیر برابر ۷ باشد، طول ضلع کوچکتر مستطیل کدام است؟



- ① ۱      ② ۲      ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{4}{3}$



۵۵- محیط مستطیل شکل روبه‌رو که قطر آن برابر  $4\sqrt{5}$  است، کدام است؟

- ① ۱۲      ② ۱۸      ③ ۲۴      ④ ۳۰

۵۶- با اضافه کردن کدام عدد به طرفین معادله  $x(x + \frac{1}{2}) = \frac{5}{3}$ ، معادله به روش مربع کامل حل می‌شود؟

- ①  $\frac{9}{4}$       ②  $\frac{1}{16}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{25}{9}$

۵۷- معادله  $(x-2)^2 = k - 2$  دارای ریشه‌ی مضاعف است، مقدار  $k$  کدام است؟

- ① صفر      ② ۲      ③ ۶      ④ ۴

۵۸- در حل معادله‌ی درجه دوم  $5x^2 - 8x = 0$  به روش مربع کامل پس از یک شدن ضریب  $x^2$ ، کدام عدد را باید به طرفین معادله اضافه کنیم؟

- ①  $\frac{25}{64}$       ②  $\frac{64}{25}$       ③  $\frac{16}{25}$       ④  $\frac{25}{16}$

۵۹- در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 + kx + 1 - k = 0$ ، اگر حاصل‌ضرب دو ریشه برابر ۵ باشد، ریشه‌ی بزرگ‌تر، کدام است؟

- ① ۲٫۵      ② ۳      ③ ۴      ④ ۵





۷۳- کدام یک از معادلات زیر ریشه مضاعف دارد؟

$$x^2 = 4x + 4 \quad \text{Ⓐ}$$

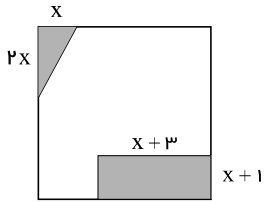
$$x^2 + 6x = 2x - 4 \quad \text{Ⓑ}$$

$$x^2 - 2x = x - 1 \quad \text{Ⓒ}$$

$$x^2 = 2x + 1 \quad \text{Ⓓ}$$

۷۴- در شکل زیر که مربعی به طول ضلع ۶ است، اگر قسمت‌های هاشورزده را جدا کنیم، مساحت قسمت باقی مانده برابر ۲۷ می‌شود. در این صورت  $x$ 

کدام است؟



$$3 \quad \text{Ⓐ}$$

$$1.5 \quad \text{Ⓑ}$$

$$1 \quad \text{Ⓒ}$$

$$2.5 \quad \text{Ⓓ}$$

۷۵- مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی متوالی برابر  $\frac{7}{24}$  است. مجموع آن دو عدد کدام است؟

$$22 \quad \text{Ⓐ}$$

$$18 \quad \text{Ⓑ}$$

$$14 \quad \text{Ⓒ}$$

$$10 \quad \text{Ⓓ}$$

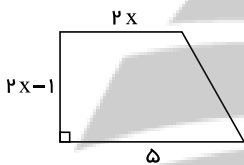
۷۶- اگر معادله درجه دوم  $mx^2 + (m-1)x + n = 0$  دارای ریشه مضاعف  $x = -2$  باشد، در این صورت مقدار  $n + m$  کدام است؟

$$1 \quad \text{Ⓐ}$$

$$-\frac{5}{3} \quad \text{Ⓑ}$$

$$-\frac{4}{3} \quad \text{Ⓒ}$$

$$-\frac{1}{3} \quad \text{Ⓓ}$$

۷۷- اگر مساحت دوزنقه شکل مقابل برابر با ۸ باشد،  $x$  کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad \text{Ⓐ}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{Ⓑ}$$

$$\frac{3}{2} \quad \text{Ⓒ}$$

$$\frac{7}{2} \quad \text{Ⓓ}$$

۷۸- اگر  $x = 3$  یکی از جواب‌های معادله  $\frac{a+3}{2x+3} = \frac{x+1}{3}$  باشد، در این صورت مقدار  $a$  کدام است؟

$$6 \quad \text{Ⓐ}$$

$$9 \quad \text{Ⓑ}$$

$$2 \quad \text{Ⓒ}$$

$$-2 \quad \text{Ⓓ}$$

۷۹- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $\frac{x-1}{x-3} + \frac{x-1}{x-5} = 0$  باشند، مقدار  $x_1 + x_2$  چقدر است؟

$$5 \quad \text{Ⓐ}$$

$$4 \quad \text{Ⓑ}$$

$$3 \quad \text{Ⓒ}$$

$$2 \quad \text{Ⓓ}$$

۸۰- ریشه‌ی معادله  $\frac{x+1}{x+2} = \frac{x+3}{x-1}$  کدام است؟

$$\frac{7}{5} \quad \text{Ⓐ}$$

$$\frac{5}{7} \quad \text{Ⓑ}$$

$$-\frac{7}{5} \quad \text{Ⓒ}$$

$$-\frac{5}{7} \quad \text{Ⓓ}$$

۸۱- مجموع دو عدد که معکوس یکدیگرند  $\frac{13}{6}$  می‌باشد، قدر مطلق اختلاف دو عدد کدام است؟

$$\frac{5}{6} \quad \text{Ⓐ}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{Ⓑ}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{Ⓒ}$$

$$\frac{1}{6} \quad \text{Ⓓ}$$

۸۲- اگر  $x = 3$  یکی از جواب‌های معادله  $\frac{a+3}{2x+3} = \frac{x+1}{4}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

$$-4 \quad \text{Ⓐ}$$

$$4 \quad \text{Ⓑ}$$

$$-9 \quad \text{Ⓒ}$$

$$9 \quad \text{Ⓓ}$$

۸۳- در مورد معادله گویای  $\frac{x+2}{x-1} + \frac{x-4}{2x} = \frac{4}{2x^2 - 2x}$  کدام گزینه صحیح است؟

Ⓐ دو جواب منفی دارد.

Ⓑ یک جواب دارد.

Ⓒ حاصل ضرب جواب‌هایش صفر می‌شود.

Ⓓ جواب حقیقی ندارد.

۸۴- در مورد جواب‌های معادله  $\frac{2x-1}{x+1} - \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{x-1}$  کدام گزینه درست است؟

- ① دو جواب مثبت دارد.      ② یک جواب مثبت دارد.  
 ③ یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.      ④ یک جواب منفی دارد.

۸۵- اگر  $x = 1$  یکی از جواب‌های معادله  $\frac{ax-1}{x-2} + \frac{x+3}{x} = \frac{-3}{x(x-2)}$  باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

- ① ۲      ② -۱      ③ ۳      ④ جواب دیگری ندارد.

۸۶- دو شیر آب  $A$  و  $B$  به یک استخر متصل‌اند. اگر فقط یکی از شیرها باز باشد، شیر  $A$  استخر را ۲ ساعت زودتر از شیر  $B$  پر می‌کند. چنانچه دو شیر را باهم باز کنیم، آنگاه استخر در ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه پر می‌شود. اگر شیر  $B$  به تنهایی باز باشد، استخر در چند ساعت پر می‌شود؟

- ① ۱۴      ② ۸      ③ ۶      ④ ۴

۸۷- مخزن آبی دو شیر دارد. اگر یکی از شیرها را باز کنیم در ۳۰ دقیقه ۱۰۰۰ لیتر آب را تخلیه می‌کند. اگر دو شیر را باهم باز کنیم ۱۰۰۰ لیتر آب در ۱۰ دقیقه تخلیه می‌شود. اگر شیر دوم را به تنهایی باز کنیم، در چند دقیقه ۱۰۰۰ لیتر آب تخلیه خواهد شد؟

- ① ۲۰      ② ۵۱      ③ ۱۲      ④ ۱۵

۸۸- به ازای چه مقدار  $a$ ، معادله  $\frac{x+1}{x-5} + \frac{ax}{3x+2} = 5$  دارای جواب  $x = 2$  است؟

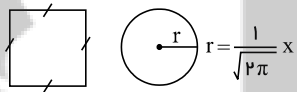
- ① ۱۲      ② -۱۲      ③ -۲۴      ④ ۲۴

۸۹- کدام گزینه در مورد معادله گویای  $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x^2+3x+2}$  صحیح است؟

- ① دو جواب منفی دارد.      ② یک جواب دارد.  
 ③ یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.      ④ جواب ندارد.

۹۰- معادله  $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x-4}{x^2+2x} = \frac{1}{x^2-2x}$  چند جواب دارد؟

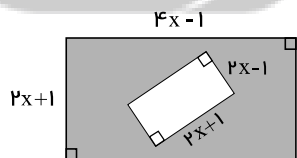
- ① ۳      ② ۲      ③ ۱      ④ صفر



۹۱- اگر مجموع مساحت‌های دو شکل زیر برابر ۶ باشد، محیط مربع کدام است؟

- ① ۲      ② ۸      ③ ۱۲      ④ ۴

۹۲- اگر مساحت قسمت رنگی شکل زیر ۴۹ واحد مربع باشد، مقدار  $x$  چند واحد است؟ (هر دو شکل مستطیل هستند.)



- ① ۳      ② ۲      ③ ۵      ④ ۴

۹۳- وقتی دو چاپگر باهم کار کنند فیش حقوق کارمندان در  $\frac{6}{5}$  ساعت چاپ می‌شود. اگر چاپگر قدیمی‌تر به تنهایی کار کند فیش‌ها ۱ ساعت دیرتر از وقتی چاپ می‌شود که چاپگر جدیدتر به تنهایی کار کند. چاپگر جدیدتر به تنهایی در چند ساعت، فیش‌ها را چاپ می‌کند؟

- ① ۲      ② ۳      ③ ۱٫۵      ④ ۲٫۵

۹۴- در مورد معادله  $\frac{1}{x^2-4} = \frac{x}{2-x} + \frac{3-x}{x+2}$  کدام گزینه صحیح است؟

- ① یک جواب مثبت دارد.      ② یک جواب منفی دارد.  
 ③ دو جواب متمایز دارد.      ④ جواب ندارد.

۹۵- مجموع عددی با نصف معکوس آن عدد برابر  $\frac{۴۳}{۳۰}$  می‌باشد، این عدد کدام است؟

④  $\frac{۵}{۷}$  یا  $\frac{۵}{۴}$

③  $\frac{۵}{۳}$  یا  $\frac{۶}{۵}$

⑤  $\frac{۵}{۶}$  یا  $\frac{۳}{۵}$

①  $\frac{۷}{۵}$  یا  $\frac{۳}{۵}$

۹۶- جواب معادله  $\frac{x-۲}{x-۴} = \frac{x+۱}{x+۳}$  کدام است؟

④ -۲

③ ۲

⑤  $\frac{۱}{۲}$

①  $-\frac{۱}{۲}$

۹۷- به ازای کدام مقدار  $a$  معادله  $\frac{ax}{x-۱} + \frac{x+۱}{x} = a$  دارای جواب  $x = -۲$  است؟

④  $\frac{۳}{۲}$

③  $\frac{۵}{۶}$

⑤  $\frac{۲}{۳}$

①  $\frac{۶}{۵}$

۹۸- جواب معادله  $\frac{x-۲}{x-۳} = \frac{x+۱}{x+۲}$  کدام است؟

④  $\frac{۴۹}{۴}$

③  $\frac{۷}{۲}$

⑤  $\frac{۱}{۴}$

①  $\frac{۱}{۲}$

۹۹- به ازای چه مقادیری از  $a$  معادله  $\frac{a}{x} = \frac{x+۱}{x+a}$  دارای جواب  $x = ۱$  است؟

④ -۱ یا -۲

③ ۱ یا -۲

⑤ -۱ یا ۲

① ۱ یا ۲

۱۰۰- قدرمطلق اختلاف جواب‌های معادله  $\frac{x+۱}{x-۲} + \frac{۵}{x+۲} = \frac{۲۵}{x^2-۴}$  کدام است؟

④ ۱۴

③ ۹

⑤ ۵

① ۸

# کنزنج بوبک

## تلاشی در مسیر موفقیت

## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ اگر طول و عرض مستطیل را به ترتیب  $x$  و  $y$  بنامیم، خواهیم داشت:

$$x = 3y$$

$$\text{محیط مستطیل} = (x + y) \times 2 \Rightarrow 120 = (3y + y) \times 2 \Rightarrow 120 = 8y$$

$$\Rightarrow y = \frac{120}{8} = 15 \text{ متر}$$

$$\Rightarrow x = 3y = 3(15) = 45 \text{ متر}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مستطیل} = x \cdot y = 45 \times 15 = 675 \text{ (متر مربع)}$$

۲ - گزینه ۱ اگر تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی را  $x$  فرض کنیم تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی  $3x$  می‌شود، پس داریم:

$$x + 3x = 100 \Rightarrow 4x = 100 \Rightarrow x = 25 \text{ تومانی}$$

$$\text{تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی} = 100 - 25 = 75$$

$$\text{تومان} = 25 \times 50 + 75 \times 100 = 1250 + 7500 = 8750$$

۳ - گزینه ۲

۵ واحد اضافه می‌کنیم  
۲ برابر  $\frac{1}{3}$  عددی  
 $\frac{1}{3}$  عددی

→ →

$$\frac{1}{3}x \quad 2 \times \frac{1}{3}x \quad 2 \times \frac{1}{3}x + 5$$

$$2 \times \frac{1}{3}x + 5 = \frac{1}{3}x - 1 \xrightarrow{\times 6} 4x + 30 = 3x - 6 \Rightarrow 4x - 3x = -6 - 30 \Rightarrow x = -36$$

۴ - گزینه ۴

$x$	۰	۱	۲
سود	-۴۰۰	-۳۸۸	-۳۷۶

پس معادله‌ی سود  $y = -400 + 12x$  است. برای آغاز سوددهی باید  $y > 0$  باشد، پس داریم:

$$-400 + 12x > 0 \Rightarrow 12x > 400 \Rightarrow x > 33,3 \Rightarrow x = 34$$

یعنی باید حداقل ۳۴ واحد کالا تولید کند.

۵ - گزینه ۳ اگر ضلع مربع را  $x$  در نظر بگیریم، محیط مربع برابر  $4x$  است، حال صورت مسأله را به زبان ریاضی می‌نویسیم.

$$4x = \frac{2}{3}x + 10 \xrightarrow{\times 3} 12x = 2x + 30 \rightarrow 12x - 2x = 30 \rightarrow 10x = 30 \rightarrow x = 3$$

$$3^2 = 9 = \text{مساحت مربع} \Rightarrow (\text{یک ضلع}) = \text{مساحت مربع}$$

۶ - گزینه ۳ اگر عدد مورد نظر را  $x$  در نظر بگیریم، عدد مورد نظر منهای چهار معادل  $x - 4$  و دو برابر قرینه آن بعلاوه ۵ معادل  $5 - 2x$  است. لذا داریم:

$$x - 4 = -2x + 5$$

۷ - گزینه ۲ تعداد گروه اول  $x =$

$$x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}x + 2 \times \frac{1}{2}x = 16$$

$$2x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x = 16 \Rightarrow \frac{16}{6}x = 16 \Rightarrow \frac{8}{3}x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{\frac{8}{3}} = \frac{16 \times 3}{8}$$

$$x = \frac{3 \times 16}{8} = 6$$

$$\text{تعداد گروه دوم} = \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

۸ - گزینه ۲ عدد مفروض را  $x$  فرض می‌کنیم. مربع آن بعلاوه سه برابر آن معادل  $x^2 + 3x$  است که هشت واحد کمتر از مربع آن منهای خود عدد که معادل  $x^2 - x$  است، می‌باشد.

$$x^2 + 3x + 8 = x^2 - x \Rightarrow 3x + x = -8 \Rightarrow 4x = -8 \Rightarrow x = \frac{-8}{4} = -2 \Rightarrow \text{مربع عدد } : x^2 = (-2)^2 = 4$$

۹ - گزینه ۲ اگر تولید روز شنبه را برابر  $x$  فرض کنیم، داریم:

چهارشنبه سه‌شنبه دوشنبه یکشنبه شنبه

$$x \quad 2x \quad 4x \quad 8x \quad 16x$$

$$\text{تولید کل هفته از شنبه تا چهارشنبه} = x + 2x + 4x + 8x + 16x = 31x \Rightarrow 3100 = 31x \Rightarrow x = 100$$

$$\text{تولید روز دوشنبه} = 4x = 4 \times 100 = 400$$

۱۰ - گزینه ۲ فرض می‌کنیم تعداد اسکناس‌های ۱۰۰۰ تومانی برابر  $x$  باشد، داریم:

$$x = \text{تعداد اسکناس‌های } 1000 \text{ ریالی}$$

$$2x = \text{تعداد اسکناس‌های } 2000 \text{ ریالی}$$

$$\frac{x}{2} = \text{تعداد اسکناس‌های } 5000 \text{ ریالی}$$

$$\text{مجموع پول کلک} = 1000x + 2000 \times (2x) + 5000 \times \frac{x}{2} = 1000x + 4000x + 2500x = 7500x$$

$$\frac{150000}{7500x} = 150000 \Rightarrow x = 20$$

$$20 = \text{تعداد اسکناس‌های } 1000 \text{ ریالی}$$

$$40 = \text{تعداد اسکناس‌های } 2000 \text{ ریالی}$$

$$10 = \text{تعداد اسکناس‌های } 5000 \text{ ریالی}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل اسکناس‌ها} = 20 + 40 + 10 = 70$$

۱۱ - گزینه ۲

عدد مورد نظر را  $x$  در نظر می‌گیریم؛ داریم:

$$2x + 7 = \frac{1}{3}x + 8$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{1}{3}x = 8 - 7$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3}x = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

۱۲ - گزینه ۳ اگر عدد مورد نظر را  $x$  فرض کنیم، داریم:

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{5} + 6 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{15} - \frac{3x}{15} = 6 \Rightarrow \frac{5x - 3x}{15} = 6 \Rightarrow \frac{2x}{15} = 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{15 \times 6}{2} = 15 \times 3 = 45$$

۱۳ - گزینه ۳ سه برابر آن عدد به علاوه عدد یک معادل  $3x + 1$  و پنج برابر همان عدد منهای چهار معادل  $5x - 4$  است، که باید با یکدیگر برابر باشند، یعنی:

$$3x + 1 = 5x - 4 \Rightarrow 5x - 3x = 1 + 4 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

۱۴ - گزینه ۳ فرض می‌کنیم  $x$  ساعت می‌خواهیم از پارکینگ استفاده کنیم، در نتیجه هزینه پارکینگ با در نظر گرفتن ورودی ثابت از رابطه  $150x + 600$  به دست می‌آید. حال

اگر ۳۰۰۰ تومان پول پارکینگ بدهیم، داریم:

$$150x + 600 = 3000 \Rightarrow 150x = 3000 - 600 \Rightarrow 150x = 2400 \Rightarrow x = \frac{2400}{150} = 16$$

۱۵ - گزینه ۲ اگر تعداد صندوق‌های سه پایه را  $x$  در نظر بگیریم، تعداد صندوق‌های چهار پایه برابر  $2x$  می‌شود. در این حالت تعداد کل پایه‌ها برابر است با:

$$\rightarrow x \times 3 + 2x \times 4 = 66$$

$$\rightarrow 3x + 8x = 66 \Rightarrow 11x = 66 \Rightarrow x = 6$$

تعداد صندوق‌های چهار پایه برابر است با:

$$2 \times 6 = 12$$

$$\text{مجموع کل تعداد صندوق‌ها} = 12 + 6 = 18$$

چهارشنبه و  $x + ۸۰$  و سه‌شنبه و  $x + ۶۰$  و دوشنبه و  $x + ۴۰$  و یکشنبه و  $x + ۲۰$  و تولید شنبه و  $x$

$$\text{مجموع تولید کل هفته} = x + x + ۲۰ + x + ۴۰ + x + ۶۰ + x + ۸۰ = ۷۴۰ \Rightarrow ۵x + ۲۰۰ = ۷۴۰$$

$$\Rightarrow ۵x = ۵۴۰ \Rightarrow x = ۱۰۸ \Rightarrow$$

$$\text{تولید روز دوشنبه} = ۱۰۸ + ۴۰ = ۱۴۸$$

۱۷ - گزینه ۱ یکی از اعداد را  $x$  و دیگری را  $y$  در نظر می‌گیریم:

$$۲x = ۵y \Rightarrow x = \frac{۵}{۲}y \quad (I)$$

$$\frac{x+y}{۲} = ۱۴۰ \Rightarrow x+y = ۲۸۰ \xrightarrow{(I)} \frac{۵}{۲}y + y = ۲۸۰ \Rightarrow \frac{۷}{۲}y = ۲۸۰ \Rightarrow y = ۸۰$$

$$\xrightarrow{(I)} x = \frac{۵ \times ۸۰}{۲} \Rightarrow x = ۲۰۰$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف: } x - y = ۲۰۰ - ۸۰ = ۱۲۰$$

۱۸ - گزینه ۳ حقوق کارمند  $x =$  حقوق یک مدیر  $۵x =$  و حقوق یک معاون  $۲x =$  و حقوق خدمات‌چی  $\frac{x}{۲} =$

$$\text{مجموع حقوق این افراد} = ۳(۵x) + ۲ \times ۲x + ۱۵۰ \times x + ۵ \times \frac{x}{۲} = ۳۴۳,۰۰۰,۰۰۰$$

$$\Rightarrow ۱۵x + ۴x + ۱۵۰x + \frac{۵x}{۲} = ۳۴۳,۰۰۰,۰۰۰ \Rightarrow \frac{۳۴۳}{۲}x = ۳۴۳,۰۰۰,۰۰۰$$

$$\Rightarrow x = ۲,۰۰۰,۰۰۰ \Rightarrow \text{حقوق یک معاون} = ۲x = ۴,۰۰۰,۰۰۰$$

۱۹ - گزینه ۴ اگر تعداد مدادها را  $x$  در نظر بگیریم، تعداد خودکارها برابر با  $x - ۱$  خواهد شد. کل پول خودکارها و مدادها برابر است با:

$$\frac{۵۴۰۰۰}{۴} = ۱۳۵۰۰$$

$$۹۰۰x + ۱۲۰۰(x - ۱) = ۱۳۵۰۰ \Rightarrow ۹۰۰x + ۱۲۰۰x - ۱۲۰۰ = ۱۳۵۰۰ \Rightarrow ۲۱۰۰x = ۱۴۷۰۰ \Rightarrow x = ۷$$

تعداد خودکارها = ۶

مجموع تعداد خودکارها و مدادها برابر است با:  $۷ + ۶ = ۱۳$

۲۰ - گزینه ۴

اگر طول و عرض را به ترتیب با  $x$  و  $y$  نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{x}{y} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow x = \frac{۴}{۳}y \quad (1)$$

$$\text{محیط مستطیل} = ۱۴۰ \Rightarrow ۲(x+y) = ۱۴۰ \xrightarrow{\div ۲} x+y = ۷۰ \xrightarrow{(1)} \frac{۴}{۳}y + y = ۷۰ \xrightarrow{\times ۳} ۴y + ۳y = ۲۱۰ \Rightarrow ۷y = ۲۱۰ \Rightarrow y = ۳۰$$

$$\Rightarrow x = \frac{۴}{۳}y = \frac{۴}{۳} \times ۳۰ = ۴۰$$

$$\Rightarrow \text{مساحت} = xy = ۴۰ \times ۳۰ = ۱۲۰۰$$

۲۱ - گزینه ۱ اگر سن زهرا را  $x$  و سن برادرش را  $y$  فرض کنیم، داریم:

$$x - y = ۱۰ \quad (1)$$

۸ سال بعد سن زهرا  $x + ۸$  و سن برادرش  $y + ۸$  می‌شود، آنگاه داریم:

$$x + ۸ = ۲(y + ۸) \Rightarrow x + ۸ = ۲y + ۱۶ \Rightarrow x = ۲y + ۸ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(1)} ۲y + ۸ - y = ۱۰ \Rightarrow y = ۲$$

$$\xrightarrow{(1)} x - ۲ = ۱۰ \Rightarrow x = ۱۲$$

۲۲ - گزینه ۱ اولاً معادله درجه اول است، پس نباید شامل  $x^۲$  باشد، لذا ضریب  $x^۲$  را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$1 - k = 0 \Rightarrow k = 1$$

ثانیاً  $x = -1$  اگر جواب معادله است، پس در معادله صدق می‌کند.

$$3k - 6x = 10m \xrightarrow[k=1]{x=-1} 3(1) - 6(-1) = 10m$$

$$\Rightarrow 10m = 9 \Rightarrow m = \frac{9}{10}$$

$$\Rightarrow k \times m = 1 \times \frac{9}{10} = \frac{9}{10} = 0,9$$

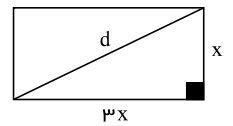
۲۳ - گزینه ۲ اگر عدد موردنظر را  $x$  فرض کنیم، با توجه به اطلاعات مسأله چنین می‌نویسیم:

$$4x - 2 + \frac{x}{3} = 20 \xrightarrow{\times 3} 12x - 6 + x = 60 \Rightarrow 13x = 66 \Rightarrow x = \frac{66}{13} = 5\frac{1}{13}$$

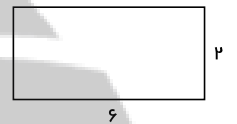
۲۴ - گزینه ۴ اگر عرض مستطیل را  $x$  در نظر بگیریم، در این صورت طول آن  $3x$  خواهد بود، با توجه به شکل زیر طول قطر مستطیل با استفاده از رابطه فیثاغورس برابر است با:

$$\text{طول قطر مستطیل: } d^2 = (3x)^2 + x^2 \Rightarrow d^2 = 9x^2 + x^2 = 10x^2$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{10x} \xrightarrow{d=2\sqrt{10}} 2\sqrt{10} = \sqrt{10x} \Rightarrow x = 2$$



پس مستطیل به صورت زیر است:



$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (2 + 6) = 2 \times 8 = 16$$

۲۵ - گزینه ۳

حاصل طرف چپ ترازو برابر است با:

$$2x + x + 5x + 5 = 8x + 5$$

$$4x + 25$$

$$\Rightarrow 8x + 5 = 4x + 25 \Rightarrow 8x - 4x = 25 - 5$$

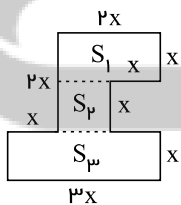
$$\Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{4} = 5$$

حاصل طرف راست ترازو برابر است با:

حال حاصل هر کفه برابر است با:

$$4 \times 5 + 25 = 20 + 25 = 45$$

۲۶ - گزینه ۲ ابتدا محیط شکل و مساحت آن را جداگانه حساب می‌کنیم، داریم:



$$\text{محیط شکل} = 2x + x + x + x + x + x + 3x + x + x + 2x = 14x$$

$$\text{مساحت شکل} = S_1 + S_2 + S_3 = 2x \times x + x \times x + 3x \times x = 2x^2 + x^2 + 3x^2 = 6x^2$$

$$\text{مساحت شکل} = \frac{1}{2} \Rightarrow 6x^2 = \frac{1}{2} \times (14x) \Rightarrow 6x^2 = 7x \xrightarrow{x \neq 0} 6x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{6}$$

۲۷ - گزینه ۲ اگر عدد موردنظر را  $x$  در نظر بگیریم، در این صورت ۹ برابر آن به علاوه ۵ معادل  $9x + 5$  و ۳ برابر آن منهای ۷ معادل  $3x - 7$  می‌باشد که این دو عبارت با یکدیگر مساوی می‌باشند.

$$9x + 5 = 3x - 7 \Rightarrow 9x - 3x = -5 - 7 \Rightarrow 6x = -12 \Rightarrow x = -2$$

۲۸ - گزینه ۴ ابتدا برای مسئله یک معادله می‌نویسیم. عدد را  $x$  فرض می‌کنیم، پس دو برابر آن  $2x$  و یک سوم آن  $\frac{1}{3}x$  است:



$$2x = \frac{1}{3}x - 10 \Rightarrow 2x - \frac{1}{3}x = -10$$

$$\times 3 \rightarrow 6x - x = -30 \Rightarrow 5x = -30 \Rightarrow x = -6$$

۲۹ - گزینه ۳

$$\text{محیط با توجه به شکل} = 20x$$

$$\text{مساحت مربع بزرگ به علاوه ۲ مربع کوچک} = 11x^2 = 9x^2 + 2x^2 = (3x)^2 + 2x^2 = \text{مساحت}$$

$$\text{مساحت شکل} = 20x \Rightarrow 20x = 11x^2 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (غ ق)} \\ x = \frac{20}{11} \text{ (ق ق)} \end{cases}$$

۳۰ - گزینه ۳

$$(x-1)x^2 + 3(x-1)x = 0 \xrightarrow[\text{می‌گیریم.}]{\text{از } x-1 \text{ فاکتور}} (x-1)(x^2 + 3x) = 0$$

می‌دانیم اگر  $a \times b = 0$  باشد در این صورت  $a = 0$  یا  $b = 0$  است، پس داریم:

$$\begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \\ x^2+3x=0 \rightarrow x(x+3)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+3=0 \rightarrow x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = 1 + 0 - 3 = -2$$

۳۱ - گزینه ۳

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند معادله را می‌توان به صورت  $(x-\alpha)(x-\beta) = 0$  نشان داد.

$$\left(x - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)(x + \sqrt{5}) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \sqrt{5}x - \frac{\sqrt{5}}{2}x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2\sqrt{5}x - \sqrt{5}x - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 + \sqrt{5}x - 5 = 0$$

۳۲ - گزینه ۴

$$x^4 + 9x^2 + 8 = 0 \xrightarrow{x^2 = (x^2)^2} (x^2)^2 + 9x^2 + 8 = 0 \xrightarrow{x^2 = t} t^2 + 9t + 8 = 0 \Rightarrow (t+8)(t+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t+8=0 \Rightarrow t=-8 \Rightarrow x^2=-8 & \text{جواب حقیقی ندارد} \\ t+1=0 \Rightarrow t=-1 \Rightarrow x^2=-1 & \text{جواب حقیقی ندارد} \end{cases}$$

پس معادله‌ی اولیه، هیچ جوابی نخواهد داشت (می‌دانید که از اعداد منفی، نمی‌توان جذر گرفت).

۳۳ - گزینه ۲

$$x^2 - (k+3)x - 5k = 0 \xrightarrow[\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2 + bx + c = 0]{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 1 \\ b = -(k+3) \\ c = -5k \end{cases}$$

$$S = x' + x'' = 4 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 4 \Rightarrow \frac{k+3}{1} = 4 \Rightarrow k = 4 - 3 = 1$$

حال  $k = 1$  را در معادله‌ی اصلی، جاگذاری می‌کنیم و معادله را حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{k=1} x^2 - (1+3)x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow \underbrace{x^2 - 4x - 5}_{\text{اتحاد جمله مشترک}} = 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow x=5 & \text{(ریشه‌ی مثبت)} \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 & \text{(ریشه‌ی منفی)} \end{cases}$$

۳۴ - گزینه ۳ چون مثلث قائم‌الزاویه است، پس رابطه‌ی فیثاغورس برای این مثلث برقرار است. یعنی:

$$(2x+3)^2 = (x+2)^2 + (x+3)^2 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 = x^2 + 4x + 4 + x^2 + 6x + 9$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - x^2 - 4x - 4 - x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۲}} x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 & \text{غ ق} \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\text{وتر} = 2x + 3 \stackrel{x=1}{=} 2(1) + 3 = 5$$

۳۵ - گزینه ۱

مساحت مستطیل - مساحت مربع = مساحت قسمت هاشور خورده

$$\Rightarrow 46 = (2x + 5)^2 - x(x + 2) \Rightarrow 4x^2 + 20x + 25 - x^2 - 2x = 46$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 18x - 21 = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 7)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7 & \text{غ ق ق} \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۳۶ - گزینه ۲

$$\text{عدد مورد نظر} = x \Rightarrow \begin{cases} \text{مربع} = x^2 \\ 2 \text{ برابر عدد} = 2x \Rightarrow x^2 = 2x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \\ \text{به علاوه } 3 = +3 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۲ است.

۳۷ - گزینه ۱

$$\text{وتر} \Rightarrow a^2 + a^2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2a^2 = 5 \Rightarrow a^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

چون طول است مقدار مثبت محاسبه می گردد.

$$\Rightarrow 2a^2 = 5 \Rightarrow a^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{محیط مربع} \Rightarrow 4x = 4 \times \frac{\sqrt{10}}{2} = 2\sqrt{10} \\ \text{مساحت مربع} \Rightarrow x^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مساحت} - \text{محیط} = \frac{5}{2} - 2\sqrt{10} = 5$$

۳۸ - گزینه ۳

$$x^4 - 4x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\text{مجموع ریشه ها} = 0 + 2 - 2 = 0$$

۳۹ - گزینه ۳

مساحت مربع بزرگ از مجموع مساحت های شکل های بریده شده و مساحت باقی مانده تشکیل شده است.

مساحت کل = (مساحت باقی مانده) + (مجموع مساحت شکل های بریده شده)

$$11 \times 11 = (x \times 2x + x \times x + \sqrt{2}x \times \sqrt{2}x \times \frac{1}{2}) + 85$$

$$\Rightarrow 121 - 85 = 2x^2 + x^2 + x^2 \Rightarrow 36 = 4x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

(طول هیچگاه منفی نیست.)

۴۰ - گزینه ۴ معادله درجه دومی که ریشه های  $\alpha$  و  $\beta$  باشد، به صورت زیر است که در آن  $a$  هر عدد حقیقی به جز صفر می تواند باشد:

$$a(x - \alpha)(x - \beta) = 0$$

حال معادله درجه دومی که ریشه های آن  $x = 3$  و  $x = -4$  است، به صورت زیر است:

$$a(x - (-4))(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow a(x + 4)(x - 3) = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد یک جمله مشترک}} a(x^2 + (4 - 3)x + 4 \times (-3)) = 0 \Rightarrow a(x^2 + x - 12) = 0$$

با توجه به گزینه ها در می یابیم که  $a = 1$  است، پس معادله گزینه ۴، دارای ریشه های  $x = 3$  و  $x = -4$  است.

۴۱ - گزینه ۳

$$\text{ابتدا از عدد ۳ فاکتور می گیریم.} \Rightarrow 3x^2 - 12x - 63 = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 - 4x - 21 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0$$

حال معادله را با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک تجزیه می کنیم:

$$x^2 + (3 - 7)x + (3) \times (-7) = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ریشه کوچکتر } x = -3 \\ \text{ریشه بزرگتر } x = 7 \end{cases}$$

پس ریشه کوچکتر معادله  $-3$  است.

۴۲ - گزینه ۱

$$\text{سود} = (-2x^2 + 40x) - (-400x + 8000) = -2x^2 + 440x - 8000$$

نقطه سربه سر وقتی به دست می آید که سود برابر صفر باشد.

$$-2x^2 + 440x - 8000 = 0 \xrightarrow{\div(-2)} x^2 - 220x + 4000 = 0 \Rightarrow (x - 200)(x - 20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = 200 \end{cases}$$

بنابراین نقطه سربه سر با مقدار کمتر  $x = 20$  است.

۴۳ - گزینه ۲

با استفاده از روش فاکتورگیری داریم:

$$\begin{aligned} (x+2)(x-4) &= -3(x-4) \\ \Rightarrow (x+2)(x-4) + 3(x-4) &= 0 \\ \Rightarrow (x-4)(x+2+3) &= 0 \Rightarrow (x-4)(x+5) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x+5=0 \Rightarrow x=-5 \end{cases} \end{aligned}$$

پس معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

۴۴ - گزینه ۱ اگر عدد موردنظر را  $x$  در نظر بگیریم، داریم:

$$6x = x^2 - 27 \Rightarrow x^2 - 6x - 27 = 0 \xrightarrow{\text{حل با استفاده از تجزیه اتحاد جمله مشترک}} x^2 + (3-9)x + (3) \times (-9) = 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ x-9=0 \Rightarrow x=9 \end{cases}$$

دقت کنید که صورت سؤال یک عدد طبیعی را خواسته است، پس  $x = 9$  قابل قبول است.

۴۵ - گزینه ۳ معادله را با استفاده از فاکتورگیری حل می کنیم:

$$(x+2)(x-3) = (x-3) \Rightarrow (x+2)(x-3) - (x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)((x+2)-1) = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

۴۶ - گزینه ۳ مطابق شکل داریم:

$$\text{مساحت مربع} = x^2 \quad (1)$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 = \pi \left( \frac{1}{\sqrt{4\pi}} x \right)^2 = \pi \times \frac{x^2}{4\pi} = \frac{x^2}{4} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مساحتها} = x^2 + \frac{x^2}{4} = 1 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 + x^2 = 4$$

بنابر (۱) و (۲) مجموع مساحتها برابر است با:

$$\Rightarrow 5x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{5} \xrightarrow{x>0} x = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{محیط مربع} = 4x = 4 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

۴۷ - گزینه ۲ طرفین را بر ضریب  $x^2$  تقسیم می کنیم:

$$3x^2 - 4x = -1 \Rightarrow x^2 - \frac{4}{3}x = \frac{-1}{3}$$

مربع نصف ضریب  $x$  (یعنی  $\frac{-4}{3}$ ) را به طرفین معادله اضافه می کنیم.

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{-3+4}{9} \Rightarrow \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

باید از  $\frac{1}{9}$  جذر بگیریم.

۴۸ - گزینه ۳

$$2x(x-1) = 6 \rightarrow x(x-1) = 3 \rightarrow x^2 - x = 3$$

به دو طرف  $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$  را اضافه می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} &\rightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} \rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4} \\ &\left(x - h\right)^2 = k \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{2} \\ k = \frac{13}{4} \end{cases} \rightarrow \frac{k}{h} = \frac{\frac{13}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{13}{2} = 6,5$$

۴۹ - گزینه ۲ پس از تبدیل ضریب  $x^2$  به یک، معادله را به شکل  $x^2 + bx = k$  نوشته و  $\left(\frac{b}{2}\right)^2$  را به هر دو طرف تساوی اضافه می‌کنیم تا جمله‌ی سمت چپ، مربع کامل شود.

$$2x^2 - 3x = -1 \xrightarrow{\div 2} x^2 - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{b = -\frac{3}{2}} \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{-\frac{3}{2}}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

۵۰ - گزینه ۱ برای حل معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  به روش مربع کامل باید مربع نصف ضریب  $x$  را به دو طرف اضافه کنیم.

$$x^2 + \frac{1}{8} = -x \rightarrow x^2 + x = -\frac{1}{8} \xrightarrow{\text{مربع نصف ضریب } x} x^2 + x + \frac{1}{4} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{4} \rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

بنابراین باید از  $\frac{1}{8}$  جذر بگیریم.

۵۱ - گزینه ۳

$$3x^2 - 5x - 1 = 0 \rightarrow 3x^2 - 5x = 1$$

طرفین معادله را به ضریب ۳ یعنی  $x^2$  تقسیم می‌کنیم

$$x^2 - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3}$$

حال مربع نصف ضریب  $x$  را به دو طرف معادله باید اضافه کنیم:

$$\left(\frac{-5}{3}\right)^2 = \left(\frac{-5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

۵۲ - گزینه ۴

$$2x(x+3) = 7 \rightarrow 2x^2 + 6x = 7 \xrightarrow{+2} x^2 + 3x = \frac{7}{2}$$

$\downarrow$   
 $b$

در روش مربع کامل، پس از آن که ضریب  $x^2$  را به یک تبدیل کردیم باید عدد  $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4}$  را به دو طرف تساوی اضافه کنیم. لذا در این معادله هم، باید عدد  $\frac{3^2}{4} = \frac{9}{4}$  را به دو طرف تساوی، اضافه کنیم.

۵۳ - گزینه ۲

$$2x^2 - 3x = -1 \xrightarrow{\div 2} x^2 - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2}$$

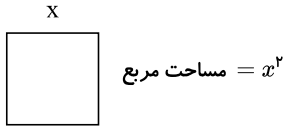
مربع نصف ضریب  $x$  را باید به دو طرف تساوی اضافه کرد تا سمت چپ تساوی مربع کامل گردد.

$$\left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

۵۴ - گزینه ۱ ابتدا مساحت هر شکل را برحسب  $x$  می‌یابیم:

$$\begin{array}{|c|} \hline x+1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline x-1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array}$$

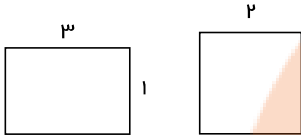
$$(x+1)(x-1) = x^2 - 1$$



مجموع مساحت شکلها  $= x^2 - 1 + x^2 \xrightarrow{\text{مجموع مساحت شکلها}} 2x^2 - 1 = 7$

$\Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x > 0} x = 2$

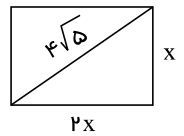
پس طول اضلاع شکلها به صورت زیر است:



پس طول ضلع کوچکتر مستطیل برابر یک است.

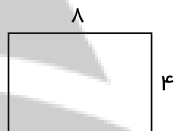
۵۵ - گزینه ۳ به کمک رابطه فیثاغورث داریم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow (2x)^2 + x^2 &= (4\sqrt{5})^2 \\ \Rightarrow 4x^2 + x^2 &= 16 \times 5 \end{aligned}$$



$\Rightarrow 5x^2 = 5 \times 16 \Rightarrow x^2 = 16 \xrightarrow{x > 0} x = 4$

پس مستطیل به شکل زیر است که محیط آن برابر است با:



محیط مستطیل  $= 2 \times (4 + 8) = 2 \times 12 = 24$

۵۶ - گزینه ۲ مراحل حل معادله به روش مربع کامل را برای معادله فوق طی می‌کنیم.

$x(x + \frac{1}{2}) = \frac{5}{3} \rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x = \frac{5}{3}$

ضریب  $x$  و نصف آن  $\frac{1}{4}$  است. برای حل معادله به روش مربع کامل، باید مربع نصف ضریب  $x$  یعنی  $(\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{16}$  را به طرفین تساوی اضافه می‌کنیم.

۵۷ - گزینه ۲ هنگامی معادله ریشه مضاعف دارد که  $k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$

۵۸ - گزینه ۳

برای حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل ابتدا عدد ثابت معادله را به طرف راست منتقل می‌کنیم، سپس طرفین معادله را بر ضریب  $x^2$  تقسیم می‌کنیم تا ضریب  $x^2$  یک شود، سپس مربع نصف ضریب  $x$  را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم، دقت کنید در این معادله مقدار ثابت صفر است، پس داریم:

$5x^2 - 8x = 0 \xrightarrow{\text{طرفین معادله را بر ضریب } x^2 \text{ تقسیم می‌کنیم}} \frac{5x^2}{5} - \frac{8x}{5} = 0$

مربع نصف ضریب  $x$  را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم.

$$x^2 - \frac{8}{5}x = 0 \rightarrow x^2 - \frac{8}{5}x + (\frac{1}{2} \times (-\frac{8}{5}))^2 = (\frac{1}{2} \times (-\frac{8}{5}))^2$$

$\Rightarrow x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{16}{25} = \frac{16}{25}$

پس کافی است عدد  $\frac{16}{25}$  را به طرفین معادله اضافه کنیم.

۵۹ - گزینه ۱

$2x^2 + kx + 1 - k = 0 \Rightarrow$  حاصل ضرب ریشه‌ها  $= \frac{c}{a} = 5 \Rightarrow \frac{1-k}{2} = 5 \Rightarrow 1-k = 10 \Rightarrow k = -9$

$\Rightarrow$  معادله:  $2x^2 - 9x + 10 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \times 2 \times 10 = 81 - 80 = 1$

$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2(2)} \Rightarrow$  ریشه‌ی بزرگ‌تر  $= \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$

۶۰ - گزینه ۴ اگر دو ریشه‌ی معادله را  $x'$  و  $x''$  بنامیم در صورتی معکوس یکدیگرند که حاصل ضرب آنها برابر یک شود (با شرط  $\Delta > 0$ )

$x'x'' = 1 \rightarrow \frac{1}{a} = 1 \rightarrow 2m + 6 = 2 \rightarrow 2m = 2 - 6 \rightarrow 2m = -4 \rightarrow m = -2$

$$\frac{-b}{a} \rightarrow x' + x'' = \frac{-3m}{-3(-2)} = \frac{6}{6} = 1 = 3$$

۶۱ - گزینه ۲  
معادله درجه دوم

ویژه داوطلبان کنکور و دهیم  $k$

۴۵: صفحه

$$6x^2 + (k+1)x + k = 0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} = -\frac{k+1}{6} = \frac{-k-1}{6}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 6 \times (-2) = 1 + 48 = 49 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2 \times 6}$$

$$\Rightarrow \text{ریشه‌ی مثبت} = \frac{1+7}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

۶۲ - گزینه ۲ ابتدا مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -3 \text{ و } c = -2$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها: } S = \frac{-b}{a} = \frac{3}{1} = 3 = \alpha + \beta$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها: } P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2 = \alpha\beta$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{(3)^2 - 2(-2)}{-2} = \frac{9 + 4}{-2} = \frac{13}{-2} = -\frac{13}{2}$$

۶۳ - گزینه ۱

در نقطه سربه‌سر سود برابر صفر است.

$$p(x) = 0 \rightarrow (-0,004x^2 + 0,48x - 8 = 0) \times -1000$$

$$4x^2 - 480x + 8000 = 0 \rightarrow x^2 - 120x + 2000 = 0$$

$$(x - 100)(x - 20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 100 \text{ (حداکثر تولید ۶۰ می‌باشد)} \\ x = 20 \text{ (ق ق)} \end{cases}$$

۶۴ - گزینه ۱ در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  با ریشه‌های  $x_1$  و  $x_2$  داریم:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}, P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow \begin{cases} S = \frac{-1}{3} \\ P = \frac{-6}{3} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{c} = \frac{-1}{-6} = \frac{1}{6}$$

۶۵ - گزینه ۲

$$x(1-x) - 6kx + 4 = 0 \Rightarrow x - x^2 - 6kx + 4 = 0$$

$$-x^2 + (1-6k)x + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1-6k \\ c = 4 \end{cases}$$

مقایسه با فرم استاندارد  $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Rightarrow (P \text{ حاصل ضرب ریشه‌ها}) = \frac{c}{a} = \frac{4}{-1} = -4 \xrightarrow{\text{طبق صورت سوال}} S = \frac{P}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -2 \\ S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-1+6k}{-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{-1+6k}{-1} = -2 \Rightarrow -1+6k = 2 \Rightarrow 6k = 3 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

۶۶ - گزینه ۳ ابتدا معادله را به شکل استاندارد می‌نویسیم:

$$x(2x-5) = a \Rightarrow 2x^2 - 5x - a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \text{ ضریب } x^2 \\ b = -5 \text{ ضریب } x \\ c = -a \text{ عدد ثابت} \end{cases}$$

$$\text{ریشه‌ی مضاعف معادله‌ی درجه‌ی دوم } ax^2 + bx + c = 0 \text{ از رابطه‌ی } x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \text{ به دست می‌آید. پس } x_1 = x_2 = \frac{-(-5)}{2(2)} = \frac{5}{4} \text{ است.}$$

۶۷ - گزینه ۲ ریشه‌های معادله، اعداد  $1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$  هستند.

$$\frac{2 \pm \sqrt{3}}{2} = \frac{2}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ابتدا یک بار مجموع ریشه‌های  $(S)$  و سپس حاصل ضرب ریشه‌ها  $(f)$  را به دست می‌آوریم:

$$S = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2$$

$$P = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \stackrel{\text{اتحاد مزدوج}}{=} (1)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

حال مقادیر  $2 = S$  و  $P = \frac{1}{4}$  را در معادله  $x^2 - Sx + P = 0$  جایگزین کرده و به معادله  $x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$  می‌رسیم.

۶۸ - گزینه ۴

$$x^2 - 2mx + m - 1 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -2m, c = m - 1$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها: } P = \frac{c}{a} = \frac{m-1}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2m - 2 = 1 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها: } S = -\frac{b}{a} = -\frac{-2m}{1} = 2m = 2\left(\frac{3}{2}\right) = 3$$

۶۹ - گزینه ۲ اگر دو عدد طبیعی فرد متوالی را  $x$  و  $x+2$  در نظر بگیریم طبق صورت سؤال داریم:

$$\frac{x(x+2)}{3} - (x+2) + 5 = 0 \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در ۳}} x(x+2) - 3(x+2) = 15 \cdot 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3x - 6 = 15 \cdot 0 \Rightarrow x^2 - x - 156 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 624}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{625}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+25}{2} = 13 & \text{قق} \\ x_2 = \frac{1-25}{2} = -12 & \text{غقق} \end{cases}$$

۷۰ - گزینه ۱

شرط آنکه یک معادله درجه‌ی دوم دارای دو جواب حقیقی و متمایز باشد آن است که  $\Delta > 0$  باشد.

$$\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow m^2 - 4(5)(-5) > 0 \rightarrow m^2 + 100 > 0$$

نامعادله‌ی فوق به ازای هر مقدار  $m$  همواره برقرار است زیرا  $m^2 + 100$  همواره مثبت و از صفر بزرگ‌تر است.

۷۱ - گزینه ۲

$$x^2 - 7x - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 1 \\ b = -7 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب‌های معادله} = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 7$$

$$\text{حاصل ضرب جواب‌های معادله} = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -1$$

$$2x_1(1 - x_2) + 2x_2 = 2x_1 - 2x_1 x_2 + 2x_2$$

$$\Rightarrow 2(x_1 + x_2) - 2x_1 x_2 = 2 \times 7 - 2 \times (-1) = 14 + 2 = 16$$

۷۲ - گزینه ۴

$$2x^2 + (1-m)x + 4m = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 2 \\ b = 1-m \\ c = 4m \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{-(1-m)}{2} = \frac{4m}{2}$$

$$\Rightarrow -1 + m = 4m \Rightarrow 3m = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

۷۳ - گزینه ۳ معادلات را به شکل استاندارد  $ax^2 + bx + c = 0$  می‌نویسیم.

بررسی گزینه‌ها:

در گزینه (۱) چون  $a$  و  $c$  مختلف‌العلامه هستند، معادله دو ریشه مختلف‌العلامه دارند.  $x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow$

در گزینه (۲) داریم:

$$x^2 - 2x - x + 1 = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = (-3)^2 - (4)(1)(1) = 9 - 4 > 0$$

بنابراین در گزینه (۲) معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز است.

در گزینه (۳) داریم:

$$x^2 + 6x - 2x + 4 = 0 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow \Delta = (4)^2 - (4)(1)(4) = 16 - 16 = 0$$

بنابراین در گزینه (۳)،  $\Delta$  برابر صفر شده، پس معادله دارای ریشه مضاعف است.

در گزینه (۴)، چون  $a$  و  $c$  مختلف‌العلامه هستند، معادله دارای دو ریشه مختلف‌العلامه است.

$$x^2 - 4x - 4 = 0$$

۷۴ - گزینه ۳ مساحت کل مربع به ضلع ۶:  $6 \times 6 = 36$

مساحت قسمت‌های هاشورزده:

$$\begin{cases} \frac{x \times 2x}{2} = x^2 \\ (x+3)(x+1) = x^2 + 4x + 3 \end{cases} \Rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 3 = 2x^2 + 4x + 3$$

اگر قسمت‌های هاشورزده را جدا کنیم خواهیم داشت:

$$36 - (2x^2 + 4x + 3) = 27 \Rightarrow 2x^2 + 4x + 3 = 9 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{-4}{2} = -2 \quad (\text{غیر قابل قبول})$$

۷۵ - گزینه ۲

اگر یک عدد را  $x$  در نظر بگیریم عدد زوج دیگر  $x+2$  است، بنابراین:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{7}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{x+2+x}{x(x+2)} = \frac{7}{24} \Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x} = \frac{7}{24} \Rightarrow 7x^2 + 14x = 48x + 48$$

$$\Rightarrow 7x^2 - 34x - 48 = 0 \Rightarrow \Delta = (-34)^2 - 4 \times 7 \times (-48) = 1156 + 1344 = 2500$$

$$x = \frac{34 \pm 50}{14} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 6, & \text{عدد دیگر} = 8 \\ x_2 = \frac{-16}{14} & (\text{غیر قابل قبول}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع: } 6 + 8 = 14$$

۷۶ - گزینه ۳ معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  زمانی دارای ریشه مضاعف است که  $\Delta = 0$  باشد و در این حالت ریشه مضاعف از رابطه  $x = \frac{-b}{2a}$  بدست می‌آید.

$$mx^2 + (m-1)x + n = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} a = m, b = (m-1)$$

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -2 = \frac{-(m-1)}{2m} \Rightarrow -(m-1) = -2 \times 2m$$

$$\Rightarrow -m + 1 = -4m \Rightarrow 4m - m = -1 \Rightarrow 3m = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

حال با جایگذاری  $m = -\frac{1}{3}$  و  $x = -2$  در معادله مقدار  $n$  را می‌یابیم:

$$-\frac{1}{3} \times (-2)^2 + \left(-\frac{1}{3} - 1\right) \times (-2) + n = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{3} + \frac{8}{3} + n = 0 \Rightarrow n = -\frac{4}{3}$$

در نتیجه:

$$m + n = -\frac{1}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{5}{3}$$

۷۷ - گزینه ۲ مساحت دوزنقه برابر است با: نصف حاصل ضرب ارتفاع در مجموع دو قاعده.

$$S = \frac{1}{2}(2x-1)(2x+5) = 8 \Rightarrow (2x-1)(2x+5) = 16$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 10x - 2x - 5 = 16 \Rightarrow 4x^2 + 8x - 21 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 4 \\ b = 8 \\ c = -21 \end{cases}$$



$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4(4)(-21) = 400$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{400}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-8+20}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \text{ ق ق} \\ x_2 = \frac{-8-20}{8} = -\frac{28}{8} = -\frac{7}{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

تذکر: به ازای  $x = -\frac{7}{2}$  قاعده کوچک و ارتفاع منفی می شود.

۷۸ - گزینه ۳ جواب معادله در خود معادله صدق می کند. پس  $x = 3$  را جایگذاری می کنیم تا  $a$  به دست بیاید:

$$\frac{a+3}{2 \times 3+3} = \frac{3+1}{3} \Rightarrow \frac{a+3}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow a+3 = 9 \times \frac{4}{3} \Rightarrow a+3 = 12 \Rightarrow a = 9$$

۷۹ - گزینه ۴ معادله موردنظر را می توان این طور نوشت:

$$(x-1)\left(\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-5}\right) = 0 \rightarrow (x-1)\left(\frac{x-5+x-3}{(x-3)(x-5)}\right) = 0$$

$$(x-1)\left(\frac{2x-8}{(x-3)(x-5)}\right) = 0 \rightarrow \frac{2(x-1)(x-4)}{(x-3)(x-5)} = 0 \begin{cases} x \neq 5 & x-1 \\ \text{و} & \\ x \neq 3 & x=4 \end{cases} \rightarrow x_1 + x_2 = 1 + 4 = 5$$

بنابراین جواب های موردنظر ۱ و ۴ هستند و مجموع آن ها ۵ است.

۸۰ - گزینه ۲ ابتدا ریشه های مخرج را به دست می آوریم:

$$\frac{x+1}{x+2} = \frac{x+3}{x-1} \rightarrow x \neq -2, 1$$

حال معادله را حل می کنیم:

$$(x+1)(x-1) = (x+3)(x+2) \Rightarrow x^2 - 1 = x^2 + 5x + 6$$

$$\Rightarrow x^2 - x^2 - 5x = 6 + 1 \Rightarrow -5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{-5} = -\frac{7}{5}$$

این ریشه قابل قبول می باشد زیرا ریشه ی مخرج معادله نمی باشد.

۸۱ - گزینه ۴

$$x + \frac{1}{x} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{13}{6} \Rightarrow 6x^2 + 6 = 13x \Rightarrow 6x^2 - 13x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -13 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-13)^2 - 4(6 \times 6) = 169 - 144 = 25$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{13+5}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{13-5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{قدرمطلق اختلاف دو عدد} = \left| \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right| = \left| \frac{9-4}{6} \right| = \frac{5}{6}$$

۸۲ - گزینه ۱ جواب معادله در خود معادله صدق می کند. پس  $x = 3$  را در معادله جایگذاری می کنی تا  $a$  به دست بیاید:

$$x = 3 \Rightarrow \frac{a+3}{2 \times 3+3} = \frac{3+1}{3} \Rightarrow \frac{a+3}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow a+3 = 9 \times \frac{4}{3} \Rightarrow a+3 = 36 \Rightarrow a+3 = 12$$

$$\Rightarrow a = 12 - 3 = 9 \Rightarrow a = 9$$

۸۳ - گزینه ۲

$$\frac{x+2}{x-1} + \frac{x-4}{2x} = \frac{4}{2x(x-1)} \Rightarrow \frac{2x(x+2) + (x-1)(x-4)}{2x(x-1)} = \frac{4}{2x(x-1)}$$

$$x \neq 0, 1 \rightarrow 3x^2 - x + 4 = 4 \Rightarrow 3x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow (3x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (غ.ق.ق)} \\ x = \frac{1}{3} \text{ (ق.ق)} \end{cases}$$

جواب  $x = 0$  قابل قبول نیست. چون باعث صفر شدن یکی از مخرج‌ها در معادله اولیه می‌شود و تنها جواب معادله  $x = \frac{1}{3}$  می‌باشد.

۸۴ - گزینه ۲ با در نظر گرفتن  $x \neq \pm 1$  (ریشه‌های مخرج) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{x+1} - \frac{x}{x-1} &= \frac{-1}{x-1} \\ \frac{2x-1}{x+1} &= \frac{x}{x-1} + \frac{-1}{x-1} \\ \frac{2x-1}{x+1} &= \frac{x-1}{x-1} \rightarrow \frac{2x-1}{x+1} = 1 \\ 2x-1 &= x+1 \rightarrow x=2 \end{aligned}$$

۸۵ - گزینه ۲  $x = 1$  یکی از جواب‌های معادله‌ی مورد نظر است. بنابراین  $x = 1$  در معادله صدق می‌کند. (با جایگذاری  $x = 1$  در معادله‌ی  $a$  به دست می‌آید.)

$$\frac{a-1}{1-2} + \frac{1+3}{1} = \frac{-3}{1(-1)} \Rightarrow -a+1+4=3 \Rightarrow -a=-2 \Rightarrow a=2$$

معادله مورد نظر پس از جایگذاری  $a = 2$  در معادله اولیه برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{x-2} + \frac{x+3}{x} &= \frac{-3}{x(x-2)} \\ \Rightarrow \frac{(2x-1)x}{x(x-2)} + \frac{(x+3)(x-2)}{x(x-2)} &= \frac{-3}{x(x-2)} \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{x \neq 0, 2} 2x^2 - x + x^2 + x - 6 = -3 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

بنابراین جواب دیگر معادله برابر  $-1$  است.

۸۶ - گزینه ۴ ابتدا ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه را به ساعت تبدیل می‌کنیم.

$$\text{ساعت } 2 = \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \text{ ساعت}$$

$$\Rightarrow \text{ساعت } 1 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \text{ ساعت و } 20 \text{ دقیقه}$$

فرض کنیم شیر  $B$  استخر را در  $x$  ساعت پر می‌کند اگر حجم استخر را  $V$  در نظر بگیریم، پس از یک ساعت  $\frac{V}{x}$  استخر پر می‌شود و به همین ترتیب اگر شیر  $A$  باز شود، پس از یک ساعت  $\frac{V}{x-2}$  استخر پر می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{v}{x} + \frac{v}{x-2} &= \frac{v}{\left(\frac{4}{3}\right)} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{4} \\ \Rightarrow \frac{4(x-2)}{4x(x-2)} + \frac{4x}{4x(x-2)} &= \frac{3x(x-2)}{4x(x-2)} \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{x \neq 0, 2} 4x - 8 + 4x = 3x^2 - 6x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 14x + 8 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4(3)(8)}}{2(3)} = \frac{14 \pm 10}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \text{ ق.ق} \\ x_2 = \frac{2}{3} \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

بنابراین شیر  $B$  در چهار ساعت استخر را پر می‌کند.

۸۷ - گزینه ۴ در این گونه مسائل می‌توانیم از فرمول  $t = \frac{a \times b}{a + b}$  استفاده کنیم که در این مسأله  $t$  زمان باز بودن هر دو شیر،  $a$  زمان باز بودن شیر اول و  $b$  زمان باز بودن شیر دوم است. لذا باتوجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$10 = \frac{300b}{300 + b} \Rightarrow 3000 + 100b = 300b \Rightarrow 200b = 3000 \Rightarrow b = \frac{3000}{200} = 15 \text{ دقیقه}$$

۸۸ - گزینه ۴ جواب معادله در خود معادله صدق می کند، پس داریم:

$$\frac{x+1}{x-5} + \frac{ax}{3x+2} = 5 \xrightarrow{x=2} \frac{2+1}{2-5} + \frac{2a}{3 \times 2 + 2} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{3}{-3} + \frac{2a}{8} = 5 \Rightarrow -1 + \frac{a}{4} = 5 \Rightarrow \frac{a}{4} = 6 \Rightarrow a = 24$$

۸۹ - گزینه ۲ ابتدا در سمت چپ معادله، مخرج مشترک می گیریم، سپس طرفین وسطین انجام می دهیم:

$$\frac{(x-1) - (x-2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{1}{x^2 + 3x + 2} \Rightarrow \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$$

طرفین وسطین

$$\rightarrow x^2 - 3x + 2 = x^2 + 3x + 2 \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

جواب قابل قبول است چون در معادله اولیه، باعث صفر شدن هیچ مخرجی نمی شود.

۹۰ - گزینه ۳ معادله موردنظر را می توان اینطور نوشت:

$$\frac{2}{(x-2)(x+2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = \frac{1}{x(x-2)}$$

اگر دو طرف این معادله را در  $x(x-2)(x+2)$  ضرب کنیم. به دست می آید:

$$2x + (x-4)(x-2) = x+2 \rightarrow 2x + x^2 - 6x + 8 = x+2$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = 2, x = 3$$

توجه کنید که جواب  $x = 2$  قابل قبول نیست، زیرا به ازای  $x = 2$  مخرج کسرهای  $\frac{1}{x^2 - 2x}$  و  $\frac{2}{x^2 - 4}$  صفر می شود.

۹۱ - گزینه ۳

$$= x^2 \text{ مساحت مربع}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 \Rightarrow \text{مساحت دایره} = \pi \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} x \right)^2 = \frac{x^2}{2}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت دایره} + \text{مساحت مربع} = \frac{x^2}{2} + x^2 = 6 \Rightarrow \frac{3}{2} x^2 = 6$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = +2$$

$$= 4x = 4 \times 2 = 8 \text{ محیط مربع} \Rightarrow \text{چون } x > 0 \text{ طول حتماً مثبت است.}$$

۹۲ - گزینه ۱

$$\text{مساحت مستطیل کوچک} - \text{مساحت مستطیل بزرگ} = \text{مساحت قسمت رنگی}$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = (2x+1)(4x-1) - (2x-2)(2x+1)$$

$$= 8x^2 + 2x - 1 - (4x^2 - 2x - 2)$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 49 \Rightarrow 4x^2 + 4x - 48 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow (x+4)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

چون طول است، عدد منفی غیر قابل قبول است.

۹۳ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} \text{زمان مربوط به چاپگر قدیمی} &= x \\ \text{زمان مربوط به چاپگر جدید} &= x-1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{\frac{6}{5}} \Rightarrow \frac{x-1+x}{x(x-1)} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow 5x(x-1) = 6(2x-1) \Rightarrow 5x^2 - 5x = 12x - 6 \Rightarrow 5x^2 - 17x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ ق ق} \\ x = \frac{2}{5} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x-1 = 3-1 = 2 \text{ ساعت}$$

۹۴ - گزینه ۴ تمام عبارتها را به طرف چپ می بریم:

$$\frac{1}{x^2-4} = \frac{x}{2-x} + \frac{3-x}{x+2} \Rightarrow \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{-x}{(x-2)} + \frac{-(x+3)}{x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{x}{x-2} + \frac{x-3}{x+2} = 0$$

مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{x(x+2)}{(x-2)(x+2)} + \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\frac{1 + x^2 + 2x + x^2 - 5x + 6}{(x-2)(x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - 3x + 7}{(x-2)(x+2)} = 0$$

حال معادله صورت کسر را حل می‌کنیم:

$$2x^2 - 3x + 7 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2 + bx + c = 0} \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 7 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times (2) \times (7) = 9 - 56 = -47$$

چون  $\Delta$  منفی می‌باشد، پس معادله صورت کسر جواب ندارد و لذا معادله جواب ندارد.

۹۵ - گزینه ۲ عدد مورد نظر را  $x$  فرض می‌کنیم و یک معادله تشکیل می‌دهیم:

$$x + \frac{1}{2x} = \frac{43}{30} \xrightarrow{\times (30x)} 30x^2 + 15 = 43x$$

$$\Rightarrow 30x^2 - 43x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-43)^2 - 4(30)(15) = 1849 - 1800 = 49$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{43 \pm \sqrt{49}}{2 \times (30)} = \frac{43 \pm 7}{60}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{43 + 7}{60} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} \\ x_2 = \frac{43 - 7}{60} = \frac{36}{60} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

۹۶ - گزینه ۲ معادله را با استفاده از طرفین وسطین کردن حل می‌کنیم، داریم:

$$\frac{x-2}{x-4} = \frac{x+1}{x+3} \Rightarrow (x-2)(x+3) = (x+1)(x-4)$$

$$\Rightarrow x^2 + (-2+3)x + (-2) \times (3) = x^2 + (1-4)x + (1) \times (-4)$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = x^2 - 3x - 4$$

$$\Rightarrow x^2 + x - x^2 + 3x - 6 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 4x - 2 = 0 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۹۷ - گزینه ۴ جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا با جای گذاری  $x = -2$  در معادله داریم:

$$\frac{a \times (-2)}{-2-1} + \frac{-2+1}{-2} = a \Rightarrow \frac{-2a}{-3} + \frac{-1}{-2} = a$$

$$\frac{2a}{3} + \frac{1}{2} = a \Rightarrow a - \frac{2}{3}a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

۹۸ - گزینه ۱ کافی است برای حل معادله طرفین وسطین کنیم، داریم:

$$\frac{x-2}{x-3} = \frac{x+1}{x+2} \Rightarrow (x-2)(x+2) = (x+1)(x-3) \Rightarrow x^2 - 4 = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

جواب به دست آمده در معادله صدق می‌کند.

۹۹ - گزینه ۳ جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا داریم:

$$\frac{a}{x} = \frac{x+1}{x+a} \xrightarrow{x=1} \frac{a}{1} = \frac{1+1}{1+a} \Rightarrow a = \frac{2}{a+1}$$

$$\Rightarrow a(a+1) = 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+2=0 \Rightarrow a=-2 \\ a-1=0 \Rightarrow a=1 \end{cases}$$

۱۰۰ - گزینه ۴

$$\frac{x+1}{x-2} + \frac{5}{x+2} = \frac{25}{x^2-4} \Rightarrow \frac{(x+1)(x+2) + 5(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{25}{x^2-4}$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2 + 5x - 10}{x^2 - 4} = \frac{25}{x^2 - 4} \xrightarrow{x \neq \pm 2} x^2 + 8x - 8 = 25$$

$$x^2 + 8x - 33 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-11 \end{cases}$$

با توجه به اینکه هیچ کدام مخرج کسر را صفر نمی‌کنند، پس هر دو قابل قبول هستند.

$$\text{مطلوب سؤال: } |3 - (-11)| = 14$$

@mir\_azmoon10

@mir\_azmoon11

@mir\_azmoon12

# نشانچه بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۱۶ - ۳	۳۱ - ۳	۴۶ - ۳	۶۱ - ۲	۷۶ - ۳	۹۱ - ۳
۲ - ۱	۱۷ - ۱	۳۲ - ۴	۴۷ - ۲	۶۲ - ۲	۷۷ - ۲	۹۲ - ۱
۳ - ۲	۱۸ - ۳	۳۳ - ۲	۴۸ - ۳	۶۳ - ۱	۷۸ - ۳	۹۳ - ۱
۴ - ۴	۱۹ - ۴	۳۴ - ۳	۴۹ - ۲	۶۴ - ۱	۷۹ - ۴	۹۴ - ۴
۵ - ۳	۲۰ - ۴	۳۵ - ۱	۵۰ - ۱	۶۵ - ۲	۸۰ - ۲	۹۵ - ۲
۶ - ۳	۲۱ - ۱	۳۶ - ۲	۵۱ - ۳	۶۶ - ۳	۸۱ - ۴	۹۶ - ۲
۷ - ۲	۲۲ - ۱	۳۷ - ۱	۵۲ - ۴	۶۷ - ۲	۸۲ - ۱	۹۷ - ۴
۸ - ۲	۲۳ - ۲	۳۸ - ۳	۵۳ - ۲	۶۸ - ۴	۸۳ - ۲	۹۸ - ۱
۹ - ۲	۲۴ - ۴	۳۹ - ۳	۵۴ - ۱	۶۹ - ۲	۸۴ - ۲	۹۹ - ۳
۱۰ - ۲	۲۵ - ۳	۴۰ - ۴	۵۵ - ۳	۷۰ - ۱	۸۵ - ۲	۱۰۰ - ۴
۱۱ - ۲	۲۶ - ۲	۴۱ - ۳	۵۶ - ۲	۷۱ - ۲	۸۶ - ۴	
۱۲ - ۳	۲۷ - ۲	۴۲ - ۱	۵۷ - ۲	۷۲ - ۴	۸۷ - ۴	
۱۳ - ۳	۲۸ - ۴	۴۳ - ۲	۵۸ - ۳	۷۳ - ۳	۸۸ - ۴	
۱۴ - ۳	۲۹ - ۳	۴۴ - ۱	۵۹ - ۱	۷۴ - ۳	۸۹ - ۲	
۱۵ - ۲	۳۰ - ۳	۴۵ - ۳	۶۰ - ۴	۷۵ - ۲	۹۰ - ۳	

# نزد ننگه بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت

تکیه بر تقوی و دانش در طریقت کافریت

رهرو گر صد هنر دارد، توکل بایش



مبحث

• ۱۱۰ تست جامع

شامل

• تابع دهم

ویژه

• دهم انسانی

تهیه کننده

• سید رضا میررضوی

تألیفی در مسیر موفقیت

## تابع

۱- اگر  $f = \{(m^2 - 4, 5), (m^2 - 4, m^2 - 11), (\lambda + m, 2)\}$  یک تابع باشد، کدام  $m$  است؟

① فقط ۴+

② فقط -۴

③  $\pm 4$ ④ هیچ مقداری برای  $m$  وجود ندارد.

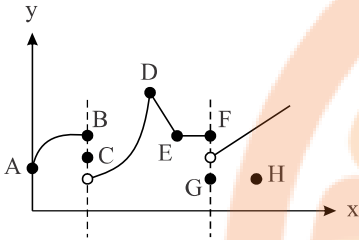
۲- با حذف کدام نقاط از نمودار زیر، نمودار یک تابع ایجاد می‌شود؟

① E, D, C, B

② G, F, B, A

③ F, C, B

④ H, G, B



۳- اگر  $f = \{(5, a^2 - 1), (a, 3), (5, 48), (7, 2)\}$  یک تابع باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

① ۷

② -۷

③ ۲۵

④ -۲۵

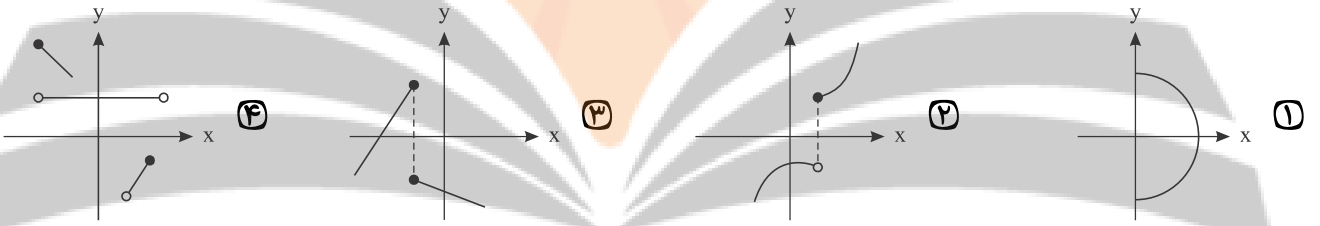
۴- کدام یک از نمودارهای زیر تابع است؟

①

②

③

④



۵- اگر زوج مرتب‌های  $(x - 4, 5 - x)$  و  $(x + 4, -7)$  با یکدیگر برابر باشند، در این صورت  $x + y$  کدام است؟

① صفر

② ۲۴

③ -۱۲

④ ۳۲

۶- یک رابطه از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  یک تابع نامیده می‌شود، هر گاه .....

① هر عضو مجموعه  $A$  به دو عضو مجموعه  $B$  نظیر شده باشد.② متناظر با هر عضو از مجموعه  $A$  دقیقاً یک عضو از مجموعه  $B$  را بتوان نظیر یا مربوط کرد.③ متناظر با هر عضو از مجموعه  $A$  حداقل یک عضو از مجموعه  $B$  را بتوان نظیر کرد.④ هر رابطه بین دو مجموعه  $A$  و  $B$  یک تابع است و شرط خاصی بین اعضای دو مجموعه وجود نخواهد داشت.

۷- اگر رابطه  $R = \{(x - y, 6 - 2y), (5 - x, x + y)\}$  تک عضوی باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

①  $\frac{x}{y} = 3$ ②  $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ ③  $\frac{x}{y} = 2$ ④  $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ 

۸- چه تعداد از رابطه‌های زیر تابع است؟

الف) رابطه‌ای که در آن به هر شخص، کد ملی او نسبت داده می‌شود.

ب) رابطه‌ای که در آن به هر شخص، مادر او نسبت داده می‌شود.

پ) رابطه‌ای که در آن به هر شخص، برادر او نسبت داده می‌شود.

ت) رابطه‌ای که در آن به طول ضلع مربع، مساحت آن مربع نسبت داده می‌شود.

① ۱

② ۲

③ ۳

④ ۴

۹- اگر  $A$  مجموعه‌ای ۳ عضوی و  $B$  مجموعه‌ای ۲ عضوی فرض شود، چند تابع مختلف از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  قابل تعریف است؟

① ۳

② ۴

③ ۸

④ ۹



۱۰- وزن مطلوب از رابطه «توان دوم یا مربع قد بر حسب متر»  $\times$  نامتوب = وزن مطلوب بر حسب کیلوگرم» به دست می آید. در این رابطه، متغیر مستقل و متغیر وابسته کدام است؟

- ① متغیر مستقل: طول قد / متغیر وابسته: وزن مطلوب  
 ② متغیر مستقل: نامتوب / متغیر وابسته: وزن مطلوب  
 ③ متغیر مستقل: طول قد و نامتوب / متغیر وابسته: وزن مطلوب  
 ④ متغیر مستقل: طول قد و وزن مطلوب / متغیر وابسته: نامتوب

۱۱- اگر  $f(x) = |x^2 - 1|$  و  $g(x) = \sqrt{2 + \frac{x}{2}}$  باشد، آنگاه حاصل  $\frac{f(\frac{\sqrt{2}}{2}) - g(\frac{1}{2})}{1 + 2f(0)}$  کدام است؟

- ①  $-\frac{1}{3}$       ② ۱      ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$

۱۲- اگر متغیرهای وابسته در رابطه  $y = 5x - 2$  اعضای مجموعه  $\{3, -2, -12, 8\}$  باشند، متغیرهای مستقل عضو کدام مجموعه هستند؟

- ①  $\{-1, 2, 1, 0\}$       ②  $\{3, -2, 2, 0\}$       ③  $\{2, 0, -2, 1\}$       ④  $\{1, -1, 0, -2\}$

۱۳- چند مورد از روابط زیر، تابع هستند؟

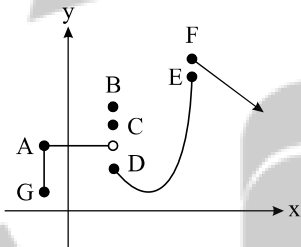
- الف) رابطه‌ای که به هر فرد، وزنش را بر حسب کیلوگرم نسبت می‌دهد.  
 ب) رابطه‌ای که امروزه به هر مسلمان، نام قبله او را نسبت می‌دهد.  
 پ) رابطه‌ای که به هر دایره، اندازه مساحتش را نسبت می‌دهد.  
 ت) رابطه‌ای که به هر فرد، اندازه نامتوب ( $BMI$ ) را نسبت می‌دهد.

- ① ۴      ② ۳      ③ ۲      ④ ۱

۱۴- مجموعه  $A$  دارای ۴ عضو و مجموعه  $B$  دارای ۲ عضو است. چند تابع مختلف از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  می‌توان ساخت؟

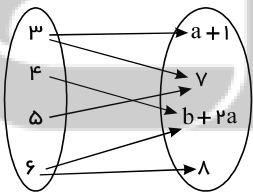
- ① ۸      ② ۱۰      ③ ۱۲      ④ ۱۶

۱۵- با حذف حداقل چند نقطه، نمودار مقابل، یک تابع خواهد شد؟



- ① دو نقطه  
 ② سه نقطه  
 ③ پنج نقطه  
 ④ بی‌شمار نقطه

۱۶- نمودار پیکانی زیر نمایش یک تابع است. مقدار  $a + b$  کدام است؟



- ① ۲      ② ۳      ③ ۴      ④ ۸      ⑤ ۱۰

۱۷- در تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 8x + 7}$ ، مقدار  $f(2 - \sqrt{3})$  کدام است؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۶

۱۸- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 7}$  باشد،  $f(4) - f(2\sqrt{2})$  کدام است؟

- ① ۱      ②  $\sqrt{2}$       ③ ۲      ④ ۳

۱۹- اگر  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1}$ ، آنگاه  $f(2x + 1) + \frac{1}{3}f(0)$  کدام است؟

- ①  $\frac{1}{x^2 + x}$       ②  $\frac{1}{x^2 - x}$       ③  $\frac{2}{x^2 + x}$       ④  $\frac{2}{x^2 - x}$

۲۰- اگر  $f(x) = \frac{-2x^2 + 5x}{x - 2}$  باشد،  $f(1 - \sqrt{2})$  کدام است؟

- ① ۱      ②  $\sqrt{2}$       ③ ۲      ④  $1 + \sqrt{2}$

۲۱- اگر  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + |2x|$  باشد،  $f(2\sqrt{2} - 3)$  کدام است؟

- ①  $-\frac{1}{3}$       ②  $-\frac{2}{3}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{2}{3}$

۲۲- اگر  $f(x) = (2 - x)|x| + x + \sqrt{2}$  مقدار  $f(1 - \sqrt{2})$  کدام است؟

- ① ۱      ② ۲      ③  $1 + \sqrt{2}$       ④  $2\sqrt{2}$

۲۳- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 10}$  باشد،  $f(3 + 2\sqrt{6})$  کدام است؟

- ① ۴      ② ۵      ③  $2 + \sqrt{6}$       ④ ۶

۲۴- اگر  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + |x|$  باشد،  $f(2 - \sqrt{5})$  کدام است؟

- ① ۰٫۲۵      ② ۰٫۵      ③ ۰٫۷۵      ④ ۱٫۲۵

۲۵- در تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  حاصل  $f(1 + \sqrt{2}) - f(2)$  کدام است؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

۲۶- ضابطه‌ی تابع مربوط به جدول زیر کدام است؟

$x$	-۱	۰	۱	۲
$y$	-۵	-۲	۱	۴

- ①  $y = x - 4$       ②  $y = 3x + 1$       ③  $y = 3x - 2$       ④  $y = x^2 - 6$

۲۷- اگر  $f(x) = ax^2 + 2x - 3a$  و  $f(3) = -6$  باشد، حاصل  $f(2) - f(1)$  کدام است؟

- ① -۴      ② -۲      ③ ۲      ④ ۴

۲۸- اگر  $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$  و مجموعه ورودی‌های تابع  $\{-2, -3, 0, 2, 3\}$  باشد، برد تابع چند عضو متمایز دارد؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۵

۲۹- اگر  $f: A \rightarrow B$  و  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  باشد، برد تابع  $f$  چند عضو متمایز دارد؟

- ① ۵      ② ۴      ③ ۳      ④ ۲

۳۰- جدول زیر معرف یک تابع است که آن را با یک ضابطه می‌توان نشان داد. مقدار  $a$  کدام است؟

$x$	۱	۲	۳	۴	۵
$f(x)$	۲	۵	۱۰	$a$	۲۶

- ① ۱۷      ② ۱۵      ③ ۱۴      ④ ۱۱

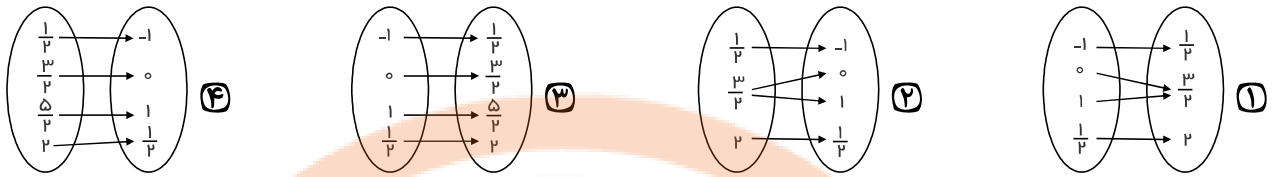
۳۱- مجموعه برد تابع  $f: A \rightarrow B$  وقتی  $A = \{-1, 2, 1, 3\}$  باشد، کدام است؟

- ①  $\{1, \sqrt{3} + 1, 2\sqrt{2} + 1\}$       ②  $\{1, \sqrt{3} + 1, \sqrt{2} + 1\}$       ③  $\{1, 2\sqrt{3} + 1, \sqrt{2} + 1\}$       ④  $\{1, 2\sqrt{3} + 1, 2\sqrt{2} + 1\}$

۳۲- دامنه و برد تابع  $f: R \rightarrow R$  کدام است؟

- ①  $D_f = R, R_f = R$       ②  $D_f = R, R_f = \{5\}$       ③  $D_f = \{5\}, R_f = R$       ④  $D_f = \{5\}, R_f = \{5\}$

۳۳- در رابطه تابع  $y = 2x + 3$  چنانچه متغیرهای  $x$  از مجموعه  $A = \left\{-1, 0, 1, \frac{1}{2}\right\}$  انتخاب گردند، کدام نمودار بیکانی صحیح می‌باشد؟



۳۴- کدام توصیف کلامی، برای ضابطه تابع  $f(x) = \frac{x^2}{3} - \sqrt{x}$  ( $x \in N$ ) مناسب است؟

- ① تابع  $f$  به هر عدد طبیعی، نصف مکعب آن عدد، منهای مجذورش را نسبت می‌دهد. ② تابع  $f$  به هر عدد طبیعی، ثلث مکعب آن عدد، منهای جذرش را نسبت می‌دهد.  
 ③ تابع  $f$  به هر عدد طبیعی، ثلث مربع آن عدد، منهای مجذورش را نسبت می‌دهد. ④ تابع  $f$  به هر عدد طبیعی، ثلث مربع آن عدد، منهای جذرش را نسبت می‌دهد.

۳۵- برد تابع  $f: A \rightarrow B$  به ازای  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$  شامل چند عدد طبیعی است؟

- ① ۳ ② ۶ ③ ۴ ④ ۲

۳۶- در تابع  $y = \frac{3x}{x+1}$ ،  $y$  متغیر ..... و مجموعه مقدرهایی که می‌تواند اختیار کند ..... است و  $x$  متغیر ..... و مجموعه مقادیری که می‌تواند داشته باشد ..... است.

- ① مستقل - برد - وابسته - دامنه ② وابسته - دامنه - مستقل - برد ③ مستقل - دامنه - وابسته - برد ④ وابسته - برد - مستقل - دامنه

۳۷- یک شرکت برای تولید  $x$  کالا،  $C(x) = 2000 + 40x$  تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۱۲۰ تومان می‌فروشد، به ازای تولید چه تعداد کالا به نقطه سر به سر خود می‌رسد؟

- ① ۱۰ ② ۱۵ ③ ۲۵ ④ ۴۰

۳۸- نمایش تابع  $f: \{-2, 6\} \rightarrow \mathbb{R}$  به صورت زوج مرتبی، در کدام گزینه آمده است؟

- ①  $\left\{\left(6, \frac{1}{4}\right), \left(-2, \frac{1}{4}\right)\right\}$  ②  $\left\{\left(-2, \frac{1}{4}\right), \left(6, \frac{1}{4}\right)\right\}$  ③  $\left\{\left(\frac{1}{4}, -2\right), \left(\frac{1}{4}, 6\right)\right\}$  ④  $\left\{\left(-2, -\frac{1}{4}\right), \left(6, -\frac{1}{4}\right)\right\}$

۳۹- از مجموعه  $A$  که شامل  $n$  عضو است، به مجموعه  $B$ ، ۲۵۶ تابع قابل تعریف است. تعداد اعضای مجموعه  $A$  کدام است؟

- ① ۸ ② ۵ ③ ۴ ④ ۶

۴۰- تابع  $f$  به هر عدد حقیقی نامنفی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای جذر آن را نسبت می‌دهد، تابع  $f$  کدام است؟

- ①  $f: \{x \geq 0\} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = 2\sqrt[3]{x} - x^2$  ②  $f: \{x \geq 0\} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = (2x)^3 - \sqrt{x}$  ③  $f: \{x \geq 0\} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \sqrt[3]{2x} - x^2$  ④  $f: \{x \geq 0\} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = 2x^3 - \sqrt{x}$

۴۱- رابطه بین درجه دما برحسب سانتی‌گراد ( $C$ ) و فارنهایت ( $F$ ) به صورت  $F = \frac{9}{5}C + 32$  است. دمای یک جسم ۲۰ درجه سانتی‌گراد کاهش یافته است. دما برحسب فارنهایت چگونه تغییر می‌کند؟

- ① ۲۰ درجه افزایش یافته است. ② ۲۰ درجه کاهش یافته است. ③ ۳۶ درجه افزایش یافته است. ④ ۳۶ درجه کاهش یافته است.

۴۲- طول یک مستطیل ۵ واحد بیشتر از عرض آن است. ضابطه تابعی که محیط این مستطیل را برحسب عرض آن بیان می‌کند، کدام است؟ ( $y$  عرض مستطیل و  $p$  محیط آن است.)

- ①  $p = 4y - 10$  ②  $p = 4y + 10$  ③  $p = 2y + 5$  ④  $p = 2y - 5$

۴۳- تابع  $f$  به هر عدد طبیعی، جذر سه برابر آن عدد، منهای چهار را نسبت می‌دهد. ضابطه این تابع کدام است؟

- ①  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = 3x^2 - 4$  ②  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = (3x)^2 - 4$  ③  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \sqrt{3x} - 4$  ④  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \sqrt{3x - 4}$

۴۴- با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، مقدار  $a + b$  کدام است؟

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = -\sqrt{x+1} + 2 \end{cases} \text{ و } A = \{0, 3, 8, 15\}, \quad R_f = \{1, a, b, -2\}$$

- ۹ (۱)      -۱ (۲)      -۹ (۳)      ۱ (۴)

۴۵- تابع  $f$  به هر عدد حقیقی از ۳ برابر مجذور همان عدد ۲ واحد کم تر را نسبت می دهد، در این صورت  $f(-2) + f(1)$  کدام است؟

- ۹ (۱)      ۵ (۲)      ۱۱ (۳)       $3 - 3\sqrt{2}$  (۴)

۴۶- تابع  $f$  به هر عدد حقیقی بزرگتر از صفر، مجموع مربع و دو برابر آن عدد را نسبت می دهد. این تابع به چه عددی، ۳ را نسبت می دهد؟

- ۳ (۱)      ۱ (۲)      ۳ (۳)      ۱۵ (۴)

۴۷- دامنه‌ی تابع  $f(x) = \sqrt{2-3x}$  کدام است؟

- $x \leq \frac{2}{3}$  (۱)       $x \geq \frac{2}{3}$  (۲)       $x \geq \frac{3}{2}$  (۳)       $x \leq \frac{3}{2}$  (۴)

۴۸- دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2} + 3x^4 - 3$  کدام است؟

- $\mathbb{R} - \{-2, -1, 1\}$  (۱)       $\mathbb{R}$  (۲)       $\mathbb{R} - \{2\}$  (۳)       $\mathbb{R} - \{-2\}$  (۴)

۴۹- اگر مجموعه‌ی  $\{-1, 8, 5\}$  برد تابع  $f(x) = \frac{2x}{x-3}$  باشد، دامنه‌ی این تابع کدام است؟

- $\{-1, 4, 10\}$  (۱)       $\{1, -4, 10\}$  (۲)       $\{-1, -4, -5\}$  (۳)       $\{1, 4, 5\}$  (۴)

۵۰- دامنه‌ی تابع  $f(x) = \sqrt{x-3} - \frac{x-1}{x^2+2x}$  کدام است؟

- $R - \{-5, -2, 0\}$  (۱)       $\{x | x \geq -5\} - \{0, -2\}$  (۲)       $x \geq 3$  (۳)       $x > -5$  (۴)

۵۱- کدام مقدار در دامنه‌ی تابع  $y = \sqrt{-3x-4}$  قرار ندارد؟

- ۳ (۱)      -۲ (۲)      -۱ (۳)      -۵ (۴)

۵۲- برد تابع  $f(x) = \frac{x-1}{x}$  اگر  $A = \{\frac{1}{2}, 1, -1, 2\}$  باشد، کدام است؟

- $\{0, \frac{1}{2}, 1, 2\}$  (۱)       $\{\frac{1}{2}, 1, 2\}$  (۲)       $\{-1, 0, 2, \frac{1}{2}\}$  (۳)       $\{-1, 0, 2, -\frac{1}{2}\}$  (۴)

۵۳- دامنه و برد تابع زیر را به ترتیب با  $D_f$  و  $R_f$  نمایش داده ایم، کدام گزینه صحیح است؟

$R_f = \{-3 \leq y < 2\}$  و  $D_f = \{-1 < x \leq 3\}$  (۱)

$R_f = \{-3 < y \leq 2\}$  و  $D_f = \{-1 \leq x < 3\}$  (۲)

$R_f = \{-1 < y \leq 3\}$  و  $D_f = \{-3 \leq x < 2\}$  (۳)

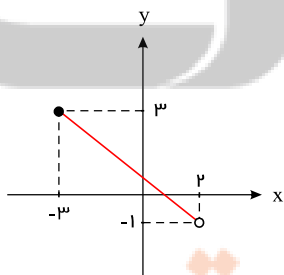
$R_f = \{-1 \leq y \leq 3\}$  و  $D_f = \{-3 \leq x \leq 2\}$  (۴)

۵۴- تابع  $f$  به هر عدد حقیقی، سه برابر مکعب همان عدد، به علاوه نصف آن عدد را نسبت می دهد، ضابطه تابع  $f$  کدام است؟

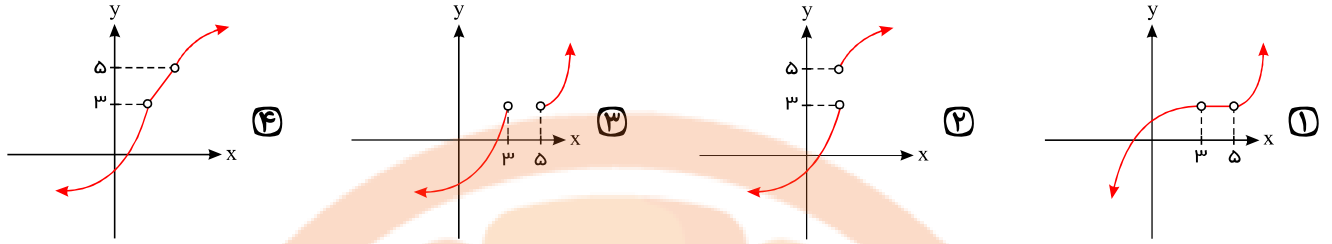
- $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^3 + \frac{x}{2} \end{cases}$  (۱)       $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x^3 + \frac{x}{2} \end{cases}$  (۲)       $\begin{cases} f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x \end{cases}$  (۳)       $\begin{cases} f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x^3 + \frac{x}{2} \end{cases}$  (۴)

۵۵- برد تابع  $f(x) = 5$  و  $A = \mathbb{R}$  کدام است؟

- $\mathbb{R}$  (۱)       $\{5\}$  (۲)       $\mathbb{R} - \{5\}$  (۳)       $\mathbb{N}$  (۴)



۵۶- دامنه و برد کدام تابع به ترتیب برابر با  $\mathbb{R} - \{3, 5\}$  و  $\mathbb{R}$  می باشد؟



۵۷- هزینه ثابت تولید کالا  $x$  ۴۰۰ دلار و درآمد حاصل از فروش هر واحد کالا ۱۲ دلار است. این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا تولید کند تا سوددهی آغاز گردد؟

- ۱) ۵۱      ۲) ۳۳      ۳) ۵۰      ۴) ۳۴

۵۸- اگر  $f(x) = 4x + 2 - 3f(0)$  باشد، مقدار  $f(1)$  کدام است؟

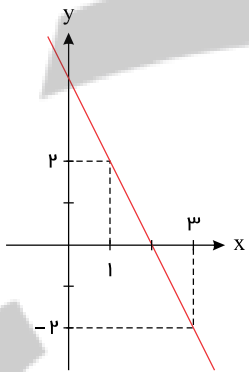
- ۱) ۵٫۵      ۲) ۵      ۳) ۴٫۵      ۴) صفر

۵۹- شیب نمودار تابعی خطی که از دو نقطه  $A(0, 2)$  و  $B(-1, 3)$  می گذرد، کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) -۱      ۳)  $\frac{1}{3}$       ۴)  $-\frac{1}{3}$

۶۰- نمودار تابع خطی  $f(x) = (3k - 1)x + b$  از نقطه  $(3, -2)$  عبور کرده و محور  $x$  ها را در نقطه‌ای به طول ۵ قطع می کند. مقدار  $3k + b$  کدام است؟

- ۱) ۳      ۲) -۲      ۳) -۳      ۴) ۷



۶۱- نمودار تابع خطی  $f(x)$  به صورت شکل زیر می باشد. ضابطه‌ی تابع آن کدام است؟

- ۱)  $f(x) = 2x - 4$   
 ۲)  $f(x) = -2x + 4$   
 ۳)  $f(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{10}{3}$   
 ۴)  $f(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$

۶۲- اگر موجودی شخصی در بانک ۶۰۰۰ تومان باشد و در هر ماه مبلغ ۵۰۰ تومان به موجودی او اضافه گردد، موجودی حساب او پس از  $n$  ماه از کدام معادله تبعیت می کند؟ ( $y$ : موجودی حساب)

- ۱)  $y = 6000n + 500$       ۲)  $y = -6000n + 500$       ۳)  $y = 500n + 6000$       ۴)  $y = -500n + 6000$

۶۳- در یک تابع خطی  $f(-1) = 1$  و  $f(3) = 3$  است. تابع خطی مورد نظر محور  $y$  ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می کند؟

- ۱)  $\frac{2}{3}$       ۲)  $\frac{3}{2}$       ۳)  $-\frac{2}{3}$       ۴)  $-\frac{1}{2}$

۶۴- اگر تابع  $f(x)$  از مبدأ مختصات و نقطه‌ی  $(2, 1)$  بگذرد، طول نقطه‌ی تلاقی خط مورد نظر با خط  $y = 2x - 5$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{10}{3}$       ۲)  $-\frac{10}{3}$       ۳)  $\frac{1}{2}$       ۴)  $-\frac{1}{2}$

۶۵- قیمت بلیط سینما برای هر نفر ۵ هزار تومان است. اگر  $n$  تعداد نفراتی باشد که از این فیلم دیدن می کنند، کدام تابع درآمد حاصل از فروش فیلم بر حسب تومان است؟ (درآمد را با  $y$  نشان می دهیم)

- ۱)  $y = 5n$       ۲)  $y = 5000n$       ۳)  $y = 5000^n$       ۴)  $y = 5^n$

۶۶- رابطه بین درجه دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت  $F = \frac{9}{5}C + 32$  است. هنگامی که دمای یک جسم برحسب درجه سانتی‌گراد دو برابر می‌شود، دمای آن برحسب فارنهایت ۲۷ درجه افزایش پیدا می‌کند. دمای اولیه جسم برحسب سانتی‌گراد کدام است؟

- ۱) ۵      ۲) ۱۰      ۳) ۱۵      ۴) ۲۰

۶۷- یک شرکت برای تولید  $x$  واحد کالا  $C(x) = 2000 + 30x$  تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۶۰ تومان می‌فروشد. چه تعداد کالا بفروشد تا ۱۰۰۰ تومان سود داشته باشد؟

- ۱) ۵۰      ۲) ۸۰      ۳) ۱۰۰      ۴) ۱۲۰

۶۸- فرض کنید جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ برابر ۸۵۰۰۰۰ نفر و در سال ۱۳۹۵ برابر ۱۰۳۰۰۰۰ نفر بوده است. در این صورت اگر الگوی خطی را برای رشد جمعیت این شهر در نظر بگیریم، در این صورت در سال ۱۴۲۰ جمعیت این شهر کدام است؟

- ۱) ۱۲۱۰۰۰۰      ۲) ۱۴۸۰۰۰۰      ۳) ۱۵۴۰۰۰۰      ۴) ۱۳۰۰۰۰۰

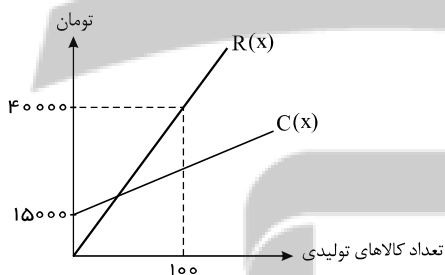
۶۹- رابطه بین عمق و دمای سنگ‌ها در زیر زمین از ضابطه  $y = 55x - 35$  به دست می‌آید که  $x$  معرف عمق (برحسب کیلومتر) و  $y$  معرف دما (برحسب سانتی‌گراد) است. دمای سنگ‌ها در عمق ۸ کیلومتری چند برابر دمای سنگ‌ها در عمق ۴ کیلومتری است؟

- ۱) ۲      ۲)  $\frac{81}{37}$       ۳)  $\frac{81}{44}$       ۴)  $\frac{81}{67}$

۷۰- چند تابع خطی می‌توان رسم کرد که دامنه آن‌ها برابر  $D = \{x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 6\}$  بوده و همگی آن‌ها از نقطه  $A \left( -1, \frac{2}{-1} \right)$  عبور کنند؟

- ۱) یک      ۲) دو      ۳) سه      ۴) بی‌شمار

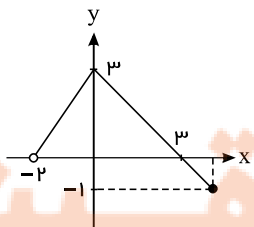
۷۱- نمودار هزینه تولید و درآمد حاصل از فروش کالاهای یک شرکت دانش‌بنیان به صورت زیر است. اگر سود حاصل از فروش ۸۰ کالا برابر با ۹۰۰۰ تومان باشد، این شرکت حداقل چند کالا باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟



- ۱) ۵۰      ۲) ۴۰      ۳) ۶۰      ۴) ۳۰

۷۲- رابطه بین دما برحسب درجه سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت  $F = \frac{9}{5}C + 32$  می‌باشد. دمای یک جسم ۱۰ درجه سانتی‌گراد کاهش یافته است. دمای آن برحسب فارنهایت چقدر کاهش می‌یابد؟ ( $C$ ، دما برحسب درجه سانتی‌گراد و  $F$  دما برحسب فارنهایت است.)

- ۱) ۱۰      ۲) ۱۸      ۳) ۲۰      ۴) ۲۸



۷۳- دامنه نمودار تابع مقابل کدام است؟

- ۱)  $D_f = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leq x \leq 3\}$   
 ۲)  $D_f = \{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 3\}$   
 ۳)  $D_f = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x \leq 3\}$   
 ۴)  $D_f = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x \leq 3\}$

۷۴- ضابطه تابع محیط مستطیلی‌هایی را که طول آن‌ها از دو برابر عرض آن‌ها یک واحد کمتر است، برحسب طول آن‌ها کدام است؟

- ۱)  $P(x) = 3x - 1$       ۲)  $P(x) = 6x - 2$       ۳)  $P(x) = 3x + 1$       ۴)  $P(x) = 6x + 2$

۷۵- اگر نمودار تابع خطی  $f(x) = (2n + 1)x + 4 + 2n$  از مبدأ مختصات بگذرد، در این صورت نمودار این تابع از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- ۱)  $(-2, -10)$       ۲)  $(2, -10)$       ۳)  $(-1, 3)$       ۴)  $(1, 5)$

۷۶- اگر شیب خط گذرنده از دو نقطه  $A(3a-1, 2)$  و  $B(a, a+2)$  برابر  $-4$  باشد،  $a$  کدام است؟

- ①  $-\frac{4}{7}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{4}{7}$       ④  $\frac{1}{2}$

۷۷- اگر خط  $x=2$  محور تقارن تابع درجه دوم  $f(x) = 10x^2 - 4kx - 3$  باشد، در این صورت کدام نقطه روی نمودار تابع  $f(x)$  قرار دارد؟

- ①  $(1, -33)$       ②  $(-1, 33)$       ③  $(1, -22)$       ④  $(-1, 22)$

۷۸- بیشترین مقدار سهمی  $y = -4x^2 + 2x + \frac{3}{4}$  کدام است؟

- ①  $1$       ②  $\frac{3}{4}$       ③  $2$       ④  $\frac{5}{4}$

۷۹- اگر مختصات رأس سهمی  $y = -x^2 + 4x + 5$  نقطه  $(a, b)$  باشد، در این صورت  $a+b$  کدام است؟

- ①  $7$       ②  $-7$       ③  $11$       ④  $-11$

۸۰- اگر تابع درآمد به صورت  $R(x) = -\frac{1}{6}x^2 + 25x$  و تابع هزینه به صورت  $C(x) = 15x + 30$  باشد، ماکسیمم مقدار سود کدام است؟

- ①  $86$       ②  $104$       ③  $120$       ④  $178$

۸۱- تابع درآمد یک شرکت  $R(x) = 28x - x^2$  و تابع هزینه آن  $C(x) = 30 + 8x$  است که  $x$  تعداد کالا بوده و  $R$  و  $C$  برحسب میلیون تومان می باشند. بیشترین مقدار سود شرکت چند میلیون تومان است؟

- ①  $60$       ②  $70$       ③  $85$       ④  $90$

۸۲- اگر تابع درآمد به صورت  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$  و تابع هزینه  $y = 16x + 55$  باشد، ماکسیمم مقدار سود، کدام است؟

- ①  $45$       ②  $48$       ③  $53$       ④  $57$

۸۳- نمودار تابع  $y = x^2 - 4x + 7$  به کدام صورت است؟



۸۴- اختلاف عرض رأس‌های دو سهمی  $y = x^2 - 6x + 7$  و  $y = x^2 + 4x - 5$  کدام است؟

- ①  $1$       ②  $3$       ③  $5$       ④  $7$

۸۵- طول رأس سهمی  $y = \frac{4}{9}x^2 + 2x + \frac{2}{3}$  کدام است؟

- ①  $\frac{3}{4}$       ②  $-\frac{7}{2}$       ③  $\frac{8}{5}$       ④  $-\frac{9}{4}$

۸۶- نمودار سهمی به معادله  $y = -2x^2 + 4x - 3$  در کدام نواحی محورهای مختصات است؟

- ① اول و دوم      ② اول، سوم و چهارم      ③ اول، دوم و سوم      ④ سوم و چهارم

۸۷- محیط مستطیل  $32$  واحد است. اگر مساحت مستطیل ماکسیمم مقدار باشد، عرض مستطیل کدام است؟

- ①  $4$       ②  $8$       ③  $6$       ④  $10$

۸۸- حداقل مقدار تابع  $y = x^2 - 2x + 5$  و حداکثر مقدار تابع  $y = -2x^2 + 3x + 1$  چقدر اختلاف دارند؟

- ①  $-\frac{19}{8}$       ②  $\frac{15}{8}$       ③  $\frac{17}{8}$       ④  $\frac{51}{8}$

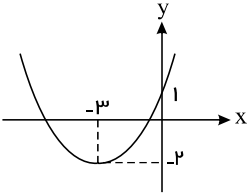
۸۹- رأس سهمی به معادله  $y = -x^2 + kx - 1$  بر روی خط به معادله  $x = \frac{3}{2}$  قرار دارد. این سهمی از کدام نقطه می‌گذرد؟

- (۱)  $(-2, -11)$       (۲)  $(2, 7)$       (۳)  $(1, 3)$       (۴)  $(1, -3)$

۹۰- نقطه  $A$  رأس کدام یک از سهمی‌های زیر می‌باشد؟

- (۱)  $y = (x-1)^2 + 3$       (۲)  $y = -2(x-3)^2 + 1$       (۳)  $y = (2x-3)^2 - 2$       (۴)  $y = -2(2x-1)^2 + 3$

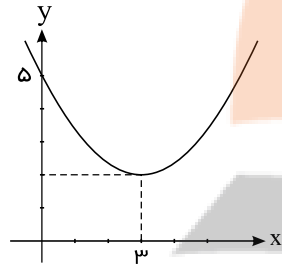
۹۱- ضابطه تابع درجه دوم شکل زیر کدام است؟



- (۱)  $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$       (۲)  $y = x^2 + 6x + 1$

- (۳)  $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 1$       (۴)  $y = x^2 + 4x + 1$

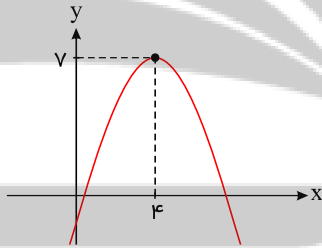
۹۲- ضابطه نمودار سهمی شکل زیر کدام است؟



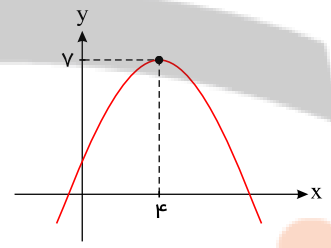
- (۱)  $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 + 2$       (۲)  $y = \frac{1}{3}(x+3)^2 + 2$

- (۳)  $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 2$       (۴)  $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$

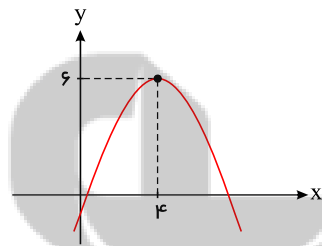
۹۳- نمودار تابع  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1$  کدام است؟



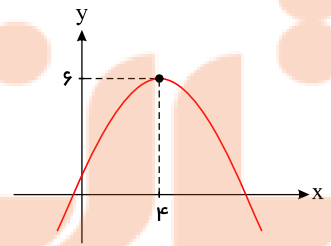
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

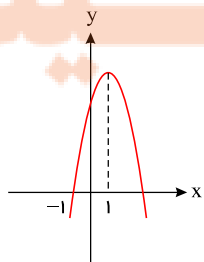
۹۴- اگر  $2x + 3y = 24$  باشد، ماکسیمم (حداکثر) مقدار  $6xy$  کدام است؟

- (۱) ۱۴۴      (۲) ۱۸۰      (۳) ۲۲۰      (۴) ۲۴۰

۹۵- اگر کم‌ترین مقدار تابع  $f(x) = x^2 - 2x + k$  برابر ۳ باشد، بیش‌ترین مقدار تابع  $g(x) = -x^2 - 2x + k$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۵      (۳) ۸      (۴) ۱۲

۹۶- شکل زیر نمودار تابع  $y = -2x^2 + bx + c$  است. مقدار  $c$  کدام است؟



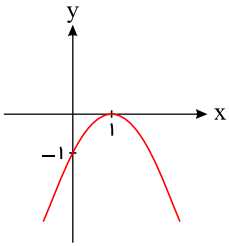
- (۱) ۴      (۲) ۳

- (۳) ۶      (۴) ۵



۹۷- نمودار تابع خطی  $f(x) = ax + b$  از نقاط  $A(1, -1)$  و  $B(-1, 1)$  می‌گذرد. در این صورت مقدار  $3b - 2a$  کدام است؟

- ۱) ۵      ۲) -۳      ۳) -۲      ۴) ۲



۹۸- با توجه به نمودار سهمی مقابل، ضابطه آن کدام است؟

- ۱)  $f(x) = -x^2 + 2x + 1$   
 ۲)  $f(x) = x^2 + 2x - 1$   
 ۳)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$   
 ۴)  $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

۹۹- نمودار تابع درجه دوم  $f(x) = -ax^2 + 2bx - c$  در نقطه‌ای به طول ۲- دارای بیشترین مقدار ۱- است. اگر نمودار این تابع، نمودار سهمی به معادله  $g(x) = x^2 - 3$  را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{9}$       ۲)  $-\frac{2}{9}$       ۳)  $\frac{2}{9}$       ۴)  $-\frac{1}{9}$

۱۰۰- نقطه  $S(-2, 3)$  مختصات رأس سهمی به معادله  $y = 2(x + a)^2 + b$  است. در این صورت  $a + b$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) -۱      ۳) ۴      ۴) ۵

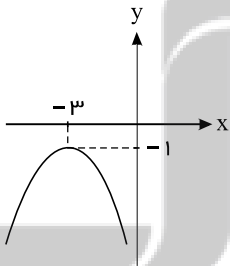
۱۰۱- در یک شرکت اگر معادله تقاضا به صورت  $P - 6x = 180$  باشد، برای به دست آوردن بیشترین درآمد، کالا باید با چه قیمتی به فروش برسد؟ (تعداد کالا و  $P$  قیمت کالا بر حسب تومان است.)

- ۱) ۵      ۲) ۱۰      ۳) ۱۲      ۴) ۱۵

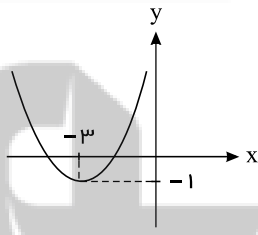
۱۰۲- اگر محور تقارن سهمی  $y = 4x^2 - (k + 1)x - c$  خط  $x = -1$  باشد و سهمی محور  $y$  ها را در نقطه‌ای به عرض ۳- قطع کند، کمترین مقدار سهمی کدام است؟

- ۱) -۵      ۲) -۷      ۳) -۱      ۴) -۱۵

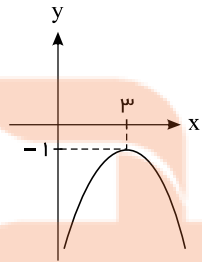
۱۰۳- نمودار سهمی مربوط به ضابطه  $y = (x + 3)^2 - 1$  کدام است؟



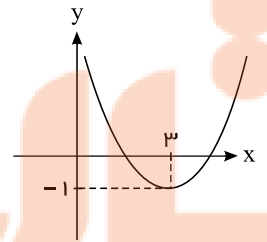
۴



۳



۲



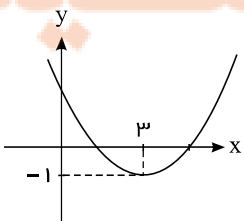
۱

۱۰۴- یک شرکت تولیدی، برای هر کالای تولیدی روزانه خود قیمتی به مبلغ  $x - 1500$  تومان در نظر گرفته است که  $x$  تعداد کالای تولیدی در روز می‌باشد. اگر هزینه ثابت روزانه ۳۰۰۰۰ تومان باشد و همچنین به ازای تولید هر کالا ۳۰۰ تومان هزینه کند، تابع سود شرکت بر حسب تعداد تولید روزانه کالا کدام است؟

- ۱)  $P(x) = -x^2 + 1800x + 30000$       ۲)  $P(x) = x^2 + 1200x + 30000$   
 ۳)  $P(x) = -x^2 + 1200x - 30000$       ۴)  $P(x) = -x^2 + 1500x - 30000$

۱۰۵- نمودار زیر، مربوط به تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + 2$  است. مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{3}$       ۲)  $\frac{1}{4}$       ۳)  $\frac{5}{4}$       ۴)  $\frac{2}{3}$



۱۰۶- معادله محور تقارن سهمی  $y = 4x^2 - 2x - 3$  کدام است؟

①  $x = -\frac{1}{4}$

②  $x = \frac{1}{4}$

③  $y = -\frac{13}{4}$

④  $y = \frac{13}{4}$

۱۰۷- اگر مختصات رأس سهمی  $y = ax^2 + bx - 1$  نقطه  $(3, 8)$  باشد، کدام  $ab$  است؟

①  $-6$

②  $6$

③  $-\frac{2}{3}$

④  $\frac{2}{3}$

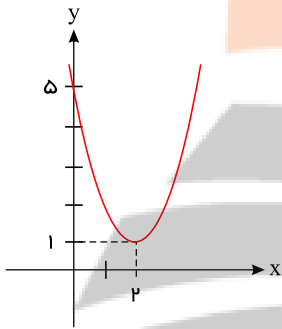
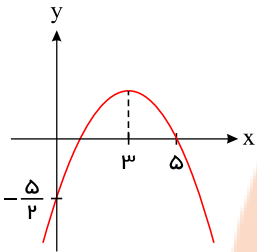
۱۰۸- با توجه به نمودار شکل زیر، معادله سهمی کدام است؟

①  $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$

②  $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$

③  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$

④  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$



۱۰۹- ضابطه سهمی روبه‌رو کدام است؟

①  $y = x^2 - 2x + 5$

②  $y = 2x^2 + x + 5$

③  $y = x^2 - 4x + 5$

④  $y = 2x^2 - x + 5$

۱۱۰- در یک شرکت تولیدی، تابع درآمد به صورت  $y = \frac{-1}{2}x^2 + 30x$  و تابع هزینه به صورت  $y = 18x + 10$  می‌باشد. بیشترین سود شرکت

چقدر است؟

① ۵۲

② ۶۲

③ ۱۲

④ ۱۴

کنکور پنجم دبیر بوک  
تلاشی در مسیر موفقیت

## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

در تابع اگر دو زوج مرتب دارای مؤلفه‌های اول برابر باشند باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند.

$$(m^2 - 4, 5) = (m^2 - 4, m^2 - 11) \Rightarrow m^2 - 11 = 5 \Rightarrow m^2 = 16 \xrightarrow{\text{جذر}} m = \pm 4$$

$$m = 4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (12, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع نیست}$$

$$m = -4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (4, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع است}$$

پس فقط جواب  $m = -4$  قابل قبول است.

۲ - گزینه ۴ نمودار یک رابطه تابع است اگر هر خط موازی محور  $y$ ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند پس باید حداقل از بین  $B$  و  $C$  یکی و از بین  $G$  و  $F$  یکی و از بین نقطه  $H$  و نقطه هم‌طولش در خطی که تا بی‌نهایت ادامه دارد یکی حذف شود بنابراین با حذف  $B$  و  $G$  و  $H$  می‌تواند یک تابع ایجاد شود.

۳ - گزینه ۲ هنگامی مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب تشکیل تابع می‌دهند که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن مؤلفه‌های اول برابر نداشته باشد و اگر مؤلفه‌های اول آن‌ها با هم برابر بود حتماً مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند.

$$\begin{cases} (\Delta, a^2 - 1) \in f \\ (\Delta, 4A) \in f \end{cases} \Rightarrow a^2 - 1 = 4A \Rightarrow a^2 = 49 \Rightarrow a = \pm 7$$

$$a = 7 \Rightarrow f = \{(\Delta, 4A), (7, 3), (7, 2)\} \rightarrow f \text{ تابع نیست}$$

$$a = -7 \Rightarrow f = \{(\Delta, 4A), (-7, 3), (7, 2)\} \rightarrow f \text{ تابع است}$$

پس  $a = -7$  قابل قبول است.

۴ - گزینه ۲ نمودار رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور  $y$ ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند که با توجه به شکل‌ها، تنها نمودار گزینه ۲، مربوط به یک تابع است.

۵ - گزینه ۴ اگر دو زوج مرتب با یکدیگر برابر باشند، در این صورت مؤلفه‌های آن‌ها می‌بایست نظیر به نظیر با یکدیگر برابر باشد. در این صورت داریم:

$$(x + 4, -7) = (y - 4, 5 - x) \Rightarrow \begin{cases} x + 4 = y - 4 & (1) \\ -7 = 5 - x & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)} x = 5 + 7 = 12$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 12 + 4 = y - 4 \Rightarrow y = 12 + 4 + 4 = 20$$

$$x + y = 12 + 20 = 32$$

۶ - گزینه ۲ یک رابطه بین دو مجموعه  $A$  و  $B$  (از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$ ) یک تابع نامیده می‌شود، هرگاه متناظر با هر عضو از مجموعه  $A$  دقیقاً یک عضو از مجموعه  $B$  را بتوان نظیر با مربوط کرد. بنابراین گزینه ۲، صحیح است.

۷ - گزینه ۱ برای تک عضو بودن رابطه مذکور باید دو زوج مرتب با هم مساوی باشند، طبق تعریف:

$$\begin{cases} x - y = 5 - x \Rightarrow 2x - y = 5 & (1) \\ 6 - 2y = x + y \Rightarrow x + 3y = 6 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{رابطه بالا}} \begin{cases} 6x - 3y = 15 \\ x + 3y = 6 \end{cases} \xrightarrow{\times 3} \begin{cases} 6x - 3y = 15 \\ 3x + 9y = 18 \end{cases}$$

$$3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$$\xrightarrow{(2)} 7 + 3y = 6 \Rightarrow 3y = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$$

۸ - گزینه ۳ تنها مورد (پ) تابع نیست، زیرا یک شخص ممکن است چند برادر داشته باشد که در این صورت رابطه هر شخص با برادرانش تابع نیست.

۹ - گزینه ۳

$$\text{فرض : } A = \{1, 2, 3\} \text{ و } B = \{a, b\}$$

$$f_1 = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$$

$$f_2 = \{(1, a), (2, a), (3, b)\}$$

$$f_3 = \{(1, a), (2, b), (3, a)\}$$

$$f_4 = \{(1, a), (2, b), (3, b)\}$$

$$f_5 = \{(1, b), (2, b), (3, b)\}$$

$$f_6 = \{(1, b), (2, b), (3, a)\}$$

$$f_7 = \{(1, b), (2, a), (3, b)\}$$

$$f_8 = \{(1, b), (2, a), (3, a)\}$$

. به طور کلی اگر  $A$  یک مجموعه  $n$  عضوی و  $B$  یک مجموعه  $m$  عضوی باشد، در این صورت از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  تعداد  $m^n$  تابع مختلف قابل تعریف است. در این مسئله  $n = 3$  و  $m = 2$

پس:

۸ = ۲³ تابع در مجموع قابل تعریف است.

۱۰ - گزینه ۳ طبق رابطه وزن مطلوب، طول قد و نماتوب متغیرهایی هستند که وزن مطلوب، وابسته به این دو متغیر است، لذا طول قد و نماتوب متغیرهای مستقل و وزن مطلوب متغیر وابسته است.

۱۱ - گزینه ۱

$$f(x) = |x^2 - 1| \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left|\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1\right| = \left|\frac{1}{2} - 1\right| = \left|\frac{-1}{2}\right| = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = |0^2 - 1| = |-1| = 1$$

$$g(x) = \sqrt{2 + \frac{x}{2}} \Rightarrow g\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2 + \frac{1/2}{2}} = \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{1 + 2f(0)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}}{1 + 2 \times (1)} = \frac{-1}{3}$$

۱۲ - گزینه ۳ در این رابطه متغیر  $x$  به صورت مستقل تغییر می کند و متغیر  $y$  بر اساس تغییرات  $x$  تغییر می کند. پس متغیر  $x$  مستقل و  $y$  وابسته است.

$$y = 5x - 2$$

$$y_1 = 3 \rightarrow 3 = 5x_1 - 2 \rightarrow 5x_1 = 5 \rightarrow x_1 = 1$$

$$y_2 = -2 \rightarrow -2 = 5x_2 - 2 \rightarrow 5x_2 = 0 \rightarrow x_2 = 0$$

$$y_3 = -12 \rightarrow -12 = 5x_3 - 2 \rightarrow 5x_3 = -10 \rightarrow x_3 = -2$$

$$y_4 = 8 \rightarrow 8 = 5x_4 - 2 \rightarrow 5x_4 = 10 \rightarrow x_4 = 2$$

$$\rightarrow x \in \{1, 0, -2, 2\}$$

۱۳ - گزینه ۱ در هر تابعی به ازای هر ورودی ( $x$ ) فقط یک خروجی ( $y$ ) داشته باشیم، پس همه موارد تابع هستند.

۱۴ - گزینه ۴ اگر مجموعه  $A$  دارای  $k$  عضو و مجموعه  $B$  دارای  $m$  عضو باشد، به تعداد  $m^k$  تابع مختلف از  $A$  به  $B$  می توان ساخت. لذا با توجه به اطلاعات سؤال می توان گفت جواب برابر است با:

$$2^4 = 16$$

۱۵ - گزینه ۴ در نمودار هر تابع، هر خط عمودی دلخواه، باید نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. در نمودار داده شده، اگر خطی عمودی از نقاط  $A$  و  $G$  بگذرد، نمودار را در خط بی شمار نقطه قطع می کند لذا گزینه ۴ صحیح است.

۱۶ - گزینه ۱ اگر رابطه ای از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  را با نمودار پیکانی نمایش دهیم، در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو  $A$  دقیقاً یک پیکان خارج شود. از ۳ دو پیکان خارج شده است، بنابراین بنا بر این بنا بر تعریف تابع داریم:

$$a + 1 = 7 \Rightarrow a = 6$$

$$b + 2a = 8 \xrightarrow{a=6} b + 12 = 8$$

$$\Rightarrow b = -4 \xrightarrow{a=6, b=-4} a + b = 6 - 4 = 2$$

۱۷ - گزینه ۳

$$f(2 - \sqrt{3}) = \sqrt{-2(2 - \sqrt{3})^2 + 8(2 - \sqrt{3}) + 7} = \sqrt{-2(4 + 3 - 4\sqrt{3}) + 16 - 8\sqrt{3} + 7}$$

$$= \sqrt{-2(7 - 4\sqrt{3}) + 23 - 8\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow f(2 - \sqrt{3}) = \sqrt{-14 + 8\sqrt{3} + 23 - 8\sqrt{3}} = \sqrt{23 - 14} = \sqrt{9} = 3$$

۱۸ - گزینه ۳

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 7} \Rightarrow \begin{cases} f(4) = \sqrt{4^2 - 7} = \sqrt{16 - 7} = \sqrt{9} = 3 \\ f(2\sqrt{2}) = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 7} = \sqrt{8 - 7} = \sqrt{1} = 1 \end{cases} \Rightarrow f(4) - f(2\sqrt{2}) = 3 - 1 = 2$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1}$$

$$\Rightarrow f(2x+1) = \frac{(2x+1)^2 + 3}{(2x+1)^2 - 1} = \frac{4x^2 + 4x + 1 + 3}{4x^2 + 4x + 1 - 1} = \frac{4x^2 + 4x + 4}{4x^2 + 4x} = \frac{4(x^2 + x + 1)}{4(x^2 + x)} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x}$$

$$f(0) = \frac{(0)^2 + 3}{(0)^2 - 1} = \frac{3}{-1} = -3 \Rightarrow \frac{1}{3}f(0) = \frac{1}{3}(-3) = -1$$

پس:  $f(2x+1) + \frac{1}{3}f(0) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} - 1 = \frac{x^2 + x + 1 - x^2 - x}{x^2 + x} = \frac{1}{x^2 + x}$

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 5x}{x - 2} \Rightarrow f(1 - \sqrt{2}) = \frac{-2(1 - \sqrt{2})^2 + 5(1 - \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2}) - 2}$$

$$= \frac{-2(1 + 2 - 2\sqrt{2}) + 5 - 5\sqrt{2}}{-1 - \sqrt{2}} = \frac{-2(3 - 2\sqrt{2}) + 5 - 5\sqrt{2}}{-1 - \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow f(-1\sqrt{2}) = \frac{-6 + 4\sqrt{2} + 5 - 5\sqrt{2}}{-1 - \sqrt{2}} = \frac{-1 - \sqrt{2}}{-1 - \sqrt{2}} = 1$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + |2x| \Rightarrow f(2\sqrt{2} - 3) = -\frac{1}{3}(2\sqrt{2} - 3)^2 + \overbrace{|2(2\sqrt{2} - 3)|}^{\text{منفی}}$$

$$\Rightarrow f(2\sqrt{2} - 3) = -\frac{1}{3}(4 + 9 - 12\sqrt{2}) - 2(2\sqrt{2} - 3) = -\frac{1}{3}(13 - 12\sqrt{2}) - 4\sqrt{2} + 6 = -\frac{13}{3} + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 6$$

$$\Rightarrow f(2\sqrt{2} - 3) = 6 - \frac{13}{3} = \frac{18 - 13}{3} = \frac{5}{3}$$

۲۲ - گزینه ۲ کافی است در ضابطه ی f، به جای تمام xها، مقدار (1 - \sqrt{2}) را جایگزین کنیم:

$$f(x) = (2 - x)|x| + x + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow f(1 - \sqrt{2}) = (2 - (1 - \sqrt{2}))\overbrace{|1 - \sqrt{2}|}^{\text{منفی}} + (1 - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$$

$$= (2 - 1 + \sqrt{2})(-1 + \sqrt{2}) + 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = \underbrace{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}_{\text{اتحاد مزدوج}} + 1 = (2 - 1) + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 10} \Rightarrow f(3 + 2\sqrt{6}) = \sqrt{(3 + 2\sqrt{6})^2 - 6(3 + 2\sqrt{6}) + 10}$$

$$= \sqrt{9 + 12\sqrt{6} + 24 - 18 - 12\sqrt{6} + 10} = \sqrt{25} = 5$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + |x| \Rightarrow f(2 - \sqrt{5}) = \frac{1}{4}(2 - \sqrt{5})^2 + \overbrace{|2 - \sqrt{5}|}^{\text{منفی}}$$

$$\Rightarrow f(2 - \sqrt{5}) = \frac{1}{4}(4 + 5 - 4\sqrt{5}) + (-2 + \sqrt{5}) = \frac{9}{4} - \sqrt{5} - 2 + \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow f(2 - \sqrt{5}) = \frac{9}{4} - 2 = \frac{9 - 8}{4} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 3 \rightarrow \begin{cases} f(1 + \sqrt{2}) = (1 + \sqrt{2})^2 - 2(1 + \sqrt{2}) + 3 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 2 - 2\sqrt{2} + 3 = 4 \\ f(2) = 2^2 - 2(2) + 3 = 4 - 4 + 3 = 3 \end{cases}$$

پس:  $f(1 + \sqrt{2}) - f(2) = 4 - 3 = 1$

۲۶ - گزینه ۳ مقادیر  $x$  را در گزینه‌ی ۳ قرار دهیم و مقادیر  $y$  را با جدول مقایسه می‌کنیم چون به ازای افزایش یک واحدی مقادیر  $x$ ، مقادیر  $y$  به صورت منظم (دنباله‌ی حسابی) افزایش پیدا می‌کند پس تابع یک تابع خطی با شیب مثبت است. (گزینه‌ی ۴ رد است.)

$$y = 3x - 2 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 3(-1) - 2 = -5 \\ x = 0 \Rightarrow y = 3(0) - 2 = -2 \\ x = 1 \Rightarrow y = 3(1) - 2 = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 3(2) - 2 = 4 \end{cases}$$

۲۷ - گزینه ۱  $x = 3$  را در تابع می‌گذاریم تا  $a$  به دست آید.

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= ax^2 + 2x - 3a \\ f(3) &= -6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a \times 3^2 + 2 \times 3 - 2x = -6$$

$$\Rightarrow 9a - 3a = -6 - 6 \Rightarrow 6a = -12 \Rightarrow a = -2$$

را در ضابطه جایگذاری می‌کنیم

$$f(x) = -2x^2 + 2x + 6 \Rightarrow \begin{cases} f(2) = -2 \times 2^2 + 2 \times 2 + 6 = 2 \\ f(1) = -2 + 2 + 6 = 6 \end{cases} \Rightarrow f(2) - f(1) = 2 - 6 = -4$$

۲۸ - گزینه ۲ راه حل اول:

$$\left. \begin{aligned} x = 0 \Rightarrow f(0) &= 0 - 0 + 36 = 36 \\ x = 2 \Rightarrow f(2) &= 16 - 52 + 36 = 0 \\ x = 3 \Rightarrow f(3) &= 9 - 117 + 36 = 0 \\ x = -2 \Rightarrow f(-2) &= 16 - 52 + 36 = 0 \\ x = -3 \Rightarrow f(-3) &= 9 - 117 + 36 = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow R_f = \{0, 36\}$$

راه حل دوم:

$$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$$

$$f(2) = f(3) = f(-2) = f(-3) = 0$$

$$f(0) = 36$$

پس برد تابع دو عضو متمایز  $\{0, 36\}$  دارد.

۲۹ - گزینه ۳

$$f(-2) = 3 \times (-2)^2 - 1 = 11$$

$$f(-1) = 3 \times (-1)^2 - 1 = 2$$

$$f(0) = 3 \times (0)^2 - 1 = -1$$

$$f(1) = 3 \times (1)^2 - 1 = 2$$

$$f(2) = 3 \times (2)^2 - 1 = 11$$

$\Rightarrow B = \{-1, 2, 11\}$  سه عضو دارد

۳۰ - گزینه ۱ با توجه به مقادیر داده شده در جدول و کمی دقت می‌توان فهمید که تابع به صورت  $f(x) = x^2 + 1$  است.

پس:  $f(4) = 4^2 + 1 = 17 \Rightarrow a = 17$

۳۱ - گزینه ۱

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + 1$$

$$A = \{-1, 2, 1, 3\}$$

$$f(-1) = \sqrt{(-1)^2 - 1} + 1 = \sqrt{1 - 1} + 1 = \sqrt{0} + 1 = 1$$

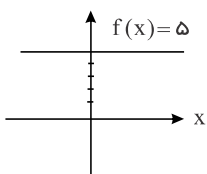
$$f(2) = \sqrt{(2)^2 - 1} + 1 = \sqrt{4 - 1} + 1 = \sqrt{3} + 1$$

$$f(1) = \sqrt{(1)^2 - 1} + 1 = \sqrt{1 - 1} + 1 = \sqrt{0} + 1 = 1$$

$$f(3) = \sqrt{3^2 - 1} + 1 = \sqrt{9 - 1} + 1 = \sqrt{8} + 1 = 2\sqrt{2} + 1$$

$$\Rightarrow B = \{1, \sqrt{3} + 1, 2\sqrt{2} + 1\}$$

۳۲ - گزینه ۲ با توجه به آن که نمودار تابع  $f(x) = 5$  به شکل زیر می‌باشد:



مشاهده می‌شود که به ازای هر مقدار حقیقی روی محور  $x$ ها تنها مقدار  $y = 5$  حاصل می‌شود بنابراین دامنهٔ تابع تمام اعداد حقیقی و برد آن مقدار ۵ می‌باشد.

$$2y = 2x + 3 \Rightarrow y = x + \frac{3}{2}$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -1 + \frac{3}{2} = \frac{-2}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow B = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 2 \right\}$$

بنابراین نمودار پیکانی گزینه ۳، صحیح است.

۳۴ - گزینه ۴ اگر  $x$  نماینده هر عدد طبیعی دلخواه باشد  $x^2$  می شود مربع هر عدد طبیعی و  $\frac{x^2}{3}$  می شود ثلث مربع آن عدد، ضمناً  $\sqrt{x}$  جذر  $x$  است نه مجذور آن.

پس توصیف کلامی مناسب برای تابع  $f$  در گزینه ۴، مطرح شده است.

۳۵ - گزینه ۱ با توجه به ضابطه تابع برای به دست آوردن برد تابع داریم:

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \sqrt{x+1} \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \sqrt{0+1} = 1$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$$

$$x = 3 \Rightarrow f(3) = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$x = 4 \Rightarrow f(4) = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$x = 8 \Rightarrow f(8) = \sqrt{8+1} = \sqrt{9} = 3$$

پس برد شامل ۳ عدد طبیعی ۱ و ۲ و ۳ است.

$$R_f = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, 3\}$$

۳۶ - گزینه ۴ در تابع  $y = \frac{3x}{x+1}$ ،  $y$  متغیر وابسته و مجموعه مقادیری که می تواند اختیار کند برد است و  $x$  متغیر مستقل و مجموعه مقادیری که می تواند اختیار کند دامنه تابع است.

۳۷ - گزینه ۳ نقطه سربه سر نقطه ای است که به ازای آن شرکت نه سود می کند و نه زیان یعنی به عبارتی سود شرکت برابر صفر است، حال تابع سود شرکت را به دست می آوریم:

$$\text{سود} = \begin{cases} \text{درآمد: } R(x) = 120x \\ \text{هزینه: } C(x) = 2000 + 40x \end{cases}$$

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 120x - (2000 + 40x) = 120x - 2000 - 40x$$

$$\Rightarrow P(x) = 80x - 2000 \xrightarrow{P(x)=0}$$

$$80x - 2000 = 0 \Rightarrow x = \frac{2000}{80} = 25$$

۳۸ - گزینه ۱

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \begin{cases} \xrightarrow{x=-2} f(-2) = \frac{-2+1}{-2-2} = \frac{1}{4} \\ \xrightarrow{x=6} f(6) = \frac{6+1}{6-2} = \frac{7}{4} \end{cases}$$

پس تابع  $f$  از ۲ زوج مرتب  $(6, \frac{7}{4})$  و  $(-2, \frac{1}{4})$  تشکیل شده است.

۳۹ - گزینه ۳ تعداد تابع های قابل تعریف از مجموعه  $A$  دارای  $n$  عضو به مجموعه  $B$  دارای  $m$  عضو برابر است با:  $m^n$  داریم:

$$4^n = 256 \Rightarrow 4^n = 4^4 \Rightarrow n = 4$$

۴۰ - گزینه ۴ اگر عدد حقیقی نامنفی را با  $x$  نشان دهیم، دو برابر مکعب آن معادل  $2x^3$  و جذر آن معادل  $\sqrt{x}$  می باشد. لذا ضابطه آن به صورت  $f(x) = 2x^3 - \sqrt{x}$  است.

۴۱ - گزینه ۴ اگر دما برحسب درجه سانتی گراد ۱ درجه تغییر کند، دما برحسب فارنهایت  $\frac{9}{5}$  تغییر می کند. لذا با توجه به این که دما برحسب سانتی گراد ۲۰ درجه کاهش یافته است پس

$$36 = 20 \times \frac{9}{5} \text{ درجه فارنهایت کاهش داشته است.}$$

۴۲ - گزینه ۲ اگر طول را با  $x$  و عرض را با  $y$  نشان دهیم:

$$x = y + 5$$

$$\text{محیط: } 2 \times (x + y) = 2 \times (y + 5 + y) = 2 \times (2y + 5) = 4y + 10$$

۴۳ - گزینه ۳ عبارت توصیفی را به صورت نماد ریاضی می نویسیم، داریم:

اگر هر عدد طبیعی را با نماد  $x$  نشان دهیم، جذر ۳ برابر عدد به صورت  $\sqrt{3x}$  است، که اگر چهار واحد از آن کم کنیم به صورت  $f(x) = \sqrt{3x} - 4$  درمی آید. پس ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \sqrt{3x} - 4 \end{cases}$$

۴۴ - گزینه ۲ با توجه به جدول زیر داریم:

$x$	$f(x) = -\sqrt{x+1} + 2$
۰	$f(0) = -\sqrt{0+1} + 2 = -1 + 2 = 1$
۳	$f(3) = -\sqrt{3+1} + 2 = -\sqrt{4} + 2 = -2 + 2 = 0$
۸	$f(8) = -\sqrt{8+1} + 2 = -\sqrt{9} + 2 = -3 + 2 = -1$
۱۵	$f(15) = -\sqrt{15+1} + 2 = -\sqrt{16} + 2 = -4 + 2 = -2$

برد تابع  $f$  برابر است با:  $R_f = \{1, 0, -1, -2\}$  با مقایسه آن با برد داده شده در صورت سؤال داریم:

$a$  یکی از مقادیر صفر یا  $-1$  و  $b$  برعکس آن می باشد، پس  $a + b = -1$  است.

۴۵ - گزینه ۳ اگر هر عدد حقیقی را با نماد  $x$  نشان دهیم، ۳ برابر مجذور آن معادل  $3x^2$  می باشد که اگر آن را منهای ۲ کنیم، ضابطه تابع به صورت  $f(x) = 3x^2 - 2$  بدست می آید:

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x^2 - 2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} f(-2) &= 3 \times (-2)^2 - 2 = 3 \times 4 - 2 = 10 \\ f(1) &= 3 \times (1)^2 - 2 = 3 \times 1 - 2 = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(-2) + f(1) = 10 + 1 = 11$$

۴۶ - گزینه ۲ تابع  $f$  به هر عدد حقیقی مثبت (مانند  $x$ ) مجموع مربع آن عدد و دو برابر عدد را نسبت می دهد.

$$f: x > 0 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 + 2x$$

برای آن که بدانیم این تابع به چه عددی، ۳ را نسبت می دهد،  $f(x) = 3$  را حل می کنیم.

$$f(x) = 3 \Rightarrow x^2 + 2x = 3 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = -3$$

از آنجا که دامنه  $f$  اعداد حقیقی بزرگتر از صفر است،  $x = 1$  قابل قبول است.

۴۷ - گزینه ۱

کافی است عبارت زیر رادیکال را بزرگتر مساوی صفر قرار دهید.

$$2 - 3x \geq 0 \Rightarrow 2 \geq 3x \Rightarrow x \leq \frac{2}{3}$$

۴۸ - گزینه ۴ دامنه توابع کسری برابر است با {ریشه های مخرج} -  $\mathbb{R}$ . بنابراین:

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$$

توجه کنید عبارت  $3x^2 - 3$  همواره تعریف شده است و نقشی در تعیین دامنه ندارد.

۴۹ - گزینه ۴

$$\frac{2x}{x-3} = -1 \Rightarrow 2x = -x + 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\frac{2x}{x-3} = 8 \Rightarrow 8x - 24 = 2x \Rightarrow 6x = 24 \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{2x}{x-3} = 5 \Rightarrow 5x - 15 = 2x \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

پس: دامنه  $f = \{1, 4, 5\}$

۵۰ - گزینه ۳ برای پیدا کردن دامنه تعریف توابع رادیکالی با فرجه ی زوج، کافی است زیر رادیکال را بزرگتر مساوی صفر قرار دهیم.

$$x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

در ضمن در توابع کسری مخرج باید مخالف صفر باشد یعنی:



$$x^2 + 2x \neq 0 \rightarrow x(x+2) \neq 0 \rightarrow x \neq 0, x \neq -2$$

بنابراین دامنه‌ی تعریف توابع  $x \geq 3$  است. دقت کنید که وقتی  $x \geq 3$  است خودبخود  $x$  مخالف 0 و -2 می‌باشد.

۵۱ - گزینه ۳ روش اول: برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف توابع رادیکالی با فرجه‌ی زوج کافی است زیر رادیکال را بزرگتر مساوی صفر قرار دهیم.

$$-3x - 4 \geq 0 \Rightarrow -3x \geq 4 \Rightarrow x \leq -\frac{4}{3}$$

$$\text{دامنه‌ی تابع} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\frac{4}{3} \right\}$$

فقط مقدار گزینه‌ی «۳» بزرگ‌تر از  $-\frac{4}{3}$  است و در دامنه‌ی تابع فوق قرار ندارد.

روش دوم: فقط  $x = -1$  است که زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج را منفی می‌کند، بنابراین در دامنه‌ی تعریف تابع قرار ندارد.

۵۲ - گزینه ۳

$$f(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = -1$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1-1}{1} = \frac{0}{1} = 0$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = \frac{-1-1}{-1} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow R_f = \left\{ -1, 0, \frac{1}{2}, 2 \right\}$$

۵۳ - گزینه ۳ باتوجه به نمودار برای به دست آوردن دامنه‌ی تابع کافی است، نقاط نمودار را روی محور  $x$  مشخص کنیم و برای به دست آوردن برد تابع کافی است، نقاط نمودار را روی محور  $y$ ها مشخص کنیم.

نکته: نقطه‌ی انتهایی نمودار توخالی است! و  $x = 2$  جزء دامنه نیست و  $y = -1$  جزء برد نیست.

$$D_f : [-3, 2) = \{ -3 \leq x < 2 \}$$

$$R_f : (-1, 3] = \{ -1 < x \leq 3 \}$$

۵۴ - گزینه ۲ دامنه‌ی تابع  $\mathbb{R}$  است و سه برابر مکعب هر عدد مثل  $x$  را به صورت  $3x^3$  نمایش می‌دهیم و نصف آن عدد برابر  $\frac{x}{2}$  است.

۵۵ - گزینه ۲ مقدار تابع به ازای هر مقدار از دامنه، همواره مقدار ثابت ۵ است، پس برد تابع فقط شامل یک عضو می‌باشد،  $R : \{5\}$

۵۶ - گزینه ۱ می‌دانیم دامنه، همان محدوده‌ی تغییرات  $x$  و برد محدوده‌ی تغییرات  $y$  است، در نمودار گزینه‌ی «۱» دامنه شامل همه‌ی اعداد حقیقی به جز ۳ و ۵ است ولی برد، شامل تمام اعداد حقیقی است.

۵۷ - گزینه ۴

$x$	0	1	2
سود	-400	-388	-376

پس معادله‌ی سود  $12x + 400 = y$  است. برای آغاز سوددهی باید  $y > 0$  باشد، پس داریم:

$$-400 + 12x > 0 \Rightarrow 12x > 400 \Rightarrow x > 33,3 \Rightarrow x = 34$$

یعنی باید حداقل ۳۴ واحد کالا تولید کند.

۵۸ - گزینه ۳ به ازای  $x = 0$  مقدار تابع برابر است با:

$$f(x) = 4x + 2 - 3f(0) \xrightarrow{x=0} f(0) = 4 \times (0) + 2 - 3f(0) \Rightarrow 4f(0) = 2 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{2}$$

حال با جایگذاری  $f(0)$  در ضابطه‌ی تابع داریم:

$$f(x) = 4x + 2 - 3 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 4x + \frac{1}{2}$$

حال به ازای  $x = 1$  داریم:

$$f(1) = 4 \times (1) + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

۵۹ - گزینه ۲ شیب نمودار تابع خطی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{3 - 2}{-1 - 0} = \frac{1}{-1} = -1$$

۶۰ - گزینه ۳ چون نقطه به طول ۵ روی محور  $x$  ها است، مختصات آن  $(5, 0)$  است.

$$f(5) = 0 \Rightarrow 5(3k - 1) + b \Rightarrow 15k + b = 5 \quad (1)$$

$$(3, -2) \in f \Rightarrow f(3) = -2 \Rightarrow 3(3k - 1) + b = -2 \Rightarrow 9k + b = 1 \quad (2)$$

$$(1), (2): \begin{cases} 15k + b = 5 \\ -9k - b = -1 \end{cases}$$

$$6k = 4 \Rightarrow k = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 15\left(\frac{2}{3}\right) + b = 5 \Rightarrow 10 + b = 5 \Rightarrow b = -5$$

$$\text{سؤال مطلوب 3: } 3k + b = 3\left(\frac{2}{3}\right) - 5 = -3$$

۶۱ - گزینه ۲ با توجه به نمودار تابع  $f(x)$  که از دو نقطه  $A = (1, 2)$  و  $B = (3, -2)$  عبور می کند، داریم:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 - 2}{3 - 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y = mx + h \xrightarrow{(1,2)} 2 = -2(1) + h \Rightarrow h = 4$$

$$\rightarrow \text{معادله خط: } y = -2x + 4$$

۶۲ - گزینه ۳ چون در هر ماه مقداری ثابت به حساب شخص اضافه می شود در نتیجه میزان حساب شخص یک تابع خطی است که شیب آن برابر پول اضافه شده در هر ماه است و مقدار ثابت آن مقدار پول اولیه است که در حساب او بوده است.

۶۳ - گزینه ۲ دو نقطه از خط به ما داده شده است ابتدا شیب خط را محاسبه می نماییم.

$$f(-1) = 1 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, f(3) = 3 \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 1}{3 - (-1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

شیب و مختصات یکی از نقاط را در  $y = mx + h$  جایگذاری می کنیم تا عرض از مبدأ به دست بیاید:

$$\xrightarrow{A(-1,1)} 1 = \frac{1}{2}(-1) + h \Rightarrow h = \frac{3}{2}$$

عرض از مبدأ همان محل برخورد نمودار با محل  $y$ ها می باشد.

$$\text{محل برخورد با محور } y\text{ها: } x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

۶۴ - گزینه ۱ توابعی که از مبدأ مختصات می گذرند. به صورت  $y = mx$  می باشند. با توجه به این که تابع مورد نظر از نقطه  $(2, 1)$  نیز می گذرد، داریم:

$$1 = m(2) \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

چون طول نقطه تلافی دو خط را می خواهد کافی است ضابطه ی دو تابع را با هم مساوی قرار دهیم تا  $x$  به دست آید.  $x$  بدست آمده همان طول محل برخورد دو خط است:

$$y = \frac{1}{2}x \xrightarrow{y=2x-5} \frac{1}{2}x = 2x - 5 \xrightarrow{\times 2} x = 4x - 10 \Rightarrow x - 4x = -10$$

$$\Rightarrow -3x = -10 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

۶۵ - گزینه ۲ درآمد  $y$  و تعداد نفراتی که به سینما رفته اند را با  $n$  نشان داده ایم و قیمت بلیط سینما ۵۰۰۰ تومان است. پس تابع  $y = 5000n$  نوشته می شود.

۶۶ - گزینه ۳ در حالت اول دمای جسم را بر حسب سانتی گراد  $C$  و در حالت دوم  $2C$  در نظر می گیریم، حال داریم:

$$\text{حالت اول: } F = \frac{9}{5}C + 32$$

$$\text{حالت دوم: } F' = \frac{9}{5} \times (2C) + 32$$

$$\Rightarrow F' - F = \frac{9}{5}(2C) + 32 - \left(\frac{9}{5}C + 32\right)$$

$$\Rightarrow F' - F = \frac{9}{5}C \xrightarrow{F'-F=27} 27 = \frac{9}{5}C \Rightarrow C = 15^\circ C$$

پس دمای اولیه بر حسب سانتی گراد ۱۵ است.

۶۷ - گزینه ۳ ابتدا تابع درآمد و سود شرکت را به دست می آوریم، داریم:

$$\text{تابع درآمد: } R(x) = 60x$$

$$\text{تابع هزینه - تابع درآمد = تابع سود}$$

$$\Rightarrow P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 60x - (2000 + 30x) \Rightarrow P(x) = 60x - 2000 - 30x$$

$$\Rightarrow P(x) = 300x - 2000 \xrightarrow{P(x)=1000}$$

$$\Rightarrow 1000 = 300x - 2000 \Rightarrow 300x = 3000 \Rightarrow x = 100$$

پس این شرکت می‌بایست 100 واحد کالا بفروشد تا به هزار تومان سود برسد.

۶۸ - گزینه ۲ چون الگوی رشد را خطی در نظر گرفتیم، لذا ابتدا شیب آن را به دست می‌آوریم، با توجه به دو نقطه  $A \left( \begin{matrix} 1385 \\ 1850000 \end{matrix} \right)$  و  $B \left( \begin{matrix} 1395 \\ 1030000 \end{matrix} \right)$  حال داریم:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{1030000 - 1850000}{1395 - 1385} = \frac{180000}{10} = 18000$$

با توجه به شیب به دست آمده نرخ رشد جمعیت به ازای هر سال 18000 نفر است، لذا بعد از 25 سال افزایش جمعیت برابر است با:

$$\text{افزایش جمعیت بعد از 25 سال} = 25 \times 18000 = 450000$$

پس جمعیت در سال 1420 برابر است با:

$$\text{افزایش جمعیت} + \text{جمعیت در سال 1395} = \text{جمعیت در سال 1420}$$

$$1420 \text{ جمعیت در سال} = 1030000 + 450000 = 1480000$$

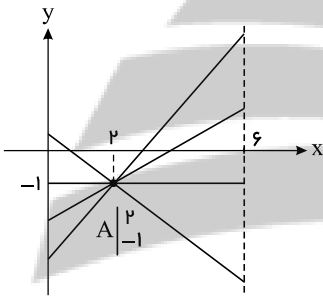
۶۹ - گزینه ۲ با توجه به ضابطه تابع، دمای سنگ‌ها در عمق 4 و 8 کیلومتری را به دست می‌آوریم، سپس نسبت می‌گیریم:

$$x = 4 \Rightarrow y = 55 \times 4 - 35 = 220 - 35 = 185^\circ C$$

$$x = 8 \Rightarrow y = 55 \times 8 - 35 = 440 - 35 = 405^\circ C$$

$$\frac{\text{دما در عمق 8 کیلومتری}}{\text{دما در عمق 4 کیلومتری}} = \frac{405}{185} = \frac{81}{37}$$

۷۰ - گزینه 4 در محدوده  $6 \leq x \leq 0$  بی‌شمار خط می‌توان رسم کرد که از نقطه  $A \left( \begin{matrix} 2 \\ -1 \end{matrix} \right)$  عبور کنند.



۷۱ - طبق نمودارهای داده شده، تابع هزینه به صورت  $C(x) = 15000 + ax$  و تابع درآمد به صورت  $R(x) = bx$  است.

$$R(100) = 40000 \Rightarrow 40000 = 100b \Rightarrow b = 400$$

$$R(x) = 400x$$

تابع درآمد به صورت مقابل است:

$$C(80) = 15000 + 80a$$

هزینه تولید 80 کالا:

$$R(80) = 400 \times 80 = 32000 \text{ تومان}$$

درآمد حاصل از فروش 80 کالا:

سود حاصل از فروش 80 کالا:

$$R(80) - C(80) = 32000 - (15000 + 80a) = 9000 \Rightarrow 17000 - 80a = 9000 \Rightarrow 80a = 8000 \Rightarrow a = 100$$

$$C(x) = 15000 + 100x$$

تابع هزینه به صورت مقابل است:

هنگامی که درآمد با هزینه برابر شود، سوددهی آغاز می‌شود:

$$R(x) = C(x) \Rightarrow 15000 + 100x = 400x \Rightarrow 300x = 15000 \Rightarrow x = 50 \text{ کالا}$$

۷۲ - گزینه ۲ چون رابطه دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت خطی است، اگر دما برحسب درجه سانتی‌گراد 1 واحد کاهش یابد، دما برحسب فارنهایت طبق رابطه خطی که شیب آن  $\frac{9}{5}$  است، به اندازه  $\frac{9}{5}$  واحد کاهش پیدا می‌کند، لذا طبق تناسب زیر داریم:

درجه سانتی‌گراد	فارنهایت
1	$\frac{9}{5}$
10	F

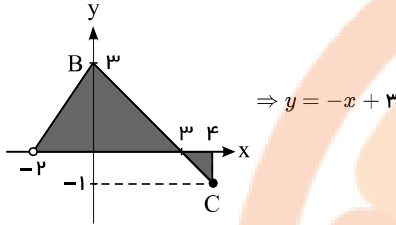
$$\Rightarrow F = 10 \times \frac{9}{5} = 18$$

پس دما برحسب فارنهایت 18 درجه کاهش پیدا می‌کند.

۷۳ - گزینه ۳ ابتدا با توجه به نمودار طول نقطه C را در نمودار تابع می یابیم. دقت کنید که خط BC از دو نقطه A(۳, ۰) و B(۰, ۳) می گذرد که اگر ضابطه آن را به دست آوریم به صورت  $y = -x + ۳$  می باشد.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{۳ - ۰}{۰ - ۳} = -۱$$

$$y - y_B = m_{AB}(x - x_B)$$



حال طول نقطه ای که عرض آن برابر ۱- است، برابر است با:

$$y = -x + ۳ \xrightarrow{y=1} -1 = -x + ۳ \Rightarrow x = ۴$$

دامنه تابع از تصویر نقاط نمودار روی محور x ها به دست می آید که برابر است با:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -۲ < x \leq ۴\}$$

۷۴ - گزینه ۳ اگر طول مستطیلها را x و عرض آنها را y در نظر بگیریم، طبق فرض سؤال داریم:

$$\text{طول مستطیل} = ۲ - (\text{عرض مستطیل})$$

$$x = ۲ - y \Rightarrow ۲y = x + ۱ \Rightarrow y = \frac{x+1}{۲} \quad (1)$$

محیط مستطیل برابر است با:

$$P = ۲ \times (x + y) \xrightarrow{(1)} P(x) = ۲ \left( x + \frac{x+1}{۲} \right)$$

$$\Rightarrow P(x) = ۲x + \frac{۲ \times (x+1)}{۲} = ۲x + x + ۱ = ۳x + ۱$$

۷۵ - گزینه ۳ ضابطه نمودار تابع خطی که از مبدأ می گذرد به صورت  $y = ax$  می باشد که با مقایسه با ضابطه تابع به صورت سؤال نتیجه می گیریم که  $۴ + ۲n = ۰$  می باشد، لذا داریم:

$$f(x) = (۲n + ۱)x + ۴ + ۲n \xrightarrow{۴+۲n=۰ \Rightarrow n=-۲} f(x) = (۲ \times (-۲) + ۱)x = -۳x$$

پس ضابطه تابع به صورت  $f(x) = -۳x$  می باشد، حل تک تک گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$۱) f(-۲) = -۳ \times (-۲) = ۶ \quad \times$$

$$۲) f(۲) = -۳ \times (۲) = -۶ \quad \times$$

$$۳) f(-۱) = -۳ \times (-۱) = ۳ \quad \checkmark$$

$$۴) f(۱) = -۳ \times (۱) = -۳ \quad \times$$

پس گزینه ۳، صحیح است.

۷۶ - گزینه ۳ شیب گذرنده از دو نقطه  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  برابر است با:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

طبق رابطه فوق:

$$A(۳a - ۱, ۲), B(a, a + ۲) \Rightarrow m = \frac{a + ۲ - ۲}{a - (۳a - ۱)} = -۴$$

$$\Rightarrow \frac{a}{-۲a + ۱} = -۴ \Rightarrow a = -۴(-۲a + ۱)$$

$$\Rightarrow a = ۸a - ۴ \Rightarrow ۷a = ۴ \Rightarrow a = \frac{۴}{۷}$$

۷۷ - گزینه ۱

$$\text{محور تقارن سهمی} = \frac{-b}{2a} \rightarrow 2 = \frac{4k}{2 \times 10} \Rightarrow 4k = 40 \Rightarrow k = 10$$

$$\text{ضابطه سهمی} \rightarrow f(x) = 10x^2 - 40x - 3 \xrightarrow{x=1} y = 10 \times (1)^2 - 40 \times (1) - 3 = -33$$

پس نقطه  $(1, -33)$  روی نمودار تابع قرار دارد.

۷۸ - گزینه ۱

عرض رأس سهمی = بیشترین مقدار تابع

$$\rightarrow y = -4x^2 + 2x + \frac{3}{4} \rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 2 \\ c = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(-4)\left(\frac{3}{4}\right) = 16$$

$$y_{\text{رأس سهمی}} = \frac{-\Delta}{4a} \rightarrow y = \frac{-16}{4(-4)} = 1$$

۷۹ - گزینه ۳ طول رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  برابر  $x_S = -\frac{b}{2a}$  است. ابتدا رأس سهمی  $y = -x^2 + 4x + 5$  را به دست می آوریم:

$$x_S = -\frac{4}{-2} = 2$$

$$x_S = 2 \Rightarrow y_S = -2^2 + 4(2) + 5 = -4 + 8 + 5 \Rightarrow y_S = 9$$

پس مختصات رأس سهمی  $(2, 9)$  می باشد، لذا داریم:

$$a + b = 2 + 9 = 11$$

۸۰ - گزینه ۳

هزینه - درآمد = سود

$$P(x) = R(x) - C(x) = \left(\frac{-1}{6}x^2 + 25x\right) - (15x + 30) = \frac{-1}{6}x^2 + 10x - 30$$

$$x_{\text{Max}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{\frac{-1}{3}} = 30$$

چون بیشترین سود از ما خواسته شده است، این مقدار را در تابع سود جایگذاری می کنیم.

$$P(30) = \frac{-1}{6}(30)^2 + 10(30) - 30 = 120$$

۸۱ - گزینه ۲

$$\begin{matrix} \text{تابع هزینه} & \text{تابع درآمد} & \text{تابع سود} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ P(x) = R(x) - C(x) \end{matrix}$$

$$P(x) = 28x - x^2 - 30 - 8x = -x^2 + 20x - 30$$

$$x_{\text{max}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2(-1)} = 10$$

$$\Rightarrow P_{\text{max}} = -(10)^2 + 20(10) - 30 = -100 + 200 - 30 = 70 \Rightarrow \text{هفتاد میلیون تومان}$$

۸۲ - گزینه ۳

هزینه - درآمد = سود

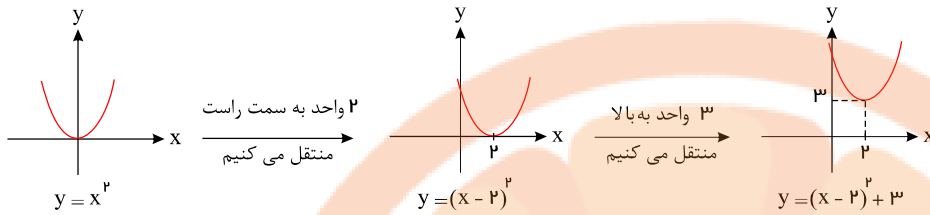
$$\text{سود} = -\frac{1}{3}x^2 + 28x - 16x - 55 = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55 \rightarrow x_{\text{max}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2(-\frac{1}{3})}$$

$$x_{\text{max}} = 18 \xrightarrow{\text{جایگذاری در تابع سود}} \text{ماکزیمم مقدار سود} = -\frac{1}{3}(18)^2 + 12(18) - 55 = 53$$

۸۳ - گزینه ۲ تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = x^2 - 4x = x^2 - 4x + 4 + 3 = (x^2 - 4x + 4) + 3 \Rightarrow y = (x - 2)^2 + 3$$

برای رسم تابع مورد نظر، تابع  $x^2$  را دو واحد به راست و سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم.



۸۴ - گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} y = x^2 - 6x + 7 &= x^2 - 6x + 9 - 9 + 7 \\ &= (x - 3)^2 - 2 \Rightarrow \text{رأس سهمی : } (3, -2) \\ y = x^2 + 4x - 5 &= x^2 + 4x + 4 - 4 - 5 \\ &= (x + 2)^2 - 9 \Rightarrow \text{رأس سهمی : } (-2, -9) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف } y \text{ ها } |-2 - (-9)| = |-2 + 9| = 7$$

۸۵ - گزینه ۴

$$y = \frac{4}{9}x^2 + 2x + \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } y = ax^2 + bx + c} \begin{cases} a = \frac{4}{9} \\ b = 2 \\ c = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{طول رأس سهمی : } x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \times (\frac{4}{9})} = \frac{-2}{\frac{8}{9}} = \frac{-2 \times 9}{8} = -\frac{9}{4}$$

۸۶ - گزینه ۴

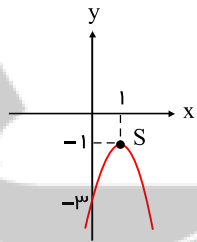
در سهمی  $y = -2x^2 + 4x - 3$ ، ضریب  $x^2$  منفی بوده، پس سهمی دارای max است.

$$\text{طول رأس : } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \times (-2)} = 1 \xrightarrow{\text{در تابع قرار می‌دهیم}} y = -2(1)^2 + 4(1) - 3 = -2 + 4 - 3 = -1$$

پس رأس سهمی  $S(1, -1)$  می‌باشد:

$$y = -2x^2 + 4x - 3 \xrightarrow{\text{محل برخورد سهمی با محور عرضها}}_{x=0} y = -3 \Rightarrow (0, -3)$$

حال اگر نمودار سهمی را با مشخصات فوق رسم کنیم، نمودار تقریبی آن به صورت زیر است:



ملاحظه می‌شود که نمودار سهمی از نواحی سوم و چهارم محورهای مختصات می‌گذرد.

۸۷ - گزینه ۲

اگر  $x$  طول مستطیل و  $y$  عرض مستطیل باشند:

$$P = 2 \times (x + y)$$

$$\Rightarrow 32 = 2 \times (x + y) \Rightarrow x + y = 16 \Rightarrow y = 16 - x \quad (1)$$

$$\text{مساحت : } S = x \times y = x \times (16 - x) \Rightarrow S = -x^2 + 16x$$

برای آن که  $S$  ماکسیمم شود،  $x = \frac{-b}{2a}$  باید باشد:

$$x = \frac{-16}{-2} = 8 \xrightarrow{(1)} y = 8$$

۸۸ - گزینه ۲ برای به دست آوردن حداقل مقدار تابع  $y = x^2 - 2x + 5$  با استفاده از مربع کامل کردن داریم:

$$y = x^2 - 2x + 5 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1 + 4 \Rightarrow y = (x - 1)^2 + 4$$

حداقل مقدار تابع در نقطه رأس سهمی یعنی نقطه (1, 4) می باشد و حداقل مقدار تابع  $y_{\min} = 4$  است.

برای به دست آوردن حداکثر مقدار تابع  $y = -2x^2 + 3x + 1$  ابتدا طول رأس سهمی را می یابیم:

$$y = -2x^2 + 3x + 1 \xrightarrow{\text{با مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_s = -\frac{3}{2 \times (-2)} = \frac{3}{4}$$

$$y = -2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3 \times \frac{3}{4} + 1 = -2 \times \frac{9}{16} + \frac{9}{4} + 1 = \frac{-9}{8} + \frac{9}{4} + 1 = \frac{9}{8} + 1 = \frac{17}{8}$$

پس اختلاف حداکثر و حداقل این دو تابع برابر است با:

$$4 - \frac{17}{8} = \frac{32}{8} - \frac{17}{8} = \frac{15}{8}$$

۸۹ - گزینه ۱ مختصات رأس سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  برابر است با:

$$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

$$y = -x^2 + kx - 1 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = -1 \\ b = k \\ c = -1 \end{cases}$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{k}{2(-1)} = \frac{k}{2} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} y = -x^2 + kx - 1$$

از بین نقاط داده شده تنها مختصات نقطه گزینه ۱، در معادله  $y = -x^2 + 3x - 1$  صدق می کند.

۹۰ - گزینه ۲ به طور کلی مختصات رأس سهمی به معادله  $y = a(x - b)^2 + c$  برابر  $S(b, c)$  است. حال با توجه به این موضوع، رأس سهمی تک تک گزینه ها را می یابیم:

$$۱) y = (x - 1)^2 + 3 \Rightarrow S(1, 3)$$

$$۲) y = -2(x - 3)^2 + 1 \Rightarrow S(3, 1)$$

$$۳) y = (2x - 3)^2 - 2 \Rightarrow y = 4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 2 \Rightarrow S\left(\frac{3}{2}, -2\right)$$

$$۴) y = -2(2x - 1)^2 + 3 \Rightarrow y = -8\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3 \Rightarrow S\left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

۹۱ - گزینه ۳ ضابطه کلی تابع درجه دوم داده شده به صورت  $y = a(x - b)^2 + c$  است که رأس آن  $(b, c)$  است که با توجه به نمودار تابع  $S(-3, -2)$  مختصات رأس سهمی است.

لذا:  $c = -2$  و  $b = -3$  است، یعنی:  $y = a(x + 3)^2 - 2$ . برای یافتن مقدار  $a$ ، نقطه  $(0, 1)$  را در تابع جایگذاری می کنیم:

$$1 = a(0 + 3)^2 - 2 \Rightarrow 1 = 9a - 2 \Rightarrow 9a = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

فرم کلی تابع به صورت زیر است:

$$y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 - 2 = \frac{1}{3}(x^2 + 6x + 9) - 2 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 - 2 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 1$$

۹۲ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} y &= a(x - h)^2 + k \\ \begin{cases} h = 3 \\ k = 2 \end{cases} &\rightarrow y = a(x - 3)^2 + 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow 5 = a(0 - 3)^2 + 2 \rightarrow 5 = 9a + 2$$

نقطه برخورد با محور  $y$  ها، پس در معادله سهمی صدق می کند.

$$\rightarrow 9a = 3 \rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 + 2$$

۹۳ - گزینه ۲

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 4 \\ y_s \Rightarrow \text{جایگذاری} \Rightarrow y_s = -8 + 16 - 1 = 7 \end{cases}$$

چون  $a < 0$  پس سهمی ماکزیمم دارد و  $f(0) = -1$  پس نمودار گزینه ۲، مینیمم است.

۹۴ - گزینه ۱ ابتدا مقدار  $y$  را برحسب  $x$  از رابطه  $24 = 3y + 6x$  به دست آورده و در  $6xy$  قرار می دهیم:

$$2x + 3y = 24 \Rightarrow 3y = -2x + 24 \xrightarrow{\div 3} y = \frac{-2}{3}x + 8$$

$$\text{عبارت مطلوب} \Rightarrow 6x\left(\frac{-2}{3}x + 8\right) = -4x^2 + 48x \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-48}{2(-4)} = \boxed{6}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در عبارت}} 6xy = \text{مکسimum مقدار عبارت} = -4 \times (6)^2 + 48 \times (6) = -144 + 288 = \boxed{144}$$

۹۵ - گزینه ۲ اگر بخواهیم کمترین مقدار  $f(x) = x^2 - 2x + k$  را به دست آوریم ابتدا  $x$  رأس سهمی را به دست می آوریم:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = 1$$

سپس  $x = 1$  را در معادله جایگزین می کنیم:

$$(1)^2 - 2(1) + k = 3 \Rightarrow \boxed{k = 4}$$

در معادله  $g(x)$  جایگزین می کنیم:

$$g(x) = -x^2 - 2x + 4$$

$$x = \frac{-(-2)}{2(-1)} = -1 \xrightarrow{\text{جایگزین در } g(x)} -(-1)^2 - 2(-1) + 4 = -1 + 2 + 4 = 5$$

۹۶ - گزینه ۳

باتوجه به نمودار  $x$  رأس سهمی ۱ است:

$$\frac{-b}{2(-2)} = 1 \Rightarrow b = 4$$

$$y = -2x^2 + 4x + c$$

از طرفی نمودار محور  $x$  ها را در نقطه  $-1$  قطع کرده است، پس اگر به جای  $x$  عدد  $-1$  را قرار دهیم به صفر می رسیم:

$$-2(-1)^2 + 4(-1) + c = 0 \Rightarrow -2 - 4 + c = 0 \Rightarrow c = 6$$

۹۷ - گزینه ۴ نمودار تابع که از نقطه  $A(1, -1)$  و  $B(-1, 1)$  می گذرد؛ داریم:

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \Rightarrow a + b = -1 & (1) \\ f(-1) = 1 \Rightarrow -a + b = 1 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} b = 0, a = -1 \Rightarrow -2a + 3b = -2 \times (-1) + (3 \times 0) = 2$$

۹۸ - گزینه ۴ چون دهانه سهمی به طرف پایین باز می شود، لذا ضریب  $x^2$  باید منفی باشد، پس گزینه ۱، ۲ یا ۴، صحیح می باشد.

از طرفی سهمی محور عرض ها را در نقطه ای با عرض  $-1$  قطع کرده است یعنی به ازای  $x = 0$  مقدار عرض سهمی باید  $-1$  باشد که تنها در گزینه ۴، این شرط برقرار است، پس ضابطه سهمی گزینه ۴، مربوط به نمودار می باشد.

۹۹ - گزینه ۱ چون در صورت سؤال گفته که تابع  $f(x)$  دارای بیشترین مقدار در  $x = -2$  است، لذا رأس سهمی تابع  $f(x)$ ، نقطه  $(-2, -1)$  است و از طرفی دو تابع  $f$  و  $g$  یکدیگر را در  $x = 1$  قطع کرده اند، یعنی  $f(1) = g(1)$  است، حال داریم:

$$f(x) = -ax^2 + 2bx - c$$

$$\text{طول رأس سهمی} = \frac{-2b}{2 \times (-a)} = \frac{b}{a} = -2 \Rightarrow b = -2a \quad (1)$$

$$f(-2) = -4a - 4b - c = -1 \xrightarrow{(1)} 4a - c = -1 \quad (2)$$

$$f(1) = g(1) \Rightarrow -a + 2b - c = -2 \xrightarrow{(1)} -5a - c = -2 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(2),(3)} a = \frac{1}{9}, b = \frac{-2}{9}, c = \frac{13}{9}$$

$$y = 2(x+a)^2 + b$$

$$\text{رأس سهمی} : S(-a, b) = S(-2, 3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a = -2 \Rightarrow a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$a + b = 5$$

. بنابراین:



$$6P = 180 - x \Rightarrow P = 30 - \frac{1}{6}x$$

$$R(x) = x(30 - \frac{1}{6}x) = 30x - \frac{1}{6}x^2$$

$$\text{تعداد کالا در ماکزیم درآمد: } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{30}{2(-\frac{1}{6})} = 90$$

$$\text{تومان } P = 30 - \frac{1}{6} \times 90 = 30 - 15 = 15$$

۱۰۲ - گزینه ۲ می دانیم محور تقارن  $y = ax^2 + bx + c$  خط  $x = -\frac{b}{2a}$  است:

$$\begin{cases} -\frac{-(k+1)}{2 \times 4} = \frac{k+1}{8} \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \frac{k+1}{8} = -1 \Rightarrow k+1 = -8 \Rightarrow k = -9$$

سهمی محور  $y$  ها را در نقطه ای به عرض ۳- قطع می کند:  
در نتیجه:

$$(0, 3) \in f \Rightarrow -3 = 4 \times 0 - c \Rightarrow C = 3$$

داریم:

$$y = 4x^2 + 8x - 3$$

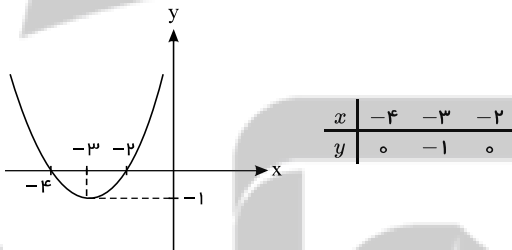
$$y = 4(-1)^2 + 8(-1) - 3 = -7$$

کمترین مقدار سهمی به ازای  $x = -1$  است.

۱۰۳ - گزینه ۳ در نمایش تابع درجه ۲ به صورت  $y = (x - \alpha)^2 + \beta$  مختصات رأس سهمی  $(\alpha, \beta)$  می باشد. پس ابتدا مختصات رأس سهمی را می یابیم:

$$y = (x + 3)^2 - 1 = (x - (-3))^2 - 1 \Rightarrow \text{رأس سهمی } S(-3, -1)$$

حال با استفاده از جدول زیر و نقطه یابی نمودار تابع را رسم می کنیم:



که نمودار آن مطابق گزینه ۳، می باشد.

۱۰۴ - گزینه ۳ ابتدا تابع درآمد و هزینه شرکت را جداگانه می یابیم:

قیمت کالا  $\times$  تعداد کالای تولیدی = تابع درآمد

$$\text{تابع درآمد: } R(x) = x \times (1500 - x) = -x^2 + 1500x$$

هزینه ثابت + تعداد کالای تولیدی  $\times$  هزینه تولید هر کالا = تابع هزینه

$$\text{تابع هزینه: } C(x) = 300 \times x + 30000 = 300x + 30000$$

حال تابع سود، از تفاضل تابع هزینه از تابع درآمد به دست می آید، داریم:

تابع هزینه - تابع درآمد = تابع سود

$$P(x) = R(x) - C(x) = -x^2 + 1500x - (300x + 30000)$$

$$= -x^2 + 1500x - 300x - 30000 = -x^2 + 1200x - 30000$$

۱۰۵ - گزینه ۱ طول رأس سهمی برابر  $x = 2$  است لذا با توجه به معادله داریم:

$$x = \frac{-b}{2a} \xrightarrow{x=2} 2 = -\frac{b}{2a} \rightarrow b = -4a \quad (1)$$

به ازای  $x = 3$  مقدار تابع برابر  $-1$  است:

$$f(3) = a \times (3)^2 + b \times (3) + 2 = -1 \Rightarrow 9a + 3b = -3 \xrightarrow{\div 3} 3a + b = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \begin{cases} b + 6a = 0 \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} -b - 6a = 0 \\ 3a + b = -1 \end{cases} \\ -3a = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \\ 3a + b = -1 \end{cases}$$

۱۰۶ - گزینه ۲ معادله محور تقارن سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  از رابطه  $x_S = -\frac{b}{2a}$  بدست می آید که همان طول رأس سهمی می باشد:

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\text{معادله محور تقارن: } x_S = -\frac{-2}{2 \times 4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

۱۰۷ - گزینه ۱

در رابطه سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  طول رأس سهمی  $x_S = -\frac{b}{2a}$  است، یعنی:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow b = -6a \quad (1)$$

از طرفی سهمی از نقطه  $(3, 8)$  می گذرد. پس مختصات این نقطه را می توانیم در سهمی جایگذاری کنیم.

$$8 = a(3)^2 + b(3) - 1 \Rightarrow 9a + 3b = 9 \xrightarrow{b=-6a} 9a + 3(-6a) = 9 \Rightarrow -9a = 9 \Rightarrow a = -1 \xrightarrow{(1)} b = -6 \times (-1) \Rightarrow b = 6$$

$$\Rightarrow ab = (-1) \times (6) = -6$$

۱۰۸ - گزینه ۲

چون دهانه سهمی رو به پایین می شود پس در معادله سهمی می بایست ضریب  $x^2$  منفی می باشد، لذا گزینه های (۱) و (۳) رد می شوند.

از طرفی با توجه به نمودار طول رأس سهمی برابر  $x = 3$  است. با توجه به گزینه های (۲) و (۴) طول رأس آن ها را می یابیم و با طول رأس نمودار مقایسه می کنیم:

$$(2) \quad y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2} \Rightarrow \text{طول رأس: } x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 3 \quad \checkmark$$

$$(4) \quad y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2} \Rightarrow \text{طول رأس: } x_S = -\frac{(-3)}{2 \times (-\frac{1}{2})} = -3 \quad \times$$

پس ضابطه مربوط به گزینه ۲، صحیح است

۱۰۹ - گزینه ۳ ضابطه سهمی با رأس  $(h, k)$  به صورت  $y = a(x - h)^2 + k$  است.

رأس سهمی نقطه  $(2, 1)$  است. بنابراین:

$$y = a(x - 2)^2 + 1 \quad (1)$$

سهمی محور  $y$  ها را در نقطه  $(0, 5)$  قطع کرده است. بنابراین:

$$5 = a(0 - 2)^2 + 1 \Rightarrow 5 = 4a + 1 \Rightarrow a = 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} y = (x - 2)^2 + 1 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 4 + 1$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 5$$

۱۱۰ - گزینه ۲

تابع هزینه - تابع درآمد = تابع سود

$$\Rightarrow \text{تابع سود} = \frac{-1}{2}x^2 + 30x - 18x - 10 = \frac{-1}{2}x^2 + 12x - 10$$

ضریب  $x^2$  در تابع سود عددی منفی است پس بیشترین مقدار تابع درجه دوم همان عرض سهمی است؛ بنابراین ابتدا طول رأس را حساب می کنیم و آن را به جای  $x$  می گذاریم تا عرض رأس بدست آید.

طول رأس معادله درجه دوم (سود) برابر است با:

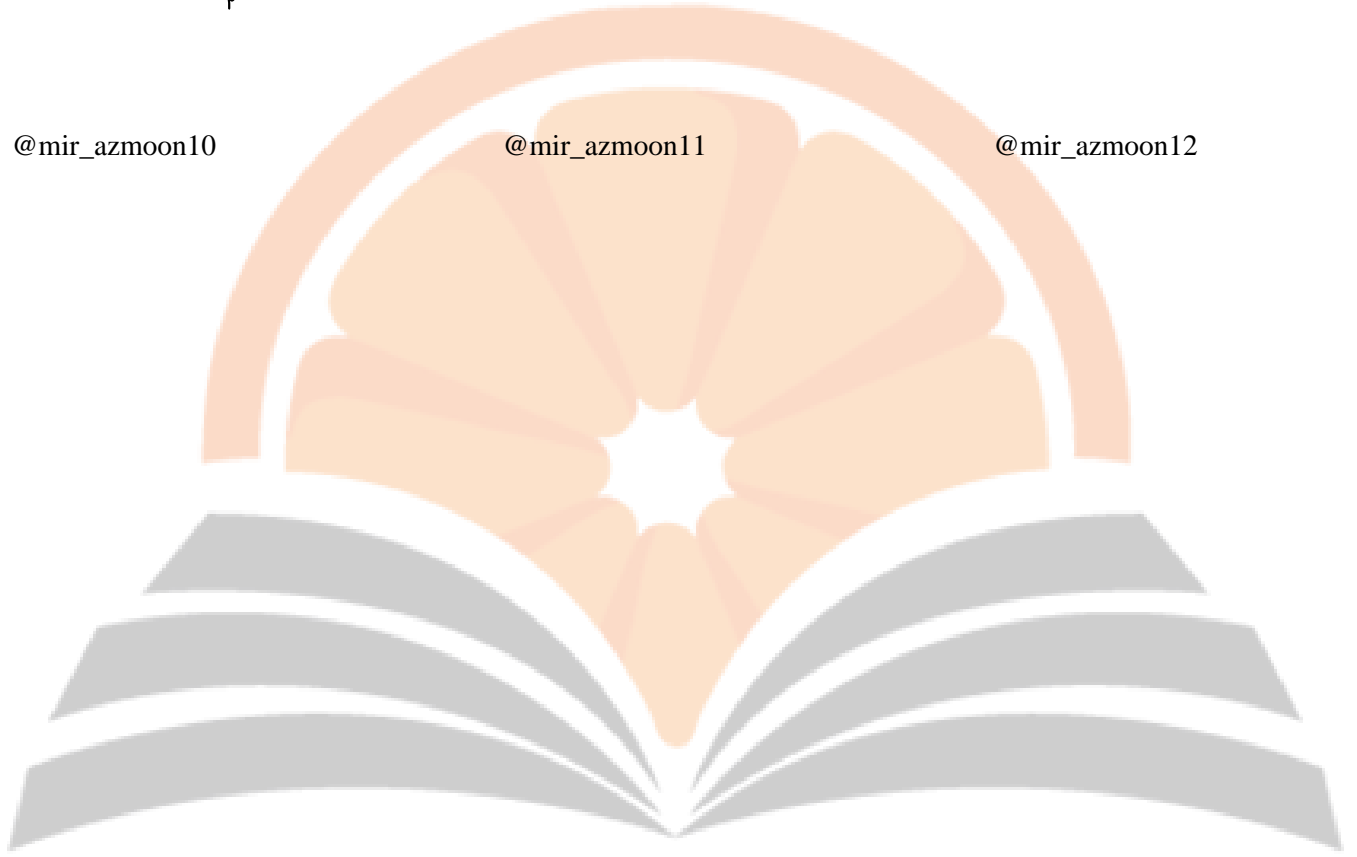
$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-\frac{1}{2})} = 12$$

$$\Rightarrow \text{عرض رأس سهمی: } y_s = \frac{-1}{2}(12)^2 + 12(12) - 10 = -72 + 144 - 10 = 62$$

@mir\_azmoon10

@mir\_azmoon11

@mir\_azmoon12



# نشرنگه بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۱۷ - ۳	۳۳ - ۳	۴۹ - ۴	۶۵ - ۲	۸۱ - ۲	۹۷ - ۴
۲ - ۴	۱۸ - ۳	۳۴ - ۴	۵۰ - ۳	۶۶ - ۳	۸۲ - ۳	۹۸ - ۴
۳ - ۲	۱۹ - ۱	۳۵ - ۱	۵۱ - ۳	۶۷ - ۳	۸۳ - ۲	۹۹ - ۱
۴ - ۲	۲۰ - ۱	۳۶ - ۴	۵۲ - ۳	۶۸ - ۲	۸۴ - ۴	۱۰۰ - ۴
۵ - ۴	۲۱ - ۳	۳۷ - ۳	۵۳ - ۳	۶۹ - ۲	۸۵ - ۴	۱۰۱ - ۴
۶ - ۲	۲۲ - ۲	۳۸ - ۱	۵۴ - ۲	۷۰ - ۴	۸۶ - ۴	۱۰۲ - ۲
۷ - ۱	۲۳ - ۲	۳۹ - ۳	۵۵ - ۲	۷۱ - ۱	۸۷ - ۲	۱۰۳ - ۳
۸ - ۳	۲۴ - ۱	۴۰ - ۴	۵۶ - ۱	۷۲ - ۲	۸۸ - ۲	۱۰۴ - ۳
۹ - ۳	۲۵ - ۱	۴۱ - ۴	۵۷ - ۴	۷۳ - ۳	۸۹ - ۱	۱۰۵ - ۱
۱۰ - ۳	۲۶ - ۳	۴۲ - ۲	۵۸ - ۳	۷۴ - ۳	۹۰ - ۲	۱۰۶ - ۲
۱۱ - ۱	۲۷ - ۱	۴۳ - ۳	۵۹ - ۲	۷۵ - ۳	۹۱ - ۳	۱۰۷ - ۱
۱۲ - ۳	۲۸ - ۲	۴۴ - ۲	۶۰ - ۳	۷۶ - ۳	۹۲ - ۱	۱۰۸ - ۲
۱۳ - ۱	۲۹ - ۳	۴۵ - ۳	۶۱ - ۲	۷۷ - ۱	۹۳ - ۲	۱۰۹ - ۳
۱۴ - ۴	۳۰ - ۱	۴۶ - ۲	۶۲ - ۳	۷۸ - ۱	۹۴ - ۱	۱۱۰ - ۲
۱۵ - ۴	۳۱ - ۱	۴۷ - ۱	۶۳ - ۲	۷۹ - ۳	۹۵ - ۲	
۱۶ - ۱	۳۲ - ۲	۴۸ - ۴	۶۴ - ۱	۸۰ - ۳	۹۶ - ۳	

# کنکور پنجم بزرگ

## تلاشی در مسیر موفقیت

انسان هر راهی را بدون تقید و پای بندی به قرآن برود روز به روز تنزل می کند. آیت ... بهجت



مبحث

## ۹۰ تست جامع

شامل

### کار با داده های آماری

ویژه

### دهم انسانی

تهیه کننده

### سید رضا میررضوی

تألیفی در مسیر موفقیت

## کار با داده های آماری

۱- در مورد گردآوری داده ها، کدام بیان درست است؟

- ① علم آمار نحوه گردآوری، سازمان دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات است.  
 ② یک روش آماری مناسب می تواند دقیق تر از داده ها و حقایق اصلی باشد.  
 ③ دادگان ها همیشه اطلاعات ثبتي را در اختیار آمارگر قرار می دهند.  
 ④ عدد آماره همواره کوچک تر از عدد پارامتر است.

۲- در یک جامعه آماری، کدام مشخصه عددی، درست است؟

- ① پارامتر ثابت و آماره ثابت  
 ② پارامتر ثابت و آماره متغیر  
 ③ پارامتر متغیر و آماره ثابت  
 ④ پارامتر متغیر و آماره متغیر

۳- نوع متغیر «رشته های دو میدانی در المپیک» و «رکوردها پرتاب نیزه شرکت کنندگان در المپیک» کدام است؟

- ① کیفی ترتیبی - کمی نسبی  
 ② کیفی اسمی - کمی نسبی  
 ③ کیفی ترتیبی - کمی فاصله ای  
 ④ کیفی اسمی - کمی فاصله ای

۴- چند مورد از متغیرهای زیر کیفی هستند؟

«مقدار مقاومت یک لامپ، تعداد ماشین های یک نمایشگاه، رتبه کنکور دانش آموزان یک کلاس، جنسیت افراد یک گروه، اندازه مساحت یک سری از شکل های هندسی، مزه ی غذا (خوب، بد، متوسط)»

- ① ۱  
 ② ۲  
 ③ ۳  
 ④ ۴

۵- مشخصه ی عددی که توصیف کننده ی جنبه خاصی از جامعه است ..... نام دارد و ..... یک مشخصه ی عددی است که توصیف کننده ی جنبه خاصی از نمونه است.

- ① پارامتر جامعه - آماره نمونه  
 ② پارامتر آماره - نمونه ی جامعه  
 ③ آماره نمونه - پارامتر جامعه  
 ④ نمونه ی جامعه - آماره نمونه

۶- روش جمع آوری داده های کدام موضوع، دادگان ها است؟

- ① تأثیر نور خورشید در رشد گیاهان  
 ② گوش دادن به موسیقی کلاسیک باعث افزایش هوش می شود.  
 ③ بیشترین عامل تصادفات رانندگی در سال گذشته سرعت غیرمجاز است.  
 ④ تعداد عابران پیاده که از روی یک پل عابر در یک روز عبور می کنند.

۷- مرسوم ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم ..... است.

- ① مشاهده  
 ② مصاحبه  
 ③ پرسش نامه  
 ④ دادگان

۸- در یک دانشکده که ۳۰۰ دانشجو دارد، نسبت تعداد دختران به کل دانشجویان  $\frac{180}{300}$  است. در کلاس عربی، نسبت دختران به کل افراد کلاس  $\frac{20}{27}$

است و در کل کلاس ریاضی، این نسبت برابر با  $\frac{17}{21}$  است. با توجه به متن ذکر شده و هم چنین مفهوم پارامتر و آماره کدام گزینه صحیح است؟

- ① نسبت  $\frac{180}{300}$  را آماره می گویند.  
 ② نسبت های  $\frac{17}{21}$  و  $\frac{17}{21}$  را آماره می گویند.  
 ③ نسبت  $\frac{20}{27}$  را آماره و نسبت  $\frac{17}{21}$  را پارامتر می گویند.  
 ④ نسبت  $\frac{120}{300}$  را آماره ای می گویند که تعداد پسران دانشکده را نشان می دهد.

۹- مقیاس ..... برای داده هایی است که قابل مرتب کردن هستند و همچنین، اختلاف بین مقادیر داده ها با معناست ولی نسبت مقادیر داده ها بی معنی است.

- ① اسمی  
 ② ترتیبی  
 ③ فاصله ای  
 ④ نسبی

۱۰- بهترین روش جمع آوری داده در موضوعات الف، ب و پ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

الف) بهترین سریال نروزی از نظر مردم که از شبکه های سیما پخش شده است.

ب) تعداد افرادی که در روز جمعه به یک رستوران مراجعه خواهند کرد.

پ) بررسی نرخ رشد باروری در سال ۹۵

- ① پرسشنامه - دادگان - پرسشنامه  
 ② پرسشنامه - دادگان - پرسشنامه  
 ③ مصاحبه - مشاهده - پرسشنامه  
 ④ مصاحبه - مشاهده - دادگان

۱۱ - مقیاس اندازه گیری کدام یک از متغیرهای زیر با یکدیگر یکسان است؟

(الف) دمای هوای یک کلاس (ب) تعداد دانش آموزانی که در کلاس حضور دارند.

(پ) طول قد دانش آموزان در کلاس (ت) رتبه کنکور دانش آموزان در کلاس

① الف و ب      ② ب و پ      ③ الف و ت      ④ ب و پ و ت

۱۲ - برای بررسی موضوع زیر ۱۰۰ دانش آموز سال دهم رشته انسانی مورد مطالعه قرار می گیرند.

«دانش آموزان سال دهم انسانی چرا در درس ریاضی ضعف دارند.»

در این بررسی جامعه آماری و نمونه آماری به ترتیب کدام است؟

① ۱۰۰ دانش آموز مورد مطالعه - حداقل ۲۰ دانش آموز از ۱۰۰ دانش آموز به عنوان نمونه باید انتخاب شوند.

② کل دانش آموزان رشته انسانی در تمام پایه ها - ۱۰۰ دانش آموز مورد مطالعه

③ کل دانش آموزان پایه دهم در تمام رشته ها (ریاضی، تجربی، انسانی) - ۱۰۰ دانش آموز مورد مطالعه

④ کل دانش آموزان پایه دهم انسانی - ۱۰۰ دانش آموز مورد مطالعه

۱۳ - روش جمع آوری داده ها در کدام گزینه با سایر گزینه ها متفاوت است؟

① قطر درختان یک باغ      ② تعداد وسایل نقلیه عبوری از یک چهارراه در ساعتی مشخص

③ تعداد دانش آموزان قبول شده در امتحانات خرداد سال گذشته      ④ اندازه گیری وزن محصولات یک باغ میوه

۱۴ - برای بررسی میزان ساعتی که کارمندان یک اداره در طول هفته به ورزش اختصاص می دهند، روش مناسب برای جمع آوری داده ها کدام است؟

① آزمایش      ② مشاهده      ③ دادگان      ④ پرسش نامه

۱۵ - در یک تحقیق آماری، هر ویژگی از اشخاص یا اشیا که قرار است بررسی شود ..... را می گویند.

① داده      ② واحد آماری      ③ متغیر      ④ نمونه

۱۶ - تفاوت بین آماره و پارامتر در این است که ..... در نمونه و ..... در جامعه آماری کاربرد دارد و پارامتر همواره ..... است.

① آماره - پارامتر - ثابت      ② آماره - پارامتر - متغیر      ③ پارامتر - آماره - ثابت      ④ پارامتر - آماره - متغیر

۱۷ - می خواهیم کارمندان یک اداره را برحسب مدت زمان سابقه کاری، رتبه بندی کنیم. در این فعالیت آماری متغیر مورد نظر ..... و مقیاس اندازه

گیری آن ..... است.

① کیفی - ترتیبی      ② کیفی - اسمی      ③ کمی - فاصله ای      ④ کمی - نسبی

۱۸ - برای بررسی وضعیت تحصیلی دانش آموزان پایه دهم یک دبیرستان، مناسب ترین روش جمع آوری داده ها کدام است؟

① مشاهده      ② پرسش نامه      ③ مصاحبه      ④ دادگان ها

۱۹ - دمای هوای کلاس، رنگ گل های یک پارک و زمان انتظار در ایستگاه مترو به ترتیب چه متغیرهایی هستند؟

① کمی فاصله ای - کیفی اسمی - کمی نسبی      ② کمی نسبی - کیفی ترتیبی - کمی نسبی  
③ کمی فاصله ای - کیفی ترتیبی - کمی فاصله ای      ④ کمی فاصله ای - کیفی اسمی - کمی فاصله ای

۲۰ - بهترین روش جمع آوری داده ها در موضوعات «تعداد ازدواج و طلاق های شهر تهران در سال ۹۵» و «چگونگی گذراندن اوقات فراغت شهروندان

اصفهانی» به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

① دادگان ها - مصاحبه      ② پرسش نامه - دادگان ها      ③ مشاهده - پرسش نامه      ④ مصاحبه - مشاهده

۲۱ - چه تعداد از موارد زیر متغیر کمی با مقیاس اندازه گیری نسبی است؟

(الف) نمرات درس ریاضی دانش آموزان یک کلاس      (ب) تعداد کتاب های درسی دانش آموزان دوره ابتدایی

(پ) درجه حرارت در شهر های مختلف      (ت) رتبه دانش آموزان در یک آزمون علمی

① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

۲۲- کدام متغیر زیر از نوع کیفی با مقیاس اندازه گیری اسمی است؟

- ① مراحل تحصیل یک فرد  
② میزان آلودگی هوا  
③ تعداد کارمندان شاغل در هر وزارتخانه  
④ وضعیت هوا (بارانی، آفتابی، ابری)

۲۳- در کدام یک از گزینه های زیر به ترتیب از راست به چپ متغیر کمی با مقیاس فاصله ای و متغیر کیفی با مقیاس اسمی است؟

- ① وزن دانش آموزان یک کلاس - رنگ خودرو  
② دمای بدن انسان - مزه غذا  
③ نمره آزمون فیزیک دانش آموزان - سطح تحصیلات افراد  
④ میزان آلودگی هوا - مراحل رشد انسان

۲۴- چه تعداد از متغیرهای زیر، کمی و با مقیاس نسبتی هستند؟

الف) تعداد افراد غایب در کلاس

ب) گروه خونی افراد

پ) درجه حرارت شهرها

ت) رتبه افراد در کنکور

ث) طول عمر یک باتری

- ① ۴  
② ۳  
③ ۲  
④ ۱

۲۵- رتبه کنکور سراسری دانش آموزان جزء کدام نوع متغیر و با کدام مقیاس اندازه گیری است؟

- ① کمی فاصله ای  
② کمی نسبتی  
③ کیفی ترتیبی  
④ کیفی اسمی

۲۶- در کدام گزینه، تمام متغیرهای ذکر شده، کمی و با مقیاس نسبتی هستند؟

- ① شدت زلزله، درآمد افراد در کنکور، قطر تنه درختان  
② اندازه وزن افراد، میزان علاقه به آشپزی (زیاد - متوسط - کم)، سرعت خودروها، مقدار سرب موجود در مواد آرایشی  
③ اندازه قد افراد، مدت زمان مکالمه با تلفن همراه، تعداد دندان های خراب افراد، جنسیت افراد  
④ سن افراد، تعداد بانک های شهرها، مقدار گنجایش استخرها، مقدار مالیات مشاغل مختلف

۲۷- نوع چند متغیر به درستی مشخص شده است؟

الف) تعداد مشتریان یک فروشگاه: کمی نسبتی

ب) جنسیت مشتریان یک فروشگاه: کیفی اسمی

پ) نوع کالاهای فروخته شده: کیفی اسمی

ت) قیمت اجناس فروشگاه: کمی نسبتی

- ① ۴  
② ۳  
③ ۲  
④ ۱

۲۸- در کدام گزینه، مقیاس اندازه گیری اسمی است؟

- ① مراحل رشد انسان  
② سایز پیراهن  
③ درجه های افراد نظامی  
④ وضعیت تأهل افراد

۲۹- کدام یک از متغیرهای زیر قابل اندازه گیری نیستند؟

- ① درآمد خانوار  
② شدت زلزله  
③ جنسیت افراد  
④ وزن افراد

۳۰- مقیاس متغیر در دو موضوع «مدت زمان امتحان» و «ساعت شروع امتحان» به ترتیب کدام است؟

- ① نسبتی - نسبتی  
② نسبتی - فاصله ای  
③ فاصله ای - نسبتی  
④ فاصله ای - فاصله ای

۳۱- قد بازیکنان یک تیم بسکتبال چه نوع متغیری است؟

- ① کمی فاصله ای  
② کمی نسبتی  
③ کیفی ترتیبی  
④ کیفی اسمی

۳۲- ضریب هوشی افراد چه نوع متغیری است؟

- ① کیفی اسمی  
② کیفی ترتیبی  
③ کمی نسبتی  
④ کمی فاصله ای



۳۳- در موضوع «میزان بارندگی در پاییز ده سال اخیر استان مازندران» متغیر چیست؟

- ① ماه      ② فصل      ③ میزان بارندگی      ④ استان

۳۴- معدل یک دانش آموز در شش درس ۱۴ بوده است. نمرات دو درس دیگر او ۱۵ و ۱۷ است. میانگین ۸ درس او چقدر است؟

- ① ۱۴٫۲      ② ۱۴٫۵      ③ ۱۴٫۸      ④ ۱۵

۳۵- اگر میانگین داده های ۲۶، ۱۴، ۱۱، ۷ برابر ۱۴٫۵ باشد، میانگین داده های ۲۶۵، ۱۴۵، ۱۱۵، ۷۵ کدام است؟

- ① ۱۴۵      ② ۱۵۰      ③ ۱۶۵      ④ ۱۷۰

۳۶- اگر میانگین داده های آماری  $\{x, 125, 90, 110, 85, 115, 75\}$  برابر  $x$  باشد، میانگین داده های  $x + 2$  و  $x + 10$  و  $x$  کدام است؟

- ① ۱۰۵      ② ۱۱۰      ③ ۱۰۴      ④ ۱۱۲

۳۷- با توجه به داده های ۱۱، ۱۰، ۵، ۶، ۴، ۹، ۷، ۳، ۳، ۲، دامنه میان چارکی کدام است؟

- ① ۲      ② ۴      ③ ۶      ④ ۶٫۵

۳۸- میانه داده های ۱۷، ۱۴، ۲۳، ۱۵، ۱۱، چقدر از میانه داده های ۲۴، ۲۰، ۱۸، ۱۹، ۳۳، ۱۷ کم تر است؟

- ① ۲٫۵      ② ۴٫۵      ③ ۱۱      ④ ۸

۳۹- اگر میانگین موزون داده های آماری جدول زیر برابر ۶ باشد،  $a$  کدام است؟

داده ها	۴٫۵	۵	۸
وزن (ضریب)	۲	$a + 1$	$a$

- ① ۲      ② ۴      ③ ۵      ④ ۶

۴۰- اگر در داده های ۱۲، ۱۷، ۱۱،  $a + b$ ،  $2a - b$ ، ۱۴، ۱۵، ۱۰ و ۱۲ مُد منحصر به فرد و برابر با ۱۵ باشد، حاصل  $a - b$  کدام است؟

- ① ۱۵      ② ۱۰      ③ ۵      ④ ۷٫۵

۴۱- اگر در یک سری داده آماری به بزرگترین داده مقداری را اضافه کنیم، در این صورت کدام معیار الزاماً تغییر نمی کند؟

- ① مد      ② میانه      ③ میانگین      ④ نسبت میانگین به میانه

۴۲- با توجه به جدول مقابل، اگر میانگین داده ها برابر ۱۰ باشد، میانه کدام است؟

داده	۳	۱۰	$k + 1$
فراوانی ها	۴	۲	۵

- ① ۱۵٫۶      ② ۱۰      ③ ۹٫۶      ④ ۱۴

۴۳- اگر میانگین داده های ۱۲، ۸،  $x + 3$ ، ۶، ۴ برابر ۷ باشد، آنگاه میانه داده های ۷، ۹، ۱۳، ۳، ۴،  $x$  کدام است؟

- ① ۶      ② ۷      ③ ۹      ④ ۸

۴۴- میانگین ۱۰ عدد متمایز برابر ۱۲ است. اگر یک عدد را کنار بگذاریم، میانگین ۹ عدد باقی مانده برابر ۱۱ می شود. عددی که کنار گذاشته شده

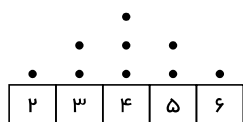
است، کدام است؟

- ① ۲۱      ② ۲۰      ③ ۱۲      ④ ۱۱

۴۵- اگر میانگین داده های  $x_1, x_2, \dots, x_{10}, \dots, x_{20}, x_1$  برابر ۱۶ باشد، میانگین داده های ۱۶، ۲۸،  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  کدام است؟

- ① ۱۶      ② ۱۷      ③ ۱۸      ④ ۱۹

۴۶- با توجه به نمودار نقطه ای زیر، میانگین چقدر از میانه بیش تر است؟



- ① صفر      ② ۰٫۵

- ③ ۱      ④ ۱٫۵

۴۷- در داده های زیر، مجموع مقادیر مُد، میانه و میانگین کدام است؟

۲, ۵, ۸, ۸, ۳, ۱, ۴, ۱, ۶, ۶, ۳, ۷, ۸, ۸, ۴, ۶

- ① ۱۷,۵      ② ۱۸      ③ ۱۸,۵      ④ ۱۹,۵

۴۸- میانگین ۱۰ داده آماری ۳۲,۵ است. اگر دو داده ۳۵ و ۴۰ را از آن داده ها کنار بگذاریم، میانگین ۸ داده حاصل کدام است؟

- ① ۳۱,۲۵      ② ۳۱,۵      ③ ۳۱,۷۵      ④ ۳۲

۴۹- میانگین نمرات درس عربی ۴۰ دانش آموز یک کلاس ۱۴ است. در بررسی مجدد ورقه ها، نمره یکی از دانش آموزان به دلیل تقلب به صفر تبدیل می شود. در این صورت میانگین بقیه نمرات، برابر با  $13\frac{9}{9}$  می شود، نمره اولیه فردی که تقلب کرده تقریباً چقدر بوده است؟

- ① ۱۵      ② ۲۰      ③ ۱۶      ④ ۱۸

۵۰- با افزودن کدام داده ها به داده های ۹, ۱۷, ۱۳, ۵, ۱۶ میانگین ۸ داده جدید، دو برابر میانگین داده های اولیه خواهد شد؟

- ① ۲۲, ۱۱, ۱۰۰      ② ۳۷, ۵۲, ۴۳      ③ ۱۶, ۳۱, ۸۳      ④ ۴۶, ۴۶, ۴۶

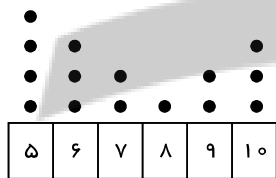
۵۱- تفاضل میانگین ۶ داده آماری از خود داده ها به ترتیب ۱۵, ۹, ۱, -۳, -۷, -۱۳ است. اگر میانه داده ها ۱۳ باشد، در این صورت میانگین داده ها کدام است؟

- ① صفر      ② ۱۱      ③ ۱۵      ④ ۱۷

۵۲- اگر میانه داده های  $10, 6, m, 4, 12, 2, 17, 16, 17, 20$  برابر ۱۳ باشد، میانگین داده ها کدام است؟

- ① ۱۱,۸      ② ۱۱,۷      ③ ۱۱,۴      ④ ۱۱,۹

۵۳- برای داده های نمودار زیر، یک نمودار جعبه ای رسم می کنیم. واریانس داده های دنباله سمت راست جعبه را جزء دنباله سمت راست در نظر بگیرید.



- ① صفر      ② ۱      ③ ۰,۸      ④ ۱,۲

۵۴- میانگین ۱۳ داده  $11, 10, 8, 6, 9, 2, a, 10, 13, 10, a, 12, 4, 2a+4$  برابر ۹ است. مجموعه میانه و مد داده های

$3, a+12, 2a+5, 10, 13$  کدام است؟

- ① ۲۲      ② ۲۳      ③ ۲۱      ④ ۲۰

۵۵- انحراف معیار داده های ۹, ۴, ۵, ۲, ۳ کدام است؟

- ①  $\frac{\sqrt{14}}{2}$       ②  $\frac{\sqrt{20}}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{26}}{2}$       ④  $\frac{\sqrt{8}}{2}$

۵۶- اگر ۹۹,۹ درصد داده های آماری در بازه (۳, ۱۵) قرار داشته و انحراف معیار داده ها برابر ۲ باشد، میانگین داده ها کدام است؟ (پراکندگی داده ها مطابق منحنی خم بهنجار است.)

- ① ۶      ② ۸      ③ ۹      ④ ۱۱

۵۷- انحراف معیار داده های آماری  $10, x_1, x_2, \dots, x_6, 10$  برابر صفر باشد، واریانس داده های

$1, 2, 1, 2, x_6, 2, 2, x_5, 3, 2, x_4, 4, 2, x_3, 5, 2, x_2, 6, 2, x_1$  کدام است؟

- ① ۹      ② ۳      ③ ۴      ④ ۲

۵۸- میانگین ۱۰ داده آماری برابر ۴۰ و انحراف معیار آن ها برابر ۲ می باشد. سه داده ۴۱, ۳۹ و ۴۰ را از بین این داده ها، حذف می کنیم، واریانس سایر داده ها کدام است؟

- ①  $\frac{17}{7}$       ②  $\frac{25}{7}$       ③  $\frac{31}{7}$       ④  $\frac{38}{7}$

۵۹- واریانس داده های ۵، ۷، ۳، ۶، ۴ چند برابر واریانس داده های ۹، ۱۳، ۷، ۱۵، ۱۱ است؟

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{5}$

۶۰- واریانس ۵ داده ای آماری برابر صفر است. اگر یکی از داده ها برابر ۱۲ باشد و دو داده ی دیگر ۱۰ و ۱۴ را به این داده ها اضافه کنیم، واریانس ۷ داده ی جدید کدام است؟

- ①  $\frac{8}{7}$       ② صفر      ③  $\frac{6}{7}$       ④  $\frac{3}{7}$

۶۱- میانگین ۸ داده ای آماری برابر ۹ و انحراف معیار آن ها نیز برابر ۲٫۵ است. اگر دو داده ی ۹ به داده های قبلی بیفزاییم، انحراف معیار ۱۰ داده ی جدید کدام است؟

- ① ۵      ②  $\sqrt{5}$       ③ ۱٫۲۵      ④ ۲٫۵

۶۲- در ۵ داده ای آماری، اختلاف میانگین از واریانس کدام است؟

۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰

- ① صفر      ② ۱      ③ ۲      ④ ۴

۶۳- اگر میانگین وزن نوجوانان یک شهر ۵۵ کیلوگرم و انحراف معیار، برابر ۱۲ باشد و ۹۹٫۹ درصد از مشاهدات بین سه برابر انحراف معیار از میانگین قرار گیرد، می توان گفت تنها ۰٫۱ درصد از نوجوانان به ترتیب از راست به چپ وزنی بالاتر از ..... کیلوگرم یا کمتر از ..... کیلوگرم دارند.

- ① ۱۹، ۹۱      ② ۴۳، ۶۷      ③ ۳۱، ۹۱      ④ ۳۱، ۷۹

۶۴- اگر واحد اندازه گیری را از متر به سانتی متر تبدیل کنیم، انحراف معیار چه تغییری می کند؟

- ① ۱۰ برابر      ② ۱۰۰ برابر      ③ ۱۰۰۰ برابر      ④ تغییر نمی کند

۶۵- در ۵ داده ای آماری، تفاضل میانگین از تک تک داده ها عبارت است از: ۱، ۲، ۰، -۲، -۱ واریانس داده ها کدام است؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

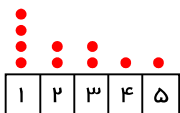
۶۶- اگر میانگین داده های  $1, 2a, 2a + 1$  و  $a$  برابر ۱۲ باشد، واریانس آن ها کدام است؟

- ①  $\frac{40}{3}$       ② ۱۲      ③  $\frac{38}{3}$       ④  $\frac{35}{3}$

۶۷- انحراف معیار داده های ۳ و ۴ و ۷ و ۹ و ۳ و ۱ و ۱ کدام است؟

- ①  $\sqrt{\frac{6}{7}}$       ②  $\sqrt{\frac{7}{6}}$       ③  $\sqrt[3]{\frac{6}{7}}$       ④  $\sqrt[3]{\frac{7}{6}}$

۶۸- با توجه به نمودار نقطه ای مقابل، مجموع دامنه تغییرات، مُد، میانه و میانگین داده ها کدام است؟



- ① ۳٫۵      ② ۴٫۹      ③ ۷٫۶      ④ ۹٫۳

۶۹- اگر واریانس داده های مثبت  $a, a, 3a, 3a, 3a$  برابر ۱۶ باشد، در این صورت نسبت انحراف معیار به میانگین داده ها کدام است؟ ( $a > 0$ )

- ①  $\frac{4}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{4}{9}$       ④  $\frac{1}{2}$

۷۰- در یک سری از داده های آماری که منحنی آن ها به صورت منحنی نرمال است، میانگین  $\bar{x}$  و  $\sigma$  انحراف معیار می باشد. تقریباً چند درصد داده ها در بازه  $(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + \sigma)$  قرار دارند؟

- ① ۹۶      ② ۶۸      ③ ۸۰      ④ ۸۴

۷۱- میانگین وزن یک نوع کنسرو ماهی ۳۰۰ گرم است. اگر تقریباً ۹۶ درصد کنسروهای تولیدشده این کارخانه وزنی بین ۲۷۰ گرم تا ۳۳۰ گرم داشته باشند، در این صورت انحراف معیار وزن این نوع کنسرو تقریباً چند است؟

① ۱۰

② ۸٫۵

③ ۳۰

④ ۱۵

۷۲- اگر واریانس داده های آماری  $a, b, c, d$  برابر ۱۶ و میانگین آنها برابر ۶ باشد، انحراف معیار داده های  $a, b, c, d, 5, 7$  کدام است؟

① ۴

②  $\sqrt{6}$

③ ۱۱

④  $\sqrt{11}$

۷۳- تقریباً ۹۹٫۹ درصد از داده های آماری در فاصله ..... انحراف معیار از ..... قرار دارند.

① ۲ برابر - میانه

② ۲ برابر - میانگین

③ ۳ برابر - میانه

④ ۳ برابر - میانگین

۷۴- اگر میانگین داده های  $3m$  و  $m + 1$  و  $2m + 5$  برابر ۱۴ باشد، در این صورت واریانس این داده ها کدام است؟

①  $\frac{76}{3}$

②  $\frac{74}{3}$

③  $\frac{86}{3}$

④  $\frac{85}{3}$

۷۵- اگر انحراف از میانگین یک سری از داده ها (اختلاف از میانگین) برابر با  $2, 6, 1, 0, -3, -6$  باشد، مقدار انحراف معیار داده ها کدام است؟

①  $\sqrt{\frac{43}{4}}$

②  $\sqrt{43}$

③  $\sqrt{\frac{11}{13}}$

④  $\sqrt{13}$

۷۶- میانگین داده های  $3x - 5, 2x - 3, 4x + 1$  برابر ۱۰ می باشد. واریانس داده های  $x + 7$  و  $2x - 1$  کدام است؟

① ۳

② ۲

③  $\frac{2}{3}$

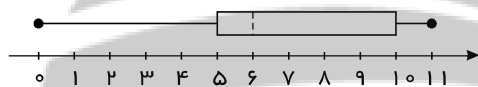
④ ۱

۷۷- نمودار جعبه ای تعدادی داده به صورت مقابل است. دامنه میان چارکی این داده ها کدام است؟

① ۶

② ۵

④ ۴



③ ۱

۷۸- در داده های  $1, 15, 2, 3, 12, 7, 3$  اگر اعداد قبل از چارک اول نمودار جعبه ای را حذف کنیم، میانگین داده های باقیمانده کدام است؟

① ۷٫۵

② ۸٫۵

③ ۸

④ ۷

۷۹- در داده آماری، اگر میانگین داده های کم تر از چارک اول برابر میانگین داده های بزرگ تر از چارک سوم باشد، آنگاه واریانس کل داده ها کدام است؟

① ۱

② صفر

③ ۵۱

④ غیرقابل محاسبه

۸۰- در داده های آماری زیر، دامنه میان چارکی ( $IQR$ ) کدام است؟

① ۹

② ۸

③ ۱۰

④ ۱۲

۵, ۹, ۷, ۱, ۹, ۸, ۱۳, ۱۵, ۱۲, ۲۰, ۳, ۴, ۱۷, ۱۸

۸۱- نمرات ادبیات دانش آموزی در ۱۰ آزمون به صورت زیر است. با حذف دو نمره کمترین و بیشترین آنها، مقدار انحراف معیار، تقریباً کدام است؟

① ۰٫۹

② ۱٫۲

③ ۱٫۵

④ ۱٫۶

۱۴, ۱۲, ۱۵, ۹, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۵, ۲۰, ۱۱

۸۲- در داده های آماری  $18, 8, 15, 7, 14, 9, 10, 11, 18, 10, 17, 12, 10$  انحراف معیار داده های بیشتر از چارک اول و کمتر از چارک سوم، کدام است؟

① ۱٫۶

② ۱٫۹

③ ۲٫۱

④ ۲٫۴

۸۳- واریانس داده های آماری  $a$  و  $b$  برابر  $\frac{2}{3}$  و میانگین آنها ۴ است. مجموع حاصلضرب دو به دوی این داده ها برابر است؟

① ۳۹

② ۴۹

③ ۴۳

④ ۴۷

۸۴- برای ۲۳ داده آماری، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از  $Q_3$  برابر ۳۳ و میانگین داده‌های کوچک‌تر از برابر  $21,6$  است. اگر میانگین داده‌های بین  $Q_1$  و  $Q_3$  و خود آنها برابر ۲۵ باشد، میانگین کل داده‌ها کدام است؟

- ① ۲۵٫۸      ② ۲۶      ③ ۲۶٫۱      ④ ۲۶٫۲

۸۵- واریانس داده‌های آماری  $a + 7$  و  $a + 2$  و  $a - 3$  کدام است؟

- ①  $\frac{50}{3}$       ②  $\frac{49}{3}$       ③ ۱۶      ④  $\frac{47}{3}$

۸۶- واریانس داده‌های ۱۳ و ۸ و ۶ و ۵ کدام است؟

- ① ۹      ② ۹٫۵      ③ ۱۰      ④ ۸٫۵

۸۷- انحراف معیار (انحراف استاندارد) داده‌های ۱۷ و ۱۳ و ۹ و ۷ و ۴ تقریباً کدام است؟

- ① ۴٫۸      ② ۴٫۹      ③ ۴٫۵      ④ ۴٫۴

۸۸- انحراف از میانگین ۴ داده برابر با  $x - 2$ ،  $4$ ،  $x - 3$ ،  $1 + 2x$  می‌باشد. انحراف معیار این داده‌ها کدام است؟

- ① ۵      ②  $\sqrt{25,5}$       ③  $\sqrt{26}$       ④  $3\sqrt{3}$

۸۹- مجموع مربعات ۱۷ داده آماری برابر ۵۱۰۰ و میانگین این داده‌ها برابر ۵ است. واریانس آنها کدام است؟

- ① ۴      ② ۶      ③ ۷      ④ ۵

۹۰- مجموع ۳۰ داده آماری برابر ۷۵ و مجموع مربعات آنها برابر ۲۶۲٫۵ است. انحراف معیار این داده‌ها برابر است با:

- ① ۲٫۷      ②  $2\sqrt{2}$       ③ ۲٫۵      ④  $2\sqrt{3}$

کنکور پنجه بوک  
تلاشی در مسیر موفقیت

## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ علم آمار نحوه گردآوری، سازمان دهی تحلیل و تفسیر اطلاعات است.

۲ - گزینه ۲ پارامتر ثابت و آماره متغیر است.

۳ - گزینه ۴ نوع متغیر رشته‌های دو میدانی در المپیک کیفی اسمی است و نوع متغیر رکورد پرتاب نیزه شرکت‌کنندگان در المپیک کمی فاصله‌ای است.

۴ - گزینه ۳ رتبه در کنکور ← کیفی ترتیبی

جنسیت افراد ← کیفی اسمی

مزه‌ی غذا ← کیفی ترتیبی

مقدار مقاومت لامپ ← کمی نسبتی

تعداد ماشین‌های نمایشگاه ← کمی نسبتی

اندازه‌ی مساحت شکل‌های هندسی ← کمی نسبتی

۵ - گزینه ۱ پارامتر جامعه مشخصه‌ی عددی است که توصیف‌کننده‌ی جنبه‌ای خاص از جامعه است و آماره نمونه یک مشخصه‌ی عددی است که توصیف‌کننده‌ی جنبه‌ای خاص از نمونه است.

۶ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: آزمایش

گزینه‌ی «۲»: آزمایش

گزینه‌ی «۳»: دادگان‌ها

گزینه‌ی «۴»: مشاهده

۷ - گزینه ۳ مرسوم ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم از طریق پرسش نامه می‌باشد.

۸ - گزینه ۲ نسبت های  $\frac{20}{27}$  و  $\frac{17}{21}$  هر دو آماره هستند، چون تعداد دختران را در ۲ نمونه‌ی تصادفی نشان می‌دهند ولی  $\frac{180}{300}$  بیانگر یک پارامتر است. چون تعداد دختران را در کل دانشکده نشان می‌دهد. به همین ترتیب نسبت  $\frac{120}{300}$  بیانگر یک پارامتر است.

۹ - گزینه ۳ در مقیاس فاصله‌ای به دلیل استفاده از لوازم یا قواعد دقیق اندازه‌گیری، ویژگی افراد یا اشیا به دقت اندازه‌گیری می‌شود به بیان دیگر مقیاس فاصله‌ای برای داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و هم‌چنین اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معناست مانند درجه حرارت در شهرهای مختلف بر حسب سلسیوس، ولی نسبت مقادیر داده‌ها بی‌معنی است.

۱۰ - گزینه ۴ به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

(الف) برای دانستن این موضوع که بهترین سریال از نظر مردم چیست از طریق مصاحبه می‌توان داده‌ها را جمع‌آوری کرد.

(ب) تعداد افرادی که در روز جمعه به رستوران مراجعه خواهند کرد از طریق مشاهده به دست می‌آید.

(پ) نرخ رشد باروری در سال ۹۵ را می‌توان از طریق اطلاعات ذخیره شده (دادگان‌ها) بررسی کرد.

۱۱ - گزینه ۲ به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

(الف) دمای هوای کلاس یک متغیر کمی است که مقیاس اندازه‌گیری آن فاصله‌ای است.

(ب) تعداد دانش‌آموزانی که در کلاس حضور دارند، یک متغیر کمی است که مقیاس اندازه‌گیری آن نسبتی است.

(پ) طول قد دانش‌آموزان یک متغیر کمی است که مقیاس اندازه‌گیری آن نسبتی است.

(ت) رتبه کنکور دانش‌آموزان در کلاس یک متغیر کیفی است که مقیاس اندازه‌گیری آن ترتیبی است.

۱۲ - گزینه ۴ جامعه آماری کل دانش‌آموزان پایه دهم انسانی می‌باشند که نمونه آماری که انتخاب شده است ۱۰۰ دانش‌آموز مورد مطالعه می‌باشند.

۱۳ - گزینه ۳ برای جمع‌آوری داده‌ها در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» از روش مشاهده استفاده می‌کنیم و برای جمع‌آوری داده‌ها در گزینه «۳» از روش دادگان‌ها استفاده می‌کنیم.

۱۴ - گزینه ۴ بهترین روش، پرسش‌نامه است.

زیرا مشاهده امکان‌پذیر نیست. داده‌هایی نیز از قبل وجود ندارد. آزمایش هم در این مورد به کار نمی‌رود.

۱۵ - گزینه ۳ متغیر عبارت است از هر ویژگی از اشخاص یا اشیا که قرار است بررسی شود.

۱۶ - گزینه ۱ آماره در نمونه و پارامتر در جامعه آماری کاربرد دارد و پارامتر همواره ثابت است.

۱۷ - گزینه ۱ دقت کنید متغیر مورد مطالعه مدت زمان سابقه کاری کارمندان است که متغیری کمی و مقیاس اندازه‌گیری آن نسبتی است، دقت کنید که رتبه بندی آن‌ها متغیر کیفی و مقیاس اندازه گیری آن ترتیبی است.

۱۸ - گزینه ۴ بهترین روش استفاده از داده‌های از پیش تهیه شده (دادگان) است.

۱۹ - گزینه ۱ دمای هوای کلاس متغیر کمی فاصله‌ای است، زیرا اگر دمای هوای کلاس ۲۰ درجه و دمای هوای کلاس دیگر ۱۰ درجه باشد، نمی‌توان گفت دمای هوای کلاس اول، دو برابر هوای کلاس دوم است. اما می‌توان گفت که این دو کلاس ۱۰ درجه اختلاف دما دارند.

رنگ گل‌های یک پارک متغیر کیفی اسمی است، زیرا مقدار عددی نمی‌گیرد و نمی‌توان داده‌ها را مرتب کرد. (رنگ‌ها ترتیب خاصی ندارند).

زمان انتظار نیز متغیر کمی نسبتی است. زیرا هم اختلاف بین داده‌ها و هم نسبت آن‌ها با معنا است.

۲۰ - گزینه ۱ برای بررسی «تعداد ازدواج و طلاق در سال ۹۵» به دفتر ازدواج و طلاق می‌توان مراجعه کرد، بنابراین از روش دادگان استفاده می‌کنیم و همین‌طور برای بررسی «چگونگی گذراندن اوقات فراغت شهروندان اصفهان» بهترین روش مصاحبه است.

- ۲۱ - گزینه ۲ موارد «الف» و «ب» کمی نسبتی هستند. مورد «پ» متغیر کمی فاصله ای و مورد «ت» متغیر کیفی ترتیبی است.  
 ۲۲ - گزینه ۴ وضعیت هوا را وقتی که از نظر بارانی، آفتابی و ابری بررسی می کنیم یک متغیر کیفی با مقیاس اندازه گیری اسمی است.  
 ۲۳ - گزینه ۲

وزن دانش آموزان یک کلاس: کمی نسبتی  
 رنگ خودرو: کیفی اسمی  
 دمای بدن انسان: کمی فاصله ای  
 مزه غذا: کیفی اسمی

۲۴ - گزینه ۳ الف و ت: متغیر کمی - مقیاس نسبتی

ب: متغیر کیفی - مقیاس اسمی

پ: متغیر کمی - مقیاس فاصله ای

ت: متغیر کیفی - مقیاس ترتیبی

۲۵ - گزینه ۳ رتبه دانش آموزان ← متغیر کیفی ترتیبی

۲۶ - گزینه ۴ رتبه افراد در کنکور، متغیر کیفی ترتیبی و میزان علاقه به آشپزی نیز متغیر کیفی ترتیبی است.

جنسیت افراد متغیر کیفی اسمی است.

بقیه متغیرهای ذکر شده، همگی کمی با مقیاس نسبتی هستند.

۲۷ - گزینه ۱ الف) تعداد مشتریان قابل مرتب کردن است و اختلاف بین مقادیر داده ها و نسبت داده ها با معنا است. ← متغیر کمی نسبتی است.

ب) جنسیت مشتریان قابل مرتب کردن از کوچک به بزرگ نیست. ← متغیر کیفی اسمی است.

پ) نوع کالاها نیز قابل مرتب کردن از کوچک به بزرگ نیست. ← متغیر کیفی اسمی است.

ت) قیمت اجناس قابل مرتب کردن است و اختلاف و نسبت بین مقادیر با معناست و صفر به معنی نبود این ویژگی است. ← متغیر کمی نسبتی است.

۲۸ - گزینه ۴ نوع تمام متغیرهای داده شده، کیفی است ولی مقیاس اندازه گیری گزینه های ۱ و ۲ و ۳ ترتیبی و مقیاس اندازه گیری گزینه ۴ (اسمی است. چون وضعیت تأهل، ترتیب نیست.

۲۹ - گزینه ۳ در میان گزینه ها، فقط جنسیت افراد را نمی توان اندازه گیری کرد.

۳۰ - گزینه ۲ در رابطه با مدت زمان امتحان، نسبت داده های آماری با معناست. (مثلاً مدت زمان یک امتحان، دو برابر مدت زمان امتحانی دیگر است.) اما در رابطه با ساعت شروع امتحان، نسبت داده های آماری بی معناست.

۳۱ - گزینه ۲ قد افراد قابل اندازه گیری است. پس متغیر کمی به حساب می آید. ضمناً چون نسبت مقادیر داده ها با معناست، پس متغیر کمی نسبتی است.

۳۲ - گزینه ۴ ضریب هوشی افراد قابل اندازه گیری است، پس کمی به حساب می آید و چون نسبت ضریب هوشی بی معناست، پس متغیر کمی فاصله ای است (نمی توانیم بگویم فلانی دو برابر دیگری باهوش است!)

۳۳ - گزینه ۳ موضوعی که می خواهیم در مورد آن اطلاعات کسب کنیم، میزان بارندگی این منطقه است.

۳۴ - گزینه ۲ اگر نمرات ۶ درس اول را به ترتیب  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  و  $x_6$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_6}{6} = 14 \Rightarrow x_1 + \dots + x_6 = 6 \times 14 = 84$$

$$\text{میانگین ۸ درس} = \frac{\overbrace{x_1 + x_2 + \dots + x_6}^{84} + 15 + 17}{8} = \frac{84 + 15 + 17}{8} = 14,5$$

۳۵ - گزینه ۲ اگر تمام داده های دسته ی اول را در عدد ۱۰ ضرب کنیم سپس با عدد ۵ جمع کنیم، داده های دسته ی دوم به دست می آید. پس میانگین داده های دسته دوم ۱۰ برابر میانگین داده های دسته ی اول به اضافه ی ۵ می باشد، داریم:

$$\bar{x}_2 = 10\bar{x}_1 + 5 \Rightarrow \bar{x}_2 = 10 \times 14,5 + 5 = 145 + 5 = 150$$

$$\bar{x} = \frac{x + 125 + 90 + 110 + 85 + 115 + 75}{7}$$

$$\Rightarrow x = \frac{x + 600}{7} \Rightarrow 7x = x + 600 \Rightarrow 6x = 600 \Rightarrow \boxed{x = 100}$$

$$x, x + 10, x + 2 \xrightarrow{x=100} 100, 110, 102$$

$$\xrightarrow{\text{میانگین}} \bar{x} = \frac{100 + 110 + 102}{3} = \frac{312}{3} = 104$$

۳۷ - گزینه ۳

ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم سپس میانه و بعد از آن میانه نیمه اول و میانه نیمه دوم داده ها را پیدا می کنیم.

$$2, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Q_1 & Q_2 = \frac{5+6}{2} = 5,5 & Q_3 \end{array}$$

چون داده ها زوج است میانه میانگین دو داده وسطی است.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 9 - 3 = 6$$

۳۸ - گزینه ۲ داده های دسته ی اول را مرتب می کنیم:

۱۱, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۲۳

چون تعداد داده ها فرد است، میانه برابر داده ی وسط است که همان ۱۵ است.

حال داده های دسته ی دوم را مرتب می کنیم:

۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۳۳, ۴۴

چون تعداد داده ها زوج است، میانه برابر میانگین دو داده ی وسط است که در اینجا داده های سوم و چهارم می باشند. داریم:

$$\text{میانگی دسته ی دوم} = \frac{۱۹ + ۲۰}{۲} = ۱۹,۵$$

$$\text{میانگی دسته ی اول} - \text{میانگی دسته ی دوم} = ۱۵ - ۱۹,۵ = ۴,۵$$

۳۹ - گزینه ۴

با توجه به جدول برای به دست آوردن میانگین وزن دار داریم:

داده ها	۴,۵	۵	۸
وزن (ضریب)	۲	a + 1	a

$$\bar{x} = \frac{۴,۵ \times ۲ + ۵ \times (a + 1) + ۸ \times a}{۲ + a + 1 + a} \Rightarrow ۶ = \frac{۹ + ۵a + ۵ + ۸a}{۲a + ۳} \Rightarrow ۱۲a + ۱۸ = ۱۴ + ۱۳a \Rightarrow a = ۴$$

۴۰ - گزینه ۳ برای آن که مُد داده ها منحصر به فرد و برابر ۱۵ شود، عدد ۱۵ باید ۳ بار تکرار شود (چون عدد ۱۲ دو بار تکرار شده) لذا:

$$\begin{cases} a + b = ۱۵ \\ ۲a - b = ۱۵ \end{cases}$$

$$۳a = ۳۰ \Rightarrow a = ۱۰ \xrightarrow{\text{جایگذاری در یکی از معادلات}} b = ۵ \Rightarrow a - b = ۱۰ - ۵ = ۵$$

۴۱ - گزینه ۲ اگر در یک سری داده آماری به بزرگترین داده مقداری را اضافه کنیم و یا از کوچکترین داده مقداری را کم کنیم، در این صورت میانه داده ها تغییری نخواهند کرد و ثابت می ماند.

۴۲ - گزینه ۲ ابتدا با توجه به رابطه میانگین، مقدار k را می یابیم:

$$\bar{x} = \frac{(۴ \times ۳) + (۲ \times ۱۰) + ۵(k + ۱)}{۴ + ۲ + ۵} = ۱۰ \Rightarrow ۱۲ + ۲۰ + ۵k + ۵ = ۱۱۰ \Rightarrow ۵k = ۷۳$$

$$\Rightarrow k = \frac{۷۳}{۵} = ۱۴,۶$$

نکته: ابتدا داده ها را مرتب می کنیم، داده ای میانه است که داده های قبل از آن با داده های بعد از آن برابر باشد.

- اگر داده ها فرد باشد، داده وسطی میانه است.

- اگر داده ها زوج باشد، میانگین دو داده وسط میانه است.

نوشتن داده ها به صورت

$$\rightarrow ۳, ۳, ۳, ۳, ۱۰, ۱۰, ۱۵, ۶, ۱۵, ۶, ۱۵, ۶, ۱۵, ۶, ۱۵, ۶$$

غیر جدولی

↓  
میانه

پس در جدول، حاصل برابر با خواهد شد، حالا داده ها را به صورت معمولی می نویسیم و میانه را به دست می آوریم:

چون تعداد کل داده ها ۱۱ تا است، پس داده مُد میانه است.

۴۳ - گزینه ۲

$$\bar{x} = \frac{۴ + ۶ + x + ۳ + ۸ + ۱۲}{۵} \rightarrow ۷ = \frac{x + ۳۳}{۵} \rightarrow ۳۵ = x + ۳۳ \rightarrow \boxed{x = ۲}$$

داده ها : ۴, ۳x, ۱۳, ۹, ۷

↓  
میانه۴۴ - گزینه ۱ اگر میانگین ۱۰ عدد برابر ۱۲ باشد، مجموع آن ها برابر است با:  $۱۰ \times ۱۲ = ۱۲۰$ از طرفی میانگین ۹ عدد نیز ۱۱ است، پس مجموع:  $۹ \times ۱۱ = ۹۹$ بنابراین عدد حذف شده  $۱۲۰ - ۹۹ = ۲۱$  است.

۴۵ - گزینه ۲

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع داده ها} : x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = ۱۰ \times ۱۶ = ۱۶۰ \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{10} + ۱۶ + ۲۸ = ۱۶۰ + ۴۴ = ۲۰۴$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{۲۰۴}{۱۲} = ۱۷$$

۴۶ - گزینه ۱

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد}} = \frac{۱ \times ۲ + ۲ \times ۳ + ۳ \times ۴ + ۲ \times ۵ + ۱ \times ۶}{۱ + ۲ + ۳ + ۲ + ۱} = \frac{۳۶}{۹} = ۴$$

برای یافتن میانه، ابتدا داده ها را مرتب می کنیم:



$$۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۴, ۵, ۵, ۶ \Rightarrow ۴ - ۴ = ۰$$

$$\downarrow$$

$$Q_2 = ۴$$

۴۷ - گزینه ۳ مد برابر ۸ است، چون تعداد دفعات تکرار ۸ بیشتر از بقیه داده هاست.

$$\bar{x} = \frac{(۲ \times ۱) + ۲ + (۲ \times ۳) + (۲ \times ۴) + ۵ + (۳ \times ۶) + ۷ + (۴ \times ۸)}{۲ + ۱ + ۲ + ۲ + ۱ + ۳ + ۱ + ۴} = \frac{۸۰}{۱۶} = ۵$$

میانه

$$\rightarrow 1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 8$$

$$\downarrow$$

$$\frac{۵ + ۶}{۲} = ۵,۵$$

میانه

$$\Rightarrow \text{مد} + \text{میانه} + \text{میانگین} = ۸ + ۵,۵ + ۵ = ۱۸,۵$$

۴۸ - گزینه ۱

$$\text{مجموع داده های اولیه} = \text{تعداد} \times \text{میانگین} = ۳۲,۵ \times ۱۰ = ۳۲۵$$

$$\text{مجموع جدید} = ۳۲۵ - ۳۵ - ۴۰ = ۲۵۰$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{\text{مجموع جدید}}{\text{تعداد جدید}} = \frac{۲۵۰}{۸} = ۳۱,۲۵$$

۴۹ - گزینه ۴

$$\bar{x}_{\text{اولیه}} = \frac{\text{مجموع نمرات اولیه}}{\text{تعداد کل اولیه}} = \frac{۱۴}{۴۰} \Rightarrow \text{مجموع نمرات اولیه} = ۱۴ \times ۴۰ = ۵۶۰$$

اگر نمره اولیه فردی که تقلب کرده را  $x$  بگیریم، با حذف آن، مجموع نمرات به  $(۵۶۰ - x)$  می رسد. لذا خواهیم داشت:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{\text{مجموع جدید}}{\text{تعداد جدید}} \Rightarrow ۱۳,۹ = \frac{۵۶۰ - x}{۳۹} \Rightarrow ۵۶۰ - x = ۵۴۲,۱ \Rightarrow x = ۱۷,۹ \approx ۱۸$$

۵۰ - گزینه ۲ ابتدا میانگین داده های اولیه را محاسبه می کنیم:

$$\bar{x}_1 = \frac{۱۶ + ۵ + ۱۳ + ۱۷ + ۹}{۵} = \frac{۶۰}{۵} = ۱۲$$

حال با افزودن سه داده، میانگین ۸ داده جدید برابر با  $۱۲ \times ۲ = ۲۴$  شود.

$$\bar{x}_2 = ۲۴ \Rightarrow \frac{\text{مجموع داده ها}}{۸} = ۲۴ \Rightarrow \text{مجموع داده ها} = ۲۴ \times ۸ = ۱۹۲$$

مجموع ۸ داده باید ۱۹۲ باشد، از آنجا که مجموع ۵ داده اولیه ۶۰ است، باید مجموع ۳ داده جدید  $۱۳۲ = ۱۹۲ - ۶۰$  باشد.

در بین گزینه ها تنها گزینه ای که مجموع سه داده آن برابر با ۱۳۲ است، گزینه ۲ است.

۵۱ - گزینه ۳ فرض می کنیم میانگین داده ها  $\bar{x}$  باشد، در این صورت با اضافه کردن  $\bar{x}$  به همه داده ها داریم:

$$-۱۳ + \bar{x}, -۷ + \bar{x}, -۳ + \bar{x}, -۱ + \bar{x}, ۹ + \bar{x}, ۱۵ + \bar{x}$$

تعداد داده ها زوج است، پس میانه برابر میانگین دو داده وسطی است، لذا داریم:

$$\text{میانه} = \frac{-۳ + \bar{x} + (-۱) + \bar{x}}{۲} \xrightarrow{\text{میانه} = ۱۳} ۱۳ = \frac{۲\bar{x} - ۴}{۲} \Rightarrow ۲\bar{x} - ۴ = ۲۶ \Rightarrow ۲\bar{x} = ۳۰ \Rightarrow \bar{x} = ۱۵$$

۵۲ - گزینه ۱

ابتدا بدون در نظر گرفتن  $m$ ، داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم:

$$۲, ۴, ۶, ۱۰, ۱۲, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۲۰$$

میانه این اعداد (بدون در نظر گرفتن  $m$ ) برابر ۱۲ است. از آنجا که میانه همه اعداد برابر ۱۳ است، باید عدد  $m$  بزرگ تر از ۱۲ باشد (زیرا در محاسبه میانه این ۱۰ عدد، میانگین دو عدد وسط

محاسبه می شود). حال اگر  $m \geq ۱۶$  باشد، میانه برابر با  $\frac{۱۲ + ۱۶}{۲} = ۱۴$  می شود که نادرست است.

پس  $m$  بین ۱۲ و ۱۶ است، یعنی میانه برابر است با:  $\frac{m + ۱۲}{۲}$

$$\frac{۱۲ + m}{۲} = ۱۳ \Rightarrow m = ۱۴$$

حال میانگین را محاسبه می کنیم:

$$\bar{x} = \frac{۲ + ۴ + ۶ + ۱۰ + ۱۲ + ۱۴ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۷ + ۲۰}{۱۰} = ۱۱,۸$$

۵۳ - گزینه ۱

نوشتن داده ها و یافتن چارک ها

$$\rightarrow ۵, ۵, ۵, ۵, ۶, ۶, ۶, ۷, ۷, ۸, ۹, ۹, ۱۰, ۱۰, ۱۰$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3$$

داده های دنباله سمت راست

$$\sigma^2 = 0 : \text{واریانس} \rightarrow 10, 10, 10$$

یعنی داده های بعد از  $Q_3$ 

دقت کنید که چون داده ها باهم برابرند، لذا واریانس آن ها صفر است و نیاز به انجام هیچ گونه محاسبه ای برای یافتن واریانس نداریم.

۵۴ - گزینه ۲

$$\text{میانگین: } \frac{2a + 4 + 12 + 10 + a + 13 + 10 + 2 + a + 2 + 9 + 6 + 8 + 10 + 11}{13} = 9$$

$$\Rightarrow 97 + 4a = 13 \times 9 \Rightarrow 4a = 117 - 97 \Rightarrow 4a = 20 \Rightarrow a = 5$$

$$a = 5 \Rightarrow 5 + 3, 12, 2 \times 5 + 2, 5, 10, 13$$

مرتب کردن داده ها

$$\rightarrow 5, 8, 10, 12, 12, 13$$

از آنجایی که تعداد داده ها زوج است؛ میانه میانگین دو داده وسط است.

$$\text{مد} = 12, \text{ میانه} = \frac{10 + 12}{2} = 11$$

در نتیجه:

$$11 + 12 = 23 = \text{مد} + \text{میانه}$$

۵۵ - گزینه ۳

$$2, 4, 5, 9 \rightarrow \bar{x} = \frac{2 + 4 + 5 + 9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\delta^2 = \frac{(2-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (9-5)^2}{4} = \frac{9 + 1 + 0 + 16}{4} = \frac{26}{4}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{26}{4}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

۵۶ - گزینه ۳ می دانیم ۹۹٫۹ درصد داده ها در بازه  $(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$  هستند.

$$(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma) = (3, 15) \Rightarrow (\bar{x} - 6, \bar{x} + 6) = (3, 15) \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} - 6 = 3 \\ \bar{x} + 6 = 15 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = 9$$

۵۷ - گزینه ۳

$$x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_6 = 10$$

چون انحراف معیار داده های  $10, x_6, \dots, x_2, x_1$  برابر صفر است، پس داده ها باهم برابرند:

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{14 + 15 + \dots + 20}{7} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{(14-17)^2 + (15-17)^2 + \dots + (20-17)^2}{7} = \frac{9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9}{7} = 4$$

۵۸ - گزینه ۴ اگر مجموع مربعات اختلافات داده ها از میانگین  $x$  باشد:

$$\sigma^2 = \frac{x}{n} \Rightarrow 2^2 = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 40$$

$$\sigma'^2 = \frac{x'}{n'} \Rightarrow \frac{x - (41 - 40)^2 - (39 - 40)^2 - (40 - 40)^2}{10 - 3} = \frac{40 - 1 - 1 - 0}{7} = \frac{38}{7}$$

۵۹ - گزینه ۳ میانگین واریانس داده های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر است با:

$$\text{میانگین: } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\sigma^2 : \text{واریانس} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

واریانس داده های ۴، ۵، ۳، ۷، ۵ برابر است با:

$$\text{میانگین: } \bar{x}_1 = \frac{4 + 6 + 3 + 7 + 5}{5} = 5$$

$$\sigma_1^2 = \frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (3-5)^2 + (7-5)^2 + (5-5)^2}{5} = \frac{1 + 1 + 4 + 4 + 0}{5} = 2$$

$$\sigma_y^2 = \frac{(11-11)^2 + (15-11)^2 + (7-11)^2 + (13-11)^2 + (9-11)^2}{5} = \frac{0+16+16+4+4}{5} = 8$$

واریانس داده های ۹، ۱۳، ۷، ۱۵، ۱۱ برابر است با:

$$\bar{x}_y = \frac{11+15+7+13+9}{5} = 11$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_y^2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

۶- گزینه ۱ واریانس داده ها زمانی برابر صفر است که همه ی داده ها با یکدیگر برابر باشند. بنابراین همه ی داده ها برابر ۱۲ هستند. حال میانگین دو داده ی اضافه شده برابر ۱۲ است و میانگین داده های جدید نیز ثابت و برابر ۱۲ است. بنابراین:

$$\sigma^2 = \frac{5(12-12)^2 + (10-12)^2 + (14-12)^2}{7} = \frac{8}{7}$$

۶۱ - گزینه ۲

$$\sigma = 2,5 \Rightarrow \sqrt{\frac{(x_1-9)^2 + (x_2-9)^2 + \dots + (x_8-9)^2}{8}} = 2,5$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} \frac{(x_1-9)^2 + (x_2-9)^2 + \dots + (x_8-9)^2}{8} = 6,25$$

$$\Rightarrow (x_1-9)^2 + (x_2-9)^2 + \dots + (x_8-9)^2 = 6,25 \times 8 = 50$$

باتوجه به اینکه میانگین داده های قبلی برابر ۹ بود. با اضافه کردن دو داده ی ۹ میانگین مجدداً برابر ۹ می ماند.

$$\text{انحراف معیار داده های جدید} = \sqrt{\frac{(x_1-9)^2 + (x_2-9)^2 + \dots + (x_8-9)^2 + (9-9)^2 + (9-9)^2}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{50+0+0}{10}} = \sqrt{5}$$

۶۲ - گزینه ۳

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

ابتدا میانگین داده ها را حساب می کنیم:

سپس انحراف معیار را پیدا می کنیم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{16+4+0+4+16}{5}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} \Rightarrow \begin{cases} \text{واریانس: } \sigma^2 = 8 \\ \bar{x} = 6 \end{cases} \Rightarrow \sigma^2 - \bar{x} = 2$$

۶۳ - گزینه ۱ ۹۹٫۹ درصد داده ها بین  $\bar{x} - 3\sigma$  و  $\bar{x} + 3\sigma$  قرار دارند، بنابراین ۰٫۱ درصد نوجوانان، وزنی بالاتر از  $\bar{x} + 3\sigma$  یا کمتر از  $\bar{x} - 3\sigma$  دارند:

$$\bar{x} + 3\sigma = 55 + 3(12) = 91$$

$$\bar{x} - 3\sigma = 55 - 3(12) = 19$$

۶۴ - گزینه ۲ برای تبدیل متر به سانتی متر تمام داده ها باید در عدد ۱۰۰ ضرب شوند پس انحراف معیار آن نیز در ۱۰۰ ضرب می شود.

۶۵ - گزینه ۲ اگر تفاضل داده ها از میانگین داده شود آن ها را تک تک به توان ۲ رسانده جواب ها را با هم جمع کرده و بر تعداد کل تقسیم می کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

۶۶ - گزینه ۳

$$\frac{2a + (2a+1) + a}{3} = 12 \Rightarrow 5a = 35 \Rightarrow a = 7$$

داده‌ها: ۷, ۱۵, ۱۴

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(7-12)^2 + (15-12)^2 + (14-12)^2}{3} = \frac{25+9+4}{3} = \frac{38}{3}$$

۶۷ - گزینه ۳ برای به دست آوردن انحراف معیار، ابتدا میانگین داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{1+1+3+9+7+4+3}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

حال برای به دست آوردن انحراف معیار مربع تفاضل اعداد از میانگین را با یکدیگر جمع کرده و به تعداد کل داده‌ها تقسیم می‌کنیم، سپس جذر می‌گیریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 \times (1-4)^2 + 2 \times (3-4)^2 + (9-4)^2 + (7-4)^2 + (4-4)^2}{7}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 9 + 2 \times 1 + 25 + 9 + 0}{7}} = \sqrt{\frac{18+2+25+9}{7}} = \sqrt{\frac{54}{7}} = 3\sqrt{\frac{6}{7}}$$

۶۸ - گزینه ۴

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد کل}} = \frac{(4 \times 1) + (2 \times 2) + (2 \times 3) + (4) + (5)}{10} = \frac{23}{10} = 2,3$$

$$R = \max - \min = 5 - 1 = 4$$

نوشتن داده‌ها برای

$$1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5$$

یافتن میانه

$$Q_2 = \frac{2+2}{2} = 2$$

ضمناً مد برابر ۱ است، چون ۱ بیشتر از بقیه داده‌ها تکرار شده است لذا:

$$\text{مجموع مقادیر خواسته شده} = 2,3 + 4 + 2 + 1 = 9,3$$

$$69 - \text{گزینه ۴ میانگین این داده‌ها برابر با } 2a = \frac{3 \times a + 3 \times (3a)}{6} \text{ است.}$$

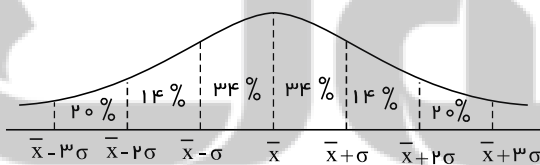
پس:

$$\sigma^2 = \frac{3(a-2a)^2 + 3(3a-2a)^2}{6} = \frac{6a^2}{6} = a^2 = 16$$

بنابراین  $a = 4$  (داده‌ها مثبت هستند).لذا میانگین داده‌ها  $2a = 8$  است. بنابراین نسبت انحراف معیار به میانگین داده‌ها برابر است با:

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{16}}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

۷۰ - گزینه ۴ منحنی نرمال داده‌ها به صورت زیر است:



$$\text{مجموع درصد ها} = 34 + 34 + 14 + 2 = 84$$

۷۱ - گزینه ۴

تقریباً ۹۶٪ داده در بازه  $(\bar{x} - 2\delta, \bar{x} + 2\delta)$  قرار دارد. چون ۹۶٪ در  $(270, 330)$  قرار دارد و  $\bar{x} = 300$  پس  $2\delta = 30$  و  $\delta = 15$  می‌شود.

۷۲ - گزینه ۴

$$\bar{x} = 6, \sigma^2 = 16 \Rightarrow \frac{(a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2}{4} = 16$$

$$\Rightarrow (a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2 = 64 \quad (1)$$

$$\bar{x} = \frac{a+b+c+d}{4} = 6 \Rightarrow a+b+c+d = 24 \Rightarrow \bar{x} = \frac{a+b+c+d+5+7}{6} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2}{6} = \frac{64+1+1}{6} = 11$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{11}$$

۷۳ - گزینه ۴ تقریباً ۹۹٫۹ درصد از مشاهدات در فاصله سه برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند.

۷۴ - گزینه ۲ طبق رابطه میانگین داریم:

$$\bar{x} = \frac{2m + 5 + m + 1 + 3m}{3} = \frac{6m + 6}{3} = 2m + 2 \xrightarrow{\bar{x}=14} 2m + 2 = 14 \Rightarrow m = 6$$

پس داده ها عبارت اند از: ۱۷, ۷, ۱۸. برای به دست آوردن واریانس آن ها داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(17-14)^2 + (7-14)^2 + (18-14)^2}{3} = \frac{9+49+16}{3} = \frac{74}{3}$$

۷۵ - گزینه ۱ چون تفاضل داده ها از میانگین داده شده است، دیگر نیازی برای به دست آوردن میانگین و کم کردن میانگین از داده ها نیست و کافی است اعداد داده شده را تک تک به توان ۲ رسانده با هم جمع کنیم و جواب را بر تعداد داده ها تقسیم کنیم تا واریانس به دست آید. سپس از جواب جذر می گیریم تا انحراف معیار به دست آید:

$$\sigma^2 = \frac{(-6)^2 + (-3)^2 + 0^2 + 1^2 + 6^2 + 2^2}{6} = \frac{36+9+0+1+36+4}{6} = \frac{86}{6} = \frac{43}{3} \xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = \sqrt{\frac{43}{3}}$$

۷۶ - گزینه ۳

$$\bar{x} = \frac{4x + 1 + 2x - 3 + 5 - 3x}{3} = 10 \Rightarrow \frac{3x + 3}{3} = 10 \Rightarrow 3x + 3 = 30 \Rightarrow 3x = 27 \Rightarrow x = 9$$

بنابراین داده های جدید ۱۶, ۱۷, ۱۸ می باشند.

$$\bar{x} = \frac{16 + 17 + 18}{3} = 17$$

بنابراین واریانس برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(18-17)^2 + (17-17)^2 + (16-17)^2}{3} = \frac{1+0+1}{3} = \frac{2}{3}$$

۷۷ - گزینه ۲

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 5$$

مطابق شکل  $Q_3 = 10$  و  $Q_1 = 5$ ، پس:

۷۸ - گزینه ۴ ابتدا داده ها را مرتب می کنیم و چارک ها را مشخص می کنیم:

از آنجایی که تعداد داده ها فرد است داده وسط برابر میانه است.

$$1, 2, 3, 3, 7, 12, 15$$

$\downarrow$  چارک سوم     $\downarrow$  میانه     $\downarrow$  چارک اول

عدد قبل از چارک اول تنها عدد ۱ می باشد. بنابراین میانگین داده های باقی مانده برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 3 + 7 + 12 + 15}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

۷۹ - گزینه ۲ هرگاه میانگین داده های کم تر از چارک اول و بیش تر از چارک سوم برابر باشد، آنگاه تمامی داده ها با هم برابر خواهند بود. در نتیجه واریانس و انحراف معیار برابر صفر است.

۸۰ - گزینه ۳ دامنه میان چارکی یعنی  $(Q_3 - Q_1)$  است، پس ابتدا چارک ها را به دست می آوریم تا به جواب  $(Q_3 - Q_1)$  برسیم، ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم:

$$1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 9, 12, 13, 15, 17, 18, 20$$

$\downarrow$   $Q_1$      $\downarrow$   $Q_3=9$      $\downarrow$   $Q_3$

$$\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 15 - 5 = 10$$

۸۱ - گزینه ۴ نمرات ۲۰ و ۹ را حذف می کنیم:

$$11, 12, 14, 14, 15, 15, 15, 16$$

$$\bar{x} = \frac{11 + 12 + 14 + 14 + 15 + 15 + 15 + 16}{8} = \bar{x} = 14$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{3^2 + 2^2 + 0 + 0 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2}{8}} \rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{9 + 4 + 1 + 1 + 1 + 4}{8}} = \sqrt{2,5} \approx 1,6$$

۸۲ - گزینه ۲

داده ها را مرتب می کنیم؛ داریم:

$$Q_1 = \frac{9+10}{2} = 9,5 \quad Q_3 = \frac{15+17}{2} = 16$$

$\underbrace{7, 8, 9, 10, 10, 11, 12, 14}_{Q_1 = \frac{11+12}{2} = 11,5} \quad \underbrace{15, 17, 18, 18}_{Q_3 = 16}$

چون داده‌ها زوج است میانگین دو داده وسط برابر میانه ( $Q_2$ ) است.

$$Q_1 = 9,5 \quad , \quad Q_2 = 16$$

داده‌های بین چارک اول و سوم عبارت است از:

$$10, 10, 11, 12, 14, 15$$

$$\text{میانگین} = \frac{10 + 10 + 11 + 12 + 14 + 15}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{4 + 4 + 1 + 0 + 4 + 9}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{11}{3}} \approx 1,9$$

۸۳ - گزینه ۴

$$\frac{a+b+c}{3} = 4 \Rightarrow a+b+c = 12$$

$$\frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16 + c^2 - 8c + 16 = 2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 8(a+b+c) + 48 = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 50$$

$$a+b+c = 12 \Rightarrow (a+b+c)^2 = 144$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 144 \Rightarrow 2(ab+ac+bc) = 144 - 50 \Rightarrow ab+ac+bc = 47$$

۸۴ - گزینه ۲

$$x_1, \dots, x_p, \dots, x_{12}, \dots, x_{18}, \dots, x_{23}$$

پس تعداد داده‌های بزرگ‌تر از  $Q_2$  و کوچک‌تر از  $Q_1$  هر یک ۵ تاست. تعداد داده‌های بین  $Q_2$  و  $Q_1$  نیز برابر ۱۱ تاست.

$$\left. \begin{aligned} Q_3 \text{ از بزرگتر از } Q_2 &= 5 \times 33 = 165 \\ Q_1 \text{ از کوچکتر از } Q_2 &= 5 \times 21,6 = 108 \\ \text{به این } Q_2 \text{ و } Q_1 \text{ و خود آن‌ها} &= 13 \times 25 = 325 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مجموع کل داده‌ها} = 165 + 108 + 325 = 598$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{598}{23} = 26$$

۸۵ - گزینه ۱ ابتدا میانگین را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{(a-3) + (a+2) + (a+7)}{3} = \frac{3a+6}{3} = a+2$$

اختلاف (انحراف) داده‌ها از میانگین را حساب می‌کنیم:

$$(a-3) - (a+2) = -5$$

$$(a+2) - (a+2) = 0$$

$$(a+7) - (a+2) = 5$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(-5)^2 + 0^2 + 5^2}{3} = \frac{50}{3}$$

۸۶ - گزینه ۲

ابتدا میانگین را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{5+6+8+13}{4} = 8$$

حال انحرافات از میانگین را حساب می‌کنیم:

$$5-8 = -3/6-8 = -2/8-8 = 0/13-8 = 5$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 5^2}{4} = \frac{9+4+25}{4} = \frac{38}{4} = 9,5$$

۸۷ - گزینه ۳ ابتدا میانگین و سپس واریانس را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{4+7+9+13+17}{5} = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{(4-10)^2 + (7-10)^2 + (9-10)^2 + (13-10)^2 + (17-10)^2}{5}$$

$$= \frac{36+9+1+9+4}{5} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{104}{5} = 20,8$$

حال از عدد به دست آمده جذر می گیریم:

$$\sigma = \sqrt{20,8} \approx 4,5$$

۸۸ - گزینه ۲

مجموع انحراف از میانگین چند داده آماری همیشه صفر است، پس:

$$(2x+1) + (3-x) + 4 + (x-2) = 0 \Rightarrow 2x+6=0 \Rightarrow x=-3$$

بنابراین انحراف از میانگین این ۴ داده عبارتست از: -۵ و ۴ و ۶ و -۵

پس:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(-5)^2 + 6^2 + 4^2 + (-5)^2}{4}} = \sqrt{\frac{102}{4}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{25,5}$$

۸۹ - گزینه ۴ می دانیم فرمول دیگری به قرار زیر برای یافتن واریانس وجود دارد:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$$

بنابراین در این مسأله داریم:

$$\sigma^2 = \frac{5100}{17} - 5^2 = 300 - 25 = 275$$

۹۰ - گزینه ۳ ابتدا میانگین را به دست می آوریم:

$$\bar{x} = \frac{75}{30} = 2,5$$

حال از فرمول دوم واریانس، انحراف معیار را به دست می آوریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{262,5}{30} - 2,5^2}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{8,75 - 2,5} = \sqrt{6,25} = 2,5$$

نشانجی بوک

@mir\_azmoon10 @mir\_azmoon11 @mir\_azmoon12

تلاشی در مسیر موفقیت

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۱۴ - ۴	۲۷ - ۱	۴۰ - ۳	۵۳ - ۱	۶۶ - ۳	۷۹ - ۲
۲ - ۲	۱۵ - ۳	۲۸ - ۴	۴۱ - ۲	۵۴ - ۲	۶۷ - ۳	۸۰ - ۳
۳ - ۴	۱۶ - ۱	۲۹ - ۳	۴۲ - ۲	۵۵ - ۳	۶۸ - ۴	۸۱ - ۴
۴ - ۳	۱۷ - ۱	۳۰ - ۲	۴۳ - ۲	۵۶ - ۳	۶۹ - ۴	۸۲ - ۲
۵ - ۱	۱۸ - ۴	۳۱ - ۲	۴۴ - ۱	۵۷ - ۳	۷۰ - ۴	۸۳ - ۴
۶ - ۳	۱۹ - ۱	۳۲ - ۴	۴۵ - ۲	۵۸ - ۴	۷۱ - ۴	۸۴ - ۲
۷ - ۳	۲۰ - ۱	۳۳ - ۳	۴۶ - ۱	۵۹ - ۳	۷۲ - ۴	۸۵ - ۱
۸ - ۲	۲۱ - ۲	۳۴ - ۲	۴۷ - ۳	۶۰ - ۱	۷۳ - ۴	۸۶ - ۲
۹ - ۳	۲۲ - ۴	۳۵ - ۲	۴۸ - ۱	۶۱ - ۲	۷۴ - ۲	۸۷ - ۳
۱۰ - ۴	۲۳ - ۲	۳۶ - ۳	۴۹ - ۴	۶۲ - ۳	۷۵ - ۱	۸۸ - ۲
۱۱ - ۲	۲۴ - ۳	۳۷ - ۳	۵۰ - ۲	۶۳ - ۱	۷۶ - ۳	۸۹ - ۴
۱۲ - ۴	۲۵ - ۳	۳۸ - ۲	۵۱ - ۳	۶۴ - ۲	۷۷ - ۲	۹۰ - ۳
۱۳ - ۳	۲۶ - ۴	۳۹ - ۴	۵۲ - ۱	۶۵ - ۲	۷۸ - ۴	

# نزد ننگه بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت



چه بسا آنچه امروز از آن توست آرزوی فرداهای تو باشد



مبحث

## • ۵۵ تست جامع

شامل

## • نمایش داده ها

ویژه

## • دهم انسانی

تهیه کننده

## ● سید رضا میرزوی

تأشکی درمسیر موفقیت

## نمایش داده ها

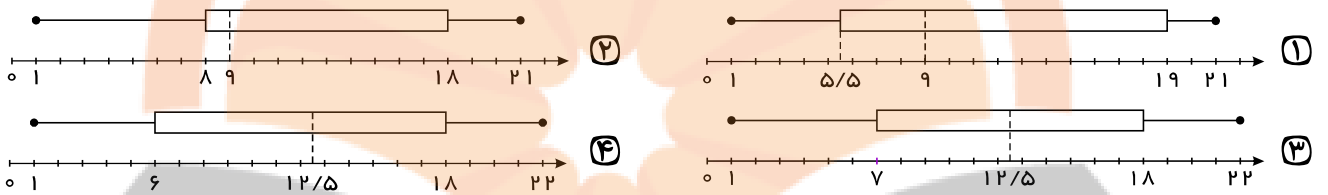
۱- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۹، ۱۲، ۱۱، ۸، ۱۳، ۵، ۱۷ میانگین داده‌های داخل و روی جعبه کدام است؟

- ① ۱۰٫۶      ② ۱۰٫۸      ③ ۱۱٫۲      ④ ۱۱٫۴

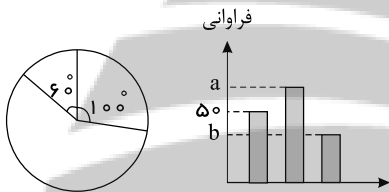
۲- زاویه بین دو شعاع متوالی در نمودار راداری، کدام عدد زیر نمی‌تواند باشد؟

- ① ۳۶°      ② ۹۰°      ③ ۲۵°      ④ ۴۵°

۳- کدام گزینه نمودار جعبه‌ای داده‌های {۱، ۴، ۹، ۷، ۱۱، ۲۱، ۱۸، ۲۰، ۸} می‌باشد؟



۴- اگر دو نمودار زیر مربوط به نمایش یک مجموعه داده‌ی آماری باشند،  $a - b$  کدام است؟

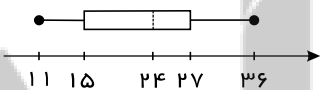


- ① ۱۰۰      ② ۷۰      ③ ۵۰      ④ ۳۰

۵- اگر مجموع فراوانی داده‌های کشاورزی یک مزرعه که دارای محصولات گندم، جو، هویج و چغندر است، ۲۰ تن باشد و زاویه‌ی مرکزی گندم برحسب

درجه ۱۸۰ باشد، مقدار فراوانی گندم برحسب تن کدام است؟

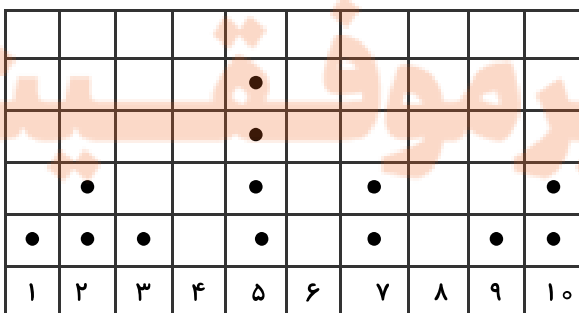
- ① ۱۰      ② ۱۵      ③ ۱۲      ④ ۲۰



۶- باتوجه به نمودار جعبه‌ای زیر، کدام گزینه الزاماً درست است؟

- ① ۵۰ درصد داده‌ها بیش‌تر از داده‌ی ۲۴ هستند.      ② ۷۵ درصد داده‌ها کم‌تر از داده‌ی ۲۷ هستند.  
 ③ کم‌ترین داده برابر ۱۱ است.      ④ ۲۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۱۵ است.

۷- در نمودار نقطه‌ای زیر اگر میانگین داده‌ها برابر با  $\frac{5}{8}$  باشد و تعداد داده‌ها برابر با ۱۵ باشد، دو داده دیگر چه اعدادی می‌توانند باشند؟



- ① ۴ و ۱۰      ② ۸ و ۹      ③ ۸ و ۸      ④ ۷ و ۵

۸- در نمودار جعبه‌ای ۳۱ داده آماری، میانگین داده‌های دنباله‌های سمت چپ و راست به ترتیب ۱۱ و ۲۸ و میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۲۵ می‌باشد. میانگین کل این داده‌ها کدام است؟

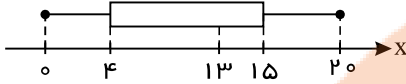
۲۶٫۵ (۴)

۲۴ (۳)

۲۲٫۵۱ (۲)

۱۸ (۱)

۹- با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل که مربوط به نمرات درس ریاضی یک کلاس است، کدام گزینه نادرست است؟ (تعداد دانش آموزان کلاس ۴۰ نفر است.)



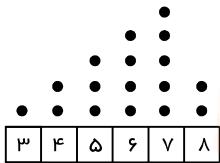
(۲) تقریباً ۱۰ نفر از بچه‌ها نمره‌شان بیش‌تر از ۱۵ است.

(۱) تقریباً ۲۰ نفر از بچه‌ها نمره‌شان بین ۴ و ۱۵ است.

(۴) دامنه تغییرات اعداد داخل و روی جعبه برابر ۱۰ است.

(۳) دامنه تغییرات کل نمرات ریاضی این کلاس برابر ۲۰ است.

۱۰- در نمودار نقطه‌ای زیر، مجموع مقادیر  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  میانه کدام است؟



۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۱- نمودار جعبه‌ای نوعی خاص از نمودار ..... است که در آن مقدار متغیر سوم، برابر با ..... است.

(۱) تک متغیره - شعاع دایره‌ها (۲) تک متغیره - مساحت دایره‌ها (۳) پراکنش نگاشت - مساحت دایره‌ها (۴) پراکنش نگاشت - شعاع دایره‌ها

۱۲- می‌خواهیم یک نمودار جعبه‌ای را به شکل یک نمودار راداری تبدیل کنیم. در این صورت زاویه بین هر دو شعاع متوالی نمودار راداری چقدر خواهد بود؟

۱۲۰° (۴)

۶۰° (۳)

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

۱۳- میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم کرده و سپس داده‌های حاصل را ۳ برابر می‌کنیم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟

۱۵۹ (۴)

۱۳۵ (۳)

۷۰ (۲)

۴۵ (۱)

۱۴- در نمودار جعبه‌ای مقابل بیش‌ترین پراکندگی، مربوط به کدام قسمت است؟



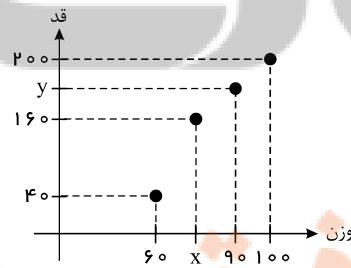
(۲) بین  $Q_2$  و  $Q_1$

(۱) بین  $min$  و  $Q_1$

(۴) بین  $max$  و  $Q_3$

(۳) بین  $Q_2$  و  $Q_3$

۱۵- در نمودار پراکنش نگاشت روبه‌رو، میانگین وزن‌ها برابر ۸۰ کیلوگرم و میانه قدها برابر ۱۷۰ سانتی‌متر است، حاصل  $x + y$  کدام است؟



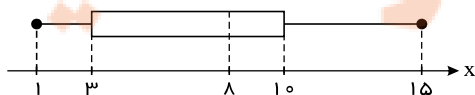
۲۵۰ (۱)

۳۰۰ (۲)

۳۵۰ (۳)

۴۰۰ (۴)

۱۶- با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل، مطلب ذکر شده در کدام گزینه نادرست است؟



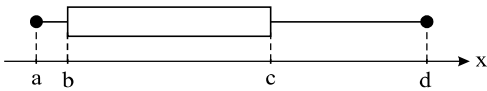
(۲) مجموع چارک‌های اول، دوم و سوم برابر ۲۱ است.

(۱) دامنه میان چارکی برابر ۷ است.

(۴) به کمک نمودار جعبه‌ای مذکور، می‌توانیم  $\bar{x}$  را به دست آوریم.

(۳) در داخل جعبه، پراکندگی در سمت چپ میانه، کمتر از سمت راست آن است.

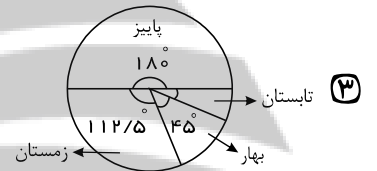
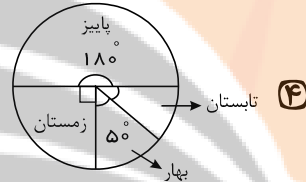
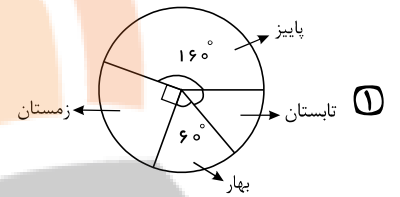
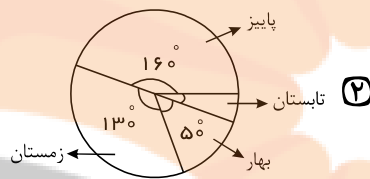
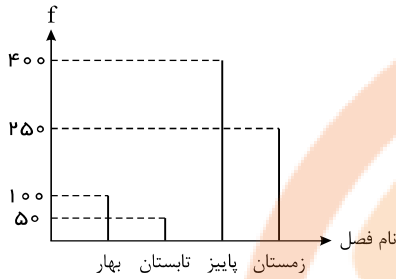
۱۷- اگر داده های ۱۰، ۲۸، ۱۷، ۹، ۲۷، ۶، ۴، ۲، ۱۴، ۳ را به صورت نمودار جعبه‌ای زیر نمایش دهیم، اختلاف  $\frac{d-c}{b-a}$  با میانه چقدر است؟



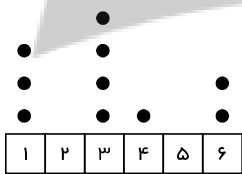
- ۴ (۲)  
۳٫۵ (۴)

- ۳ (۱)  
۴٫۵ (۳)

۱۸- کدام نمودار دایره‌ای، برای نمودار میله‌ای مقابل مناسب است؟ (محور عرض‌ها بیان گر تعداد مشتریان یک فروشگاه است.)



۱۹- با توجه به نمودار نقطه‌ای شکل زیر، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم و داده‌های کوچک‌تر از مد کدام است؟



- ۲٫۵ (۲)  
۳٫۵ (۴)

- ۲ (۱)  
۳ (۳)

۲۰- میانگین داده‌های داخل و روی جعبه در نمودار جعبه‌ای رسم شده برای داده‌های ۷، ۲۱، ۳، ۹، ۱۲، ۱۸، ۱۵، ۱۳، ۱۹، ۸، ۱۶ کدام است؟

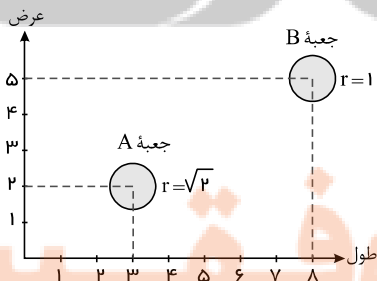
۱۴٫۱۲ (۴)

۱۴٫۲۵ (۳)

۱۳ (۷)

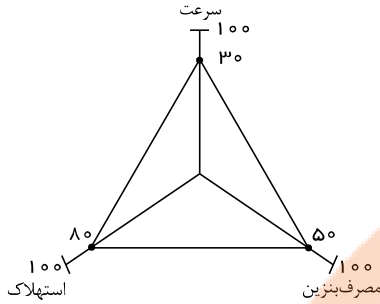
۱۳٫۲۸۵ (۱)

۲۱- در نمودار حبابی زیر محور  $x$ ها، محور  $y$ ها و مساحت دایره‌ها به ترتیب طول، عرض و ارتفاع یک سری از جعبه‌ها به شکل مکعب مستطیل را نشان می‌دهند. حجم جعبه  $A$  چند برابر حجم جعبه  $B$  است؟



- ۰٫۲ (۱)  
۰٫۴ (۲)  
۰٫۳ (۳)  
۰٫۶ (۴)

۲۲- در نمودار راداری زیر، اگر ماکزیمم سرعت تمام خودروهای کشور برابر ۳۲۰ کیلومتر بر ساعت باشد، اندازهٔ سرعت خودرویی با نمودار راداری

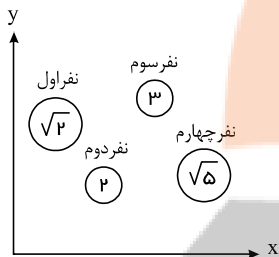


مقابل چند کیلومتر بر ساعت است؟

- ۱) ۱۱۰
- ۲) ۱۲۰
- ۳) ۸۶
- ۴) ۹۶

۲۳- در نمودار حبابی زیر متغیر سوم وزن ۴ نفر را نشان می‌دهد. میانگین وزن آن‌ها چند برابر وزن نفر اول است؟ (در نمودار، شعاع نفر اول  $\sqrt{2}$ ، نفر

دوم ۲، نفر سوم ۳ و نفر چهارم  $\sqrt{5}$  می‌باشد.)

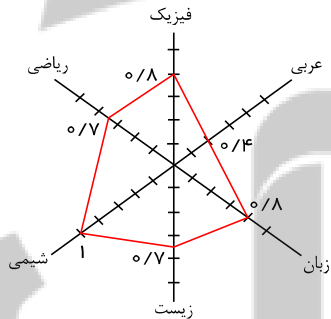


- ۱) ۵/۳
- ۲) ۵/۲
- ۳) ۵/۴
- ۴) ۲

۲۴- به یک نمودار راداری ۶ متغیر اضافه می‌کنیم. اگر زاویهٔ بین شعاع‌ها ۳۰ درجه تغییر کند، زاویهٔ اولیهٔ اولیه بین شعاع‌ها چند درجه بوده است؟

- ۱) ۶۰
- ۲) ۳۰
- ۳) ۴۵
- ۴) ۹۰

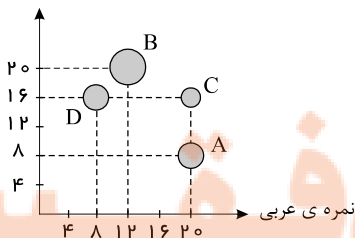
۲۵- با توجه به نمودار راداری زیر که برای نمرات ۶ درس علی رسم شده است، میانگین نمرات علی تقریباً کدام است؟ (بالاترین نمره در هر درس ۲۰ است.)



- ۱) ۱۷,۳
- ۲) ۱۴,۶۷
- ۳) ۱۵,۶
- ۴) ۱۸,۷۶

۲۶- نمودار حبابی زیر مرتبط با قد، نمرهٔ عربی و نمرهٔ ادبیات چهار دانش‌آموز یک کلاس است. اگر جای متغیر قد و نمرهٔ عربی را جابه‌جا کنیم، مساحت دایره‌ی کدام دانش‌آموز از بقیه کمتر می‌شود؟

نمرهٔ ادبیات



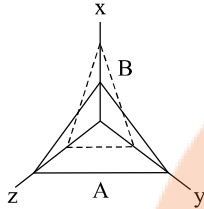
- ۱) A
- ۲) B
- ۳) C
- ۴) D

۲۷- نمودار راداری روشی برای نمایش داده‌های چند متغیره در قالب نموداری ..... است که در آن ..... یا بیش‌تر بر روی محورهایی نشان داده می‌شوند که نقطه‌ی شروع همه‌ی آن ..... است.

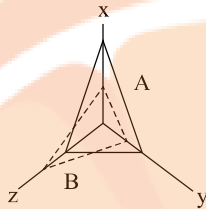
- ۱) سه بعدی - چهار متغیر کمی - یکسان
- ۲) سه بعدی دو متغیر کمی - متفاوت
- ۳) دوبعدی - سه متغیر کمی - متفاوت
- ۴) دوبعدی - سه متغیر کمی - یکسان

۲۸- داده‌های جدول زیر مربوط به دو مشاهده‌ی  $A$  و  $B$  می‌باشد. نمودار راداری آن کدام است؟

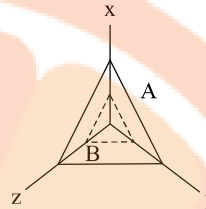
متغیر	$A$	$B$	بیشینه
$x$	۶	۴	۱۰
$y$	۲	۴	۸
$z$	۴	۲	۵



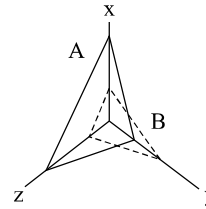
④



③



②



①

۲۹- اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری  $4\alpha$  درجه و زاویه بین دو شعاع دیگر همین نمودار  $(\alpha + 30)$  درجه باشد، چند متغیر در نمودار حضور دارد؟

④ ۳۶

③ ۱۲

② ۹

① ۸

۳۰- مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، ..... با ..... می‌باشد.

④ متناسب - مساحت دایره‌ها

③ برابر - مساحت دایره‌ها

② متناسب - قطر دایره‌ها

① برابر - شعاع دایره‌ها

۳۱- احمد فهرستی از مقادیر سه متغیر مربوط به ۳ کشور را تهیه کرده است و می‌خواهد این سه متغیر را با هم مقایسه کند. کدام نمودار زیر برای این کنار مناسب است؟

④ گزینه‌ی ۱ و ۲

③ نمودار دایره‌ای

② نمودار راداری

① نمودار حبابی

۳۲- اگر سپهر نمودار راداری مربوط به درس‌های خود را کشیده باشد و زاویه‌ی بین شاخه‌های هر دو درس مجاور در این نمودار برابر با  $45^\circ$  باشد، او چند درس خود را در این نمودار قرار داده است؟

④ ۱۲

③ ۱۰

② ۹

① ۸

۳۳- اگر نمودار حبابی را براساس سه تایی مرتب  $(V_1, V_2, V_3)$  رسم کنیم، کدام یک بر کمیت‌های زیر برای عضو سوم مناسب به نظر نمی‌آید؟

② سن کودکان مهدکودک

① وزن دانش‌آموزان

④ درجه‌ی حرارت شهر برحسب درجه‌ی سلسیوس

③ قطر ستون‌های ساختمان برحسب سانتی‌متر

۳۴- مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

④ مساحت دایره‌ها

③ محیط دایره‌ها

② قطر دایره‌ها

① شعاع دایره‌ها

۳۵- اگر نمودار راداری (عنکبوتی) یک بازیکن دارای ۸ پره (۸ متغیر) باشد، زاویه بین دو پره متوالی چند درجه است؟

④ ۶۰

③ ۲۲٫۵

② ۹۰

① ۴۵

۳۶- حداکثر چه تعداد متغیر را می‌توان در نمودار راداری نمایش داد؟

④ محدودیتی ندارد.

③ ۳۶۰

② ۹

① ۵

۳۷- کدام گزینه در مورد رسم نمودار حبابی درست نیست؟

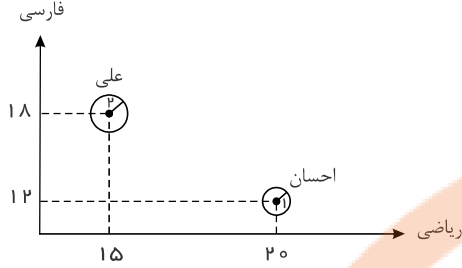
① متغیر سوم در نمودار حبابی نباید دارای مقادیر منفی یا صفر باشد.

② شعاع دایره‌ها را متناسب با جذر مقادیر متغیر سوم در نظر می‌گیریم.

③ مساحت دایره برخلاف قطر یا محیط آن، متناسب با شعاع دایره است.

④ نمودار حبابی گونه خاصی از پراکنش نگاشت است که می‌تواند برای نمایش هم‌زمان سه متغیر عددی به کار رود و به جای نقطه از دایره توپر استفاده می‌شود.

۳۸- اگر نمودار حبابی زیر بیانگر نمرات دروس ریاضی، فارسی و علوم دو دانش آموز (علی و احسان) باشد، نسبت حاصل ضرب نمرات علی به حاصل ضرب نمرات احسان چقدر است؟



$$\begin{cases} \text{شعاع دایره علی} = 2 \\ \text{شعاع دایره احسان} = 1 \end{cases}$$

۱)  $\frac{2}{9}$

۲)  $\frac{9}{4}$

۳)  $\frac{4}{9}$

۴)  $\frac{9}{2}$

۳۹- در یک نمودار راداری برای ۶ متغیر چه تعداد نیم خط رسم شده و زاویه بین هر دو شعاع متوالی نمودار چند درجه است؟

۱)  $60^\circ - 6$

۲)  $72^\circ - 6$

۳)  $60^\circ - 5$

۴)  $72^\circ - 5$

۴۰- در نمودار راداری تعدادی داده، زاویه بین دو نیم خط متوالی برابر ۲۴ درجه است. در این صورت چند متغیر در نمودار حضور دارند؟

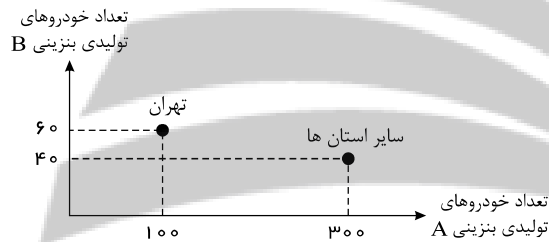
۱) ۶

۲) ۸

۳) ۲۴

۴) ۱۵

۴۱- اگر کل تولیدات روزانه تمام نوع خودروها در کشور ۸۰۰ دستگاه و تعداد کل خودروهای تولیدی در تهران ۲۰۰ دستگاه باشد، با توجه به نمودار پراکنش نگاشت زیر، مقدار آماره خودروهای هیبریدی A در تهران چند برابر مقدار پارامتر خودروهای تولیدی بنزینی A است؟



۱)  $\frac{3}{5}$

۲)  $\frac{3}{4}$

۳)  $\frac{3}{8}$

۴)  $\frac{4}{5}$

۴۲- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) نمودار حبابی فقط برای نمایش ۳ متغیر عددی کاربرد دارد.

(ب) متغیر سوم در نمودار حبابی فقط باید مقدار مثبت داشته باشد.

(پ) مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی متناسب با محیط دایره هاست.

(ت) نمودارهای حبابی از نوع نمودارهای پراکنش نگاشت نیستند.

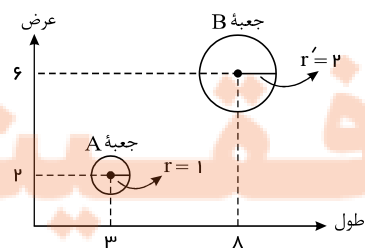
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۴۳- در نمودار حبابی زیر، محور xها و محور yها به ترتیب طول و عرض و مساحت دایره‌ها متناسب با ارتفاع جعبه‌هایی به شکل مکعب مستطیل می باشند. حجم جعبه B چند برابر حجم جعبه A است؟ (راهنمایی: ارتفاع  $\times$  عرض  $\times$  طول = حجم مکعب مستطیل)



۱) ۲۰

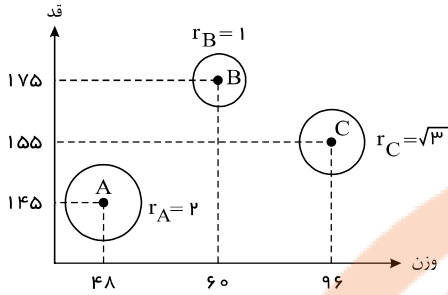
۲) ۳۲

۳) ۴۰

۴) ۴۲

۴۴- در نمودار حبابی زیر، متغیر سوم درآمد افراد می باشد. اگر کم ترین درآمد در بین این افراد ۲ میلیون تومان باشد، میانگین درآمدها چند میلیون

تومان است؟



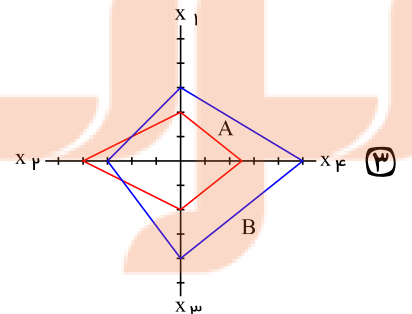
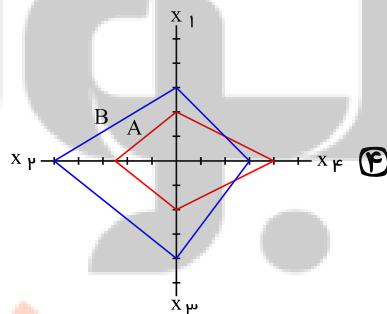
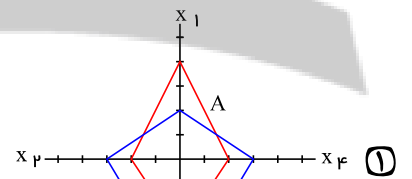
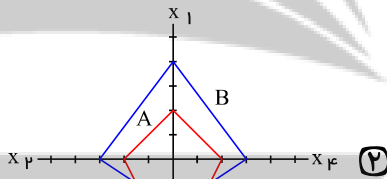
- ۱) ۲
- ۲) ۴
- ۳)  $\frac{16}{3}$
- ۴)  $\frac{20}{3}$

۴۵- اگر زاویه بین دو نیم خط متوالی از نمودار راداری برابر ۴۵ درجه باشد، این نمودار شامل چند متغیر کمی است؟

- ۱) ۱۰
- ۲) ۴
- ۳) ۸
- ۴) ۶

۴۶- با توجه به جدول داده های زیر، نمودار راداری مربوط به آن کدام گزینه می تواند باشد؟

بیشینه	B	A	مشاهده
			متغیر
۱۵	۹	۶	$x_1$
۱۰۰	۶۰	۸۰	$x_2$
۵	۴	۲	$x_3$
۴۰	۴۰	۲۰	$x_4$

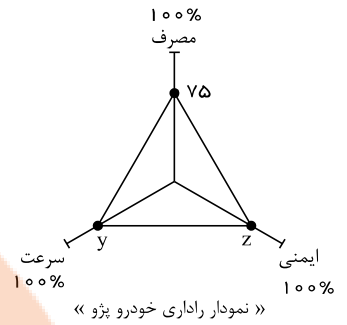


تلاشی در مسیر موفقیت



۴۷- نمودار راداری زیر مربوط به خودروی پژو در جدول داده شده است، حاصل  $x$ ،  $y$  و  $z$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

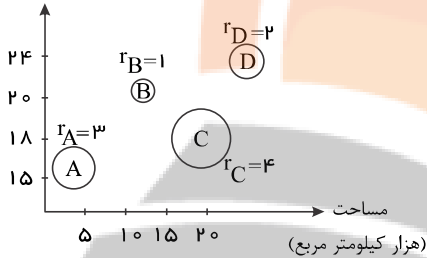
نام متغیر	پژو	بی ام و	بیشینه
سرعت خودرو ( $km/h$ )	۲۰۰	۲۴۰	۳۲۰
مصرف بنزین در ۱۰۰ کیلومتر	$x$	۶	۱۲
تعداد ستاره های ایمنی	۳	۵	۵



- ۱) ۵۲ - ۶۸ - ۸     
  ۲) ۵۲ - ۶۲,۵ - ۸     
  ۳) ۶۰ - ۶۸ - ۹     
  ۴) ۶۰ - ۶۲,۵ - ۹

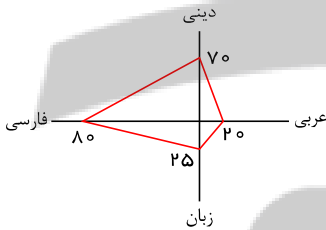
۴۸- در نمودار حبابی زیر، متغیر سوم منابع آبی شهرها است. منابع آبی شهر  $A$  چند برابر منابع آبی شهر  $D$  است؟

جمعیت (صد هزار نفر)



- ۱)  $\frac{9}{4}$      
  ۲)  $\frac{3}{2}$      
  ۳) ۴     
  ۴)  $\frac{8}{5}$

۴۹- اگر نمودار راداری زیر مربوط به نمرات دروس عربی، زبان، فارسی و دینی دانش آموزی از ۲۰ نمره باشد، مجموع نمرات این دانش آموز کدام است؟ (مقدار بیشینه در هر درس ۲۰ و هر محور نمودار به ۱۰۰ واحد تقسیم شده است.)



- ۱) ۳۹     
  ۲) ۴۱     
  ۳) ۴۴     
  ۴) ۴۸

۵۰- اگر تعداد ۸ متغیر به متغیرهای نمودار راداری اضافه کنیم، زاویه بین پره ها  $\frac{1}{3}$  برابر می شود. در حالت اول زاویه بین پره ها چند درجه بوده است؟

- ۱) ۴۵     
  ۲) ۶۰     
  ۳) ۹۰     
  ۴) ۱۲۰

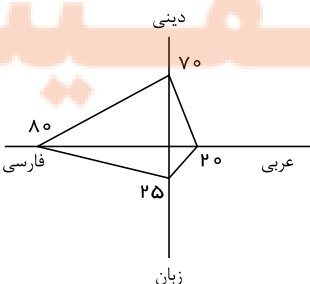
۵۱- در یک نمودار راداری می خواهیم ۱۵ متغیر را نمایش دهیم، زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار چند درجه خواهد بود؟

- ۱) ۱۸     
  ۲) ۲۰     
  ۳) ۲۳     
  ۴) ۲۴

۵۲- اگر بخواهیم در نمودار حبابی، اختلاف ظاهری اندازه دایره ها غیر واقعی و گمراه کننده نباشد، باید شعاع دایره ها را متناسب با کدام مورد زیر در نظر بگیریم؟

- ۱) توان دوم مقادیر متغیر سوم     
  ۲) توان سوم مقادیر متغیر سوم     
  ۳) جذر مقادیر متغیر سوم     
  ۴) مقادیر متغیر سوم

۵۳- اگر نمودار راداری زیر مربوط به نمرات دروس عربی، زبان، فارسی و دینی یک دانش آموز باشد و ضریب این دروس به ترتیب از راست به چپ ۱، ۲، ۳، ۴ باشد، معدل نمرات این دانش آموز کدام است؟ (بیشینه در تمام درس ها ۲۰ است.)



- ۱) ۱۲     
  ۲) ۶     
  ۳) ۱۴     
  ۴) ۱۳

۵۴- نمرات چهار درس یک دانش آموز به صورت زیر است. اگر بیشترین نمره در هر چهار درس برابر ۲۰ باشد در نمودار راداری این دانش آموز مجموع عددهایی که روی شعاع های نمودار راداری نمایش می دهیم، کدام است؟ (در نمودار راداری هر شعاع به ۱۰۰ واحد تقسیم شده است).

معارف	ادبیات	عربی	ریاضی	درس
۱۸	۲۰	۱۷	۱۵	نمره

۳۷۵ (۴)

۳۷۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۳۵۰ (۱)

۵۵- اگر نمودار حبابی را برای داده های جدول زیر بخواهیم رسم کنیم، شعاع مربوط به مشاهده A چند برابر شعاع مشاهده D است؟ (متغیر  $x_3$  را مساحت دایره ها در نظر بگیرید).

مشاهده	متغیر	A	B	C	D
		$x_1$	۱٫۶	۱٫۵	۲
$x_2$	۳	۴	۲	۴٫۵	
$x_3$	۳	۸	۴	۰٫۷۵	

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

@mir\_azmoon10

@mir\_azmoon11

@mir\_azmoon12

نزد نخبه بوک  
تلاشی در مسیر موفقیت

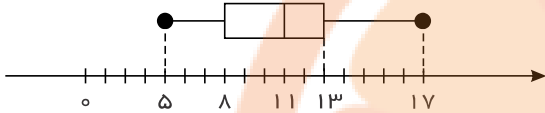
## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم:

۵, ۸, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۷

چارک اول، چارک سوم، میانه، کوچک ترین و بزرگ ترین داده را مشخص می کنیم و نمودار جعبه ای را رسم می کنیم.

۱۱ = میانه,  $Q_1 = 8$ ,  $Q_3 = 12$



$$\text{میانگین داده های داخل و روی جعبه} = \frac{8 + 9 + 11 + 12 + 13}{5} = \frac{53}{5} = 10.6$$

۲ - گزینه ۳

$$\text{زاویه بین هر دو شعاع متوالی} = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها } (n)}$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه} = 36^\circ} 36^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{36^\circ} = 10$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه} = 90^\circ} 90^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{90^\circ} = 4$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه} = 25^\circ} 25^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{25^\circ} = 14.4$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه} = 45^\circ} 45^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$$

ولی می دانیم تعداد متغیرها نمی تواند عددی اعشاری باشد، یعنی جواب  $n = 14.4$  قابل قبول نیست و در نتیجه، زاویه بین هر دو شعاع متوالی نمودار راداری، نمی تواند  $25^\circ$  باشد.

۳ - گزینه ۱

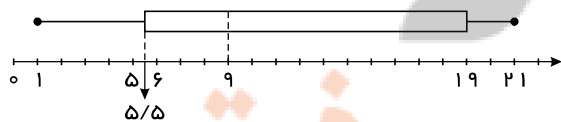
۱, ۴, ۷, ۸, ۹, ۱۱, ۱۸, ۲۰, ۲۱

ابتدا داده ها را مرتب می کنیم:

از آن جایی که تعداد داده ها فرد است داده وسطی (داده پنجم) ۹ برابر میانه است.

۲۱: بیشترین داده و ۱: کمترین داده

$$Q_1: \frac{4 + 7}{2} = 5.5, \quad Q_3: \frac{18 + 20}{2} = 19$$



در نتیجه نمودار جعبه ای برابر است با:

۴ - گزینه ۲ فراوانی ۵۰ مربوط به زاویه  $100^\circ$  در نمودار دایره ای است، پس فراوانی  $b$  مربوط به زاویه  $60^\circ$  و فراوانی  $a$  مربوط می شود به زاویه ی باقی مانده از دایره یعنی  $200^\circ = 360^\circ - 100^\circ - 60^\circ$ . پس:

$$\frac{50}{b} = \frac{100}{60} \Rightarrow b = 30$$

زاویه ی مشخص نشده در نمودار دایره ای برابر است با:

$$360 - 100 - 60 = 200$$

$$\frac{50}{a} = \frac{100}{200} \Rightarrow a = 100 \Rightarrow a - b = 100 - 30 = 70$$

۵ - گزینه ۱

 $n =$  تعداد کل داده ها

$$\text{زاویه مرکزی بر حسب درجه} = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$$

مجموع فراوانی داده ها = ۲۰

$$180 = \frac{x}{20} \times 360 \Rightarrow x = 10$$

۶ - گزینه ۳ کمترین داده برابر با ۱۱ است. سایر گزینه ها الزاماً صحیح نیستند زیرا تعداد داده های ۱۵، ۲۴ و ۲۷ می تواند بیش از یک داده باشد.

۷ - گزینه ۳ با توجه به نمودار، داده ها به صورت مقابل است:

۱، ۲، ۲، ۳، ۵، ۵، ۵، ۵، ۷، ۷، ۹، ۱۰، ۱۰

از آن جا که تعداد داده ها ۱۵ و میانگین آن ها ۵٫۸ است:

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد}}$$

$$87 = 15 \times \text{میانگین} = \text{مجموع داده ها}$$

مجموع ۱۳ داده ذکر شده برابر است با:

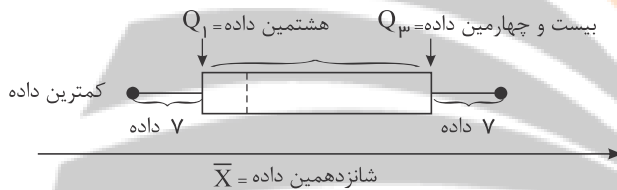
$$1 + 2 + 2 + 3 + 5 + 5 + 5 + 5 + 7 + 7 + 9 + 10 + 10 = 71 \Rightarrow 87 - 71 = 16$$

مجموع دو داده دیگر باید ۱۶ باشد.

در بین گزینه ها فقط مجموع داده های گزینه ۳، برابر با ۱۶ است.

۸ - گزینه ۲

اگر نمودار جعبه ای ۳۱ داده را رسم کنیم، خواهیم داشت:



حال طبق رابطه میانگین داریم:

$$77 = 11 \times 7 = \text{مجموع داده های دنباله چپ}$$

$$196 = 28 \times 7 = \text{مجموع داده های دنباله راست}$$

$$425 = 25 \times 17 = \text{مجموع داده های داخل و روی جعبه}$$

$$698 = 77 + 196 + 425 = \text{مجموع کل داده ها}$$

$$\bar{x} = \frac{698}{31} \approx 22,51$$

۹ - گزینه ۴ می دانیم تقریباً ۵۰ درصد داده ها بین  $Q_1$  و  $Q_3$  هستند پس ۵۰ درصد نمرات (یعنی نمره ۲۰ نفر آنها) بین ۴ و ۱۵ قرار دارند و گزینه ۱، مشکلی ندارد.همچنین می دانیم تقریباً ۲۵ درصد داده ها بزرگ تر از  $Q_3$  هستند، پس ۲۵ درصد نمرات (یعنی نمره ۱۰ نفر آنها) بیش تر از ۱۵ هستند و گزینه ۲ هم درست است.

ضمناً تغییرات کل نمرات برابر است با:

$$R = \max - \min = 20 - 0 = 20$$

ولی دامنه تغییرات اعداد داخل و روی جعبه برابر است با:

$$R' = Q_3 - Q_1 = 15 - 4 = 11$$

۱۰ - گزینه ۲ مد برابر ۷ است. (داده ۷ با بیشترین فراوانی است).

ابتدا داده ها را مرتب می کنیم؛ داریم:

۳، ۴، ۴، ۵، ۵، ۵، ۶، ۶، ۶، ۷، ۷، ۷، ۷، ۷، ۸، ۸

↓  
میانه

چون داده ها فرد است؛ داده وسطی برابر میانه است. و میانه ۶ می باشد.

$$13 = 7 + 6 = \text{مجموع میانه و مد}$$

۱۱ - گزینه ۳

۱۲ - گزینه ۴ نمودار جعبه ای دارای ۳ متغیر است لذا داریم:

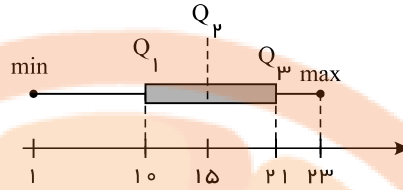
$$120^\circ = \frac{360^\circ}{3} = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها}} = \text{زاویه بین هر دو شعاع متوالی}$$

۱۳ - گزینه ۳

$$\bar{x} = (\bar{x} - ۱۲) \times ۳ = (۵۷ - ۱۲) \times ۳ = ۴۵ \times ۳ = ۱۳۵$$

۱۴ - گزینه ۱

با توجه به نمودار داریم:



$$Q_1 \text{ و } \min \text{ پراکندگی بین} = Q_1 - \min = 10 - 1 = 9$$

$$Q_2 \text{ و } Q_1 \text{ پراکندگی بین} = Q_2 - Q_1 = 15 - 10 = 5$$

$$Q_3 \text{ و } Q_2 \text{ پراکندگی بین} = Q_3 - Q_2 = 21 - 15 = 6$$

$$\max \text{ و } Q_3 \text{ پراکندگی بین} = \max - Q_3 = 23 - 21 = 2$$

پس پراکندگی بین min و  $Q_1$  بیش تر از قسمت های دیگر نمودار جعبه ای است.

۱۵ - گزینه ۱

$$\text{میانگین وزنها} = ۸۰ \Rightarrow \frac{۶۰ + x + ۹۰ + ۱۰۰}{۴} = ۸۰$$

$$\Rightarrow ۲۵۰ + x = ۳۲۰ \Rightarrow x = ۳۲۰ - ۲۵۰ = ۷۰$$

قدها را می نویسیم.  $\rightarrow ۴۰, ۱۶۰, y, ۲۰۰ \rightarrow$  میانه:  $\frac{۱۶۰ + y}{۲} = ۱۷۰$  (چون داده ها زوج است میانه میانگین دو داده وسط است.)

$$\Rightarrow ۱۶۰ + y = ۳۴۰ \Rightarrow y = ۱۸۰ \Rightarrow x + y = \frac{x=۷۰, y=۱۸۰}{۷۰ + ۱۸۰} = ۲۵۰$$

۱۶ - گزینه ۴

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 10 - 3 = 7$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3 + 8 + 10 = 21$$

در داخل جعبه، میانه به سمت راست جعبه نزدیک تر است، پس پراکندگی داده ها در سمت چپ میانه، بیشتر از سمت راست است. ضمناً به کمک نمودار جعبه ای نمی توان مد را به دست آورد.

۱۷ - گزینه ۲

ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم:

$$۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۰, ۱۴, ۱۷, ۲۷, ۲۸$$

چون تعداد داده ها زوج (۱۰ تا) است، میانه داده ها برابر است با میانگین داده پنجم و ششم، یعنی:

$$\text{میانه} = \frac{۹ + ۱۰}{۲} = ۹,۵$$

چارک اول برابر با ۴ و چارک سوم برابر با ۱۷ است. پس داریم:

$$a = ۲, b = ۴, c = ۱۷, d = ۲۸$$



$$\frac{d - c}{b - a} = \frac{۲۸ - ۱۷}{۴ - ۲} = \frac{۱۱}{۲} = ۵,۵ \Rightarrow ۹,۵ - ۵,۵ = ۴$$

۱۸ - گزینه ۳ تعداد کل مشتریان در یک سال برابر است با:

$$N = ۱۰۰ + ۵۰ + ۴۰۰ + ۲۵۰ = ۸۰۰$$

حال برای رسم نمودار دایره ای، تعداد مشتری های هر فصل را به تعداد کل داده ها تقسیم می کنیم و در  $۳۶۰^\circ$  ضرب می کنیم تا زاویه مربوط به آن به دست آید:

$$\text{بهار: } \alpha_1 = \frac{f_1}{n} \times ۳۶۰^\circ = \frac{۱۰۰}{۸۰۰} \times ۳۶۰^\circ = ۴۵^\circ$$

$$\alpha_p = \frac{f_p}{n} \times 360^\circ = \frac{50}{800} \times 360^\circ = 22,5^\circ$$

تابستان

$$\alpha_p = \frac{f_p}{n} \times 360^\circ = \frac{400}{800} \times 360^\circ = 180^\circ$$

پاییز

$$\alpha_p = \frac{f_p}{n} \times 360^\circ = \frac{250}{800} \times 360^\circ = 112,5^\circ$$

زمستان

که نمودار مربوط به گزینه ۳، صحیح می باشد.  
۱۹ - گزینه ۳ ابتدا داده ها را مرتب می کنیم:

$$1, 1, 1, 3, 3 \mid 3, 3, 4, 6, 6$$

↓                      ↓  
چارک اول  $Q_1=1$       چارک سوم  $Q_3=4$

مد، داده ای با بیشترین تکرار یعنی ۳ است.

۶، ۶ : داده های بزرگتر از چارک سوم

۱، ۱، ۱ : داده های کوچکتر از مد

$$\bar{x} = \frac{1+1+1+6+6}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

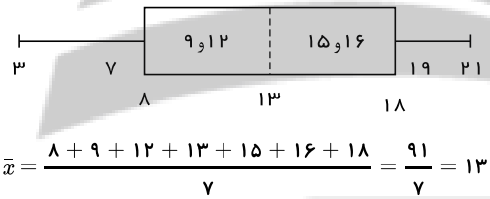
میانگین

۲۰ - گزینه ۲ ابتدا داده ها را مرتب می کنیم:

$$3, 7, 8, 9, 12, 13, 15, 16, 18, 19, 21$$

$Q_1$        $Q_2$        $Q_3$   
↑            ↑            ↑

چون تعداد داده ها فرد است، چارک دوم یا میانه همان داده وسط است  $Q_2 = 13$  و میانه نیمه اول داده ها (چارک اول)  $Q_1 = 8$  و میانه نیمه دوم داده ها (چارک سوم)  $Q_3 = 18$  است. در نتیجه نمودار جعبه ای آن به صورت زیر می باشد:



۲۱ - گزینه ۳

$$A \text{ جعبه } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ h = (\sqrt{2})^2 \times a = 2a \end{cases} \rightarrow \text{حجم } V_A = x \times y \times h = 3 \times 2 \times 2a = 12a$$

$$B \text{ جعبه } \begin{cases} x = 8 \\ y = 5 \\ h = (1)^2 \times a = a \end{cases} \rightarrow \text{حجم } V_B = x \times y \times h = 8 \times 5 \times a = 40a$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{12a}{40a} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0,3$$

۲۲ - گزینه ۴

$$\text{عدد واقعی} = \frac{\text{عدد محور}}{\text{بیشینه}} \times 100$$

$$30 = \frac{x}{320} \times 100 \rightarrow 9600 = 100x \rightarrow \boxed{x = 96}$$

۲۳ - گزینه ۲ (در نمودار جابجایی جذر متغیر سوم متناسب با شعاع است یا متغیر سوم متناسب با مجذور شعاع است.)

$$\text{وزن نفر اول} \rightarrow w_1 = (\sqrt{2})^2 \times a = 2a$$

$$\text{وزن نفر دوم} \rightarrow w_2 = 2^2 \times a = 4a$$

$$\text{وزن نفر سوم} \rightarrow w_3 = 3^2 \times a = 9a$$

$$\text{وزن نفر چهارم} \rightarrow w_4 = (\sqrt{5})^2 \times a = 5a$$

$$\rightarrow \bar{x} = \frac{2a + 4a + 9a + 5a}{4} = \frac{20a}{4} = 5a$$

میانگین وزن

بنابراین میانگین وزن آن ها به وزن نفر اول برابر است با:

$$\frac{\bar{x}}{w_1} = \frac{5a}{2a} = \frac{5}{2}$$

۲۴ - گزینه ۱ زاویه بین شعاع‌ها در نمودار راداری از رابطه  $\frac{36^\circ}{n}$  به دست می‌آید. در حالت اول که تعداد متغیرها کم تر است، زاویه بین شعاع‌ها بیشتر است، لذا در حالت جدید با اضافه کردن متغیرها زاویه بین شعاع‌ها کاهش می‌یابد.

$$\frac{36^\circ}{n} - \frac{36^\circ}{n+6} = 3^\circ \Rightarrow 36^\circ \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+6} \right) = 3^\circ \Rightarrow \frac{1}{n} - \frac{1}{n+6} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{n+6-n}{n(n+6)} = \frac{1}{12} \Rightarrow n(n+6) = 72 \Rightarrow n^2 + 6n - 72 = 0$$

$$\Rightarrow (n+12)(n-6) = 9 \Rightarrow \begin{cases} \text{غقوق } n = -12 \\ \text{قوق } n = 6 \end{cases}$$

پس زاویه اولیه بین شعاع‌ها برابر است با:  $\frac{36^\circ}{6} = 6^\circ$

۲۵ - گزینه ۲ چون بالاترین نمره در هر درس ۲۰ می‌باشد، لذا با توجه به بیشینه نمره هر درس مقدار نمره هر درس را با توجه به مقادیر روی شعاع‌ها می‌یابیم:

$$\text{نمره فیزیک} = 0.8 \times 20 = 16$$

$$\text{نمره ریاضی} = 0.7 \times 20 = 14$$

$$\text{نمره شیمی} = 1 \times 20 = 20$$

$$\text{نمره زیست} = 0.7 \times 20 = 14$$

$$\text{نمره زبان} = 0.8 \times 20 = 16$$

$$\text{نمره عربی} = 0.4 \times 20 = 8$$

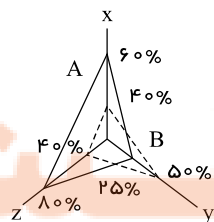
$$\text{میانگین نمرات} : \bar{x} = \frac{16 + 14 + 20 + 14 + 16 + 8}{6} = \frac{88}{6} \approx 14.67$$

۲۶ - گزینه ۴ اگر جای متغیرهای قد و نمره‌ی عربی را جابه‌جا کنیم در این صورت چون نمره‌ی درس عربی برای شخص D کمتر از بقیه است پس در نتیجه مساحت دایره‌ی آن کمتر خواهد شد.

۲۷ - گزینه ۴ نمودار راداری برای نمایش متغیرها از نمودار دوعده‌ی استفاده می‌کند که در آن سه متغیر کمی یا بیش‌تر روی محورهای نشان داده می‌شوند که نقطه‌ی شروع همه‌ی آن یکسان است.

۲۸ - گزینه ۱ چون تعداد متغیرها ۳ تا می‌باشد پس نمودار دارای سه شعاع می‌باشد و باتوجه به جدول، مقدار هر متغیر مشاهده را بر بیشینه‌ی آن تقسیم می‌کنیم تا مقدار شعاع مربوط به هر مشاهده روی هر محور به دست آید.

متغیر	شعاع	A	B
x	$\frac{6}{10} = 60\%$	$\frac{6}{10} = 60\%$	$\frac{4}{10} = 40\%$
y	$\frac{2}{8} = 25\%$	$\frac{2}{8} = 25\%$	$\frac{4}{8} = 50\%$
z	$\frac{4}{5} = 80\%$	$\frac{4}{5} = 80\%$	$\frac{2}{5} = 40\%$



۲۹ - گزینه ۲ زاویه بین هر دو شعاع متوالی در نمودار راداری برابر است. بنابراین:

$$4\alpha = \alpha + 30^\circ \Rightarrow 3\alpha = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 10^\circ$$

$$\Rightarrow \text{زاویه بین دو شعاع متوالی} = 4 \times 10^\circ = 40^\circ$$

تعداد شعاع‌ها یا همان تعداد متغیرهای نمودار راداری برابر است با:  $\frac{36^\circ}{40^\circ} = 9$

۳۰ - گزینه ۴ مقدار متغیر سوم در نمودار جابجایی، متناسب با مساحت دایره‌ها و یا اینکه شعاع دایره‌ها متناسب با جذر مقادیر متغیر سوم می‌باشد.

۳۱ - گزینه ۴ دو نمودار گزینه‌های ۱، ۲ برای توابع چند متغیره مناسب هستند، اما نمودار دایره‌ای برای مقایسه یک متغیر مناسب است. در صورتی که در سؤال مقایسه سه متغیر را می‌خواهد هم‌زمان انجام دهد. پس نمودار دایره‌ای مناسب نیست.

۳۲ - گزینه ۱ می‌دانیم یک دایره‌ی کامل ۳۶۰ درجه است حال باید ببینیم در ۳۶۰ درجه چند ۴۵ درجه وجود دارد.

$$360 \div 45 = 8$$

پس سپهر در نمودار راداری درس خود، ۸ درس را قرار داده است.

۳۳ - گزینه ۴ کمیت سوم در سه تایی مرتب مربوط به نمودار جابجایی به صورت اندازه‌ی نقطه نمایش داده می‌شود، بنابراین مقادیر آن نباید صفر یا منفی شود پس درجه‌ی حرارت برحسب سلسیوس مناسب نیست.

۳۴ - گزینه ۴ متغیر سوم در نمودار جابجایی متناسب با مساحت دایره‌ها می‌باشد.

۳۵ - گزینه ۱ چون زاویه‌ی بین پره‌ها در نمودار راداری یکسان است. پس:

$$360^\circ = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ = \text{زاویه بین پره‌ها}$$

۳۶ - گزینه ۴ نمودار راداری، روشی برای نمایش داده‌های چندمتغیره در قالب نمودار ۲ بعدی است، که در آن سه متغیر کمی یا بیش‌تر بر روی محورهای نشان داده می‌شوند که نقطه‌ی شروع همه آن‌ها یکی است.

۳۷ - گزینه ۳ مساحت دایره برخلاف قطر یا محیط آن، متناسب با شعاع دایره نیست، بلکه متناسب با توان دوم شعاع است.

۳۸ - گزینه ۴ با توجه به نمودار جابجایی می‌دانیم که شعاع دایره‌ها متناسب با جذر مقادیر متغیر سوم است. از آن‌جا که در این سؤال نسبت شعاع‌ها ۲ به ۱ است، پس نسبت نمره علوم علی به احسان برابر ۴ است.

$$\text{نسبت حاصل ضرب نمرات علی به احسان} = \frac{18 \times \sqrt{5}}{12 \times \sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{18 \times \sqrt{5}}{24 \times \sqrt{2}} = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

۳۹ - گزینه ۱

تعداد نیم‌خط همان تعداد متغیرها است و زاویه‌ی بین نیم‌خط‌ها برابر است با:

$$\text{بنابراین } 6 \text{ نیم‌خط داریم و زاویه بین نیم‌خط‌ها } \alpha = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ \text{ است.}$$

۴۰ - گزینه ۴

$$15 = \frac{360^\circ}{24^\circ} = \text{تعداد متغیرها} \Rightarrow \frac{360^\circ}{24^\circ} = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها}} \Rightarrow \text{زاویه بین دو نیم‌خط متوالی} = 24^\circ$$

۴۱ - گزینه ۱ با توجه به نمودار، آماره‌ی خودروهای هیبریدی A در تهران از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\text{تعداد خودروهای تولیدی هیبریدی A در تهران}}{\text{تعداد خودروهای تولیدی در تهران}} = \frac{60}{200} = \frac{3}{10}$$

و پارامتر خودروهای بنزینی برابر است با:

$$\text{پارامتر خودروهای تولیدی بنزینی A} = \frac{\text{تعداد خودروهای بنزینی A در کل کشور}}{\text{تعداد خودروهای کل کشور}} = \frac{400 + 300}{800} = \frac{700}{800} = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت مورد نظر} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{7}{8}} = \frac{3}{10} \times \frac{8}{7} = \frac{24}{70} = \frac{12}{35}$$

۴۲ - گزینه ۱ به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

(الف) نمودار جابجایی برای نمایش تعداد بیش‌تری از ۳ متغیر عددی نیز به کار می‌رود و برای نمایش متغیرها محدودیتی ندارد.

(ب) متغیر سوم در نمودار جابجایی نباید دارای مقادیر منفی یا صفر باشد و فقط مقادیر مثبت را می‌پذیرد.

(پ) مقدار متغیر سوم در نمودار جابجایی متناسب با توان دوم شعاع یا مساحت دایره‌ها می‌باشد.

(ت) نمودارهای جابجایی گونه‌ی خاصی از نمودار پراکنش نگاشت می‌باشند.

با توجه به توضیحات فقط مورد «ب» صحیح است.

۴۳ - گزینه ۲ چون ارتفاع جعبه‌ها متناسب با مساحت دایره‌ها می‌باشد، لذا نسبت حجم جعبه‌ها برابر است با:

$$\text{نسبت خواسته‌شده} = \frac{\text{حجم جعبه B}}{\text{حجم جعبه A}} = \frac{6 \times 8 \times \pi \times (2)^2}{2 \times 3 \times \pi \times 1^2} = 32$$

۴۴ - گزینه ۳ متغیر سوم متناسب با مساحت دایره‌ها می‌باشد که در بین افراد، فرد B دارای کم‌ترین درآمد می‌باشد، زیرا مساحت دایره‌ی مربوط به آن کمتر است. پس درآمد این فرد ۲ میلیون تومان می‌باشد. حال درآمد فرد A و C برابر است با:

$$\frac{\text{مساحت دایره A}}{\text{مساحت دایره B}} = \frac{\text{درآمد فرد A}}{\text{درآمد فرد B}} \Rightarrow \frac{\pi \times (2)^2}{\pi \times (1)^2} = 4 \Rightarrow \text{درآمد فرد A} = 8 \text{ میلیون تومان}$$



$$\frac{C \text{ درآمد فرد}}{B \text{ درآمد فرد}} = \frac{\pi \times (\sqrt{3})^2}{\pi \times (1)^2} = 3 \Rightarrow C \text{ درآمد فرد} = 3 \times 2 = 6 \text{ میلیون تومان}$$

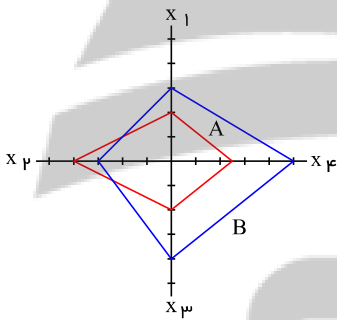
$$\text{میانگین درآمدها} = \frac{2 + 8 + 6}{3} = \frac{16}{3}$$

۴۵ - گزینه ۳

$$\frac{36^\circ}{\text{تعداد متغیر}} = \frac{36^\circ}{45^\circ} = 45^\circ \Rightarrow \frac{36^\circ}{\text{تعداد متغیر}} = 8$$

۴۶ - گزینه ۳ برای رسم نمودار راداری با توجه به تعداد متغیرها که در این مسأله ۴ تا می باشد، ۴ شعاع که زاویه بین آنها  $90^\circ = \frac{360^\circ}{4}$  می باشد، در نظر می گیریم. سپس مقدار متغیر هر مشاهده را بر بیشینه آن تقسیم می کنیم و در نهایت اعداد به دست آمده برای هر مشاهده را روی شعاع مشخص می کنیم و به یکدیگر وصل می کنیم.

مشاهده	A	B	بیشینه	متغیرهای بیشینه A	متغیرهای بیشینه B
$x_1$	۶	۹	۱۵	$\frac{6}{15} = 0,4$	$\frac{9}{15} = 0,6$
$x_2$	۸۰	۶۰	۱۰۰	$\frac{80}{100} = 0,8$	$\frac{60}{100} = 0,6$
$x_3$	۲	۴	۵	$\frac{2}{5} = 0,4$	$\frac{4}{5} = 0,8$
$x_4$	۲۰	۴۰	۴۰	$\frac{20}{40} = 0,5$	$\frac{40}{40} = 1$



پس نمودار آن شبیه نمودار گزینه ۳ می باشد.

۴۷ - گزینه ۴

$$\text{عدد روی محور سرعت} = \frac{\text{سرعت پژو}}{\text{ماکزیم سرعت}} \times 100 \Rightarrow y = \frac{200}{320} \times 100 = 62,5$$

$$\text{عدد روی محور مصرف} = \frac{\text{مصرف پژو}}{\text{ماکزیم مصرف}} \times 100 \Rightarrow 75 = \frac{x}{12} \times 100 \Rightarrow x = 9$$

$$\text{عدد روی محور ایمنی} = \frac{\text{ایمنی پژو}}{\text{ماکزیم ایمنی}} \times 100 \Rightarrow z = \frac{3}{5} \times 100 = 60$$

۴۸ - گزینه ۱ مساحت دایره ها متناسب با منابع آبی است.

$$\frac{A \text{ منابع آبی شهر}}{D \text{ منابع آبی شهر}} = \frac{\pi \times 3^2}{\pi \times 2^2} = \frac{9}{4}$$

۴۹ - گزینه ۱ مقدار بیشینه هر نمره ۲۰ است. ابتدا هر نمره را به دست می آوریم.

$$عربی: \frac{20}{100} \times 20 = 4, \quad \text{زبان: } \frac{25}{100} \times 20 = 5, \quad \text{فارسی: } \frac{80}{100} \times 20 = 16, \quad \text{دینی: } \frac{70}{100} \times 20 = 14$$

$$\text{مجموع نمرات} = 4 + 5 + 14 + 16 = 39$$

۵۰ - گزینه ۳ اگر در حالت اول تعداد متغیرها را  $n$  در نظر بگیریم، زاویه بین پره ها  $\frac{360^\circ}{n}$  خواهد بود. حال اگر تعداد ۸ متغیر به متغیرها اضافه کنیم در این حالت زاویه بین پره ها  $\frac{360^\circ}{n+8}$

خواهد شد که داریم:

$$\frac{36^\circ}{n+8} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{36^\circ}{n}\right) \Rightarrow 3n = n+8 \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4$$

بنابراین در حالت اول زاویه بین پره‌ها برابر است با:

$$\frac{36^\circ}{4} = 9^\circ$$

۵۱ - گزینه ۴ چون اندازهٔ بین هر دو شعاع مجاور برابر است، پس:

$$\text{زاویهٔ بین دو شعاع مجاور} = \frac{36^\circ}{15} = 2.4^\circ$$

۵۲ - گزینه ۳ در نمودار حبابی شعاع دایره‌ها را متناسب با جذر مقادیر متغیر سوم در نظر می‌گیریم تا اختلاف ظاهری اندازهٔ دایره‌ها غیر واقعی و گمراه‌کننده نباشد.

۵۳ - گزینه ۱ حداکثر نمرهٔ هر درس ۲۰ است. ابتدا نمرهٔ هر درس را با توجه به نمودار به دست می‌آوریم:

$$\text{عربی: } \frac{20}{100} \times 20 = 4, \quad \text{زبان: } \frac{25}{100} \times 20 = 5$$

$$\text{فارسی: } \frac{80}{100} \times 20 = 16, \quad \text{دینی: } \frac{70}{100} \times 20 = 14$$

$$\text{میانگین وزندار} = \frac{4 \times 1 + 5 \times 2 + 16 \times 4 + 14 \times 3}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{4 + 10 + 64 + 42}{10} = \frac{120}{10} = 12$$

۵۴ - گزینه ۱

عدد متناظر به هر متغیر را روی شعاع نمودار راداری به دست می‌آوریم:

$$\text{ریاضی: } \frac{15}{20} \times 100 = 75$$

$$\text{عربی: } \frac{17}{20} \times 100 = 85$$

$$\text{ادبیات: } \frac{20}{20} \times 100 = 100$$

$$\text{معارف: } \frac{18}{20} \times 100 = 90$$

حال مطلوب سؤال جمع مقادیر به دست آمده است:

$$75 + 85 + 100 + 90 = 350$$

۵۵ - گزینه ۲ در نمودار حبابی شعاع دایره‌ها متناسب با جذر مقادیر متغیر سوم می‌باشد، لذا شعاع مربوط به مشاهدهٔ A به شعاع مشاهدهٔ D برابر است با:

$$\frac{r_A}{r_D} = \sqrt{\frac{x_p(A)}{x_p(D)}} = \sqrt{\frac{3}{0.75}} = \sqrt{4} = 2$$



## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۹ - ۴	۱۷ - ۲	۲۵ - ۲	۳۳ - ۴	۴۱ - ۱	۴۹ - ۱
۲ - ۳	۱۰ - ۲	۱۸ - ۳	۲۶ - ۴	۳۴ - ۴	۴۲ - ۱	۵۰ - ۳
۳ - ۱	۱۱ - ۳	۱۹ - ۳	۲۷ - ۴	۳۵ - ۱	۴۳ - ۲	۵۱ - ۴
۴ - ۲	۱۲ - ۴	۲۰ - ۲	۲۸ - ۱	۳۶ - ۴	۴۴ - ۳	۵۲ - ۳
۵ - ۱	۱۳ - ۳	۲۱ - ۳	۲۹ - ۲	۳۷ - ۳	۴۵ - ۳	۵۳ - ۱
۶ - ۳	۱۴ - ۱	۲۲ - ۴	۳۰ - ۴	۳۸ - ۴	۴۶ - ۳	۵۴ - ۱
۷ - ۳	۱۵ - ۱	۲۳ - ۲	۳۱ - ۴	۳۹ - ۱	۴۷ - ۴	۵۵ - ۲
۸ - ۲	۱۶ - ۴	۲۴ - ۱	۳۲ - ۱	۴۰ - ۴	۴۸ - ۱	

# نزد ننگه بوک

## تلاشی در مسیر موفقیت


تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)