



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)



# آزمون ۱۸ آذر ۱۴۰۱

## اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

### دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
امیر هوشنگ انصاری-شاهین پروازی-محمدسجاد پیشوایی-سعید تن آرا-میلاد چاشمی-عادل حسینی-بهرام حلاج-افشین خاصه‌خان بابک سادات-علی سلامت-سامان سلامیان-سعید علم‌پور-حمید علیزاده-لیلا مرادی-مهدی ملازمضانی-میلاد منصوری سروش موثینی - جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-عباس اسدی امیرآبادی-نادر حاجی‌زاده-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-سوگند روشنی شروین سیاح‌نیا-علیرضا شریف‌خطیبی-رضا عباسی‌اصل-محمدابراهیم گیتی‌زاده-امید محمدطاهری-مهرداد ملوندی	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام‌پور-رضا توکلی-روح انگیز جلیلیان-چواد حاتمی-عادل حسینی-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی سیدوحید ذوالفقاری-سوگند روشنی-عطا صادقی-محمد صحت‌کار-عزیزاله علی‌اصغری-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی نیلوفر مهدوی-مجید نیکنام	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	
خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-احسان ایرانی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-میثم دشتیان محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-فرشاد زاهدی-سعید شرق-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-مصطفی وانقی-شادمان ویسی	فیزیک	
محمدرضا پورجاوید-مهلا تابش‌نیا-امیر حاتمیان-مرتضی خوش‌کیش-حسن رحمتی‌کوکنده-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی آروین شجاعی-مینا شرافتی‌پور-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده‌مقدم سیدمحمدرضا میرقائم	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملازمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	حمید زرین‌کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
	مهرداد ملوندی	ویراستار استاد، مهرداد ملوندی	ویراستار استاد، مهرداد ملوندی	ویراستار استاد، سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی، امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل‌ارجمندی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	گروه مستندسازی
میلاد سیاوشی	حروف‌نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

گزینه ۳

۱- تنها توضیحاتی که در مورد تابع  $f$  داده شده است، پیوسته، اکیداً نزولی و  $f(3) = 2$ ، پس اگر تابع  $f$  را مثلاً  $-x + 5$  در نظر بگیریم تمام این شروط برقرار می‌شوند. داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 6}{f(x) - 2} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 6}{-x + 3} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

دقت کنید که هر تابع دیگری که سه شرط گفته شده را دارا باشد، قابل قبول است. (مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در پی‌نهایت: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

گزینه ۱

۲- هر کدام از حدود چپ و راست را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f\left(\frac{3}{x}\left(1 + \left|-\frac{x}{3}\right|\right)\right) = f(0) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f\left(\frac{3}{x}\left(1 + \left|-\frac{x}{3}\right|\right)\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f\left(-\frac{3}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در پی‌نهایت: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

گزینه ۴

۳- در یک همسایگی چپ  $x = -1$ ،  $|x| = -2$  است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{a|x| - a^2x}{3x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{a^2 - 2a}{(x+1)(3x-2)} = \frac{a^2 - 2a}{0^+} = -\infty$$

برای آنکه تساوی بالا برقرار باشد، لازم است  $a^2 - 2a$  منفی باشد.

$$\Rightarrow a^2 - 2a = a(a-2) < 0 \Rightarrow 0 < a < 2 \quad (1)$$

در یک همسایگی راست  $x = -1$ ،  $|x| = -1$  است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{a|x| - a^2x}{3x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{a^2 - a}{(x+1)(3x-2)} = \frac{a^2 - a}{0^-} = -\infty$$

برای آنکه تساوی بالا برقرار باشد، لازم است  $a^2 - a$  مثبت باشد.

$$\Rightarrow a^2 - a = a(a-1) > 0 \Rightarrow a < 0 \text{ یا } a > 1 \quad (2)$$

از اشتراک دو مجموعه (۱) و (۲) بازه قابل قبول برای  $a$ ،  $(1, 2)$  به دست می‌آید.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در پی‌نهایت: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

گزینه ۲

۴- مجانب‌های قائم از بین ریشه‌های مخرج انتخاب می‌شود:

$$x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 2$$

در همسایگی هر سه مقدار، حد تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[(x+2)^2] \sin x}{x(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[(x+2)^2]}{(x+2)(x-2)}$$

$$(1) \times \left(-1\frac{3}{4}\right) = -1\frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[(x+2)^2] \sin x}{x(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{0}{x(x+2)(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[(x+2)^2] \sin x}{x(x-2)(x+2)} = \frac{(16) \sin 2}{\pm 0} = \pm \infty$$

پس تنها خط مجانب قائم نمودار این تابع  $x = 2$  است.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در پی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

گزینه ۴

(علی سلامت)

ابتدا تابع  $f(x) - 2$  را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) - 2 = \begin{cases} -2x + 2 & ; x < 1 \\ 0 & ; 1 \leq x \leq 3 \\ 2x - 6 & ; x > 3 \end{cases}$$

روی بازه  $[1, 3]$  مخرج  $g(x)$  برابر صفر است. بنابراین:

$$D_g = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

مخرج  $g(x)$  در  $x = 1$  برابر صفر است و از آن جایی که تابع فقط در

همسایگی چپ  $x = 1$  تعریف شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{f(x) - 2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{-2x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{-2(x-1)} = +\infty$$



$x = 1$

مخرج تابع  $g(x)$  در  $x = 3$  برابر صفر است و از آن جایی که تابع فقط

در همسایگی راست  $x = 3$  تعریف شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{f(x) - 2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{2x - 6} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{2(x-3)} = +\infty$$



$x = 3$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - هر در پی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

گزینه ۳

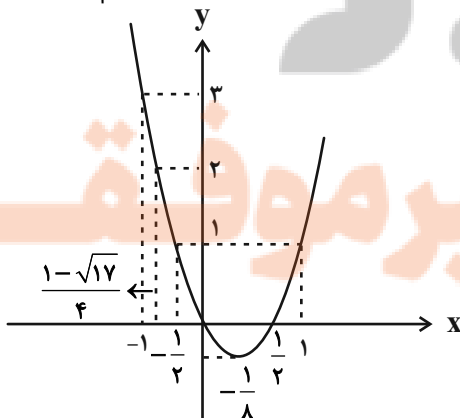
(عارل مسینی)

تابع  $\frac{x}{\sin x}$  در تمام نقاط بازه  $(-1, 1)$  حد دارد، پس نقطه‌ای که  $f$

در آن‌ها حد ندارد، همان نقطه‌ای است که نمودار تابع  $[2x^2 - x]$   $g(x)$

در آن‌ها حد ندارد؛ تابع  $g$  نیز در نقطه‌ای که  $2x^2 - x$  مقداری صحیح داشته باشد، حد ندارد.

نمودار سهمی  $y = 2x^2 - x$  را در شکل زیر می‌بینیم:



$$\Rightarrow a = \frac{3}{20}$$

(مسأله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(جهانبفش نیک‌نام)

۹- گزینه «۲»

معادله را بر حسب  $\cos \theta$  به صورت زیر می‌نویسیم:

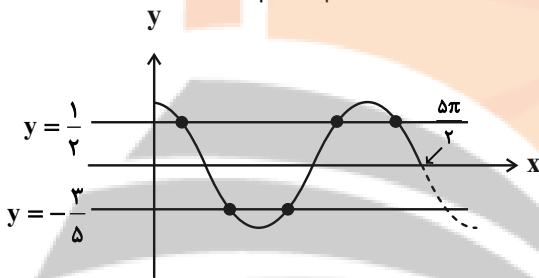
$$5(2 \cos^2 \theta - 1) + 2\left(\frac{1 + \cos \theta}{2}\right) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 10 \cos^2 \theta + \cos \theta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (5 \cos \theta + 3)(2 \cos \theta - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}, -\frac{3}{5}$$

حال برای پیدا کردن تعداد جواب‌ها، نمودار  $\cos x$  و  $y = \frac{1}{2}$  و خطوط  $y = -\frac{3}{5}$  را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل بالا، خط‌ها نمودار تابع را در ۵ نقطه قطع می‌کند.

(مسأله ۲- مثلثات، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(عارل مسینی)

۱۰- گزینه «۱»

با استفاده از اتحادهای زیر، معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}, \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

پس داریم:

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \cdot \frac{1 + \tan^2 x}{1 - \tan^2 x} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{\tan x \neq \pm 1} 2 \tan x = \frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan^2 x}{\tan x \neq 1} - 4 \tan x + 3 = 0$$

$$\xrightarrow{\tan x \neq 1} \tan x = 3$$

جواب‌های این معادله با جواب‌های معادله گزینه «۱» برابر است.

$$\frac{\tan x}{\tan 2x} = 2(1 - \tan x) \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tan^2 x = 2 - 2 \tan x$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - 4 \tan x + 3 = (\tan x - 1)(\tan x - 3) = 0$$

$\tan x = 1$  غیرقابل قبول است، زیرا  $\tan 2x$  غیرقابل تعریف می‌شود.

پس  $\tan x = 3$  جواب این معادله است.

در معادله‌های سایر گزینه‌ها، جواب‌هایی بیش از جواب‌های معادله  $\tan x = 3$  تولید می‌شود.

(مسأله ۲- مثلثات، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

با توجه به نمودار بالا، در نقاط  $x = \frac{1-\sqrt{17}}{4}$ ،  $x = -\frac{1}{2}$ ،  $x = 0$  و

تابع  $X = \frac{1}{2}$  مقادیر سهمی عددی صحیح است، پس تابع  $g$  و در نتیجه تابع  $f$  در این نقاط حد ندارند.

(مسأله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

(عارل مسینی)

۷- گزینه «۴»

روش اول: هوییتال

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \sqrt{\cos x}}{\cos x - \sqrt{1 + \sin x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}}{-\sin x - \frac{\cos x}{2\sqrt{1 + \sin x}}} = \frac{1}{-1} = -1$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \sqrt{\cos x}}{\cos x - \sqrt{1 + \sin x}} \times \frac{1 + \sin x + \sqrt{\cos x}}{1 + \sin x + \sqrt{\cos x}} \times \frac{\cos x + \sqrt{1 + \sin x}}{\cos x + \sqrt{1 + \sin x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \sin x)^2 - \cos x}{\cos^2 x - (1 + \sin x)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin^2 x + 2 \sin x - \cos x}{(1 - \sin^2 x) - (1 + \sin x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos^2 x - \cos x + 2 + 2 \sin x}{-\sin^2 x - \sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x + \cos x - 2}{\sin^2 x + \sin x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{\sin^2 x + \sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x + 2)(\cos x - 1)}{\sin x(\sin x + 1)} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{\sin x(\sin x + 1)}$$

$$-2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} - 2 = -2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x} - 2 = -2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2}} - 2$$

$$-3 \lim_{x \rightarrow 0} \tan \frac{x}{2} - 2 = 0 - 2 = -2$$

(مسأله ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(عارل مسینی)

۸- گزینه «۳»

تابع باید در  $x = 5$  نیز پیوسته باشد، یعنی حد آن با مقدار تابع برابر باشد.

$f(5) = a$

پس تابع  $y = \frac{bx - \sqrt{x-1}}{x-5}$  در  $x = 5$  حد دارد، برای اینکار حد صورت این کسر نیز باید صفر باشد.

$$\Rightarrow 5b - 2 = 0 \Rightarrow b = \frac{2}{5}$$

حال حد تابع بالا را با روش هوییتال به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\frac{2}{5}x - \sqrt{x-1}}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{2\sqrt{x-1}}}{1} = \frac{3}{20}$$

برای پیوستگی حاصل این باید برابر مقدار  $a$  باشد.

## ریاضی پایه

## گزینه «۳» - ۱۱

(عادل مسینی)

سهمی  $ax^2 + bx + c$  با شرایط  $a < 0$ ,  $b > 0$ ,  $c \leq 0$  و  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$  فقط از ناحیه دوم دستگاه مختصات نمی‌گذرد. این شرایط در سهمی گزینه «۳» برقرار است.

(مسایبان ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

## گزینه «۳» - ۱۲

(مهری ملارمضان)

در معادله  $x^2 - 5x - 1 = 0$  داریم:  $S = \alpha + \beta = 5$  و  $P = \alpha\beta = -1$ . از طرفی جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، یعنی:

$$\alpha^2 - 1 = 5\alpha, \beta^2 - 1 = 5\beta$$

پس ریشه‌های معادله مورد نظر را  $\alpha' = \frac{\alpha}{5\beta}$  و  $\beta' = \frac{\beta}{5\alpha}$  در نظر می‌گیریم:

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{\alpha}{5\beta} + \frac{\beta}{5\alpha} = \frac{1}{5} \left( \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \right) = \frac{1}{5} \left( \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \right)$$

$$\Rightarrow S' = \frac{1}{5} \left( \frac{S^2 - 2P}{P} \right) = \frac{1}{5} \left( \frac{25 - 2(-1)}{-1} \right) = -\frac{27}{5}$$

$$P' = \alpha'\beta' = \frac{\alpha}{5\beta} \times \frac{\beta}{5\alpha} = \frac{1}{25}$$

پس معادله مورد نظر به صورت زیر است:

$$x^2 + \frac{27}{5}x + \frac{1}{25} = 0 \Rightarrow 25x^2 + 135x + 1 = 0$$

(مسایبان ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۸ و ۹)

## گزینه «۱» - ۱۳

(عادل مسینی)

با توجه آنکه  $c$  ریشه صورت و مرتبه زوج است و  $x = 1$  ریشه مخرج (و شاید مشترک با صورت) و مرتبه فرد است، تنها حالت زیر برای  $p(x)$  قابل قبول است:

$$p(x) = \frac{(x-1)(x-c)^2}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)(x^2 - 2cx + c^2)}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 - ax^2 + (a+2)x - c}{x^2 - 2bx + b}$$

$$\frac{x^3 - (2c+1)x^2 + (c^2 + 2c)x - c^2}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c^2 - 4 > 1 \rightarrow c = 2 \Rightarrow a = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 8$$

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

## گزینه «۲» - ۱۴

(سامان سلامیان)

با تغییر متغیر  $t = x + \frac{1}{x}$ ، معادله گویای داده شده به یک معادله درجه دوم تبدیل می‌شود:

$$t^2 - 2 = 2t \Rightarrow t^2 - 2t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow t = 1 \pm \sqrt{3}$$

اما باید دقت کنیم که  $\left| x + \frac{1}{x} \right| \geq 2$  است، پس جواب  $t = 1 - \sqrt{3}$  قابل قبول نیست.

$$\Rightarrow t = x + \frac{1}{x} = 1 + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x^2 - (1 + \sqrt{3})x + 1 = 0$$

در این معادله  $\Delta$ ،  $S$  و  $P$  هر سه مثبت هستند، پس معادله دو جواب مثبت دارد.

(مسایبان ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۷ تا ۱۹)

## گزینه «۲» - ۱۵

(سامان سلامیان)

معادله را به فرم زیر می‌نویسیم:

$$\sqrt{\frac{2x-1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{2x-1}} = \frac{1}{3}$$

حال با تغییر متغیر  $t = \sqrt{\frac{2x-1}{x}}$  داریم:

$$t - \frac{1}{t} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3t^2 - 1t - 3 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{3} \text{ یا } 3$$

اما بدیهی است که مقدار مثبت  $t$  قابل قبول است.

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2x-1}{x}} = 3 \Rightarrow \frac{2x-1}{x} = 9 \Rightarrow 2x-1 = 9x$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{7} \Rightarrow [x] = -1$$

(مسایبان ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

## گزینه «۴» - ۱۶

(افشین فاضله‌فان)

برای اینکه معادله جواب داشته باشد، باید  $k > 0$  باشد، زیرا در غیر این صورت بر اساس دامنه متغیر  $x$ ، معادله جواب نخواهد داشت. حال برای  $k > 0$  داریم:

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{k}\sqrt{x} - \sqrt{x} = (\sqrt{k}-1)\sqrt{x}$$

طرفین تساوی را به توان دو می‌رسانیم:

$$x+1 = (\sqrt{k}-1)^2 x \Rightarrow ((\sqrt{k}-1)^2 - 1)x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{(\sqrt{k}-1)^2 - 1}$$

دامنه جواب بازه  $[0, +\infty)$  است، پس جواب بالا باید نامنفی باشد:

$$\Rightarrow (\sqrt{k}-1)^2 \geq 1 \Rightarrow \sqrt{k}-1 \geq 1 \Rightarrow \sqrt{k} \geq 2$$

$$\Rightarrow k \geq 4$$

$$\left. \begin{aligned} -(2k+1) < 0 &\Rightarrow k > -\frac{1}{2} \\ 1-2k < 0 &\Rightarrow k > \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k > \frac{1}{2}$$

قابل قبول  $k = 3 \Rightarrow y_{\min} = y(1) = 3 - k = 0$   
پس مقادیر قابل قبول  $k$ ، صفر و 3 هستند.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه 24)

19- گزینه «1» (عادل مسینی)

مختصات نقطه  $A(x, y)$  را در نظر می‌گیریم.  
مساحت مثلث را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & y_A \\ x_B & y_B \\ x_C & y_C \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left| \begin{aligned} & (y_A y_B + y_B y_C + x_C y_A) \\ & - (y_A y_C + y_C y_B + x_B x_A) \end{aligned} \right|$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x & y \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |x + 2y - 2| = 2$$

$$\Rightarrow |x + 2y - 2| = 4 \Rightarrow x + 2y - 2 = \pm 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 6 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$$

پس مجموع مقادیر  $m$  برابر  $4 - 2 = 6$  است.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه‌های 29 تا 36)

20- گزینه «4» (عادل مسینی)

برای اینکه پاره‌خط  $AB$  از سه ربع دستگاه مختصات بگذرد، باید طول نقاط  $A$  و  $B$  و همچنین عرض آن‌ها غیرهم علامت باشند:

$$\begin{cases} x_A = m-1, x_B = -1-m \Rightarrow x_A x_B < 0 \\ \Rightarrow (m-1)(m+1) > 0 \Rightarrow m < -1 \vee m > 1 \\ y_A = 3-m, y_B = m \Rightarrow y_A y_B < 0 \Rightarrow m(m-3) > 0 \\ \Rightarrow m > 3 \vee m < 0 \end{cases}$$

اشتراک مجموعه‌های بالا، مجموعه  $\mathbb{R} - [-1, 3]$  است. از طرفی پاره‌خط

$$AB \text{ نباید از مبدأ مختصات بگذرد، پس نباید نسبت } \frac{y_A}{x_A} \text{ با نسبت } \frac{y_B}{x_B}$$

برابر باشد:

$$\frac{y_A}{x_A} \neq \frac{y_B}{x_B} \Rightarrow \frac{3-m}{m-1} \neq \frac{m}{-1-m}$$

$$\Rightarrow m^2 - m \neq m^2 - 2m - 3 \Rightarrow m \neq -3$$

پس مجموعه قابل قبول برای  $m$  برابر  $\mathbb{R} - \{-3\} - [-1, 3]$  است. این

یعنی  $a = -1$ ،  $b = 3$  و  $c = -3$  و در نتیجه  $a + b + c = -1$  است.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه‌های 29 تا 36)

اما دقت کنید که به ازای  $k = 4$  معادله جواب حقیقی نخواهد داشت، پس حدود  $k > 4$  قابل قبول است.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه‌های 20 و 21)

17- گزینه «4» (پوناپش نیکنام)

فاصله عدد  $a^2$  از 1 برابر  $|a^2 - 1|$  و فاصله آن از 4 برابر  $|a^2 - 4|$  است. پس معادله مورد نظر به صورت زیر است:

$$|a^2 - 1| - |a^2 - 4| = a$$

مشخص است که  $a$  مثبت است (بخاطر جمله « $a$  واحد بیشتر است»). حال معادله بالا را در محدوده‌های  $0 \leq a < 1$ ،  $1 \leq a < 2$  و  $a \geq 2$  حل می‌کنیم:

$$0 \leq a < 1: -a^2 + 1 - (-a^2 + 4) = -3 = a \quad | \quad \text{نیست}$$

$$1 \leq a < 2: a^2 - 1 - (-a^2 + 4) = 2a^2 - 5 = a \Rightarrow 2a^2 - a - 5 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4} \quad 1 \leq a < 2 \rightarrow a = \frac{1 + \sqrt{41}}{4}$$

$$a \geq 2: a^2 - 1 - (a^2 - 4) = 3 = a \Rightarrow a = 3$$

پس مقدار ناصحیح  $a$  برابر  $\frac{1 + \sqrt{41}}{4}$  است.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه 26)

18- گزینه «1» (میلاز منصور)

بر اساس ریشه‌های عبارتهای قدرمطلقى ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = \begin{cases} -(2k+1)x + k - 2 & ; x < -2 \\ (1-2k)x + k + 2 & ; -2 \leq x < 1 \\ x - k + 2 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

در حالت‌های زیر این تابع مینیمم خواهد داشت:

الف) شیب ضابطه اول برابر صفر و شیب ضابطه دوم نیز مثبت باشد، در این حالت روی بازه  $(-\infty, -2]$  کم‌ترین مقدار تابع رخ می‌دهد:

$$\left. \begin{aligned} -(2k+1) = 0 &\Rightarrow k = -\frac{1}{2} \\ 1-2k \geq 0 &\Rightarrow k \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_{\min} = k - 2 = -\frac{5}{2} \neq 0$$

ب) شیب ضابطه اول منفی باشد و شیب ضابطه دوم نامنفی باشد، در این حالت کم‌ترین مقدار در  $x = -2$  رخ می‌دهد:

$$\left. \begin{aligned} -(2k+1) < 0 &\Rightarrow k > -\frac{1}{2} \\ 1-2k \geq 0 &\Rightarrow k \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{2} < k \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y_{\min} = y(-2) = 5k = 0 \Rightarrow k = 0$$

پ) شیب ضابطه‌های اول و دوم منفی باشند، در این حالت کم‌ترین مقدار در  $x = 1$  رخ می‌دهد:

مرکز:  $O(1, 2)$ 

$$\text{شعاع: } R = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} - 4 - (-4) = 3$$

شرط مماس بودن خط بر دایره آن است که فاصله مرکز دایره از خط، برابر شعاع دایره باشد. اگر فاصله مرکز دایره از خط  $3x + 4y - m = 0$  را با  $d$  نمایش دهیم، داریم:

$$d = \frac{|3(1) + 4(2) - m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|11 - m|}{5}$$

$$d = R \Rightarrow \frac{|11 - m|}{5} = 3 \Rightarrow |11 - m| = 15$$

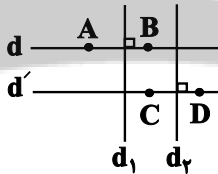
$$\Rightarrow \begin{cases} 11 - m = 15 \Rightarrow m = -4 \\ 11 - m = -15 \Rightarrow m = 26 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

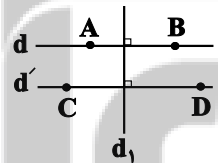
گزینه «۴» - ۲۵

(امیرمسین ابومیبوب)

نقاطی از صفحه که از دو نقطه  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره خط  $AB$  و نقاطی از صفحه که از دو نقطه  $C$  و  $D$  به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره خط  $CD$  واقع‌اند. با توجه به اینکه پاره‌خط‌های  $AB$  و  $CD$  موازی یکدیگرند، یکی از دو وضعیت زیر امکان‌پذیر است. (۱) عمودمنصف  $AB$  موازی با عمودمنصف  $CD$  باشد. در این صورت مسئله فاقد جواب است.



(۲) عمود منصف  $AB$  بر عمودمنصف  $CD$  منطبق باشد. در این صورت مسئله بی‌شمار جواب دارد.

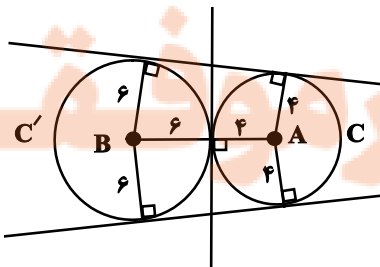


(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه تمرین ۲ صفحه ۳۹)

گزینه «۳» - ۲۶

(سوکلدر روشنی)

دو دایره  $C(A, 4)$  و  $C'(B, 6)$  مماس خارج هستند. مماس مشترک‌های این دو دایره خطوطی از صفحه هستند که از  $A$  به فاصله ۴ و از  $B$  به فاصله ۶ واحد قرار دارند.



هندسه ۳

گزینه «۳» - ۲۱

(امیرمسین ابومیبوب)

معادله  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  متعلق به یک دایره است، هرگاه  $a^2 + b^2 - 4c > 0$  باشد. بنابراین داریم:

$$2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y + m = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + y^2 - x + 3y + \frac{m}{2} = 0$$

$$(-1)^2 + 3^2 - 4\left(\frac{m}{2}\right) > 0 \Rightarrow 10 - 2m > 0$$

$$\Rightarrow 2m < 10 \Rightarrow m < 5$$

پس بزرگ‌ترین عدد صحیح  $m$  که به ازای آن، معادله داده شده متعلق به یک دایره باشد، برابر  $m = 4$  است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

گزینه «۲» - ۲۲

(امیرمسین ابومیبوب)

تمامی قطرهای یک دایره از مرکز آن عبور می‌کنند، پس داریم:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز دایره: } O'(2, -1)$$

این دایره از مبدأ مختصات عبور می‌کند، بنابراین داریم:

$$\text{شعاع دایره: } R = OO' = \sqrt{(2-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{معادله دایره: } (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

در بین نقاط داده شده تنها مختصات نقطه  $(1, -3)$  در معادله دایره صدق می‌کند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

گزینه «۴» - ۲۳

(مهرداد ملونری)

نقاط  $A(a, -2)$  و  $B(6-a, 4)$  دو سر قطری از دایره هستند، پس نقطه

$$W = \frac{A+B}{2} = (3, 1)$$

وسط آن‌ها مرکز دایره است:

از طرفی با توجه به معادله ضمنی دایره داریم:

$$\text{مرکز دایره: } W\left(-\frac{m}{2}, -\frac{n}{2}\right) = (3, 1) \Rightarrow \begin{cases} m = -6 \\ n = -2 \end{cases}$$

$$\text{شعاع دایره: } R = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} - 4 - (-15) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{100} = 5$$

طول قطر  $AB$ ، دو برابر شعاع دایره است، پس داریم:

$$AB = 2R \Rightarrow \sqrt{(6-a-a)^2 + (4+2)^2} = 10$$

$$\Rightarrow \sqrt{(6-2a)^2 + 6^2} = 10 \Rightarrow (6-2a)^2 = 100 - 36 = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6-2a = 8 \Rightarrow a = -1 \\ 6-2a = -8 \Rightarrow a = 7 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

گزینه «۳» - ۲۴

(سامان اسپهرم)

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

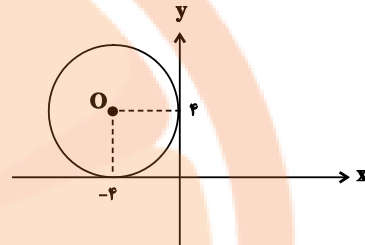
با توجه به اینکه دو دایره مماس خارج، ۳ مماس مشترک دارند، پس ۳ خط در صفحه با ویژگی مورد نظر وجود دارد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

گزینه «۱» - ۲۷

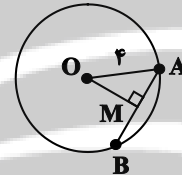
(سوکندر روشنی)

دایره‌ای که بر محورهای مختصات در دو نقطه  $(-۴, ۰)$  و  $(۰, ۴)$  مماس باشد، دایره‌ای است به مرکز  $O(-۴, ۴)$  و شعاع  $R = ۴$ .



کوتاه‌ترین وتر گذرنده از هر نقطه در دایره، وتری است که بر قطر گذرنده از آن نقطه عمود است.

می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس مطابق شکل داریم:



$$OM = \sqrt{(-۲+۴)^2 + (۱-۴)^2} = \sqrt{۱۳}$$

$$\Delta OAM : AM \quad \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{۱۶ - ۱۳} = \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow AB = 2AM = 2\sqrt{۳}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

گزینه «۲» - ۲۸

(افشین فاضله‌فان)

فرض کنید  $O(\alpha, \beta)$  مرکز این دایره باشد. چون مرکز دایره روی خط  $x + y = ۳$  واقع است، پس  $\beta = ۳ - \alpha$  بوده و در نتیجه با فرض  $A(۲, ۰)$  و  $B(۰, ۱)$  داریم:

$$OA = OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha - ۲)^2 + \beta^2} = \sqrt{\alpha^2 + (\beta - ۱)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{بفرض } ۲} (\alpha - ۲)^2 + (۳ - \alpha)^2 = \alpha^2 + (۲ - \alpha)^2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 4 + 9 - 6\alpha + \alpha^2 = \alpha^2 + 4 - 4\alpha + \alpha^2$$

$$\Rightarrow 6\alpha = 9 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \beta = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{شعاع دایره } OA = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - ۲\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

بنابراین معادله دایره به صورت زیر است:

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x^2 - 3x + \frac{9}{4} + y^2 - 3y + \frac{9}{4} = \frac{5}{2}$$

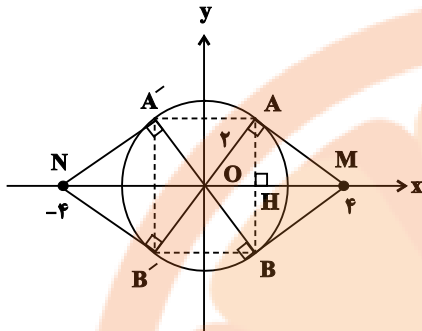
$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 3x - 3y + 2 = 0$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

گزینه «۲» - ۲۹

(مهرزاد ملونری)

مطابق شکل چهارضلعی حاصل، یک مستطیل است که طول اضلاع آن به صورت زیر به دست می‌آید:



$$\Delta OAM : AM \quad \sqrt{OM^2 - OA^2} = \sqrt{۱۶ - ۴} = ۲\sqrt{۳}$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه  $OAM$  داریم:

$$AH \times OM = OA \times AM$$

$$\Rightarrow AH = \frac{۲ \times ۲\sqrt{۳}}{۴} = \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow AB = 2AH = ۲\sqrt{۳}$$

همچنین در مثلث قائم‌الزاویه  $OAM$  داریم:

$$OA^2 = OH \times OM \Rightarrow OH = \frac{۲^2}{۴} = ۱$$

$$\Rightarrow AA' = 2OH = ۲$$

$$S_{ABB'A'} = AB \times AA'$$

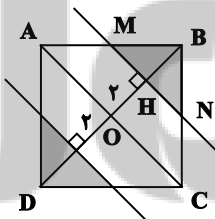
$$۲\sqrt{۳} \times ۲ = ۴\sqrt{۳}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

گزینه «۴» - ۳۰

(افشین فاضله‌فان)

دو خط موازی با قطر  $AC$  و به فاصله ۲ واحد از آن رسم می‌کنیم. ناحیه رنگی در شکل، همان ناحیه  $S$  است. مطابق شکل داریم:



$$OB = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow BH = 2\sqrt{2} - ۲$$

$$AOB : MH \parallel AO \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BM}{AB} = \frac{BH}{BO}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{۴} = \frac{2\sqrt{2} - ۲}{۲\sqrt{2}} \Rightarrow BM = 4 - ۲\sqrt{2} = BN$$

$$S_{BMN} = \frac{1}{2} \times BM \times BN = \frac{1}{2} (4 - ۲\sqrt{2})^2$$

$$S \text{ مساحت ناحیه } ۲S_{BMN} = ۴(۲ - \sqrt{۲})^2$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

شرط لازم و کافی برای آن که معادله سیاله  $ax + by = c$  دارای جواب باشد، آن است که:  $c | (a, b)$

بنابراین:

$$(6, 21) | m^2 + 2$$

$$3 | m^2 + 2 \Rightarrow m^2 + 2 \equiv 0 \Rightarrow m^2 \equiv -2 \equiv 1 \pmod{3}$$

بنابراین اگر  $m$  مضرب ۳ نباشد، معادله دارای جواب است. کافی است مضارب ۳ را از کل اعداد دو رقمی کنار بگذاریم.

$$\text{تعداد} = \left[ \frac{99}{3} \right] - \left[ \frac{9}{3} \right] = 30 \Rightarrow 90 - 30 = 60$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۶)

۳۲- گزینه «۴»

(ممسن بهرامپور)

اگر  $x$  و  $y$  را به ترتیب تعداد ظرف‌های ۵ و ۷ لیتری فرض کنیم. می‌توانیم بنویسیم:  $(k \in \mathbb{Z})$

$$\Delta x + 7y = 410 \Rightarrow 7y \equiv 410 \Rightarrow 2y \equiv 0 \Rightarrow y \equiv 0 \Rightarrow y = \Delta k$$

$$\Delta x + 7\Delta k = 410 \Rightarrow \Delta x = -7\Delta k + 410 \Rightarrow x = -7k + 82$$

$$x + y \leq 70 \Rightarrow -7k + 82 + \Delta k \leq 70 \Rightarrow 2k \geq 12 \Rightarrow k \geq 6 \quad (1)$$

$$x = -7k + 82 \geq 0 \Rightarrow k \leq 11 \quad (2)$$

$$y = \Delta k \geq 0 \Rightarrow k \geq 0 \quad (3)$$

$$(1), (2), (3): 6 \leq k \leq 11$$

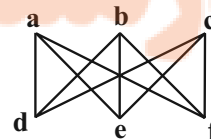
پس به ۶ طریق می‌توان ۴۱۰ لیتر را در ظرف‌های ۵ و ۷ لیتری پر کرد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۳۳- گزینه «۴»

(رضا توکل)

اگر  $N_G(a)$  و  $N_G(b)$  باشد، بین  $a$  و  $b$  یالی رسم نمی‌شود و  $\deg(a)$  و  $\deg(b)$  می‌باشد. پس یال‌های  $ab$  و  $ac$  و  $bc$  رسم نمی‌شود و  $\deg(b) = \deg(c) = 3$  می‌باشد. در نتیجه تنها شکل زیر قابل رسم است:



$$p = 6, q = 9, \Delta = \delta = 3$$

$$p + q + \Delta + \delta = 21$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۳۴- گزینه «۱»

(ممد صدت‌کر)

در گراف  $-k$  منتظم از مرتبه  $p$  و اندازه  $q$ ، رابطه  $kp = 2q$  برقرار است. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

الف) غ ق  $p = \frac{21}{4} \Rightarrow p = 2 \times 21 = 42$

ب) گراف فرد منتظم از مرتبه فرد وجود ندارد. در نتیجه گراف  $-7$  منتظم مرتبه ۹ نیز قابل رسم نیست.

پ) ق ق  $p = 10 \Rightarrow p = 2 \times 35 = 70$  پس این گراف قابل رسم است.

ت) گرافی که ۷ رأس دارد بیشترین درجه‌ای که می‌تواند داشته باشد، ۶ است. در نتیجه گراف  $-8$  منتظم مرتبه ۷ قابل رسم نیست.

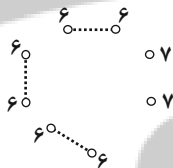
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۵)

۳۵- گزینه «۴»

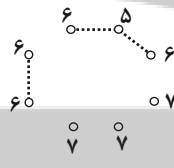
(سوکندر روشنی)

گراف کامل مرتبه ۸ دارای ۲۸ یال  $\frac{8 \times 7}{2} = 28$  یال است. در نتیجه

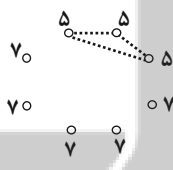
گراف  $G$  در صورت سؤال، گراف کاملی است که ۳ یال آن را حذف کرده‌ایم و  $\Delta - \delta$  یکی از حالت‌های زیر است:



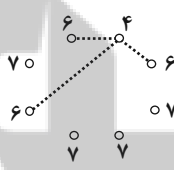
$$\Delta - \delta = 7 - 6 = 1$$



$$\Delta - \delta = 7 - 5 = 2$$



$$\Delta - \delta = 7 - 5 = 2$$



$$\Delta - \delta = 7 - 4 = 3$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۳۶- گزینه «۲»

(امیرعسین ابومصوب)

در یک گراف کامل مرتبه  $p$ ،  $\frac{p(p-1)}{2}$  و  $q = p - 1 = \Delta = \delta$  است.

بنابراین داریم:

$$(۲) \begin{cases} p = ۱۲ \\ r = ۸ \end{cases} \Rightarrow q = \frac{۱۲ \times ۸}{۲} = ۴۸$$

گراف  $K_{۱۲}$  دارای ۶۶ یال است، پس با افزودن ۱۸ یال به آن

کامل خواهد شد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۳۸)

(عطا صادقی)

۳۹- گزینه «۲»

اگر بخواهیم  $pq = ۶$  باشد، دو حالت رخ می دهد:

الف)  $p = ۶$  و  $q = ۱$  باشد.

در این حالت هر ۶ رأس باید انتخاب شوند و یکی از ۶ یال را باید انتخاب

$$\binom{۶}{۱} = ۶$$

کنیم. در نتیجه تعداد حالات برابر است با:

ب)  $p = ۳$  و  $q = ۲$  باشد.

در این حالت ۳ رأس باید به گونه ای انتخاب شوند که دو یال مجاور هم

باشند، برای مثال سه رأس  $\{a, b, c\}$  و یال های  $\{ab, bc\}$  بنابراین ۶ زیر

گراف با این ویژگی وجود دارد.

بنابراین تعداد کل زیرگراف ها با شرط  $pq = ۶$  برابر ۱۲ است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه ۳۷)

(مجید نیکنام)

۴۰- گزینه «۳»

نکته:  $q(\bar{G}) = \frac{p(G)(p(G)-1)}{۲} - q(G)$

$$\begin{cases} q - p = ۲ \\ \frac{p(p-1)}{۲} - q + ۳q = ۲۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = p + ۲ \\ p(p-1) + ۴q = ۴۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow p^2 - p + 4(p+2) = 48$$

$$\Rightarrow p^2 + 3p - 40 = 0 \Rightarrow (p-5)(p+8) = 0 \xrightarrow{p>0} p = 5$$

$$\Rightarrow q = 5 + 2 = 7$$

$$\text{در نتیجه } q(\bar{G}) = \frac{5 \times 4}{۲} - 7 = 3$$

$$\Rightarrow q(G) - q(\bar{G}) = 7 - 3 = 4$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۳۷)

$$۲ \times \frac{p(p-1)}{۲} - p^2 = 4(p-1) - (p-1)^2 - 1$$

$$\Rightarrow p^2 - p - p^2 = 4p - 4 - p^2 + 2p - 1 - 1$$

$$\Rightarrow p^2 - 7p + 6 = 0 \Rightarrow (p-1)(p-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = ۱ \\ p = ۶ \end{cases}$$

غق ق ۱

$$\frac{p(p-1)}{\Delta} = \frac{۲}{p-1} = \frac{p}{۲} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۳۸)

۳۷- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

با توجه به فرض سؤال، رأس  $v_۱$  با رئوس  $v_۲$  تا  $v_۶$  مجاور است و با

توجه به اینکه رئوس  $v_۲$  تا  $v_۶$  دو به دو غیرمجاور هستند، پس رأس  $v_۱$

از درجه ۵ و سایر رئوس از درجه ۱ هستند.

تعداد اعضای همسایگی بسته هر رأس، یک واحد بیشتر از درجه آن است،

پس داریم:

$$\sum_{i=1}^6 |N_G[v_i]| = 6 + 5 \times 2 = 16$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه ۳۶)

۳۸- گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

تعداد یال های گراف  $r$  - منتظم از مرتبه  $p$  برابر  $\frac{rp}{۲}$  می باشد. در نتیجه:

$$q = \frac{rp}{۲}, q' = \frac{\frac{3r}{۴} \times p}{۲}$$

$$q - ۱۲ = q' \Rightarrow \frac{rp}{۲} - ۱۲ = \frac{\frac{3r}{۴} \times p}{۲}$$

$$\xrightarrow{\times ۲} rp - ۲۴ = \frac{۳}{۴} rp \Rightarrow rp = ۹۶$$

می دانیم  $r < p$  و  $r = ۴k$  در نتیجه:

$$pr = ۲۴ \times ۴ = ۱۲ \times ۸$$

$$(۱) \begin{cases} p = ۲۴ \\ r = ۴ \end{cases} \Rightarrow q = \frac{۲۴ \times ۴}{۲} = ۴۸$$

گراف  $K_{۲۴}$  دارای  $\frac{۲۴ \times ۲۳}{۲} = ۲۷۶$  یال است، پس با افزودن ۲۲۸ یال به

آن کامل می شود.

(فرزانه شاکهباش)

-۴۵ گزینه «۱»

گزاره «الف» درست است، چون هر عضو  $A$ ، زیر مجموعه‌ای از  $A$  نیز هست. گزاره «ب» نادرست است، زیرا  $\{\{\emptyset\}\}$  زیرمجموعه‌ای از  $A$  است، ولی عضو  $A$  نیست.

گزاره «پ» نادرست است، چون اگر  $x = \emptyset$  و  $\{\{\emptyset\}\}$  باشد،  $y$  آن‌گاه هیچ کدام از بین  $x$  و  $y$ ، عضو دیگری نیست.

گزاره «ت» نادرست است، چون اگر  $x = \{\emptyset\}$  و  $\{\{\emptyset\}\}$  باشد،  $y$  آن‌گاه هیچ کدام از بین  $x$  و  $y$ ، زیر مجموعه دیگری نیست.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۱۹)

(امیرحسین ابومحبوب)

-۴۶ گزینه «۱»

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} [(B-A)-(C-A)]' &= [(B \cap A') \cap (C \cap A)']' \\ &= (B \cap A')' \cup (C \cap A)' \\ &= B' \cup [A \cup (C \cap A')] \quad B' \cup [(A \cup C) \cap (A \cup A')] \\ &= B' \cup (A \cup C) \quad A \cup B' \cup C \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(مجید نیکنام)

-۴۷ گزینه «۴»

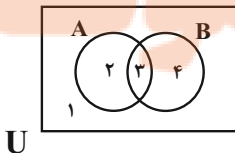
روش اول:

$$\begin{aligned} C &= (A' \cap B') \cup (B - A') \\ C &= (A \cup B)' \cup (B \cap A) \\ C' &= (A \cup B) \cap (B' \cup A') \\ &= ((A \cup B) \cap B') \cup ((A \cup B) \cap A') \\ C' &= (B' \cap A) \cup (A' \cap B) \\ &= (A - B) \cup (B - A) \\ \Rightarrow C' - (A - B) &= [(A - B) \cup (B - A)] - (A - B) = B - A \end{aligned}$$

با استفاده از نمودار ون و شماره‌گذاری می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم.

روش دوم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow A' \cap B' &= \{1\}, \quad A - B = \{2\}, \quad B - A' = B \cap A = \{3\} \\ C &= \{1\} \cup \{3\} = \{1, 3\} \\ C' - (A - B) &= \{2, 4\} - \{2\} = \{4\} = B - A \end{aligned}$$



(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

## آمار و احتمال

-۴۱ گزینه «۱»

(ممنون بهرام‌پور)

به بررسی موارد می‌پردازیم:

الف) می‌دانیم  $|x| + 1 < |x| + 1 \leq 0$  است. اگر طرفین را بر  $|x| + 1$  تقسیم کنیم، خواهیم داشت:

$$0 \leq \frac{|x|}{|x| + 1} < 1$$

در نتیجه مجموعه جواب گزاره‌ها  $\mathbb{R}$  بوده که با دامنه برابر است.

ب) تساوی  $x - 1 = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$  به ازاء  $x \neq -1$  همواره برقرار است. در نتیجه مجموع جواب گزاره‌ها با دامنه برابر است.

پ) به ازاء  $x < 0$  به صورت بازگشتی می‌توان ثابت کرد  $x + \frac{1}{x} \leq -2$  است و در نتیجه مجموعه جواب گزاره‌ها با دامنه داده شده برابر است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۵ و ۶)

-۴۲ گزینه «۳»

(سوکنده روشنی)

گزاره داده شده را به صورت زیر ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \sim [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] &\Rightarrow \sim p \\ &\equiv [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \vee \sim p \\ &\equiv [\sim (p \Rightarrow q) \vee q] \vee \sim p \equiv [(p \wedge \sim q) \vee q] \vee \sim p \\ &\equiv (q \vee p) \vee \sim p \equiv q \vee (p \vee \sim p) \equiv q \vee T \equiv T \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

-۴۳ گزینه «۲»

(ممنون صدت‌لار)

گزاره مرکب به صورت اگر  $p$  بهروز در آزمون کککور رتبه زیر ۱۰۰ کسب کندآنگاه  $q$  در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود. است.گزاره (پ)  $p \Rightarrow q \equiv p \vee q$ گزاره (ب)  $p \Rightarrow q \equiv q \Rightarrow \sim p$ 

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

-۴۴ گزینه «۳»

(رضا توکلی)

در گزینه «۳» به ازاء  $x = 1$  عدد طبیعی کوچک‌تر از آن پیدا نمی‌شود و در گزینه‌های دیگر داریم:گزینه «۱»: اگر  $x + 1 = y$  باشد، همواره درست است.گزینه «۲»: اگر  $x = y$  باشد، همواره درست است.گزینه «۴»: اگر  $x = y$  باشد، همواره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

## آمار و احتمال (اختیاری)

۴۸- گزینه «۴»

(سولگر روشنی)

با توجه به افراز داده شده، مجموعه A به صورت  $\{a, b, c, d, e\}$  و پنج عضوی است. در نتیجه تعداد افراهای آن به گونه‌ای که شامل فقط یک مجموعه تک عضوی است برابر است با:

$$\begin{aligned} \boxed{4|1} &\Rightarrow \binom{5}{1} \binom{4}{4} = 5 \\ \boxed{2|2|1} &\Rightarrow \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{1}{1}}{2!} = 15 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 5 + 15 = 20$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

۴۹- گزینه «۲»

(امد رضا فلاح)

مطابق شکل  $A^2 - B \times A = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$  است. از طرفی:

$$A^2 - B \times A = A \times A - B \times A = (A - B) \times A$$

$$\{(2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

$$\Rightarrow (A - B) = \{2\}, A = \{2, 3, 4\}$$

با فرض  $B \subseteq A$  خواهیم داشت:  $B = \{3, 4\}$  و در نتیجه  $A \cap B = \{3, 4\}$  است.

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 2^2 = 4$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۵۰- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

$$\frac{n(B \times C)}{n(A \times B)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n(B) \times n(C)}{n(A) \times n(B)} = \frac{1}{2} \Rightarrow n(A) = 2n(C)$$

اگر فرض کنیم  $x = n(C)$  باشد، آن‌گاه  $2x = n(A)$  و  $2x + 2 = n(B)$  است و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} n(A^2) - n(B \times C) &= 12 \Rightarrow (n(A))^2 - n(B) \times n(C) = 12 \\ \Rightarrow 2x^2 - 2x - 12 &= 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \text{ غق} \end{cases}$$

بنابراین  $n(C) = 3$  و  $n(A) = 2 \times 3 = 6$  است و داریم:

$$n(A \times C) = n(A) \times n(C) = 6 \times 3 = 18$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۵۱- گزینه «۱»

(روح‌انگیز جلیلیان)

$$\bar{x} = 10 \Rightarrow \frac{2 \times 5 + 3(x + 3) + 11x + 25}{2 + 3 + x + 1} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{14x + 44}{6 + x} = 10 \Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow x = 4$$

بنابراین داریم:  $\frac{x}{6+x} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$  فراوانی نسبی داده ۱۱:

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶)

۵۲- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

جدول فراوانی داده‌های اولیه مطابق با نمودار بافت نگاشت داده شده به صورت زیر است:

حدود دسته	[۵۰،۶۰]	[۶۰،۷۰]	[۷۰،۸۰]	[۸۰،۹۰]	[۹۰،۱۰۰]
فراوانی	۳	۷	۸	۵	۲

با افزودن دانش آموزانی به وزن‌های ۸۲، ۷۶، ۶۳، ۹۴ و ۶۹ کیلوگرم، تعداد کل داده‌ها ۵ واحد و تعداد داده‌های دسته وسط یک واحد افزایش می‌یابد. داریم:

$$\text{فراوانی نسبی اولیه دسته وسط} = \frac{8}{25} = 0.32$$

$$\text{فراوانی نسبی ثانویه دسته وسط} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} = 0.3$$

چون فراوانی نسبی ثانویه دسته وسط کمتر از فراوانی نسبی اولیه آن است، پس فراوانی نسبی آن ۰/۰۲ کم شده است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۵۳- گزینه «۱»

(نیلوفر مهری)

مجموع درصدهای فراوانی برابر ۱۰۰ است، بنابراین داریم:

$$a + 27 + 34 + 24 = 100 \Rightarrow a = 15$$

بنابراین زاویه متناظر با نمره A در نمودار دایره‌ای این نمرات برابر است با:

$$\alpha = \frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۵۴- گزینه «۲»

(مرتضی فحیم‌علوی)

فرض کنید مجموع داده‌های ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۳ و ۲ برابر x باشد. در این صورت داریم:

$$\frac{x + 3a + 4}{6} = \frac{x + a}{6} + 3 \xrightarrow{\times 6} x + 3a + 4 = x + a + 18$$

$$\Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$$

بنابراین دسته دوم داده‌ها به صورت ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۷، ۳ و ۲ هستند و میانه این داده‌ها برابر میانگین دو داده وسط است، یعنی داریم:

$$Q_2 = \frac{7 + 11}{2} = 9$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۵۵- گزینه «۲»

(فرزانه خاکپاش)

میانگین وزنی نمرات برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{5 \times 10 + 8 \times 12 + 7 \times 14 + 10 \times 15 + 6 \times 17 + 4 \times 18}{5 + 8 + 7 + 10 + 6 + 4} = \frac{568}{40} = 14.2$$

اگر نمرات را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، داده بیستم برابر ۱۴ و داده بیست و یکم برابر ۱۵ است. میانه داده‌ها برابر میانگین این دو داده (داده‌های

وسط) است:

$$Q_2 = \frac{14 + 15}{2} = 14.5$$

در نتیجه داریم:

$$Q_2 - \bar{x} = 14.5 - 14.2 = 0.3$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۵۶- گزینه «۲»

(نیلوفر مهروری)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1, 2, 2, 4, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 12, 13, 17, 17$$

مد داده‌ها برابر ۷ است و مجموع داده‌های کوچک‌تر از مد برابر است با:

$$1 + 2 + 2 + 4 = 9$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است، پس داده هفتم میانه و میانگین داده‌های دهم و

یازدهم برابر چارک سوم است.

$$Q_3 = \frac{12 + 13}{2} = 12.5$$

مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:  $13 + 17 + 17 = 47$

بنابراین اختلاف بین مجموع این دو دسته از داده‌ها برابر است با:  $47 - 9 = 38$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۵۷- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$3, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 17, 23$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ است، پس میانه ۵ داده اول، یعنی داده سوم برابر چارک اول و میانه ۵ داده آخر، یعنی داده نهم برابر چارک سوم است.

$$Q_1 = 6, Q_3 = 15$$

چارک اول و چارک سوم این داده‌ها روی جعبه و داده‌های بین آنها درون جعبه قرار دارند، بنابراین میانگین داده‌های داخل و روی جعبه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + 9 + 12 + 13 + 14 + 15}{7} = \frac{77}{7} = 11$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۵۸- گزینه «۳»

(عزیزاله علی اصغری)

برای ۲۰ داده اولیه داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2}{20} = 25$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2 = 500$$

فرض کنید  $k$  داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کنیم. اگر انحراف معیار داده‌های جدید را با  $\sigma'$  نمایش دهیم، داریم:

$$\sigma'^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2 + k(\bar{x} - \bar{x})^2}{20 + k} = \frac{500}{20 + k}$$

$$\sigma' < 4 \Rightarrow \sigma'^2 < 16 \Rightarrow \frac{500}{20 + k} < 16 \Rightarrow 500 < 320 + 16k$$

$$\Rightarrow 16k > 180 \Rightarrow k > 11.25$$

بنابراین حداقل باید ۱۲ داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کرد تا انحراف معیار کمتر از ۴ شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۵۹- گزینه «۴»

(پوار ماتی)

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه را با  $\bar{x}$  و  $\sigma_x$  و میانگین و انحراف معیار داده‌های جدید را با  $\bar{y}$  و  $\sigma_y$  نمایش دهیم، آنگاه با توجه به اینکه  $\bar{x}$  عددی ثابت است، داریم:

$$\begin{cases} \bar{y} = 3\bar{x} + \bar{x} = 4\bar{x} \\ \sigma_y = 3\sigma_x \end{cases}$$

$$\frac{CV_y}{CV_x} = \frac{\frac{\sigma_y}{\bar{y}}}{\frac{\sigma_x}{\bar{x}}} = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} \times \frac{\bar{x}}{\sigma_x} = \frac{3\sigma_x}{4\bar{x}} \times \frac{\bar{x}}{\sigma_x} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{CV_y}{CV_x} = \frac{3}{4} \Rightarrow CV_y = 0.75$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۶۰- گزینه «۱»

(مرتضی فحیم‌علوی)

با حذف داده‌های ۵ و  $f$ ، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند، پس میانگین این دو داده با میانگین داده‌های باقی‌مانده برابر است. همچنین با حذف داده‌های ۵ و  $f$ ، واریانس داده‌های باقی‌مانده برابر صفر است که در نتیجه داده‌های  $e, d, c, b$  برابر یکدیگرند. اگر هر کدام از این داده‌ها را مساوی  $a$  در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$\frac{5 + f}{2} = \frac{a + b + c + d + e}{5} = \frac{5a}{5} = a \Rightarrow 5 + f = 2a$$

$$\Rightarrow 5 - a = a - f \Rightarrow (5 - a)^2 = (a - f)^2 = (f - a)^2 \quad (1)$$

واریانس داده‌های اولیه برابر ۱۴ است. با توجه به اینکه میانگین داده‌ها برابر  $a$  است، داریم:

$$14 = \frac{(5 - a)^2 + 5(a - a)^2 + (f - a)^2}{7} \xrightarrow{(1)} 2(5 - a)^2 = 98$$

$$\Rightarrow (5 - a)^2 = 49 \Rightarrow |5 - a| = 7 \xrightarrow{5 < a} a - 5 = 7 \Rightarrow a = 12$$

$$5 + f = 2a = 24 \Rightarrow f = 19$$

تذکر: از  $f > 5$  نتیجه می‌شود که میانگین دو داده ۵ و  $f$ ، بزرگتر از ۵ است، پس  $a > 5$ .

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

فیزیک ۳

گزینه «۳» - ۶۱

(غلامرضا ممینی)

وزن یک جسم همان نیروی گرانشی است که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود، همواره به طرف مرکز زمین است و به جرم زمین بستگی دارد و هم چنین وزن یک جسم در ارتفاع‌های متفاوت از سطح زمین، یکسان نیست.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

گزینه «۲» - ۶۲

(مسعود قهرمانی)

وقتی سه نیروی افقی به جسمی وارد شوند و جسم در حال سکون روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد، یعنی برآیند آن‌ها برابر صفر است. پس برآیند دو نیروی ۹ و ۱۲ نیوتونی برابر همان ۱۷ نیوتون است (فقط در جهت معکوس). پس:

$$F_{net} = 17N$$

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow 17 = \frac{\Delta p}{4} \Rightarrow \Delta p = 68 \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow p_0 = 0 \rightarrow p_1 = 68 \frac{kg \cdot m}{s}$$

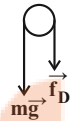
(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ و ۴۶ تا ۴۸)

گزینه «۲» - ۶۳

(بهنام رستمی)

$$f_D + mg = ma_1$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{f_D + mg}{m}$$

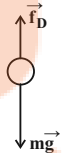


در نقطه اوج سرعت صفر است، در نتیجه نیروی مقاومت هوا در آن لحظه نیز صفر است و بنابراین اندازه شتاب در آن لحظه  $g$  است.

$$a_1 = g$$

$$mg - f_D = ma_2$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{mg - f_D}{m}$$



$$a_1 > a_2 > a_3$$

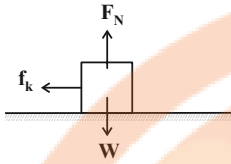
بنابراین:

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

گزینه «۱» - ۶۴

(امسان ایرانی)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم:



با توجه به شکل مشخص می‌شود که نیروهای  $\vec{F}_N$  و  $\vec{f}_k$ ، مؤلفه‌های نیروی وارد شده از سطح به جسم هستند. یعنی:

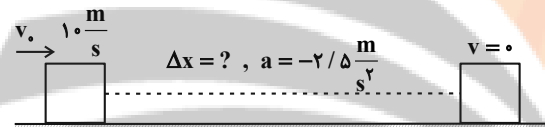
$$\vec{R} = -f_k \vec{i} + F_N \vec{j}$$

$$\vec{R} = -30 \vec{i} + 120 \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} f_k = 30N \\ F_N = 120N \end{cases}$$

$$F_N = mg \Rightarrow 120 = m \times 10 \Rightarrow m = 12kg$$

در پرتاب جسم روی سطح افقی، تنها نیروی مؤثر بر جسم نیروی اصطکاک است:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow a = \frac{-30}{12} = -2.5 \frac{m}{s^2}$$



برای به دست آوردن مسافت طی شده تا لحظه توقف، از معادله سرعت-جابجایی (مستقل از زمان) داریم:

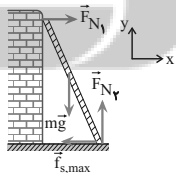
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 10^2 = 2 \times (-2.5) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{-100}{-5} = 20m$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{-10^2}{2 \times (-2/5)} = \frac{-100}{-5} = 20m$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

گزینه «۲» - ۶۵

(کتاب آبی کنگور ریاضی)



مطابق شکل نیروهای وارد بر نردبان را رسم کرده‌ایم. چون دستگاه در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر نردبان در راستای  $x$  و  $y$  صفر است. بنابراین داریم:

$$F_{N1} = f_{s,max} \Rightarrow F_{N1} = \mu_s F_{N2}$$

$$\frac{F_{N2}}{F_{N1}} = \frac{F_{N2}}{\mu_s F_{N2}} = \frac{1}{\mu_s}$$

بنابراین:

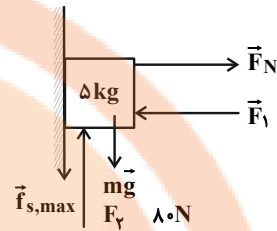
(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)



۶۶- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

هرگاه جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه و به سمت پایین خواهد بود.



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_1 = F_N$$

$$f_{s,max} - \mu_s F_N = 0 \Rightarrow \Delta F_1$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N = mg + f_{s,max} \Rightarrow 80 = 50 + 0 \Rightarrow \Delta F_1$$

$$\Rightarrow 30 = 0 \Rightarrow \Delta F_1 \Rightarrow F_1 = 60N$$

اندازه اختلاف دو نیرو برابر است با:

$$\Delta F = |F_N - F_1| = 80 - 60 = 20N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۶۷- گزینه «۳»

(یایک اسلامی)

وقتی آسانسور ساکن است، نیروسنج وزن شخص را نشان می‌دهد.

$$F_N = mg \quad 70 \times 10 = 700N$$

چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده و در ابتدا عددی که نیروسنج نشان می‌دهد از وزن شخص بیشتر است، می‌توان نتیجه گرفت حرکت تندشونده و به سمت بالا بوده است و در نتیجه اندازه شتاب آسانسور برابر است با:

$$F'_N = m(g + a_1) \Rightarrow 728 = 70 \times (10 + a_1) \Rightarrow a_1 = 0 / 4 \frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی آسانسور طی مدت  $\Delta s$  با شتاب  $0 / 4 \frac{m}{s^2}$  برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \times 0 / 4 \times 5^2 \Rightarrow \Delta x = 5m$$

در قسمت دوم حرکت، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد کمتر از وزن شخص است و چون آسانسوری به سمت بالا در حال حرکت است، بنابراین حرکت آن کندشونده خواهد بود. داریم:

$$F''_N = m(g + a_2) \Rightarrow 665 = 70 \times (10 + a_2) \Rightarrow a_2 = -0 / 5 \frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی آسانسور طی مدت  $\Delta s$  با شتاب  $-0 / 5 \frac{m}{s^2}$  و به سمت بالا برابر است با:

$$\Delta x_2 = -\frac{1}{2} a_2 t_2^2 = -\frac{1}{2} \times (-0 / 5) \times 4^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 4m$$

بنابراین در مجموع آسانسور  $\Delta x = 5 + 4 = 9m$  را از شروع تا پایان حرکت طی کرده است.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۶۸- گزینه «۴»

(سعید شرق)

در حالت اول که فنر فشرده شده است، نیرویی هم‌جهت با وزن به جسم وارد می‌کند و داریم:

$$mg + k\Delta x = 48N$$

در حالت دوم که فنر کشیده شده است، نیرویی در خلاف جهت با وزن به جسم وارد می‌کند و داریم:

$$mg - k\Delta x = 36N$$

دو معادله را با هم جمع می‌کنیم:

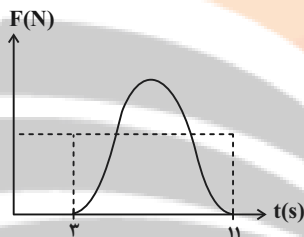
$$2mg \quad 48 + 36 \Rightarrow mg = 42 \Rightarrow \frac{g \quad 10N/kg}{m} \rightarrow m = 4 / 2kg$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۶۹- گزینه «۱»

(مسعود قره‌فانی)

می‌دانیم مساحت زیر نمودار  $F-t$  نشان دهنده تغییرات تکانه  $(\Delta p)$  است. همچنین برای سادگی کار آن‌را با مساحت مستطیلی که با نقطه چین در شکل نشان داده شده برابر فرض می‌کنند. بنابراین:



$$\Delta p = F_{av} \Delta t \Rightarrow 60 = F_{av} \times 8 \Rightarrow F_{av} = \frac{60}{8} = 7 / 5N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۷۰- گزینه «۳»

(زهره آقاممدری)

با توجه به این‌که نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگری لازم برای حرکت در مسیر دایره‌ای و افقی اتومبیل را تأمین می‌کند، داریم:

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

از طرفی برای داشتن بیشینه تندی مجاز، نیروی اصطکاک ایستایی باید بیشینه باشد، پس داریم:

$$f_{s,max} = m \frac{v_{max}^2}{r} \Rightarrow \mu_s F_N = \frac{mv_{max}^2}{r}$$

$$\frac{F_N \quad mg}{\rightarrow v_{max}^2} = \mu_s gr$$

پس داریم:

$$\frac{(v_{max}^2)_r}{(v_{max}^2)_l} \frac{r_l}{r_r} \Rightarrow r_r = 100 \times \left( \frac{(v_{max}^2)_r}{(v_{max}^2)_l} \right)$$

$$\frac{(v_{max}^2)_r}{(v_{max}^2)_l} \frac{1/25 (v_{max}^2)_r}{\rightarrow r_r} = 100 \times \left( \frac{4}{5} \right)^2 = 64m$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۸ تا ۳۳)

فیزیک ۱

۷۱- گزینه «۲»

(مسئله مفروضی)

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c (\theta_e - \theta_1) + m_2 c (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 (\Delta\theta) + 2 \times (\Delta\theta) = 0$$

$$\Rightarrow -2m_1 + 800 = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{800}{2} = 400 \text{ kg}$$

روش دوم:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \xrightarrow{c_1=c_2} \theta_e = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{m_1 \times 70 + 200 \times 10}{m_1 + 200} \Rightarrow \Delta\theta = 50 \Rightarrow 50m_1 + 1000 = 70m_1 + 2000$$

$$\Rightarrow 20m_1 = 800 \Rightarrow m_1 = 40 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۲- گزینه «۱»

(سیدعلی میرنوری)

برای تعیین دمای تعادل داریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (C\Delta\theta)_{\text{ظرف}} + (C\Delta\theta)_{\text{فلز}} = 0$$

$$\Rightarrow C \times (\Delta\theta) + 400 \times (\Delta\theta) + 5 \times 4200 \times (\Delta\theta) = 0$$

$$\Rightarrow 25C = 16000 + 84000 \Rightarrow C = \frac{16000 + 84000}{25} = 4000 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۳- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

مراحل این فرایند را به صورت طرح‌واره در شکل زیر ملاحظه می‌کنید:

$$\text{آب } 60^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} \text{یخ } -5^\circ\text{C}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (mc\Delta\theta)_{\text{یخ}} + mL_F + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow Q_T = 2 \times 2100 \times 5 + 2 \times 334000 + 2 \times 4200 \times 60$$

$$\Rightarrow Q_T = 210000 + 668000 + 504000 = 1193000 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q_T = 1193 \text{ kJ}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۷۴- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

آب صفر درجه سلسیوس به عنوان جسم گرم، گرما از دست می‌دهد و ابتدا به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل و یخ صفر درجه سلسیوس به دست آمده نیز به یخ  $-2^\circ\text{C}$  تبدیل می‌شود. از طرفی یخ  $-10^\circ\text{C}$  به یخ  $-2^\circ\text{C}$  تبدیل می‌شود.

$$\text{یخ } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{یخ } -2^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} \text{یخ } -10^\circ\text{C}$$

جرم آب که به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌شود را  $m'$  می‌نامیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow -m' L_F + m' c \Delta\theta' + (m \text{ یخ } c \Delta\theta) = 0$$

$$\Rightarrow -m' (334) + m' \times 2 \times (-2) + 810 \times 2 \times (8) = 0$$

$$\Rightarrow -324m' = -12960 \Rightarrow m' = 40 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۷۵- گزینه «۳»

(علیرضا کونه)

$$m \text{ گرم یخ } -20^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} \frac{mc\Delta\theta}{Q_1} \text{ گرم یخ } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{mL_F} m \text{ گرم آب } 0^\circ\text{C}$$

$$300 \text{ گرم آب } 30^\circ\text{C} \xrightarrow{\frac{m_{\text{آب}} c \Delta\theta}{Q_3}} 300 \text{ گرم آب } 0^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m \times 2 / 1 \times (0 - (-20)) + m \times 336 + 300 \times 4 / 2 \times (0 - 30) = 0$$

$$\Rightarrow 10m + 80m = 9000 \Rightarrow m = 100 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۷۶- گزینه «۳»

(میثم رشتیان)

اگر بخواهیم تبخیر سطحی در ظرف A در مدت زمان بیشتری صورت گیرد، باید آهنگ تبخیر سطحی در ظرف A کمتر باشد. با افزایش عواملی چون دمای مایع، دمای محیط و مساحت سطح مایع، آهنگ تبخیر سطحی افزایش و با کاهش فشار، تبخیر سطحی با آهنگ بیشتری انجام خواهد شد. پس اگر دمای آب در ظرف A کمتر از دمای آب در ظرف B باشد، آهنگ تبخیر آب در ظرف A کمتر بوده و  $\Delta t_A > \Delta t_B$  خواهد شد.

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)



۷۷- گزینه «۱»

(بهنام رستمی)

برای ایجاد جریان همرفتی باید بخشی از سیال (مایع یا گاز) که دمای بالاتری دارد پایین تر از سیال با دمای پایین تر قرار بگیرد (A). از طرفی همرفتی که بدون دخالت پمپ انجام شود، همرفت طبیعی است.

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۷۸- گزینه «۳»

(مسعود قرهفانی)

ابتدا با توجه به معادله حالت، مقدار مول گاز را پیدا می کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{6/4 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-3}}{8 \times 320}$$

$$\Rightarrow n = \frac{640 \times 12}{8 \times 320} = 3 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow n_{\text{He}} + n_{\text{O}_2} = 3 \quad (1)$$

از طرفی با توجه به جرم مولی گازها می توان نوشت:

$$n = \frac{m}{M}$$

$$\Rightarrow m = nM \Rightarrow m_{\text{He}} = 4n_{\text{He}}, m_{\text{O}_2} = 32n_{\text{O}_2}$$

همچنین داریم:

$$m_{\text{He}} + m_{\text{O}_2} = 40 \Rightarrow 4n_{\text{He}} + 32n_{\text{O}_2} = 40 \quad (2)$$

با حل هم زمان معادله های (۱) و (۲) داریم:

$$n_{\text{He}} = 2 \text{ mol}, n_{\text{O}_2} = 1 \text{ mol}$$

بنابراین:

$$m_{\text{He}} = 2 \times 4 = 8 \text{ g} \Rightarrow \text{درصد جرمی هلیوم} = \frac{8}{40} \times 100 = 20\%$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۷۹- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

می دانیم رابطه قانون گازها به صورت زیر می باشد:

$$PV = nRT$$

از طرفی برای مقایسه حالت مقدار معینی از یک گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

در این رابطه، دما حتماً باید برحسب کلوین جای گذاری شود ولی فشارها و حجم ها باید یکای یکسانی داشته باشند.

$$\begin{cases} T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K} & , & P_1 = 1 \text{ atm} \\ T_2 = 273 + 127 = 400 \text{ K} & , & P_2 = 2 \text{ atm} \end{cases}$$

با جای گذاری داریم:

$$\frac{1 \times V_1}{300} = \frac{2 \times V_2}{400} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{3}$$

از طرفی می دانیم چگالی گاز با حجم آن نسبت عکس دارد. بنابراین:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$$

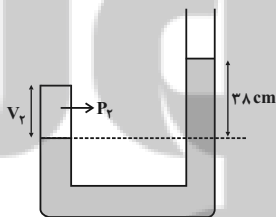
$$\frac{\rho_1 = 1/4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{m^3} \rightarrow \rho_2 = \frac{3}{2} \times 1/4 = 2/1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۸۰- گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن داریم:



$$P_2 = h_{\text{Hg}} + P_0 = 38 + 76 = 114 \text{ cmHg}$$

در آزمایش بویل، دمای گاز ثابت است، پس می توان نوشت:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{P_1 = P_2} 76 \times V = 114 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3} V$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۲»

(مهمدر علی راست پیمان)

با توجه به قاعده دست راست، چهار انگشت طوری روی بردار  $\vec{v}$  (سرعت) باشد که وقتی تا می‌شوند، روی بردار  $\vec{B}$  (میدان مغناطیسی) قرار گیرند. در این صورت انگشت شست دست راست، جهت نیروی وارد بر بار مثبت را نشان می‌دهد، در این جا چون بار  $q$  منفی است نتیجه به دست آمده را وارون می‌کنیم تا جهت نیروی وارد بر بار منفی به دست آید یا چهار انگشت دست چپ را طوری روی  $\vec{v}$  قرار می‌دهیم که وقتی تا شوند روی بردار  $\vec{B}$  قرار گیرند در این صورت انگشت شست دست چپ، جهت نیروی وارد بر بار منفی را نشان می‌دهد.

(فیزیک ۲ - مفاهیم: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۱)

۸۲- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

هرگاه مقاومت رنوستا را کاهش دهیم، جریان مدار افزایش یافته و طبق رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ ، با افزایش جریان سیملوله، میدان مغناطیسی سیملوله افزایش یافته و آهنربای موقت قوی‌تری خواهیم داشت و تعداد گیره‌های بیشتری را جذب می‌کند.

(فیزیک ۲ - مفاهیم: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۸۳- گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

جهت میدان الکتریکی رو به بالا است پس بر بار مثبت هم جهت میدان نیرو به سمت بالا وارد می‌شود. با توجه به جهت میدان مغناطیسی و جهت سرعت و با استفاده از قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی هم رو به بالا خواهد شد. پس داریم:

$$F_E + F_B = ma \Rightarrow |q| E + |q| vB = ma$$

$$a = \frac{2 \times 10^{-9} \times (500 + 4 \times 10^6 \times 4 \times 10^{-4})}{10^{-6}} = 4 / 2 \text{ m/s}^2$$

(فیزیک ۲ - مفاهیم: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۱)

۸۴- گزینه «۱»

(میثم شتیان)

با توجه به برابری تکانه‌ها داریم:

$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_B v_A = m_B v_B \Rightarrow v_A = 2 v_B$$

$$F = |q| vB \sin \alpha \xrightarrow{\alpha=90^\circ} \frac{F_A}{F_B} = \frac{|q_A|}{|q_B|} \times \frac{v_A}{v_B}$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{q_A}{2q_A} \times \frac{2v_B}{v_B} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{1}{2} \times 2 \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = 1$$

(فیزیک ۲ - مفاهیم: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۱)

۸۵- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا به کمک رابطه انرژی جنبشی، تندی حرکت الکترون را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 4 / 5 \times 10^{-17} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{10^{-17}}{10^{-31}} = 10^{14} \Rightarrow v = 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سپس با جای‌گذاری در رابطه  $F = |q| vB \sin \theta$ ، اندازه نیرو را به دست می‌آوریم:

$$F = |q| vB \sin \theta = 1 / 6 \times 10^{-19} \times 10^7 \times 200 \times 10^{-4} \times 1$$

$$\Rightarrow F = 3 / 2 \times 10^{-14} \text{ N}$$

(فیزیک ۲ - مفاهیم: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۱)

۸۶- گزینه «۱»

(مسعود فرهانی)

$$F = BIl \sin \alpha$$

$$\frac{F}{\text{عرض}} = \frac{BIl \sin 37^\circ}{\text{طول}} \Rightarrow \frac{30}{L \times 0.6} = \frac{2L \times 0.8}{F \text{ طول}}$$

$$\Rightarrow F \text{ طول} = \frac{30 \times 1.6}{0.6} = 80 \text{ N}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۸۷- گزینه «۴»

(شاهمان ویسی)

با توجه به قاعده دست راست، میدان ناشی از جریان سیم افقی در نقطه M برون سو  $\odot$  و میدان ناشی از جریان سیم عمودی در نقطه M درون سو  $\otimes$  است، اما چون اندازه جریان عبوری از سیم‌ها و فاصله نقطه M از سیم‌ها یکسان است ( $\theta = 45^\circ$ )، اندازه میدان هر دو سیم برابر است و چون در این نقطه میدان‌ها در خلاف جهت یکدیگر هستند، پس میدان برابند در نقطه M صفر است و جهت ندارد.

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

۸۸- گزینه «۲»

(شاهمان ویسی)

ابتدا میدان ناشی از حلقه اول را در مرکز می‌یابیم.

$$B_1 = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R} \otimes$$

طبق قاعده دست راست.

اندازه میدان‌های ناشی از حلقه‌های ۲ و ۳ را هم حساب می‌کنیم:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I'}{2 \cdot 3R}, \quad B_3 = \frac{\mu_0 I'}{2 \cdot 6R}$$

اگر  $I' = I$  باشد،  $B_2 + B_3 < B_1$  می‌شود و هیچگاه میدان در مرکز

حلقه‌ها نمی‌تواند صفر باشد.

اما اگر  $I' = 2I$  و هر جریان در هر دو حلقه بیرونی پادساغترد باشد،

داریم:

$$\odot \quad \odot \quad \otimes$$

$$B_2 + B_3 = B_1$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

(ممس قنبرلر)

۸۹- گزینه «۲»

میدان مغناطیسی درون سیمولوله‌ای رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$  به دست می‌آید.

نصف کردن طول سیمولوله تأثیری در مقدار میدان ندارد. زیرا در این حالت

هم N نصف می‌شود و هم  $\ell$  از آنجاییکه جریان الکتریکی با اندازه میدان

رابطه مستقیم دارد، خواهیم داشت:

$$\frac{B'}{B} = \frac{I'}{I} \Rightarrow \frac{B'}{B} = \frac{3}{4} \Rightarrow B' = 0.012 \text{ T} = 120 \text{ G}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

(ممدعلی راست‌پیمان)

۹۰- گزینه «۲»

گزینه «۱»: نادرست، مس از مواد دیامغناطیسی است.

گزینه «۳»: نادرست، زیرا فولاد در میدان مغناطیسی خارجی خاصیت

مغناطیسی خواهد داشت و در خارج میدان، بخشی از این خاصیت را حفظ

می‌کند.

گزینه «۴»: نادرست، آلومینیم جزء مواد پارامغناطیسی است.

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

فیزیک ۱

گزینه ۲ - ۹۱

(مسئله مفروضه)

$$\begin{aligned}
 &= 0 = m_1 c_1 \Delta\theta_1 + (C\Delta\theta)_{\text{کوره}} + (m_3 c_3 \Delta\theta_3)_{\text{آب}} + (C\Delta\theta)_{\text{گرماسنج}} \\
 &\Rightarrow 0 = 1 \times 900 \times (\Delta\theta - 100) + C_{\text{کوره}} \times (\Delta\theta - 80) \\
 &\quad + 0 / 5 \times 4200 \times (\Delta\theta - 30) + 150 \times (\Delta\theta - 30) = 0 \\
 &\Rightarrow -4500 - 30 C_{\text{کوره}} + 42000 + 3000 = 0 \\
 &\Rightarrow 30 C_{\text{کوره}} = 40500 \Rightarrow C_{\text{کوره}} = 1350 \frac{\text{J}}{\text{K}}
 \end{aligned}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

گزینه ۲ - ۹۲

(مصطفی واثقی)

ابتدا جرم یخ ذوب شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 Q &= mL_F \Rightarrow 15 / 12 \times 1000 = m \times 336000 \\
 \Rightarrow m &= 0 / 045 \text{kg} = 45 \text{g}
 \end{aligned}$$

جرم یخ ذوب شده با جرم آب ایجاد شده با هم برابر است. پس:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_{\text{آب}} = \frac{45}{1} = 45 \text{cm}^3 \\ V_{\text{یخ}} = \frac{45}{0 / 9} = 50 \text{cm}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -5 \text{cm}^3 = 45 - 50 = \text{کاهش حجم مخلوط}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

گزینه ۲ - ۹۳

(مسعود قره‌فازنی)

توان گرمکن ثابت است. یعنی:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= P_2 \Rightarrow \frac{P}{t} \rightarrow \frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \\
 \Rightarrow \frac{m_1 c_1 \Delta\theta}{t_1} &= \frac{m_2 L_F + m_2 c_2 \Delta\theta_2}{t_2}
 \end{aligned}$$

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \rightarrow \frac{1 / 5 \times 4200 \times 80}{5 \times 60} \quad \frac{336000 \text{m} + 420000 \text{m}}{6 \times 60}$$

$$\Rightarrow m = 0 / 8 \text{kg} = 80 \text{g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(زهرا آقامحمدری)

گزینه ۱ - ۹۴

چون تبادل گرمایی با محیط نداریم، می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}} + Q_{\text{فلز}} = 0$$

در ابتدا دمای آب و ظرف یکسان است.

$$m c_{\text{آب}} \Delta\theta + C_{\text{ظرف}} \Delta\theta + m' c' \Delta\theta' = 0$$

$$\Rightarrow 0 / 4 \times 4200 \times (\theta_e - 5) + 168 (\theta_e - 5) + 0 / 25 \times 840 (\theta_e - 54) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_e = 10^\circ \text{C}$$

بنابراین:

$$\frac{Q_{\text{آب}}}{Q_{\text{فلز}}} = \frac{0 / 4 \times 4200 \times 5}{0 / 25 \times 840 \times 44} = \frac{10}{11}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(علیرضا کونه)

گزینه ۱ - ۹۵

ابتدا دمای ۴- درجه فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$-4 = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow \theta = -20^\circ \text{C}$$

یخ  $-20^\circ \text{C}$  ابتدا به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل شده سپس ذوب

می‌شود و پس از آن به آب با دمای  $10^\circ \text{C}$  خواهد رسید، بنابراین می‌توان

نوشت:

$$Q_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta_{\text{یخ}} + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} = Q$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow Q &= \frac{5}{1000} \times 2100 \times (0 - (-20)) + \frac{5}{1000} \times 336 \times 10^3 + \frac{5}{1000} \\
 &\times 4200 \times (10 - 0) = 210 + 1680 + 210 = 2100 \text{J} = 2 / 1 \text{kJ}
 \end{aligned}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۹۶- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

چون باید تمام یخ ذوب شود، بنابراین حالت نهایی تعادل آب صفر درجه سلسیوس خواهد بود، داریم:

$$\text{یخ } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ\text{C} \text{ آب} \xrightarrow{Q_1} 40^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow (m_1 c_p \Delta\theta)_{\text{آب}} = m_2 L_F$$

$$\Rightarrow m_1 \times 4200 \times 40 = \frac{2}{10} \times 336000 \Rightarrow m_1 = 0.4 \text{ kg} = 400 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۹۷- گزینه «۳»

(شادمان ویسی)

آهنگ تبخیر سطحی با فشار هوای وارد بر مایع رابطه عکس دارد. موارد «الف»، «ب»، «ت» جمله را به صورت صحیح کامل می‌کنند.

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

۹۸- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فردر)

ابتدا تغییر دما بر حسب کلونین را به دست می‌آوریم:

$$T_1 = 273 + \theta_1$$

$$T_2 = 273 + \theta_2 \xrightarrow{\theta_2 = 11\theta_1} T_2 = 273 + 11\theta_1$$

$$P_{\text{ثابت}} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{13/3}{7} = \frac{273 + 11\theta_1}{273 + \theta_1}$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 27^\circ\text{C}$$

$$F_1 = \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \xrightarrow{\theta_1 = 27^\circ\text{C}} F_1 = \frac{9}{5} \times 27 + 32$$

$$\Rightarrow F_1 = 80 / 6^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۹۹- گزینه «۴»

(زهرا آقاممدری)

اکسیژن را گاز (۱) و هیدروژن را گاز (۲) می‌گیریم.

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = 22 \text{ g} \\ \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 16 \text{ g} \\ m_2 = 6 \text{ g} \end{cases}$$

با توجه به رابطه  $\frac{m}{M} = n$ ، تعداد مول‌های هر گاز را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} n_1 = \frac{16}{32} = 0.5 \text{ mol} \\ n_2 = \frac{6}{2} = 3 \text{ mol} \end{cases} \Rightarrow n_{\text{کل}} = n_1 + n_2 = 3.5 \text{ mol}$$

با توجه به معادله حالت گاز آرمانی داریم:

$$PV = nRT$$

$$\frac{T \cdot 27 + 273 = 300 \text{ K}}{P \times 11 / 2 \times 10^{-3}} = 3.5 \times 8 \times 300$$

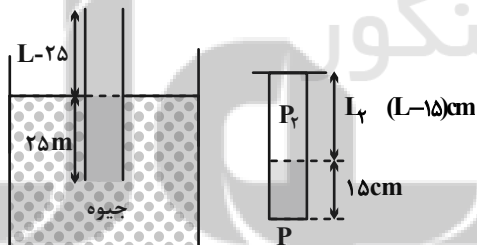
$$\Rightarrow P = 7 / 5 \times 10^5 \text{ Pa} = 7 / 5 \text{ atm}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۱۰۰- گزینه «۴»

(شادمان ویسی)

شکل مناسبی برای سوال رسم می‌کنیم.



$$\begin{matrix} P_1 & P_2 \\ L_1 & (L - 25) \text{ cm} \end{matrix} \quad \begin{matrix} P_2 + 15 = P_1 \\ P_2 - 15 = 60 \text{ cmHg} \end{matrix}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{V_1 = AL} P_1 L_1 = P_2 L_2$$

$$\Rightarrow 75(L - 25) = 60(L - 15)$$

$$\Rightarrow 5L - 125 = 4L - 60 \Rightarrow L = 65 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

شیمی ۳

۱-۱- گزینه «۳»

(امیر ماتمیان)

موارد «ب» و «پ» درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) کسب اطمینان از کیفیت فرآورده‌های دارویی، بهداشتی و غذایی و ... در

قلمرو علم الکتروشیمی قرار دارد.

ت) الکتروشیمی افزون بر تهیه مواد جدید به کمک انرژی «الکتریکی»

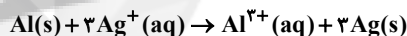
می‌تواند در راستای پیاده‌کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱-۲- گزینه «۳»

(امیر ماتمیان)

معادله واکنش موازنه شده:



مول یون نقره در محلول اولیه در ابتدای واکنش:

$$0.04 \text{ mol Ag}^+ \times 0.04 \text{ L} \times 0.04 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0.00064 \text{ mol Ag}^+$$

چون غلظت نصف شده است؛ در نتیجه غلظت محلول نقره نیترات پس از

$$\text{گذشت مدتی از آغاز واکنش، } 0.01 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{ می‌شود.}$$

مول یون نقره در محلول پس از گذشت مدت زمانی از واکنش:

$$0.04 \text{ mol Ag}^+ \times 0.04 \times 0.01 = 0.00016 \text{ mol Ag}^+$$

$$0.04 \text{ mol Ag}^+ - 0.00016 = 0.03984 \text{ mol Ag}^+$$

$$0.03984 \text{ mol Ag}^+ \times 107.87 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 4.29 \text{ g Ag}$$

$$\frac{27 \text{ g Al}}{3 \text{ mol Ag}^+} \times \frac{0.03984 \text{ mol Al}}{1 \text{ mol Al}} = 0.358 \text{ g Al}$$

$$0.04 \text{ mol Ag}^+ \times 107.87 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 4.315 \text{ g Ag}$$

جرم Ag تولید شده)  $\frac{75}{100} + \text{جرم Al مصرف شده} - \text{جرم اولیه جرم تیغه}$

$$25 - 0.358 + \frac{75}{100} (4.315) = 27.88 \text{ g}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱-۳- گزینه «۱»

(امیر ماتمیان)

- با توجه به واکنش «الف» چون انجام پذیر بوده است  $\text{Fe}^{2+}$  اکسندة

قوی‌تری از  $\text{Zn}^{2+}$  است.  $\text{Fe}^{2+} > \text{Zn}^{2+}$  : اکسندگی

- در واکنش «ب» چون انجام پذیر نبوده است  $\text{Ag}^+$  اکسندة قوی‌تری از

$\text{Cu}^{2+}$  بوده است.  $\text{Ag}^+ > \text{Cu}^{2+}$  : اکسندگی

- واکنش «پ»:  $\text{Sn}^{2+} > \text{Fe}^{2+}$  : اکسندگی

- واکنش «ت» چون انجام‌پذیر بوده است  $\text{Cu}^{2+}$  اکسندة قوی‌تری از

$\text{Sn}^{2+}$  بوده است.  $\text{Cu}^{2+} > \text{Sn}^{2+}$  : اکسندگی

$\text{Ag}^+ > \text{Cu}^{2+} > \text{Sn}^{2+} > \text{Fe}^{2+} > \text{Zn}^{2+}$  : ترتیب قدرت اکسندگی

پس سومین اکسندة قوی  $\text{Sn}^{2+}$  است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۴۷)

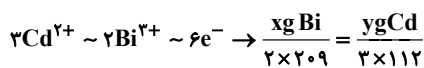
۱-۴- گزینه «۲»

(ممد رضا پورجاوید)

از آنجا که قدرت اکسندگی  $\text{Ni}^{2+}$  بیشتر از  $\text{Zn}^{2+}$  است، Ni در سری

الکتروشیمیایی بالاتر از Zn قرار داشته و در سلول گالوانی حاصل از آن‌ها

Ni کاند (قطب مثبت) و Zn آند (قطب منفی) خواهد بود. کاتیون‌های



$$\frac{y/244 \times 10^{23}}{6 \times 6/0.2 \times 10^{23}} \begin{cases} x = 83 / 6\text{g Bi} \uparrow \\ y = 67 / 2\text{g Cd} \downarrow \end{cases} \begin{matrix} \text{اختلاف} \\ \text{جرم‌تینغه‌ها} \end{matrix} \rightarrow 150 / 8\text{g}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱-۸- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

تنها عبارت «الف» نادرست است.

بررسی عبارت نادرست:

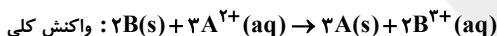
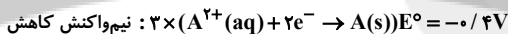
عبارت «الف»: به مرور زمان غلظت کاتیون  $\text{Zn}^{2+}$  افزایش و غلظت کاتیون

$\text{X}^{m+}$  کاهش می‌یابد و نسبت این دو افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱-۹- گزینه «۱» (ممدرضا پورجاوید)

نیم‌واکنش‌های انجام شده در سلول گالوانی توصیف شده عبارتند از:



$$E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = -0.4 - (x) = +0.34$$

$$\Rightarrow x = -0.74$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۱۱- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

عبارت‌های اول، چهارم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم:  $E^\circ$  فلز  $\text{Li}$  از همه عناصر کمتر است.

عبارت سوم: این ویژگی مربوط به دسته‌ای از باتری‌های لیتیومی است که در

تلفن و رایانه همراه به کار می‌روند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

$\text{Zn}^{2+}$  از دیواره متخلخل عبور کرده و به طرف کاتد می‌روند. آنیون‌ها نیز

از دیواره متخلخل عبور کرده و از طرف کاتد به آند می‌روند. جهت حرکت

الکترون‌ها نیز در تمام سلول‌های گالوانی از سمت آند به کاتد است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۱-۵- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد اول: در سلول گالوانی  $\text{Zn} - \text{Au}$  الکتروود روی آند سلول بوده و

الکترون‌ها به سمت نیم‌سلول  $\text{Au}$  حرکت می‌کنند.

مورد سوم: الکتروود  $\text{Cr}$  که عدد اتمی کوچک‌تری دارد نقش آند داشته و

کاهش جرم تیغه دارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱-۶- گزینه «۴»

(ممدرضا پورجاوید)

در سلول گالوانی  $\text{Mn} - \text{SHE}$ ، نیم‌سلول  $\text{Mn}$  قطب منفی (آند) بوده و

در نتیجه  $\text{Mn}$  در سری الکتروشیمیایی پایین‌تر از  $\text{H}_2$  بوده و  $E^\circ$

نیم‌سلول  $\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}$  عددی مثبت بوده و جایگاه آن نیز در سری

الکتروشیمیایی بالاتر از  $\text{H}_2$  خواهد بود.

در سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های این دو فلز، نیم‌سلول  $\text{Cu}$  به عنوان

کاتد و نیم‌سلول  $\text{Mn}$  در نقش آند خواهند بود. به این ترتیب تمام

عبارت‌های گفته شده درست خواهند بود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱-۷- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۳»

(مفسر، رضا پورجوید)

محلول توصیف شده دارای ۲۰۰ گرم حلال و ۳۰ گرم حل شونده است. از آنجا که نمودار انحلال پذیری - دما برای ۱۰۰ گرم حلال رسم می شود.

$$\begin{aligned} &\text{نمک حلال} \\ &200\text{g} \quad 30\text{g} \\ &100 \quad x \Rightarrow x = 15\text{g} \end{aligned}$$

می توان مقدار حل شونده به ازای ۱۰۰ گرم حلال در دمای ۵۰°C را به دست آورد.

طبق نمودار داده شده محلولی با ۱۰۰ گرم حلال و ۱۵ گرم حل شونده در دمای ۵۰°C یک محلول سیرنشده است که سرد کردن آن تا دمای ۲۰°C منجر به تولید ۵ گرم رسوب خواهد شد. به این ترتیب رسوب حاصل از سرد کردن ۲۳۰g از چنین محلولی برابر است با:

$$\begin{aligned} &\text{رسوب محلول} \\ &115\text{g} \quad 5\text{g} \\ &230 \quad x \Rightarrow x = 10\text{g} \end{aligned}$$

(شیمی - آب، آهنک زندگی؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۱۲- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

ابتدا معادله انحلال پذیری نمک X را تعیین می کنیم:

$$S - 46 = \left( \frac{58 - 46}{60 - 30} \right) (\theta - 30)$$

$$S = 0/4\theta + 34$$

حال معادله انحلال پذیری نمک Y را با شیب خط بدست آمده در معادله

انحلال پذیری X به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} S - 45 &= 0/4(\theta - 60) \\ \Rightarrow S &= 0/4\theta + 21 \end{aligned}$$

توجه کنید حداقل عرض از مبدأ برای این که نمودار Y همواره پایین تر از نمودار X باشد، هنگامی بدست می آید که دو خط موازی باشند.

(شیمی - آب، آهنک زندگی؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۳- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

عبارت های «الف» و «ب» و «ت» نادرست است.

بررسی عبارت ها:

الف) چون شیب معادله انحلال پذیری برحسب دما منفی است، با افزایش دما

انحلال پذیری کاهش می یابد. (رابطه معکوس)

ب) طبق معادله انحلال پذیری داریم:

$$\theta = 10^\circ\text{C} \rightarrow S = 38 - 0/2 \times 10 = 36$$

$$\frac{36}{100 + 36} \times 100 \approx 26/5\%$$

درصد جرمی

ب) طبق معادله انحلال پذیری داریم:

$$\theta = 20 \rightarrow S = 38 - 0/2 \times 20 = 34$$

یعنی در ۱۰۰ گرم حلال می توانیم ۳۴ گرم از این نمک اضافه کنیم، در حالی

که در عبارت گفته شده ۳۲ گرم از این نمک را حل کرده ایم که محلولی

سیرنشده می باشد.

ت) با سرد کردن محلول (کاهش دما) انحلال پذیری (S) افزایش می یابد و

نمک ته نشین نمی شود.

(شیمی - آب، آهنک زندگی؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۴- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

ابتدا جرم نمک و جرم محلول ۱۰ مولار  $\text{NaNO}_3$  را محاسبه می کنیم.

$$10 \text{ mol NaNO}_3 \times \frac{85 \text{ g NaNO}_3}{1 \text{ mol NaNO}_3} = 850 \text{ g NaNO}_3$$



در بین مولکول‌های داده شده اتانول، آب، کربن مونواکسید و فسفرتری کلرید چنین شرایطی دارند.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۱۷- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

تنها مقایسه اول نادرست است و انحلال‌پذیری اتانول و استون در آب بی‌نهایت است.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۱۱۸- گزینه «۱» (ممدرضا پورجاوید)

تمام عبارتهای گفته شده درست هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹)

۱۱۹- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

همه عبارتها نادرست هستند.

بررسی عبارتها:

مورد اول: در حالت بخار مولکول‌های آب آزادانه و نامنظم از جایی به جای

دیگر جابه‌جا می‌شوند.

مورد دوم: در حالت مایع، پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب قوی است.

مورد سوم: ساختار یخ در سه بعد گسترش یافته است.

مورد چهارم: چگالی آب هنگام انجماد کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱۲۰- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

عبارت داده شده و عبارت اول نادرست هستند.

نقطه جوش اتانول از استون بیشتر است و سخت‌تر تبخیر می‌شود.

عبارت اول: در بدن انسان اغلب محلول‌ها آبی هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

$$\text{محلول } 1850 \text{ g} = \frac{\text{محلول } 1 \text{ g}}{\text{محلول } 1 \text{ mL}} \times \frac{\text{محلول } 1000 \text{ mL}}{\text{محلول } 1 \text{ L}} \times \text{محلول } 1 \text{ L}$$

$$\text{جرم حل‌شونده} - \text{جرم محلول} = 1850 - 850 = 1000 \text{ g}$$

$$\begin{cases} \text{آب} \\ 1000 \text{ g} \sim 850 \text{ g NaNO}_3 \\ \text{آب} \\ 1000 \text{ g} \sim x \end{cases} x = 850 \text{ g}$$

که این عدد همان انحلال‌پذیری است.

$$S \text{ } \circ / 80 + 72 \Rightarrow 85 = \circ / 80 + 72$$

$$\theta = 16 / 25 \text{ } \circ \text{C}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰، ۹۹ و ۱۰۳)

۱۱۵- گزینه «۳» (ممدرضا پورجاوید)

برای تعیین معادله انحلال‌پذیری نمک AB می‌توان نوشت:

$$\text{شیب} \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{37 - 25}{20 - 0} = \frac{12}{20} = 0.6$$

$$\Rightarrow \text{معادله انحلال‌پذیری } S \text{ } \circ / 60 + 25$$

از آنجا که با افزایش دما مقدار انحلال‌پذیری این نمک افزایش می‌یابد،

نمودار انحلال‌پذیری آن صعودی است و با افزایش دمای یک محلول سیر شده

به محلولی سیر نشده خواهیم رسید. از طرفی ۰/۳ مول از نمک AB جرمی

معادل با ۳۶g دارد که حل شدن این مقدار نمک در ۱۰۰ گرم آب در

دمای ۲۰°C منجر به تهیه محلولی سیر نشده خواهد شد.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۶- گزینه «۴» (ممدرضا پورجاوید)

SO<sub>2</sub> و NF<sub>3</sub> هر دو مولکول‌های قطبی به شمار می‌روند و در میدان

الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

شیمی ۲

۱۲۱- گزینه ۲

(مهمربضا پورجاوید)

استفاده از براده منیزیم به جای یک قطعه از آن منجر به افزایش سطح تماس فلز با محلول اسیدی شده و در نتیجه سرعت واکنش را بیشتر می کند. از آنجا که واکنش دهنده های این واکنش (HCl(aq), Mg(s)) گازی شکل نیستند، افزایش فشار تأثیری بر روی سرعت واکنش ندارد. رقیق کردن محلول اسیدی (با افزودن آب به آن) و کاهش دمای ظرف، هر دو منجر به کاهش سرعت این واکنش خواهند شد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۷۸ تا ۸۱)

۱۲۲- گزینه ۲

(مهمربضا پورجاوید)

هیچ رابطه خاصی بین سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده ها و تولید فرآورده ها وجود ندارد و این سرعت ها ممکن است با یکدیگر برابر باشند یا نباشند. (به ضریب آن ها بستگی دارد.)

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۳ تا ۸۶)

۱۲۳- گزینه ۲

(امیرمسین طیبی)

عبارت های «ت» و «ث» درست هستند. بررسی عبارت های نادرست:

عبارت «الف»: در واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید، گاز اکسیژن تولید می شود:



عبارت «ب»: ماده منفجر شونده به حالت جامد یا مایع است.

عبارت «پ»: نادرست

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۷۷ تا ۸۳)

۱۲۴- گزینه ۴

(مهمربضا پورجاوید)

ابتدا باید سرعت تغییر غلظت HCl در بازه های زمانی گفته شده را به دست آوریم:

$$\bar{R}_{(HCl)}(20-40)s = \frac{|\frac{0}{250} - \frac{0}{350}|}{40-20} = \frac{0/100}{20} = 0/005 \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

$$\bar{R}_{(HCl)}(150-600)s = \frac{|\frac{0}{50} - \frac{0}{140}|}{600-150} = 0/0002 \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

به این ترتیب سرعت واکنش در این بازه های زمانی برابر است با:

$$\bar{R}_{(واکنش)}(20-40)s = \frac{\bar{R}_{HCl}}{4} = \frac{0/005}{4} \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

$$\bar{R}_{(واکنش)}(150-600)s = \frac{\bar{R}_{HCl}}{4} = \frac{0/0002}{4} \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

در نتیجه برای تعیین نسبت خواسته شده می توان نوشت:

$$\frac{\bar{R}_{(واکنش)}(20-40)}{\bar{R}_{(واکنش)}(150-600)} = \frac{0/005}{0/0002} = 25$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

۱۲۵- گزینه ۱

(مهمربضا پورجاوید)

برای تعیین زمان مورد نیاز برای مصرف شدن فلز مس در طی واکنش خواهیم داشت:

$$1152g \text{ Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64g \text{ Cu}} \times \frac{2 \text{ mol NO}}{3 \text{ mol Cu}} = 12 \text{ mol NO}$$

$$\Rightarrow \bar{R} = \frac{\Delta[NO]}{\Delta t} \Rightarrow 0/004 = \frac{12}{\Delta t(s)}$$

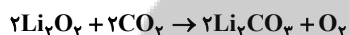
$$\Rightarrow \Delta t(s) = 600s \Rightarrow 10 \text{ min}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

۱۲۶- گزینه ۲

(امیرمسین طیبی)

ابتدا واکنش را موازنه می کنیم:



به ازای تولید هر مول گاز O<sub>۲</sub>، جرم ماده جامد به اندازه ۵۶ گرم افزایش می یابد:

$$2 \times [2(7) + 12 + 48] - 2 \times [2(7) + 32] = 56g$$

$$15g \text{ جرم} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{56g \text{ جرم}} \times \frac{22400 \text{ mL O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 6000 \text{ mL O}_2$$

$$R_{O_2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6000}{5 \times 60} = 20 \text{ mL.s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۳ تا ۸۸)

۱۲۷- گزینه ۳

(امیر هاتمین)

$$O_2 \text{ مول آغازی گاز} = \frac{1}{4} \text{ mol O}_2 = \frac{1}{4} \times \frac{22}{4} \text{ L O}_2 = 1.375 \text{ L}$$

$$300s \text{ پس از} = \frac{1}{8} \text{ mol O}_2 = \frac{1}{8} \times \frac{22}{4} \text{ L O}_2 = 0.6875 \text{ L}$$

(امیر ماتمیان)

گزینه «۲» ۱۲۹-

ابتدا با توجه به واکنش رابطه سرعت را می نویسیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{SO}_2}}{2} = \frac{\bar{R}_{\text{SO}_2}}{2} = \bar{R}_{\text{O}_2}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-\Delta[\text{SO}_2]}{2\Delta T} = \frac{\Delta[\text{SO}_2]}{2\Delta T} = \frac{\Delta[\text{O}_2]}{\Delta T}$$

$$\frac{-\Delta[\text{SO}_2]}{2\Delta T} = 7/5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}} \rightarrow \frac{-(x-0/1)}{2 \times \frac{20}{60}} = 7/5 \times 10^{-3}$$

$$-(x-0/1) \times 3 = 15 \times 10^{-3} \Rightarrow x-0/1 = -5 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow x = 0/095 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\frac{\Delta[\text{O}_2]}{\Delta T} = 7/5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}} \Rightarrow \frac{y-0}{60} = 7/5 \times 10^{-3}$$

$$3y = 7/5 \times 10^{-3} \Rightarrow y = 2/5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$x + y = 9/75 \times 10^{-3}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

(ممر عظیمیان/زواره)

گزینه «۲» ۱۳۰-



کاهش جرم در این واکنش مربوط به جرم گازهای  $\text{N}_2$  و  $\text{O}_2$  می باشد. به ازای تولید ۵ مول  $\text{O}_2$  و ۲ مول  $\text{N}_2$  ۲۱۶ گرم از جرم مخلوط کاسته می شود.

$$? \text{LO}_2 \quad 4/32 \text{g کاهش جرم} \times \frac{5 \text{mol O}_2}{216 \text{g کاهش جرم}}$$

$$\times \frac{24 \text{LO}_2}{1 \text{mol O}_2} = 2/4 \text{LO}_2$$

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2/4 \text{LO}_2}{300 \text{s}} = 8 \times 10^{-3} \text{L} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$? \text{g K}_2\text{O} \quad 2/4 \text{LO}_2 \times \frac{1 \text{mol O}_2}{24 \text{LO}_2} \times \frac{2 \text{mol K}_2\text{O}}{1 \text{mol O}_2}$$

$$\times \frac{94 \text{g K}_2\text{O}}{1 \text{mol K}_2\text{O}} = 3/76 \text{g K}_2\text{O}$$

$$\frac{2 \text{min}}{5 \text{min}} \times \frac{x \text{g K}_2\text{O}}{3/76 \text{g K}_2\text{O}} \Rightarrow x = 1/504 \text{g} = 1/5 \text{g K}_2\text{O}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶)

$$\Delta n(\text{O}_2) = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{8}$$

$$\bar{R}(\text{O}_2) = \frac{-\frac{1}{8} \text{mol}}{\frac{40 \text{L}}{5 \text{min}}} = \frac{1}{1600} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}(\text{SO}_2) = 2 \bar{R}(\text{O}_2) = 2 \times \frac{1}{1600} = \frac{1}{800} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

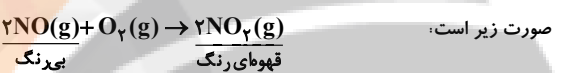
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

(امیر ماتمیان)

گزینه «۱» ۱۲۸-

بررسی گزینه‌ها:

معادله واکنش گاز نیتروژن مونواکسید ( $\text{NO}$ ) و گاز اکسیژن ( $\text{O}_2$ ) به



(۱) ضریب استوکیومتری  $\text{NO}$  دو برابر ضریب استوکیومتری  $\text{O}_2$  است.

نمودار گاز قهوه‌ای رنگ  $\text{NO}_2$  برابر  $a$  و نمودار  $\text{O}_2$  برابر  $c$  و نمودار

$\text{NO}$  برابر  $b$  می باشد.

(۲) از آن جا که ضریب استوکیومتری  $\text{O}_2$  نصف  $\text{NO}_2$  است بنابراین

سرعت مصرف  $\text{O}_2$  نیز، نصف سرعت تولید  $\text{NO}_2$  است.

$$\frac{\bar{R}_{\text{O}_2}}{\bar{R}_{\text{NO}_2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{1}{2} \bar{R}_{\text{NO}_2}$$

(۳) در بازه زمانی ۳ تا ۷ ساعت، سرعت مصرف گاز  $\text{NO}$ ، با سرعت تولید

گاز  $\text{NO}_2$  برابر است، چون تغییرات یکسان و ضریب دو ماده نیز با هم

برابر است.

(۴) همان طور که مشاهده می شود طی ۱۴ ساعت ۰/۰۴ مول  $\text{NO}_2$  تولید

شده است که از این مقدار ۰/۰۲ آن طی ۳ ساعت اول تولید شده است.

بنابراین می توان نتیجه گرفت که در ۳ ساعت اول نیمی از  $\text{NO}_2$  تشکیل

شده است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

شیمی ۱

گزینه «۱» ۱۳۱-

(معلم عظیمیان زواره)

انحلال پذیری  $KNO_3$  در دمای  $39^\circ C$  برابر با  $60$  گرم (در  $100$  گرم آب) می باشد:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{60}{160} \times 100 = 37.5\%$$

برای محلول سیر شده پتاسیم کلرید می توان نوشت:

$$\begin{array}{l} \text{رسوب } 60 \text{ g} \\ \text{محلول } 90 \text{ g} \\ \hline \text{رسوب } 10 \text{ g} \\ \text{محلول } 15 \text{ g} \end{array}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی، صفحه های ۹۸ تا ۱۰۲)

گزینه «۴» ۱۳۲-

(فرزاد رضایی)

ابتدا مقدار رسوب را به دست می آوریم:

مقدار محلول در دمای  $60^\circ C$   $182/5$  گرم  $(82/5)$  گرم حل شونده  $(100)$  گرم آب

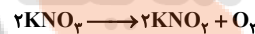
مقدار محلول در دمای  $20^\circ C$   $132$  گرم  $(32)$  گرم حل شونده  $(100)$  گرم آب  
اگر دمای محلول را از  $60$  به  $20$  برسانیم مقدار حلال ثابت و به اندازه اختلاف انحلال پذیری دو محلول، رسوب پتاسیم نترات تشکیل خواهد شد. یعنی  $50/5$  گرم به ازای  $182/5$  گرم محلول اما در اینجا  $36/5$  گرم محلول داریم، پس:

$$50/5 \text{ گرم رسوب} - 182/5 \text{ گرم محلول}$$

$$x \text{ گرم رسوب} - 36/5 \text{ گرم محلول}$$

$$x \text{ گرم رسوب پتاسیم نترات} - 10/1$$

با توجه به واکنش زیر و محاسبات استوکیومتری داریم:



$$10/1 \text{ g } KNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KNO_3}{101 \text{ g } KNO_3} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KNO_3} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$1/6 \text{ g } O_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی، صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

گزینه «۲» ۱۳۳-

(آروین شماعی)

$$S_A - S_B \Rightarrow -0/3\theta + 70 = 1/4\theta + 36$$

$$\Rightarrow 1/7\theta = 34 \Rightarrow \theta = 240^\circ C$$

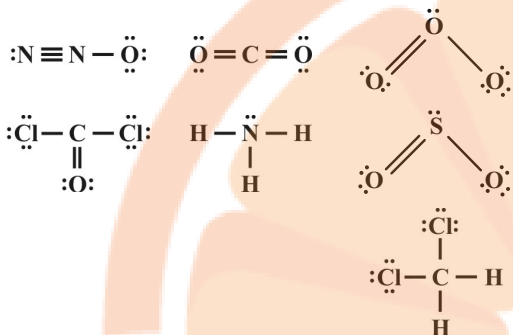
نمک A شیب منفی داشته و انحلال پذیری آن گرماده است. بنابراین با کاهش دما نه تنها در محلول رسوب نمی دهد، بلکه انحلال پذیری آن بیشتر می شود. بنابراین مقدار رسوب برابر صفر است.

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی، صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

گزینه «۴» ۱۳۴-

(مولا تابش نیا)

مولکول  $O_3$  همانند مولکول های  $N_2O$ ،  $SO_2$ ،  $NH_3$ ،  $COCl_2$  و  $CH_2Cl_2$  در میدان الکتریکی جهت گیری می کند. ساختار لوویس این ترکیبات داده شده در سوال به صورت زیر است:



(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی، صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

گزینه «۳» ۱۳۵-

(مینا شرافتی پور)

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه «۱»: در گروه ۱۴،  $CH_4$  و  $SiH_4$  هر دو ناطبی بوده و نقطه جوش  $SiH_4$  بیشتر از  $CH_4$  است.

گزینه «۲»: با این که  $HCl$  و  $HF$  هر دو قطبی اند اما  $HF$  با وجود جرم مولی کمتر به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بیشتری نسبت به  $HCl$  دارد. پس لزوماً با افزایش جرم مولی نقطه جوش افزایش نمی یابد.

گزینه «۴»: نقطه جوش  $HF$ ،  $19^\circ C$  بوده و در دمای اتاق ( $25^\circ C$ )، به صورت گاز می باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی، صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

گزینه «۱» ۱۳۶-

(مهمرضا پور جاوید)

جرم نمک حل شده در  $900$  گرم محلول  $50000 \text{ ppm}$  برابر است با:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 50000 = \frac{x}{900} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 45 \text{ g KCl}$$

مقدار حلال موجود در این محلول برابر است با:

$$\text{آب} = 855 \text{ g} \Rightarrow x = 855 \text{ g} + 45 \text{ g آب} = 900 \text{ g محلول}$$

انحلال پذیری  $KCl$  در دمای  $90^\circ C$  در آب عبارت است از:

$$S = (0/3 \times 90) + 27 = 54 \text{ g KCl}$$

به این ترتیب مقدار  $KCl$  مورد نیاز برای حل شدن در  $855$  گرم آب و تولید محلول سیر شده برابر خواهد بود با:

$$855 \text{ g آب} \times \frac{54 \text{ g KCl}}{100 \text{ g آب}} = 461/7 \text{ g KCl}$$

در نتیجه مقدار KCl اضافی مورد نیاز برابر است با:

$$461/7 - 45 = 416/7 \text{ g KCl}$$

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۵، ۱۰۲ و ۱۰۳)

۱۳۷- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

در دمای  $56^{\circ}\text{C}$  حدود ۱۰۰ گرم  $\text{KNO}_3$  در ۱۰۰ گرم آب حل شده و ۲۰۰ گرم محلول سیر شده از پتاسیم نیترات ایجاد می‌کند.

$$? \text{ mol KNO}_3 \quad 100 \text{ g KNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{100 \text{ g KNO}_3} = 1 \text{ mol KNO}_3$$

$$V \quad 200 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} = 0/2 \text{ L}$$

$$\Rightarrow M = \frac{n}{V} = \frac{1}{0/2} = 5 \text{ mol.L}^{-1}$$

گزینه «۱»: دو نقطه را روی نمودار در نظر می‌گیریم؛ دمای  $100^{\circ}\text{C}$  که

انحلال پذیری برابر با  $\frac{20 \text{ g}}{100 \text{ g H}_2\text{O}}$  است و دمای  $0^{\circ}\text{C}$  که انحلال پذیری

۳۶g است.

$$S \quad a\theta + b; b = 36, a = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}$$

$$a = \frac{20 - 36}{100 - 0} = -0/16$$

$$S = -0/16\theta + 36$$

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱۳۸- گزینه «۲»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: انحلال پذیری در دو دمای داده شده را تعیین می‌کنیم:

$$\theta = 25^{\circ}\text{C} : \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 100 = \text{درصد جرمی}$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow S = 25$$

$$\theta = 60^{\circ}\text{C} : \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 100 = \text{درصد جرمی}$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow S = \frac{200}{3} = 66/66$$

گزینه «۲»: به ازای کاهش دمای محلول سیر شده به جرم  $166/66$  گرم از

دمای  $60^{\circ}\text{C}$  به دمای  $25^{\circ}\text{C}$  به اندازه تفاوت انحلال پذیری

$$\left( \frac{125}{3} = \frac{41}{66} - 25 = 66/66 - 25 \right) \text{ رسوب تشکیل می‌شود. بنابراین:}$$

$$\text{رسوب } \frac{125}{3} \text{ g} \times \frac{500 \text{ g محلول}}{500 \text{ g محلول}} = 125 \text{ g رسوب}$$

گزینه «۳»: با جای گذاری اطلاعات مربوط به انحلال پذیری در دمای  $25^{\circ}\text{C}$  داریم:

$$S \quad 1/19\theta + b \Rightarrow 25 = 1/19 \times 25 + b \Rightarrow b = -4/75$$

گزینه «۴»: مقدار حل شونده برابر است با:

$$\text{حل شونده } 200 \text{ g} = \frac{20 \text{ g}}{100 \text{ g محلول}} \times 1000 \text{ g محلول}$$

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۳۹- گزینه «۴»

(سیر ممد رضا میرقائمی)

گزینه «۱»: نادرست است. زیرا در معادله انحلال پذیری داده شده، شیب منفی است پس می‌توان آن را به انحلال گرماده لیتیم سولفات نسبت داد.

گزینه «۲»: نادرست است. زیرا با توجه به معادله انحلال پذیری داده شده، با افزایش دما انحلال پذیری کاهش می‌یابد.

گزینه «۳»: نادرست است. زیرا در دمای  $40^{\circ}\text{C}$ ، انحلال پذیری این نمک برابر ۳۰ گرم است. پس برای تهیه یک محلول سیر شده می‌توان ۶۰ گرم از آن را در ۲۰۰ گرم آب حل کرد.

گزینه «۴»: درست است. زیرا:

$$S \quad -0/15\theta + 36 \begin{cases} 40^{\circ}\text{C} \rightarrow S = 30 \text{ g} \\ 60^{\circ}\text{C} \rightarrow S = 27 \text{ g} \end{cases} \Rightarrow 130 \text{ g محلول} \rightarrow 3 \text{ g رسوب}$$

بنابراین با گرم کردن یک محلول ۲۶۰ گرمی از آن از دمای  $40^{\circ}\text{C}$  تا

$60^{\circ}\text{C}$ ، ۶ گرم رسوب حاصل می‌شود.

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۴۰- گزینه «۳»

(ممد مرسن ممد زاره مقدم)

الف) درست است. نقطه جوش  $\text{H}_2\text{S}$  و  $\text{HBr}$  به ترتیب برابر با  $60^{\circ}\text{C}$  و  $67^{\circ}\text{C}$  است. بنابراین، گاز  $\text{H}_2\text{S}$  آسان تر از گاز  $\text{HBr}$  به حالت مایع

تبدیل می‌شود.

ب) نادرست است. از اتانول و استون نمی‌توان محلول سیر شده در آب تهیه کرد زیرا به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

پ) نادرست است. در ساختار یخ، فضاهای خالی در سه بُعد گسترش یافته است.

ت) درست است. گشتاور دو قطبی مولکول‌های  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{H}_2\text{S}$  به ترتیب برابر با  $1/85 \text{ D}$  و  $0/97 \text{ D}$  است. این کمیت‌ها نشان می‌دهد قدرت نیروهای

بین مولکولی آب نزدیک به دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

حسابان ۲- اختیاری

۱۴۱- گزینه «۴»

(لیلا مرادی)

آهنگ متوسط تغییر تابع را با فرمول زیر می توان به دست آورد:

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{\sqrt{18-2}-\sqrt{2-2}}{2} = \frac{4-0}{2} = 2$$

و برای محاسبه آهنگ لحظه‌ای تغییر باید از تابع مشتق بگیریم:

$$f'(x) = \frac{4x}{2\sqrt{2x^2-2}} \Rightarrow f'(4) = \frac{16}{2\sqrt{30}} = \frac{8}{\sqrt{30}}$$

$$\frac{2}{\frac{8}{\sqrt{30}}} = \frac{\sqrt{30}}{4}$$

نسبت آهنگ متوسط به آهنگ لحظه‌ای برابر است با:

$$\frac{\frac{\sqrt{30}}{4}}{\frac{8}{\sqrt{30}}} = \frac{\sqrt{30}^2}{32} = \frac{30}{32} = \frac{15}{16}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۴۲- گزینه «۲»

(سعید تن‌آرا)

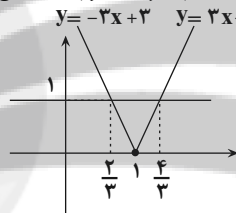
تابع  $|x^3-1|$  در  $x=0$  دارای مشتق صفر است (b) زیرا:

$$x < 1 \rightarrow f(x) = -x^3 + 1 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 \Rightarrow f'(0) = 0$$

بنابراین معادله خط مماس در  $x=0$  به صورت  $y=1$  خواهد بود.

(۱) همچنین  $f$  در  $x=1$  مشتق‌ناپذیر است (a) و شیب

نیم‌خط‌های مماس چپ و راست به صورت زیر به دست می‌آیند:



$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^3-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x^2+x+1) = -3$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^3-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2+x+1) = 3$$

نیم‌مماس‌های راست و چپ در  $x=1$  از نقطه  $(1,0)$  می‌گذرند، بنابراین

معادله نیم‌خط مماس چپ برابر  $y = -3x + 3$  و معادله نیم‌خط مماس راست

به صورت  $y = 3x - 3$  خواهد بود. این دو نیم‌خط، خط مماس  $y=1$  را در

$$S = \left\{ \frac{4}{3}, \frac{2}{3} \right\}$$

نقاط  $x = \frac{4}{3}$  و  $x = \frac{2}{3}$  قطع خواهند کرد لذا  $\frac{1}{2}$  (حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

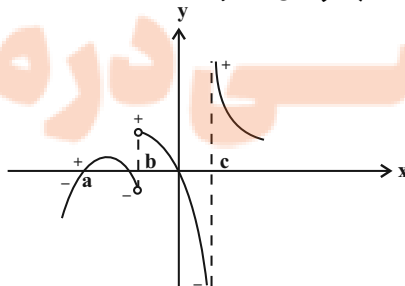
۱۴۳- گزینه «۴»

(سروش موثینی)

هر وقت مشتق تابع پیوسته  $f$  از سمت چپ به راست، از منفی به مثبت تغییر

علامت دهد در نمودار  $f$  نقطهٔ مینیمم نسبی داریم:

این اتفاق در نقاط به طول‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$  افتاده است.

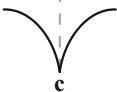


نقطهٔ  $a$  مینیمم نسبی عادی است. به عنوان مثال:

$b$  نقطهٔ مینیمم گوشه‌ای است. (مشتق راست و چپ نابرابر هستند.) به عنوان مثال:



$c$  نقطهٔ مینیمم با نیم مماس قائم است. (مشتق راست و چپ  $\pm\infty$  هستند.) به عنوان مثال:



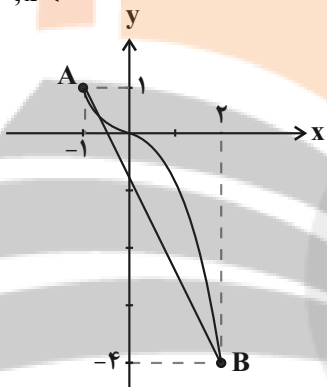
بنابراین ۳ نقطهٔ مینیمم نسبی دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

۱۴۴- گزینه «۴»

(یابک سادات)

$$-x|x| = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، نقطهٔ  $A$  ماکزیمم مطلق و نقطهٔ  $B$  مینیمم مطلق است و

$$AB = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

فاصلهٔ آن‌ها برابر طول پاره‌خط  $AB$  است. (حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

۱۴۵- گزینه «۲»

(عمیر علیزاده)

فرمول هزینه را نوشته و از آن مشتق می‌گیریم:

$$C = 100x^2 + 40(4xh)$$

$$10 = x^2 h \Rightarrow h = \frac{10}{x^2}$$

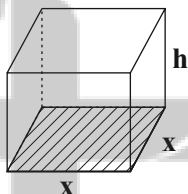
با جای گذاری  $h$  در معادلهٔ هزینه داریم:

$$C = 100x^2 + \frac{1600}{x}$$

$$C'_x = 200x - \frac{1600}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow 200x^3 = 1600 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)



۱۴۶- گزینه «۲»

(مهمرب سباز پیشوازی)

کافی است از ضابطهٔ تابع، مشتق بگیریم:

اگر بخواهیم تابع اکیداً صعودی باشد، باید مشتق تابع همیشه نامنفی باشد.

پس:

$$a > 0 \Rightarrow 3 > 0$$

$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  در معادله فوق صدق نمی کند. پس  $x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$  یک نقطه بحرانی

تابع است. حالا مقادیر تابع را به ازای ابتدا، انتهای دامنه تابع و  $x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$  با هم مقایسه می کنیم.

$$f(-1) = a - 1, \quad f(1) = a + 1$$

$$f\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + a - \sqrt{\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + a - \frac{\sqrt{2}}{2} = a - \sqrt{2}$$

در نتیجه ماکزیمم مطلق  $M = a + 1$  و مینیمم مطلق  $m = a - \sqrt{2}$  است.

$$\frac{M}{m} = 2 \Rightarrow \frac{a+1}{a-\sqrt{2}} = 2 \Rightarrow 2a - 2\sqrt{2} = a + 1 \Rightarrow a = 1 + 2\sqrt{2}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(کتاب آبی)

۱۴۹- گزینه «۴»

$$y = \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x + a, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$y' = -2 \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos x = \cos x (-2 \sin x + \sqrt{3}) = 0$$

$\cos x = 0 \xrightarrow{x \in (0, \frac{\pi}{2})}$  جواب ندارد.

$$2 \sin x = \sqrt{3} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{x \in (0, \frac{\pi}{2})} x = \frac{\pi}{3}$$

پس نقطه  $(\frac{\pi}{3}, \frac{3}{4})$ ، نقطه اکسترمم نسبی است و در خود تابع صدق

$$\Rightarrow y\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + a = \frac{3}{4} \Rightarrow a = -1$$

می کند. لذا:

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(میانفیش نیکنام)

۱۵۰- گزینه «۱»

طول نقاط اکسترمم، جواب های معادله  $f'(x) = 0$  هستند:

$$f'(x) = a \left( \frac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} \right) = a \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\frac{f'(x) = 0}{\rightarrow 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1}$$

پس نقاط  $(1, \frac{a}{2})$  و  $(-1, -\frac{a}{2})$  اکسترمم های نسبی نمودار  $f$  هستند.

فاصله این نقاط برابر است با:

$$d(a) = \sqrt{(1 - (-1))^2 + \left(\frac{a}{2} - \left(-\frac{a}{2}\right)\right)^2}$$

$$\Rightarrow d(a) = \sqrt{a^2 + 4}$$

آهنگ لحظه ای تغییر همان مشتق است:

$$d'(a) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4}} \xrightarrow{a = 1/5} d' = \frac{1/5}{\sqrt{6/25}} = \frac{1/5}{2/5} = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow (-2(m+2))^2 - 4(3)(2) \leq 0 \Rightarrow (m+2)^2 \leq 9$$

$$\Rightarrow -3 \leq m+2 \leq 3 \Rightarrow -5 \leq m \leq 1$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

(بهرام علاج)

۱۴۷- گزینه «۳»

نقطه  $A(2, \frac{4}{3})$  اکسترمم نسبی تابع است. پس اولاً مختصات آن در ضابطه تابع صدق می کند و دوماً  $f'(2) = 0$ .

$$A(2, \frac{4}{3}) \Rightarrow \frac{4+2a}{2+b} = \frac{4}{3} \Rightarrow 2a-2b = -2 \Rightarrow a = \frac{2b-2}{3} \quad (I)$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x+a)(x+b) - (1)(x^2+ax)}{(x+b)^2}$$

$$\Rightarrow f'(2) = (4+a)(2+b) - (4+2a) = 0 \Rightarrow ab + 4b + 4 = 0 \quad (II)$$

از جایگذاری I در II داریم:

$$\left(\frac{2b-2}{3}\right)b + 4b + 4 = 0 \Rightarrow 2b^2 - 2b + 12b + 12 = 0$$

$$\Rightarrow 2b^2 + 10b + 12 = 0 \Rightarrow b^2 + 5b + 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow a = -2 \\ b = -3 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

با مشتق گیری از تابع  $f$  داریم:

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - \frac{1}{3}x}{x-3} = \frac{3x^2 - \frac{1}{3}x}{3x-9}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(6x-1)(3x-9) - 3(3x^2 - \frac{1}{3}x)}{(3x-9)^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{16}{3} \\ x = 4 \end{cases}$$

$x$	۲	۳	۴
$f'$	+	-	-
$f$	↗	↘	↗

نقطه  $(4, \frac{16}{3})$  مینیمم نسبی تابع است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(امیرحوشنگ انصاری)

۱۴۸- گزینه «۲»

ابتدا دامنه تعریف تابع را به دست می آوریم. سپس نقاط بحرانی را می یابیم:

$$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \xrightarrow{f'(x)=0} \sqrt{1-x^2} = -x$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 1 - x^2 = x^2 \Rightarrow \begin{cases} x = +\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

## هندسه ۳- اختیاری

۱۵۱- گزینه «۴»

(رضا عباسی اصل)

فاصله نقطه  $(x_0, y_0, z_0)$  از صفحات  $XZ$  و  $XY$  به ترتیب برابر  $|y_0|$  و  $|z_0|$  می‌باشد. بنابراین داریم:

$$|m-1| : \text{فاصله } (1, m-1, 1) \text{ از صفحه } XZ$$

$$1 : \text{فاصله } (1, m-1, 1) \text{ از صفحه } XY$$

$$\Rightarrow |m-1|=1 \Rightarrow \begin{cases} m-1=1 \Rightarrow m=2 \\ m-1=-1 \Rightarrow m=0 \end{cases}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۵۲- گزینه «۳»

(مهمد ابراهیم کیتی نژاد)

بردارهای  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  و  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  که مؤلفه‌هایشان غیرصفر هستند، موازی‌اند اگر و فقط اگر  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ . طبق فرض،

چون  $n > 0$  است پس مؤلفه‌های دو بردار موازی  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  غیرصفر بوده و داریم:

$$\frac{m}{n} = \frac{m-2}{-n} = \frac{n}{2m+n} \xrightarrow{\text{تساوی سمت چپ}} m=1$$

$$\Rightarrow \frac{1-2}{-n} = \frac{n}{2(1)+n} \Rightarrow n^2 - n - 2 = 0 \xrightarrow{n>0} n=2$$

$$\Rightarrow \vec{a} = (1, -1, 2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{6}, \vec{b} = (2, -2, 4) \Rightarrow |\vec{b}| = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = \frac{1}{2}$$

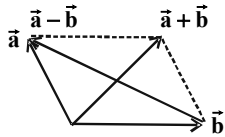
(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۵۳- گزینه «۳»

(امیر مهمد طاهری)

مطابق شکل بردارهای  $a+b$  و  $a-b$ ، اقطار این متوازی‌الاضلاع هستند.

داریم:



$$\begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = (2+1, -1+2, 1-1) = (3, 1, 0) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10} \\ \vec{a} - \vec{b} = (2-1, -1-2, 1+1) = (1, -3, 2) \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{14} \end{cases}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۵۴- گزینه «۲»

(عباس اسری امیرآبادی)

وسط پاره خط  $AB$  را  $M$  می‌نامیم.

$$M \left( \frac{-3-1}{2}, \frac{0+2}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = (-2, 1, 1)$$

$$(-2, 1, 1) + (k^2 + 1, -k, k-1) = (3, 3, -2)$$

$$\Rightarrow (k^2 - 1, -k + 1, k) = (3, 3, -2)$$

$$\begin{cases} k^2 - 1 = 3 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2 \\ -k + 1 = 3 \Rightarrow k = -2 \Rightarrow k = -2 \\ k = -2 \end{cases}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۵۵- گزینه «۱»

(علیرضا شریف فطیعی)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1, 1, 0) \cdot (2, -1, -2) = -2 - 1 + 0 = -3$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

اگر بردار  $\vec{a}'$  تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر امتداد  $\vec{b}$  باشد، آنگاه داریم:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{-3}{9} (2, -1, -2) = \left( -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

(هندسه ۳- بردارها: مشابه مثال صفحه ۸۰)



$$\vec{a} + \vec{b} = 1, -1, 2 + 1, -1, 0 = 2, -2, 2$$

$$\vec{a} - \vec{b} = 1, -1, 2 - 1, -1, 0 = 0, 0, 2$$

$$\cos \theta = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{0 + 0 + 4}{\sqrt{4+4+4} \times \sqrt{0+0+4}} = \frac{4}{2\sqrt{3} \times 2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

(شروین سیاح‌نیا)

گزینه «۱» - ۱۵۹

فرض کنید  $\vec{a} = (x, 2y, z)$  و  $\vec{b} = (1, -1, 3)$ . آن‌گاه با توجه به نامساوی

کشی-شوارتز داریم:

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow |x - 2y + 3z| \leq \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \times \sqrt{1+1+9}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \geq \frac{11}{\sqrt{11}} \Rightarrow x^2 + 4y^2 + z^2 \geq 11$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه ۷۹)

(نادر حاجی زاده)

گزینه «۲» - ۱۶۰

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$$

از طرفی:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (1, 1, 1) \Rightarrow \vec{b} + \vec{c} = (1, 1, 1) - \vec{a} = (1, 1, 1) - (2, 1, -2)$$

$$\Rightarrow \vec{b} + \vec{c} = (-1, 0, 3)$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (2, 1, -2) \cdot (-1, 0, 3) = -2 + 0 - 6 = -8$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(موردراد ملونری)

گزینه «۳» - ۱۵۶

$$|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b})| = \left| \begin{matrix} \vec{a} \times \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a} + \vec{b} \times \vec{b} \\ \vec{0} \end{matrix} \right|$$

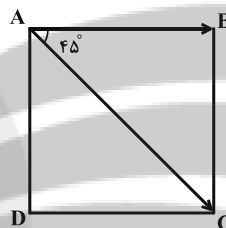
$$|\vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{b}| = 2|\vec{a} \times \vec{b}| = 2|\vec{a}| |\vec{b}| \sin 120^\circ$$

$$3 \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(مهمر قنران)

گزینه «۲» - ۱۵۷



$$|\vec{AC}| = \sqrt{(2-2)^2 + (-2-1)^2 + (3+1)^2} = 5$$

طول قطر مربع  $\sqrt{2}$  برابر طول ضلع آن است. از طرفی بردارهای  $\vec{AB}$  و

$\vec{AC}$  با یکدیگر زاویه  $45^\circ$  می‌سازند. بنابراین داریم:

$$|\vec{AC}| = \sqrt{2} |\vec{AB}| \Rightarrow |\vec{AB}| = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos 45^\circ = \frac{5}{\sqrt{2}} \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25}{2}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(امیرسین ابومصوب)

گزینه «۴» - ۱۵۸

بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  قطره‌های متوازی‌الاضلاع هستند که روی دو

بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می‌شود. اگر زاویه حاده بین دو قطر متوازی‌الاضلاع

برابر  $\theta$  باشد، داریم:

## ریاضیات گسسته - اختیاری

۱۶۱ - گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

مربع‌های لاتین A و C متعامد نیستند چون به عنوان مثال درایه‌های سطر اول ستون چهارم و سطر سوم ستون اول در مربع A هر دو برابر ۴ و در مربع C هر دو برابر ۳ است. مربع‌های لاتین B و C متعامد نیستند چون به عنوان مثال درایه‌های سطر اول ستون اول و سطر دوم ستون دوم در مربع B هر دو برابر ۱ و در مربع C نیز هر دو برابر ۱ است. ولی دو مربع لاتین A و B متعامدند، چون در صورت ترکیب این دو مربع، مربع زیر حاصل می‌شود که در آن هیچ عدد دو رقمی تکراری وجود ندارد.

۱۱	۲۲	۳۳	۴۴
۲۲	۴۱	۱۴	۳۳
۴۳	۳۴	۲۱	۱۲
۲۴	۱۳	۴۲	۳۱

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۶۲ - گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

موارد بیان شده در گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» از ویژگی‌های مربع لاتین  $n \times n$  است، ولی در یک مربع لاتین، لزوماً اعداد روی قطر غیر تکراری نیستند. به عنوان مثال به یک مربع لاتین  $3 \times 3$  در شکل زیر توجه کنید:

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۶۲)

۱۶۳ - گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

مجموع هر سطر یا ستون از یک مربع لاتین  $3 \times 3$ ، برابر ۶ و مجموع کل اعداد یک مربع لاتین  $3 \times 3$ ، برابر ۱۸ است. مطابق شکل اگر عدد وسط را X فرض کنیم، آنگاه داریم:

•	•	•
•	X	•
•	•	•

 $12 - X$  مجموع اعداد سطر دوم و ستون دوم $6 + X = 18 - (12 - X)$  مجموع ۴ خانه مورد نظر

این مقدار زمانی ماکزیمم است که X برابر ۳ باشد که در این صورت حاصل برابر ۹ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۴ - گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک به یک از مجموعه‌ای ۴ عضوی به مجموعه‌ای ۶ عضوی. خودکار اول را به هر یک از ۶ نفر می‌توان اختصاص داد و برای خودکارهای بعدی، هر بار یک نفر از تعداد انتخاب‌ها کم می‌شود. پس تعداد روش‌های انجام این کار برابر است با:

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه مثال صفحه ۷۱)

۱۶۵ - گزینه «۳»

(عارل مسینی)

فرض کنید  $A_1$  و  $A_2$  زیرمجموعه‌هایی از مجموعه A باشند که اعضای آنها به ترتیب بر ۵ و ۶ بخش پذیر هستند. در این صورت داریم:

$$|A_1| = \left[ \frac{200}{5} \right] = 40$$

$$|A_2| = \left[ \frac{200}{6} \right] = 33$$

$$|A_1 \cap A_2| = \left[ \frac{200}{30} \right] = 6$$

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2| = 40 + 33 - 6 = 67$$

اعضای از مجموعه A که بر هیچ یک از اعداد ۵ و ۶ بخش پذیر نیستند، معادل مجموعه  $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2$  است. داریم:

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2| = |A| - |A_1 \cup A_2| = 200 - 67 = 133$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۶۶ - گزینه «۴»

(عارل مسینی)

اگر S مجموعه توابع f از A به B و  $A_1$ ،  $A_2$  و  $A_3$  توابعی از A به B باشند که برد آنها به ترتیب فاقد ۱، ۲ و ۳ هستند، آنگاه داریم:

$$|S| = 3^4 = 81$$

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 2^4 = 16$$

$$۲۲۰ - ۲۹۴ = ۴۲۶$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(عادل حسینی)

۱۶۹ - گزینه «۲»

تابع  $f$  را می‌توان به یکی از دو حالت  $\{(0, 2), (2, \square), (3, \square), (4, \square)\}$

یا  $\{(0, 3), (2, \square), (3, \square), (4, \square)\}$  نوشت که برای پر کردن مؤلفه‌های

دوم در هر کدام از این دسته توابع  $۴ \times ۳ \times ۲ = ۲۴$  روش وجود دارد و در

نتیجه تعداد توابع مورد نظر برابر  $۲ \times ۲۴ = ۴۸$  است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

(امیرمسین ابومویب)

۱۷۰ - گزینه «۱»

تعداد روش‌هایی که می‌توان بین  $n$  روستا جاده احداث کرد، معادل تعداد

گراف‌های ساده با مجموعه رئوس  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  یعنی برابر  $2^{\binom{n}{2}}$  است.

حال اگر مجموعه حالت‌هایی که هر یک از روستاهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  بدون

ارتباط با سایر روستاها باقی می‌ماند را به ترتیب با مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و

$C$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$|S| = 2^{\binom{5}{2}} = 2^{10} = 1024$$

$$|A| |B| |C| = 2^{\binom{4}{2}} = 2^6 = 64$$

$$|A \cap B| |A \cap C| |B \cap C| = 2^{\binom{3}{2}} = 2^3 = 8$$

$$|A \cap B \cap C| = 2^{\binom{2}{2}} = 2^1 = 2$$

$$|A \cup B \cup C| = 3 \times 64 - 3 \times 8 + 2 = 170$$

تعداد حالت‌هایی که هیچ کدام از روستاهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  بدون ارتباط با

سایر روستاها نمانند معادل تعداد اعضای مجموعه  $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$  است،

بنابراین داریم:

$$|\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}| = |S| - |A \cup B \cup C| = 1024 - 170 = 854$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه کار در کلاس صفحه ۷۶)

$$|A_1 \cap A_2| |A_1 \cap A_3| |A_2 \cap A_3| = 1^4 = 1$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 3 \times 16 - 3 \times 1 + 0 = 45$$

تعداد توابعی که  $B$  و  $R_f$  باشد، معادل تعداد اعضای مجموعه

$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3|$  است، بنابراین داریم:

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$$

$$81 - 45 = 36$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه فعالیت صفحه ۷۷)

(سیرویر زوالفقاری)

۱۶۷ - گزینه «۱»

اگر مجموعه بازیکنان فوتبال، والیبال و بسکتبال را به ترتیب با  $A$ ،  $B$  و  $C$

نمایش دهیم، آنگاه طبق اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B|$$

$$- |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$\Rightarrow 32 - 4 = 18 + 14 + 10 - 6 - 5 - 4 + |A \cap B \cap C|$$

$$\Rightarrow |A \cap B \cap C| = 1$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه تمرین ۳ صفحه ۸۳)

(امیرمسین ابومویب)

۱۶۸ - گزینه «۴»

اگر مجموعه حالت‌هایی که به ترتیب حروف  $T$ ،  $R$  و  $N$  سر جای خود

قرار دارند را با  $A_1$ ،  $A_2$  و  $A_3$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$|S| = 6! = 720$$

$$|A_1| |A_2| |A_3| = 5! = 120$$

$$|A_1 \cap A_2| |A_1 \cap A_3| |A_2 \cap A_3| = 4! = 24$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 3! = 6$$

مجموعه حالت‌هایی که هیچ کدام از سه حرف  $T$ ،  $R$  و  $N$  سر جای خود

قرار نداشته باشند، معادل مجموعه  $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3$  است که طبق اصل

شمول و عدم شمول داریم:

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 3 \times 120 - 3 \times 24 + 6 = 294$$

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$$

فیزیک ۳- اختیاری

۱۷۱- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

می دانیم که در آزمایش یانگ، پهنای نوارها متناسب با طول موج نور فرودی است.

$$f_{\text{هوآ}} = 1/2 \Rightarrow f_{\text{آب}} + \frac{20}{100} f_{\text{آب}} = 1/2 f_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{f_{\text{هوآ}}}{f_{\text{آب}}} = 1/2$$

$$\lambda = \frac{v}{f}, v = \frac{c}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{\text{هوآ}}}{\lambda_{\text{آب}}} = \frac{v_{\text{هوآ}}}{v_{\text{آب}}} \times \frac{f_{\text{آب}}}{f_{\text{هوآ}}} = \frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{هوآ}}} \times \frac{f_{\text{آب}}}{f_{\text{هوآ}}} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{1/2} = \frac{10}{9}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۷۲- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

با استفاده از رابطه بین طول موج هماهنگ های تار و طول تار، داریم:

$$n \frac{\lambda_n}{2} = L \Rightarrow 3 \frac{\lambda_3}{2} = 20 \Rightarrow \lambda_3 = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

روش دوم اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی، برابر با بسامد اصلی تار است. داریم:

$$f_1 \quad 320 - 280 = 40 \text{ Hz}$$

$$f_1 \quad \frac{v}{2L} \Rightarrow 40 = \frac{v}{2 \times 0.2} \Rightarrow v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بسامد هماهنگ سوم برابر است با:

$$f_n \quad n f_1 \Rightarrow f_3 = 3 f_1 = 3 \times 40 = 120 \text{ Hz}$$

آنگاه داریم:

$$\lambda_3 = \frac{v}{f_3} = \frac{16}{120} \text{ m} = \frac{4}{30} \text{ m} = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۷۳- گزینه «۲»

(فرشاد زاهری)

انرژی هر فوتون:

$$E \quad hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6/4 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^8)}{300 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow E = 6/4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

انرژی کل منبع نور:  $P \Delta t = 120(1) = 120 \text{ J}$  کل E

تعداد فوتون ها:

$$n \quad \frac{E_{\text{کل}}}{E_{\text{فوتون}}} = \frac{120}{6/4 \times 10^{-19}} = 18/75 \times 10^{19} = 1/875 \times 10^{20}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۷۴- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

در توجیه اثر فوتوالکتریک به کمک فیزیک کلاسیک، به دو نتیجه مغایر با آزمایش دست می یابیم:

۱) طبق فیزیک کلاسیک، هر چه شدت نور فرودی (البته در بسامد معین) را افزایش دهیم، انرژی جنبشی فوتوالکترون ها افزایش می یابد که با آزمایش مغایرت دارد.

۲) فیزیک کلاسیک پیش بینی می کرد که اثر فوتوالکتریک در هر بسامدی رخ می دهد، در صورتی که در آزمایش اینگونه نیست.

دقت کنید در گزینه «۲»، هرگاه تعداد لامپ ها را افزایش دهیم، یعنی شدت نور را زیاد می کنیم، بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۱۷۵- گزینه «۱»

(سیدعلی میرنوری)

در ابتدا رابطه بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون های جدا شده از سطح فلز را می نویسیم، سپس تندی بیشینه را محاسبه می کنیم.

$$K_{\text{max}} \quad hf - W = \frac{K_{\text{max}} \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2}{f \frac{c}{\lambda}}$$

$$\frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = \frac{hc}{\lambda} - W$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 9/1 \times 10^{-31} v_{\text{max}}^2 = \left( \frac{1240}{200} - 4/38 \right) \times 1/6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 9/1 \times 10^{-31} v_{\text{max}}^2 = (6/2 - 4/38) \times 1/6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}}^2 = 4 \times 16 \times 10^{10} \Rightarrow v_{\text{max}} = 8 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۱۱۶ تا ۱۲۰)



۱۷۶- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

الف) درست

ب) درست

پ) نادرست - طیف گسیلی خطی برای اتم‌های هر گاز منحصربه‌فرد است.

ت) درست

بنابراین ۳ عبارت درست است.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۱۷۷- گزینه «۱»

(مهمدر علی راست پیمان)

با توجه به معادله ریبرگ، گستره طول‌موج اختلاف بلندترین طول‌موج و کوتاه‌ترین طول‌موج تابشی در هر رشته یا سری است. پس گستره طول‌موج

برای رشته لیمان ( $n'=1$ ) با جایگذاری  $n=2$  و  $n=\infty$  در معادله ریبرگ به دست می‌آید و برای رشته بالمر ( $n'=2$ ) با استفاده از  $n=\infty$

و  $n=3$  این گستره به دست می‌آید.

$$\frac{1}{\lambda} R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\text{رشته لیمان } (n'=1) \begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4}{3R} \\ \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{1}{R} \end{cases}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{4}{3R} - \frac{1}{R} = \frac{1}{3R} (nm)$$

$$\text{رشته بالمر } (n'=2) \begin{cases} \frac{1}{\lambda'_{\max}} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda'_{\max} = \frac{36}{5R} \\ \frac{1}{\lambda'_{\min}} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda'_{\min} = \frac{4}{R} \end{cases}$$

$$\Delta\lambda' = \lambda'_{\max} - \lambda'_{\min} = \frac{36}{5R} - \frac{4}{R} = \frac{36-20}{5R} = \frac{16}{5R}$$

$$\frac{\Delta\lambda'}{\Delta\lambda} = \frac{\frac{16}{5R}}{\frac{1}{3R}} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda'}{\Delta\lambda} = \frac{48}{5}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۷۸- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

ابتدا تعداد فوتون‌های گسیلی را با استفاده از رابطه زیر می‌یابیم:

$$N \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow N = \frac{6 \times (6-1)}{2} = 15$$

برای کوتاه‌ترین طول موج فوتون تابشی، باید الکترون از تراز  $n=6$  به تراز

$n'=1$  برود، دقت کنید، کوتاه‌ترین طول‌موج فوتون تابشی در حالتی به وجود

می‌آید که اختلاف دو تراز الکترون بین آن‌ها جابه‌جا می‌شود، بیشترین مقدار را داشته باشد.

$$\frac{1}{\lambda} R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n'=1} \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{36} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \frac{35}{36} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{720}{7} nm$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۷۹- گزینه «۲»

(زهرا آقاممدری)

می‌دانیم که اختلاف انرژی بین ترازها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta E_{(\delta \rightarrow 1)} = \Delta E_{(\delta \rightarrow 2)} + \Delta E_{(2 \rightarrow 1)}$$

$$\Delta E' = \Delta E_{(\delta \rightarrow 2)} + \Delta E$$

$$\Delta E' - \Delta E = \Delta E_{(\delta \rightarrow 2)}$$

$$\Delta E_{(\delta \rightarrow 2)} = E_{\delta} - E_2 = \frac{E_n}{n^2} \rightarrow$$

$$\Delta E_{(\delta \rightarrow 2)} = \frac{-E_R}{25} - \frac{-E_R}{4} = \frac{21}{100} E_R$$

$$\Delta E_{(\delta \rightarrow 2)} = 0.21 E_R$$

با توجه به این که  $E_R$  یک ریبرگ نام دارد، پس:

$$\Delta E' - \Delta E = 0.21$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۱)

۱۸۰- گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

ابتدا انرژی الکترون در مدار  $n$ م را به دست می‌آوریم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \rightarrow E_n = \frac{-E_R a_n}{r_n}$$

$$\frac{r}{r'} = \frac{16 a_n}{4 a_n} \rightarrow E' - E = \frac{-E_R a_n}{4 a_n} - \left( \frac{-E_R a_n}{16 a_n} \right)$$

$$\Rightarrow E' - E = \frac{-3}{16} E_R$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۱)



## شیمی ۳ - اختیاری

۱۸۱- گزینه ۲»

(مرتضی فوش‌کیش)

با افزایش فشار (کاهش حجم)، تعادل  $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$  به سمت راست جابه‌جا می‌شود، بنابراین شمار مول گازهای اکسیژن و گوگرد تری‌اکسید به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد. چون فشار افزایش یافته، بنابراین در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه، حجم سامانه کمتر می‌شود. به دلیل کاهش حجم سامانه، غلظت تمام مواد افزایش می‌یابد. در تعادل  $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$ ، تعداد مول مواد گازی واکنش‌دهنده و فرآورده یکسان است. بنابراین تغییر فشار این تعادل را جابه‌جا نمی‌کند.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۸۲- گزینه ۲»

(مسین لشکری)

نمودار داده شده مربوط به تعادل گازی  $A \rightleftharpoons 2B$  است.

هنگامی که حجم افزایش می‌یابد غلظت A و B هر دو کاهش می‌یابد اما تغییرات غلظت B کمتر است زیرا تعادل به سمت تولید B پیش می‌رود. (تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود).

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱ «نادرست است. زیرا، با کاهش حجم، فشار افزایش می‌یابد و تعادل به سمت تولید مول گاز کمتر یعنی A پیش می‌رود. (تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود).

گزینه ۳ «نادرست است. زیرا مقدار عددی K فقط به دما بستگی دارد و تغییر حجم مقدار آن را تغییر نمی‌دهد.

گزینه ۴ «نادرست است. زیرا با تغییر حجم تعادل جابه‌جا می‌شود و از آن جایی که K فقط با دما تغییر می‌کند، مقدار عددی K در دمای تعادل

نشان داده شده در نمودار برابر با  $\frac{1}{2n}$  خواهد بود:

$$K = \frac{[A]}{[B]^2} = \frac{\frac{1}{2n}}{\left(\frac{1}{2n}\right)^2} = \frac{1}{2n}$$

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۱۸۳- گزینه ۱»

(مهم‌رضا پورجاوید)

بررسی عبارت‌ها:

الف) این واکنش گرماده بوده و با افزایش دما در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. بنابراین ثابت تعادل آن در دمای  $50^\circ C$  کوچک‌تر از مقدار ثابت تعادل در دمای  $35^\circ C$  خواهد بود.

ب) با کاهش غلظت AB، تعادل در جهت رفت (یعنی تعداد مول گازی کم‌تر) جابه‌جا می‌شود.

پ) افزایش دما سرعت واکنش در هر دو جهت رفت و برگشت را افزایش می‌دهد. ولی سرعت واکنش برگشت را بیشتر از واکنش رفت افزایش می‌دهد.

ت) در این واکنش تأثیر افزایش دما (جابه‌جا کردن تعادل در جهت برگشت) برعکس تأثیر افزایش فشار (جابه‌جا کردن تعادل در جهت رفت) است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۷)

۱۸۴- گزینه ۳»

(مهم‌رضا پورجاوید)

این واکنش گرماده  $(2SO_2 + O_2 \rightleftharpoons 2SO_3 + Q)$  است و با کاهش دما، غلظت واکنش‌دهنده‌ها کاهش یافته و غلظت فرآورده‌ها افزایش می‌یابد. پس از رسیدن به تعادل جدید نیز غلظت همه مواد ثابت خواهد ماند. توجه داشته باشید که میزان تغییر غلظت مواد متناسب با ضریب مولی آنها در معادله واکنش است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

۱۸۵- گزینه ۲»

(مسین رحمتی‌کونکره)

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

الف) به ازای تولید هر مول C، ۲ مول B نیز تولید می‌شود. پس مقدار B در تعادل اولیه برابر با یک مول است. با توجه به اینکه حجم ظرف برابر با یک لیتر است می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow K = \frac{[B]^2 [C]}{[A]^2} = \frac{(2)^2 (0.5)}{(1)^2} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

وقتی حجم ظرف کاهش یابد تعداد مول A افزایش می‌یابد، زیرا تعادل به سمت مول گازی کمتر یعنی چپ جابه‌جا می‌شود و مقدار عددی ثابت تعادل تغییر نمی‌کند؛ زیرا فقط تغییر دما، می‌تواند K را تغییر دهد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

۱۸۹- گزینه «۳» (مهم‌مسن مهم‌زاده‌مقدم)

با توجه به ضرایب استوکیومتری می‌توان مقدار O<sub>۲</sub> تولید شده را محاسبه کرد:

$$0.2 \text{ mol NO}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol NO}_2} = 0.05 \text{ mol O}_2$$

اکنون ثابت تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[\text{NO}_2]^4 [\text{O}_2]}{[\text{N}_2\text{O}_5]^2} = \frac{\left(\frac{0.2}{2}\right)^4 \left(\frac{0.05}{2}\right)}{\left(\frac{0.4}{2}\right)^2} = 6.25 \times 10^{-5} \text{ mol}^3 \cdot \text{L}^{-2}$$

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۹۰- گزینه «۱» (مهم‌مسن مهم‌زاده‌مقدم)

تعادل  $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$  گرماگیر است، بنابراین با افزایش دما تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و شمار مول‌های مواد گازی در سامانه تعادلی افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: با کاهش حجم در دمای ثابت، غلظت تمام گونه‌ها افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: طبق اصل لوشاتلیه با افزودن مقداری NO<sub>۲</sub>، تعادل در جهت

برگشت جابه‌جا می‌شود، اما تمام NO<sub>۲</sub> اضافی مصرف نمی‌شود، بنابراین در

تعادل جدید [NO<sub>۲</sub>] افزایش می‌یابد.

گزینه «۴»: شدت رنگ سامانه به غلظت ماده رنگی بستگی دارد. با افزایش

حجم، غلظت تمام گونه‌ها کاهش می‌یابد، بنابراین شدت رنگ سامانه کاهش

می‌یابد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۷)

ب) با افزودن C، مقدار ثابت تعادل تغییری نمی‌کند چون ثابت تعادل فقط تابع دما است.

پ و ت) با افزودن ۰/۳ مول C به سامانه، تعادل در جهت برگشت (مصرف

C) پیش می‌رود و تا حدودی مقدار اضافه شده C (نه همه آن) مصرف

می‌شود. بنابراین مقدار A و C نسبت به تعادل اولیه افزایش و فقط مقدار

B کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۸۶- گزینه «۱» (مهم‌رضا پورباویر)

تزیق مستقیم (و نه غیرمستقیم) آمونیاک به خاک سبب افزایش بازده فرآورده‌های کشاورزی خواهد شد.

در واکنش میان N<sub>۲</sub> و H<sub>۲</sub> برای تولید NH<sub>۳</sub>، عدد اکسایش نیتروژن از

صفر (در N<sub>۲</sub>) به -۳ (در NH<sub>۳</sub>) می‌رسد. در نتیجه N<sub>۲</sub> کاهش یافته و

نقش اکسنده را دارد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۸۷- گزینه «۱» (مهم‌عظیمیان زواره)

این تعادل گرماگیر است ( $\Delta H > 0$ ) و چون شمار مول‌های گازی در دو

طرف تعادل یکسان است؛ با کاهش حجم ظرف در دمای ثابت، تعادل جابه‌جا

نمی‌شود و شمار مول‌های مواد شرکت کننده در تعادل ثابت می‌ماند. با

افزایش دما تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار A<sub>۲</sub> و B<sub>۲</sub> در

تعادل کاهش یافته و ثابت تعادل نیز افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۸۸- گزینه «۳» (مسن لشکری)

با توجه به نمودار، واکنش  $\text{A}(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{B}(\text{g})$  می‌باشد و داریم:

$$K = \frac{[\text{B}]^2}{[\text{A}]} = \frac{(0.8)^2}{0.4} = 1.6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$