

تلشی در مسیر معرفت

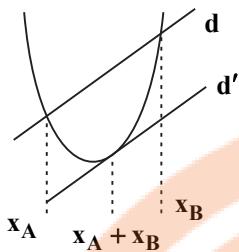


- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

Www.ToranjBook.Net

[ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

[ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)



پس در این سؤال خط d' در نقطه $x = \frac{x_A + x_B}{2}$ بر سهمی مماس است.

است. از طرفی دو خط موازی هستند و شیب‌های برابر دارند. خط d از نقاط $(x_A, 0)$ و $(x_B, 0)$ می‌گذرد. پس داریم:

$$m_{d'} = m_d = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{6 - 3}{3} = 1$$

پس شیب خط d' برابر ۱ است که در نقطه $\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$ بر نمودار

$$y = x - \frac{1}{2}$$

(مسابان ۲- مکمل کار در للاس صفحه ۸۰)

(مودری ملارمنانی)

«۲»

از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f'(4) &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{kx \left[\frac{x}{3}\right] + 1 - \left(4k \left[\frac{4}{3}\right] + 1\right)}{x - 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{kx \left[\frac{x}{3}\right] - 4k}{x - 4} \end{aligned}$$

دقت کنید که $\left[\frac{x}{3}\right] = 1$ ، $x = 4$. همچنین در یک همسایگی $\left[\frac{4}{3}\right] = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{kx - 4k}{x - 4} = k$$

و حاصل حد بالا برابر است با:

$$k = \frac{k-1}{4}$$

$$\Rightarrow k = \frac{k-1}{4} \Rightarrow k = -\frac{1}{3}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۹ و ۷۶)

(عادل مسینی)

«۳»

از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم و ابتدا شیب خط مماس را که همان

$$f'\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{f(x) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{x - \frac{1}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+2}} - 0}{x - \frac{1}{2}}$$

حسابان ۲

- ۱ گزینه «۱»

ضابطه تابع $y = xf(x)$ را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$xf(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x & ; x \geq 0 \\ -3x & ; x < 0 \end{cases}$$

دقت کنید که دو قطعه نمودار بر هم عمودند، پس شیب‌ها باید قرینه و معکوس هم‌دیگر باشند، به همین خاطر ضابطه تابع برای $x > 0$ ، $y = -3x$ است.

حال با تقسیم هر ضابطه بر x ، ضابطه‌های تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -3 & ; x < 0 \\ f(0) & ; x = 0 \\ \frac{1}{3} & ; x > 0 \end{cases}$$

شیب خطوط مماس بر نمودار این تابع در $\mathbb{R} - \{0\}$ همواره برابر صفر است، پس داریم:

$$f'(2) + f'(-1) = 0$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

- ۲ گزینه «۴»

نیمساز ربع اول و سوم همان خط $x = y$ است. پس اگر این خط بر نمودار

تابع f مماس باشد، معادله $x = f(x)$ باید جواب مضاعف داشته باشد:

$$f(x) = kx^2 + (k+2)x + 1 = x$$

$$\Rightarrow kx^2 + (k+1)x + 1 = 0 \quad (*)$$

برای اینکه معادله بالا جواب مضاعف داشته باشد، Δ آن باید برابر صفر شود:

$$\Delta = (k+1)^2 - 4k = k^2 - 2k + 1 = (k-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow k = 1$$

با جای‌گذاری $k = 1$ ، معادله $(*)$ به صورت زیر خواهد شد:

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

که جواب مضاعف این معادله (همان طول نقطه تماس) برابر -1 و در نتیجه عرض نقطه تماس هم -1 است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

- ۳ گزینه «۳»

شیب خط d برابر است با: $f'(1) = -3$.

این یعنی 3 طرفی انتقال‌های افقی و عمودی تأثیری روی شیب نمودار ندارند، بنابراین برای محاسبه $g'(0)$ ، کافی است مشتق تابع $h(x) = 2f(x)$ را در $x = 1$ حساب کنیم:

$$\begin{aligned} g'(0) &= h'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 2f(1)}{x - 1} = 2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \\ &= 2f'(1) = -6 \end{aligned}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

- ۴ گزینه «۴»

طبق شکل زیر خط d سهمی را در نقاط $x = x_A$ و $x = x_B$ قطع کرده‌اند

و خط d' که موازی با d است در $x = x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ بر سهمی مماس است.

و از روی رابطه $f'(x) = \frac{\sin \frac{\pi x}{2}}{x^2 + 1}$ ، مقدار $f'(1)$ را حساب می‌کنیم:

$$f'(1) = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{(1)^2 + 1} = \frac{1}{2}$$

پس حاصل حد برابر $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ است.

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

(مهدی ملارمغان)

گزینه «۱»

-۱۰

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 2x - 24}{f^2(x) - 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+6)(x-4)}{f^2(x) - (2x+1)}$$

$$= 10 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{f^2(x) - (2x+1)} = 5$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{f^2(x) - (2x+1)} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) - (2x+1)}{x-4} = 2$$

حد بالا را نیز به صورت مجموع دو حد می‌نویسیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) - 9 - (2x+1-9)}{x-4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) - 9}{x-4} - \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x-8}{x-4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(f(x)+3)(f(x)-3)}{x-4} - \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2(x-4)}{x-4} = 6f'(4) - 2 = 2$$

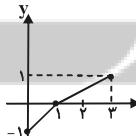
$$\Rightarrow f'(4) = \frac{2}{3}$$

$f'(4)$ همان شیب خط مماس است که با توجه به نمودار، مقدار آن برابر

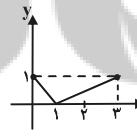
$$\frac{3-h}{4} = \frac{2}{3} \Rightarrow h = \frac{1}{3}$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۷۶ و ۷۷)

(سیر غلام‌رضیا سعادت‌بیو)



$$y = f(x-1)$$

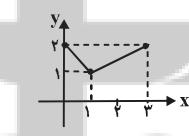


$$y = |f(x-1)|$$

حسابان ۲ - موازی

گزینه «۲»

-۱۱



$$y = |f(x-1)| + 1$$

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(مهدی ملارمغان)

گزینه «۳»

-۱۲

گزینه‌های «۱» و «۲»: تابع داده شده نسبت به محور y ها متقارن است. پس اکیداً یکنوا نیستند.

گزینه «۴»: اگر قسمتی از نمودار f زیر محور x ها باشد، توسط قدرمطلق به بالا فربینه می‌شود و بنابراین تابع فوق نمی‌تواند لزوماً اکیداً یکنوا باشد.

گزینه «۳»: ترکیب دو تابع اکیداً یکنوا همواره اکیداً یکنوا است.

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{\frac{1}{2} \sqrt{x^2 + 2}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}} = \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

پس خط مماس با شیب $\frac{4}{3}$ از نقطه $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ می‌گذرد. معادله این خط $y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$ و عرض از مبدأ آن $\frac{2}{3}$ است.

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

(عازل مسینی)

-۷
خط بر نمودار تابع f مماس است، پس در نقطه تمسas، که نقطه مشترک خط و نمودار است، مشتق تابع با شیب خط برابر است:

$$y = 2x - 1 \Rightarrow f'(-1) = 2, f(-1) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f^2(x) - 9}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f^2(x) - f^2(-1)}{x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(f(x) + f(-1))(f(x) - f(-1))}{x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} (f(x) + f(-1)) \times \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 2f(-1) \times f'(-1)$$

$$= 2(-3) \times (2) = -12$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

(بعانیش نیکنام)

-۸
«۳»

ابتدا از روی تساوی داده شده، مقدار $f'(2)$ را حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 2}{x^2 - 4} = \frac{1}{2}$$

حد مخرج صفر است و برای اینکه حاصل حد عدد حقیقی $\frac{1}{2}$ شود، حد صورت نیز باید صفر باشد و از آنجا که تابع f در \mathbb{R} پیوسته است، $f(2) = -2$ است.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$$

$$= \frac{1}{4} f'(2) = \frac{1}{2} \Rightarrow f'(2) = 2$$

حال با توجه به رابطه زیر مطلوب مستله را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + mh) - f(x_0 + nh)}{rh} = \frac{m-n}{r} f'(x_0)$$

پس داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2-h)}{2h} = \frac{3-(-1)}{2} f'(2) = 2f'(2) = 4$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۷۶ و ۷۷)

(مهدی ملارمغان)

-۹
«۱»

$f(1) = 1$ است و حاصل را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 1} \times \frac{\sqrt{f(x)} + 1}{\sqrt{f(x)} + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{\underbrace{(x+1)(\sqrt{f(x)} + 1)(x-1)}_4} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \frac{1}{4} f'(1)$$

واضح است که تابع در $x = -2$ نزولی است، پس در $x = -2$ از نقطه $(-2, 0)$ می‌گذرد، پس:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1-x}{x+2} = 0 \quad \text{و در } x = -2^+$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1-x}{x+2} = 0 \\ L_2 = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{0-1}{x+2} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow L_2 - L_1 = -\infty$$

(مسابان ۲ - مرحای نامتناهی - مر در بین نهایت: صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۶۵)

- ۱۸ گزینه «۴» (قاسم کتابچه)

تابع در $x = 1$ تعریف نشده است. همچنین تابع در نزدیکی این نقطه، مقداری محدود دارد. پس $x = 1$ ریشه مشترک صورت و مخرج است.

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + a = 0 \xrightarrow{x=1} 2 + a = 0 \Rightarrow a = -2 \\ x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{x=1} 1 + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -1 \end{array} \right.$$

چون $x = -2$ مجانب قائم است، پس ریشه مخرج می‌باشد.

$$x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{x=-2} 4 - 2b + c = 0 \Rightarrow 2b - c = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b + c = -1 \\ 2b - c = 4 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = -2 \\ b = 1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow a + c = -2 - 2 = -4$$

(مسابان ۲ - مرحای نامتناهی - مر در بین نهایت: صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۶۵)

- ۱۹ گزینه «۲» (هادی پلدور)

اگر $n > 3$ باشد، الزاماً $m = n$ و $m > 3$ خواهد بود و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^m}{px^n} = 3 \xrightarrow{m=n} \frac{1}{p} = 3 \Rightarrow p = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow m + p - n = (m - n) + p = 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

اگر $n = 3$ باشد، باید دو حالت $m = 3$ و $m < 3$ را بررسی کنیم:

$$n = 3, m = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3}{(p+3)x^3} = 3 \Rightarrow \frac{2}{p+3} = 3$$

$$\Rightarrow p+3 = \frac{2}{3} \Rightarrow p = -\frac{7}{3} \Rightarrow m + p - n = 3 - \frac{7}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$$

$$n = 3, m < 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^m}{(p+m)x^3} = 3 \Rightarrow \frac{1}{p+m} = 3$$

$$\Rightarrow p+m = \frac{1}{3} \Rightarrow m + p - n = \frac{1}{3} - 3 = -\frac{8}{3}$$

توجه کنید که حالت $m < 3$ و $n = 3$ امکان پذیر نیست.

(مسابان ۲ - مرحای نامتناهی - مر در بین نهایت: صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۶۶)

- ۲۰ گزینه «۳» (ممدرضا شوکتی بیرق)

با استفاده از اتحاد مزدوج می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow \infty} x(x+a-\sqrt{x^2+bx}) \times \frac{x+a+\sqrt{x^2+bx}}{x+a+\sqrt{x^2+bx}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x^2+2ax+a^2-x^2-bx)}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2a-b)x+a^2}{2} \end{aligned}$$

چون حاصل حد فوق برابر $\frac{1}{2}$ است، پس باید داشته باشیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2a-b}{2} = 0 \\ \frac{a^2}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = 2a \\ a = \pm 1 \end{array} \right. \Rightarrow a+b = \pm 3$$

(مسابان ۲ - مرحای نامتناهی - مر در بین نهایت: صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۶۶)

(ممدرضا شوکتی بیرق)

- ۲۱ گزینه «۲» (چون نمودار تابع $y = x + f(x)$ از نقاط $(1, 0)$ و $(2, 0)$ می‌گذرد، پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = x + f(x) \rightarrow 1 + f(1) = 0 \Rightarrow f(1) = -1 \\ y = x + f(x) \rightarrow 2 + f(2) = 0 \Rightarrow f(2) = -2 \end{array} \right. \quad (1)$$

فرض کنیم خارج قسمت و باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ باشد. لذا می‌توان نوشت: $Q(x) = ax + b$ و با توجه گزینه‌ها $R(x) = ax + b$

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(1) = a + b = -1 \\ f(2) = 2a + b = -2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = -1 \\ b = 0 \end{array} \right. \Rightarrow R(x) = -x$$

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(فریدون ساعتی)

- ۲۲ گزینه «۴» (فرض می‌کنیم $y = |\sin t|$ است. اگر نمودار این تابع را درسم

کنیم مشخص است که رفتار تابع $y = |\sin t|$ در فواصلی به طول π تکرار $\frac{\pi T}{5} = \pi$ شود. یعنی دوره تناوب $y = |\sin t|$ برابر با π است. بنابراین: π

یعنی $T = 5$ ، پس دوره تناوب تابع برابر با ۵ است.

(مسابان ۲ - مثالثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

(ممدرمهظفی ابراهیمی)

$$\sin 2x = 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) = (\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 = (\sin x - \cos x)^2$$

$$= 1 - \sin 2x$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 1 - \sin 2x \Rightarrow 2 \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \\ 2x = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$$

(مسابان ۲ - مثالثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(سراسری فارج از کشور ریاضی - ۸۸)

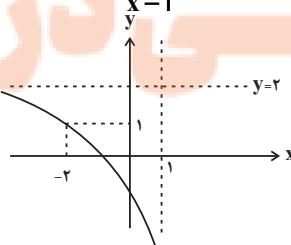
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{3}{2}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \tan\alpha}{1 + \tan\alpha} \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \frac{3}{2}}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{-1}{5}$$

(مسابان ۲ - مثالثات: صفحه ۱۶۲)

(عادل مسینی)

- ۲۴ گزینه «۱» (بخشی از نمودار تابع هموگرافی $y = \frac{2x+1}{x-1}$ به صورت زیر است:



$$\alpha^2 - \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = \alpha + 3$$

$$\Rightarrow \alpha^3 = \alpha^2 + 3\alpha = (\alpha + 3) + 3\alpha = 4\alpha + 3$$

به طریق مشابه داریم:

$$\beta^2 = \beta + 3 \Rightarrow 4\beta^2 - 9 = 4(\beta + 3) - 9 = 4\beta + 3$$

پس حاصل عبارت موردنظر را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$\alpha^3(4\beta^2 - 9) = (4\alpha + 3)(4\beta + 3) = 16\alpha\beta + 12(\alpha + \beta) + 9$$

از طرفی می‌دانیم $\alpha\beta = \alpha + \beta$ به ترتیب مجموع و حاصل ضرب جواب‌های

معادله $x^2 - x - 3 = 0$ و برابر ۱ و -۳ هستند. پس داریم:

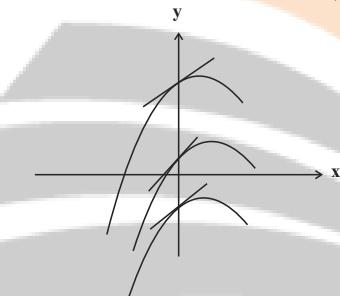
$$16\alpha\beta + 12(\alpha + \beta) + 9 = 16(-3) + 12(1) + 9 = -27$$

(حسابان - بیبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

(عادل مسین)

گزینه «۳»

نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ که ویژگی مورد نظر را داشته باشد، باید به صورت زیر باشد:



در تمام این سهمی‌ها $b \geq 0, a < 0$ است. پس در این سؤال داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 2k-1 < 0 \Rightarrow k < \frac{1}{2} \\ k^2-1 \geq 0 \Rightarrow k \leq -1 \text{ یا } k \geq 1 \end{array} \right\} \text{اشترک} \rightarrow k \leq -1$$

(حسابان - بیبر و معادله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

(جهانیش نیکنام)

گزینه «۲»

ابتدا t_B را می‌یابیم که برابر مدت زمانی است که B به تنهایی کار را تمام می‌کند. داریم:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

مدت زمان
کار همزمان

$$\Rightarrow \frac{1}{t_B} = \frac{1}{4} \Rightarrow t_B = 4 \text{ ساعت}$$

پس B کار را به تنهایی در ۴ ساعت تمام می‌کند، این یعنی در هر ساعت

$$\frac{1}{4} \text{ کار و در هر ۱۰ دقیقه } \frac{1}{24} \text{ کار را انجام می‌دهد. A نیز در هر ساعت}$$

$$\frac{1}{2} \text{ کار و در هر ۱۰ دقیقه } \frac{1}{12} \text{ کار را انجام می‌دهد.}$$

$$\text{حال اگر A و B هم کار کنند، در هر ساعت } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ کار و در هر ۱۰ دقیقه}$$

$$\frac{5}{8} \text{ کار را تمام می‌کنند، پس در ۵۰ دقیقه کار همزمان}$$

ریاضی پایه

گزینه «۴»

(سعید علم پور)

صفرهای تابع را α و β در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\beta = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \alpha\beta = 1$$

صفرهای تابع جواب‌های معادله $m^2x^2 + 3mx + 2m + 3 = 0$ هستند

$$\text{که در آنها } \alpha\beta = \frac{2m+3}{m^2} \text{ است.}$$

$$\Rightarrow m^2 = 2m + 3 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = (m-3)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow m = 3, m = -1$$

که به ازای $m = 3$ معادله $f(x) = 0$ جواب حقیقی ندارد، در نتیجه $m = -1$ قابل قبول است و به ازای آن ضابطه تابع f به صورت زیر است:

$$f(x) = x^2 - 3x + 1 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 1$$

$$= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

کمترین مقدار این تابع $\frac{5}{4}$ است.

(حسابان - بیبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

(ریاضی - معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

گزینه «۱»

کسر صورت معادله را تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x^3 - 2x^2 - x + 2 &= x^2(x-2) - (x-2) = (x^2-1)(x-2) \\ &= (x-1)(x+1)(x-2) \end{aligned}$$

پس معادله به صورت زیر خواهد داشت:

$$\frac{(x-2)(x-1)(x+1)}{x^2 - ax + b} = 0$$

جواب‌های این معادله از بین ریشه‌های صورت انتخاب می‌شود و اگر قرار باشد معادله فقط یک جواب داشته باشد، دو تا از ریشه‌های صورت باید ریشه‌های مخرج هم باشند، برای این کار سه حالت امکان پذیر است.

(الف) ریشه‌های مخرج $x_1 = 2$ و $x_2 = 1$ باشند:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 3 = a \\ x_1 x_2 = 2 = b \end{array} \right\} \Rightarrow ab = 6$$

(ب) ریشه‌های مخرج $x_1 = 2$ و $x_2 = -1$ باشند:

$$\left. \begin{array}{l} a = x_1 + x_2 = 1 \\ b = x_1 x_2 = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow ab = -2$$

(پ) ریشه‌های مخرج $x_1 = 1$ و $x_2 = -1$ باشند:

$$\left. \begin{array}{l} a = x_1 + x_2 = 0 \\ b = x_1 x_2 = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow ab = 0$$

پس بیشترین مقدار ab برابر ۶ است.

(حسابان - بیبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه «۴»

(اخشنده فاضلیان)

جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، پس داریم:

$$\Rightarrow x - \frac{ax+b}{x+2} = \frac{x^2 + (2-a)x - b}{x+2} \leq 0$$

مجموعه جواب‌های این نامعادله $(-\infty, c] \cup [a, b)$ است، این یعنی c و b ریشه‌های صورت و a ریشه مخرج است.

پس $a = -2$ است و با جایگذاری آن، معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{x^2 + 4x - b}{x+2} \leq 0$$

که $x = b$ ریشه صورت است:

$$b^2 + 4b - b = b^2 + 3b = 0 \Rightarrow b = 0 \text{ یا } b = -3$$

که چون $b > a$ است، $b = 0$ را قبول می‌کنیم. با جایگذاری آن، معادله به صورت $x^2 + 4x - 4 = 0$ خواهد شد که ریشه دیگر آن یعنی c برابر -4 می‌شود ($c = -4$). پس داریم:

$$\frac{2b - c}{a} = \frac{4}{-2} = -2$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۸۸ تا ۸۶)

(همید علیزاده)

۲۹- گزینه «۲»

یک نقطه به مختصات $(\alpha, \alpha-1)$ را روی خط $y = x-1$ در نظر می‌کیریم و فاصله این نقطه از خط $x-2y=6$ را برابر $\sqrt{5}$ قرار می‌دهیم:

$$h = \frac{|\alpha - 2(\alpha-1) - 6|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|\alpha + 4|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow |\alpha + 4| = 5 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + 4 = 5 \Rightarrow \alpha = 1 \\ \alpha + 4 = -5 \Rightarrow \alpha = -9 \end{cases}$$

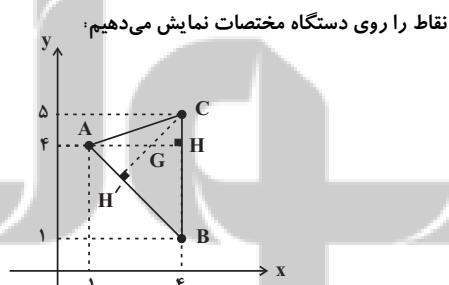
مقادیر به دست آمده برای α طول نقاط A و B هستند، پس مختصات این نقاط $A(-9, -10)$ و $B(1, 0)$ است. فاصله این دو نقطه از هم برابر است با:

$$AB = \sqrt{(1 - (-9))^2 + (0 - (-10))^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$$

(هساپان ۱- هبر و معادله؛ صفحه های ۲۹ و ۳۰)

(جهانیش نیکنام)

۳۰- گزینه «۴»



می‌دانیم که ارتفاع‌های هر مثلث همرستند، پس برای پیدا کردن نقطه همسری آنها کافی است نقطه تقاطع دو ارتفاع را پیدا کنیم.

در این مسئله طول نقاط B و C برابر است، پس ارتفاع وارد بر این ضلع (AH) روی خط افقی به معادله $y = 4$ است.

پس کافی است معادله ارتفاع CH' را به دست آوریم. معادله خط گذار از نقاط A و B به صورت $y = -x + 5$ است، پس شبیه خط شامل ارتفاع CH' برابر ۱ است و چون این خط از نقطه $C(4, 5)$ می‌گذرد، معادله آن $y_{CH'} = x + 1$ است.

حال از تقاطع دو خط $y = 4$ و $y = x + 1$ مختصات نقطه G به دست می‌آید:

$$\begin{cases} y = 4 \\ y = x + 1 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 4 \Rightarrow G(3, 4)$$

(هساپان ۱- هبر و معادله؛ مکمل تمرین ۱ صفحه ۳۵)

می‌شود، پس از خاموش شدن ماشین A ، باقیمانده کار را ماشین B باید تمام کند که این زمان باقیمانده برابر است با:

$$\frac{3}{8} = \frac{12}{8} = 1/5 \text{ ساعت} \quad \text{دقیقه ۹۰}$$

(هساپان ۱- هبر و معادله؛ صفحه های ۱۷ تا ۱۹)

(ویدیو امیرکیان)

۲۶- گزینه «۳»

با در نظر گرفتن $\frac{4}{x+3}$ و \sqrt{x} به عنوان پارامترهای جدید a و b ، معادله $\sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ به صورت زیر خواهد شد: و این تنها زمانی امکان‌پذیر است که $a = b > 0$ باشد.

$$\Rightarrow \frac{4}{x+3} = \sqrt{x} \Rightarrow x\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+4) = 0 \Rightarrow \sqrt{x}=1 \Rightarrow x=1$$

به ازای $x=1$ عبارتها تعریف شده هستند، پس این جواب قابل قبول است.

دقت کنید که معادله مشخص است که $x=0$ در معادله صدق می‌کند. همچنین از ظاهر معادله مشخص است که $x=0$ در نتیجه معادله ۲ جواب حقیقی دارد.

(هساپان ۱- هبر و معادله؛ صفحه های ۲۰ و ۲۱)

(عادل مسینی)

۲۷- گزینه «۱»

برای اینکه نامعادله برقرار باشد، در مرحله اول باید $x > 0$ باشد، زیرا $|u| < a$ فقط زمانی برقرار است که $a > 0$ باشد.

حال با توجه به عبارت $(-1, 0, 1)$ در دو بازه $[1, +\infty)$ نامعادله را حل می‌کنیم:

$$0 < x < 1: | -x + 1 + \frac{x}{2} - 1 | < \frac{1}{2} \Rightarrow | \frac{x}{2} | < \frac{x}{2}$$

$$x \geq 1: | x - 1 + \frac{x}{2} - 1 | < \frac{1}{2} \Rightarrow | \frac{3}{2}x - 2 | < \frac{1}{2}x$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}x < \frac{3}{2}x - 2 < \frac{1}{2}x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x - 2 > -\frac{1}{2}x \Rightarrow x > 1 \\ \frac{3}{2}x - 2 < \frac{1}{2}x \Rightarrow x < 2 \end{cases}$$

اشتراک جواب آخر با دامنه $1 \leq x$ ، همان بازه $(1, 2)$ می‌شود.

روش دوم: $x=1$ در نامعادله صدق نمی‌کند، پس بازه گزینه «۴» نادرست است.

$x=2$ نیز در معادله صدق نمی‌کنند، پس بازه های «۲» و «۳» نیز نادرست‌اند.

(هساپان ۱- هبر و معادله؛ صفحه ۲۵)

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۹۱ تا ۹۳)

(مهری ملارهانی)

۲۸- گزینه «۴»

ترجمه صورت سؤال این است که در مجموعه $(-\infty, c] \cup [a, b)$ نامساوی

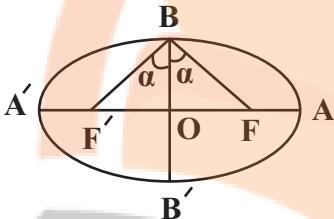
$$\frac{ax+b}{x+2} \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AA' = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{2} \\ BB' = 6 \Rightarrow b = 3 \\ a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \frac{81}{4} = 9 + c^2 \Rightarrow c^2 = \frac{81}{4} - 9 = \frac{45}{4} \\ \Rightarrow c = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow AA' = BB' = 2c = 3\sqrt{5} \end{cases}$$

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

(اميرحسين ابورمھوب)

گزینه «۱» - ۳۵



در مثلث قائم الزاویه OBF داریم:

$$BF^2 = OB^2 + OF^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} BF^2 = a^2$$

$$\Rightarrow BF = a$$

$$\Delta OBF : \sin \alpha = \frac{OF}{BF} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

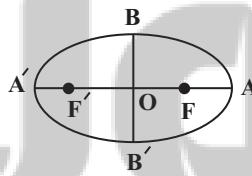
قطر کوچک بیضی یکی از دو محور تقارن بیضی است، پس $F\hat{B}F'$ است و در نتیجه داریم:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

(علی ایمانی)

گزینه «۴» - ۳۶



مطابق شکل اگر کانون F را در نظر بگیریم، رأس A نزدیکترین و رأس A' دورترین رأس بیضی نسبت به آن است.

$$\begin{cases} AF = OA - OF = a - c \\ A'F = OA' + OF = a + c \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned} AF^2 + A'F^2 &= 5OF \times OA \\ \Rightarrow (a - c)^2 + (a + c)^2 &= 5ca \\ \Rightarrow a^2 - 2ac + c^2 + a^2 + 2ac + c^2 &= 5ac \\ \Rightarrow 2c^2 - 5ac + 2a^2 &= 0 \\ \xrightarrow{+a^2} 2\left(\frac{c}{a}\right)^2 - 5\left(\frac{c}{a}\right) + 2 &= 0 \\ \Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 2 &= 9 \end{aligned}$$

(علی ایمانی)

هندسه ۳

گزینه «۴» - ۳۱

طول مرکز بیضی برابر با طول نقطه B' یعنی برابر (-1) و عرض آن برابر با عرض نقطه A یعنی برابر 1 است، بنابراین داریم:

$$a = OA = |4 - (-1)| = 5$$

$$b = OB' = |1 - (-2)| = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = 9 + c^2 \Rightarrow c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

فاصله کانونی $= 2c = 8$

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه های ۳۷ و ۳۸)

(اميرحسين ابورمھوب)

گزینه «۲» - ۳۲

$$2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

$$2c = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 25 + 16 = 41 \Rightarrow a = \sqrt{41} > 6$$

اگر F و F' کانون‌های بیضی باشند، آن‌گاه داریم:

$$MF + MF' = 12 = 2 \times 6 < 2\sqrt{41} \Rightarrow MF + MF' < 2a$$

بنابراین نقطه M درون بیضی قرار دارد.

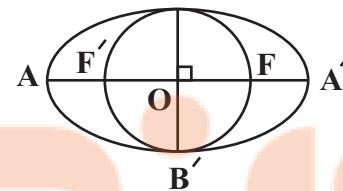
(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه های ۳۷ و ۳۸)

(امیرحسان خلاج)

گزینه «۱» - ۳۳

$$\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a^2 = 2c^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 2c^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = c^2 \Rightarrow b = c$$

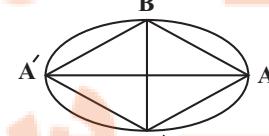


بنابراین مطابق شکل، دایره‌ای به مرکز O و به شعاع $OF = c$ در نقاط B و B' سر قطر کوچک بیضی بر بیضی مماس است.

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

(اخشنین فاضله خان)

گزینه «۱» - ۳۴

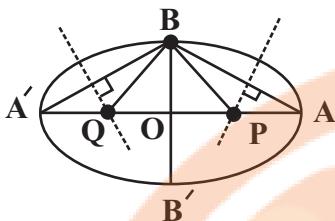
فرض کنید $BB' = 2k$ و $AA' = 3k$ باشد. در این صورت داریم:

$$S_{ABA'B'} = \frac{1}{2} AA' \times BB' \Rightarrow 27 = \frac{1}{2} \times 3k \times 2k$$

$$\Rightarrow 3k^2 = 27 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = 3$$

(مهندسی ملوندی)

گزینه «۲» -۳۹



طبق فرض در این بیضی $b = 4$ و $a = 5$ است. می‌دانیم عمودمنصف پاره خط BA ، مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از نقاط B و A به یک فاصله‌اند. با توجه به شکل و از آنجا که $\angle OA < \angle OB$ ، عمودمنصف پاره خط BA ، قطر $A'B'$ را در نقطه P نزدیک‌تر به نقطه A نسبت به A' قطع می‌کند. با فرض $OP = x$ داریم، $PA = PB = 5 - x$ و $OP = x$ داریم. خواهیم داشت:

$$PB^2 = OB^2 + OP^2 \Rightarrow (5-x)^2 = 4^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 25 - 10x + x^2 = 16 + x^2 \Rightarrow 10x = 9 \Rightarrow x = 0.9$$

مطابق شکل طول پاره خط PQ ، دو برابر طول پاره خط OP است، یعنی:

$$PQ = 2OP = 2 \times 0.9 = 1.8$$

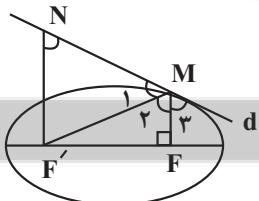
(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(سوکنند روشن)

گزینه «۳» -۴۰

$$FF' = |5 - (-1)| = 6$$

$$MF = |10 - 2| = 8$$



طبق فرض شکل M را به F' وصل می‌کنیم.

طبق خاصیت بازتابندگی بیضی، زوایایی که خطوط MF و MF' با خط (خط مماس بر بیضی در نقطه M) می‌سازند، برابر یکدیگر است، پس

$\widehat{M_1} = \widehat{M_3}$. از طرفی داریم:

$$MF \parallel NF', \text{ therefore } \widehat{M_3} = \widehat{N} \xrightarrow{\widehat{M_1} = \widehat{M_3}} \widehat{M_1} = \widehat{N}$$

$$\xrightarrow{\Delta MNF'} NF' = MF'$$

$$\Delta MFF': MF'^2 = MF^2 + FF'^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\Rightarrow MF' = 10 \Rightarrow NF' = 10$$

$$S_{NMFF'} = \frac{1}{2} FF'(MF + NF') = \frac{1}{2} \times 6(8 + 10) = 54$$

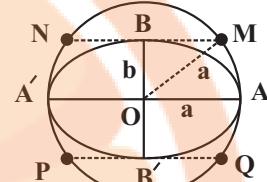
(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

$$\frac{c}{a} = \frac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} = 2 \\ \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(مهندسی ملوندی)

گزینه «۳» -۳۷



مطابق شکل، مماس‌های رسم شده از نقاط B و B' ، موازی قطر بزرگ بیضی هستند. یکی از نقاط برخورد مماس‌ها با دایره C . مثلاً نقطه M را در نظر بگیرید. M روی دایره C واقع است. پس

$$\frac{OM}{AA'} = \frac{a}{2} = a \Rightarrow OM = a$$

طرفی $OB = b$ ، در نتیجه طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OBM داریم:

$$BM^2 = OM^2 - OB^2 = a^2 - b^2 = c^2 \Rightarrow BM = c$$

با توجه به تقارن موجود در شکل، چهارضلعی $MNPQ$ مستطیل بوده و

$$MQ = 2OB = 2b \text{ و } MN = 2BM = 2c \text{ و } MQ = 2OB = 2b \text{ و } MN = 2BM = 2c$$

است و در نتیجه مساحت آن برابر $(2b) \times (2c) = 4bc$ خواهد بود. داریم:

$$2a = 18 \Rightarrow a = 9$$

$$2b = 14 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 81 - 49 = 32$$

$$\Rightarrow c = 4\sqrt{2}$$

$$S_{MNPQ} = 4bc = 4 \times 7 \times 4\sqrt{2} = 112\sqrt{2}$$

(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(اخشین خاصه‌خان)

گزینه «۲» -۳۸

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون آن، برابر طول قطر بزرگ بیضی است، بنابراین داریم:

$$\Delta MNF' \text{ isos.} \Rightarrow MN + MF' + NF' = 2a$$

$$= (MF + NF) + MF' + NF' = 2a + 2a = 4a$$

$$\Rightarrow 4a = 24 \Rightarrow a = 6$$

$$2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 36 = 9 + c^2 \Rightarrow c^2 = 27 \Rightarrow c = 3\sqrt{3}$$

در مثلث MNF' ، قاعده MN وتر کانونی بیضی به طول $\frac{2b^2}{a}$ و ارتفاع

وارد بر این قاعده، FF' فاصله کانونی بیضی به طول $2c$ است. پس داریم:

$$S_{MNF'} = \frac{1}{2} MN \times FF' = \frac{1}{2} \times \frac{2b^2}{a} \times 2c$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 3^2}{6} \times 2 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

$$A^{-1}B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3a & 3 \\ a & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 2$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه های ۲۳ و ۲۴)

(ممدر هیری)

گزینه «۲» - ۴۴

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{فرض کنید } Y = 2x + y \text{ و } X = x - 2y \text{ باشد. اگر}$$

باشد، آنگاه داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{5 \times 4 - 3(-4)} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

را از سمت چپ در دو طرف معادله ضرب می کنیم:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 32 \\ 64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = x - 2y = 1 \\ Y = 2x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x + y = 1$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه های ۲۳ تا ۲۴)

(اخشین فاضل‌خان)

گزینه «۴» - ۴۵

درایه های سطر اول ماتریس در ۱، درایه های سطر دوم ماتریس در ۲ و درایه های سطر سوم ماتریس در ۳ ضرب می شوند و به طور مشابه درایه های ستون های اول، دوم و سوم ماتریس به ترتیب در ۱، ۲ و ۳ ضرب می شوند.

$$|B| = (1 \times 2 \times 3) \times (1 \times 2 \times 3) |A| = 3! \times 3! |A| \quad \text{بنابراین داریم:}$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه ۱۳)

(امیر و خان)

گزینه «۴» - ۴۶

$$A = \begin{bmatrix} 3|A| & 2 \\ 5 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 3|A|^2 - 10$$

$$\Rightarrow 3|A|^2 - |A| - 10 = 0 \Rightarrow (3|A| + 5)(|A| - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = -\frac{5}{3} \\ |A| = 2 \end{cases}$$

(امیرحسین ایومی‌پور)

گزینه «۴» - ۴۱

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ 5 & -2 \\ -b & a+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a+10+2b & b-4-2a-2 \\ -a+15-4b & -b-6+4a+4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a+2b+10 & b-2a-6 \\ -a-4b+15 & 4a-b-2 \end{bmatrix}$$

چون ماتریس AB ، ماتریسی قطری است، پس درایه های خارج قطر اصلی آن برابر صفر هستند. داریم:

$$\begin{cases} b-2a-6=0 \\ -a-4b+15=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a+b=6 \\ a+4b=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \end{cases}$$

$$BA = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 5 & -2 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 & 18 \\ 7 & 4 & -18 \\ -4 & -8 & 8 \end{bmatrix}$$

 $\Rightarrow BA = 12$ مجموع درایه های

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه های ۱۲ تا ۱۹)

(علی ایمانی)

گزینه «۴» - ۴۲

اتحادهای جبری تنها زمانی برای ماتریس های A و B برقرار هستند که

این دو ماتریس تعویض بذیر باشد، بنابراین داریم:

$$BA = AB \Rightarrow \begin{bmatrix} a & c \\ d & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & c \\ d & b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2a+c & 3c \\ 2d+b & 3b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 2c \\ a+3d & c+3b \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+c=2a \Rightarrow c=0 \\ 3b=c+3b \Rightarrow c=0 \\ 3c=2c \Rightarrow c=0 \\ 2d+b=a+3d \Rightarrow a+d=b \end{cases}$$

تذکر: حالت $c=d=0$ ممکن است رخد دهد اما لزوماً برقرار نیست.

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها، مشابه تمرين ۱۰ صفحه ۱۲)

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۱» - ۴۳

$$A^{-1} = \frac{1}{1 \times 3 - 0 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x^2 + y^2 - kx + 2y = 0 \Rightarrow \text{مرکز}: O\left(\frac{k}{2}, -1\right)$$

$$y = -x \Rightarrow -1 = -\frac{k}{2} \Rightarrow k = 2$$

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \frac{1}{2}\times 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

(هنرسه ۳۰- آشناي با مقاطع مفروطى؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(علی ايمان)

گزینه «۳» - ۴۹

$$C_1: x^2 + y^2 - 4x - a = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق. ۰}: O_1(2,0) \\ \text{د. ۰}: R_1 = \sqrt{4+a} \end{cases}$$

$$C_2: (x+1)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق. ۰}: O_2(-1,0) \\ \text{د. ۰}: R_2 = 3 \end{cases}$$

$$d = O_1O_2 = \sqrt{(-1-2)^2 + (0-0)^2} = 3$$

شرط مماس داخل بودن دو دایره

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{4+a} - 3 = 3 \Rightarrow \sqrt{4+a} = 6 \Rightarrow 4+a = 36 \Rightarrow a = 32 \\ \sqrt{4+a} - 3 = -3 \Rightarrow \sqrt{4+a} = 0 \Rightarrow R_1 = 0 \end{cases}$$

(هنرسه ۳۰- آشناي با مقاطع مفروطى؛ صفحه ۳۲)

(سریر یقیاز ارباب تبریزی)

گزینه «۴» - ۵۰

چون دو دایره در نقاط C و D یکدیگر را قطع می‌کنند، پس پاره خط CD

وتر مشترک دو دایره است. داریم:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 12x = 0 \\ x^2 + y^2 + 16y - 36 = 0 \end{aligned} \quad \xrightarrow{\text{۰۵۱۷}} -12x - 16y + 36 = 0$$

بنابراین معادله وتر مشترک دو دایره را می‌توان به صورت ۳x + 4y - 9 = 0

نوشت. حال کافی است فاصله نقطه A را از این خط بدست آوریم. اگر این

فاصله را با d نمایش دهیم، داریم:

$$d = \frac{|3(1) + 4(-1) - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

(هنرسه ۳۰- آشناي با مقاطع مفروطى؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

$$|A| = -\frac{5}{3} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 5 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = -\frac{3}{5} \begin{bmatrix} -\frac{5}{3} & -2 \\ -5 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{6}{5} \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix}$$

(هنرسه ۳۰- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۲۴)

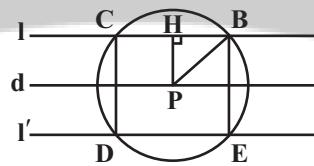
(اخشین فاضلابان)

گزینه «۱» - ۴۷

مجموعه نقاطی که از نقطه P به فاصله ۱ باشند، یک دایره به مرکز P و

شعاع ۱ و نقاطی که از خط d به فاصله $\frac{1}{2}$ باشند، دو خط موازی l و l' بهفاصله $\frac{1}{2}$ از آن می‌باشند. نقاط برخورد دو خط و دایره جواب مسئله است.

این نقاط یک مستطیل تشکیل می‌دهند و داریم:



$$\overset{\Delta}{PHB} : BH^2 = PB^2 - PH^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{3}$$

$$CD = 2PH = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$S_{BCDE} = BC \times CD = \sqrt{3}$$

(هنرسه ۳۰- آشناي با مقاطع مفروطى؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(پواره هاتم)

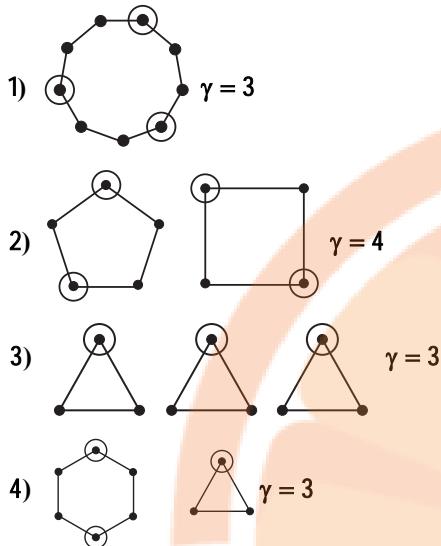
گزینه «۱» - ۴۸

می‌دانیم شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس بر دایره عمود است.

بنابراین مرکز دایره روی خطی که در مبدأ مختصات بر خط $y = x$ (نیمساز

ربع اول و سوم) عمود می‌شود، قرار دارد. از طرفی نیمساز ربع دوم و چهارم

خط $x = -y$ در مبدأ مختصات بر نیمساز ربع اول و سوم عمود است.بنابراین مرکز دایره روی خط $x = -y$ قرار دارد. داریم:



که همانطور که می‌بینیم در حالت (۲) عدد احاطه‌گری زوج است.

برای بررسی تعداد γ - مجموعه‌های متمایز در گراف C_5 باید دو رأس

$$\binom{5}{2} - 5 = 5$$

انتخابی مجاور نباشند. یعنی:

و در C_4 هر دو رأس انتخابی، مجموعه احاطه‌گر مینیمیم می‌باشند. یعنی:

$$\binom{4}{2} = 6$$

در نتیجه در حالت (۲) به تعداد $30 = 5 \times 6$ ، γ - مجموعه

متمایز وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵)

(امدرضا غلاچ)

«گزینه ۲» - ۵۵

مجموعه احاطه‌گر مینیمال، به مجموعه‌ای احاطه‌گر گفته می‌شود که با حذف هریک از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد.

موارد «الف» و «ب» احاطه‌گر مینیمال هستند ولی مورد «پ» با حذف رأس d ، مجموعه $\{k, h, e, a\}$ همچنان احاطه‌گر است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه ۳۶)

(مرتضی فیض‌علوی)

«گزینه ۲» - ۵۶

برای تشکیل مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم ۴ عضوی، رئوس d و e را انتخاب می‌کنیم و یک رأس از مجموعه رئوس $\{a, b\}$ و یک رأس از مجموعه رئوس $\{g, h\}$ نیز انتخاب می‌شوند.

(سوکنر روشن)

ریاضیات گسسته

- ۵۱ - گزینه ۳

هدف یافتن یک مجموعه احاطه‌گر برای این گراف است. به عبارتی هر رأس گراف یا در این مجموعه است و یا حداقل با یکی از رئوس گراف مجاور است.

با توجه به نمودار گراف، حداقل یکی از دو رأس d و h حتماً باید در مجموعه موردنظر باشد، بنابراین تنها مجموعه گزینه «۳» امکان‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵)

- ۵۲ - گزینه ۳

اگر در گرافی $r = 1$ باشد یعنی گراف حداقل یک رأس از درجه ۱ دارد. در نتیجه در این گراف همه رئوس از درجه ۱ p می‌باشند و گراف کامل مرتبه ۵ می‌باشد و درجه همه رئوس ۴ است و تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر آن $2^5 - 1 = 31$ است.

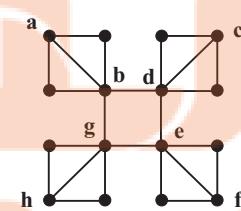
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵)

(مسن بهرام پور)

- ۵۳ - گزینه ۲

کافی است از هریک از جفت رأس‌های $\{a, b\}$ و $\{c, d\}$ و $\{e, f\}$ و $\{g, h\}$

یکی را انتخاب کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:



$$\binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 16$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

(سوکنر روشن)

- ۵۴ - گزینه ۱

گراف‌های ۲ - منتظم مرتبه ۹ به صورت‌های زیر می‌باشند که عدد احاطه‌گری هر کدام از آن‌ها نیز مشخص شده است.

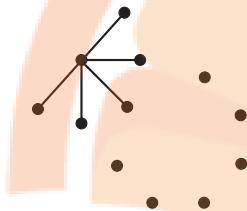
$$\begin{cases} m = 5 \\ n = 2 \end{cases}$$

$$m - n = 5 - 2 = 3$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۳ تا ۵۴)

(سوکندر (وشنی))

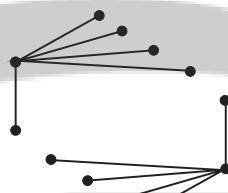
۶۰- گزینه «۲» در گراف مرتبه ۱۲ هنگامی که $\Delta = 5$ است. بنابراین رأسی با ۵ درجه دیگر مجاور است. بیشترین مقدار عدد احاطه گری زمانی است که رئوس دیگر به صورت منفرد باقی بمانند.



$$\gamma(G) = 7$$

و کمترین مقدار γ زمانی است که رئوس دیگر را به گونه ای متصل کنیم که $\gamma = 2$ شود:

$$\begin{aligned} \gamma &\geq \left\lceil \frac{12}{5+1} \right\rceil \\ &\Rightarrow \gamma \geq 2 \end{aligned}$$



در نتیجه مجموع حداقل و حداقل مقدار $\gamma(G)$ برابر $9 = 2 + 7$ است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۳ و ۵۴)

(همیدرخان امیری)

۶۱- گزینه «۳» اگر $a = 2$ و $b = 3$ باشد، آنگاه $ab = 6$ زوج است ولی $a+b = 5$ فرد می باشد. سایر موارد قضایای کلی هستند و همواره برقرارند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه های ۲ و ۳)

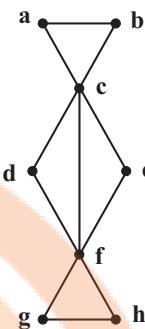
(فرهاد و غایبی)

۶۲- گزینه «۴» اگر حاصل کسر $\frac{x^2+x-3}{x+1}$ عددی صحیح شود، آنگاه $x+1 | x^2+x-3$ و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} x+1 | x^2+x-3 &\quad \text{عددی صحیح شود, آنگاه} \\ x+1 | x(x+1) &\quad \text{و در نتیجه داریم:} \\ \Rightarrow \begin{cases} x+1=1 \\ x+1=-1 \\ x+1=3 \\ x+1=-3 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \\ x=2 \\ x=-4 \end{cases} \end{aligned}$$

از بین مقادیر به دست آمده، فقط $x = 2$ مقداری طبیعی است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه های ۹ تا ۱۲)



در نتیجه خواهیم داشت:

$$\binom{2}{2} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 4$$

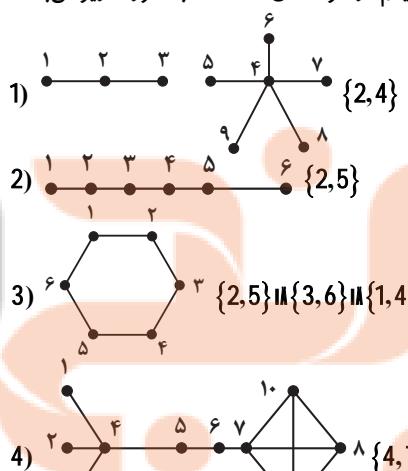
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۴ تا ۵۷)

(فرزانه کاپاشه)

۵۷- گزینه «۴» $N_G(a)$ مجموعه همسایگی باز رأس a و فاقد خود رأس a است. اگر یال $a \in N_G(b)$ در گراف G وجود داشته باشد، آنگاه $a \neq b$ ولی $N_G(a) \neq N_G(b)$. با توجه به اینکه برای هر دو رأس دلخواه a و b در گراف G ، رابطه $N_G(a) = N_G(b)$ برقرار است، پس این گراف هیچ یالی ندارد و مجموعه همسایگی باز تمام رأس های آن تهی است. بنابراین در گراف G هر رأس تنها قادر به احاطه همان رأس است و در نتیجه $\gamma(G) = 6$. (ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۳۶ و ۴۳)

(مرتضی فویه علوی)

مجموعه های احاطه گر مینیمم در گراف های داده شده به صورت زیر می باشد.



بنابراین در گزینه های «۱» و «۲» و «۴» مجموعه های احاطه گر مینیمم یکتائی ۲ عضوی داریم.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۳ تا ۵۷)

(بیتا سعیدی)

۵۹- گزینه «۴» P_{13} برابر 5 و عدد احاطه گری گراف P_{13} برابر 2 است.

$$\bar{C}_{13} = 2$$

$$\begin{aligned} 42a + 5b = 0 &\Rightarrow 5b = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = 6 \end{cases} \\ 42a + 5b = 0 &\Rightarrow b - 5 + a - 2 + 4 = 0 \Rightarrow a + b = 3 \\ \Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a + b = 14 \end{cases} & \\ b = 2 &\xrightarrow{a+b=3} a = 1 \Rightarrow a \times b = 2 \\ b = 6 &\xrightarrow{a+b=14} a = 8 \Rightarrow a \times b = 48 \\ \text{بنابراین بزرگ‌ترین مقدار } a \times b &= 48 \text{ است.} \end{aligned}$$

(ریاضیات کسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

-۶۸ (علی ایمان)

«گزینه ۴»

این گراف شامل دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است، ولی دوری به طول ۸ ندارد. به عنوان مثال داریم:

$v_1v_2v_3v_4v_5v_1$: دور به طول ۵
 $v_1v_5v_6v_7v_8v_9v_1$: دور به طول ۶
 $v_1v_2v_3v_8v_7v_6v_5v_1$: دور به طول ۷
 $v_1v_2v_3v_4v_5v_6v_7v_8v_9v_1$: دور به طول ۹

(ریاضیات کسسته - گراف و مدل سازی؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۳۶)

-۶۹ (امیرضا خلاج)

«گزینه ۱»

اگر a یکی از رئوس گراف G باشد، آن‌گاه $N_G[a]$ مجموعه همسایگی بسته رأس a و شامل رأس a و تمام رأس‌های مجاور با a در گراف G است. اگر $[y] = N_G[x]$ باشد، آن‌گاه حتماً y در گراف G وجود دارد و چون این فرض برای هر دو رأس دلخواه از گراف G برقرار است، پس گراف G ، یک گراف کامل است. در این گراف داریم:

$$\begin{aligned} p+q=21 &\Rightarrow p+\frac{p(p-1)}{2}=21 \Rightarrow \frac{p^2+p}{2}=21 \\ &\Rightarrow p(p+1)=42 \xrightarrow{p>0} p=6 \end{aligned}$$

در گراف K_6 ، درجه همه رأس‌ها برابر ۵ است، پس $\Delta(G) = 5$ می‌باشد.

(ریاضیات کسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

-۷۰ (نیلوفر محمدی)

«گزینه ۱»

با توجه به اینکه $480 = 2^5 \times 3 \times 5$ است، پس تنها حالت ممکن برای درجات رئوس گراف G به صورت $2, 2, 3, 4, 4, 5$ وجود ندارد چون تعداد رئوس فرد گراف همواره عددی زوج است). بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} 2q &= 5+4+3+2+2+2=18 \Rightarrow q=9 \\ q(G)+q(\bar{G}) &= \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 9+q(\bar{G})=\frac{6\times 5}{2} \\ \Rightarrow q(\bar{G}) &= 6 \end{aligned}$$

(ریاضیات کسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

-۶۳ «گزینه ۳» (علی سعیدی‌زاد)

$$a = 21q + \frac{7}{3}q$$

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq \frac{7}{3}q < 21 \Rightarrow 0 \leq q < 9$$

چون باقی‌مانده عددی صحیح و نامنفی است، پس $\max(q) = 6$ می‌باشد و داریم:

$$\max(a) = 21 \times 6 + \frac{7}{3} \times 6 = 126 + 14 = 140$$

(ریاضیات کسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

-۶۴ «گزینه ۴» (امیرحسین ابومصوب)

$$\left\{ \begin{array}{l} 3a = 7 \xrightarrow{\times 5} 15a = 35 \\ 5a = 2b \xrightarrow{\times 3} 15a = 6b \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} 6b = 35 \Rightarrow 6b = 24 \xrightarrow{+6} b = 4 \\ (6, 11) = 1 \end{array}$$

(ریاضیات کسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

-۶۵ «گزینه ۱» (مرتضی فیض‌علوی)

$$1391 \xrightarrow{1-9+3-1} 11-6 \equiv 5$$

پس کافی است همنهشتی ۲۰۱۲ را در پیمانه ۱۱ محاسبه کنیم. داریم:

$$\left. \begin{array}{c} 5^{211} \equiv 25 \equiv 3 \\ 5^3 \equiv 125 \equiv 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\times} 5^{11} \equiv 12 \equiv 1 \xrightarrow{2 \cdot 12} 5^{10} \equiv 1$$

$$2010 \xrightarrow{1-9+3-1} 5^{11} \xrightarrow{\times 5^2} 5^{2012} \equiv 25 \equiv 3$$

بنابراین $3+a$ باید مضرب ۱۱ باشد و در نتیجه کوچک‌ترین عدد طبیعی a برابر است با $8 = 11-3$.

(ریاضیات کسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

-۶۶ «گزینه ۴» (علی ایمانی)

فرض کنید تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی به ترتیب برابر x و y باشد. در این صورت داریم:

$$200x + 500y = 13000 \Rightarrow 2x + 5y = 130$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 130 \Rightarrow y \equiv 0 \Rightarrow y = 2k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x + 5(2k) = 130 \Rightarrow 2x = -10k + 130 \Rightarrow x = -5k + 65$$

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \Rightarrow -5k + 65 > 0 \Rightarrow k < 13 \\ y > 0 \Rightarrow 2k > 0 \Rightarrow k > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \leq k \leq 12$$

بنابراین در صورتی که بخواهیم از هر دو مدل اسکناس استفاده کنیم، به طریق می‌توان این کار را انجام داد.

(ریاضیات کسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۳۹)

-۶۷ «گزینه ۴» (اخشنده‌خان)

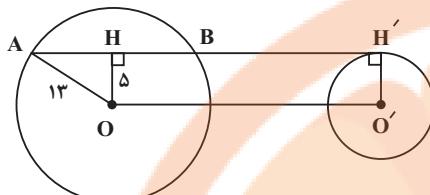
عددی مضرب ۴۴ است، که مضرب ۴ و ۱۱ باشد.



(فناهه اتفاقی)

گزینه «۴» - ۷۴

مطابق شکل چهارضلعی $OHH'OH'$ مستطیل است، پس $OH = R' = 5$ و در نتیجه در مثلث OAH داریم:

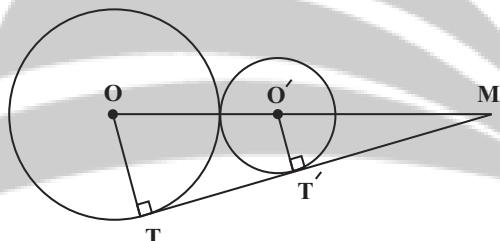


$$\begin{aligned} AH^2 &= OA^2 - OH^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow AH = 12 \\ \Rightarrow AB &= 2 \times 12 = 24 \Rightarrow OO' = AB = 24 \\ \text{طول مماس مشترک خارجی} &= \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \\ &= \sqrt{24^2 - (13 - 5)^2} = \sqrt{576 - 64} \\ &= \sqrt{512} = \sqrt{256 \times 2} = 16\sqrt{2} \end{aligned}$$

(هندسه ۳ - دایره: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(مبوبه بغاری)

گزینه «۲» - ۷۵



طول مماس مشترک خارجی این دو دایره برابر است با:

$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{9 \times 4} = 12$$

مطابق شکل دو پاره خط OT و $O'T'$ موازی یکدیگرند، پس طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث MOT داریم:

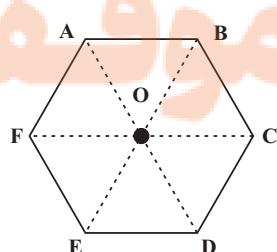
$$\begin{aligned} O'T' \parallel OT &\Rightarrow \frac{MT'}{MT} = \frac{O'T'}{OT} \Rightarrow \frac{MT - 12}{MT} = \frac{4}{9} \\ \Rightarrow 9MT - 108 &= 4MT \Rightarrow 5MT = 108 \\ \Rightarrow MT &= \frac{108}{5} = 21.6 \end{aligned}$$

(هندسه ۳ - دایره: صفحه‌های ۲۰ و ۲۳)

(شایان عباپن)

گزینه «۱» - ۷۶

شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ مطابق شکل از شش مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است.



(فناهه اتفاقی)

هندسه ۲

گزینه «۳» - ۷۱

$$\triangle ABC : AC = BC \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{A} = 20^\circ$$

$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 40^\circ$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{BC}}{2} = 20^\circ = \frac{\widehat{BD} - 40^\circ}{2} \Rightarrow \widehat{BD} = 80^\circ$$

$$\widehat{DBC} = \widehat{BD} + \widehat{BC} = 80^\circ + 40^\circ = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{DC} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

$$\widehat{DBC} = \frac{\widehat{DC}}{2} = \frac{240^\circ}{2} = 120^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

(مبوبه بغاری)

گزینه «۱» - ۷۲

مطابق شکل فرض کنید $DM = 7\text{CM}$ باشد. در این صورت طبق روابط طولی برای دو وتر متقاطع درون دایره داریم:

$$AM \times BM = CM \times DM \Rightarrow 2CM \times BM = CM \times 7\text{CM}$$

$$\Rightarrow BM = \frac{7}{2}\text{CM} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{2} AM = \frac{7}{4} AM$$

$$AB = 11 \Rightarrow AM + BM = 11 \Rightarrow AM + \frac{7}{4} AM = 11$$

$$\Rightarrow \frac{11}{4} AM = 11 \Rightarrow AM = 4 \Rightarrow BM = \frac{7}{4} \times 4 = 7$$

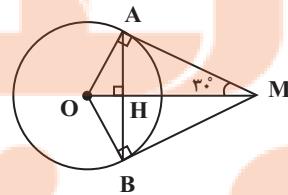
$$BM - AM = 7 - 4 = 3$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه ۱۸)

(فرزانه فکاپاش)

گزینه «۱» - ۷۳

پاره خط OM نیمساز زاویه بین دو مماس است، پس $\widehat{OMA} = 30^\circ$.



می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه 30° ، طول ضلع روبرو به این زاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:

$$\triangle OMA : OA = \frac{1}{2} OM = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه OAM داریم:

$$OA^2 = OH \times OM \Rightarrow 3^2 = OH \times 6 \Rightarrow OH = \frac{9}{6} = 1.5$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)



$$\Rightarrow \widehat{AB} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\widehat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \quad (\text{زاویه محاطی})$$

(هنرمه ۲ - دایره: صفحه ۲۷)

(امیرحسین ابوالمحبوب)

گزینه ۴

اگر r_a ، r_b و r_c شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی و h_a ، h_b و h_c طول ارتفاع‌های یک مثلث باشند که شعاع دایره محاطی داخلی آن است، آن‌گاه روابط زیر همواره برقرار است:

$$\begin{cases} \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \\ \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \end{cases}$$

بنابراین با فرض مجھول بودن h_c داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{12} + \frac{1}{5} + \frac{1}{h_c}$$

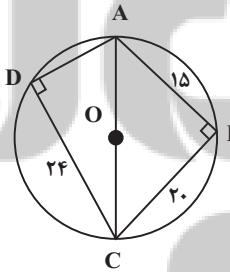
$$\Rightarrow \frac{10+3+2}{30} = \frac{5+12}{60} + \frac{1}{h_c} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{17}{60} = \frac{13}{60} \Rightarrow h_c = \frac{60}{13}$$

(هنرمه ۲ - دایره: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

(امیرحسین ابوالمحبوب)

گزینه ۲

با توجه به اینکه عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی $ABCD$ همسر هستند، پس این چهارضلعی محاطی است و چون مرکز دایره محاطی چهارضلعی (نقطه همرسی عمودمنصف‌ها) روی قطر AC قرار دارد، پس AC قطر دایره محاطی نیز هست و در نتیجه زوایای B و D قائمه هستند.



بنابراین داریم:

$$\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 = 225 + 400 = 625 \Rightarrow AC = 25$$

$$\triangle ADC: AC^2 = AD^2 + CD^2 \Rightarrow 625 = AD^2 + 576$$

$$\Rightarrow AD^2 = 49 \Rightarrow AD = 7$$

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = \frac{15 \times 20}{2} + \frac{7 \times 24}{2}$$

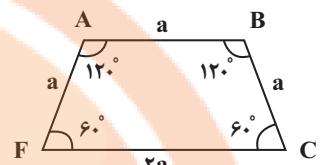
$$= 150 + 84 = 234$$

(هنرمه ۲ - دایره: صفحه ۲۷)

فرض کنید این شش ضلعی را در راستای قطر CF به دو چهارضلعی تقسیمکنیم و چهارضلعی $ABCF$ را در نظر بگیریم، در این چهارضلعی داریم:

$$\widehat{A} + \widehat{C} = \widehat{B} + \widehat{F} = 180^\circ \Rightarrow$$

محیطی نیست

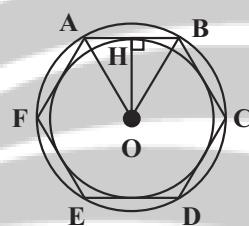


(هنرمه ۲ - دایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(امیرحسین ابوالمحبوب)

گزینه ۲

طبق شکل مرکز دو دایره محیطی و محاطی این شش ضلعی منتظم برهم

منطبق است. از نقطه O به دو رأس A و B از این شش ضلعی وصلمی‌کنیم تا مثلث متساوی‌الاضلاع OAB حاصل شود.

در این صورت داریم:

$$\text{شعاع دایره محیطی} = OA = AB = 6$$

$$\text{شعاع دایره محاطی} = OH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

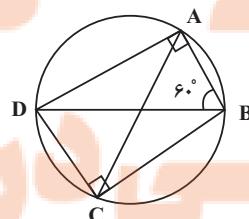
$$\text{مساحت ناحیه بین دو دایره} = \pi \times OA^2 - \pi \times OH^2$$

$$= \pi(OA^2 - OH^2) = \pi(36 - 27) = 9\pi$$

(هنرمه ۲ - دایره: صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

(محمد شمیری)

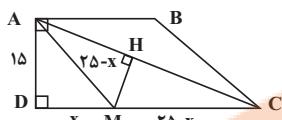
گزینه ۱

زاویه‌های رویه رو در چهارضلعی $ABCD$ مکمل یکدیگرند، پس اینچهارضلعی محاطی و BD قطر دایره است.اگر دایره محاطی چهارضلعی $ABCD$ را رسم کنیم، آن‌گاه داریم:

$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 60^\circ$$

(هوارد هاتمن)

گزینه «۲» - ۸۳



نقطه M روی عمود منصف قطر AC قرار دارد، بنابراین فاصله آن از نقاط A و C برابر است. اگر $MD = x$ فرض شود، آنگاه $MA = MC = 25 - x$ است و در نتیجه داریم:

$$\triangle ADM : AM^2 = AD^2 + MD^2$$

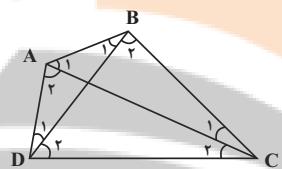
$$\Rightarrow (25 - x)^2 = 15^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 625 - 50x + x^2 = 225 + x^2 \Rightarrow 50x = 400 \Rightarrow x = 8$$

(هنرسه - ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(ممدر خندهان)

گزینه «۲» - ۸۴



مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases} \triangle ABC : BC > AB \Rightarrow \hat{A}_1 > \hat{C}_1 \\ \triangle ADC : DC > AD \Rightarrow \hat{A}_2 > \hat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{A} > \hat{C} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \triangle ABD : AD > AB \Rightarrow \hat{B}_1 > \hat{D}_1 \\ \triangle BCD : DC > BC \Rightarrow \hat{B}_2 > \hat{D}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{B} > \hat{D} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} > \hat{C} + \hat{D} \Rightarrow 2(\hat{A} + \hat{B}) > \underbrace{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D}}_{360^\circ}$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} > 180^\circ$$

بنابراین نامساوی گزینه «۲» همواره درست است.

نامساوی گزینه «۱» بسته به شرایط می‌تواند درست یا نادرست باشد و $CD = 7$ ، $BC = 6$ ، $AB = 3$ ، $AD = 5$ مثال نقضی برای گزینه‌های «۳» و «۴» است.

(هنرسه - ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(امیرحسین ابومهیوب)

گزینه «۴» - ۸۵

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABD}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{ACE}}{S_{ABD}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{S_{ACE}}{S_{ACE}} = \frac{1}{2} \times EH \times AC \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times DK \times AB = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{EH}{DK} \times 2 = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{EH}{DK} = \frac{3}{4}$$

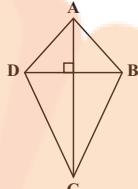
(هنرسه - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

هندسه ۱ (اختیاری)

گزینه «۲» - ۸۱

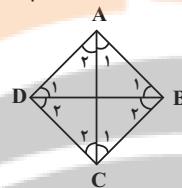
(امیرحسین ابومهیوب)

(الف) نادرست است، چون اگر در یک چهارضلعی قطرها بر هم عمود باشند، آن چهارضلعی لزوماً لوزی نیست، مانند چهارضلعی $ABCD$ در شکل زیر:



(ب) نادرست است، چون اگر در یک چهارضلعی قطرها منصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است و لزوماً لوزی نخواهد بود.

(پ) درست است. فرض کنید در چهارضلعی $ABCD$ مطابق شکل زیر، قطرها نیمساز زوایا باشند. در این صورت داریم:



$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AC = AC \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{(زضن)}} \triangle ABC \cong \triangle ADC \Rightarrow \begin{cases} AB = AD \\ BC = CD \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ BD = BD \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{(زضن)}} \triangle ABD \cong \triangle CBD \Rightarrow \begin{cases} AB = BC \\ AD = CD \end{cases}$$

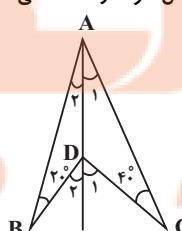
بنابراین $AB = BC = CD = AD$ ، یعنی چهارضلعی $ABCD$ لوزی است.

(هنرسه - ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه ۳۵)

(کیوان (دارابی))

گزینه «۱» - ۸۲

مطابق شکل از A به D وصل کرده و امتداد می‌دهیم.



$$\triangle ADB : \hat{D}_2 \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{A}_1 + \hat{B} \quad (1)$$

$$\triangle ADC : \hat{D}_1 \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = (\hat{A}_1 + \hat{A}_2) + \hat{B} + \hat{C}$$

$$\Rightarrow 5\alpha = \alpha + 40^\circ + 20^\circ$$

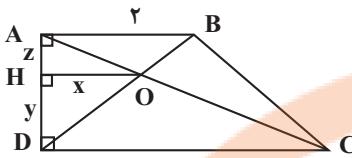
$$\Rightarrow 4\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

(هنرسه - ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه ۲۱)



(علی ایمان)

گزینه «۳» - ۸۹



مطابق شکل اگر فاصله نقطه تلاقی قطرها از ساق قائم را با x و اندازه قطعات ایجاد شده روی این ساق را با y و z نمایش دهیم، داریم:

$$\Delta DAB : HO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{HO}{AB} = \frac{DH}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{y+z}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{x}{2-x} = \frac{y}{z} \quad (1)$$

$$\Delta ADC : HO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{HO}{DC} = \frac{AH}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{z}{y+z}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{x}{5-x} = \frac{z}{y} \Rightarrow \frac{5-x}{x} = \frac{y}{z} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{x}{2-x} = \frac{5-x}{x} \Rightarrow x^2 = 10 - 7x + x^2$$

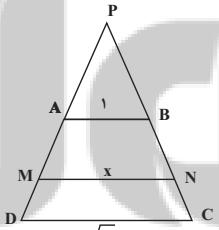
$$\Rightarrow 7x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{7}$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۶)

(امیر مالمیر)

گزینه «۱» - ۹۰

ساق‌های ذوزنقه را از سمت نقاط A و B ادامه می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه P قطع کنند.



اگر $S_{PAB} = S'$ و $S_{ABNM} = S_{MNCD} = S$ باشد، آنگاه طبق قضیه اساسی تشابه، مثلث PCD و PMN ، PAB دو به دو متشابه هستند و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{PAB}}{S_{PCD}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'}{S'} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S' + 2S = 3S' \Rightarrow S = S' \quad (1)$$

$$\frac{S_{PAB}}{S_{PMN}} = \left(\frac{AB}{MN}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'}{S' + S} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = 2 \xrightarrow{x > 0} x = \sqrt{2}$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۶)

گزینه «۲» - ۸۶

(امیرحسین ابومصوب)

مثلثی به طول اضلاع 6 , 12 , $6\sqrt{3}$ ، مثلث قائم‌الزاویه است، چون اضلاع آن در قضیه فیثاغورس صدق می‌کند.

$$6^2 + (6\sqrt{3})^2 = 36 + 108 = 144 = 12^2$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

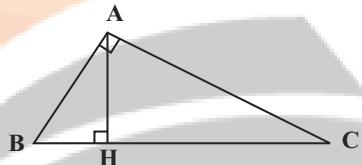
مساحت مثلث دوم در صورتی بیشترین مقدار ممکن را دارد که ضلع به طول $2\sqrt{3}$ متناظر با کوچک‌ترین ضلع مثلث اول باشد. در این صورت داریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{6}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{18\sqrt{3}} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_2 = 6\sqrt{3}$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

گزینه «۳» - ۸۷

(ممدر فندران)

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow (2BH)^2 = BH \times CH$$

$$\Rightarrow 4BH^2 = BH \times CH \Rightarrow CH = 4BH$$

$$\Rightarrow BC = 5BH$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = \frac{1}{5} BC \times BC \Rightarrow BC^2 = 5AB^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{5}AB$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

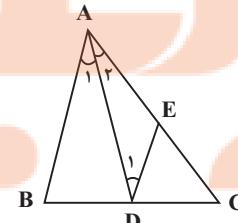
گزینه «۱» - ۸۸

(امیرحسین ابومصوب)

با توجه به شکل داریم:

$$AB \parallel DE, AD \text{ مورب} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{A}_2 = \hat{D}_1$$

$$\hat{A}_2 = \hat{D}_1 \Rightarrow \Delta ADE \text{ متساوی الساقین است} \Rightarrow AE = DE \quad (1)$$



$$\Delta CAB : DE \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{AE}{AB} = \frac{CE}{AC} \Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{AC}{AB}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{CE}{AC} = \frac{AC}{AC + AB} \Rightarrow \frac{CE}{25} = \frac{25}{45}$$

$$\Rightarrow CE = \frac{25 \times 25}{45} = \frac{125}{9}$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)



با توجه به این که سه ذره بین نقطه‌های A و B در مکان $x = -A$ واقع‌اند.

$$\frac{5\lambda}{2} < d < \frac{7\lambda}{2} \text{ باشد. بنابراین با}$$

محاسبه λ داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v=20\text{m/s}}{f=200\text{Hz}} \Rightarrow \lambda = \frac{20}{200} = 0.1\text{m} \Rightarrow \lambda = 10\text{cm}$$

$$\frac{5 \times 10}{2} < d < \frac{7 \times 10}{2} \Rightarrow 25\text{cm} < d < 35\text{cm}$$

می‌بینیم، فاصله بین دو نقطه A و B باید بین 25cm تا 35cm باشد، که

گزینه «۳» درست است.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(مینم) (شتابان)

«۱» ۹۴ گزینه «۱»

$$\frac{2\lambda_A}{2} = \frac{3\lambda_B}{4} \Rightarrow \lambda_A = \frac{3}{4}\lambda_B \quad \text{با توجه به شکل، می‌توان نوشت:}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda \propto \frac{1}{f} \Rightarrow f_A = \frac{4}{3}f_B$$

بیشینه انرژی جنبشی ذرات محیط، همان انرژی مکانیکی است که بر اساس

$$\text{رابطه } E = 2\pi^2 m f^2 A^2 \text{ به دست می‌آید و می‌توان نوشت:}$$

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{f_B}{f_A} \right)^2 \times \left(\frac{A_B}{A_A} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = 2 \times \left(\frac{3}{4} \right)^2 \times (2)^2 = 2 \times \frac{9}{16} \times 4 = \frac{9}{2}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(عبدالرضا امینی نسبت)

«۳» ۹۵ گزینه «۳»

ابتدا با توجه شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را محاسبه می‌کنیم.

داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 10\text{cm} \Rightarrow \lambda = 20\text{cm}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 20 = 10 \times T \Rightarrow T = 2\text{s}$$

(فسرو ارغوانی فردر)

فیزیک ۳

«۲» ۹۱ گزینه «۲»

با توجه به اینکه فاصله هر دو قله متواالی برابر با λ است، پس می‌توان نوشت:

$$2\lambda = 80 \Rightarrow \lambda = 40\text{cm} = 0.4\text{m}$$

نتیجه نوسان‌ساز در هر ۰.۶ ثانیه ۱۵ نوسان انجام می‌دهد، پس:

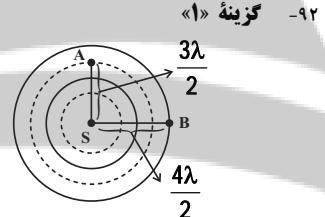
$$f = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \text{ Hz}$$

$$v = \lambda f = 0.4 \times \frac{1}{4} = 0.1 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(علی نظری)

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{As^2 + Bs^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{3\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{4\lambda}{2}\right)^2} \end{aligned}$$



$$\Rightarrow AB = \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow AB \propto \lambda \Rightarrow \text{برابر می‌شود}$$

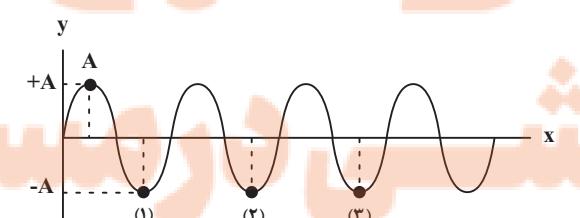
(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(محمدی کیانی)

«۳» ۹۳ گزینه «۳» مطابق شکل زیر، وقتی ذره A در دامنه مثبت (x = +A) قرار دارد، تمام

ذره‌هایی که فاصله آن‌ها از ذره A مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ باشد، در مکان

x = -A قرار دارد.





$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} = \frac{\mu}{A} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\Rightarrow 250 = \sqrt{\frac{225}{\rho \times 0.4 \times 10^{-6}}} \Rightarrow \rho = 9000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

(پورا علاوه‌مند)

گزینه «۴»

- ۹۸

به این دلیل غلط است چون کف دست باید میدان مغناطیسی و چهار انگشت میدان الکتریکی را نشان دهد.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

(بعنام رسمی)

گزینه «۴»

- ۹۹

با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی و امواج رادیویی، در بین امواج ELF، AM و FM، پیشترین بسامد مربوط به موج ELF و پیشترین طول موج مربوط به موج ELF است.

$$f_{(\text{FM})} > f_{(\text{AM})} > f_{(\text{ELF})}$$

$$\lambda_{(\text{FM})} < \lambda_{(\text{AM})} < \lambda_{(\text{ELF})}$$

بنابراین باند AM نسبت به باند FM، بسامد کمتر و نسبت به باند ELF طول موج کمتری دارد.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

(باک اسلامی)

گزینه «۲»

- ۱۰۰

امواج اولیه از نوع امواج طولی هستند و تندي آنها نسبت به امواج ثانویه که از نوع امواج عرضی هستند، پیشتر است. فاصله محل وقوع زمین‌لرزه تا

لرزه‌گار برابر است با:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_s} - \frac{\Delta x}{v_p} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_s v_p}{v_p - v_s} \Delta t$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

آنگاه داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

چون $1s$ معادل با $\frac{T}{2}$ است، با توجه به جهت انتشار موج، نتیجه می‌شود کهدر این مدت ذره M از موضع تعادل به مکان $y = +2\text{cm}$ رفته و سپس ازمکان $y = +2\text{cm}$ به موضع تعادل ($y = 0$) می‌رسد.

از طرفی می‌دانیم تندي نوسان ذرات در موضع تعادل بیشینه است. داریم:

$$v_{\text{max}} = A\omega \quad \frac{A=0.02\text{m}}{\omega=\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \rightarrow v_{\text{max}} = 0.02\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

گزینه «۳»

(میثم (شبان))

با اتصال یک طناب مشابه به طناب قبلی، طول طناب ۲ برابر گشته و جرم آن نیز ۲ برابر خواهد شد. پس چون نیروی کشن نیز مشابه حالت قبل است

پس بر اساس رابطه $\frac{F}{\mu} = v$ ، تندي انتشار تپ موج عرضی در طناب ثابت می‌ماند.

از طرفی طبق رابطه $v = \Delta x / \Delta t$ ، با ثابت ماندن v و دو برابر شدن Δx (به

دلیل دو برابر شدن طول طناب) زمان لازم برای طی کردن کل طول طناب نیز

دو برابر خواهد شد.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

گزینه «۲»

(باک اسلامی)

ابتدا تندي انتشار موج در این سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \lambda f \quad \frac{\lambda=40\text{cm}=0.4\text{m}}{f=625\text{Hz}} \rightarrow v = 0.4 \times 625 = 250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال با استفاده از رابطه تندي امواج عرضی در یک سیم کشیده شده، می‌توان

نوشت:



$$\Rightarrow d = \frac{1}{2}a(t_1 + t_2)^2 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (1) &\Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{t_1^2}{(t_1 + t_2)^2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \Rightarrow t_1 + t_2 = 3t_1 \\ (2) &\Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{t_1^2}{(t_1 + t_2)^2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \Rightarrow t_1 + t_2 = 3t_1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow t_2 = 2t_1 \xrightarrow{t_2=2s} t_1 = 1s$$

$$\Delta x_{کل} = \frac{1}{2}(4)(1+2)^2 = 18m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۳۱)

(مفهومه علیزاده)

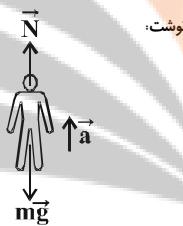
«گزینه ۳» - ۱۰۴

هر حرکتی که از حال سکون شروع شود، بردار شتاب با بردار سرعت جسم هم جهت است.

لذا جهت شتاب وارد بر شخص در جهت سرعت آن و به سمت بالا خواهد بود و می‌توان

$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a)$$

$$= 50(10 + 2) = 600N$$



(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت (ایله‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

(اصسان کرمی)

«گزینه ۴» - ۱۰۵

با استفاده از رابطه نیروی فتر داریم:

$$F = k(\ell - \ell_0) \Rightarrow \Delta F = k(\ell_2 - \ell_1)$$

$$\Rightarrow (m_2 - m_1)g = k(\ell_2 - \ell_1)$$

$$\Rightarrow (5/7 - 5/5) \times 10 = k(204 - 200) \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 2 = 4 \times 10^{-2}k \Rightarrow k = 50 \frac{N}{m}$$

برای طول اولیه فتر داریم:

$$F = k(\ell - \ell_0) \Rightarrow 5/5 \times 10 = 50(2 - \ell_0) \Rightarrow \ell_0 = 0.9m$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت (ایله‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

(ممدر اسری)

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{13 - (-5)}{5 - 2} = 6 \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v=6 \frac{m}{s}, t=4s} x - x_0 = 6 \times 4 = 24m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۳۱)

«گزینه ۳» - ۱۰۱

(غلامرضا مهن)

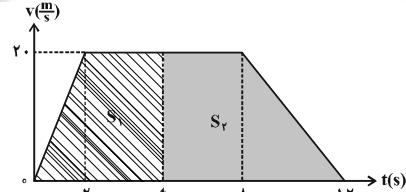
اگر t_1 مدت زمان لازم برای پیمودن نیمة اول مسیر و t_2 مدت زمان لازم برای پیمودن

نیمه دیگر مسیر باشد، داریم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{(t_1 + t_1 - 2) \times 20}{2} = \frac{(12 - t_1 + 8 - t_1) \times 20}{2}$$

$$\Rightarrow t_1 = 5/5s$$

$$t_2 = 12 - 5/5 = 6/5s \Rightarrow t_2 - t_1 = 6/5 - 5/5 = 1s$$



(فیزیک ۳ - حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۳۱)

«گزینه ۴» - ۱۰۲

(حسین ناصفی)

باید توجه داشت جایه‌جایی قسمت آخر را نباید با قسمت اول مقایسه کرد زیرا سرعت اولیه مرحله آخر با مرحله اول

که $v_0 = 0$ است، برابر نیسته ولی سرعت اولیه برای مرحله اول و کل مسیر با هم برابر است.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 \Rightarrow \frac{d}{9} = \frac{1}{2}at_1^2 \quad (1)$$

$$\Delta x_{کل} = \frac{1}{2}a(t_1 + t_2)^2 + v_0(t_1 + t_2)$$



(بخارا، کامران)

گزینه «۳» - ۱۰۹

در مرکز نوسان، سرعت نوسانگر بیشینه و در نتیجه انرژی جنبشی آن نیز بیشینه و برابر با

انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده است، پس:

$$K_{\max} = E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

$$\Rightarrow \frac{(K_{\max})_2}{(K_{\max})_1} = \frac{k_2 \times (A_2)^2}{k_1 \times (A_1)^2} \xrightarrow{k_2=k_1} \frac{(K_{\max})_2}{(K_{\max})_1} = 1$$

برای سرعت نوسانگرهای در مرکز نوسان، داریم:

$$v_{\max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{(v_{\max})_2}{(v_{\max})_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \times \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{(v_{\max})_2}{(v_{\max})_1} = 1 \times 1 \times \sqrt{\frac{m_1}{4m_1}} \Rightarrow \frac{(v_{\max})_2}{(v_{\max})_1} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(بخارا، کامران)

گزینه «۴» - ۱۱۰

اگر در مدت t ، آویگ سادهای n نوسان کم‌دامنه انجام دهد، دوره نوسان‌های آن برابر

است با:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t_1=t_2} \frac{T_2}{T_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (1)$$

از طرفی با استفاده از رابطه دوره نوسان‌های کم‌دامنه یک آویگ ساده داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \quad (2)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \xrightarrow{n_1=4, n_2=5} \frac{4}{5} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{16}{25}$$

$$\frac{\Delta l}{l_1} \times 100 = \left(\frac{l_2}{l_1} - 1 \right) \times 100 : درصد تغییرات طول آویگ$$

$$= \left(\frac{16}{25} - 1 \right) \times 100 = -36\%$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(سراسری ریاضی - ۸۷)

گزینه «۳» - ۱۰۶

با استفاده از رابطه‌های اندازه تکانه و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} p = mv \Rightarrow v = \frac{p}{m} \\ K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \end{cases}$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{p_A}{p_B} \right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{p_A=p_B, m_A=2m_B} \frac{K_A}{K_B} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت (دایره‌ای: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸))

(خرشید، رسول)

گزینه «۱» - ۱۰۷

نیروی مرکزگرای لازم برای آن که سکه روی صفحه گردان ساکن بماند و با آن دوران کند.

نیروی اصطکاک استاتیک بین سکه و صفحه است. چون شتاب مرکزگرای دوران ماقزیم

است، بنابراین سکه در آستانه لغزش روی صفحه گردان قرار دارد.

$$F = f_{s\max} \Rightarrow ma = \mu_s mg \Rightarrow a = \mu_s g \Rightarrow 3 = \mu_s \times 10$$

$$\Rightarrow \mu_s = 0/3$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت (دایره‌ای: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰))

(امیر معموری، انزابی)

گزینه «۲» - ۱۰۸

در حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر، رابطه بین شتاب و بعد نوسانگر به صورت

$$a = -\omega^2 x \quad \text{می‌باشد که نمودار آن خط راستی با شب منفی است که از مبدأ مختصات}$$

می‌گذرد و اندازه شب آن برابر با ω^2 است. با توجه به شکل سوال داریم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{x=-1/5(\text{cm})} 13/5\pi^2 = -\omega^2(-1/5 \times 10^{-2})$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 900\pi^2 \Rightarrow \omega = 30\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطه بسامد زاویه‌ای با سامد نوسان داریم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{\omega=30\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} 30\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 15\text{Hz}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)



$$E = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{k|q|}{16} \Rightarrow k|q| = 16E$$

$$E_1 = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{k|q|}{9} \Rightarrow E_1 = \frac{16}{9}E$$

$$E_1 - E_2 = 1/75 \Rightarrow \frac{16}{9}E - E = \frac{7}{4} \Rightarrow E = \frac{9N}{4C}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$E' = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{k|q|}{4} = 4E = 4 \times \frac{9}{4} = 9 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

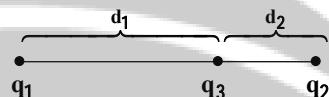
(امیرمسعود هایی‌مرادی)

۱۱۴ - گزینه «۱»

با استفاده از نمودار داریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} = 9$$

چون دو بار همان هستند، بار سوم باید بین دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچکتر قرار گیرد تا برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود.



$$\frac{|q_1|}{d_1^2} = \frac{|q_2|}{d_2^2} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 3$$

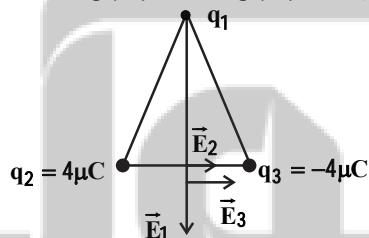
$d_1 + d_2 = 12\text{cm}$ $\Rightarrow d_1 = 9\text{cm}, d_2 = 3\text{cm}$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

(محمدعلی راست‌پیمان)

۱۱۵ - گزینه «۱»

بزرگی میدان بار ۴ میکروکولونی و (-۴) میکروکولونی در نقطه H برابر است.



$$E_2 = E_3 = \frac{k|q|}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2} = 4 \times 10^5 \left(\frac{N}{C} \right)$$

$$E' = E_2 + E_3 = 4 \times 10^5 + 4 \times 10^5 = 8 \times 10^5 \left(\frac{N}{C} \right)$$

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E'^2}$$

$$\Rightarrow 10^6 = \sqrt{(8 \times 10^5)^2 + E_1^2}$$

(حسین مهرمن)

چون در سری الکتریسیته مالشی، ابریشم پایین‌تر از شیشه قرار دارد، بار الکتریکی پارچه ابریشمی منفی است.

$$q = ne \Rightarrow -8 \times 10^{-9} = n \times (-1/6 \times 10^{-19})$$

$$\Rightarrow n = \frac{8 \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{10}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳ تا ۵)

۱۱۱ - گزینه «۲»

(مسعود قره‌فانی)

ابتدا در حالت اول نیروی وارد بر بار $2q$ که در نقطه B قرار دارد را محاسبه می‌کنیم:

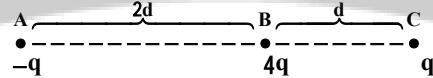
$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$F_{AB} = k \frac{|q| \times |2q|}{4d^2} = \frac{2k|q|^2}{4d^2}$$

$$F_{CB} = k \frac{|q| \times |2q|}{d^2} = \frac{2k|q|^2}{d^2}$$

$$\vec{F}_{CB} \leftarrow \overset{B}{\rightarrow} \vec{F}_{AB} \Rightarrow F_1 = \frac{2k|q|^2}{d^2} - \frac{k|q|^2}{2d^2} = \frac{3k|q|^2}{2d^2}$$

در حالت دوم از بار نقطه‌ای موجود در نقطه B الکترون می‌گیریم (به اندازه $2q$) و آنرا به بار موجود در نقطه A می‌دهیم. حال داریم:



$$F'_{AB} = k \frac{|q| \times 4|q|}{4d^2} = \frac{4k|q|^2}{4d^2} = \frac{k|q|^2}{d^2}$$

$$F'_{CB} = k \frac{|q| \times 4|q|}{d^2} = \frac{4k|q|^2}{d^2}$$

$$\vec{F}'_{CB} \quad \vec{F}'_{AB} \quad B \quad \bullet \\ F_2 = \frac{4k|q|^2}{d^2} + \frac{k|q|^2}{d^2} = \frac{5k|q|^2}{d^2}$$

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{5k|q|^2}{d^2}}{\frac{3k|q|^2}{2d^2}} = \frac{10}{3}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

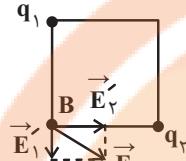
۱۱۳ - گزینه «۳»

(شاهمان ویس)

با توجه به رابطه بزرگی میدان الکتریکی در اطراف یک بار نقطه‌ای با توجه به رابطه بزرگی میدان را در فاصله ۴ متري E بنامیم، داریم:



از طرفی چون فاصله بارهای q_1 و q_2 از نقطه A یکسان است و $|q_2| > |q_1|$ است، پس $E_2 > E_1$ با توجه به توضیحات بالا، میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطه B همچنین میدان الکتریکی برایند مطابق شکل زیر خواهد شد.



(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

(مهندی سلطانی)

گزینه «۱»

$$K_B = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times (\sqrt{2})^2 = 2 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$v_C = 3v_B \Rightarrow K_C = 9K_B = 18 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{f_K} + W_E = \Delta K$$

$$\Rightarrow -4 \times 10^{-6} + W_E = 18 \times 10^{-6} - 2 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow W_E = 20 \times 10^{-6} \text{ J}$$

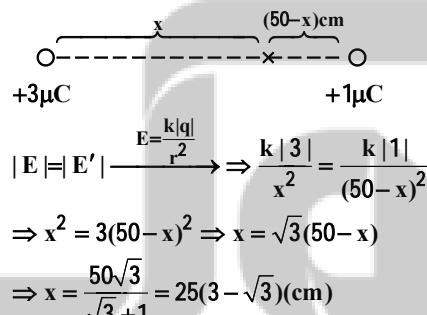
$$\Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-W_E}{q} = \frac{-20 \times 10^{-6}}{-4 \times 10^{-6}} = 5 \text{ V} = 5000 \text{ mV}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(میثمی فلیلی، ریاضی)

گزینه «۲»

باید نقطه‌ای را بیابیم که پتانسیل قبل از آن در حال کاهش و بعد از آن در حال افزایش است یعنی نقطه روی خط واصل دو بار که میدان در آن صفر است.



(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(مصطفی‌کیانی)

گزینه «۲»

(الف) درست

(ب) درست

پ) نادرست، پتانسیل الکتریکی تمام نقاط درون جسم رسانای باردار منزوی با هم برابر است، اما الزاماً صفر نیست.

ت) نادرست، در شرایط تعادل الکتروستاتیکی، همه نقاط یک جسم رسانای باردار پتانسیل یکسانی دارند و به شکل جسم بستگی ندارد.

بنابراین، ۲ عبارت درست است.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

$$\Rightarrow 10^2 = 64 \times 10^0 + E_1^2 \Rightarrow E_1^2 = 36 \times 10^0$$

$$\Rightarrow E_1 = 6 \times 10^5 \left(\frac{N}{C} \right)$$

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{d^2} \Rightarrow 6 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 |q_1|}{(30\sqrt{3} \times 10^{-2})^2}$$

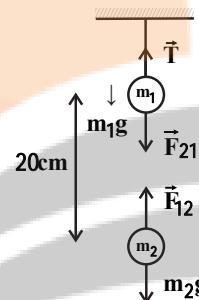
$$6 \times 10^5 = \frac{10^9 |q_1|}{3 \times 10^{-2}} \Rightarrow |q_1| = \frac{18 \times 10^3}{10^9} = 18 \times 10^{-6} (\text{C})$$

$$\Rightarrow |q_1| = 18 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

گزینه «۳»

دو بار ناهمنام هستند و نیروی بین آن‌ها جاذبه است:



$$F_{12} = F_{21} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-1})^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{9 \times 10^{-3}}{10^{-2}} = 0/9 \text{ N}$$

برای تعادل بار بالایی داریم

$$T = F_{21} + m_1g$$

$$\Rightarrow 1 = 0/9 + m_1 \times 10 \Rightarrow m_1 = \frac{1}{100} \text{ kg} = 10 \text{ g}$$

برای تعادل بار پایینی داریم:

$$F_{12} = m_2g$$

$$\Rightarrow 0/9 = m_2 \times 10 \Rightarrow m_2 = \frac{9}{100} \text{ kg} = 90 \text{ g}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{90}{10} = 9$$

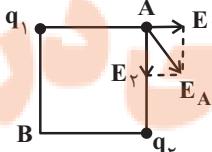
(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

بنابراین:

گزینه «۴»

(هره آقامحمدی)

با توجه به میدان برایند در نقطه A، میدان‌های حاصل از بارهای q_1 و q_2 مطابق شکل خواهد شد. چون میدان \vec{E}_1 از بار q_1 خارج می‌شود، پس q_1 مثبت است. از طرفی q_2 به بار q_2 داخل می‌شود، پس q_2 منفی است.





$$4 \times 10^{-2} \text{ kg} = 0.04 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

(مهمطفی واشقی)

گزینه «۲»

(مهمطفی کیانی)

فیزیک ۱

- ۱۲۱ - گزینه «۴»

طبق متن کتاب درسی، تمام موارد بیان شده درست است. بنابراین گزینه «۴» صحیح می‌باشد.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} (1^\circ C) = \frac{9}{5} {}^\circ F \Rightarrow 1^\circ C = \frac{9}{5} {}^\circ F$$

$$\alpha = 1/8 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ C} \times \frac{1^\circ C}{\frac{9}{5} {}^\circ F} = 10^{-5} \frac{1}{^\circ F}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

(غلامرضا مصیت)

گزینه «۱»

(سیدعلی میرنوری)

- ۱۲۲ - گزینه «۳»

کمیت‌های برداری، کمیت‌هایی هستند که علاوه بر اندازه و یکا، داری جهت نیز می‌باشند. کمیت‌های شتاب، وزن و سرعت متوسط از کمیت‌های برداری هستند. کمیت‌های حجم، دما، کار و انرژی جنبشی از کمیت‌های نردهای هستند.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه ۶)

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

(شادمان ویسن)

گزینه «۴»

- ۱۲۳ - گزینه «۳»

با توجه به تبدیل واحد زنجیره‌ای داریم:

$$4 \times 10^{10} \mu J \times \frac{10^{-6} J}{1 \mu J} = 4 \times 10^4 J$$

از طرفی می‌دانیم که $J = kg \frac{m^2}{s^2}$ است، پس داریم:

$$4 \times 10^4 kg \frac{m^2}{s^2} \times \frac{1 mm^2}{10^{-6} m^2} \times \frac{10^{-12} s^2}{1 \mu s^2} = 4 \times 10^{-2} kg \frac{mm^2}{\mu s^2}$$

اکنون یکای گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$4 \times 10^{-2} kg \times \frac{10^3 g}{1 kg} \times \frac{1 \mu g}{10^{-6} g} = 4 \times 10^7 \mu g$$

$$4 \times 10^{-2} kg \times \frac{10^3 g}{1 kg} \times \frac{1 mg}{10^{-3} g} = 4 \times 10^4 mg$$

$$4 \times 10^{-2} kg \times \frac{10^3 g}{1 kg} = 40g$$

$$[A] = W = \frac{J}{s} = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{kg \frac{m}{s^2} m}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3} \quad (*)$$

$$[A] = \frac{[B][C]^2}{[D]^3} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*)(**)} [B] = kg, [C] = m, [D] = s$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۱)



$$\Rightarrow V_1 = \frac{7}{24} \pi R^2 h$$

$$x \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} = x \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{60 \text{ s}} = \frac{100}{6} x \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$t_2 = t_1 \Rightarrow \frac{V_2}{\frac{100}{6} x} = \frac{V_1}{35} = \frac{\frac{7}{24} \pi R^2 h}{\frac{1}{24} \pi R^2 h} \Rightarrow \frac{1}{100x}$$

$$= \frac{\frac{7}{24} \pi R^2 h}{35}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{100x} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = 0/3 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}}$$

(فیزیک، فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

(زهره آقامحمدی)

«۲» - ۱۲۹

ابتدا به روش زنجیره‌ای ۱۰ سیر را به متنال تبدیل می‌کنیم، سپس جرم را

$$\text{متنال} \times 10 \text{ سیر} = 160 \text{ متنال} \quad \text{بر حسب گرم به دست می‌آوریم:}$$

$$\frac{640}{40} = 160 \text{ سیر}$$

$$\text{متنال} = 160 - 60 = 100 \text{ جرم جسم}$$

$$\frac{4/6g}{100} = \frac{4/6g}{1 \text{ متنال}} = 460g$$

(فیزیک، فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(علیرضا کونه)

«۲» - ۱۳۰

این ترازو و تا سه رقم اعشار را محاسبه کرده است. پس دقت اندازه‌گیری آن

۰/۰۰۱kg است. به عبارت دیگر داریم:

$$0/001kg = 10^{-3} \times 10^3 g = 1g$$

(فیزیک، فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۰)

(پژمان برجهار)

«۳» - ۱۲۷

ابتدا حجم ظرف را بر حسب سانتی‌متر مکعب به دست می‌آوریم:

$$V = 2 / 540L = 2 / 540L \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1L} = 2540 \text{ cm}^3$$

سپس ارتفاع ظرف را بر حسب سانتی‌متر محاسبه می‌کنیم:

$$V = Ah \Rightarrow 2540 = 200 \times h \Rightarrow h = 12.7 \text{ cm}$$

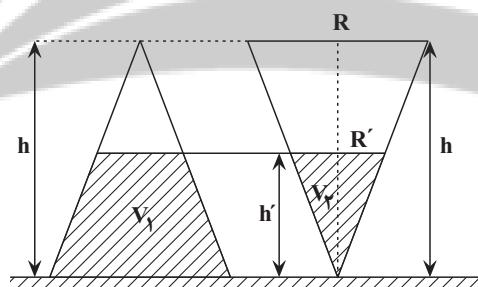
حال ارتفاع ظرف را بر حسب اینچ محاسبه می‌کنیم:

$$12.7 \text{ cm} = 12.7 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ inch}}{2.54 \text{ cm}} = 5 \text{ inch}$$

(فیزیک، فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(امیرحسین برادران)

«۲» - ۱۲۸



ابتدا حجم V_2 را به دست می‌آوریم.

$$\frac{R'}{R} = \frac{h'}{h} \Rightarrow \frac{h'}{2} = \frac{R'}{2} \Rightarrow R' = \frac{R}{2}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi R'^2 h' \quad \frac{R'}{2} = \frac{R}{2}, \frac{h'}{2} = \frac{h}{2} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \times \frac{h}{2}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{24} \pi R^2 h$$

چون هر دو مخروط تا نصف ارتفاع آنها پر می‌شوند، بنابراین:

$$V_1 + V_2 = V \quad \frac{1}{3} \pi R^2 h \rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 h - \frac{1}{24} \pi R^2 h$$



(رهبر آقایان)

«۳» - ۱۳۴

برای اینکه بار سوم در مبدأ مختصات در حال تعادل قرار گیرد، باید برایند

میدان‌های حاصل از q_1 و q_2 در مبدأ برابر صفر باشد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{x_1^2} = \frac{|q_2|}{x_2^2} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{20}{x_2^2} \Rightarrow x_2 = 4\text{ cm}$$

حال فرض می‌کنیم با قرار دادن بار q_3 در مبدأ، بار q_1 به حال تعادل درآید. پس داریم:

$$\begin{aligned} E'_1 = E'_2 &\Rightarrow \frac{|q_2|}{(4+2)^2} = \frac{|q_3|}{2^2} \\ &\Rightarrow \frac{20}{36} = \frac{|q_3|}{4} \Rightarrow |q_3| = \frac{20}{9} \mu\text{C} \end{aligned}$$

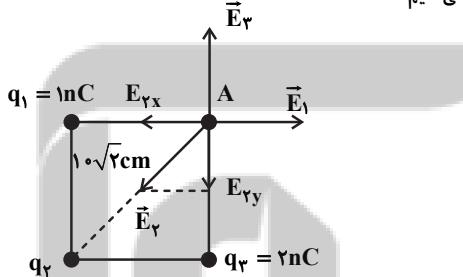
چون وقتی دو بار غیر هم‌علامت باشند، نتیجه‌ای که میدان برایند صفر است خارج از فاصله دو بار است، پس بار q_3 منفی است.

$$q_3 = -\frac{20}{9} \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۱۷)

(رهبر آقایان)

«۲» - ۱۳۵

ابتدا میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار q_1 و q_2 را در رأس A محاسبه می‌کنیم.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-9}}{10^{-2}} = 900 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-9}}{10^{-2}} = 1800 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

با توجه به اینکه میدان الکتریکی از بار مثبت خارج می‌شود، پس جهت

میدان‌های الکتریکی \vec{E}_1 و \vec{E}_2 به ترتیب در جهت \vec{i} و \vec{j} خواهد شد.

پس با توجه به جهت میدان خالص خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \vec{E}_t &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \\ &\Rightarrow 900[(1-\sqrt{2})\vec{i} + (2-\sqrt{2})\vec{j}] = 900\vec{i} + \vec{E}_2 + 1800\vec{j} \end{aligned}$$

(فسیان مقدمی)

«۲» - ۱۳۱

تعداد الکترون‌ها از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$n = \frac{\text{جرم یک قطره}}{\text{جرم یک مولکول آب}} = \frac{4 \times 10^{-23} \text{ kg}}{3/2 \times 10^{-26} \text{ kg}} = \frac{4}{3/2} \times 10^{23}$$

$$\begin{aligned} |q| &= ne = \frac{4}{3/2} \times 10^{23} \times (1/6 \times 10^{-19}) = 2 \times 10^{-4} \text{ C} \\ \Rightarrow q &= -2 \times 10^{-4} \text{ C} \end{aligned}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳ تا ۵)

(امسان مقدمی)

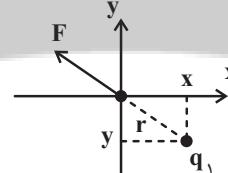
«۲» - ۱۳۲

ابتدا به کمک اندازه نیرو، فاصله دو بار را محاسبه می‌کنیم:

$$|F| = \sqrt{(2/2)^2 + (5/4)^2} = 9 \text{ N}$$

$$F = 9 \times \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 9 = \frac{90 \times 2 \times 5}{r^2} \Rightarrow r^2 = 100 \Rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

از سویی با توجه به اینکه نیرو در راستای خط واصل دو بار است، پس محل

بار q_1 در ربع چهارم می‌باشد و داریم:

$$|x| = 0 / \lambda r \Rightarrow x = \lambda \text{ cm} \Rightarrow x = +8$$

$$|y| = 0 / \lambda r \Rightarrow y = \lambda \text{ cm} \Rightarrow y = -6$$

بنابراین:

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

(مسنون قندرپلر)

«۳» - ۱۳۳

محدهدیتی که وجود دارد این است که بار q باید مضرب صحیحی از e باشد.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \quad |q| = ne \Rightarrow E = \frac{kne}{r^2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{Er^2}{ke} = \frac{E \times (36 \times 10^{-4})}{9 \times 10^9 \times 1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow n = \frac{1}{4} \times 10^7 E$$

در بین گزینه‌ها، فقط به ازای $E = 4 \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{C}}$ عدد صحیح می‌شود.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۱۰ تا ۱۴)



و چون میدان الکتریکی اطراف کره باردار با بار منفی، به سوی کرده است. پس پتانسیل الکتریکی نقطه A از B بیشتر است.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه های ۱۷ تا ۲۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۳»

هرگاه ذرهای باردار، درون میدان الکتریکی یکنواختی معلق بماند، نیروی وزن ذره به سمت پایین است. بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره به سمت بالاست. داریم:



$$F_E = W \Rightarrow |q| E = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{8 \times 10^{-3} \times 10}{8 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow E = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

چون بار ذره مثبت است و نیروی الکتریکی به سمت بالاست، در نتیجه جهت

میدان الکتریکی طبق رابطه $\vec{F}_E = q \vec{E}$ به سمت بالاست و صفحه پایینی مثبت است و صفحه بالایی منفی می‌باشد یعنی پایانه A به قطب منفی متصل است.

برای محاسبه اختلاف پتانسیل با تری داریم:

$$|\Delta V| = Ed = 1000 \times \frac{2}{100} = 20\text{V}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه های ۱۷ تا ۲۷)

(مصطفی کیانی)

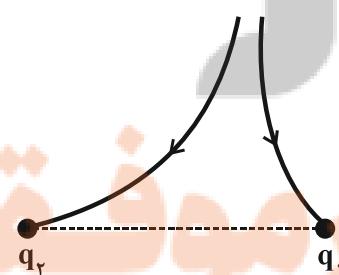
گزینه «۳»

با توجه به شکل زیر، چون خطوط میدان الکتریکی هر یک از بارها به طرف بار الکتریکی است، لذا هر دو بار منفی‌اند. از طرف دیگر، چون خطوط میدان

الکتریکی بار q_2 ، خطوط میدان بار q_1 را رانده است، بنابراین $|q_2| > |q_1|$

$$\text{است، در نتیجه } 1 < \frac{|q_1|}{|q_2|} \text{ می‌باشد.}$$

دقت کنید، خطوط میدان الکتریکی هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند.



(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه های ۱۷ و ۱۸)

$$\Rightarrow \vec{E}_2 = 900\sqrt{2}(-\hat{i} - \hat{j}) \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\Rightarrow E_2 = 900\sqrt{2}(\sqrt{1^2 + 1^2})$$

$$\Rightarrow E_2 = 1800 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

در نتیجه داریم:

$$E_2 = \frac{k |q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 1800 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_2| \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 4nC \Rightarrow q_2 = -4nC$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه های ۱۶ تا ۱۹)

(سیدعلی میرنوری)

به کره دو نیرو، یکی وزن و دیگری نیروی الکتریکی ناشی از میدان الکتریکی وارد می‌شود. یعنی:

$$F_E = E |q| = 0 / 1 \times 10^6 \times 10 \times 10^{-6} = 1\text{N}$$

$$F_g = mg = 100 \times 10^{-3} \times 10 = 1\text{N}$$

از طرفی نیروی برایند وارد بر کره به صورت زیر است:

$$F_t = \sqrt{F_E^2 + F_g^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\text{N}$$

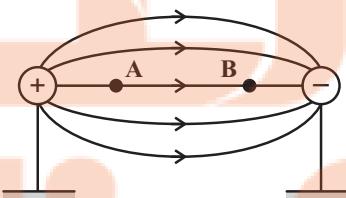
$$a = \frac{F_t}{m} = \frac{\sqrt{2}}{0.1} \Rightarrow a = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه های ۱۹ تا ۲۷)

(پوریا علاقمند)

گزینه «۱»

با حرکت از A به سمت نقطه B، فاصله خطوط میدان الکتریکی ابتدا زیاد شده و سپس فاصله خطوط کم می‌شود. یعنی اندازه میدان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. از طرفی چون در جهت میدان حرکت می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی همواره کاهش می‌یابد.



(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه های ۱۷ تا ۲۷)

(امسان محمدی)

گزینه «۳»

اندازه اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B برابر است با:

$$\Delta V = \left| \frac{\Delta U}{q} \right| = \left| \frac{12 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-6}} \right| = 6\text{V}$$

ب) نادرست، ذره‌های سازنده در بین به صورت مولکول‌های جداگانه است.

اما ساختار سیلیس به صورت جامد کووالانسی می‌باشد و ذره‌های سازنده آن

اتم‌ها هستند.

پ) نادرست، گرافن دو بعدی ولی بین سه بعدی است.

ت) درست، در ساختار بین، هر اتم اکسیژن یا دو اتم هیدروژن از طریق پیوند

اشتراکی و با دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

شیمی ۳

۱۴۱- گزینه «۴»

جرم خاک رُس اولیه را ۱۰۰ گرم در نظر می‌گیریم، پس:

$$m_{\text{SiO}_2} = 56 \text{ g}, m_{\text{H}_2\text{O}} = 14 \text{ g}$$

حال فرض می‌کنیم مقدار X گرم آب وارد خاک رس شده است:

$$m_{\text{SiO}_2} = 56 \text{ g}, m_{\text{H}_2\text{O}} = 14 \text{ g}, m_{\text{آب}} = (14 + X) \text{ g}$$

$$\frac{56}{100 + X} \times 100 \Rightarrow X = 100$$

$$\frac{14 + 100}{100 + 100} \times 100 = \% 57 \text{ درصد جرمی آب}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

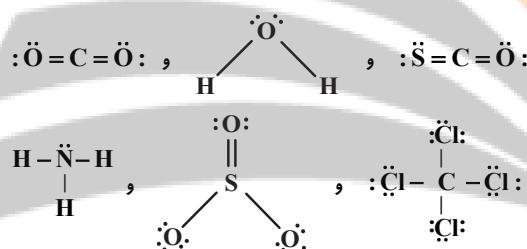
(امیرحسین طین)

۱۴۲- گزینه «۳»

مولکول‌های که خطی هستند: کربن‌دی‌اکسید و کربونیل سولفید

مولکول‌های که اتم مرکزی آن‌ها در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی آبی رنگ

است، کربونیل سولفید، کربن‌دی‌اکسید، گوگرد تری‌اکسید، کربن‌تتراکلرید»



(شیمی ۳ - صفحه‌های ۷۱ تا ۷۵)

(محمد رضا پور جاور)

۱۴۲- گزینه «۲»

الماس برخلاف گرافیت ساختاری لایه لایه ندارد و در هنگام تشکیل آن از گرافیت، به خاطر تشکیل پیوندهای جدید C-C، اتم‌های کربن به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

الماس برخلاف گرافیت دارای فاصله بین لایه‌ای نیست. بنابراین چگالی بیشتری داشته و در حجم یکسان جرم بیشتری نیز دارد.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(محمد رضا پور جاور)

۱۴۳- گزینه «۲»

موارد اول و دوم درست هستند.

بررسی همه موارد:

مورود اول: فراوان ترین اکسید در پوسته جامد زمین سیلیس (SiO_2) است که کوارتز از جمله نمونه‌های خالص آن است.

مورود دوم: مقایسه الماس و گرافیت هم از نظر سختی و هم از نظر چگالی به صورت گرافیت > الماس است.

مورود سوم: نادرست، در هر حلقه سیلیس اتم‌های Si در رؤوس اضلاع قرار دارند نه وسط اضلاع!

مورود چهارم: نادرست، فقط $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ و HCN ترکیب مولکولی می‌باشند؛ Fe_2O_3 و Al_2O_3 ترکیب یونی و SiO_2 ترکیب کووالانسی می‌باشند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶۸ تا ۷۳)

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۷۱ تا ۷۵)

(محمد ریاضی)

۱۴۷- گزینه «۳»

شكل هندسی این و کربن‌دی‌اکسید خطی است.



(علی طرف)

۱۴۴- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست، بین و سیلیس ظاهری مشابه به هم دارند ولی سختی بین کمتر است.

تلاش در موفقیت

شیمی ۳ - موادی

(پیمان فراهمی مهر)

«۲» - گزینه ۲

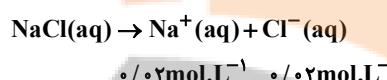
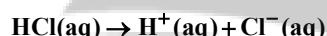
پاک کننده‌های صابونی با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند. (نادرستی عبارت اول)
نوع جاذبۀ ذرات چربی با بخش ناقطبی پاک کننده از نوع واندروالسی است.
(نادرستی عبارت دوم)
مخلوط شکل B کلورید و ناهمگن بوده که توانایی بخش نور را دارد. (درستی
عبارت سوم)

با افزایش غلظت Ca^{2+} و Mg^{2+} قدرت پاک کننده‌گی صابون کاهش
می‌یابد. (درستی عبارت چهارم)

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

(سیدر ذین)

«۳» - گزینه ۳

غلظت یون‌های محلول (I) برابر 0.04 mol.L^{-1} غلظت یون‌های محلول (II) برابر 0.032 mol.L^{-1} 

$$0.016 \text{ mol.L}^{-1} = 0.016 \text{ mol.L}^{-1}$$

در محلول (III):

$$\alpha = \frac{[\text{H}^+]}{\text{اسید}} \times 100 \Rightarrow 2 = \frac{[\text{H}^+]}{0.016} \times 100$$

غلظت کل یون‌ها 0.024 mol.L^{-1} مولار خواهد بود.
در محلول (IV)، رسانایی الکتریکی صفر است چون اتانول غیرالکتروولت
می‌باشد.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(امیرحسین طیبی)

«۳» - گزینه ۳

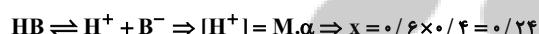


$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HA}]} \Rightarrow 25 \times 10^{-3} = \frac{[\text{H}^+]^2}{0.4}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+]^2 = 10^{-2} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{M}-\text{x} = 0.4 \\ \text{x} = 0.1 \end{cases} \Rightarrow \text{M} = 0.5 \Rightarrow \alpha_{\text{HA}} = \frac{\text{x}}{\text{M}} = \frac{0.1}{0.5} = 0.2$$

$$\alpha_{\text{HB}} = 2 \times \alpha_{\text{HA}} = 2 \times 0.2 = 0.4$$



مجموع غلظت ذرات یونیده شده و ذرات حاصل از یونش

$$= \text{M} + \text{x} = 0.6 + 0.24 = 0.84 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{n} = \text{M} \times \text{V} \Rightarrow \text{n} = 0.84 \times 5 \text{ L}$$

$$= 4.2 \text{ mol} \times \frac{\text{N}_A}{1 \text{ mol}} = 4.2 \times \text{N}_A$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

در هر دو مولکول SO_2 و SO_3 ، تراکم الکترون اطراف اتم S کمتر

است.

مولکول SO_3 ناقطبی ولی SCO قطبی است.

کلروفرم قطبی است ولی کربن تراکلرید ناقطبی است.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

«۳» - گزینه ۳

(پیمان فراهمی مهر)

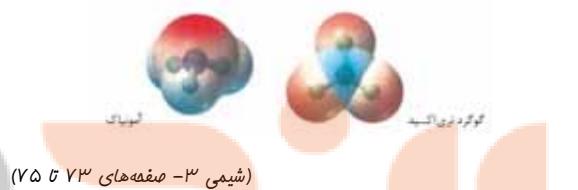
مولکول‌های کربونیل سولفید (SCO)، اوزون (O_3) و گوگردی‌اکسید (SO_2) قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت گیری می‌کنند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

«۱» - گزینه ۱

(پیمان فراهمی مهر)

تنها عبارت سوم صحیح است.

* مولکول C_2H_2 چهار اتمی است و ساختار خطی دارد.* در مولکول CO_2 ، تراکم بار اطراف اتم اکسیژن بیشتر است.* نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول‌های آمونیاک و SO_3 متفاوت است.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

«۲» - گزینه ۲

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم نادرست است. زیرا همچنان اتم مرکزی کربن خصلت نافالزی

کمتری دارد و در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی رنگ آبی را دارد.

عبارت سوم نادرست است. سیلیس خالص خواص نوری ویژه‌ای دارد.

عبارت پنجم نادرست است. SiO_2 یک جامد کووالانسی است و نیروی بین

مولکولی برای آن تعریف نمی‌شود.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶۸ تا ۷۵)

(امیر هاتمیان)

گزینه «۱» - ۱۵۶

$$M = \frac{n}{V} \quad \text{اگر حجم } 10 \text{ برابر شده است، لذا غلظت } \frac{1}{10} \text{ برابر می‌شود.}$$

$$n_1 = n_2 \Rightarrow M_1 V_1 = M_2 V_2 \Rightarrow \frac{M_2}{M_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow M_2 = 0.1 M_1$$

$$M_1 = 1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}, M_2 = \frac{1}{10} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$(\alpha_1) \quad \frac{[H^+]}{[HA]} = \frac{10^{-3/5}}{1} = 10^{-3/5}$$

$$(\alpha_2) \quad \frac{[H^+]}{[HA]} = \frac{10^{-4}}{0.1} = 10^{-3}$$

$$\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right) = \frac{10^{-3}}{10^{-3/5}} = 10^{0.5} = 3$$

(شیمی ۳- موکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

(محمد عظیمیان/زواره)

گزینه «۲» - ۱۵۷

در جدول پتانسیل کاہشی استاندارد، فلز نقره (Ag)، بالاتر از مس (Cu) قرار داشته و Ag با محلول مس (II) سولفات واکنش نمی‌دهد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۲، ۴۳، ۴۴ و ۴۵)

(احمد رضا بشانی پور)

گزینه «۴» - ۱۵۸

باتری‌های قابل شارژ را می‌توان بارها شارژ کرد و نه همه باتری‌ها را.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

(مسعود بعفری)

گزینه «۴» - ۱۵۹

جز عبارت پنجم، سایر عبارت‌ها نادرست هستند. در سلول‌های گالوانی، سلولی که در نقش کاتد است، پس از مدتی به علت رسوب اتم‌های فلزی خنثی، دچار افزایش اندازه شده و به اصلاح چاق می‌شود. با توجه به فرض سوال، می‌توان موقعیت رویدرو را برای فلزهای A، D و G در جدول پتانسیل کاہشی استاندارد عنصری در نظر گرفت.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به جدول، نگهداری محلول حاوی یون‌های فلز D در ظرفی از جنس A، موجب واکنش آن با ظرف می‌شود.

E° (V)
D
A
G

(امیرحسین طیب)

گزینه «۴» - ۱۵۴

محاسبه $[H^+]$ در محلول (I) :

$$M = \frac{n}{V} = \frac{20 \times 10^{-3}}{1} = 20 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = M \cdot \alpha \cdot n = 20 \times 10^{-3} \times 1 \times 1 = 20 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

محاسبه $[H^+]$ در محلول (II) :

$$n = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{3/2}{20} = 16 \times 10^{-3} \text{ mol HF}$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{16 \times 10^{-3}}{2} = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} HF$$

$$\Rightarrow [H^+] = M \cdot \alpha = 8 \times 10^{-3} \times 0.1 = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

اختلاف $[H^+]$ در این دو محلول $12 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$ است، در نتیجه $b = 12$ خواهد بود.

محاسبه $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ در محلول استیک اسید:

$$M = \frac{10 \times a \times d}{60} = \frac{10 \times 12 \times 1}{60} = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = M \cdot \alpha = 2 \times \frac{5}{100} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [H^+] \times [OH^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-1}} = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{10^{-13}}{10^{-1}} = 10^{-12}$$

(شیمی ۳- موکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

(امیر هاتمیان)

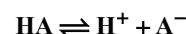
گزینه «۴» - ۱۵۵

$$\% \alpha = 0/4 \rightarrow 0/4 = \alpha \times 100 \Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-3}$$

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2/4} = 10^{-3} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = M \cdot \alpha \cdot n \rightarrow 2 \times 10^{-3} = M \times 4 \times 10^{-3} \times 1$$

$$\text{ظرفیت اسید} \\ \Rightarrow M = 0.5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$



$$K_a = \frac{M \alpha^2}{1-\alpha} \rightarrow K_a = \frac{0.5 \times (4 \times 10^{-3})^2}{1 - 4 \times 10^{-3}}$$

صرف نظری کنیم

$$\approx 8 \times 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(شیمی ۳- موکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

شنبه ۲

(ممدرضا پورچاپر)

گزینه «۱» - ۱۶۱

گسترش صنعت خودرو مدبون دسترسی به فولاد بوده است. اما صنعت الکترونیک پیشرفت خود را مدبون نیمه رساناها (نه رساناها) می‌باشد. فولاد زنگ نزن از سنگ معدن استخراج نمی‌شود. بلکه آهن استخراج شده از سنگ معدن پس از فراوری به فولاد زنگ نزن تبدیل می‌شود.

(شنبه ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۶)

(ممدرضا پورچاپر)

گزینه «۳» - ۱۶۲

در جدول دوره‌ای عنصرها، معمولاً عنصرهایی با آرایش الکترونی مشابه با یکدیگر هم گروه بوده و در یک ستون جای می‌گیرند. یک شبه‌فلز بوده و Pb و Sn هردو فلز هستند. به این ترتیب شباهت Sn و Pb به یکدیگر بیشتر از شباهت Ge است. خواص فیزیکی شبه‌فلزها مشابه فلزها بوده و از نظر شیمیایی به نافلزها بیشتر شباهت دارند.

(شنبه ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۹)

(امیرحسین طیب)

گزینه «۱» - ۱۶۳

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.
بررسی عبارت‌های نادرست:
ب) فلورور در دمای بالاتر از $-20^{\circ}C$ به سرعت با هیدروژن واکنش می‌دهد.

پ) نافلزهای a و b به ترتیب فسفر و گوگرد هستند. مطابق قانون دوره‌ای چون فسفر نسبت به گوگرد سمت چپ تر قرار گرفته است در نتیجه خصلت نافلزی کمتری دارد و تمایل کمتری برای گرفتن الکترون دارد.

(شنبه ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

(امیرحسین مسلمی)

گزینه «۲» - ۱۶۴

عبارت‌های اول، چهارم و پنجم درست هستند.
جدول زیر، عنصر معادل هر نماد فرضی را نشان می‌دهد.

عبارت دوم: در سلول‌های گالوانی، آئیون‌ها به سمت آند و کاتیون‌ها به سمت کاتد حرکت می‌کنند. بنابراین در سلول گالوانی $G - A$ با توجه به جدول، G نقش آند را داشته و آئیون‌ها به سمت تیغه G حرکت خواهند کرد.

عبارت سوم: با توجه به جدول، مقایسه قدرت اکسیدگی یون‌های این فلزها بهصورت $A^{3+} < D^+ < G^{2+}$ می‌باشد.

عبارت چهارم: رابطه گفته شده بیان می‌دارد که پتانسیل استاندارد کاهشی A قطعاً مثبت است (با توجه به اینکه از یک عدد داخل قدر مطلق، بزرگتر است). با توجه به بیشتر بودن پتانسیل کاهشی استاندارد D از A ، می‌توان گفت که پتانسیل کاهشی D نیز مثبت می‌باشد.

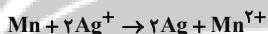
می‌دانیم فلزهایی که E° آنها مثبت است، با مواد اسیدی واکنش نمی‌دهند.

عبارت پنجم: در حالت اول برخلاف حالت دوم فلز A با یون‌های واکنش نمی‌دهد و در نتیجه تغییر دمای محلول هم ملاحظه نخواهد شد.

(شنبه ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

گزینه «۳» - ۱۶۵

(واکنش‌های موازن‌شده اکسایش - کاهش بهصورت مقابل است:



در واکنش اول به ازای مصرف هر مول Al ، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود. بنابراین و با توجه به ضریب Al که برابر ۲ است، در واکنش اول به ازای هر بار انجام واکنش، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود. در واکنش دوم نیز به ازای Mn مصرف هر مول Mn ، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود و با توجه به ضریب Mn که برابر ۱ است، در واکنش دوم به ازای هر بار انجام واکنش، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

فرض می‌کنیم در هر دو واکنش x مول الکترون مبادله شده است. در نتیجه میزان افزایش جرم کاتد، که با توجه به E° ها، تیغه روی است را در واکنش اول محاسبه می‌کنیم:

$$x \text{ mole}^- \times \frac{3 \text{ mol Zn}}{6 \text{ mole}^-} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = \frac{x \times 3 \times 65}{6}$$

$$= 32/5 \text{ x g} \Rightarrow \text{Zn تیغه}$$

حالا در واکنش دوم کاهش جرم آند (Mn) را محاسبه می‌کنیم:

$$x \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol Mn}}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{55 \text{ g Mn}}{1 \text{ mol Mn}} = \frac{x \times 55}{2}$$

$$= 22/5 \text{ x g} \Rightarrow \text{Mn تیغه}$$

$$\frac{32/5 \text{ x}}{22/5 \text{ x}} = \frac{13}{22} \approx 1/18$$

(شنبه ۳ - آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

عبارت دوم نادرست است. کلرید آهن با بار الکتریکی بزرگ‌تر (Fe^{3+}) رسوب قرمز مایل به قهوه‌ای تشکیل می‌دهد.

عبارت سوم نادرست است. زیرا رنگ محلول از آبی به سبز می‌گراید.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۶ تا ۲۱)

(ممدرضا پورجاویر)

گزینه «۴»

نتایج حاصل از واکنش‌های داده شده عبارتند از:

مقایسهٔ واکنش‌پذیری فلزها	واکنش
$\text{Ni} > \text{Pt}$	آ
$\text{Cd} > \text{Pb}$	ب
$\text{Pb} > \text{Pt}$	پ
$\text{Cd} > \text{Ni}$	ت

به این ترتیب می‌توان در مجموع گفت:

$\text{Cd} > \text{Ni} > \text{Pt}, \text{Cd} > \text{Pb} > \text{Pt}$

توجه داشته باشد که با توجه به این واکنش‌های نامی توان مقایسه‌ای بین Ni و Pb انجام داد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(امیرحسین طیبی)

گزینه «۳»

$\text{Fe}_2\text{O}_3 + 2\text{Al} \rightarrow 2\text{Fe} + \text{Al}_2\text{O}_3$

واکنش ترمیت:

ابتدا جرم Fe_2O_3 موجود در نمونه خالص را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ? \text{ g Fe}_2\text{O}_3 &= 1 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{44}{8 \text{ g Fe}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \\ &\times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2 \text{ mol Fe}} \times \frac{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = 128.0 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \end{aligned}$$

حال جرم آهن موجود در این نمونه Fe_2O_3 را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ? \text{ g Fe} &= 128.0 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \\ &\times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 89.6 \text{ g Fe} \end{aligned}$$

در نهایت درصد جرمی آهن در این نمونه را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم آهن}}{\text{جرم نمونه}} \times 100 = \frac{89.6}{160.0} \times 100 = 56\%$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۶ تا ۲۱)

گروه تناوب	۱	۱۴	۱۵	۱۷
۲		$\text{T} = \text{C}$	$\text{G} = \text{N}$	$\text{E} = \text{F}$
۳	$\text{X} = \text{Na}$		$\text{M} = \text{P}$	$\text{R} = \text{Cl}$
۴	$\text{Z} = \text{K}$	$\text{D} = \text{Ge}$		

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: کربن نافلزی با رسانایی الکتریکی است از طرفی سدیم یک فلز و رسانا است. بنابراین هر دو دارای رسانایی الکتریکی هستند.

عبارت دوم: در عناصر اصلی (عنصرهای دسته S و P) عناصر گروه اول در دسته S و عنصرهای گروه ۱۵ (در دسته P) در آرایش الکترونی خود دارای زیرلایه‌های نیم پر^۱ ns^1 یا^۲ np^3 هستند.

عبارت سوم: در ترکیب فسفر با سدیم، ترکیب یونی سدیم فسفید (Na_3P) تولید می‌شود. به ازای تولید یک مول جامد یونی داریم:

$\times \text{شمار مول نافلز} \times [\text{بار آنیون}] \times [\text{زیروند آنیون}] = \text{شمار الکترون‌های مبادله شده}$

$$\Rightarrow ? \text{ e}^- = 1 \times | -3 | \times 1 \times 6 / 0.2 \times 10^{23} = 1 / 806 \times 10^{24}$$

عبارت چهارم: عدد اتمی عناصرهای (E) F و (D) Ge و (R) کلر به ترتیب برابر ۹ و ۳۲ در نتیجه $22 - 1 = 21$ (۳۲ - ۹) عنصر بین آن‌ها در جدول تناوبی یافت می‌شود.

با توجه به شکل زیر، پرتوی ناشی از واکنش پتانسیم (Z) و کلر (R) به رنگ بنفش است:



عبارت پنجم: عناصرهای نیتروژن (G) فلور (E) و کلر (R) در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دو اتمی یافت می‌شوند. عناصرهای فسفر (M) و کربن (T) هر دو دارای بیش از یک آلتربوپ در طبیعت هستند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

(علی‌رضائی‌کلاینی (وست))

گزینه «۲»

بررسی عبارت‌های نادرست:

(امیرحسین طیبی)

گزینه «۳»

پاسخ درست همه پرسش‌ها:
 (الف) در عنصرهای $^{40}_{24}\text{Cr}$ تا $^{36}_{13}\text{Kr}$ (۱۳ عنصر)، زیرلایه d حداقل ۰.۵۰ ظرفیت خود را اشغال کرده است.
 (ب) فرایند تخمیر بی‌هوای گلوکز:



$$\begin{aligned} ?\text{L CO}_2 &= 1\text{mol C}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{2\text{mol CO}_2}{2\text{mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} \\ &\times \frac{22 / 4 \text{L CO}_2}{1\text{mol CO}_2} = 22 / 4 \text{LCO}_2 \end{aligned}$$

(پ) استفاده از روش گیاه پالایی برای فلزات نیکل و روی مقوون به صرفه نیست.

(ت) فلزها به دلیل سرعت بسیار پایینی که در بازگشت به طبیعت دارند، جزو منابع تجدیدناپذیر محسوب می‌شوند.

(شیمی - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳ تا ۲۶)

(امیرحسین مسلمی)

گزینه «۲»

سیکترین ایزوتوپ ساختگی هیدروژن H^3 و پایدارترین آنها H^1 است
 که نسبت شمار نوترон‌ها برابر $\frac{3}{4}$ یا $75 / 0$ است.

(شیمی - صفحه‌های ۵ و ۶)

(امیرحسین پغدری نژاد)

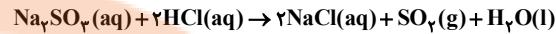
گزینه «۴»

همه عبارت‌ها درست هستند به جز مورد چهارم:
 عبارت اول: درست، خواص فیزیکی وابسته به جرم در ایزوتوپ‌های عنصر ناپابرند.

عبارت دوم: درست، فراوان‌ترین (پایدارترین) ایزوتوپ منیزیم، $^{24}_{12}\text{Mg}$ که نسبت مجموعه p و e به n در آن ۲ است. این نسبت در ^{7}Li برابر $1 / 5$ است.

(عمریزی)

گزینه «۴»



$$? \text{g Na}_2\text{SO}_4 = 0 / 5 \text{mol SO}_4 \times \frac{1 \text{mol Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{mol SO}_4}$$

$$\times \frac{126 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} \times \frac{100 \text{ g}}{63 \text{ g}} = 100 \text{ g Na}_2\text{SO}_4$$

$$? \text{g HCl} = 0 / 5 \text{mol SO}_4 \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol SO}_4}$$

$$\times \frac{36 / 5 \text{ g HCl}}{1 \text{ mol HCl}} = 36 / 5 \text{ g HCl}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 50 = \frac{36 / 5}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} = 72 \text{ g}$$

(شیمی - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

(عمریزی)

گزینه «۳»



$$? \text{g CaC}_2 = 2 / 6 \text{ g C}_2\text{H}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2}{2 \text{ g C}_2\text{H}_2} \times \frac{1 \text{ mol CaC}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2}$$

$$\times \frac{64 \text{ g CaC}_2}{1 \text{ mol CaC}_2} = 6 / 4 \text{ g CaC}_2$$

$$? \text{g H}_2\text{O} = 6 / 4 \text{ g CaC}_2 \quad (\text{در واکنش اول صرف می‌شود})$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaC}_2}{64 \text{ g CaC}_2} \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol CaC}_2} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 3 / 6 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$? \text{g H}_2\text{O} = 5 / 4 - 3 / 6 = 1 / 8 \text{ g H}_2\text{O} \quad (\text{در واکنش دوم صرف می‌شود})$$

$$? \text{g CaO} = 1 / 8 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = 5 / 6 \text{ g CaO}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{6 / 4}{6 / 4 + 5 / 6} \times 100 = 53 / 33$$

(شیمی - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

(پیمان فوایدی مهر)

گزینه «۴»

جرم اتمی میانگین A برابر است با:

$$\bar{A} = \frac{(39 \times 25) + (41 \times 75)}{100} = 40/5$$

با توجه به جرم مولی A_7B_3 داریم:

$$A_7B_3 = 2(40/5) + 3B = 177 \Rightarrow \bar{B} = 32$$

(y = 20 - x) حال داریم:

$$32 = \frac{(30x) + (32 \times 80) \times (33 \times (20-x))}{100} \Rightarrow x = \frac{20}{3}$$

$$y = 20 - \frac{20}{3} = \frac{40}{3}$$

پس نسبت $\frac{x}{y}$ برابر $\frac{1}{2}$ خواهد بود.

(شیمی ا- صفحه ۱۵)

(محمد ذبیح)

گزینه «۴»

مول H_2O را x و مول NO_2 را y در نظر می‌گیریم، پس مول اکسیژن موجود در H_2O برابر x و مول اکسیژن موجود در NO_2 برابر ۲y خواهد بود.

$$\begin{cases} 18x + 46y = 56/1 \\ 16x + 32y = 43/2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9x + 23y = 28/0.5 & \xrightarrow{x \times 2} 22x + 184y = 224/4 \\ 8x + 16y = 21/6 & \xrightarrow{x \times (-9)} -72x - 144y = -194/4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 40y &= 30 \Rightarrow y = \frac{3}{4} \\ x &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ? \text{ atomN} &= \frac{3}{4} \text{ molNO}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}}{1 \text{ mol NO}_2} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ atom N}}{1 \text{ mol N}} \\ &= 4/515 \times 10^{23} \text{ atom N} \end{aligned}$$

(شیمی ا- صفحه های ۱۶ تا ۱۷)

(روزبه رضوانی)

گزینه «۳»

$$2/4gSO_4 \times \frac{1 \text{ mol SO}_4}{80 \text{ g SO}_4} \times \frac{4 \text{ mol}}{1 \text{ mol SO}_4} \times \frac{N_A}{1 \text{ mol}} = 0/12N_A$$

عبارت سوم: درست، از کاربردهای رادیوایزوتوپ‌ها می‌توان در پزشکی و کشاورزی اشاره کرد.

عبارت چهارم: نادرست، نیم عمر 4H از نیم عمر 7H بیشتر است.

(شیمی ا- صفحه های ۵ تا ۸)

گزینه «۲»

نخستین عنصری که در واکنشگاه هسته‌ای ساخته شد، عنصر تکنسیم

$$99 \text{ (}_{43}\text{Tc}) \text{ است. در هسته این عنصر، } 43 \text{ پروتون و } 56 = 56 - 43 = 13 \text{ نوترون یافت می‌شود.}$$

اختلاف نوترون و پروتون

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) از ۱۱۸ عنصر جدول تناوبی ۲۶ عنصر ساختگی هستند.

$$\frac{26}{118} \times 100 \approx 22\%$$

۳) با افزایش مقدار یون حاوی تکنسیم (Tc) امکان تصویربرداری از این غده فراهم می‌شود.

۴) فراوانی ایزوتوپ ^{235}U در مخلوط طبیعی از اورانیم کمتر از ۰.۷٪ درصد است.

(شیمی ا- صفحه های ۷ و ۸)

(محمد رضا پور جاور)

گزینه «۴»

عبارت‌های اول، دوم و سوم نادرست هستند.

عدد اتمی عنصر توصیف شده در عبارت اول به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} n+p = 81 \\ n-p = 11 \end{cases} \Rightarrow 2n = 92 \Rightarrow n = 46 \Rightarrow p = 35$$

هیدروژن دارای ۵ ایزوتوپ ناپایدار $(^1H, ^2H, ^3H, ^4H, ^5H)$ ایزوتوپ ساختگی ^{11}H است که نسبت تعداد آنها به یکدیگر $1/25$ می‌باشد.لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی ^{7}Li و ^{6}Li است که درصد فراوانی آنها به ترتیب ۶ و ۹۴٪ است.

(شیمی ا- صفحه های ۵ تا ۸)

عبارت چهارم (ت) نادرست است. $19 - 5 = 14$ و عدد اتمی ۱۹ برابر عدد

اتمی اولین عنصر دوره چهارم (K_{19}) است.

(شیمی ۱ - صفحه های ۶ تا ۲۳)

(محمد رضا پور جاویر)

گزینه «۲»

طیف نشری خطی لیتیم در گستره مرئی دارای ۴ خط با طول موج رنگی است.

(شیمی ۱ - صفحه های ۱۹ تا ۲۳)

شیمی ۲ (اختیاری)

(سید امیرحسین مرتضوی)

گزینه «۳»

X_{14} همان سیلیسیم است که یک شبه فلز به حساب می آید. طبق متن کتاب درسی، خواص فیزیکی شبه فلزها بیشتر شیوه به فلزها بوده و رفتار شیمیای آنها مشابه نافلزها می باشد.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: سیلیسیم (شبه فلز) نسبت به عنصر کربن (نافلز)، رسانایی الکتریکی کمتری دارد.

گزینه «۲»: ابتدا آرایش الکترونی فشرده X_{14} را رسم می کنیم.



لایه ظرفیت آن دارای ۲ الکترون با $= 1$ و ۲ الکترون با $= 1$ است.

$$\frac{2}{2} = 1$$

گزینه «۴»: در گروه ۱۴، هر چه از بالا به سمت پایین می رویم، خاصیت فلزی افزایش می یابد.

(شیمی ۲ - صفحه های ۶ تا ۹)

(سید امیرحسین مرتضوی)

گزینه «۴»

بررسی همه گزینه ها:

گزینه «۱»: A می تواند متعلق به منیزیم باشد.

گزینه «۲»: در بین A، B و C، عنصر C بزرگ ترین شعاع اتمی را دارد اما منیزیم از لحاظ شعاع اتمی در گروه دوم، دومین رتبه را دارد پس C نمی تواند باشد.

اکتون تعداد مول به ازای $\frac{1}{2} ۱۹$ گرم از عنصر X_2 را بدست می آوریم.

$$\frac{۱\text{ mol}}{۱۲N_A \times \frac{۱\text{ mol}}{N_A X_2}} = \frac{۰}{۱۲\text{ mol } X_2}$$

سپس جرم مولی X_2 را بر حسب g/mol محاسبه می کنیم:

$$X_2 = \frac{۱۹/۲\text{ g}}{۰/۱۲\text{ mol}} = ۱۶۰ \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$X = ۸۰ \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

(شیمی ۱ - صفحه های ۵ تا ۱۶)

(محمد رضا پور جاویر)

«۲»

اگر جرم نمونه های گلوکز و اتانول را برابر A گرم در نظر بگیریم، تعداد اتم C گلوکز و H اتانول برابرند با N_A (بیانگر عدد آوگادرو است):

$$\text{AgC}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{۱\text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{۱۸۰\text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{N_A \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{۱\text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}$$

$$\times \frac{۶\text{ atom C}}{\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \text{ مولکول}} = \frac{A N_A \text{ atom C}}{۳۰}$$

$$\text{AgC}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{۱\text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{۴۶\text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{۶\text{ mol H}}{۱\text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}$$

$$\times \frac{N_A \text{ atom H}}{\text{mol H}} = \frac{۳A \times N_A}{۲۳} \text{ atom H}$$

به این ترتیب نسبت مورد نظر عبارت است از:

$$\frac{\frac{A \times N_A}{۳۰}}{\frac{۳A \times N_A}{۲۳}} = \frac{۲۳}{۹۰}$$

(شیمی ۱ - صفحه های ۵ تا ۱۶)

(علی رضا کلاینی (وست))

«۲»

عبارت اول (آ) درست است. تعداد نوارهای رنگی هلیم (D) بیشتر از هیدروژن (A) است.

عبارت دوم (ب) درست است.

عبارت سوم (ب) نادرست است. عنصری که برای آن در جدول جرم میانگینی ذکر نشده است تکنسیم است که عنصر هم گروه آن منگنز با عدد ۲۵ است نه عنصر آهن.

بررسی همه عبارت‌ها:



عبارت (آ): عنصر A عنصر کلر است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مجموع } n = 7 \times 3 = 21 \\ \text{مجموع } I = 2(0) + 5(1) = 5 \end{array} \right\} \text{همه الکترون‌های ظرفیتی}$$

$$\Rightarrow 21 + 5 = 26$$

عبارت (ب): عنصر سیلیسیم است که در گروه ۱۴ جدول قرار دارد و یک شبه‌فلز است. عناصر سمت چپ آن فلز هستند.



عبارت (پ): عنصر C عنصر Al_{۱۳} می‌باشد. که در گروه ۱۳ و دوره سوم



قرار دارد و با نیتروژن هم گروه نیست.

عبارت (ت): در دوره سوم جدول دوره‌ای عناصر، از چپ به راست شاعع اتمی کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۹ و ۱۲ تا ۱۵)

(یاسر علیشاوی)

«گزینه ۳» - ۱۸۶

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فلز فعال سدیم می‌تواند به جای M (فلز واسطه) در ترکیب قرار گیرد.

گزینه «۲»: به طور کلی ترتیب واکنش‌پذیری فلزات جدول به صورت زیر است:

فلزهای واسطه > Al > گروه (۲) > گروه (۱): واکنش‌پذیری

گزینه «۳»: نافلز X نمی‌تواند فلز فعال Na را از ترکیب پایدار آن خارج کند.

گزینه «۴»: واکنش فلزات با نافلزات گروه ۱۷ می‌تواند نمک (ترکیب یونی) تشکیل دهد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(هری بخاری پور)

«گزینه ۲» - ۱۸۷

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): نادرست؛ زیرا فعالیت شیمیایی نقره کمتر از آهن است.

عبارت (ب) درست:

گزینه «۳»: در بین فلزات هر چه شاعع اتمی بیشتر باشد، خاصیت فلزی بیشتر است و در نتیجه تمایل به از دست دادن الکترون در عنصر C بیشتر از A و B است.

گزینه «۴»: برای عنصر C کمترین عدد اتمی ممکن، مربوط به کلسیم (Ca) با عنصر پایینی خود (Sr)، برابر ۱۸ می‌باشد.
(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

(عباس هنریو)

«گزینه ۳» - ۱۸۴

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) طلا با گازهای موجود در هوای کره واکنش نمی‌دهد.

ت) رسوب حاصل از واکنش آهن (II) کلرید با محلول سدیم هیدروکسید، آهن (III) هیدروکسید می‌باشد که سبز رنگ است.

ث) آخرین عنصر واسطه هر دوره که عناصر واسطه دارند، در گروه ۱۲ جدول دوره‌ای جای دارد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷ و ۱۹)

(محمد عظیمیان زواره)

«گزینه ۴» - ۱۸۴

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) خصلت فلزی Br_۵ از بقیه این عناصر کمتر است.

ت) با افزایش شمار الکترون‌های ظرفیتی در عناصرهای دوره سوم جدول

دوره‌ای، شاعع اتمی کاهش و خصلت نافلزی آنها افزایش می‌یابد.

ث) هر چه خصلت فلزی بیشتر باشد، تمایل اتم عنصر فلزی برای تبدیل شدن به کاتیون بیشتر است.

Ca > Mg > Fe > Cu > Ag : خصلت فلزی

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳، ۴، ۷ و ۱۳ تا ۲۰)

(عباس هنریو)

«گزینه ۳» - ۱۸۵

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ت) درست هستند.

(محمد عظیمیان زواره)

«۲» - ۱۸۹

از سوختن هر مول زغال سنگ، یک مول SO_2 تولید می‌شود.

$$? \text{ mol SO}_2 = 3 / 36 \text{ kg CaO} \times \frac{100 \text{ g CaO}}{1 \text{ kg CaO}} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{56 \text{ g CaO}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{1 \text{ mol CaO}} = 60 \text{ mol SO}_2$$

$$? \text{ mol SO}_2 = 80 \text{ mol} \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{1 \text{ mol زغال سنگ}} = 80 \text{ mol SO}_2$$

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = \frac{60}{80} \times 100 = \% 75 \quad \text{بازده درصدی}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

(عباس هنریه)

«۳» - ۱۹۰

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ث) نادرست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت (آ): واکنش پذیری فلز روی از کلسیم کمتر است. بنابراین شرایط

نگهداری فلز روی آسان‌تر است.

عبارت (ب): واکنش پذیری آهن از مس بیشتر است و رنگ محلول با انجام

واکنش تغییر می‌کند.

عبارت (پ): در زنگ آهن، یون‌های Fe^{3+} وجود دارد نه Fe^{2+} .

عبارت (ت): درست است.

عبارت (ث): هر دو منبع، تجدیدناپذیر محسوب می‌شوند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

$$? \text{ g Fe} = 115 \text{ g Na} \times \frac{40}{100} \times \frac{1 \text{ mol Na}}{22 \text{ g Na}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{2 \text{ mol Na}} \\ \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 56 \text{ g Fe}$$

عبارت (ب) نادرست:

$$\left. \begin{aligned} \frac{6(12)}{180} \times 100 &= \% 40 \\ \frac{2(12)}{46} \times 100 &= \% 52 \end{aligned} \right\} \frac{40}{52} < 1$$

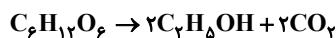
عبارت (ت) درست:

$$? \text{ g CO}_2 = 180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{50}{100} = 44 \text{ g CO}_2$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

«۲» - ۱۸۸



$$? \text{ mol} = 300 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{90}{100} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}$$

$$\times \frac{4 \text{ mol}}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 6 \text{ mol}$$

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = \frac{6}{6} \times 100 = \% 100 \Rightarrow 72 = \frac{x}{6} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 4 / 32 \text{ mol}$$

$$? \text{ L CO}_2 = 300 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{90}{100} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ mL CO}_2}{1 / 1 \times 10^{-3} \text{ g CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ L CO}_2}{1000 \text{ mL CO}_2} = 120 \text{ L CO}_2$$

$$\frac{\text{مقدار نظری} \times \text{بازده درصدی}}{100} = \frac{120 \times 72}{100} = 86 / 4 \text{ LCO}_2 = 86 / 4 \text{ LCO}_2$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

تلشی در مسیر معرفت



- دانلود گام به گام تمام دروس 
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه 
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی 
- دانلود نمونه سوالات امتحانی 
- مشاوره کنکور 
- فیلم های انگیزشی 