تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

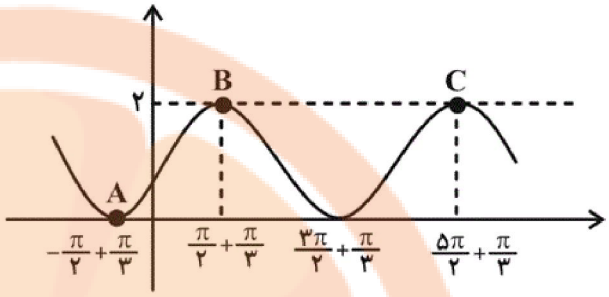
- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

۱- گزینهٔ «۱» *(رضا علی‌نواز)*

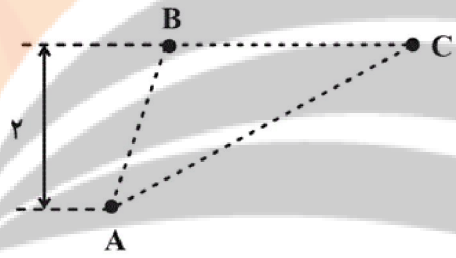
با رسم نمودار $y=\sin(x-\frac{\pi}{۳})+۱$ داریم:



اگر نقاط A، B و C را به هم وصل کنیم:

$$\text{قاعدهٔ مثلث} = x_C - x_B = ۲\pi$$

ارتفاع مثلث با توجه به شکل برابر ۲ می‌باشد، پس:



$$S_{ABC} = \frac{۲\pi \times ۲}{۲} = ۲\pi$$

(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۲- گزینهٔ «۳» *(رضا علی‌نواز)*

ابتدا زاویه چرخش B را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\theta_B = ۲۷۰^\circ \Rightarrow \theta_B = \frac{۳\pi}{۲}\,rad$$

طول کمان چرخش در هر دو قرقره برابر است، پس داریم:

$$L_A = L_B \Rightarrow r_A\theta_A = r_B\theta_B$$
$$\Rightarrow ۲۵\theta_A = ۱۰۰\times\frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow \theta_A = ۶\pi$$

(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۳- گزینهٔ «۲» *(رضا علی‌نواز)*

با توجه به روابط مثلثاتی می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \sin(\pi-\theta) = \sin\theta \\ \sin(\frac{۵\pi}{۲}+\theta) = \cos\theta \\ \sin(\theta-۲\pi) = -\sin(۲\pi-\theta) = \sin\theta \\ \cos(\theta-\frac{۳\pi}{۲}) = \cos(\frac{۳\pi}{۲}-\theta) = -\sin\theta \end{cases}$$

با جایگذاری داریم:

$$M = \frac{\sin\theta+\cos\theta}{-\sin\theta-\sin\theta} = \frac{\sin\theta+\cos\theta}{-۲\sin\theta} = -\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}\cot\theta$$

با توجه به شکل و رابطهٔ فیثاغورس می‌توان نوشت:

$$AC^۲ = BC^۲ + AB^۲$$
$$۵a^۲ = a^۲ + AB^۲ \rightarrow AB^۲ = ۴a^۲ \rightarrow AB = ۲a$$
$$\Rightarrow \cot\theta = ۲ \Rightarrow M = -\frac{۱}{۲}-۱ = -\frac{۳}{۲}$$

(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

تلاش در مسیر موفقیت

۴- گزینهٔ «۴» *(مجتبی نادری)*

حاصل هر یک از نسبت‌های مثلثاتی زوایای داده شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\cos(\frac{-۲۵\pi}{۳}) = \cos(\frac{۲۵\pi}{۳}) = \cos(\frac{۲۴\pi+\pi}{۳}) = \cos(۸\pi+\frac{\pi}{۳})$$
$$= \cos\frac{\pi}{۳} = \frac{۱}{۲}$$

$$\sin(\frac{۳۱\pi}{۶}) = \sin(\frac{۳۰\pi+\pi}{۶}) = \sin(۵\pi+\frac{\pi}{۶}) = -\sin\frac{\pi}{۶} = -\frac{۱}{۲}$$

$$\tan(\frac{۲۱\pi}{۴}) = \tan(\frac{۲۰\pi+\pi}{۴}) = \tan(۵\pi+\frac{\pi}{۴}) = \tan\frac{\pi}{۴} = ۱$$

$$\cot(\frac{-۲۸\pi}{۳}) = -\cot(\frac{۲۸\pi}{۳}) = -\cot(\frac{۲۷\pi+\pi}{۳}) = -\cot(۹\pi+\frac{\pi}{۳})$$
$$= -\cot\frac{\pi}{۳} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\text{حاصل عبارت} = \frac{۱}{۲}\times(-\frac{۱}{۲}) - ۱\times(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}) = -\frac{۱}{۴} + \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{-۳+۴\sqrt{۳}}{۱۲}$$

(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۵- گزینهٔ «۳» *(سجاد عظمتی)*

ابتدا از دو طرف معادلهٔ $۲^x = ۳^{۲-x}$ لگاریتم در پایهٔ ۲ می‌گیریم تا x به دست آید.

$$۲^x = ۳^{۲-x} \Rightarrow \log_۲^{۲^x} = \log_۲^{۳^{۲-x}}$$

$$\Rightarrow x = (۲-x)\log_۲^۳ \Rightarrow x = ۲\log_۲^۳ - x\log_۲^۳$$

$$\Rightarrow x + x\log_۲^۳ = ۲\log_۲^۳ \Rightarrow x(۱+\log_۲^۳) = ۲\log_۲^۳$$

$$\Rightarrow x = \frac{۲\log_۲^۳}{۱+\log_۲^۳} = \frac{۲\log_۲^۳}{\log_۲^۲+\log_۲^۳} = \frac{۲\log_۲^۳}{\log_۲^۶} = ۲\log_۶^۳$$

حال عبارت $\frac{۲x}{x+۲\log_۶^۴}$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{۲x}{x+۲\log_۶^۴} = \frac{۲\times ۲\log_۶^۳}{۲\log_۶^۳+۲\log_۶^۴} = \frac{۲\log_۶^۳}{\log_۶^{۱۲}}$$

$$= ۲\log_{۱۲}^۳ = \log_{۱۲}^{۳^۲} = \log_{۱۲}^۹$$

توجه کنید که اگر لگاریتم‌ها تعریف شده باشند، داریم:

$$\frac{\log_a^b}{\log_a^c} = \log_c^b$$

اثبات: اگر قرار دهیم $\log_a^b = y$ و $\log_a^c = z$، آن‌گاه $b = a^y$ و $c = a^z$ است. در نتیجه:

$$\log_c^b = \log_{a^z}^{a^y} = \frac{y}{z}\log_a^a = \frac{y}{z} = \frac{\log_a^b}{\log_a^c}$$

(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶- گزینهٔ «۱» *(رضا علی‌نواز)*

با توجه به ویژگی‌های لگاریتم می‌نویسیم:

$$A = \log_۲^{\sqrt{۶}} + ۲\log_۴^{۲\sqrt{۳}} - \log_۴^{۱۴۴} = \log_۲^{\sqrt{۶}} + \log_۴^{۱۲} - \log_۴^{۱۴۴}$$

اگر مبنای همهٔ عبارات را یکسان کرده و برابر ۴ قرار دهیم، داریم:

$$A = \log_۴^۶ + \log_۴^{۱۲} - \log_۴^{۱۴۴} = \log_۴^{۶\times ۱۲} = \log_۴^{۱۴۴} = \log_۴^{\frac{۱}{۲}}$$

$$= \log_{۲^۲}^{۲^{-۱}} = -\frac{۱}{۲}$$

(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

تلاشی درمسیر موفقیت

۷- گزینهٔ «۱» *(رضا علی‌نواز)*

$$(۰/۰۴)^a = ۲\sqrt[۳]{۱۶} \Rightarrow (\frac{۴}{۱۰۰})^a = ۲\times ۲^{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow (\frac{۱}{۲۵})^a = ۲^{\frac{۷}{۳}}$$

$$\Rightarrow ۵^{-۲a} = ۲^{\frac{۷}{۳}}$$

با توجه به صورت سؤال $(\frac{۱}{۲})^b = ۵$، پس در رابطهٔ بالا به‌جای ۵، $(\frac{۱}{۲})^b$ را جایگذاری می‌کنیم:

$$((\frac{۱}{۲})^b)^{-۲a} = ۲^{\frac{۷}{۳}} \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{-۲ab} = ۲^{\frac{۷}{۳}}$$

$$\Rightarrow ۲^{۲ab} = ۲^{\frac{۷}{۳}} \Rightarrow ۲ab = \frac{۷}{۳} \Rightarrow ۶ab = ۷$$

$$\Rightarrow \log_{۴۹}^{۶ab} = \log_{۴۹}^{۷} = \frac{۱}{۲}$$

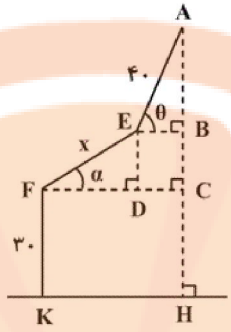
(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۸– گزینهٔ «۲» (اکبر کلاه‌ملکی)

شکل زیر را برای این مسئله در نظر می‌گیریم. ارتفاع AH را برحسب α و θ می‌نویسیم.



$$\overset{\Delta}{AEB}: \sin\theta = \frac{AB}{AE} \Rightarrow AB = AE\sin\theta = ۴۰\sin\theta$$

$$\overset{\Delta}{FED}: \sin\alpha = \frac{ED}{FE} \Rightarrow ED = FE\sin\alpha = x\sin\alpha$$

چون $ED = BC$، پس:

$$BC = x\sin\alpha$$

از طرفی $FK = CH$، بنابراین داریم:

$$AH = AB + BC + CH = ۴۰\sin\theta + x\sin\alpha + ۳۰$$

$$\Rightarrow AH = ۴۰\sin ۶۵^\circ + x\sin ۳۰^\circ + ۳۰ \simeq ۴۰\times ۰/۹ + \frac{۱}{۲}x + ۳۰$$

$$\Rightarrow AH = ۳۶ + \frac{۱}{۲}x + ۳۰ = ۶۶ + \frac{۱}{۲}x$$

$$AH = ۱۰۶ \Rightarrow ۶۶ + \frac{۱}{۲}x = ۱۰۶ \Rightarrow \frac{۱}{۲}x = ۴۰ \Rightarrow x = ۸۰$$

(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹- گزینهٔ «۳» *(رضا علی‌نواز)*

$$\log_{۲}^{(x-۲)^۲} + \log_{۲}^{(x-۱)^۲} = ۲ \Rightarrow \log_{۲}^{(x-۲)^۲.(x-۱)^۲} = ۲$$

$$\Rightarrow (x-۲)^۲.(x-۱)^۲ = ۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-۲)(x-۱) = ۲ \Rightarrow x^۲ - ۳x + ۲ = ۲ \Rightarrow x^۲ - ۳x = ۰ \\ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۳ \end{cases} \\ (x-۲)(x-۱) = -۲ \Rightarrow x^۲ - ۳x + ۲ = -۲ \Rightarrow x^۲ - ۳x + ۴ = ۰ \\ \Rightarrow \text{ریشه ندارد} \end{cases}$$

با توجه به معادله از بین جواب‌های $x = ۰$ و $x = ۳$ فقط $x = ۳$ قابل‌قبول است.

$$\Rightarrow \log_{x+۲}^{۸x+۱} = \log_{۵}^{۲۵} = ۲$$

(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰- گزینهٔ «۳» *(سجاد داوطلب)*

در معادله داده شده، از دو طرف تساوی لگاریتم در پایهٔ عدد ۲ می‌گیریم.

$$۳^{x-a}=۲^{x^۲} \xrightarrow{\log_۲} \log_۲^{۳^{x-a}}=\log_۲^{۲^{x^۲}} \Rightarrow (x-a)\log_۲^۳=x^۲$$
$$\Rightarrow x^۲-(\log_۲^۳)x+a\log_۲^۳=۰$$

با توجه به $a=\log_۴^b$ می‌توان نوشت:

$$x^۲-(\log_۲^۳)x+(\log_۴^b)(\log_۲^۳)=۰$$

چون قرار هست معادله فقط یک جواب داشته باشد، لذا باید $\Delta=۰$ شود:

$$\Delta=(\log_۲^۳)^۲-۴(\log_۴^b)(\log_۲^۳)=۰$$
$$\Rightarrow (\log_۲^۳)(\log_۲^۳-۴\log_۴^b)=۰$$

$$\log_۲^۳-۴\log_۴^b=۰ \Rightarrow \log_۲^۳-\log_۲^{b^۲}=۰$$
$$\Rightarrow b^۲=۳ \Rightarrow b=\sqrt{۳}$$

(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

می‌دانیم هر یک رادیان تقریباً ۵۷ درجه است.

$$\theta_۱ \simeq ۲\times ۵۷^\circ = ۱۱۴^\circ \quad \text{و} \quad \theta_۲=\frac{۵\pi}{۶}\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}=۱۵۰^\circ$$

$$\theta_۳=\frac{۳\pi}{۴}\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}=۱۳۵^\circ \quad \text{و} \quad \theta_۴ \simeq ۴\times ۵۷^\circ = ۲۲۸^\circ$$

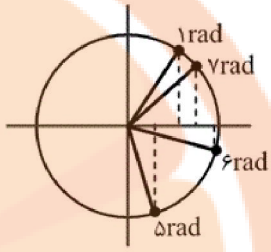
سه زاویه‌ی $\theta_۱$، $\theta_۲$ و $\theta_۳$ در ناحیه‌ی دوم قرار دارند ولی زاویه‌ی $\theta_۴$ در ناحیه‌ی سوم قرار دارد و با بقیه هم‌ناحیه نیست.

(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲– گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

ابتدا زاویه‌های ۱، ۵، ۶ و ۷ رادیان را به درجه تبدیل کرده و روی دایره‌ی مثلثاتی مشخص می‌کنیم. هر رادیان تقریباً برابر با ۵۷ درجه است، لذا:



$$1\,\text{rad} \simeq 57^\circ$$

$$5\,\text{rad} \simeq 5\times 57^\circ = 285^\circ = 270^\circ + 15^\circ$$

$$6\,\text{rad} \simeq 6\times 57^\circ = 342^\circ = 360^\circ - 18^\circ$$

$$7\,\text{rad} \simeq 7\times 57^\circ = 399^\circ = 360^\circ + 39^\circ$$

با توجه به شکل بالا، $\cos 6$ از بقیه بزرگتر است.

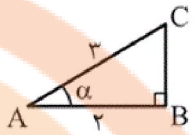
(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

اگر α در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی باشد، کسینوس آن مثبت و سینوس آن منفی است، پس تانژانت آن هم منفی است.

با فرض $\cos\alpha = \frac{۲}{۳}$ و به کمک مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر، داریم:



$$BC = \sqrt{۳^۲ - ۲^۲} = \sqrt{۵} \quad : \text{قضیه‌ی فیثاغورس}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = -\frac{\sqrt{۵}}{۳} \ , \ \tan\alpha = -\frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\sin(\alpha-\pi) = -\sin(\pi-\alpha) = -\sin\alpha \ , \ \sin(\frac{\pi}{۲}+\alpha) = \cos\alpha$$

پس:

$$\sin(\alpha+\frac{\pi}{۲}) = \cos\alpha = \frac{۲}{۳} \ , \ \sin(\alpha-\pi) = -\sin\alpha = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

پس عبارت مورد نظر سؤال برابر است با:

$$\frac{\frac{۲}{۳} - \frac{\sqrt{۵}}{۳}}{\left|(-\frac{\sqrt{۵}}{۲})^۲ - ۱\right|} = \frac{\frac{۲-\sqrt{۵}}{۳}}{\frac{۵}{۴}-۱} = \frac{\frac{۲-\sqrt{۵}}{۳}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۴(۲-\sqrt{۵})}{۳}$$

(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

$$\frac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ} = \frac{\cos(۲۷۰^\circ + ۱۵^\circ) - \sin(۲۷۰^\circ - ۱۵^\circ)}{\sin(۵۴۰^\circ - ۱۵^\circ) - \sin(۹۰^\circ + ۱۵^\circ)}$$

$$= \frac{\sin ۱۵^\circ - (-\cos ۱۵^\circ)}{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ}$$

با تقسیم صورت و مخرج بر $\cos ۱۵^\circ$ خواهیم داشت:

$$= \frac{\tan ۱۵^\circ + ۱}{\tan ۱۵^\circ - ۱} = \frac{\frac{۲۸}{۱۰۰} + ۱}{\frac{۲۸}{۱۰۰} - ۱} = \frac{-۱۲۸}{۷۲} = \frac{-۱۶}{۹}$$

دقت کنید:

$$\sin(۵۴۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin(۳۶۰^\circ + ۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ)$$

$$= \sin(۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ$$

(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۵- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

برای تابع $y = \cos x$ در هر ۲π واحد فاصله، یک شکل کامل رسم می‌شود،

پس طول بازه‌ی $[a\ ,\ \frac{-\pi}{۲}]$ باید برابر ۲π باشد.

$$a - (\frac{-\pi}{۲}) = ۲\pi \Rightarrow a = \frac{۳\pi}{۲}$$

$$f(a - \frac{\pi}{۳}) \overset{a=\frac{۳\pi}{۲}}{=\!=\!=} f(\frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۳}) = \cos(\frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۳})$$

مضرب صحیح و فرد $\frac{\pi}{۲}$ داریم، پس $\cos$ به $\sin$ تبدیل می‌شود. همچنین کمان

$\frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۳}$ در ناحیه‌ی سوم است و کسینوس در این ناحیه منفی است، پس:

$$\cos(\frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۳}) = -\sin\frac{\pi}{۳} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(حسابان (۱)- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۹)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۱۶- گزینهٔ «۴» (کتاب آبی)

تابع $f(x)=\frac{۲^x+(\frac{۱}{۲})^x}{۲}$; $\underbrace{x\geq ۰}_{(*)}$ را در نظر گرفته، می‌خواهیم $f^{-۱}(۲)$ را حساب کنیم.

$$f^{-۱}(۲)=\alpha \Rightarrow ۲=f(\alpha) \Rightarrow ۲=\frac{۲^\alpha+(\frac{۱}{۲})^\alpha}{۲}$$

$$\Rightarrow ۴=۲^\alpha+\frac{۱}{۲^\alpha} \xrightarrow{t=۲^\alpha} ۴=t+\frac{۱}{t} \xrightarrow{\times t} ۴t=t^۲+۱$$

$$\Rightarrow t^۲-۴t+۱=۰$$

$$\Rightarrow t=\frac{۴\ \sqrt{۱۲}}{۲}=\frac{۴\ \sqrt{۴\times ۳}}{۲}=۲\ \sqrt{۳}$$

$$\xrightarrow{t=۲^\alpha} ۲^\alpha=۲\ \sqrt{۳} \Rightarrow \alpha=\log_۲^{(۲\ \sqrt{۳})}$$

دقت کنید که $۰<۲-\sqrt{۳}<۱$، پس $\log_۲^{(۲-\sqrt{۳})}<۰$، اما با توجه به $(*)$ باید α مثبت باشد، پس فقط $\alpha=\log_۲^{(۲+\sqrt{۳})}$ را می‌پذیریم.

(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۱۷- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

راه حل اول:

$$f(x)=\frac{\log_{۴}(x^{۲}-x-۲)}{\sqrt{x^{۲}-۱}+۱}$$

از آنجاکه مخرج همواره مثبت است، کافی است عبارت جلوی لگاریتم و عبارت زیر رادیکال را به ترتیب مثبت و نامنفی در نظر بگیریم.

$$\begin{cases}(۱)\ x^{۲}-x-۲>۰\Rightarrow(x-۲)(x+۱)>۰\Rightarrow x<-۱\cup x>۲\\(۲)\ x^{۲}-۱\geq ۰\Rightarrow(x-۱)(x+۱)\geq ۰\Rightarrow x\leq -۱\cup x\geq ۱\end{cases}$$

از اشتراک (۱) و (۲) داریم: $x<-۱\cup x>۲$ و در نتیجه:

$$D_f=(-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$$

راه حل دوم: به ازای $x=۰$ عبارت جلوی لگاریتم منفی می‌شود، پس گزینه‌های (۲) و (۴) حذف می‌شوند. همچنین به ازای $x=۲$ عبارت جلوی لگاریتم صفر می‌شود و قابل قبول نیست، پس گزینه‌ی (۳) هم حذف می‌شود.

(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۱۸- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

برای حل معادلهٔ نمایی، ابتدا پایه‌های دو طرف تساوی را یکسان کرده و سپس نماها را برابر قرار می‌دهیم.

$$(۰/۴)^{۲x-۱}=(\frac{۱۲۵}{۸})^{x^۲} \xrightarrow[\frac{۱۲۵}{۸}=(\frac{۵}{۲})^۳=(\frac{۲}{۵})^{-۳}]{۰/۴=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}}$$

$$(\frac{۲}{۵})^{۲x-۱}=((\frac{۲}{۵})^{-۳})^{x^۲} \Rightarrow (\frac{۲}{۵})^{۲x-۱}=(\frac{۲}{۵})^{-۳x^۲}$$

$$\Rightarrow ۲x-۱=-۳x^۲ \Rightarrow ۳x^۲+۲x-۱=۰$$

$$\xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x=-۱ \\ x=\frac{-c}{a}=\frac{۱}{۳} \end{cases}$$

به ازای $x=-۱$، عبارت جلوی لگاریتم $\log_۸^{(۹x+۱)}$ منفی می‌شود، پس قابل قبول نیست، بنابراین به ازای $x=\frac{۱}{۳}$ حاصل لگاریتم را می‌یابیم:

$$\log_۸^{(۹x+۱)}=\log_۸^{(۹\times\frac{۱}{۳}+۱)}=\log_۸^۴=\log_{۲^۳}^{۲^۲}$$

$$\log_{b^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_b^a \Rightarrow \frac{۲}{۳}\log_۲^۲=\frac{۲}{۳}$$

(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۹- گزینهٔ «۳» (کتاب آبی)

$$\begin{cases}(۲\ ,\ ۶)\in f \Rightarrow f(۲)=۶ \Rightarrow a+\log_۲(۲b-۴)=۶ \quad (*)\\ (۱۲\ ,\ ۱۰)\in f \Rightarrow f(۱۲)=۱۰ \Rightarrow a+\log_۲(۱۲b-۴)=۱۰\end{cases}$$

دو طرف معادلات را از هم کم می‌کنیم:

$$\log_۲(۱۲b-۴)-\log_۲(۲b-۴)=۴ \Rightarrow \log_۲\left(\frac{۱۲b-۴}{۲b-۴}\right)=۴$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲b-۴}{۲b-۴}=۲^۴=۱۶ \Rightarrow ۱۲b-۴=۳۲b-۶۴$$

$$\Rightarrow ۲۰b=۶۰ \Rightarrow b=۳ \xrightarrow{(*)} a+\log_۲(۲(۳)-۴)=۶$$

$$\Rightarrow a+\log_۲^۲=۶ \Rightarrow a+۱=۶ \Rightarrow a=۵$$

(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۲۰- گزینهٔ «۳» (کتاب آبی)

$$M_۲-M_۱=۱/۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases}۱/۵M_۲=\log E_۲-۱۱/۸\\ ۱/۵M_۱=\log E_۱-۱۱/۸\end{cases}$$

$$\longrightarrow ۱/۵(M_۲-M_۱)=\log E_۲-\log E_۱$$

$$\Rightarrow ۱/۵\times ۱/۴=\log\frac{E_۲}{E_۱}$$

$$\Rightarrow ۱/۵\times ۲\log ۵=\log\frac{E_۲}{E_۱} \Rightarrow \log\frac{E_۲}{E_۱}=۳\log ۵$$

$$\Rightarrow \log\frac{E_۲}{E_۱}=\log ۵^۳ \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱}=۱۲۵$$

(حسابان (۱)- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

تلاشی در مسیر موفقیت

۲۱- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

هر سه گزاره نادرست هستند.

گزارهٔ «الف»: تجانس چه در حالت مستقیم و چه در حالت معکوس، همواره جهت شکل‌ها را ثابت نگه می‌دارد.

گزارهٔ «ب»: دو چندضلعی متجانس همواره متشابه هستند ولی برعکس این مطلب درست نیست، یعنی دو چندضلعی متشابه ممکن است متجانس نباشند.

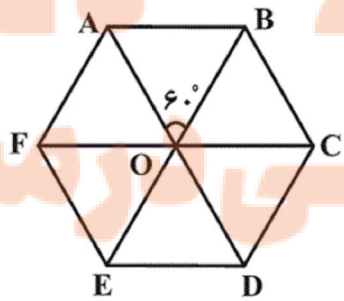
گزارهٔ «پ»: تجانس معکوس در حالت $k = -1$، طولپا است.

(هندسه (۲)- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۲۲- گزینهٔ «۱» *(هادی فولادی)*

مطابق شکل، یک شش‌ضلعی منتظم را با رسم ۳ قطر آن می‌توان به ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع هم‌نهشت تقسیم کرد. نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای داخلی شش‌ضلعی منتظم همان مرکز تقارن شش‌ضلعی منتظم است. در این دوران 60° درجه حول مرکز تقارن، شش‌ضلعی بر خود آن منطبق می‌شود، پس مساحت ناحیهٔ مشترک دقیقاً برابر مساحت شش‌ضلعی اولیه است.



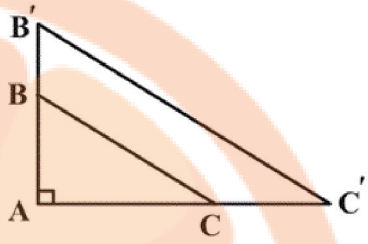
(هندسه (۲)- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۲۳- گزینهٔ «۲» *(هنانه اتفاقی)*

می‌دانیم در تجانس با نسبت k، مساحت اشکال هندسی $k^۲$ برابر می‌شود،

بنابراین داریم:



$$\frac{S_{AB'C'}}{S_{ABC}} = k^۲ \Rightarrow \frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = (\frac{۷}{۵})^۲ = \frac{۴۹}{۲۵}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت}} \frac{S_{A'B'C'} - S_{ABC}}{S_{ABC}} = \frac{۴۹-۲۵}{۲۵}$$

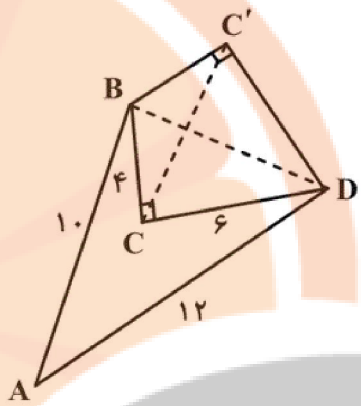
$$\Rightarrow \frac{S_{BB'C'C}}{S_{ABC}} = \frac{۲۴}{۲۵}$$

(هندسه (۲)- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۴ ۳ ۲✓ ۱

۲۴- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

برای انجام کار کافی است بازتاب نقطهٔ C را نسبت به خط گذرنده از نقـاط B و D به‌دست آوریم. میزان افزایش مساحت برابـر مسـاحت چهارضـلعی $BCDC'$ است. بنابراین داریم:



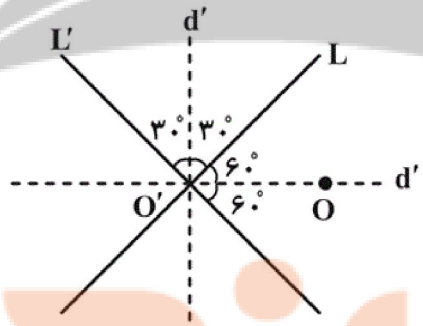
$$S_{BCDC'} = ۲S_{BCD} = ۲\times\frac{۱}{۲}\times۴\times۶ = ۲۴$$

(هندسه (۲)- صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۲۵- گزینهٔ «۲» (محبوبه بهادری)

اگر خط L' دوران یافتهٔ خط L به مرکز O باشد، آنگاه هر نقطـهٔ واقـع بـر خط L'، دوران یافتهٔ نقطه‌ای از خـط L بـه مرکـز O اسـت. چـون دوران تبدیلی طولپا است، پس فاصلهٔ هر نقطهٔ واقع بر خط L و تصـویر آن تحـت این دوران، از نقطهٔ O یکسان است. پس نقطهٔ O روی نیمساز زاویهٔ بین دو خط L و L' (یکی از دو خط d یا d') قـرار دارد. در ایـن‌صـورت مطـابق شکل زاویهٔ بین خط گذرنده از نقاط O و O' با خط L، برابـر ۳۰° یـا ۶۰° است.



(هندسه (۲)- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

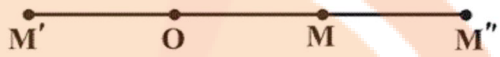
۱ ۲✓ ۳ ۴

ترنج بوک
تلاشی درمسیرموفقیت

۲۶- گزینهٔ «۲» *(هنانه اتفاقی)*

فرض کنید $OM = x$ باشد.

مطابق شکل داریم:



$$\frac{OM'}{OM} = |k_۱| \Rightarrow \frac{OM'}{x} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow OM' = \frac{۳}{۴}x$$

$$M'M = OM' + OM = \frac{۳}{۴}x + x = \frac{۷}{۴}x$$

$$\frac{M'M''}{M'M} = |k_۲| \Rightarrow \frac{M'M''}{\frac{۷}{۴}x} = \frac{۶}{۵} \Rightarrow M'M'' = \frac{۶}{۵} \times \frac{۷}{۴}x = \frac{۲۱}{۱۰}x$$

$$MM'' = M'M'' - M'M = \frac{۲۱}{۱۰}x - \frac{۷}{۴}x = \frac{۷}{۲۰}x$$

$$\frac{MM''}{OM} = \frac{\frac{۷}{۲۰}x}{x} = \frac{۷}{۲۰}$$

(هندسه (۲)- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

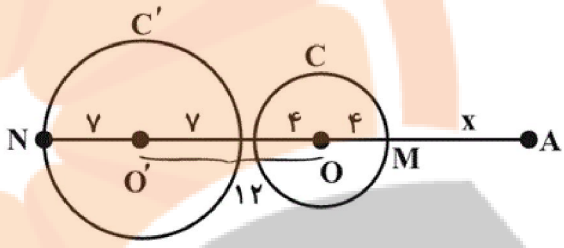
۱ ۲✓ ۳ ۴

۲۷- گزینهٔ «۳» *(هنانه اتفاقی)*

با توجه به نسبت تجانس دو دایره داریم:

$$k=\frac{R'}{R}\Rightarrow\frac{۷}{۴}=\frac{۷}{R}\Rightarrow R=۴$$

مطابق شکل فرض کنید A مرکز تجانس مستقیم دو دایره باشد. اگر $AM=x$ باشد، آنگاه داریم:



$$k=\frac{AO'}{AO}\Rightarrow\frac{۷}{۴}=\frac{x+۱۶}{x+۴}\Rightarrow ۷(x+۴)=۴(x+۱۶)$$

$$\Rightarrow ۷x+۲۸=۴x+۶۴\Rightarrow ۳x=۳۶\Rightarrow x=۱۲$$

مطابق شکل نقطهٔ N روی دایرهٔ C'، دارای بیشترین فاصلهٔ ممکن از مرکز تجانس است. این فاصله برابر است با:

$$AN=AO'+O'N=(x+۱۶)+۷\xrightarrow{x=۱۲}AN=۳۵$$

(هندسه (۲)- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۲۸- گزینهٔ «۳» *(احسان خیراللهی)*

فرض کنید نقطهٔ A' مجانس نقطهٔ A به مرکز O و نسبت $k = ۲$ باشد.

چون نسبت تجانس برابر ۲ است، پس مطابق شکل $OA = AA'$ و در نتیجه A وسط پاره‌خط OA' است. در این‌صورت داریم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{x_O + x_{A'}}{۲} \Rightarrow ۳ = \frac{-۱ + x_{A'}}{۲} \Rightarrow x_{A'} = ۷ \\ y_A = \frac{y_O + y_{A'}}{۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۲ + y_{A'}}{۲} \Rightarrow y_{A'} = ۶ \end{cases}$$

پس مختصات نقطهٔ A' (مجانس نقطهٔ A) به‌صورت $A'(۷,۶)$ است.

(هندسه (۲)- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱) ۲) ۳✓ ۴)

۲۹- گزینهٔ «۱» *(محبوبه بهادری)*

هر بردار انتقالی که موازی نیمساز ربع اول دستگاه مختصات (خط $y = x$) باشد را می‌توان به‌صورت $\vec{v} = (a, a)$ نمایش داد. بنابراین مختصات نقطهٔ B' به‌صورت $B'(-۱+a, ۱+a)$ خواهد بود. دوران تبدیلی طولپا است، در نتیجه اگر B' دوران‌یافتهٔ A به مرکز مبدأ مختصات و زاویهٔ θ باشد، آنگاه داریم:

$$OB' = OA \Rightarrow \sqrt{(-۱+a)^۲ + (۱+a)^۲} = \sqrt{۲^۲ + (\sqrt{۲})^۲}$$
$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} ۱ - ۲a + a^۲ + ۱ + ۲a + a^۲ = ۴ + ۲$$
$$\Rightarrow ۲a^۲ = ۴ \Rightarrow a^۲ = ۲$$

طول بردار انتقال همان طول پاره‌خط BB' است، بنابراین داریم:

$$BB' = \sqrt{(-۱+a+۱)^۲ + (۱+a-۱)^۲} = \sqrt{a^۲ + a^۲}$$
$$= \sqrt{۲a^۲} = \sqrt{۴} = ۲$$

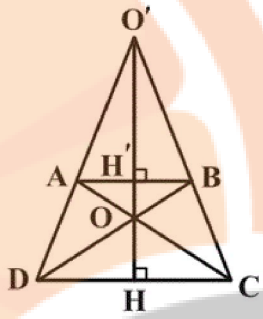
(هندسه (۲)- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۳۰- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل نقاط O و O' به‌ترتیب مراکز تجانس‌های معکوس و مستقیمی

هستند که قاعدهٔ AB را بر قاعدهٔ CD تصویر می‌کنند.



ابتدا طول ارتفاع ذوزنقه را به‌دست می‌آوریم:

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}h(AB+CD) \Rightarrow ۳۰ = \frac{h}{۲}(۶+۹) \Rightarrow h = ۴$$

می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها برابر نسبت تشابه است،

بنابراین داریم:

$$AB \parallel CD \Rightarrow \overset{\Delta}{O'AB} \sim \overset{\Delta}{O'CD} \Rightarrow \frac{O'H'}{O'H} = \frac{AB}{CD} = \frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{O'H'}{HH'} = \frac{۲}{۱} \Rightarrow \frac{O'H'}{۴} = \frac{۲}{۱} \Rightarrow O'H' = ۸$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow \overset{\Delta}{OAB} \sim \overset{\Delta}{OCD} \Rightarrow \frac{OH'}{OH} = \frac{AB}{CD} = \frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{OH'}{HH'} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{OH'}{۴} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow OH' = \frac{۸}{۵}$$

$$OO' = O'H + OH = ۸ + \frac{۸}{۵} = \frac{۴۸}{۵} = ۹/۶$$

تلاش در مسیر موفقیت

(هندسه (۲)- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۳۱- گزینهٔ «۳» (فرزانه فاکپاش)

فضای نمونهٔ کاهش یافته (حالت‌هایی که شمارهٔ یکی از کارت‌های انتخابی ۳ باشد) به‌صورت زیر است:

$$S=\{(۳,۱),(۳,۲),(۳,۳),(۳,۴),(۳,۵),(۱,۳),(۲,۳),(۴,۳),(۵,۳)\}$$

در این فضای نمونه، پیشامد آن‌که شمارهٔ کارت دیگر زوج باشد، عبارت است از:

$$A=\{(۳,۲),(۳,۴),(۲,۳),(۴,۳)\}$$

بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{۴}{۹}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۳۲- گزینهٔ «۱» (هنانه اتفاقی)

اگر پیشامد این‌که حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز باشد را A بنامیم، آنگاه A' پیشامد آن است که هر سه توپ انتخابی آبی باشند. در این‌صورت داریم:

$$P(A')=\frac{۷}{۱۰}\times\frac{۶}{۹}\times\frac{۵}{۸}=\frac{۷}{۲۴}$$

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۷}{۲۴}=\frac{۱۷}{۲۴}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۱✓ ۲ ۳ ۴

ترنج بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

۳۳- گزینهٔ «۳» *(ندا صالح‌پور)*

فرض کنید A و B به‌ترتیب پیشامدهای آن باشند که «این خانواده دو فرزند دختر داشته باشند» و «فقط فرزند دوم و سوم این خانواده دختر باشند»، در این‌صورت داریم:

$$P(A)=\frac{\binom{۵}{۲}}{۲^۵}=\frac{۱۰}{۳۲}$$

$$P(B)=\underset{\text{پسر}}{\underset{\downarrow}{\frac{۱}{۲}}}\times\underset{\text{دختر}}{\underset{\downarrow}{\frac{۱}{۲}}}\times\underset{\text{دختر}}{\underset{\downarrow}{\frac{۱}{۲}}}\times\underset{\text{پسر}}{\underset{\downarrow}{\frac{۱}{۲}}}\times\underset{\text{پسر}}{\underset{\downarrow}{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۱}{۳۲}$$

بنابراین نسبت این دو احتمال برابر است با:

$$\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{\frac{۱۰}{۳۲}}{\frac{۱}{۳۲}}=۱۰$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۳۴- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید پیشامدهای زنده ماندن مرد و همسر او تا ده سال آینده را به‌ترتیب با A و B نمایش دهیم. این دو پیشامد مستقل از یکدیگرند. پیشامد زنده ماندن دقیقاً یکی از این دو نفر معادل مجموعهٔ $(A-B)\cup(B-A)$ است که با توجه به ناسازگار بودن $A-B$ و $B-A$ داریم:

$$P[(A-B)\cup(B-A)] = P(A-B)+P(B-A)$$
$$= P(A\cap B')+P(B\cap A') = P(A)P(B')+P(B)P(A')$$
$$= \frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۱۲}+\frac{۳}{۱۲} = \frac{۵}{۱۲}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۳۵- گزینهٔ «۴» *(خرزانه خاکپاش)*

فرض کنید A پیشامد پاسخ صحیح دادن به ۳ سؤال باشد. در این‌صورت داریم:

$$P(A) = \binom{۵}{۳}(\frac{۱}{۴})^۳(\frac{۳}{۴})^۲ = ۱۰\times\frac{۱}{۶۴}\times\frac{۹}{۱۶} = \frac{۹۰}{۱۰۲۴} = \frac{۴۵}{۵۱۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال- مشابه تمرین ۸ صفحهٔ ۷۲)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

تلاشی درمسیرموفقیت

۳۶- گزینهٔ «۴» *(ندا صالح‌پور)*

اگر A پیشامد معیوب بودن لامپ انتخابی و B_1 و B_2 به‌ترتیب پیشامدهای تعلق لامپ انتخابی به جعبه‌های اول و دوم باشند، آنگاه طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A \mid B_1) + P(B_2)P(A \mid B_2)$$
$$= \frac{8}{14} \times \frac{4}{24} + \frac{6}{14} \times \frac{3}{15} = \frac{4}{7} \times \frac{1}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{1}{5}$$
$$= \frac{2}{21} + \frac{3}{35} = \frac{10+9}{105} = \frac{19}{105}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۳۷- گزینهٔ «۴» *(هنانه اتفاقی)*

اگر پیشامد داشتن مدرک لیسانس را با A و پیشامدهای مرد بودن و زن بودن کارمند انتخاب شده را به‌ترتیب با B_1 و B_2 نمایش دهیم، آنگاه طبق قانون بیز داریم:

$$P(B_1 \mid A') = \frac{P(B_1)P(A' \mid B_1)}{P(A')} = \frac{0/4 \times 0/6}{0/4 \times 0/6 + 0/6 \times 0/7}$$
$$= \frac{0/24}{0/66} = \frac{24}{66} = \frac{4}{11}$$

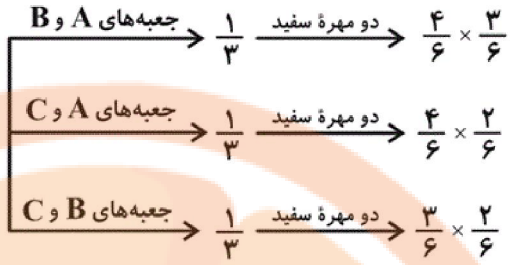
(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۳۸- گزینهٔ «۲» *(رضا توکلی)*

ابتدا نمودار درختی مربوط به این مسئله را رسم می‌کنیم:



بنابراین طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{دو مهرهٔ سفید}) = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{6}\times\frac{3}{6}+\frac{4}{6}\times\frac{2}{6}+\frac{3}{6}\times\frac{2}{6}\right)$$

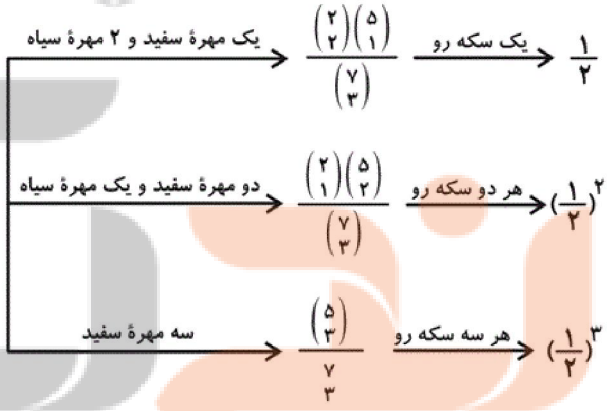
$$= \frac{1}{3}\times\frac{26}{36} = \frac{13}{54}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۳۹- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا نمودار درختی را برای این مسئله رسم می‌کنیم:



بنابراین طبق قانون بیز، احتمال آنکه هر ۳ مهرهٔ خارج شده از کیسه سفید باشد،

به‌شرط آن‌که تمام سکه‌های پرتاب شده رو باشد، برابر است با:

$$P = \frac{\frac{10}{35}\times\frac{1}{8}}{\frac{5}{35}\times\frac{1}{2}+\frac{20}{35}\times\frac{1}{4}+\frac{10}{35}\times\frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{28}}{\frac{1}{14}+\frac{1}{7}+\frac{1}{28}} = \frac{\frac{1}{28}}{\frac{7}{28}} = \frac{1}{7}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

تلاشی در مسیر موفقیت

۴۰- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به مستقل بودن پیشامدهای A و B، دو پیشامد A' و B' نیز مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)\Rightarrow P(A)P(B)=۰/۲۴$$

$$P(A'\cap B')=P(A')P(B')=(۱-P(A))(۱-P(B))$$

$$\Rightarrow P(A'\cap B')=۱-P(A)-P(B)+P(A)P(B)$$

$$\Rightarrow ۰/۱۴=۱-(P(A)+P(B))+۰/۲۴\Rightarrow P(A)+P(B)=۱/۱$$

$$\xrightarrow{P(A)>P(B)}\begin{cases}P(A)=۰/۸\\P(B)=۰/۳\end{cases}$$

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=۰/۸-۰/۲۴=۰/۵۶$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۴۱- گزینهٔ «۲» *(اشکان ولی‌زاده)*

نکته: اگر در یک مدار با یک مولد، در دو حالت توان خروجی یکسان داشته باشیم، داریم: $r=\sqrt{R_۱R_۲}$

راه اول: ۳ اهم کاهش $\Rightarrow$ $۲=\sqrt{۴\times R_۲}\Rightarrow ۴=۴R_۲\Rightarrow R_۲=۱\Omega$

راه دوم:

$$\left.\begin{matrix}P_۱=P_۲\\P=RI^۲=\dfrac{R\varepsilon^۲}{(R+r)^۲}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{۴\varepsilon^۲}{(۴+۲)^۲}=\frac{R_۲\varepsilon^۲}{(R_۲+۲)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۴}{۳۶}=\frac{R_۲}{(R_۲+۲)^۲}\Rightarrow ۹R_۲=R_۲^۲+۴+۴R_۲$$

$$\Rightarrow R_۲^۲-۵R_۲+۴=۰\Rightarrow\begin{cases}R_۲=۴\Omega\\R_۲=۱\Omega\end{cases}$$

لذا مقاومت رئوستا باید ۳ اُهم کاهش داشته باشد.

(فیزیک (۲)- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

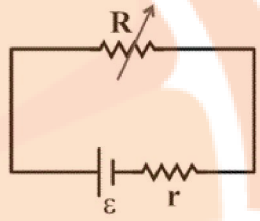
تلاشی در مسیر موفقیت

۴۲- گزینهٔ «۱» *(پوریا علاقه‌منر)*

ابتدا باید تغییرات جریان را به‌دست آوریم. چون مخرج کوچک شده، جریان افزایش می‌یابد.

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} \xrightarrow[\text{کاهش یافته } R]{R\downarrow} I\uparrow$$

اگر شکل ساده مدار به‌صورت زیر باشد، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R و باتری برابر است و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت کاهش یافته است.



$$V_R = V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI \xrightarrow{I\uparrow} V_R\downarrow$$

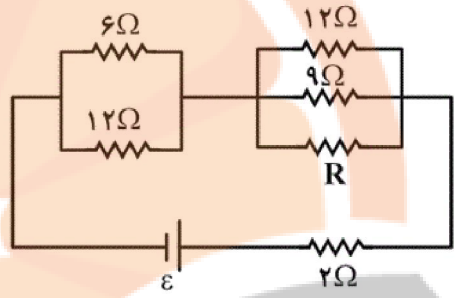
توان تلف شده در باتری از رابطهٔ $P = I^2 r$ محاسبه می‌شود با افزایش جریان عبوری از باتری، توان تلف شده افزایش می‌یابد.

(فیزیک (۲)- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۴۳- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم، می‌دانیم. در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل مقاومت‌ها با هم برابر است. بنابراین در مدار مطرح شده، مقاومت‌های ۱۲Ω و ۶Ω با هم موازی‌اند. از طرفی مقاومت‌های ۱۲Ω، ۹Ω و R با هم موازی هستند، داریم:



$$V_{۱۲}=V_{۶}=۱۲V\Rightarrow\begin{cases}I_{۱۲}=\dfrac{V}{R}=\dfrac{۱۲}{۱۲}=۱A\\ I_{۶}=\dfrac{۱۲}{۶}=۲A\end{cases}$$

$$V_{۱۲}=V_{۹}=V_R=۱۲V\Rightarrow\begin{cases}I_{۱۲}=\dfrac{۱۲}{۱۲}=۱A\\ I_{۹}=\dfrac{۱۲}{۹}=\dfrac{۴}{۳}A\\ I_R+\dfrac{۴}{۳}+۱=۳\\ \Rightarrow I_R=\dfrac{۲}{۳}A\Rightarrow R=\dfrac{V}{I}=\dfrac{۱۲}{\frac{۲}{۳}}=۱۸\Omega\end{cases}$$

جریان عبوری از مقاومت ۲Ω (جریان کل مدار) برابر است با:

$$I_T=I_{۶}+I_{۱۲}=۱+۲=۳A\Rightarrow P_{۲}=R_{۲}I_{۲}^{۲}$$

$$\xrightarrow[I_{۲}=I_T]{}P_{۲}=۲\times۳^{۲}=۱۸W$$

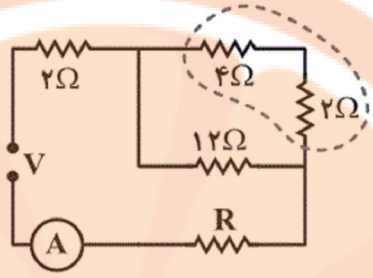
(فیزیک (۲)- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۴۴- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

آمپرسنج جریان کل را نشان می‌دهد. برای اینکه عدد آمپرسنج تغییر نکند باید مقاومت معادل در دو حالت مدار ثابت بماند.

ابتدا کلید k را به نقطهٔ a وصل می‌کنیم و مدار را ساده می‌کنیم.



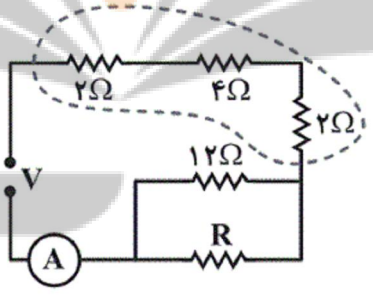
$$R' = ۴ + ۲ = ۶\Omega$$

مقاومت R' با مقاومت ۱۲Ω موازی است:

$$\frac{۶ \times ۱۲}{۶ + ۱۲} = ۴\Omega$$

$$R_{eq_a} = ۴ + ۲ + R \Rightarrow R_{eq_a} = ۶ + R$$

در حالت دوم که کلید k را به نقطهٔ b وصل کنیم. داریم:



$$R'' = ۲ + ۴ + ۲ = ۸\Omega$$

مقاومت‌های ۱۲ و R موازی هستند.

$$R_{eq_b} = ۸ + \frac{۱۲ \times R}{۱۲ + R}$$

در گام آخر، هر دو مقاومت معادل باید برابر باشند، داریم:

$$R_{eq_a} = R_{eq_b} \Rightarrow R + ۶ = ۸ + \frac{۱۲R}{۱۲ + R}$$

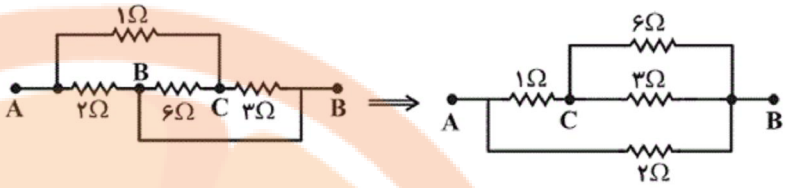
$$\Rightarrow R^۲ - ۲R - ۲۴ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} R = ۶\Omega & \text{ق ق} \\ R = -۴\Omega & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(فیزیک (۲)- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۴۵- گزینهٔ «۴» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا با نقطه‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم و سپس مقاومت معادل آن‌را محاسبه می‌کنیم.



دو مقاومت ۳Ω و ۶Ω موازی‌اند و حاصل آن‌ها با مقاومت یک اهمی متوالی می‌باشد. داریم:

$$R' = \frac{۶\times ۳}{۶+۳} = ۲\Omega \quad و \quad R'' = R' + ۱ = ۲ + ۱ = ۳\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{۳\times ۲}{۳+۲} = \frac{۶}{۵}\Omega$$

آمپرسنج در شاخهٔ اصلی مدار قرار دارد و جریان کل مدار را نشان می‌دهد.

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{۲/۴}{\frac{۶}{۵}} = \frac{۲/۴\times ۵}{۶} = ۲A$$

(فیزیک (۲)- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

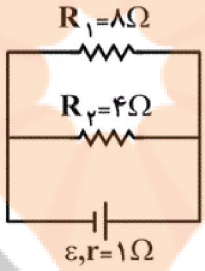
۴۶- گزینهٔ «۲» *(اشکان ولی‌زاده)*

با استفاده از قانون اُهم جریان عبوری از هر مقاومت را محاسبه می‌کنیم،

می‌دانیم اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی R_1 و R_2 برابر است:

$$V_1 = V_2 = 8V$$
$$V_1 = R_1 I_1 \Rightarrow 8 = 8I_1 \Rightarrow I_1 = 1A$$
$$\Rightarrow V_2 = R_2 I_2 \Rightarrow 8 = 4I_2 \Rightarrow I_2 = 2A$$
$$I_T = I_1 + I_2 = 3A$$

جریان عبوری از باتری برابر است با:



$$V = \varepsilon - Ir$$
$$\Rightarrow \varepsilon - 3(1) = 8$$
$$\Rightarrow \varepsilon = 11V$$

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{تولیدی}}} = \frac{I(\varepsilon - Ir)}{I\varepsilon}$$

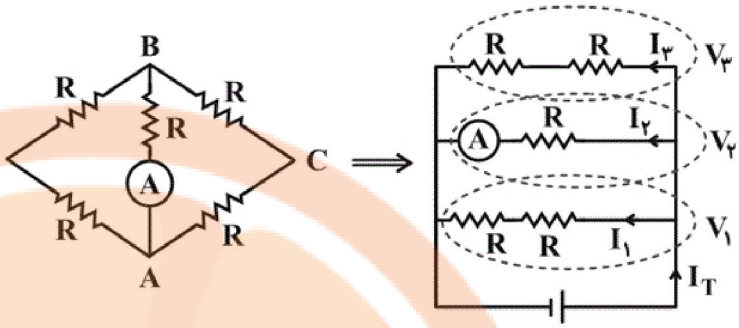
$$\Rightarrow \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{تولیدی}}} = \frac{\varepsilon - Ir}{\varepsilon} = \frac{8}{11}$$

(فیزیک (۲)- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۴۷- گزینهٔ «۲» (اشکان ولی‌زاده)

حالت اول: باتری به دو نقطهٔ A و B متصل شده:



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲R}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۲R}=\frac{۲}{R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{R}{۲}$$

$$I_T=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۲}}=\frac{۲\varepsilon}{R}$$

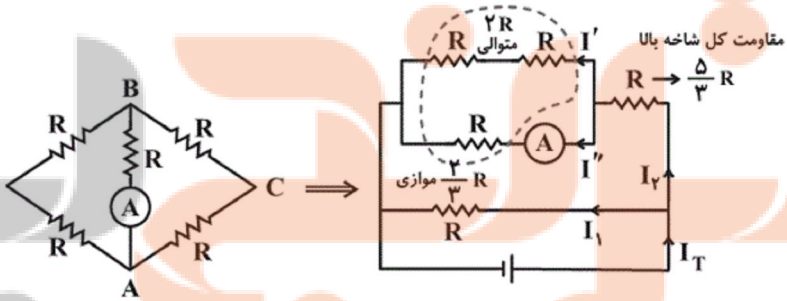
$$V_۱=V_۲=V_۳\Rightarrow ۲I_۱=I_۲=۲I_۳$$

$$\Rightarrow I_T=I_۱+I_۲+I_۳=\frac{I_۲}{۲}+I_۲+\frac{I_۲}{۲}$$

$$I_T=\frac{۴}{۲}I_۲=۲I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{I_T}{۲}\Rightarrow I_۲=\frac{۲\varepsilon}{۲R}=\frac{\varepsilon}{R}$$

$$\Rightarrow I_۲=\frac{\varepsilon}{R}$$

حالت دوم: وقتی باتری به نقاط A و C متصل شود. مقاومت معادل مدار تغییر می‌کند:



$$R_{eq}=\frac{۵}{۸}R\Rightarrow I_T=\frac{\varepsilon}{\frac{۵}{۸}R}=\frac{۸\varepsilon}{۵R}$$

اختلاف پتانسیل دو شاخه موازی با هم برابر است:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow I_۱R=I_۲\times\frac{۵}{۳}R\Rightarrow I_۱=\frac{۵}{۳}I_۲\Rightarrow I_۱+I_۲=I_T$$

$$I_T=\frac{۸}{۳}I_۲$$

$$I'+I''=I_۲$$

$$\Rightarrow I' = \frac{I''}{2} \quad \left.\begin{matrix} \\ I' \end{matrix}\right\} \Rightarrow -\frac{I''}{2} = -\frac{I_T}{8} \Rightarrow I'' = -\frac{I_T}{4}$$

جریان در حالت دوم $I'' = \frac{1}{4} \times \frac{8\varepsilon}{5R} = \frac{2}{5}\frac{\varepsilon}{R}$

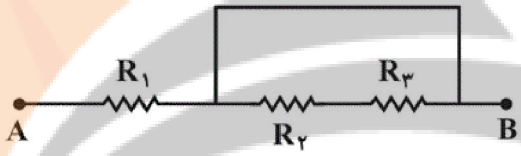
$$\frac{\text{حالت دوم}}{\text{حالت اول}} = \frac{\frac{2\varepsilon}{5R}}{\frac{\varepsilon}{R}} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک (۲)- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

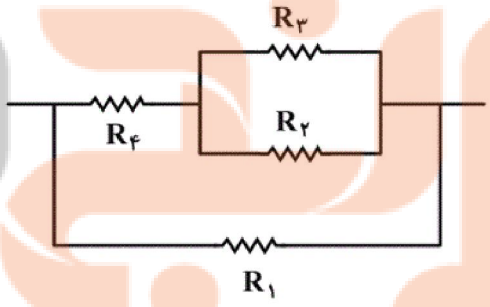
۴۸- گزینهٔ «۳» *(پوریا علاقه‌منر)*

در ابتدا که کلید باز است، مقاومت R_4 از مدار حذف می‌شود و مدار به شکل زیر درمی‌آید.



در این حالت اتصال کوتاه، دو مقاومت R_2 و R_3 را حذف می‌کند و فقط مقاومت R_1 باقی می‌ماند. $R_{1eq} = R_1 = 4\Omega$

در حالت ۲ پس از وصل کلید مدار به شکل زیر درمی‌آید. مقاومت معادل مدار روبه‌رو را به‌دست می‌آوریم.



$$R_2, R_3 \xrightarrow{\text{موازی}} R_{2,3} = \frac{3\times 6}{3+6} = 2\Omega$$

$$R_{2,3}, R_4 \xrightarrow{\text{متوالی}} R_{2,3,4} = 2+6 = 8\Omega$$

$$R_1, R_{2,3,4} \xrightarrow{\text{موازی}} R_{2eq} = \frac{4\times 8}{4+8} = \frac{8}{3}\Omega$$

حال درصد تغییرات مقاومت را حساب می‌کنیم.

$$\frac{R_{2eq} - R_{1eq}}{} \times 100 = \frac{\frac{8}{3} - 4}{3} \times 100 = -\frac{100}{} \simeq -33/3\%$$

۴۹- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

در اثر افزایش مقاومت R بدون توجه به جایگاهش، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. طبق رابطهٔ $I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ جریان کل مدار کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می دهد.

طبق رابطهٔ $V_1 = \varepsilon - Ir$ با کاهش جریان، ولتاژ دو سر مولد افزایش می‌یابد.

از طرفی طبق رابطه $V_2 = RI$ ، چون ولتاژ مولد افزایش و ولتاژ مقاومت دیگر کاهش یافته، در این‌صورت الزاماً ولتاژ مقاومت رئوستا افزایش می‌یابد.

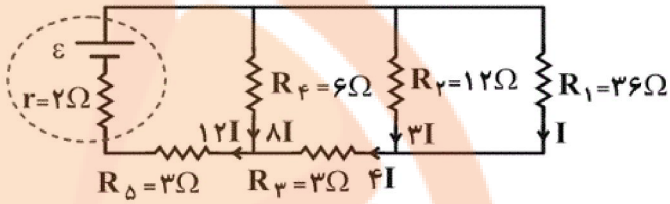
(فیزیک (۲)- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۵۰- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا باید محاسبه کنیم، بیشترین توان در کدام مقاومت مصرف می‌شود، برای این‌کار جریان عبوری از بزرگترین مقاومت را I می‌نامیم و بقیهٔ جریان‌ها را براساس I به‌دست می‌آوریم.



$$P_1 = 36I^2 \ , \ P_2 = 12\times 9I^2 = 108I^2 \ , \ P_3 = 3\times 16I^2 = 48I^2$$
$$, \ P_4 = 6\times 64I^2 = 384I^2 \ , \ P_5 = 3\times 144I^2 = 432I^2$$

بیشترین توان در مقاومت R_5 تلف می‌شود.

$$V_5 = I_5 \times R_5 \Rightarrow 24 = 12I\times 3 \Rightarrow I = \frac{2}{3}A$$

برای مقاومت R_2 داریم:

$$V_2 = I_2 R_2 \Rightarrow V_2 = 3I\times 12 \Rightarrow V_2 = 3\times\frac{2}{3}\times 12 = 24V$$

(فیزیک (۲)- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۱- گزینهٔ «۴» *(معصومه افضلی)*

خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند، بنابراین قطب A از نوع S است. همچنین تراکم خطوط پیرامون آهنربای (۲) بیشتر است، در نتیجه این آهنربا قوی‌تر می‌باشد.

(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۵۲- گزینهٔ «۳» *(معصومه افضلی)*

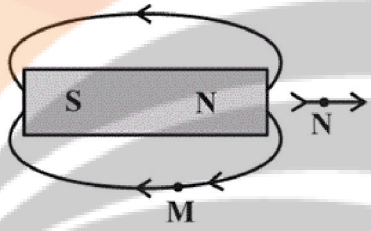
چون دو قطب نزدیک به هم و مماس بر صفحهٔ کاغذ، دو قطب ناهم‌نام هستند، بنابراین خطوط میدان مغناطیسی به یکدیگر برخورد می‌کنند. علاوه بر این چون باید یکدیگر را جذب کنند، در نتیجه شکل خطوط به‌صورت رسم شده در گزینهٔ «۳» می‌باشد.

(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۳- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

می‌دانیم خطوط میدان اطراف آهنربای میله‌ای از قطب N به S آهنرباست. بنابراین قطب (۲)، قطب N آهنربا و قطب (۱) همان قطب S آهنربا می‌باشد.



(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحهٔ ۸۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۴- گزینهٔ «۳» *(اشکان ولی‌زاده)*

ابتدا یکای فرعی بار الکتریکی را به‌دست می‌آوریم:

$$q = It \Rightarrow [q] = A.s \quad (I)$$

با استفاده از رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار q داریم:

$$F = |q| vB \sin\theta$$

$$N = C \times \frac{m}{s} \times [B] \xrightarrow[F=ma]{(I)} \frac{Kg.m}{s^2} = A.s \times \frac{m}{s} \times [B]$$

$$\Rightarrow \text{برحسب تسلا } [B] = \frac{Kg}{A.s^2}$$

(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحهٔ ۸۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۵- گزینهٔ «۲» *(اشکان ولی‌زاده)*

با استفاده از قاعدهٔ دست راست فقط مورد «ت» صحیح است.

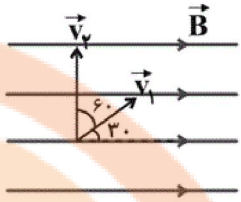
(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحهٔ ۸۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

تلاشی در مسیر موفقیت

۵۶- گزینهٔ «۱» *(اشکان ولی‌زاده)*

با توجه به شکل زاویهٔ بین خطوط میدان و سرعت از $\theta_1 = ۳۰^\circ$ به $\theta_2 = ۹۰^\circ$ می‌رسد. طبق رابطهٔ مقایسه‌ای داریم:



$$F = |q| vB\sin\theta$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{\sin ۹۰^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = ۲$$

$$\text{درصد تغییر} = (\frac{F_2}{F_1} - ۱)\times ۱۰۰ = (۲-۱)\times ۱۰۰ = ۱۰۰\% \text{ افزایش}$$

(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

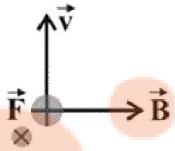
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۵۷- گزینهٔ «۳» *(اشکان ولی‌زاده)*

زاویهٔ بین مولفهٔ $\vec{j}$ میدان مغناطیسی و v صفر است و به ازای $\sin ۰ = ۰$ بردار نیرو در آن راستا صفر است.

$$F_B = |q| vB_x \sin\theta \Rightarrow F = ۵\times ۱۰^{-۶} \times ۱۰^{۳} \times ۶ \times (۱)$$

$$\Rightarrow F = ۳\times ۱۰^{-۲} N = ۰/۰۳N$$

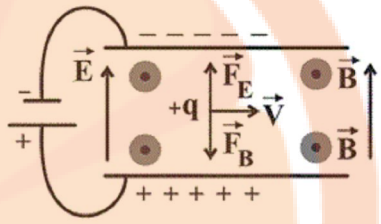


(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۵۸- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

طبق قاعدهٔ دست راست برای بار الکتریکی مثبت، نیروی مغناطیسی وارد بر بار به سمت پایین می‌باشد و بنابراین نیروی الکتریکی باید به سمت بالا باشد، تا ذره منحرف نشود. از طرفی طبق رابطهٔ $\vec{F}_E = q.\vec{E}$ هرگاه بار الکتریکی مثبت باشد، نیرو $(\vec{F}_E)$ و میدان الکتریکی $(\vec{E})$ هم‌جهت‌اند؛ در نتیجه میدان الکتریکی بالاسو خواهد شد و برای ایجاد این میدان باید باتری B را در مدار قرار دهیم.



$$F_B = F_E$$

$$\begin{cases} B = ۴۰۰۰G = ۰/۴T \\ d = ۴mm = ۴\times۱۰^{-۳}\,m \end{cases}$$

$$|q|VB = |q|E \Rightarrow E = v.B = ۱۰^{۳}\times۰/۴ = ۴۰۰\frac{V}{m}$$

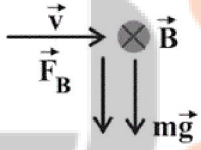
$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \Delta V = Ed = ۴۰۰\times۴\times۱۰^{-۳}$$

$$\Delta V = ۱/۶V$$

(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۹- گزینهٔ «۳» *(اشکان ولی‌زاده)*



$$F_B + mg = ma \Rightarrow |q|vB\sin\theta + mg = ma$$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{۳}\times۱۰۰۰\times۱۰^{-۴}\times(۱) + ۱۰۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰$$

$$= ۱۰^{-۴}a \Rightarrow ۱۰^{-۳} + ۱۰^{-۳} = ۱۰^{-۴}a \Rightarrow a = ۲۰\frac{m}{s^{۲}}$$

(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

تلاشی در مسیر موفقیت

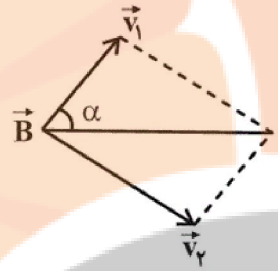
۶۰- گزینهٔ «۱» *(محمدرضا اصفهانی)*

زمانی برآیند $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ با برآیند $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم‌جهت می‌شود که $\vec{F}_1$ هم‌جهت با $\vec{v}_2$ و $\vec{F}_2$ هم‌جهت با $\vec{v}_1$ شود، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست بار q_2 منفی است و داریم:

$$\tan\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{F_1}{F_2}$$

$$\frac{|q_1|v_1 B}{|q_2|v_2 B} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow |\frac{q_1}{q_2}| = (\frac{v_2}{v_1})^2 = 9$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{|q_1|}{9} = \frac{18\mu C}{9} = 2\mu C \Rightarrow q_2 = -2\mu C$$



(فیزیک (۲)- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۶۱- گزینهٔ «۳» *(یاسر علیشائی)*

به‌جز مورد «ب» و «ث»، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) سوختن گاز شهری (به‌طور عمده متان $CH_4(g)$) یک فرایند گرماده است که علامت q در سمت راست واکنش (مواد پایدارتر) قرار می‌گیرد.

ب) فرمول شیمیایی یخ خشک به‌صورت $CO_2(s)$ است که تصعید آن فرایندی گرماگیر است و سطح انرژی مواد واکنش‌دهنده پایین‌تر بوده و پایداری بیشتری دارند.

پ) فرایند تبدیل $N_2O_4(g) \rightleftarrows 2NO_2(g)$ یک فرایند گرماگیر است که با انجام واکنش رفت، شدت رنگ گاز NO_2 بیشتر و انرژی سامانه افزایش می‌یابد.

ت) فرایند فتوسنتز گرماگیر و فرایند اکسایش گلوکز یک فرایند گرماده است. در فرایندهای گرماگیر برخلاف فرایندهای گرماده، انرژی از محیط به سامانه منتقل می‌شود.

ث) واکنش رفت: $3O_2(g) \underset{\text{برگشت}}{\overset{\text{رفت}}{\rightleftarrows}} 2O_3(g)$ یک فرایند گرماگیر است. بنابراین ΔH واکنش برگشت علامت آن منفی و همانند فرایند انجماد آب است.

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۶۲، ۶۴ و ۶۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۲- گزینهٔ «۲» *(میرحسن حسینی)*

واکنشی که نمودار انرژی ـ پیشرفت آن داده شده است، به‌صورت زیر است:

$$3O_2(g) \rightarrow 2O_3(g)$$

چون محتوی انرژی فراورده بیشتر از محتوای انرژی واکنش‌دهنده است، پس آنتالپی واکنش مثبت و فرایند گرماگیر است.

$$O_3 : 3\times16 = 48 g.mol^{-1}$$

$$?kJ = 2mol\,O_3 \times \frac{48g\,O_3}{1mol\,O_3} \times \frac{7/15kJ}{2/4g\,O_3} = 286kJ$$

اما مسئله، آنتالپی واکنش معکوس یعنی $2O_3(g) \rightarrow 3O_2(g)$ را خواسته است. واکنش معکوس گرماده بوده و آنتالپی آن با علامت منفی گزارش می‌شود.

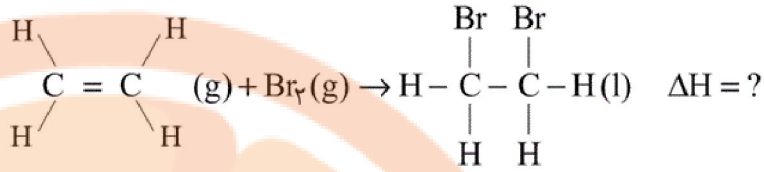
(شیمی (۲)- صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۶۳- گزینهٔ «۱» (ایمان حسین‌نژاد)

بخش اول سوال:



$$\Delta H = [۴\Delta H_{C-H} + \Delta H_{C=C} + \Delta H_{Br-Br}] - [۴\Delta H_{C-H} + \Delta H_{C-C} + ۲\Delta H_{C-Br}]$$
$$= \Delta H = [۶۱۴ + ۱۹۳] - [۳۴۸ + ۲(۲۷۶)] = -۹۳kJ$$

بخش دوم سوال:

$$?\,g\,Br_۲ = ۲/۸\,g\,C_۲H_۴ \times \frac{۱mol\,C_۲H_۴}{۲۸\,g\,C_۲H_۴} \times \frac{۱mol\,Br_۲}{۱mol\,C_۲H_۴} \times \frac{۱۶۰\,g\,Br_۲}{۱mol\,Br_۲} = ۱۶\,g\,Br_۲$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

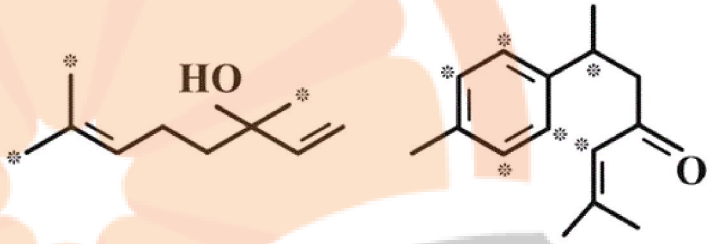
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۶۴- گزینهٔ «۳» *(یاسر علیشائی)*

عبارت‌های «آ» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «آ»: شمار کربن‌هایی که به یک هیدروژن در ترکیب A متصل‌اند برابر ۶ است و شمار گروه‌های CH_3 در ترکیب B برابر ۳ است که نسبت آن‌ها برابر ۲ می‌باشد.



عبارت «ب»: ترکیب B به‌دلیل داشتن گروه $-OH$ (هیدروکسیل) و پیوند $C=C$ یک الکل سیرنشده است که در گشنیز وجود دارد و ترکیب C به دلیل داشتن گروه عاملی $-O-$ (اتری) و حلقهٔ بنزن، یک اتر آروماتیک در رازیانه است.

عبارت «پ»: واکنش کامل ترکیب C با گاز H_2 به‌صورت:

$$C_{10}H_{12}O + 4H_2 \rightarrow C_{10}H_{20}O$$

می‌باشد و فراورده آن با ترکیب B که دارای فرمول مولکولی $C_{10}H_{18}O$ می‌باشد ایزومر (هم‌پار) نیست.

عبارت «ت»:

$$\text{اختلاف جرم مولی ترکیب } B,A = \underbrace{C_{15}H_{20}O}_{\text{ترکیب A}} - \underbrace{C_{10}H_{18}O}_{\text{ترکیب B}}$$

$$= 5C + 2H = (5\times12) + (2\times1) = 62 g.mol^{-1}$$

$$\text{جرم مولی ترکیب آلی بادام} = C_6H_5CHO$$

$$= (7\times12) + (6\times1) + (1\times16) = 106 g.mol^{-1}$$

$$\text{اختلاف} = 106 - 62 = 44 g.mol^{-1}$$

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۵- گزینهٔ «۲» (پویا رستگاری)

در ابتدا گرمای موردنیاز برای افزایش دمای ۴ کیلوگرم آب را به اندازهٔ $50^\circ C$ محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = ۴۰۰۰ \times ۴/۲ \times ۵۰ = ۸۴۰۰۰۰J = ۸۴۰kJ$$

۸۴۰کیلوژول گرما به‌ازای مصرف ۰/۵ مول از این آلکان بود، پس گرمای آزاد شده به‌ازای مصرف یک مول از این آلکان که همان آنتالپی سوختن آن می‌شود برابر با ۱۶۸۰ کیلوژول است. طبق رابطهٔ زیر جرم مولی آلکان را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۵۶ = \frac{۱۶۸۰}{\text{جرم مولی}}$$

$$\Rightarrow C_nH_{۲n+۲} \text{ جرم مولی} = ۳۰g.mol^{-۱} \Rightarrow ۱۴n+۲ = ۳۰ \Rightarrow n = ۲$$

بنابراین آلکان موردنظر همان اتان است، واکنش سوختن کامل اتان به‌صورت زیر است:

$$۲C_۲H_۶ + ۷O_۲ \rightarrow ۴CO_۲ + ۶H_۲O$$

جرم گاز $CO_۲$ تولید شده برابر است با:

$$?gCO_۲ = ۴۵gC_۲H_۶ \times \frac{۱mol\,C_۲H_۶}{۳۰g\,C_۲H_۶} \times \frac{۴mol\,CO_۲}{۲mol\,C_۲H_۶}$$

$$\times \frac{۴۴g\,CO_۲}{۱mol\,CO_۲} = ۱۳۲g\,CO_۲$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸، ۷۰ و ۷۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۶۶- گزینهٔ «۳» *(پویا رستگاری)*

با توجه به رابطهٔ زیر ابتدا آنتالپی سوختن هر دو ماده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}}$$

$$۵۲ = \frac{|\text{آنتالپی سوختن اتان}|}{۳۰} \Rightarrow \text{آنتالپی سوختن اتان} = -۱۵۶۰\,kJ.mol^{-۱}$$

$$۵۰ = \frac{|\text{آنتالپی سوختن اتین}|}{۲۶} \Rightarrow \text{آنتالپی سوختن اتین} = -۱۳۰۰\,kJ.mol^{-۱}$$

اگر تعداد مول اتان را برابر با x و تعداد مول اتین را برابر با y در نظر بگیریم داریم:

$$\text{جرم اتین} + \text{جرم اتان} = ۲۰/۵ \Rightarrow ۲۰/۵ = ۳۰x + ۲۶y$$

انرژی حاصل از سوختن اتان = انرژی آزاد شده

انرژی حاصل از سوختن اتین +

$$\Rightarrow ۱۰۴۰\,kJ = x\,mol\,C_۲H_۶ \times \frac{۱۵۶۰\,kJ}{۱\,mol\,C_۲H_۶} + y\,mol\,C_۲H_۲ \times \frac{۱۳۰۰\,kJ}{۱\,mol\,C_۲H_۲}$$

$$\Rightarrow ۱۰۴۰ = ۱۵۶۰x + ۱۳۰۰y$$

با حل دستگاه دو معادله دو مجهول مقادیر x و y را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۲۰/۵ = ۳۰x + ۲۶y \\ ۱۰۴۰ = ۱۵۶۰x + ۱۳۰۰y \end{cases} \Rightarrow x = ۰/۲۵\,mol\ ,\ y = ۰/۵\,mol$$

حال تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در ۰/۵ مول اتین را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,atom\,H = ۰/۵\,mol\,C_۲H_۲ \times \frac{۲\,mol\,atom\,H}{۱\,mol\,C_۲H_۲} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,atom\,H}{۱\,mol\,atom\,H}$$

$$= ۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,atom\,H$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۷- گزینهٔ «۴» *(یاسر علیشائی)*

عبارت (آ) و (ت) صحیح است.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت (آ)

$$\text{(ارزش سوختی) } C_2H_6 = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} = \frac{1560}{30} = 52 kJ.g^{-1}$$

$$\text{(ارزش سوختی) } C_2H_5OH = \frac{1380}{46} = 30 kJ.g^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 52 - 30 = 22 kJ.g^{-1}$$

عبارت (ب) آنتالپی سوختن به‌ازای یک مول ماده سوختنی تعریف می‌شود؛ در حالی‌که در معادلهٔ واکنش (I) به‌ازای سوختن ۲ مول اتان $3120 kJ$ گرما آزاد شده است.

عبارت (پ) جرم CO_2 حاصل از سوختن یک مول اتان و اتانول طبق معادله واکنش‌ها برابر با هم و معادل $2 \times 44 = 88 g\, CO_2$ است.

عبارت (ت) مقدار آنتالپی بوتان نسبت به پروپان به‌خاطر اضافه‌شدن یک گروه CH_2، $600 kJ$ منفی‌تر است. ΔH سوختن پنتان نیز به‌خاطر داشتن یک گروه CH_2 بیشتر، برابر است با:

$$\Delta H_{\text{سوختن پنتان}} = -2760 - 600 = -3360 kJ.mol^{-1}$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۶۸- گزینهٔ «۲» *(عادل زواره‌محمدی)*

I) واکنش (I) را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$I)A+۶B\rightarrow ۴C\ ,\ \Delta H_۱'=-۲۸۲kJ$$

II) واکنش (II) را در ۶ ضرب می‌کنیم:

$$II)۶E+۲۴B\rightarrow ۶C+۳۰F\ ,\ \Delta H_۲'=-۸۱۶kJ$$

III) واکنش (III) را در (-۱۰) ضرب می‌کنیم:

$$III)۱۰C+۳۰F\rightarrow ۱۰D+۳۰B\ ,\ \Delta H_۳'=۶۸۰kJ$$

$$A+۶E\rightarrow ۱۰D\ ,\ \Delta H=-۴۱۸kJ$$

نکته: به ازای تولید ۱۰ مول D، ۴۱۸kJ گرما آزاد می‌شود؛ پس به‌ازای تولید ۲ مول از آن، $\frac{۴۱۸}{۵}(۸۳/۶kJ)$ گرما آزاد می‌شود.

$$۸۳/۶kJ\times\frac{۱۰۰۰J}{۱kJ}=۸۳۶۰۰J$$

$$Q=mc\Delta\theta\rightarrow m=\frac{Q}{c\Delta\theta}=\frac{۸۳۶۰۰}{۴/۲\times(۱۰۰-۳۰)}\Rightarrow m\simeq ۲۸۴\ \text{گرم}$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ و ۷۲ تا ۷۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۶۹- گزینهٔ «۱» (احمدرضا جعفری‌نژاد)

به‌ترتیب با ضرب کردن $\frac{۱}{۴}$، $\frac{-۳}{۴}$، $\frac{-۱}{۴}$ و $\frac{۹}{۴}$ در چهار واکنش داده شده

می‌توان به معادله نهایی رسید که ΔH آن برابر $-۶۲۲/۵kJ$ می‌شود.

$$\frac{۱}{۴}\times(-۱۰۱۰)+\frac{-۳}{۴}\times(-۳۱۷)+\frac{-۱}{۴}\times(-۱۴۳)+\frac{۹}{۴}\times(-۲۸۶)$$
$$=-۶۲۲/۵kJ$$

$$۱۵/۶LN_۲\times\frac{۱/۲۵g\,N_۲}{۱LN_۲}\times\frac{۱mol\,N_۲}{۲۸g\,N_۲}\times\frac{۶۲۲/۵\,kJ}{۱mol\,N_۲}$$
$$\frac{۱mol\,C_۲H_۶}{۱۵۶۰kJ}\times\frac{۳۰g\,C_۲H_۶}{۱mol\,C_۲H_۶}\simeq ۸/۴g\,C_۲H_۶$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵ و ۷۰ تا ۷۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۷۰- گزینهٔ «۳» *(پویا رستگاری)*

برای به‌دست آوردن معادلهٔ واکنش:

$$۲NH_۳(g)+۳N_۲O(g)\rightarrow ۴N_۲(g)+۳H_۲O(l)$$

باید واکنش (I) را در $-\frac{۳}{۲}$، واکنش (II) را در $\frac{۱}{۲}$ و واکنش (III) را در ۳- ضرب کرده و در انتها معادله‌های حاصل را با هم جمع کنیم در این رابطه داریم:

$$I)\ ۳H_۲O(l)\rightarrow ۳H_۲(g)+\frac{۳}{۲}O_۲(g)\quad ,\quad \Delta H=+۸۵۷/۷kJ$$

$$II)\ ۲NH_۳(g)+\frac{۳}{۲}O_۲(g)\rightarrow ۳H_۲O(l)+N_۲(g)\quad ,\quad \Delta H=-۷۶۵/۵kJ$$

$$III)\ ۳N_۲O(g)+۳H_۲(g)\rightarrow ۳N_۲(g)+۳H_۲O(l)\quad ,\quad \Delta H=-۱۱۰۲/۲kJ$$

$$۲NH_۳(g)+۳N_۲O(g)\rightarrow ۴N_۲(g)+۳H_۲O(l)$$

$$\Delta H=۸۵۷/۷-۷۶۵/۵-۱۱۰۲/۲=-۱۰۱۰kJ$$

به‌ازای مصرف ۲ مول گاز $NH_۳$ (معادل ۳۴ گرم آمونیاک) و ۳ مول گاز $N_۲O$ (معادل با ۱۳۲ گرم دی‌نیتروژن مونوکسید) در واکنش موردنظر ۱۰۱۰ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود یعنی ΔH واکنش موردنظر به‌ازای ۹۸ گرم تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف شده برابر با ۱۰۱۰- کیلوژول است.

حال انرژی مبادله شده به ازای ۲۴/۵ گرم تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف شده برابر است با:

$$۲۴/۵g\ \text{تفاوت جرم}\times\frac{۱۰۱۰kJ\ \text{انرژی}}{۹۸g\ \text{تفاوت جرم}}=۲۵۲/۵kJ\ \text{انرژی آزاد شده}\ ?$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵ و ۷۲ تا ۷۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۱- گزینهٔ «۱» *(یاسر علیشائی)*

تنها عبارت (پ) صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ) به‌عنوان مثال ΔH واکنش مرحله اول نمودار I،

$$C(s)+\frac{1}{2}O_2(g)\rightarrow CO(g)$$ به‌صورت تجربی و روش گرماسنجی قابل

اندازه‌گیری نیست.

عبارت (ب) گرما جذب می‌شود.

$$\Delta H_3=\Delta H_1-\Delta H_2=-92-(-183)=+91kJ$$

عبارت (پ) هرچه سطح انرژی یا آنتالپی بالاتر باشد، پایداری کمتر است.

عبارت (ت) طبق نمودار ۱: a، ΔH تشکیل یک مول CO را نشان می‌دهد:

$$\Delta H_1=\Delta H_3-\Delta H_2=-393/5-(-283)=-110/5kJ \xrightarrow{\times 2} =-221kJ$$

گرما آزاد می‌شود.

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲ و ۷۲ تا ۷۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۷۲– گزینهٔ «۲» *(عباس هنرجو)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ (۱): در شرایط یکسان، گرمای حاصل از سوختن ۲ مول متان (۳۲ گرم) از گرمای حاصل از سوختن ۰/۵ مول بوتان (۲۹ گرم) بیشتر است.

گزینهٔ (۳): مجموع ضرایب استوکیومتری برابر ۵ است.

$$۲H_۲O_۲(aq) \rightarrow ۲H_۲O(l) + O_۲(g)$$

سومین عضو خانواده کتون‌های سیر شدهٔ خطی، $C_۵H_{۱۰}O$ می‌باشد.

$$\text{تعداد پیوندهای اشتراکی} = \frac{(۵\times۴)+۱۰+۲}{۲} = ۱۶$$

گزینهٔ (۴): نشان‌دهندهٔ اثر کاتالیزگر بر سرعت واکنش است.

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲، ۷۴، ۸۰ و ۸۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۷۳– گزینهٔ «۲» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

انفجار واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن مقدار کمی مادهٔ منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌کند.

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۷۴- گزینهٔ «۱» *(عباس هنرجو)*

فقط مورد چهارم باعث افزایش سرعت تولید گاز می‌شود.

بررسی همهٔ موارد:

- با افزودن آب خالص، غلظت اسید موجود در محلول کاهش یافته و سرعت تولید گاز هیدروژن نیز کم‌تر می‌شود.
- با انداختن یخ در محلول، دمای محیط کاهش یافته و سرعت واکنش کاهش می‌یابد.
- چون واکنش‌پذیری آهن کم‌تر است، پس سرعت تولید گاز هیدروژن کم می‌شود.
- با حل کردن گاز HCl در محلول، غلظت اسید افزایش یافته و در نتیجه سرعت تولید گاز هیدروژن افزایش می‌یابد.

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۷۵- گزینهٔ «۳» *(عباس هنرجو)*

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی برخی عبارت‌ها:

ب) در هر واکنشی سرعت تولید و مصرف مواد در حال کاهش است.

پ) $2H_2O_2(aq) \rightarrow 2H_2O(l) + O_2(g)$

در این واکنش H_2O مایع است و نمی‌توان با اندازه‌گیری غلظت، سرعت تولید آن را اندازه‌گیری کرد زیرا غلظت آن ثابت است.

ت) هر چه غلظت اسید بیشتر باشد سرعت واکنش آن با فلز بیشتر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۶- گزینهٔ «۴» *(عباس هنرجو)*

اگر شمار مول‌های بنزوئیک اسید ($C_7H_6O_2$) و بنزآلدهید (C_7H_6O) را برابر x در نظر بگیریم:

$$\text{جرم بنزآلدهید} - \text{جرم بنزوئیک‌اسید} = ۴$$

$$\Rightarrow x\,mol\,C_7H_6O_2 \times \frac{۱۲۲\,g\,C_7H_6O_2}{۱\,mol\,C_7H_6O_2}$$

$$-(x\,mol\,C_7H_6O \times \frac{۱۰۶\,g\,C_7H_6O}{۱\,mol\,C_7H_6O}) = ۴$$

$$\Rightarrow ۴ = ۱۲۲x - ۱۰۶x \Rightarrow x = ۰/۲۵\,mol$$

بنزآلدهید براساس معادله: $C_7H_6O + ۸O_2 \rightarrow ۷CO_2 + ۳H_2O$ می‌سوزد.

$$?\,g\,CO_2 = ۰/۲۵\,mol\,C_7H_6O \times \frac{۷\,mol\,CO_2}{۱\,mol\,C_7H_6O} \times \frac{۴۴\,g\,CO_2}{۱\,mol\,CO_2}$$

$$= ۷۷\,g\,CO_2$$

$$?\,g\,H_2O = ۰/۲۵\,mol\,C_7H_6O \times \frac{۳\,mol\,H_2O}{۱\,mol\,C_7H_6O} \times \frac{۱۸\,g\,H_2O}{۱\,mol\,H_2O}$$

$$= ۱۳/۵\,g\,H_2O$$

$$\text{اختلاف} = ۷۷ - ۱۳/۵ = ۶۳/۵\,g$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۶۹ و ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ترنج بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

۷۷- گزینهٔ «۳» (عباس هنرجو)

سرعت مصرف یا تولید مواد محلول یا گازی در واکنش برحسب غلظت مولی به‌صورت زیر است:

$$\bar{R}_X = \left|\frac{\Delta[x]}{\Delta t}\right|$$

دربازهٔ زمانی برابر، تغییرات غلظت مولی، تعیین‌کنندهٔ سرعت است.

$$\text{غلظت مولی} = \frac{۱۰ad}{\text{جرم مولی}} \left(g.mL^{-۱}\right) \quad (a: \text{درصد جرمی ماده};\ d: \text{چگالی محلول})$$

$$\frac{\bar{R}_{\text{نمونهٔ اول}}}{\bar{R}_{\text{نمونهٔ دوم}}} = \frac{a_۱d_۱}{a_۲d_۲} = \frac{۲a_۲ \times ۱/۲d_۲}{a_۲.d_۲} = ۲/۴$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۸- گزینهٔ «۱» (یاسر علیشائی)

واکنش موازنه شده: $۴KNO_۳ \rightarrow ۲K_۲O + ۲N_۲ + ۵O_۲$

$$۵\frac{g}{s} \times \frac{۱mol\,KNO_۳}{۱۰۱g\,KNO_۳} \times \frac{۷mol\ \text{گاز}}{۴mol\,KNO_۳} \times \frac{۲۲/۴L\ \text{گاز}}{۱mol\ \text{گاز}} \times \frac{۶۰s}{۱min} \simeq ۱۱۶/۴\frac{L}{min}$$

$$\bar{R} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow ۱۱۶/۴ = \frac{۸۰۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t \simeq ۶/۸۷\,min$$

$$۶/۸۷\,min \times \frac{۶۰s}{۱min} \simeq ۴۱۲s$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

ترنج تلاشی درمسیر موفقیت

۷۹- گزینهٔ «۱» *(ایمان حسین‌نژاد)*

بخش اول سوال:

$$?\,mL\,C = ۰/۶\,mol\,A \times \frac{۱\,mol\,C}{۲\,mol\,A} \times \frac{۲۲۴۰۰\,mL\,C}{۱\,mol\,C} = ۶۷۲۰\,mL\,C$$

$$\bar{R}_C = \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \frac{۶۷۲۰}{۵ \times ۶۰} = ۲۲/۴\,mL.s^{-۱}$$

بخش دوم سوال:

با توجه به برابری ضرایب مواد B و C و مقدار اولیهٔ B، همان مقدار که B تجزیه می‌شود. مادهٔ C تولید می‌شود. یعنی:

$$\underbrace{B}_{} \quad \underbrace{C}_{}$$
$$۱ - x = x \Rightarrow x = ۰/۵\,mol$$

با توجه به سرعت تجزیهٔ مادهٔ A و اینکه در صورت مصرف ۰/۵ مول مادهٔ B، مادهٔ A به‌طور کامل مصرف می‌شود؛ داریم:

$$\bar{R}_A = (\frac{۰/۶}{۵ \times ۶۰})\,mol.s^{-۱} = ۲ \times ۱۰^{-۳}\,mol.s^{-۱}$$

$$\Rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۳} = \frac{۱\,mol}{x(s)} \Rightarrow x = ۵۰۰\,s$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۰- گزینهٔ «۴» *(یاسر راش)*

$$\bar{R}_{H_۲} : \frac{۳/۴\,g\,NH_۳}{۱\,min} \times \frac{۱\,min}{۶۰\,s} \times \frac{۱\,mol\,NH_۳}{۱۷\,g\,NH_۳} \times \frac{۳\,mol\,H_۲}{۲\,mol\,NH_۳}$$
$$= ۵ \times ۱۰^{-۳}\,mol.s^{-۱}$$

(شیمی (۲)- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های آنلاین

Www.ToranjBook.Net
ToranjBook_Net
ToranjBook_Net