

تلاشی در مسیر موفقیت



- ✓ دانلود گام به گام تمام دروس
- ✓ دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- ✓ دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- ✓ دانلود نمونه سوالات امتحانی
- ✓ مشاوره کنکور
- ✓ فیلم های انگیزشی

دفترچه پاسخ

آزمون ۵ اسفند ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی



| نام درس | نام طراحان |
|------------------------------|--|
| حسابان ۲ | کاظم اجلالی- سیدوحید امیرکایی- سعید تن آرا- سعید جعفری کافی آباد- فرشاد حسن زاده- عادل حسینی- میثم حمزه‌لوی- افشن خاصه‌خان سجاد داوطلب- میلاد سجادی لاریجانی- سامان سلامیان- مهدی ملارمضانی- سروش موئینی- چهابخش نیکنام- محمدمهدی وزیری |
| هندرسه | امیرحسین ابومحبوب- عباس اسدی امیرآبادی- علی ایمانی- رضا توکلی- جواد حاتمی- عادل حسینی- سیدمحمد رضا حسینی فرد افشن خاصه‌خان- محمد خندان- سوگند روشنی- فرشاد صدیقی فر- رضا عیاسی اصل- احمد رضا فلاخ- سینا محمدبور- محمد هجری- امیر وفائی |
| آمار و احتمال و ریاضیات گسته | امیرحسین ابومحبوب- امیر رضا امینی- علی ایمانی- جواد حاتمی- سید محمد رضا حسینی فرد- افشن خاصه‌خان- سوگند روشنی- علیرضا شریف خطیبی ندا صالح پور- محمد صحت کار- مبشره ضرایبیه- فرشاد فرامرزی- پژمان فرهادیان- احمد رضا فلاخ- مرتضی فیم علی- نیلوفر مهدوی- مهدی نیکزاد محمد هجری- مهدی و قوی |
| فیزیک | خسرو ارغوانی فرد- بابک اسلامی- عبدالرضا امینی نسب- زهره آقامحمدی- محمدعلی راست پیمان- بهنام رستمی- فرشید رسولی- سیوان سعیدی سعید شرق- پوریا علاقه مند- مسعود قره خانی- بهادر کامران- مصطفی کیانی- علیرضا گونه- غلامرضا مجتبی- حسین مخدومی- سیدعلی میرنوری حسام نادری- مصطفی واقعی- شادمان ویسی |
| شیمی | محمد رضا پور جاوید- امیر حاتمیان- پیمان خواجه‌ی مجد- مرتضی خوش کیش- حمید ذبیحی- یاسر راش- جعفر رحیمی- روزبه رضوانی- آروین شجاعی میتنا شرافتی پور- امیرحسین طبی- محمد کوهستانیان- محمدحسن محمدزاده مقدم- امیرحسین مسلمی- سید محمد معروفی- سالار ملکی- محمد وزیری |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | حسابان ۲ | هندرسه | آمار و احتمال و ریاضیات گسته | فیزیک | شیمی |
|----------------|------------------------------|-----------------------|------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| گزینشگر | عادل حسینی | امیرحسین ابومحبوب | سوگند روشنی | بابک اسلامی | ایمان حسین نژاد |
| گروه ویراستاری | مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی | عادل حسینی | عادل حسینی | حمید زرین کفش زهره آقامحمدی | یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم |
| مسئول درس | عادل حسینی | ویراستار استاد: | ویراستار استاد: | سیدعلی میرنوری | ویراستار استاد: محبوبه بیک محمدی |
| مسئله اسکندری | سمیه اسکندری | سرژ یقیازاریان تبریزی | سرژ یقیازاریان تبریزی | احسان صادقی | امیرحسین مسلمی |

گروه فن و تولید

| | |
|----------------|-----------------------|
| مدیر گروه | محمد اکبری |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی زاده |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: مهیا اصغری |
| حروف نگار | میلاد سیاوشی |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی |

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

(عامل مسینی)

گزینه «۴» - ۴

با استفاده از قضیه مشتق در جبر توابع می‌توانیم بنویسیم:

$$3f'(1) + 2g'(1) = (3f + 2g)'(1)$$

حال ضابطه تابع $y = 3f(x) + 2g(x)$ را به دست می‌آوریم:

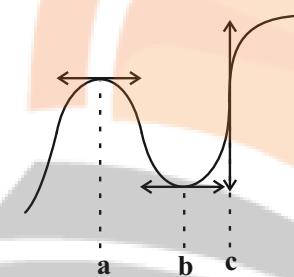
$$y = 3(3x - 2\sqrt{1+\sin^2 \frac{\pi}{2} x}) + 2(x + 3\sqrt{1+\sin^2 \frac{\pi}{2} x}) = 11x$$

$$\Rightarrow y' = 11$$

(مسابان ۲ - صفحه ۹۴)

(سید و محمد امیرکیاپی)

گزینه «۴» - ۵

خط مماس بر نمودار تابع در $x = b$ و $x = a$ افقی و در $x = c$ قائم است.پس مشتق تابع در $x = a$ و $x = b$ برابر صفر و در $x = c$ برابر $+\infty$ است.
این ویژگی‌ها در نمودار گزینه «۴» دیده می‌شود.

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

(میثم همنه‌لوبی)

گزینه «۳» - ۶

ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} x^2 \sqrt{2 \cos^2 \frac{\pi x}{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} x^2 |\cos \frac{\pi x}{2}|$$

در یک همسایگی راست $x=1$ در ربع دوم دایره مثلثاتی قرارمی‌گیرد و در نتیجه $\cos \frac{\pi x}{2}$ مقداری منفی است، پس در این همسایگی ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$g(x) = -\frac{\sqrt{2}}{\pi} x^2 \cos \frac{\pi x}{2}$$

$$\Rightarrow f'_+(1) = g'(1) = \left(\cos \frac{\pi x}{2} \right)' \Big|_{x=1} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi} (1)^2 \right)$$

$$= -\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

دقت کنید که $x=1$ در $\cos \frac{\pi x}{2}$ عامل صفر کننده تابع g است، پس کافیاست فقط از این عامل مشتق بگیریم و در مابقی عبارت $x=1$ را جای‌گذاری کنیم.

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۸۷ و ۹۵)

حسابان ۲

گزینه «۳» - ۱

(اخشن فاصله‌های)

شیب خط $7x - 3y = 1$ برابر $\frac{7}{3}$ است، پس باید شیب خط مماس بر نمودارتابع f هم در x_0 برابر $\frac{7}{3}$ باشد. شیب خط مماس همان مشتق تابع است:

$$f'(x) = 2x - 5$$

$$\Rightarrow f'(x_0) = 2x_0 - 5 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{11}{3}$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

گزینه «۲» - ۲

(سید و محمد امیرکیاپی)

ابتدا سعی می‌کنیم ضابطه را ساده‌تر بنویسیم:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 2x + 2x + 1}{x-1} = \frac{2x + \frac{2x+1}{x-1}}{x-1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2 - \frac{3}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{6}{(x-1)^3} \Rightarrow f''(3) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(مسابان ۲ - صفحه ۹۸)

گزینه «۲» - ۳

(مهدی ملارمختاری)

ابتدا ضابطه را ساده‌تر می‌کنیم:

$$y = \frac{\tan x \times \sin x}{\tan x(\cos x + 1)} = \frac{\sin x}{\cos x + 1} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$$

$$, x \neq \frac{k\pi}{2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{2} (1 + \tan^2 \frac{x}{2})$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{6}} y' = \frac{1}{2} (1 + \tan^2 \frac{\pi}{12})$$

حال با استفاده از اتحاد $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ از معادله

$$\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3} \quad \text{به دست می‌آید:} \quad \frac{2 \tan \frac{\pi}{12}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{12}} \quad \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{2} (1 + (2 - \sqrt{3})^2) = \frac{1}{2} (1 + 7 - 4\sqrt{3}) = 4 - 2\sqrt{3}$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)



(بهانه‌شن نیکنام)

گزینه «۲»

(بهانه‌شن نیکنام)

گزینه «۳»

-7

تابع باید ابتدا پیوسته باشد:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^-} (\cos x - a \sin x) = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}} \\ f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^+} (\sin x + b \tan x) = \frac{1}{\sqrt{2}} + b \end{cases}$$

شرط پیوستگی آن است که دو مقدار بالا برابر باشند:

$$\frac{1-a}{\sqrt{2}} = \frac{1+b\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1-a = 1+b\sqrt{2} \Rightarrow a+b\sqrt{2} = 0 \quad (1)$$

حال مشتق تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} -\sin x - a \cos x & ; \quad x < \frac{\pi}{4} \\ \cos x + b(1+\tan^2 x) & ; \quad x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_-\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1+a}{\sqrt{2}}, \quad f'_+\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} + 2b$$

حال باید مشتق‌های چپ و راست تابع برابر باشند تا تابع در $x = \frac{\pi}{4}$

$$-\frac{1+a}{\sqrt{2}} = \frac{1+2\sqrt{2}b}{\sqrt{2}} \Rightarrow -1-a = 1+2\sqrt{2}b \quad \text{مشتق‌پذیر شود.}$$

$$\Rightarrow a+2\sqrt{2}b = -2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} b = -\sqrt{2}, a = 2 \Rightarrow a+b^2 = 2+2 = 4$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(سید جواد امیر کیا)

گزینه «۲»

-11

تابع f و g در $x=0$ پیوسته‌اند اما تابع k در $x=0$ ناپیوسته است، پس k' در $x=0$ ناپیوسته است.حال برای تابع دیگر مشتق‌های یکطرفه را در $x=0$ حساب می‌کنیم.

$$f'(x) = \begin{cases} 6x-1 & ; \quad x < 0 \\ 2x+3 & ; \quad x > 0 \end{cases} \Rightarrow f'_-(0) = -1, f'_+(0) = 3$$

$$g(x) = \begin{cases} -x^2-1 & ; \quad x < 0 \\ -1 & ; \quad x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) = \begin{cases} -2x & ; \quad x < 0 \\ 0 & ; \quad x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g'_-(0) = g'_+(0) = 0$$

$$h'(x) = \begin{cases} \frac{8}{3}\sqrt[3]{x} & ; \quad x < 0 \\ 4x + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} & ; \quad x > 0 \end{cases} \Rightarrow h'_-(0) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} h'(x) = +\infty$$

فقط در تابع g مشتق‌های چپ و راست برابرند، پس g در $x=0$ مشتق‌پذیر است و در نتیجه تابع g' در $x=0$ پیوسته است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(بهانه‌شن نیکنام)

$$f'(x) = \frac{4x-1}{3\sqrt[3]{(2x^2-x-15)^2}}$$

پس تابع f در جایی مماس قائم دارد که مخرج تابع بالا صفر شود، این یعنی معادلات خطوط مماس قائم نمودار تابع f ، ریشه‌های ساده عبارت $2x^2 - x - 15 = 0$ هستند.

$$2x^2 - x - 15 = (x-3)(2x+5) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -\frac{5}{2}$$

فاصله دو خط مماس قائم نیز برابر $|x_1 - x_2| = \frac{11}{2} = 5/5$ است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۸ و ۹۴)

(فرشاد محسن زاده)

گزینه «۱»

-8

ابتدا معادله خط مماس بر نمودار f در $x=1$ را می‌باییم:

$$\begin{cases} 51. \quad f'(1) = (3x^2 - 12x)|_{x=1} = -9 \\ 50. \quad f(1) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t \models 51 \wedge 50 : y = -9(x-1)$$

حال باید معادله تقاطع این خط با تابع f را حل کنیم:

$$x^3 - 6x^2 + 5 = -9(x-1)$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2 - 5x - 5) = -9(x-1)$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} x^2 - 5x - 5 = -9$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 4 = (x-4)(x-1) = 0$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} x = 4$$

طول نقطه دیگر تقاطع برابر ۴ و در نتیجه عرض نقطه برابر $f(4) = -27$ است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

(اخشنده فاضلیان)

گزینه «۱»

-9

خط مماس موردنظر از نقطه $\left(\frac{3}{2}, f\left(\frac{3}{2}\right)\right) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ می‌گزند. شبآن هم برابر $f'\left(\frac{3}{2}\right)$ است.

$$f'(x) = \sin \pi x + \pi x \cos \pi x + \pi \sin 2\pi x$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{3}{2}\right) = -1+0+0 = -1$$

پس خط مماس با شب -1 از نقطه $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ می‌گزند و معادله آن y خواهد شد. عرض از مبدأ این خط برابر صفر است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)



است و از آنجا که تابع در $x = 3$ مشتق پذیر است، پیوسته نیز می‌باشد. در نتیجه $f'(3) = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{f(x)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3} = \frac{3}{2} \Rightarrow f'(3) = \frac{3}{2}$$

$$g'(x) = \frac{3f'(3x)(x+3) - f(3x)}{(x+3)^2} \quad \text{حال سراغ مشتق تابع } g \text{ می‌رویم:}$$

$$\Rightarrow g'(1) = \frac{3f'(3)(4) - f(3)}{(4)^2} = \frac{\frac{3}{2}(4) - 0}{16} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

(عادل مسینی)

«4» - ۱۵

در $x = \frac{1}{2}$ ، شیب و مقدار خط $y = 2x - 3$ با مشتق و مقدار تابع $y = \frac{f(x-1)}{x}$ برابر است.

$$\frac{x}{2} \rightarrow y = \frac{f(-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}} = -2 \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = -1$$

$$y' = \frac{xf'(x-1) - f(x-1)}{x^2} \xrightarrow{x = \frac{1}{2}} y' = \frac{\frac{1}{2}f'(-\frac{1}{2}) - f(-\frac{1}{2})}{\frac{1}{4}} = 2$$

$$\xrightarrow{f(-\frac{1}{2}) = -1} f'(-\frac{1}{2}) = -1$$

حال مشتق تابع $y = xf(x)$ را در $x = -\frac{1}{2}$ حساب می‌کنیم:

$$y' = f(x) + xf'(x) \xrightarrow{x = -\frac{1}{2}} y' = f(-\frac{1}{2}) - \frac{1}{2}f'(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

پس شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = xf(x)$ در نقطه $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ واقع

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \quad \text{بر آن برابر است. در نتیجه معادله این خط مماس} \\ \text{با} \quad 2x + 4y = 1 \quad \text{است.}$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

(مهدی ملارمنانی)

«2» - ۱۶

$$(gof)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x)) \quad (*)$$

$$\begin{cases} f'(x) = x^2 \\ g'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} f'(\sqrt{4-x}) = \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} (\sqrt{4-x})^2 = -\frac{1}{2}\sqrt{4-x} \\ \Rightarrow g'(f(x)) = -\frac{1}{2}\sqrt{4-f(x)} \end{cases}$$

(عادل مسینی)

«4» - ۱۲

تابع f در $x = \sqrt{5}$ مشتق دارد؛ این یعنی عبارت kx به ازای ۵ مقداری صحیح نیست. در چنین شرایطی $[kx]$ نقش ضریب x را ایفا می‌کند و مشتق تابع برابر همین ضریب است.

$$f'(\sqrt{5}) = \lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} [kx] = [k\sqrt{5}] = k+1$$

مشخص است که k عددی صحیح است. حال برای اینکه تساوی بالا برقرار باشد، باید داشته باشیم:

$$k+1 < k\sqrt{5} < k+2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k+1 < k\sqrt{5} \Rightarrow k > \frac{1}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \\ k\sqrt{5} < k+2 \Rightarrow k < \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{5}+1}{4} < k < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

با در نظر گرفتن مقدار تقریبی $\sqrt{5} \approx 2/2 = \sqrt{5}$ ، تنها عدد صحیح بازه بالا است. $\Rightarrow f(x) = x[x]-1 \Rightarrow f(1) = 1-1=0$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۸۶ و ۸۹)

(مهدی ملارمنانی)

«2» - ۱۳

ضابطه‌های تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{-x-1} = -\sqrt[3]{x+1} & ; x < 0 \\ \sqrt[3]{x-1} & ; 0 \leq x \leq 1 \\ x & ; x > 1 \end{cases}$$

تابع روی \mathbb{R} پیوسته است. حال مشتق را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}} & ; x < 0 \\ \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} & ; 0 < x < 1 \\ 1 & ; x > 1 \end{cases}$$

واضح است که تابع در $x = -1$ و $x = 1$ مشتق‌ناپذیر است، زیرا در $x = 1$ نایپوسته است و در $x = -1$ مماس قائم دارد.

$$f'_-(0) \neq f'_+(0)$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۸۶ و ۸۹)

(اخشنین فاصله‌فان)

«4» - ۱۴

در عبارت $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{f(x)} = \frac{2}{3}$ ، حد صورت صفر است و برای اینکه حاصل

حد عددی حقیقی شود، حد مخرج هم باید صفر باشد. پس $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$



(بهانه‌شن نیکنام)

گزینه «۲» - ۱۹

ابتدا ضابطه وارون را می‌یابیم:

$$D_f = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right), R_f = \mathbb{R}$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{2x+1}} \Rightarrow y^2 = \frac{x^2}{2x+1} \Rightarrow x^2 - 2y^2x - y^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y^2 \pm \sqrt{4y^4 + 4y^2}}{2}$$

$$x = \frac{2y^2 + 2y\sqrt{y^2 + 1}}{2}$$

درست است. حال با جایه‌جا کردن x و y ضابطه g به دست می‌آید:

$$g(x) = x^2 + x\sqrt{x^2 + 1} = x(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

عامل صفر کننده g است، پس برای محاسبه $g'(0)$ کافی است فقط از همین عامل مشتق بگیریم:

$$\Rightarrow g'(0) = 0 + \sqrt{0^2 + 1} = 1$$

(مسابان ۲ - صفحه

(عادل حسینی)

گزینه «۱» - ۲۰

ابتدا ضابطه‌های f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - x^2 - 1 & ; x < 1 \\ \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2 - 2x & ; x < 1 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} & ; x > 1 \end{cases}$$

می‌بینیم که تابع در $x = 1$ مشتق دارد.

حد مورد نظر را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$L = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f'(1+h) + f'(1-2h)}{h^2 - h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h^2 - h} + \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f'(1-2h) - f'(1)}{h^2 - h}$$

$$-f'_+(1) + 2f'_-(1)$$

$$f''(x) = \begin{cases} -2 & ; x < 1 \\ \frac{1}{2} & ; x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow L = -\left(\frac{1}{2}\right) + 2(-2) = -\frac{9}{2}$$

(مسابان ۲ - صفحه

$$\xrightarrow{(*)} (gof)'(x) = -\frac{1}{2}x^2 \sqrt{3 - \frac{1}{3}x^3}$$

مقدار تابع فوق به ازای $x = -3$ برابر است با:

$$(gof)'(-3) = -\frac{1}{2}(-3)^2 \sqrt{3 - \frac{1}{3}(-3)^3} = -9\sqrt{3}$$

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۶ و ۹۴)

(اخشین فاصله‌فان)

گزینه «۳» - ۱۷

$$f''g - f'g' = g^2 \times \frac{f''g - f'g'}{g^2}$$

حال تابع $\frac{f''g - f'g'}{g^2}$ مشتق تابع $\frac{f'}{g}$ است.

$$f(x) = 4\sqrt[3]{x^5} + 5\sqrt[3]{x^4} = 4x^{\frac{5}{3}} + 5x^{\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{20}{3}(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x})$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f'}{g}\right)(x) = \frac{\frac{20}{3}(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x})}{\frac{3\sqrt[3]{x}}{x+1}} = \frac{20\sqrt[3]{x}}{3} \Rightarrow \left(\frac{f'}{g}\right)'(x) = \frac{20}{9\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\Rightarrow (f''g - f'g')(x) = \frac{20(\sqrt[3]{x} + 1)^2}{9\sqrt[3]{x^2}} = \frac{20}{9} \left(\frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2$$

مقدار این تابع در $x = 8$ برابر ۵ است.

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۶ و ۹۴)

(عادل حسینی)

گزینه «۴» - ۱۸

ضابطه f را $f(x) = ax^2 + bx + c$ در نظر می‌گیریم:

$$f'(x) = 2ax + b, f''(x) = 2a$$

حال در رابطه گفته شده قرار می‌دهیم:

$$2(2a)(ax^2 + bx + c) = (2ax + b)^2$$

$$\Rightarrow 4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 4a^2x^2 + 4abx + b^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 4ac \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 0$$

یعنی در تابع f $\Delta = 0$ است و به بیان دیگر ضابطه f به صورت $f(x) = a(x - x_s)^2$ است. حال داریم:

$$f'(x) = 2a(x - x_s)$$

$$\xrightarrow{f(x) = f'(x)} a(x - x_s)^2 = 2a(x - x_s)$$

$$\Rightarrow a(x - x_s)[(x - x_s) - 2] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_s \\ x_2 = x_s + 2 \end{cases}$$

پس اختلاف جواب‌های معادله برابر ۲ است.

(مسابان ۲ - صفحه‌های ۹۳ و ۹۸)

فاصله کانون تا خط هادی دو برابر فاصله کانونی، یعنی برابر $2a = 8$ است.

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطی: صفحه های ۵۰ تا ۵۳)

(امیرحسین ابوالمحبوب)

گزینه «۲» -25

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف می نویسیم:

$$y^2 - 2y = -4x - k \xrightarrow{+1} y^2 - 2y + 1 = -4x - k + 1$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = -4(x + \frac{k-1}{4})$$

بنابراین دهانه سهمی رو به چپ باز می شود و رأس و

$a = 1$ فاصله کانونی سهمی است و در نتیجه داریم:

$$F\left(\frac{1-k}{4}, 1\right) : \text{کانون}$$

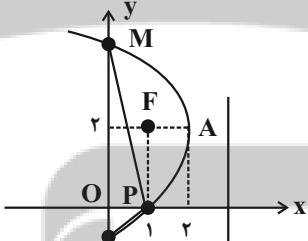
$$x - 3y \Rightarrow \frac{1-k}{4} - 1 = -3 \Rightarrow \frac{1-k}{4} = -2 \Rightarrow 1-k = -8$$

$$\Rightarrow k = 9$$

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطی: صفحه های ۵۰ تا ۵۳)

(امیرحسین ابوالمحبوب)

گزینه «۳» -26



مطابق شکل نقطه $A(2, 2)$ رأس سهمی و $a = 1$ فاصله کانونی سهمی است و سهمی رو به چپ باز می شود، بنابراین داریم:

$$(y-2)^2 = -4(x-2) : \text{معادله سهمی}$$

$$y = 0 \Rightarrow (-2)^2 = -4(x-2)$$

$$\Rightarrow x-2 = -1 \Rightarrow x = 1$$

$$x = 0 \Rightarrow (y-2)^2 = -4(-2) = 8$$

$$\Rightarrow y-2 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 + 2\sqrt{2} \\ y = 2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین نقاط برخورد سهمی با محورهای مختصات عبارتند از:

$$P(1, 0), M(0, 2 + 2\sqrt{2}), N(0, 2 - 2\sqrt{2})$$

$$S_{MNP} = \frac{1}{2} OP \times MN = \frac{1}{2} \times 1 \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطی: صفحه های ۵۰ تا ۵۳)

(اخشین فاضلیان)

هندسه ۳

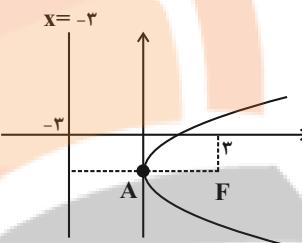
-21 گزینه «۴»

مطابق متن و شکل صفحه ۵۶ کتاب درسی برای ایجاد نور بالا، چراغ باید در راستای عمودی و کمی پایین تر از کانون قرار گیرد.

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطی: صفحه ۵۶)

گزینه «۴» -22

مکان هندسی موردنظر سهمی به کانون $F(3, -1)$ و خط هادی $x = -3$ است.



در این صورت رأس سهمی مطابق شکل نقطه $A(0, -1)$ و فاصله کانونی $a = 3$ است. چون سهمی رو به راست باز می شود، معادله آن به صورت زیر است:

$$(y+1)^2 = 12(x-0) \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 12x$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y - 12x + 1 = 0$$

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطی: صفحه های ۵۰ تا ۵۳)

گزینه «۱» -23

اگر a فاصله کانونی، d قطر دهانه و h عمق دیش باشد، آنگاه رابطه

$$a = \frac{d^2}{16h}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times \left(\frac{h_2}{h_1}\right) = \left(\frac{2d_2}{d_2}\right)^2 \times \left(\frac{h_2}{2h_2}\right) = 4 \times 2 = 8$$

(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مفروطی: مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۵۹)

(امیرحسین ابوالمحبوب)

گزینه «۴» -24

چون محور تقارن سهمی موازی محور X ها است، پس سهمی افقی است و با توجه به مختصات رأس و نقطه M ، سهمی رو به چپ باز می شود، بنابراین داریم:

$$(y-1)^2 = -4a(x-3) : \text{معادله سهمی}$$

$$\xrightarrow{M(2, 5)} (5-1)^2 = -4a(2-3)$$

$$\Rightarrow 16 = 4a \Rightarrow a = 4$$

$$y^2 - 4(y-2x) \Rightarrow y^2 - 4y = -8x$$

$$\xrightarrow{+4} y^2 - 4y + 4 = -8x + 4$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 = -8(x-\frac{1}{2}) \Rightarrow \begin{cases} A(-\frac{1}{2}, 2) \\ 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

سهمی افقی و دهانه آن رو به چپ است، بنابراین داریم:

$$F(\frac{1}{2}-2, 2) = (-\frac{3}{2}, 2)$$

محل برخورد خط $y = 6$ با سهمی را به دست می آوریم:

$$(y-2)^2 = -8(x-\frac{1}{2}) \xrightarrow{y=6} 16 = -8(x-\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{2} = -2 \Rightarrow x = \frac{-3}{2}$$

چون پرتو بازتابش موازی محور تقارن سهمی خارج شده، پس پرتو تابش از

$$F(-\frac{3}{2}, 2)$$

(کانون سهمی عبور کرده است. معادله خط گذرنده از نقطه $(-\frac{3}{2}, 2)$) و نقطه $N(-\frac{3}{2}, 6)$ (نقطه برخورد با سهمی) به صورت

$$x = -\frac{3}{2}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

(ضا تولی)

«3»

در یک بیضی که طول قطراهای بزرگ و کوچک آن به ترتیب برابر $2b$ و $2a$

هستند، طول وتر کانونی از رابطه $MN = \frac{2b^2}{a}$ به دست می آید. از طرفی طول وتر کانونی سهمی (باره خطی که دو سر آن بر روی سهمی قرار دارد و در کانون سهمی بر محور تقارن سهمی عمود است)، ۴ برابر فاصله کانونی سهمی است، یعنی داریم:

$$MN = 4OF \Rightarrow 4c \Rightarrow \frac{2b^2}{a} = 4c \Rightarrow b^2 = 2ac$$

حال با توجه به رابطه بیضی داریم:

$$a^2 - b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 2ac + c^2 \xrightarrow{-a^2} 1 = \frac{2c}{a} + \frac{c^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{c}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{c}{a}\right) - 1 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4(-1) = 8 \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} = \sqrt{2} - 1 \\ \frac{c}{a} = -\sqrt{2} - 1 \end{cases}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

(امیرضا غلاج)

-27 «3»

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل می کیم:

$$x^2 + ax - 2y + b = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} = 2y - b$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = 2y - b + \frac{a^2}{4} \Rightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = 2\left(y - \frac{b}{2} + \frac{a^2}{8}\right)$$

$$\Rightarrow A(-\frac{a}{2}, \frac{b}{2} - \frac{a^2}{8}) = (2, 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4 \\ \frac{b}{2} - \frac{a^2}{8} = 1 \xrightarrow{a = -4} \frac{b}{2} - 2 = 1 \Rightarrow b = 6 \end{cases}$$

$$a + b = -4 + 6 = 2$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(فرشاد صدیقی فر)

-28 «2»

سهمی قائم است و چون دایره به مرکز $(0, 4)$ و شعاع $\sqrt{5}$ بالاتر از خط $y = 1$ قرار دارد، پس سهمی قطعاً رو به بالا باز نمی شود. در این صورت اگر $A(h, k)$ رأس سهمی باشد، کانون آن نقطه $F(h, k+a)$ و خط هادی

$k - a = 1$ است، یعنی داریم:

رأس و کانون سهمی روی دایره به مرکز $(0, 4)$ و شعاع $\sqrt{5}$ قرار دارند، پس داریم:

$$x^2 + (y-4)^2 = 5 : \text{معادله دایره}$$

$$\begin{aligned} A(h, k) \Rightarrow h^2 + (k-4)^2 &= 5 \\ F(h, k+a) \Rightarrow h^2 + (k+a-4)^2 &= 5 \end{aligned} \Rightarrow (k-4)^2 = (k+a-4)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k-4 = k+a-4 \Rightarrow a = 0 \\ k-4 = -k-a+4 \Rightarrow 2k+a = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k-a = 1 \\ 2k+a = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$k = 3 \Rightarrow h^2 + (3-4)^2 = 5 \Rightarrow h^2 = 4 \Rightarrow h = \pm 2$$

معادله محور تقارن این سهمی به صورت $h = x$ یعنی به یکی از دو صورت $x = 2$ یا $x = -2$ است.

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

(امیرضا غلاج)

-29 «1»

اگر یک شعاع نورانی از کانون سهمی بر سطح آینه‌ای آن سهمی بتابد، پرتو بازتابش موازی محور تقارن سهمی خواهد بود و بالعکس.

ابتدا معادله سهمی را به صورت متعارف نوشته و مختصات کانون آن را پیدا می کنیم.

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_6 = 10 \Rightarrow \binom{9}{3}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

-36 گزینه «۳»
اگر x_1 و x_2 و x_3 و x_4 را تعداد سکه‌های نفرات اول، دوم، سوم و چهارم در نظر بگیریم آنگاه: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 24$ از طرفی تعداد سکه‌های هر فرد مضرب ۳ است. بنابراین:

$$3k_1 + 3k_2 + 3k_3 + 3k_4 = 24$$

$$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 8$$

$\binom{11}{3} = 165$ تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی
ابتدا حالاتی که k_1 است را به دست می‌آوریم:
 $2k_1 + k_3 + k_4 = 8 \Rightarrow k_1 = 0, 1, 2, 3, 4$

| |
|--|
| $\binom{9}{1} + \binom{7}{1} + \binom{5}{1} + \binom{3}{1} + \binom{1}{1} = 25$ |
| $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ |
| $k=0 \quad k=1 \quad k=2 \quad k=3 \quad k=4$ |

در نتیجه در $165 - 25 = 140$ حالت $k_1 \neq k_2$ است که در نیمی حلالات $k_1 > k_2$ می‌باشد. بنابراین در ۷۰ حالت تعداد سکه‌های نفر اول پیشتر از نفر دوم است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

-37 گزینه «۱»
(امیرحسین ابومیوب)

$ZI^+ \xrightarrow{0W} 0W \xrightarrow{5, ZI^+} 5, ZI^+$

با توجه به اینکه نهال‌های کاج یکسان و نهال‌های سرو نیز یکسان هستند و نهال‌های اول و آخر ردیف مشخص است، تعداد راههای کاشتن نهال‌های باقی‌مانده طبق قضیه جایگشت با تکرار برابر است:

$$\frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{6 \times 5!} = 8 \times 7 = 56$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ و ۵۰)

-38 گزینه «۴»
(سوكنر، روشن)

کل حالاتی که دقیقاً یک مهره آبی انتخاب شده است برابر است با:

$$\binom{3}{1} \times \binom{8}{3} = 168$$

و تعداد حالاتی که مهره قرمز نداشته باشیم و دقیقاً یک آبی داشته باشیم

$$\binom{3}{1} \binom{3}{3} = 3$$

برابر است با:

$$168 - 3 = 165$$

در نتیجه مطلوب سؤال برابر است با:

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

-39 گزینه «۳»
(امیر، خا امین)

ℓ را در ابتدای کلمه قرار داده و عبارت top را داخل بسته‌ای می‌گذاریم که این بسته با ۴ حرف باقی‌مانده (o, o, g, y) دارای ۵! جایگشت است

که با توجه به تکراری بودن حرف o داریم: $\frac{5!}{2!} = 60$ تعداد جایگشت‌ها

(ریاضیات گسسته - ترکیبات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

-40 گزینه «۲»
(امیر، خا غلام)

ابتدا ارقام ۲ و ۴ که با هم ۶! حالت جایگشت دارند را قرار می‌دهیم

از ۴ فضای خالی در $O_2O_3O_4O_0$ دو فضای خالی را به $\binom{4}{2}$ حالت انتخاب می‌کنیم و ۱ و ۱ و ۱ به ۲! حالت در آن در جایگاه قرار می‌گیرند.

$$3! \times \binom{4}{2} \times 2! = 72$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

-31 گزینه «۱»
(سوكنر، روشن)
کتاب‌ها یکسان هستند و چون نباید قفسه‌ای خالی بماند تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ مطلوب سؤال است که برابر است با:

$$\binom{8-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

-32 گزینه «۲»
(امیرحسین ابومیوب)
اگر تعداد شاخه گل‌های انتخاب شده از گل‌های نوع اول تا چهارم را به ترتیب با x_1, x_2, x_3 و x_4 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ x_3 \geq 3 \Rightarrow x_3 = y_3 + 3 \\ x_4 > 3 \Rightarrow x_4 \geq 4 \Rightarrow x_4 = y_4 + 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15 \Rightarrow x_1 + 3 + y_3 + 3 + y_4 + 4 = 15 \\ \Rightarrow x_1 + y_3 + y_4 = 5 \Rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

-33 گزینه «۲»
(امیرحسین ابومیوب)
به متغیر Z مقادیر مناسب می‌دهیم و تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله را به ازای هر مقدار Z محاسبه می‌کنیم:

$$z = 0 \Rightarrow x + y + 1^2 = 12 \Rightarrow x + y = 11$$

$$\rightarrow \binom{12}{1} = 12$$

$$z = 1 \Rightarrow x + y + 2^2 = 12 \Rightarrow x + y = 8$$

$$\rightarrow \binom{9}{1} = 9$$

$$z = 2 \Rightarrow x + y + 3^2 = 12 \Rightarrow x + y = 3$$

$$\rightarrow \binom{4}{1} = 4$$

معادله به ازای سایر مقادیر Z ، جواب صحیح و نامنفی دارد، بنابراین تعداد جواب‌ها برابر است با:

$$12 + 9 + 4 = 25$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

-34 گزینه «۴»
(محمد صفت‌لار)

اگر تعداد مهره‌های جعبه آم ز را با x_i نشان دهیم آن‌گاه تعداد جواب‌های مطلوب برابر است با تعداد جواب‌های معادله زیر:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \end{cases}$$

در این شرایط، ۳ حالت امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 8 \end{cases} \Rightarrow \binom{10}{2} = 1 \times 45 = 45$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 7 \end{cases} \Rightarrow \binom{9}{2} = 2 \times 36 = 72$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 6 \end{cases} \Rightarrow \binom{8}{2} = 3 \times 28 = 84$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است:

$$45 + 72 + 84 = 201$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

-35 گزینه «۱»
(سوكنر، روشن)

چون تعداد جواب‌های طبیعی معادله مطلوب سؤال است، x_1 از داخل جزء صحیح خارج می‌شود.

$$x_2 = 2, x_4 = 8 \text{ همواره } \frac{4}{x_2} = 2$$

از طرفی با توجه به رابطه $x_1 + 2 + x_3 + 8 + x_5 + x_6 = 20$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\Rightarrow 49 \times 6 + AC^2 \times 3 = 36 \times 9 + 3 \times 6 \times 9$$

$$\Rightarrow 294 + 3AC^2 = 324 + 162 \Rightarrow 3AC^2 = 192$$

$$\Rightarrow AC^2 = 64 \Rightarrow AC = 8$$

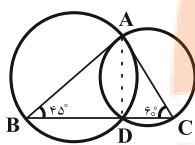
(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۵ صفحه ۶۹)

(ممدر فنران)

گزینه «۱» - ۴۵

و تر مشترک AD را رسم می کنیم. اگر R' شعاع های دایره های کوچک و بزرگ باشند، با توجه به قضیه سینوس ها در دو مثلث ABD و

ACD داریم:



$$\Delta ABD : \frac{AD}{\sin 45^\circ} \quad 2R \Rightarrow R = \frac{AD}{2 \sin 45^\circ} = \frac{AD}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta ACD : \frac{AD}{\sin 60^\circ} \quad 2R' \Rightarrow R' = \frac{AD}{2 \sin 60^\circ} = \frac{AD}{\sqrt{3}}$$

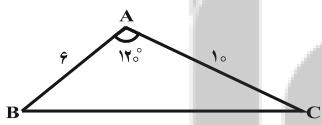
$$\frac{S}{S'} = \frac{\pi R^2}{\pi R'^2} = \left(\frac{R}{R'}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3}{2} = 1/5$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

(عادل حسین)

گزینه «۲» - ۴۶

طبق قضیه کسینوس ها در مثلث ABC داریم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$36 + 100 - 2 \times 6 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 196$$

$$\Rightarrow BC = 14$$

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$$

همچنین محیط مثلث ABC برابر $30 = 6 + 10 + 14$ است، پس داریم:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{15\sqrt{3}}{15} = \sqrt{3}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۶ تا ۶۹)

(ممدر فنران)

گزینه «۳» - ۴۱

طبق قضیه کسینوس ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 4 + 16 - 2(2)(4)(-\frac{1}{2}) = 28$$

از طرفی طبق قضیه میانه ها داریم:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 4 + 16 = 2m_a^2 + 14$$

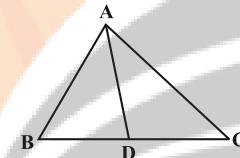
$$\Rightarrow 2m_a^2 = 6 \Rightarrow m_a^2 = 3 \Rightarrow m_a = \sqrt{3}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۶ تا ۶۷)

(پوار هاتم)

گزینه «۳» - ۴۲

با در اختیار داشتن طول دو ضلع مثلث و اندازه زاویه بین این دو ضلع، طول نیمساز داخلی زاویه از رابطه زیر محاسبه می شود:



$$AD = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c} = \frac{2 \times 8 \times 6 \times \cos 60^\circ}{8+6} = \frac{2 \times 48 \times \frac{1}{2}}{14} = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۵ صفحه های ۷۵ و ۷۶)

(علی ایمانی)

گزینه «۲» - ۴۳

چون $\hat{A} > 90^\circ$ است، پس $\cos \hat{A} < 0$ و داریم:

$$\cos A = -\sqrt{1 - \sin^2 A} = -\sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = -\sqrt{\frac{1}{9}} = -\frac{1}{3}$$

طبق قضیه کسینوس ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$(\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2 - 2(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$2 - 2\sqrt{2} + 1 + 2 + 2\sqrt{2} + 1 - 2(2-1)\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$6 + \frac{2}{3} = \frac{20}{3} \Rightarrow a = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۶ تا ۶۹)

(امیرحسین ایوبی)

گزینه «۲» - ۴۴

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\begin{aligned} \Delta AMB : MP \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB} & \\ \Delta AMC : MQ \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} & \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\text{پارههای پ سه}} PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AP}{AB}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدة مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست باشند، نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت اندازه قاعده‌های آنهاست، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} \cdot \frac{MC}{BC} \cdot \frac{1}{2} & \\ \frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}} \cdot \frac{AQ}{AC} \cdot \frac{2}{5} & \Rightarrow \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \\ \frac{S_{AMQ}}{S_{ABC}} &= \frac{1}{5} \quad (2) \end{aligned}$$

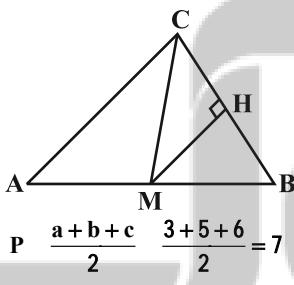
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{ABC}} = \frac{4}{25} \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{AMQ}} = \frac{4}{5}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۱ صفحه ۷۲)

(علی ایمانی)

«۳» گزینه - ۵۰

اگر S و P به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC باشد، طبق قضیه هرون داریم:



$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+5+6}{2} = 7$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{7 \times 4 \times 2 \times 1} = 2\sqrt{14}$$

میانه نظیر ضلع AB است، پس داریم: CM

$$S_{BMC} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \sqrt{14}$$

$$S_{BMC} = \frac{1}{2} MH \times BC \Rightarrow \sqrt{14} = \frac{1}{2} \times MH \times 3$$

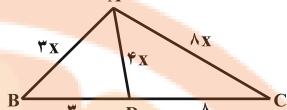
$$\Rightarrow MH = \frac{2}{3}\sqrt{14}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۴ و ۷۳)

(ممدر فندان)

«۴» گزینه - ۴۷

با توجه به قضیه نیمسازهای زاویه‌های داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{8} \Rightarrow \begin{cases} AB = 3x \\ AC = 8x \Rightarrow AD = 4x \end{cases}$$

طبق رابطه طول نیمساز زاویه داخلی داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow (4x)^2 = 3x \times 8x - 3 \times 8$$

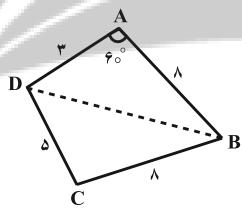
$$\Rightarrow 8x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 3 \xrightarrow{x>0} x = \sqrt{3} \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(سینا مهدی‌پور)

«۱» گزینه - ۴۸

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABD داریم:



$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos A$$

$$64 + 9 - 2 \times 8 \times 3 \times \frac{1}{2} = 49 \Rightarrow BD = 7$$

چهار ضلعی $ABCD$ از دو مثلث ABD و BCD تشکیل شده است. پس

مساحت آن برابر مجموع مساحت‌های این دو مثلث است. داریم:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin A = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$P_{BCD} = \frac{BC + CD + BD}{2} = \frac{8 + 5 + 7}{2} = 10$$

$$S_{BCD} = \sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)} = \sqrt{10 \times 2 \times 5 \times 3} = 10\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۶)

(امیر وفایی)

«۴» گزینه - ۴۹

طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:



$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$A \cap B = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۲)

(امیرحسین ابومسیوب)

گزینه «۴» - ۵۵

پیشامد آن که مجموع اعداد دو تاس، عددی مرتع کامل باشد، شامل حالت‌هایی است که مجموع اعداد دو تاس ۴ یا ۹ باید. اگر این پیشامد را بنامیم، آنگاه داریم:

$$A = \{(1,3), (2,2), (3,1), (3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\}$$

گزینه «۱»: این پیشامد شامل زوج مرتب‌های (1,3) و (3,1) است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینه «۲»: این پیشامد شامل زوج مرتب (2,2) است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینه «۳»: این پیشامد شامل زوج مرتب‌های (3,6) و (6,3) است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینه «۴»: در هیچ کدام از زوج مرتب‌های تشکیل‌دهنده پیشامد A، حاصل ضرب دو عدد بزرگ‌تر از ۲۰ نیست، پس اشتراک پیشامد A با پیشامد موردنظر تهی بوده و در نتیجه دو پیشامد ناسازگار هستند.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

(نرا صالح‌پور)

گزینه «۱» - ۵۶

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از فضای نمونه $S = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب بر ۳ و ۷ بخش‌باز هستند.

$$P(A) = \frac{\left[\begin{matrix} 50 \\ 3 \end{matrix}\right]}{50}, P(B) = \frac{\left[\begin{matrix} 50 \\ 7 \end{matrix}\right]}{50}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\left[\begin{matrix} 50 \\ 21 \end{matrix}\right]}{50} = \frac{2}{50}$$

پیشامد آنکه عدد انتخابی فقط بر یکی از دو عدد ۳ یا ۷ بخش‌باز باشد،

معادل $(A - B) \cup (B - A)$ است. با توجه به ناسازگار بودن پیشامدهای

$(B - A)$ و $(A - B)$ داریم:

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A - B) + P(B - A)$$

آمار و احتمال (اختیاری)

گزینه «۲» - ۵۱

تعداد اعضای فضای نمونه این آزمایش برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

حاصل ضرب اعداد رو شده سه تاس در صورتی عددی اول است که دو تاس عدد یک و دیگری یکی از سه عدد ۲ و ۵ باشد. با توجه به اینکه عدد اول موردنظر می‌تواند در یکی از ۳ پرتاب رو شود، داریم:

$$\begin{aligned} (1,1,2) &\rightarrow S^2 \times 3 \\ (1,1,3) &\rightarrow S^2 \times 3 \\ (1,1,5) &\rightarrow S^2 \times 3 \end{aligned} \Rightarrow n(A) = 3 \times 3 = 9$$

$$P(A) = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$$

(ریاضی ۱ - آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۴۹)

گزینه «۱» - ۵۲

احتمال موردنظر برابر است با:

$$(سیاه, سفید, سیاه) + P(سفید, سیاه, سفید)$$

$$\frac{6}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{5}{28} + \frac{1}{14} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

گزینه «۳» - ۵۳

اگر A پیشامد آن باشد که حداقل دو مهره از سه مهره خارج شده از جعبه همنگ باشد، آن‌گاه A' (متتم A) پیشامد آن است که رنگ هیچ دو مهره‌ای از سه مهره خارج شده یکسان نباشد. در این صورت داریم:

$$P(A') = \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{3 \times 4 \times 5}{220} = \frac{3}{11}$$

$$P(A) = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$$

(ریاضی ۱ - آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۴۹)

گزینه «۲» - ۵۴

(اخشنده‌فان)

فرض کنید تاس اول سفید و تاس دوم سیاه باشد. اگر پیشامدهای B و A به ترتیب به صورت «مجموع اعداد رو شده دو تاس کمتر از ۶ باشد» و «عدد تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد» تعریف شوند، آنگاه داریم:



$$\Rightarrow \frac{3}{4}P(B) = \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{7}{20} \Rightarrow P(B) = \frac{7}{20} \times \frac{4}{3} = \frac{7}{15}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۶۷ و ۶۹)

(امیرحسین ابوالهیوب)

گزینه «۴» - ۵۹

تعداد حالت‌های فضای نمونه برای ۴ فرزند، برابر 16^4 است. از طرفی

تعداد حالت‌هایی که این خانواده دارای ۲ فرزند پسر و ۲ فرزند دختر باشد،

برابر $\binom{4}{2} = 6$ است، بنابراین اگر A پیشامد بودن تعداد فرزندان

پسر و دختر در این خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$n(A) = 16 - 6 = 10$$

اگر B پیشامد یکسان بودن جنسیت دو فرزند اول خانواده باشد، آنگاه

داریم:

$$A \cap B = \{N, N, N, N, N, N, N, j, N, j, j, j\}$$

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ و ۵۶)

(یزمان فرهادیان)

گزینه «۳» - ۶۰

اگر پیشامدهای B_1 و B_2 به ترتیب سالم و معیوب بودن لامپ انتخابی از

جعبه اول و پیشامد A سالم بودن هر دو لامپ یا معیوب بودن هر دو لامپ

انتخابی از جعبه دوم باشد، آنگاه داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\binom{7}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{10}{2}} + 2 \times \frac{\binom{6}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{21+3}{45} + 2 \times \frac{15+6}{45} = \frac{8}{45} + \frac{14}{45} = \frac{22}{45}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۸ و ۶۰)

$$P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$\frac{16}{50} + \frac{7}{50} - \frac{4}{50} = \frac{19}{50} = 0.38$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۴۴ و ۴۷)

(مهری نیکزاد)

گزینه «۴» - ۵۷

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اگر هر دو مهره بودند} \\ \rightarrow \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{اگر هر دو مهره بودند}} \binom{4}{1} \binom{2}{1} = \frac{8}{15} \\ \text{اگر هر دو مهره خارج شدند} \\ \rightarrow \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{اگر هر دو مهره خارج شدند}} \binom{2}{1} \binom{3}{1} = \frac{6}{10} \\ \text{اگر یک مهره بودند} \\ \rightarrow \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{اگر یک مهره بودند}} \binom{5}{1} \binom{1}{1} = \frac{5}{15} \end{array} \right.$$

اگر پیشامد همنگ نبودن دو مهره را A و پیشامد خارج شدن از کيسه اول را B بنامیم، داریم:

$$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{8}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{15} = \frac{22}{45}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{8}{15} = \frac{8}{45}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{22}{45}} = \frac{4}{11}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۸ و ۶۴)

(مرتضی فیضعلوی)

گزینه «۳» - ۵۸

$$P(A) = P(A|B) = \frac{1}{4}$$

است. از طرفی برای دو پیشامد مستقل A و B، رابطه

 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ برقرار است، بنابراین داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{4} + P(B) - \frac{1}{4} P(B)$$



بین‌المللی آموزشی فنی

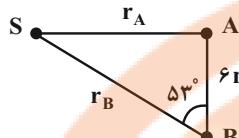
گزینه ۳ (رهبر آقامحمدی)

گزینه ۳

(همانجا و انتقای)

فیزیک ۳

ابتدا فاصله هر دو ناظر را از چشمۀ صوت می‌یابیم.



$$\cos 53^\circ = \frac{6}{r_B} \Rightarrow 0/6 = \frac{6}{r_B} \Rightarrow r_B = 10\text{m}$$

$$\sin 53^\circ = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow 0/8 = \frac{r_A}{10} \Rightarrow r_A = 8\text{m}$$

با توجه به تعریف شدت صوت داریم:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{10}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{25}{16}$$

نادرستی گزینه ۱:

$$\left(\frac{I_A}{I_B} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{25}{16} - 1\right) \times 100 = 56/25\%$$

نادرستی گزینه ۲:

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{8}{10}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\left(\frac{I_B}{I_A} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{16}{25} - 1\right) \times 100 = -36\%$$

اکنون اختلاف تراز شدت صوت دریافتی توسط دو ناظر را محاسبه می‌کنیم.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B} \right) = 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{10}{8} \right)$$

$$\Rightarrow \beta_A - \beta_B = 20(\log 10 - \log 2^3) = 20(1 - 3 \log 2)$$

$$20(1 - 0/9) = 20\text{dB}$$

درستی گزینه ۳:

پس می‌توان گفت تراز شدت صوت دریافتی ناظر B ۲dB کمتر از ناظر است. (نادرستی گزینه ۴)

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۷۹)

گزینه ۴ (سیدعلی میرنوری)

گزینه ۴

در بررسی اثر دوبله، اگر ناظر و چشمۀ طوری حرکت کنند که فاصله آنها کاهش یابد، ناظر با تعداد جبهۀ موج بیشتری مواجه خواهد شد که این امر منجر به افزایش بسامد صوتی خواهد شد که توسط ناظر دریافت می‌گردد. از طرفی، اگر ناظر و چشمۀ طوری حرکت کنند که فاصله آنها افزایش یابد، ناظر با تعداد جبهۀ موج کمتری مواجه خواهد شد که این امر منجر به کاهش بسامد صوتی خواهد شد که توسط ناظر دریافت می‌گردد.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

گزینه ۳

(همانجا و انتقای)

گزینه ۳

$$\begin{cases} I \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \\ P = I \times A \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2}{I_1} \times \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow 1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \frac{4S_1}{S_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_2 = 2 \times (10) = 20\text{m}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۷۹)

(مسعود فرهنگیان)

گزینه ۱

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow n + 12 - n = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{10} = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 \log 2$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 2^4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 16$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \Rightarrow 16 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 2$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۷۹)

(علیرضا کوچه)

گزینه ۳

با استفاده از رابطه $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ می‌توان نوشت:

$$100 \cdot 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^{10} = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-2} \text{ W/m}^2$$

همچنین می‌دانیم که صوت در فضای کروی منتشر می‌شود، بنابراین با توجه

به رابطه $I = \frac{P}{A}$ داریم:

$$10^{-2} = \frac{P}{4 \times 3 \times (50)^2} \Rightarrow P = 300\text{W}$$

بنابراین $500 - 300 = 200\text{W}$ توان توسط محیط جذب شده است.یعنی $\frac{\Delta P}{P_{\text{تو}}} = \frac{-200}{500} = -0/4$ یا ۴۰ درصد توان تلف شده است.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۷۹)



$$0/75 \quad \frac{2x'}{\sqrt{RKA}} \Rightarrow x' = 127/5 \text{m}$$

$$x' - x = 127/5 - 85 = 42/5 \text{m}$$

یعنی دانش آموز (۱) باید از صخره دور شده و به دانش آموز (۲) نزدیک شود.
(غیریک ۳ - برهم کنش های موج: صفحه های ۹۰ تا ۹۳)

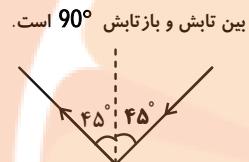
(پورا علاوه‌مند)

گزینه «۳»

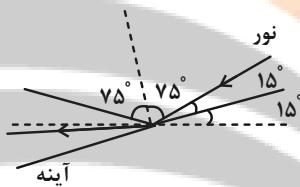
- 66 گزینه «۲»

وقتی تپی که در یک طناب افقی کشیده شده در حال انتشار است از انتهای بسته بازتاب می‌کند، آن قسمت از تپ که در جلو قرار دارد، همچنان در بازتاب نیز در جلو خواهد بود و فقط نسب به راستای افقی، تپ معکوس می‌شود. با این توضیحات، شکل گزینه (۲) صحیح است.

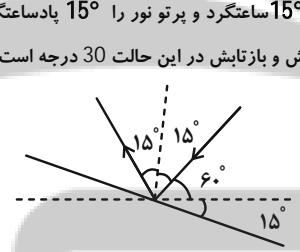
(غیریک ۳ - برهم کنش های موج: صفحه ۹۰)



در این حالت زاویه بین تابش و بازتابش 90° است.



اگر آینه را 15° پاد ساعتگرد و پرتو نور را 15° ساعتگرد دوران دهیم،

طبق شکل زاویه بین پرتو تابش و بازتابش 150° خواهد شد

حال اگر آینه را 15° ساعتگرد و پرتو نور را 15° پاد ساعتگرد دوران دهیم،

زاویه بین پرتو تابش و بازتابش در این حالت 30° درجه است.

بنابراین:

(غیریک ۳ - برهم کنش های موج: صفحه های ۹۰ تا ۹۴)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۳»

- 67 گزینه «۳»

بررسی تک تک گزینه ها:

(الف) نادرست: اگر تأخیر زمانی کمتر از $1/0$ ثانیه باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم او لیه تشخیص دهد.

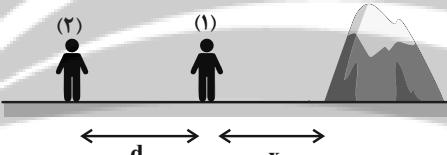
(ب) درست

(پ) نادرست: بازتاب منظم وقتی رخ می‌دهد که ناهمواری های سطحی از طول موج به کار رفته کوچک تر باشند.

(غیریک ۳ - برهم کنش های موج: صفحه های ۹۰ تا ۹۴)

(هره عاقمه‌مردی)

گزینه «۳»



دانش آموز (۲) دو صدا می‌شنود. یکی صدایی که مستقیماً به گوش او می‌رسد. در این حالت صوت فاصله d را می‌بیناید و داریم:

$$v_{RKA} \frac{d}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{d}{v_{RKA}} \quad (1)$$

و دومین صدایی که می‌شنود، پژواک صدای دانش آموز (۱) از صخره است.
در این حالت صوت فاصله $2x + d$ را می‌بیناید و داریم:

$$v_{RKA} = \frac{2x + d}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{2x + d}{v_{RKA}} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:

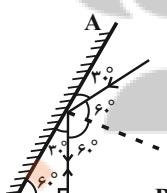
$$t_2 - t_1 = \frac{2x + d}{v_{RKA}} - \frac{d}{v_{RKA}} = \frac{2x}{v_{RKA}}$$

$$\frac{t_2 - t_1 = 0/5}{v_{RKA} = 340 \text{m/s}} \Rightarrow 0/5 = \frac{2x}{340} \Rightarrow x = 85 \text{m}$$

مشاهده کردیم که اختلاف زمانی رسیدن دو صدا به دانش آموز (۲)، به فاصله بین دو دانش آموز از هم بستگی ندارد. بنابراین حرکت دانش آموز (۲) تاثیری در زمان رسیدن دو صوت به آن ندارد.

در حالت دوم فاصله x را طوری می‌باییم که فاصله دو صدا از هم $0/75 \text{s}$ شود.

(غیریک ۳ - برهم کنش های موج: صفحه های ۹۰ تا ۹۴)



$$\theta_r = 60^\circ$$

$$\theta_i = 0$$

زاویه بازتابش از سطح آینه تحت A :

زاویه تابش به سطح آینه تحت B :

(غیریک ۳ - برهم کنش های موج: صفحه های ۹۰ تا ۹۴)



(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۳» - ۷۵

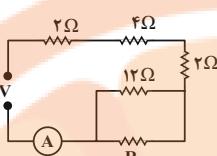
ابتدا کلید k را به نقطه a وصل می کنیم و مدار را ساده می کنیم:

$$4+2=6\Omega$$

$$\frac{6 \times 12}{6+12}=4\Omega$$

$$2+4=6\Omega$$

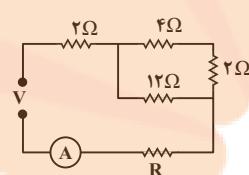
$$R_{eq} = 6 + R \Rightarrow I_1 = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R+6}$$



در حالت دوم که کلید k را به نقطه b وصل کنیم. داریم:

$$2+4+2=8\Omega$$

$$R'_{eq} = 8 + \frac{12 \times R}{12+R} \Rightarrow I_2 = \frac{V}{8 + \frac{12R}{12+R}}$$



در گام آخر، هر دو جریان باید برابر باشند، داریم:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow R + 6 = 8 + \frac{12R}{12+R} \Rightarrow R^2 - 2R - 24 = 0$$

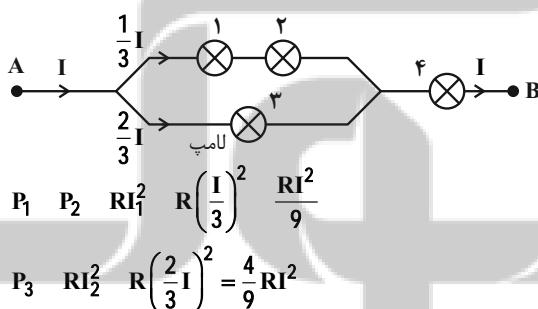
$$\Rightarrow \begin{cases} R = 6\Omega \\ R = -4\Omega \end{cases}$$

(فیزیک ۲ - بریان الکتریکی و مدارهای بریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

(مسام تاری)

گزینه «۳» - ۷۶

ابتدا باید لامپ را که آسیب‌پذیر است و توان مصرفی آن بیشتر از بقیه است،

بیدا کنیم. مقاومت هر لامپ را R فرض کنیم. داریم:

ماکریم است.

پس توان ۹۰ وات را به لامپ ۴ اختصاص می‌دهیم که آسیب‌پذیر است تا

توانش بیشتر از ۹۰W نشود و نسوزد. حال توان کل را حساب می‌کنیم:

$$RI^2 = 90W$$

$$P_{total} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \frac{15}{9} RI^2 = \frac{15}{9} \times 90 = 150W$$

(فیزیک ۲ - بریان الکتریکی و مدارهای بریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

فیزیک ۲

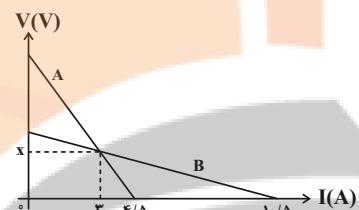
گزینه «۳» - ۷۱

(سیدعلی میدنوری)

قاعده حلقه در مدارهای الکتریکی، بر اساس قانون پایستگی انرژی بیان شده است.

(فیزیک ۲ - بریان الکتریکی و مدارهای بریان مستقیم: صفحه ۶۴)

گزینه «۱» - ۷۲

نمودار $V-I$ برای یک مولد، یک خط با شیب منفی است. عرض از مبدأ این خط، نیروی محرکه مولد و اندازه شیب آن، مقاومت درونی مولد را نشان می‌دهد. پس:

(فیزیک ۲ - بریان الکتریکی و مدارهای بریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

گزینه «۲» - ۷۳

(محضی کیانی) افت پتانسیل درون مولد برابر Ir است. بنابراین:

$$Ir = \frac{40}{100} \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{R+r} r = \frac{2}{5} \varepsilon$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{3} R = \frac{3\Omega}{3} \Rightarrow r = 2\Omega$$

(فیزیک ۲ - بریان الکتریکی و مدارهای بریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

گزینه «۲» - ۷۴

مدار تک حلقه است و ابتدا جریان و جهت آن را تعیین می‌کنیم:

$$I = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{R_{eq} + \sum r} = \frac{80+50+20-30}{15+5+10+5+5} = 3A$$

کافی است از نقطه A در جهت جریان به نقطه B برویم که چون B به زمین وصل است، پتانسیل الکتریکی آن صفر می‌باشد.

$$V_A - 10 \times 3 - 30 - 5 \times 3 = V_B$$

$$\frac{V_B - 0}{V_A - 75V} = 75V$$

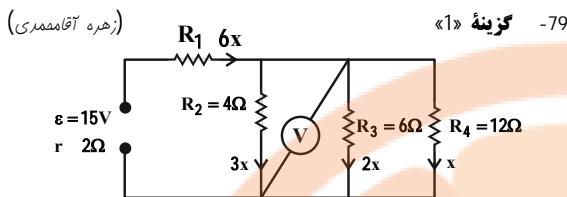
(فیزیک ۲ - بریان الکتریکی و مدارهای بریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)



دانشگاه آزاد اسلامی

تهران

دانشگاه آزاد اسلامی



مقاومت‌های R_1 , R_2 , R_3 , R_4 موزایی‌اند، پس اختلاف پتانسیل یکسانی دارند. در نتیجه اگر جریان عبوری از مقاومت R_4 را x بگیریم، جریان‌های عبوری از مقاومت‌های R_1 , R_2 , R_3 به ترتیب $6x$, $3x$ و $2x$ خواهد شد. از طرفی توان مصرفی مقاومت‌های R_1 و R_2 برابر است و خواهیم داشت:

$$P = RI^2 \xrightarrow{R_1 = R_2} R_1(6x)^2 = 4 \times (3x)^2 \Rightarrow R_1 = 1\Omega$$

با محاسبه مقاومت معادل و جریان عبوری از باتری داریم:

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{234} = 2\Omega$$

$$R_{eq} = 2 + 1 = 3\Omega \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{15}{3 + 2} = 3A$$

$$6x = I \Rightarrow x = 0/5A$$

ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های R_2 , R_3 و R_4 را نشان می‌دهد.

$$V_4 = R_4x = 12 \times 0/5 = 6V$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(غلامرضا مصیب)

گزینه «۳» - ۸۰

توان خروجی بیشینه مولد P_{max} است و هنگامی که مقاومت رئوستا $\frac{\epsilon^2}{4r}$ می‌شود. به کمک این اطلاعات خواهیم داشت:

$$P = \frac{1}{2}P_{max} \Rightarrow \frac{R\epsilon^2}{(R+r)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{\epsilon^2}{4r}$$

$$\Rightarrow 8Rr = (R+r)^2 \Rightarrow R^2 - 6Rr + r^2 = 0$$

ریشه‌های این معادله را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{6r \pm \sqrt{32r^2}}{2} \quad (3 \pm 2\sqrt{2})r \rightarrow \begin{cases} R_1 = (3-2\sqrt{2})r \\ R_2 = (3+2\sqrt{2})r \end{cases}$$

نسبت اندازه این دو مقاومت برابر است با:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(3+2\sqrt{2})r}{(3-2\sqrt{2})r} \xrightarrow{\sqrt{2} \approx 1/4} \frac{R_2}{R_1} = \frac{3+2/8}{3-2/8} = 29$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(غلامرضا مصیب)

گزینه «۲» - ۷۷

هر سه مقاومت R , 20Ω و 10Ω با هم موزایی‌اند و ولتاژ دو سر آن‌ها با ولتاژ دو سر باتری یکسان است:

$$V_{A0III} = \frac{\epsilon = 12V}{I = 2A, r = 2\Omega} \Rightarrow V_{A0III} = 12 - 2 \times 2 = 8V$$

جریان عبوری از مقاومت 20Ω و 10Ω به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I_{20\Omega} = \frac{V}{R} = \frac{8}{20} = 0/4A$$

$$I_{10\Omega} = \frac{V}{R} = \frac{8}{10} = 0/8A$$

$$\Rightarrow I_R = I_{\infty} - (I_{20\Omega} + I_{10\Omega}) = 2 - (0/4 + 0/8) = 0/8A$$

انرژی مصرفی در مقاومت R به کمک رابطه زیر به دست می‌آید:

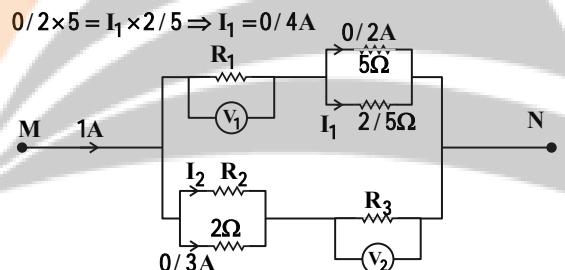
$$U = VIt = \frac{V = 8V, I = 0/8A}{t = 60s} \Rightarrow U = 8 \times 0/8 \times 60 = 384J$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(شاهرمان ویس)

گزینه «۱» - ۷۸

می‌دانیم جریان در گردها تقسیم می‌شود و ولتاژ مقاومت‌های موزایی با هم برابر هستند.



یعنی جریان $0/6A$ از مقاومت R_1 عبور کرده و ولت‌سنج عدد $1/4V$ را نشان می‌دهد.

$$V_1 = IR_1 \Rightarrow 1/4 = 0/6R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{7}{3}\Omega$$

مقادیم معادل 5Ω و $2/5\Omega$ برابر با $\frac{5}{5+2/5} = \frac{5}{3}\Omega$ است.

پس مقاومت شاخه بالا برابر با $\frac{7}{3} + \frac{5}{3} = 4\Omega$ است. چون از جریان $1A$ به اندازه $0/6A$ در شاخه بالا رفته است، پس جریان در شاخه پایین $1 - 0/6 = 0/4A$ خواهد شد.

پس جریان $0/1A$, $I_2 = 0/1A$ و $R_2 = 6\Omega$

می‌شود. مقادیم معادل 2 و 6 اهمی برابر با $\frac{6 \times 2}{6+2} = \frac{3}{2}\Omega$ و در مرحله آخر $V_3 = IR_3 \Rightarrow 1/8 = 0/4R_3 \Rightarrow R_3 = 4/5\Omega$

مقادیم معادل شاخه پایین $\frac{4/5}{1/5 + 4/5} = 6\Omega$ و در نهایت بالا و پایین با هم موزایی هستند.

$$R_{eq} = \frac{6 \times 4}{6+4} = \frac{12}{5}\Omega$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(فسرو ارجاعی فردر)

گزینه «۳» - ۸۳

کار نیروی جاذبه (کار نیروی وزن) به نیروی اصطکاک بستگی ندارد و برابر

می‌باشد که h جابه‌جایی جسم در امتداد قائم می‌باشد.

$$h = R \cos 60^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$W = mgh = 0.1 \times 10 \times 0.1 = 0.1 \text{ J}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۸)

(عبدالرضا امین‌نسب)

گزینه «۱» - ۸۴

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی و در نظر گرفتن سطح زمین به

عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$E_1 - E_2 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 150 + \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2} \times 400 \Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = 50 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

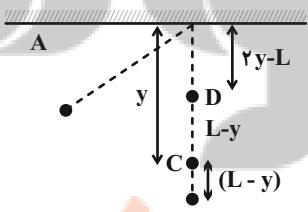
(سیوان سعیدی)

گزینه «۴» - ۸۵

وقتی گلوله در مسیر دایره‌ای قرار می‌گیرد، کمترین تندی را در نقطه **D**

دارد. با توجه به شکل و در نظر گرفتن مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه

B و استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و D، داریم:



$$E_A = E_D \Rightarrow U_A + K_A = U_D + K_D$$

$$\Rightarrow mgL + 0 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mg2(L-y)$$

$$\Rightarrow v_D = \sqrt{2g(2y-L)}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

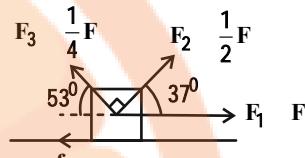
فیزیک ۱

گزینه «۱» - ۸۱

(سیدعلی میرنوری)

در جایه‌جایی افقی، چهار نیرو بر روی جسم کار انجام می‌دهند، بنابراین برای

تعیین کار کل، باید کار هر یک از آن‌ها را محاسبه کرده و با یکدیگر جمع جبری کنیم. با توجه به شکل داریم:



$$W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{f_k} \quad \frac{W_t}{2} = \frac{3W_2}{2}$$

$$\frac{3}{2}W_2 = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow W_{F_1} + W_{F_3} + W_{f_k} = \frac{1}{2}W_2$$

$$\frac{W}{Fd \cos \theta} \rightarrow Fd + \frac{1}{4}Fd \times \left(\frac{-6}{10}\right) + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}Fd \times \frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow Fd - \frac{3}{20}Fd + W_{f_k} = \frac{1}{5}Fd \Rightarrow W_{f_k} = -\frac{13}{20}Fd$$

و در آخر داریم:

$$\frac{W_{f_k}}{W_{F_3}} = \frac{-\frac{13}{20}Fd}{-\frac{3}{20}Fd} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_{F_3}} = \frac{13}{3}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

گزینه «۱» - ۸۲

(مسطفی کیانی)

چون سرعت گلوله بر حسب بردارهای یکه داده شده است، ابتدا اندازه

سرعت گلوله را می‌باییم:

$$\vec{v}_1 = \left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\hat{i} + \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\hat{j} \Rightarrow v_1 = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{v}_2 = \left(6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\hat{i} - \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\hat{j} \Rightarrow v_2 = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، به صورت زیر، کار نیروی وزن

را می‌باییم. دقت کنید، کار نیروی مقاومت هوا همواره منفی است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{f_D} + W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{W_{f_D}}{m} = \frac{-20/5\text{J}}{200\text{g} / 0.2\text{kg}} \rightarrow -20/5 + W_{mg} = \frac{1}{2} \times 0/2 \times (100 - 625)$$

$$\Rightarrow -20/5 + W_{mg} = -52/5 \Rightarrow W_{mg} = -32\text{J}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

$$\Delta U = mg\Delta h \xrightarrow{m = \frac{3}{2}kg} \Delta U = 90J$$

$$90 \quad \frac{3}{2} \times 10 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = 6m$$

اکنون حداکثر جایه‌جایی جسم روی سطح شیدار را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin 37^\circ \quad \frac{\Delta h}{d} \Rightarrow d = \frac{6}{0/6} = 10m$$

حال با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$W_{f_k} \quad E_2 - E_1 = \Delta U + \Delta K \xrightarrow{W_{f_k} = -f_k d} \frac{K_2 - 0}{W_{f_k}} = 0$$

$$-f_k d = \Delta U - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow -f_k \times 10 = 90 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 144$$

$$\Rightarrow -10f_k = 90 - 108 \Rightarrow f_k = 1/8N$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

(فسرو ارجاعی فردن)

«۴» -89

با استفاده از تعریف بازده، توان خروجی بالابر را به دست می‌آوریم:

$$P_{A]_{>0l}} = 0/4 \times 40000 = 16000W$$

توان، کار انجام شده در واحد زمان است. بنابراین:

$$P_{A]_{>0l}} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$16000 = \frac{450 \times 10 \times 20}{t} \Rightarrow t = 5/625s$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

(مسعود قره‌ثانی)

«۲» -90

ابتدا توان خروجی را محاسبه کنیم:

$$W = K_2 - K_1 \Rightarrow W = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 = \frac{1}{2} \times 150 \times 6^2 = 2700J$$

$$P_{A]_{>0l}} = \frac{W}{t} \Rightarrow P_{A]_{>0l}} = \frac{2700}{10} = 270W$$

برای محاسبه بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{A_{j]_{>0l}} \cdot ۱۰۰}{A_{j]_{>0l}}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{بازده} = \frac{270}{600} \times 100 = 45\%$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

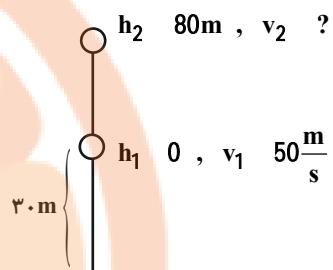
(پوریا علاقه‌مند)

«۴» -86

ابتدا تندي گلوله را در ارتفاع ۱۱۰ متری سطح زمین که می‌شود ۸۰ متری

نقطه پرتاب، حساب می‌کنیم. با در نظر گرفتن ارتفاع ۳۰m به عنوان مبدأ

انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$E_1 - E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (50)^2 + 10 \times (0) = \frac{1}{2}v_2^2 + 10 \times 80 \Rightarrow v_2^2 = 900$$

از طرفی انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 1800 = \frac{1}{2}m \times 900 \Rightarrow m = 4kg$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(سعید شرق)

«۳» -87

چون اتلاف انرژی داریم، با توجه به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$W_f = E_2 - E_1$$

$$\Rightarrow W_f = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow W_f = \Delta U + \Delta K = mg\Delta h + (K_2 - K_1)$$

$$\Rightarrow -8/5 = 2 \times 10 \times (-2/45) + \frac{1}{2} \times (2+2) \times v^2$$

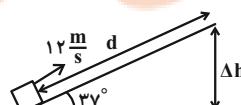
$$\Rightarrow 40/5 = \frac{1}{2} \times 4 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 20/25 \Rightarrow v = 4/5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

(زهره آقامحمدی)

«۱» -88

ابتدا تغییر ارتفاع جسم را محاسبه می‌کنیم:





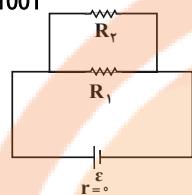
(یونام رسمی)

گزینه ۹۴

فرض می‌گیریم $R_3 = 1000\Omega$ و $R_1 = 1\Omega$ آنگاه مقاومت معادل برابر

$$R_{eq} = \frac{1 \times 1000}{1 + 1000} = \frac{1000}{1001} = 0.99\Omega$$

است با:

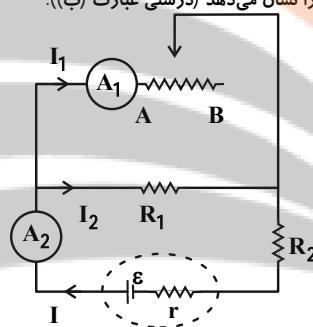
یعنی مقاومت معادل اندکی کوچک‌تر از R_1 است.

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

(سامان نادری)

گزینه ۹۵

با جابه‌جایی لغزنده از A به B، مقاومت رؤستا بیشتر می‌شود زیرا طول بیشتری از آن در مدار قرار می‌گیرد و در نتیجه مقاومت معادل کل مدار هم افزایش می‌یابد و جریان کل (I) کاهش می‌یابد یعنی آمپرسنج آرمانی (2) جریان کمتری را نشان می‌دهد (درستی عبارت (ب)).

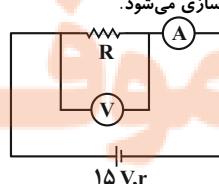
اختلاف پتانسیل دو سر باتری طبق رابطه $V = \epsilon - rI$ با کاهش I افزایش می‌یابد (درستی عبارت (ت)). مقاومت R_1 به طور موازی متصل است، از آنجایی که ولتاژ دو سر R_1 افزایش یافته، ولتاژ دو سر رؤستا هم افزایش می‌یابد. (نادرستی عبارت (ب)) و جریان عبوری از مقاومت R_1 نیز افزایش خواهد یافت. در نتیجه با توجه به کاهش جریان اصلی مدار، جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی (1) نیز کاهش می‌یابد. (درستی عبارت (الف)).

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

(سعید شرق)

گزینه ۹۶

با توجه به شکل، مقاومت R توسط آمپرسنج آرمانی اتصال کوتاه شده است و مدار به صورت زیر ساده‌سازی می‌شود.



با توجه به شکل، مقاومت R توسط آمپرسنج آرمانی اتصال کوتاه شده است و مدار به صورت زیر ساده‌سازی می‌شود.

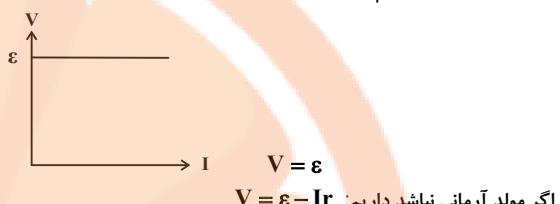
اختصاصی دوازدهم ریاضی

فیزیک ۲

گزینه ۹۱

(شارمان ویس)

دقت کنید در صورت سوال مولد آرمانی را خواسته است یعنی از مقاومت درونی آن صرف نظر کنیم.

اگر مولد آرمانی نباشد داریم: $V = \epsilon - Ir$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

گزینه ۹۲

(مسعود غره‌خان)

ابتدا مقدار I_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{R_{eq} + r} \Rightarrow 2 = \frac{18 - 6}{(2+1+2) + (0/5 + r_2)} \Rightarrow r_2 = 0/5\Omega$$

باتری (1) به صورت ضد محركه در مدار قرار گرفته است و اندازه اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_1 = \epsilon_1 + Ir_1 = 6 + 2 \times 0/5 = 7V$$

باتری (2) به صورت محركه در مدار قرار گرفته است و اندازه اختلاف

پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_2 = \epsilon_2 - Ir_2 = 18 - 2 \times 0/5 = 17V$$

بنابراین:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

(علیرضا کونه)

گزینه ۹۳

جریان عبوری از مدار برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon_3 + \epsilon_2 - \epsilon_1}{R_1 + R_2 + R_3 + r_3} = \frac{6 + 14 - 8}{3 + 2 + 2 + 1} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} A$$

با حرکت از نقطه A تا نقطه B و در جهت جریان خواهیم داشت:

$$V_A + \epsilon_3 - r_3 I - R_3 I = V_B$$

$$\Rightarrow V_A + 6 - 1 \times \frac{3}{2} - 2 \times \frac{3}{2} = V_B \Rightarrow V_B - V_A = 1/5V$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

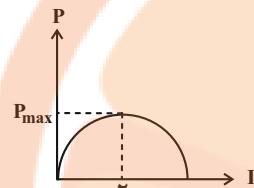
(پوریا علاقه مند)

گزینه «2»

-99

وقتی $r = R$ باشد، جریانی که بیشترین توان خروجی را تولید می کند از رابطه $I = \frac{\epsilon}{2r}$ بدست می آید.

$$I = \frac{\epsilon}{2r} \Rightarrow 2 = \frac{\epsilon}{2 \times 2} \Rightarrow \epsilon = 8V$$

 نمودار $P - I$ به صورت زیر است:

 حال جریان را برای $R = 3\Omega$ و $R = 1\Omega$ حساب می کنیم.

$$I_1 = \frac{8}{1+2} = \frac{8}{3} A$$

$$I_2 = \frac{8}{2+3} = 1/6 A$$

واضح است که توان مصرفی ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.

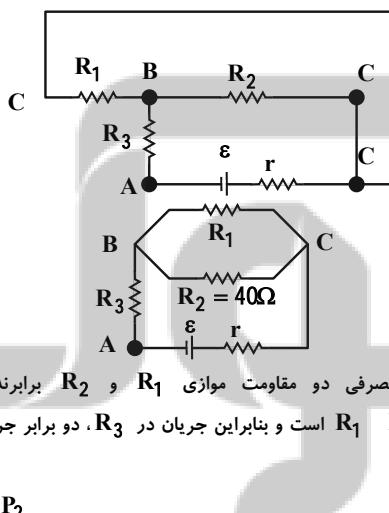
(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

(محمدعلی راست پیمان)

گزینه «4»

-100

می توانیم با حروف گذاری شکل مدار را تغییر دهیم. بنابراین مدار به شکل زیر در می آید.



چون توان مصرفی دو مقاومت موازی R_1 و R_2 برابرند، پس $R_2 = 40\Omega$ است و بنابراین جریان در R_3 دو برابر جریان در R_1 است.

$$P_3 = P_2$$

$$\Rightarrow R_3 I^2 = 40 \left(\frac{I}{2}\right)^2 \Rightarrow R_3 = 10\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{40 \times 40}{40 + 40} + 10 = 30\Omega$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

گزینه «2»

$$\Rightarrow 12 = 15 - r \times 1/5 \Rightarrow r = 2\Omega$$

$$P = rI^2 \Rightarrow P = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4.5W$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه های ۶۱ تا ۷۰)

گزینه «1»

با توجه به اینکه V ثابت است و به کمک رابطه بین توان مصرفی، ولتاژ و مقاومت الکتریکی داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{R_{max}}{R_{min}}$$

بدینهای است که بیشترین مقاومت مدار $R_1 = 2R_2$ و کمترین مقاومت مدار، حالته است که مقاومت ها به صورت موازی در مدار قرار می گیرند. یعنی:

$$R_{min} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 (2R_2)}{R_1 + 2R_1} = \frac{2}{3} R_1$$

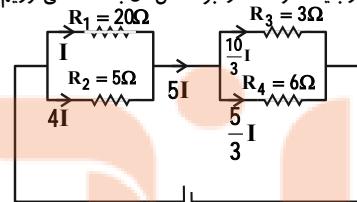
و در نهایت داریم:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{R_{max}}{R_{min}} = \frac{\frac{2R_1}{3}}{\frac{2}{3} R_1} = 3$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

گزینه «3»

مقاومت های R_1 و R_2 با هم موازی اند و مقاومت های R_3 و R_4 نیز با هم موازی اند. جریان I را به بزرگ ترین مقاومت یعنی R_1 نسبت داده و جریان عبوری از بقیه مقاومت ها را بر اساس آن به دست می آوریم:



$$P_1 = R_1 I^2 = 20I^2, P_2 = 5 \times 16I^2 = 80I^2$$

$$P_3 = 3 \times \frac{100}{9} I^2 = \frac{100}{3} I^2, P_4 = 6 \times \frac{25}{9} I^2 = \frac{50}{3} I^2$$

 مشخص است که مقاومت R_4 کمترین توان را مصرف می کند، داریم:

$$I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{12}{6} = 2A = \frac{5}{3} I \Rightarrow I = \frac{6}{5} A$$

$$I_T = 5I = 5 \times \frac{6}{5} = 6A$$

(فیزیک ۲ - هریان الکتریکی و مدارهای هریان مستقیم: صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

آنگاه داریم:



(بیمان فوایدی مهر)

«۳- گزینه ۳»

- فقط عبارت اول درست است.
- بررسی سایر عبارت‌ها:
- * در الگوی دریای الکترونی، الکترون‌های ظرفیت دخالت دارند. مثلاً در عناصر واسطه دوره چهارم الکترون‌های زیرلایه ۴s و ۳d دخالت دارند.
 - * از الگوی دریای الکترونی برای توجیه ویژگی‌های شیمیایی فلز استفاده نمی‌شود.
 - * الگوی دریای الکترونی برای مواد یونی کاربرد ندارد.
- (شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانگلاری؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۷)

(امیر هاتمیان)

«۴- گزینه ۴»

- سست ترین الکترون‌های موجود در اتم‌ها، دریایی از الکترون را در میان کاتیون‌ها ساخته‌اند.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانگلاری؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳ و ۸۷)

(امیر هاتمیان)

«۱- گزینه ۱»

$$\begin{aligned} 200 \text{mg V} &\times \frac{1 \text{gV}}{1000 \text{mg V}} \times \frac{1 \text{molV}}{51 \text{gV}} \times \frac{\text{nmole}^-}{1 \text{molV}} \\ &\times \frac{96390 \text{C}}{1 \text{mole}^-} = 1134 \text{C} \end{aligned}$$

$$n = \frac{1134 \times 5 \times 51}{96390} = 3 \quad V \rightarrow V^{3+} + 3e^-$$

در نتیجه محلول حاصل سبز رنگ است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانگلاری؛ صفحه ۸۱)

(بیمان فوایدی مهر)

«۳- گزینه ۳»

(۲۲ Ti, ۲۸ Ni) A نیکل و B تیتانیم است.

عبارت‌های (ب) و (پ) صحیح هستند.

نیکل در دوره ۴ و گروه ۱۰ قرار دارد. (نادرستی عبارت آ)

شیمی ۳

«۲- گزینه ۲»

(بیمان فوایدی مهر)

- در ترکیب‌های یونی نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهمنام بر نیروهای دافعه بین یون‌های همنام غالب است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانگلاری؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(امیر هاتمیان)

«۳- گزینه ۳»

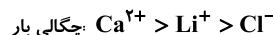
- موارد «الف»، «ب» و «پ» نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

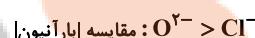
- (الف) نادرست - گستره دمایی مایع بودن:



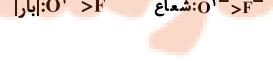
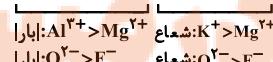
(ب) نادرست - نسبت اندازه بار به شعاع، همان چگالی بار می‌باشد:

هرچه اندازه بار \uparrow و شعاع یونی \downarrow \leftarrow چگالی بار \uparrow 

(پ) نادرست:



(ت) درست: مقایسه آنتالیی فروپاشی شبکه:



(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانگلاری؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۸۱)



(امیرحسین مسلمی)

گزینه «1» - 110

طبق نمودار صفحه ۸۰ کتاب شیمی ۳، مقایسه مقدار آنتالپی فروپاشی شبکه

بلور سه ترکیب موردنظر به صورت $\text{LiCl} > \text{KF} > \text{NaCl}$ است.

نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینه «2»: شبکه بلور برای توصیف آرایش منظم در حالت جامد به کار می‌رود.

گزینه «3»: فروپاشی شبکه بلور، گرم‌آگیر است.

گزینه «4»: در واکنش مذکور، روی اکسایش و وانادیم (III) کاهش می‌یابد و محلول آبی رنگ نمی‌تواند تولید شود.

(شیمی ۳ - شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و هنرگاری: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰ و ۸۴)

(پیمان فوایدویی مهر)

گزینه «4» - 111

 $Q_{JA} = Q_{ATP} = 0$

$$250 \times 4 / 2 \times 55 = 250 \times 2 \times (\theta_2 - 25)$$

$$\theta_2 - 25 = 115 / 5 \Rightarrow \theta_2 = 140 / 5^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 140 / 5 + 273 = 413 / 5\text{K}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

(امیرحسین طیبی)

گزینه «4» - 112

فرض می‌کنیم در این مخلوط m گرم آب و $(60-m)$ گرم اتانول وجود دارد. $Q_{H_2O} = Q_{C_2H_5OH}$

$$(m_{H_2O} \times c_{H_2O} + m_{C_2H_5OH} \times c_{C_2H_5OH}) \times \Delta\theta_{H_2O}$$

$$m_{Al} \times c_{Al} \times \Delta\theta_{Al}$$

$$(m \times 4 / 2 + (60-m) \times 2 / 4) \times 19 = 15 \times 0 / 9 \times 228$$

(امیرحسین مسلمی)

چگالی فلز Ti از چگالی فولاد کمتر است. (نادرستی عبارت ت)

(شیمی ۳ - شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و هنرگاری: صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

گزینه «3» - 107

مقایسه‌های صورت گرفته در موارد دوم، سوم و پنجم صحیح است.

علت نادرستی موارد دیگر:

مورد اول: در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد. پس

مقایسه: $F <_{17} Cl <_{11} Na$ برای شعاع اتمی صحیح است.مورد چهارم: نسبت بار به شعاع S^{2-} بزرگ‌تر از K^+ است. پس مقایسهصحیح به صورت: $S^{2-} <_{16} K^+ <_{19} Cl^- <_{17} Na$ است.

(شیمی ۳ - شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و هنرگاری: صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹ و ۸۷)

گزینه «3» - 108

عبارت‌های سوم و چهارم نادرست هستند.

تعیین جرم اتم‌ها با دقت زیاد توسط طیفسنجی جرمی انجام پذیر است و طیفسنجی فروسرخ در این رابطه قابل استفاده نیست.

از طرفی ترکیب‌های با فرمول مولکولی یکسان ممکن است با یکدیگر ایزومر

بوده و دارای گروه‌های عاملی متفاوتی باشند (به عنوان مثال الکل‌ها و اترهای

هم کربن با تعداد گروه‌های عاملی یکسان). در این صورت در طیفسنجی

فروسرخ گستره متفاوتی از پرتوها را جذب خواهد کرد.

(شیمی ۳ - شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

گزینه «1» - 109

در آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودرو $C_x H_y$ نیز وجود دارد که اکسیژن

ندارد.

(شیمی ۳ - شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)



(پیمان فوایدوی مهر)

«1» - ۱۱۵

$$5\text{g H}_2 \times \frac{1\text{mol H}_2}{2\text{g H}_2} \times \frac{436\text{kJ}}{1\text{mol H}_2} = 1090\text{kJ}$$

$$1090\text{kJ} \times \frac{1\text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{2808\text{kJ}} \times \frac{180\text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1\text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \approx 70\text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

(شیمی ۲ - صفحه های ۶۲ و ۶۷)

$$\Rightarrow m = 10\text{g} \Rightarrow \begin{cases} 10\text{g J} \\ 50\text{g J} \end{cases}$$

$$\frac{[10\text{g J}]}{[50\text{g J}]} \times 100 = \frac{50}{60} \times 100 \approx 83\%$$

(شیمی ۲ - صفحه های ۵۶ و ۵۸)

(روزبه رضوانی)

«4» - ۱۱۶

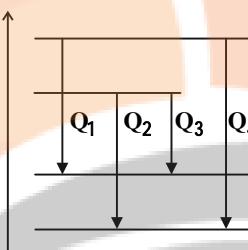
پیوند کربن - اکسیژن در کربن مونوکسید، کربن دی اکسید، ۲-هپتانون و دی متیل اتر به ترتیب $(\text{C} \equiv \text{O})$, $(\text{C} \equiv \text{O})$, $(\text{C} \equiv \text{O})$ و $(\text{C} - \text{O})$ است.

با کاهش شمار مرتبه پیوندهای بین دو اتم مشخص، آنتالپی پیوند نیز کاهش می یابد.

(شیمی ۲ - صفحه های ۶۵, ۶۶ و ۶۹)

(ممید زین)

«4» - ۱۱۳



نکته: آنتالپی تبخیر $\text{H}_2\text{O(l)}$ از $\text{C}_2\text{H}_6(l)$ بیشتر است؛ در نتیجه اختلاف محتوای انرژی $\text{H}_2\text{O(l)}$ با $\text{H}_2\text{O(g)}$ بیشتر از اختلاف محتوای انرژی $\text{C}_2\text{H}_6(l)$ با $\text{C}_2\text{H}_6(g)$ است.

$$Q_2 > Q_1$$

(شیمی ۲ - صفحه های ۶۲ و ۷۱)

(پیمان فوایدوی مهر)

«3» - ۱۱۷

ترکیب داده شده یک کتون سیرننشده است و قادر به واکنش با برم هم می باشد.

تشریح گزینه های نادرست:

فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_{15}\text{H}_{20}\text{O}$ است که تعداد کل اتم ها در نفتالان (C_{10}H_8) با تعداد اتم های هیدروژن این ترکیب برابر نیست.

فرمول سیکلوهگزان C_6H_{12} است.جرم مولی این ترکیب 216g.mol^{-1} است و در حدود ۸۳ درصد جرمی

آن را کربن تشکیل می دهد.

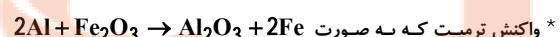
(شیمی ۲ - صفحه ۶۹)

(پیمان فوایدوی مهر)

«3» - ۱۱۴

عبارت های «ب» و «ب» صحیح هستند.

بررسی عبارت های نادرست:



اجام می شود، گرماده است اما واکنش داده شده در عبارت (۱) عکس این واکنش

است و گرماگیر محسوب می شود. واکنش اکسایش گلوکز گرماده است.

ضریب استوکیومتری O_2 و CO_2 در این واکنش برابر ۶ است و حجم

مواد گازی بدون تغییر خواهد بود.

(شیمی ۲ - صفحه های ۶۰ و ۶۴)

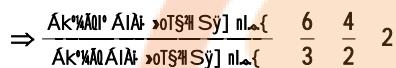
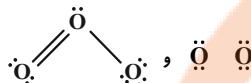


| | |
|---|---|
| <p>حال گرمای لازم برای گرم کردن مایع را محاسبه می کنیم:</p> $Q = mc\Delta\theta = 100 \times 3 \times 20 = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$ <p>حال داریم:</p> $6 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{890 \text{ kJ}} \times \frac{16 \text{ g CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} \approx 0.108 \text{ g CH}_4$ <p>(شیمی 2 - صفحه های 56 تا 58)</p> <p>شیمی 1</p> <p>(ممدر، خنا پوچاویر)</p> <p>گزینه 3 - 121</p> <p>نام CrS، MgO، SO₂ به ترتیب گوگرد دی اکسید، منیزیم اکسید و کروم (II) سولفید است.</p> <p>(شیمی 1 - صفحه های 53)</p> <p>شیمی 2</p> <p>(امیرحسین طیبی)</p> <p>گزینه 1 - 122</p> <p>$\text{NH}_2\text{Cl} : \begin{array}{c} \text{H}-\ddot{\text{N}}-\text{H} \\ \\ :\ddot{\text{Cl}}: \end{array} \quad \frac{n.e}{p.e} = \frac{4}{3} \approx 1/33$</p> <p>$\text{SO}_3 \Rightarrow :\ddot{\text{O}}=\text{S}=\ddot{\text{O}}: \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{8} = 0/5$</p> <p>$\text{CH}_2\text{Cl}_2 \Rightarrow \begin{array}{c} \text{H} \\ \\ \text{H}-\text{C}-\ddot{\text{Cl}}: \\ \\ :\ddot{\text{Cl}}: \end{array} \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{6} \approx 0/67$</p> <p>$\text{CO} \Rightarrow :\text{C}\equiv\text{O}: \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{3}{2} = 1/5$ (کربن مونوکسید)</p> <p>$\text{OF}_2 \Rightarrow :\ddot{\text{F}}-\ddot{\text{O}}-\ddot{\text{F}}: \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{2}{8} = 0/25$ (اکسیژن دی فلورید)</p> <p>$\text{N}_2\text{O} \Rightarrow :\text{N}\equiv\text{N}-\ddot{\text{O}}: \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{4} = 1$ (دی نیتروژن مونوکسید)</p> <p>$\text{HCN} \Rightarrow \text{H}-\text{C}\equiv\text{N}: \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{1} = 4$</p> <p>(شیمی 1 - صفحه های 54)</p> | <p>(مید زیب)</p> <p>گزینه 3 - 118</p> <p>عبارت اول درست است. در ترکیب های (I) و (II)، 3 اتم کربن به هیچ هیدروژنی متصل نیستند.</p> <p>عبارت دوم نادرست است.</p> <p>$I \text{ KAl(OH)}_4 \text{ : } \text{C}_{10}\text{H}_{14}\text{O} \quad 150 \text{ g.mol}^{-1}$</p> <p>$II \text{ KAl(OH)}_4 \text{ : } \text{C}_{13}\text{H}_{20}\text{O} \quad 192 \text{ g.mol}^{-1}$</p> <p>$\text{Al(OH)}_3 \text{ : } \text{C}_3\text{H}_4 \quad 40 \text{ g.mol}^{-1}$</p> <p>عبارت سوم درست است. ترکیب II دارای 37 پیوند اشتراکی و ترکیب I دارای 28 پیوند اشتراکی است.</p> <p>عبارت چهارم درست است.</p> <p>$\text{C}_{13}\text{H}_{20}\text{O} + \frac{35}{2} \text{ O}_2 \rightarrow 13\text{CO}_2 + 10\text{H}_2\text{O}$</p> <p>(شیمی 2 - صفحه های 68)</p> <p>شیمی 3 - 119</p> <p>عبارت اول نادرست است. اندازه آنتالپی سوختن اتان از متانول بیشتر است.</p> <p>عبارت دوم نادرست است. در آلان، با افزایش جرم مولی، ارزش سوختی کاهش می یابد.</p> <p>عبارت سوم درست است.</p> <p>عبارت چهارم نادرست است. اندازه آنتالپی سوختن متان از متانول بیشتر است.</p> <p>(شیمی 2 - صفحه های 70)</p> <p>(پیمان فوایدی همد)</p> <p>گزینه 4 - 120</p> <p>گرمای سوختن یک گرم پروپان $\frac{2200}{44} \text{ kJ.g}^{-1} = 50 \text{ kJ.g}^{-1}$</p> <p>آنالپی سوختن متان $17/8 \times 50 = 890 \text{ kJ.mol}^{-1}$</p> <p>$\Rightarrow -890 \text{ kJ.mol}^{-1}$</p> |
|---|---|



عبارت دوم: O_3 دارای مولکول‌های خمیده است و از آن در صنعت برای گندزدایی میوه‌ها استفاده می‌شود.

عبارت سوم:



عبارت چهارم: اگر جرم هر کدام را برابر x گرم در نظر بگیریم:

$$\begin{aligned} x \text{ g} O_2 &\rightarrow \text{mol} O_2 = \frac{x}{32} \\ x \text{ g} O_3 &\rightarrow \text{mol} O_3 = \frac{x}{48} \end{aligned} \Rightarrow \frac{\text{mol} O_2}{\text{mol} O_3} = \frac{\frac{x}{32}}{\frac{x}{48}} = \frac{1}{5}$$

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(یاسر، اشن)

«2» - 126

هابر واکنش میان گازهای هیدروژن و نیتروژن را با رها در دماها و فشارهای گوناگون انجام داد تا بتواند شرایط بهینه آن را پیدا کند. سرانجام دریافت که اگر مخلوط این گازها از روی یک ورقه آهنی (کاتالیزگر) در دما و فشار مناسب عبور داده شود، با انجام واکنش، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود؛ اما همه واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نخواهد شد.

بررسی گزینه «4»:



$$\begin{aligned} ?\text{L} NH_3(g) &= 8 / 96 \text{L Gas} \times \frac{1\text{mol Gas}}{22 / 4 \text{L Gas}} \times \frac{2\text{mol NH}_3}{4\text{mol Gas}} \\ &\times \frac{22 / 4 \text{L NH}_3(g)}{1\text{mol NH}_3} = 4 / 48 \text{L NH}_3 \end{aligned}$$

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

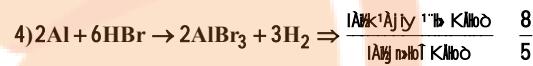
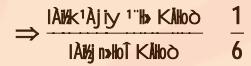
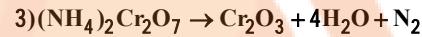
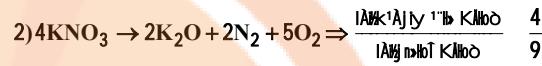
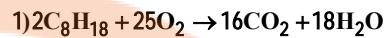
(یاسر، اشن)

«1» - 127

در مولکول‌ها داریم:

(امیر هاتمیان)

«4» گزینه - 123



(شیمی ۱ - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

(ممید ذین)

«1» گزینه - 124

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «1»: در برخی واکنش‌ها، با اینکه شمار اتم‌ها در دو طرف معادله برابر

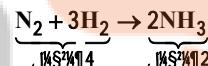


گزینه «2»:



گزینه «3»: در واکنش موازن شده، الزاماً به برابر بودن مولکول‌ها در دو

طرف معادله نیست.



گزینه «4»: در واکنش موازن شده، مجموع جرم مواد واکنش‌دهنده با مجموع

جرم مواد فراورده برابر است.

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

(یاسر، اشن)

«4» گزینه - 125

همه عبارت‌ها درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

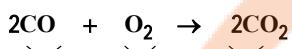
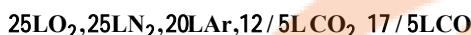
عبارت اول: عده اکسیژن موجود در هوایکره، به صورت O_2 (دگرگشکل

پایدارتر آن) است.



$$\text{CO} \quad 1 - 0 / 825 = 0 / 175 \rightarrow \% \text{CO} = 0 / 175 \times 100 = \% 17 / 5$$

با فرض به اینکه مخلوط اولیه 100 لیتر باشد:



O₂ باقیمانده O₂ 25 - 8 / 75 = 16 / 25L

CO₂ در مخلوط جدید 12 / 5 + 17 / 5 = 30L

$$\% \text{CO}_2 : \frac{30}{16 / 25 + 25 + 20 + 30} \times 100 \approx \% 33$$

(شیمی ۱ - صفحه های ۷۷ تا ۸۱)

(یمان فوایدوی مهر)

گزینه «۱» - ۱۳۰

فرض می کنیم a گرم O₂ (12 - a) گرم CH₄ داریم. مخلوط آنها

11/2 لیتر حجم دارد. (یعنی 0/5 مول)

$$\frac{a}{16} + \frac{12-a}{32} = 0 / 5 \Rightarrow a = 4$$

پس 4g متان و 8g اکسیژن در مخلوط داریم.

$$\text{CH}_4 \text{ A}[\text{K}] \text{ kA}[\text{J}] \quad \frac{4}{12} \times 100 \approx \% 33 / 3$$

(شیمی ۱ - صفحه های ۷۹ تا ۸۱)

شیمی 2 (اختیاری)

(محمد وزیری)

گزینه «۲» - ۱۳۱

چون دمای هر دو ظرف برابر است، میانگین تنデی (انرژی جنبشی) و ظرفیست

گرمایی ویژه مولکول های هر دو ظرف برابر است و چون جرم ظرف B

بیشتر از A است، انرژی گرمایی آن بیشتر است.

توجه شود، انرژی گرمایی، به مجموع انرژی جنبشی ذره های سازنده یک ماده

گفته می شود. اما دما معیاری برای مقایسه میانگین انرژی جنبشی یا میانگین

(مجموع الکترون های بیوندی و ناپیوندی) = (مجموع الکترون های ظرفیتی)

$$X \text{ A}[\text{K}] \text{ kA}[\text{J}] + 3(6) + 1(1) = 5(2) + 7(2)$$

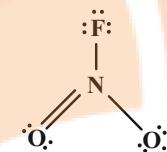
$$\Rightarrow X = 24 - 19 = 5 \Rightarrow X = 7 \text{N}$$

$$2(Y \text{ A}[\text{K}] \text{ kA}[\text{J}] + 1(6) = 2(2) + 8(2) = 20$$

$$\Rightarrow Y = \frac{20 - 6}{2} = 7 \Rightarrow Y \text{ از دوره دوم و گروه ۱۷ است.}$$

$$\Rightarrow Y = 9\text{F}$$

$$\text{XO}_2\text{Y} = \text{NO}_2\text{F} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \frac{8}{4} \text{ 2} \quad (\text{شیمی ۱ - صفحه های ۵۵ و ۵۶})$$

(محمد رضا پور جاوید)

گزینه «۴» - ۱۲۸

از آنجا که دما و فشار همه نمونه های گازی یکسان است، می توان گفت حجم

آنها با تعداد مول شان رابطه مستقیم دارد. به این ترتیب با تعیین تعداد مول

گازها، می توان حجم آنها را نیز با یکدیگر مقایسه کرد:

$$\text{N}_2\text{O}_4 : 3 / 01 \times 10^{22} \text{ JK}[\text{J}] \times \frac{1\text{mol}}{6 / 02 \times 10^{23} \text{ جک}} = 0 / 05\text{mol}$$

$$\text{Ar} : 30\text{g} \times \frac{1\text{mol}}{40\text{g}} = 0 / 75\text{mol}$$

$$\text{CO} : 7\text{g} \times \frac{1\text{mol}}{28\text{g}} = 0 / 25\text{mol}$$

$$\text{C}_2\text{H}_6 : 0 / 9\text{mol}$$

(شیمی ۱ - صفحه های ۷۷ تا ۷۹)

(روزبه رضوان)

گزینه «۱» - ۱۲۹

$$\text{CO}_2 \quad 0 / 125, \text{Ar} \quad 0 / 2, \text{O}_2 \quad 0 / 25, \text{N}_2 \quad 0 / 25$$

$$\Rightarrow 1\% \text{ A} = 0 / 825$$



- 134 - گزینه «2»

بررسی گزینه‌ها:

- (1) فرایند گوارش و سوخت و ساز شیر در بدن گرماده است.
 - (2) فرایند هم‌دما شدن بستنی با بدن گرم‌گیر بوده، اما فرایند سوخت و ساز آن گرماده است.
 - (3) میانگین انرژی جنبشی ذره‌ها وابسته به دما است. در دمای ثابت، میانگین انرژی جنبشی ذره‌ها به میزان قابل توجهی تغییر نمی‌کند.
 - (4) واکنش اکسایش گلوکز در بدن گرماده بوده اما فرایند قتوستنتز گرم‌گیر است.
- (شیمی ۲، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

- 135 - گزینه «1»

ابتدا انرژی آزاد شده از سوختن ۵۰ گرم شکلات را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} R_{\text{f}} &= 50 \times \frac{5}{100} = 2 / 5 \text{ g} \\ A_{\text{f}} &= 50 \times \frac{10}{100} = 5 \text{ g} \\ A_{\text{f}} &= 50 \times \frac{5}{100} = 2 / 5 \text{ g} \end{aligned}$$

ATI که از آن

$$\begin{aligned} 2 / 5 \text{ g} \times 17 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} &= 42 / 5 \text{ kJ} \\ 5 \text{ g} \times 38 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} &= 190 \text{ kJ} \\ 2 / 5 \text{ g} \times 17 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} &= 42 / 5 \text{ kJ} \end{aligned}$$

42 / 5 + 190 + 42 / 5 = 275 \text{ kJ}

اکنون میزان انرژی که صرف بالا رفتن دمای ۵۰۰ گرم آب به اندازه 20°C

می‌شود، را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = 500 \times 4 / 2 \times 20 = 42000 \text{ J} = 42 \text{ kJ}$$

درصد گرمای حاصل از سوختن شکلات که صرف افزایش دمای آب شده

است، برابر است با:

$$\frac{42}{275} \times 100 = 15 / 27 \quad \text{درصد گرمای مورد نظر}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

تندی ذره‌های سازنده یک ماده گفته می‌شود. دو ماده می‌توانند میانگین انرژی جنبشی یکسانی داشته باشند اما مجموع انرژی جنبشی آن‌ها با هم متفاوت باشد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(مددکوهستانیان)

- 132 - گزینه «2»

رابطه میان جرم، حجم و چگالی به صورت زیر است:

$$d = \frac{m(g)}{V(\text{cm}^3)}$$

بنابراین، می‌توان در رابطه گرمای مبادله شده به جای m از حاصل ضرب $d \cdot V$ استفاده نمود.

گرمای مبادله شده بر حسب ژول برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = dVc\Delta\theta = 7 / 8 \times 21 \times 0 / 45 \times 10 = 737 / 1 \text{ J}$$

حال برای تبدیل آن به کالری داریم:

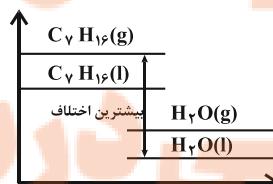
$$737 / 1 \text{ J} \times \frac{1 \text{ cal}}{4 / 2 \text{ J}} = 175 / 5 \text{ cal}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(سیدمددکوهستانیان)

- 133 - گزینه «2»

در یک واکنش، هرچه اختلاف سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها بیشتر باشد، انرژی مبادله شده بیشتر خواهد بود. با توجه به اینکه واکنش سوختن گرماده است و از طرفی سطح انرژی ماده در حالت فیزیکی گاز بیشتر از مایع است، داریم:



بنابراین واکنش «2» بیشترین انرژی آزاد شده را دارد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(62)



(مبینا شرایط پرونده)

گزینه «3» - 139

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارات‌ها:

الف) در دوره دوم گازهای دوتی‌آزادی N_2 , O_2 و F_2 وجود دارند. پیوند بین

اتمهای F یگانه، پیوند بین اتمهای O دوگانه و پیوند بین اتمهای N

سه‌گانه است. بنابراین ترتیب آنتالبی پیوند به صورت زیر است:

$$N \equiv N > O = O > F - F$$

ب) گرافیت پایدارتر از الماس است و علامت ΔH در تبدیل گرافیت به الماس مثبت است.

پ) واکنش: سوختن متان گرماده است. نه عکس آن!

(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۴ و ۶۷ تا ۶۶)

(مدمر محسن محمدزاده مقدم)

گزینه «2» - 140

اگر آنتالبی پیوند H – H را برابر x و آنتالبی پیوند N – N را برابر y

در نظر بگیریم داریم:

واکنش دوم:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالبی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالبی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$-92 = [946 + 3x] - [6 \times 391]$$

$$\Rightarrow x = 436 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

واکنش اول:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالبی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالبی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$\Rightarrow +91 = [946 + 2(436)] - [y + 4(391)]$$

$$y = 163 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۲، ۶۵ و ۶۸)

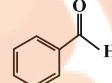
(مدمر محسن محمدزاده مقدم)

گزینه «3» - 136

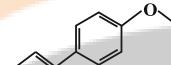
عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) ترکیب آلی موجود در بادام بنزآلدهید نام دارد و ساختار آن به صورت زیر است.



ت) فرمول ساختاری ترکیب آلی موجود در رازیانه به صورت زیر بوده و گروه عاملی اتری دارد.



(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

(سیدر مقدم معروفی)

گزینه «2» - 137

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالبی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالبی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$\Delta H = \Delta H(H - H) + \Delta H(Cl - Cl) - 2\Delta H(H - Cl)$$

$$\Delta H = 436 + 242 - (2 \times 431) = -184 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

زمانی که یک گرم H_2 در فرایند به طور کامل مصرف شود، خواهیم داشت:

$$1 \text{ g } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} \times \frac{-184 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } H_2} = -92 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

(سالار مکن)

گزینه «1» - 138

گرمای حاصل از سوختن یک گرم از هر یک از هیدروکربن‌ها را محاسبه می‌کنیم

$$1) \quad 1 \text{ g } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol }}{30 \text{ g }} \times \frac{-1560 \text{ kJ}}{1 \text{ mol }} = -52 \text{ kJ}$$

$$2) \quad 1 \text{ g } C_3H_6 \times \frac{1 \text{ mol }}{42 \text{ g }} \times \frac{-2058 \text{ kJ}}{1 \text{ mol }} = -49 \text{ kJ}$$

$$3) \quad 1 \text{ g } C_2H_4 \times \frac{1 \text{ mol }}{28 \text{ g }} \times \frac{-1410 \text{ kJ}}{1 \text{ mol }} \approx -50 / 35 \text{ kJ}$$

$$4) \quad 1 \text{ g } C_2H_2 \times \frac{1 \text{ mol }}{26 \text{ g }} \times \frac{-1300 \text{ kJ}}{1 \text{ mol }} = -50 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های 70 و 71)



$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

حال برای محاسبه مقدار $\sin \frac{\pi}{8}$ از فرمول مثلثاتی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \sin^2 \frac{\pi}{8} &= \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \\ \Rightarrow \sin \frac{\pi}{8} &= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

توجه شود که چون $\frac{\pi}{8}$ کمانی در ناحیه اول است، پس $\sin \frac{\pi}{8}$ مثبت است
 $\frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ به همین دلیل جذر مثبت عدد محاسبه شده است.

$$A \quad \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{8}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

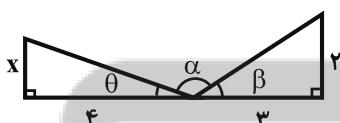
(گذشتم اپلاس)

«1» - گزینه ۱۴۴

$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - (\beta + \theta)$$

$$\tan \alpha = \tan(180^\circ - (\beta + \theta)) \Rightarrow \tan \alpha = -\tan(\beta + \theta)$$

$$-\frac{4}{3} = -\frac{\tan \beta + \tan \theta}{1 - \tan \beta \tan \theta}$$



از طرف دیگر با توجه به شکل $\tan \beta = \frac{2}{3}$ و $\tan \theta = \frac{x}{4}$ است.

$$\Rightarrow -\frac{4}{3} = -\frac{\frac{2}{3} + \frac{x}{4}}{1 - (\frac{2}{3})(\frac{x}{4})} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{8 + 3x}{12 - 2x} \Rightarrow x = \frac{24}{17}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

(سامان سلامیان)

«1» - گزینه ۱۴۵

روش اول: با تغییر متغیر $\sin x = t$ داریم:

$$4t^3 + 7t = 11$$

می‌بینیم $t = 1$ تساوی را برقرار می‌کند. از طرفی چون $4t^3 + 7t = 11$ دو تابع $y = 11$ آن اکیداً صعودی است. جمع آنها نیز اکیداً صعودی است، پس خط افقی $y = 11$ را فقط در همان $t = 1$ قطع می‌کند و معادله ریشه دیگری ندارد. پس داریم:

$$t = \sin x = 1$$

که تنها یک نقطه روی دایره مثلثاتی را نشان می‌دهد.

حسابان ۲ - اختیاری

«1» - گزینه ۱۴۱

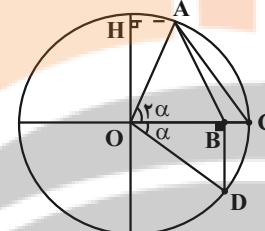
$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(x - y) = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x - y = \frac{\pi}{6}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

«1» - گزینه ۱۴۲

می‌دانیم $BC = 1 - \cos \alpha$ و لذا $OB = \cos \alpha$. ارتفاع مثلث ABC برابر $OH = \sin 2\alpha$ است که از رابطه $OH = \sin 2\alpha$ به دست می‌آید.



بنابراین:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times OH = \frac{1}{2} (1 - \cos \alpha) \sin 2\alpha$$

$$S_{OBD} = \frac{1}{2} OB \times BD = \frac{1}{2} \cos \alpha \sin \alpha$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{OBD}} = \frac{(1 - \cos \alpha) \sin 2\alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = \frac{(1 - \cos \alpha) 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$2(1 - \cos \alpha) = 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

«3» - گزینه ۱۴۳

برای حل سؤال از فرمول مثلثاتی $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$ استفاده می‌کنیم:

$$A \quad \frac{\cos 2x}{\tan x + \cot x} = \frac{\cos 2x}{\frac{2}{\sin 2x}} = \frac{\sin 2x \times \cos 2x}{2} = \frac{1}{4} \sin 4x$$

حال به ازای $x = \frac{\pi}{32}$ خواهیم داشت:

$$A \quad \frac{1}{4} \sin(4 \times \frac{\pi}{32}) = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8}$$



(سروش موئینی)

گزینه «۳» - ۱۴۸

اگر به جای $\sin^2 x$ بنویسیم $\sin^2 x - \cos^2 x - 1$ داریم:

$$2\sin^2 x - \cos x - 1 = 2(1 - \cos^2 x) - \cos x - 1$$

$$-2\cos^2 x - \cos x + 2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \rightarrow \cos x = -1 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

در فاصله $(0, 2\pi)$ $\cos x$ دو بار به $\frac{1}{2}$ و یک بار به -1 می‌رسد. در

نتیجه ۳ جواب داریم.

(مسابان ۲- مثبت: صفحه‌های ۳۵ ۷ ۴۴)

(سروش موئینی)

گزینه «۳» - ۱۴۹

$$(1 + \cos x)(1 + \cos 2x) = 2\cos^2 \frac{x}{2} 2\cos^2 x - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \frac{x}{2} \cos^2 x = \frac{1}{16}$$

$$\times \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2} \neq 0} \rightarrow \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} \cos^2 x - \frac{1}{16} \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$(\frac{1}{2} \sin x)^2 \cos^2 x - \frac{1}{4} \sin^2 x \cos^2 x - \frac{1}{16} \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2} \sin 2x)^2 = \frac{1}{4} \sin^2 \frac{x}{2} \Rightarrow \sin^2 2x = \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2}x = k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \\ \frac{5}{2}x = k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \end{array} \right.$$

و در نتیجه: $2x = k\pi \pm \frac{x}{2}$ پس

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{8\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \end{array} \right.$$

پس در فاصله $(0, 2\pi)$ جواب‌های $\frac{8\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ داریم.جمع جواب‌ها می‌شود: 6π

(مسابان ۲- مثبت: صفحه‌های ۳۵ ۷ ۴۴)

(سعید مجفری کافی آبار)

گزینه «۴» - ۱۵۰

$$\tan 4x = \cot \left(\frac{\pi}{3} + 4x \right) = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} - 4x \right)$$

$$\Rightarrow \tan 4x = \tan \left(\frac{\pi}{6} - 4x \right)$$

$$\Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{6} - 4x \Rightarrow 8x = k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{8} + \frac{\pi}{48}$$

(مسابان ۲- مثبت: صفحه‌های ۳۵ ۷ ۴۴)

روش دوم: $t = 1$ ریشه معادله $4t^3 + 7t - 11 = 0$ است. بنابراین $(t-1)$ در تجزیه آن عبارت وجود دارد. یعنی:

$$4t^3 + 7t - 11 = (t-1)(4t^2 + 4t + 11) = 0$$

عبارت $4t^2 + 4t + 11$ همواره مثبت است و ریشه ندارد ($\Delta < 0$).بنابراین تنها ریشه معادله همان $t = 1$ است.

(مسابان ۲- مثبت: صفحه‌های ۳۵ ۷ ۴۴)

گزینه «۱» - ۱۴۶

$$\sin 3x - \cos 2x = \sin \left(\frac{3\pi}{2} + 2x \right)$$

$$\xrightarrow{\text{از خواسته شده}} \left\{ \begin{array}{l} 3x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} + 2x \\ 3x = 2k\pi + \pi - \left(\frac{3\pi}{2} + 2x \right) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \\ 5x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{10} = \frac{(4k-1)\pi}{10} \end{array} \right.$$

با توجه به جواب‌های بدست آمده، بیشترین جواب مورد نظر بهمازای

با توجه به جواب‌های بدست آمده، بیشترین جواب مورد نظر بهمازای $\frac{7\pi}{10}$ است.

(مسابان ۲- مثبت: صفحه‌های ۳۵ ۷ ۴۴)

گزینه «۴» - ۱۴۷

$$\cos 2x + 1 = \cot x \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + 1 = \cot x$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow 2\cos^2 x \sin x = \cos x$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x \sin x - \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x(2\sin x \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \cos x(\sin 2x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$\sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

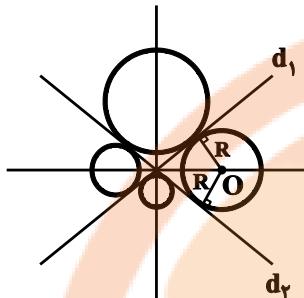
هیچ‌کدام، ریشه مخرج $\cot x$ نمی‌باشد. پس همه قابل قبول هستند.

$$\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = 2\pi + \frac{3\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$$

(مسابان ۲- مثبت: صفحه‌های ۳۵ ۷ ۴۴)



زاویه بین خط قرار دارد که می‌دانیم نیمسازهای زوایای بین دو خط متقطع، دو خط عمود برهم است.



(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(سید محمد رضا سعینی فر)

- ۱۵۵ گزینه «۲»

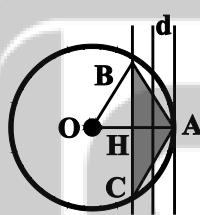
نقاطی از صفحه که به فاصله یک واحد از خط d قرار دارند، روی دو خط موازی با d در دو طرف آن قرار دارند، پس یکی از این خطها بر دایره مماس است و مطابق شکل داریم:

$$OA = 5, AH = 2 \Rightarrow OH = 3$$

$$\Delta OHB : BH \quad \sqrt{OB^2 - OH^2} = 4$$

$$\Rightarrow BC = 2BH = 8$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{AH \cdot BC}{2} = 8$$



(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(اخشنی فاضل‌فان)

- ۱۵۶ گزینه «۴»

می‌دانیم اگر درایه‌های هر سطر یا ستون یک ماتریس مربعی را در عددی ضرب کنیم، دترمینان آن ماتریس نیز در همان عدد ضرب می‌شود. سطر اول در ۱، سطر دوم در ۲ و سطر سوم در ۳ ضرب می‌شود و دترمینان نهایی برابر $3 \times 2 |A| = 6 |A|$ محاسبه کرده و سپس آن را در ۶ ضرب کنیم. با استفاده از دستور ساروس داریم:

(امیرحسین ابومصوب)

$$AB = [1 \ -2 \ 3] \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = [5] \Rightarrow |AB| = 5$$

$$BA = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} [1 \ -2 \ 3] = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -6 & 9 \end{bmatrix}$$

برای محاسبه دترمینان ماتریس BA ، اگر از (-2) در سطر اول فاکتور بگیریم، آنگاه سطرهای اول و دوم کاملاً یکسان هستند و در نتیجه دترمینان این ماتریس برابر صفر است. در نتیجه داریم:

$$|BA| - |AB| = 0 - 5 = -5$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، مشابه تمرین ۱ صفحه ۳۰)

(رضا عیاسی اصل)

$$|A| = 2 \times 2 - 1 \times 3 = 1$$

$$|4A^3| = 4^3 |A|^3 = 16 \times 1 = 16$$

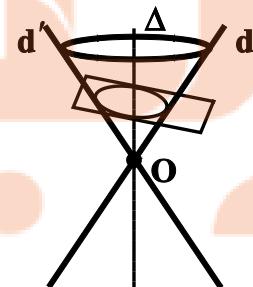
$$\left| \frac{1}{\lambda} A \right| |4A^3| = \left| \frac{1}{\lambda} A \times 16 \right| = |2A| = 2^2 |A| = 2^2 \times 1 = 4$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(ممدر هبری)

با ثابت نگه داشتن خط Δ و دوران خط D حول Δ ، یک رویه مخروطی به دست می‌آید. (این رویه مخروطی از هر دو طرف نامحدود است)

اگر صفحه P فقط یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند و بر محور Δ عمود نباشد و با مولد d نیز موازی نباشد، بیضی پدید می‌آید.



(هنرسه ۳- آشناي با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

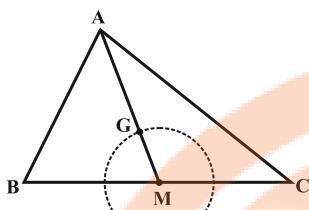
(علی ایمانی)

مطابق شکل اگر O مرکز دایره‌ای باشد، که بر دو خط d_1 و d_2 مماس باشد، فاصله O از خطوط d_1 و d_2 یکسان است، پس O روی نیمساز



(امیرحسین ابوالمحبوب)

گزینه «۴» - ۱۵۹



فرض کنید مثلث ABC رسم شده و G نقطه همرسی میانه‌های این مثلث باشد. می‌دانیم میانه‌های یک مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند.

بنابراین $GM = \frac{1}{3}AM$ است و با توجه به ثابت بودن طول میانه AM , طول پاره خط GM نیز ثابت است. از طرفی با توجه به ثابت بودن ضلع BC , نقطه M وسط ضلع BC نیز ثابت است. بنابراین مکان هندسی نقطه همرسی میانه‌های مثلث ABC , روی دایره‌ای به مرکز M و به شعاع $\frac{1}{3}AM$ قرار دارد. (به جز نقاط برخورد این دایره با ضلع BC یا امتداد آن).

(هنرمه ۳۹ تا ۳۶ - آشنایی با مقاطع مفروతی، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(ممدر هبری)

گزینه «۱» - ۱۶۰

دترمینان ماتریس A را محاسبه می‌کیم:

$$|A| = (|A|+1)(|A|-1) - (2|A|-1)(|A|-2)$$

$$\Rightarrow (|A|)^2 - 4|A| + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (|A|-1)(|A|-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = 3 \end{cases}$$

$$|A| = 1 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{قابل قبول نیست چون یکی از درایه‌ها منفی است})$$

$$|A| = 3 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس مجهولات را به دست می‌آوریم:

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 \\ -13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ -\frac{13}{3} \end{bmatrix}$$

$$x + y = \frac{4}{3} - \frac{13}{3} = -\frac{9}{3} = -3$$

(هنرمه ۳۹ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۳ تا ۳۱)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & -4 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = (0+16-3) - (0-4+18) = -1$$

$$\Rightarrow 6|A| = -6$$

چون دترمینان یک ماتریس قطری برابر حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی است، بنابراین گزینه «۴» جواب این سؤال خواهد بود.

(هنرمه ۳۹ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

گزینه «۲» - ۱۵۷

(امیرحسین ابوالمحبوب)

ابتدا دترمینان داده شده را بر حسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x(x^2 - x) - (x^2 - 1) + x(x^2 - x) = 0$$

$$\Rightarrow x^3(x-1) - (x-1)(x+1) + x^3(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)[x^3 - x - 1 + x^3] = 0 \Rightarrow (x-1)(2x^3 - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x^3 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

(هنرمه ۳۹ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

گزینه «۳» - ۱۵۸

(عباس اسری/امیرآبادی)

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ k & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-3+0+4k) - (0-6-2k) = 0 \Rightarrow 6k + 3 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ k-1+a & -2+b & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow [-3(1+a)+0+4k] - [0+3(-2+b)-2k] = 0$$

$$\Rightarrow (-3-3a+4k) - (-6+3b-2k) = 0$$

$$\Rightarrow 6k + 3 - 3(a+b) = 0 \Rightarrow -3(a+b) = 0 \Rightarrow a+b = 0$$

(هنرمه ۳۹ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$$\frac{+12}{y = -7k + 14}$$

تعداد سؤالات پاسخ داده شده عددی حسابی است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} x \geq 0 \Rightarrow 12k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{12} \\ y \geq 0 \Rightarrow -7k + 14 \geq 0 \Rightarrow k \leq 2 \end{aligned} \quad \Rightarrow 0 \leq k \leq 2$$

بنابراین امتیاز ۱۷۵ به ۳ طریق قابل دست یابی بوده است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

(مهدری و قوونی)

«گزینه ۲» - ۱۶۴

$$(3a + 2)x + (2a - 3)y = 39$$

$$Z \xrightarrow{\text{شرط وجود جواب در}} (3a + 2, 2a - 3) | 39$$

$$(3a + 2, 2a - 3) \mid d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 3a + 2 & \xrightarrow{\times 2} d \mid 6a + 4 \\ d \mid 2a - 3 & \xrightarrow{\times (-3)} d \mid -6a + 9 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع}} d \mid 13 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 13$$

چون $|39| = 13$ و $|39| = 1$ ، پس با توجه به شرط وجود جواب در Z ، این معادله در همواره دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۹ و ۱۴)

(امیرحسین ابومصطفی)

«گزینه ۳» - ۱۶۵

به گرافی که برای یال‌های آن جهت تعیین شده باشد، گراف جهتدار می‌گوییم. در این حالت برای نمایش اینکه جهت یال از سمت کدام رأس به سمت کدام رأس است، یال‌ها را با زوج مرتب نمایش می‌دهیم که عضو اول هر زوج مرتب، رأس ابتداء و عضو دوم، رأس انتهای است. بنابراین مجموعه یال‌های گراف G به صورت زیر است.

$$E(G) = \{(a,b), (a,d), (c,b), (c,d), (d,a)\}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی، صفحه ۳۴)

ریاضیات گسسته - اختیاری

«گزینه ۲» - ۱۶۱

(پیلوفر مهندی)

شرط لازم و کافی برای آن که معادله سیاله $ax + by = c$ جواب داشته باشد آن است که $(a,b) \mid c$ و $(a,b) \neq 1$ ، یعنی $c \mid (a,b)$.

پس اعدادی را باید از مقسوم علیه‌های ۴۲ انتخاب کنیم که مقسوم علیه ۲۸ نباشد، در نتیجه داریم:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

«گزینه ۱» - ۱۶۲

(پیوار گاتنمی)

$$7x + 9y = 59 \Rightarrow 9y \equiv 59 \pmod{7} \Rightarrow 2y \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow y \equiv 3 \pmod{7}$$

$$\frac{\xrightarrow{\times 2}}{(2,7)} y \equiv 5 \Rightarrow y = 7k + 5 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$7x + 9(7k + 5) = 59 \Rightarrow 7x = -63k + 14 \Rightarrow x = -9k + 2$$

$$\begin{cases} y > 0 \Rightarrow 7k + 5 > 0 \Rightarrow k > -\frac{5}{7} \\ x > 0 \Rightarrow -9k + 2 > 0 \Rightarrow k < \frac{2}{9} \end{cases} \Rightarrow -\frac{5}{7} < k < \frac{2}{9} \quad \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0$$

بنابراین معادله سیاله فقط یک دسته جواب طبیعی دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

«گزینه ۴» - ۱۶۳

(محمد هبری)

اگر تعداد سؤالات ۷ امتیازی را با x و تعداد سؤالات ۱۲ امتیازی را با y

نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$7x + 12y = 175 \Rightarrow 7x \equiv 175 \pmod{12} \Rightarrow 7x \equiv 175 \pmod{12} \Rightarrow 7x \equiv 1 \pmod{12}$$

$$\Rightarrow x = 12k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$7(12k + 1) + 12y = 175 \Rightarrow 12y = -84k + 168$$



(علیرضا شریف فطیبی)

- ۱۶۸ گزینه «۱»

به گرافی که درجه تمامی رئوس آن برابر باشد، گراف منتظم گفته می‌شود.

در هر گراف r -منتظم، رابطه $rp = 2q$ برقرار است. (۱) همان درجه هر

(راس است)

داریم:

$$rp = 2q \rightarrow rp = 2 \times 16$$

$$\rightarrow rp = 32 = 1 \times 32 = 2 \times 16 = 4 \times 8$$

با توجه به آنکه $p < r$ است، تنها دو مقدار زوج ۲ و ۴ برای r وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی، صفحه ۳۵)

(مرتضی خوییم علوی)

- ۱۶۹ گزینه «۲»

راس تنها به رأسی گفته می‌شود که درجه آن صفر باشد، یعنی هیچ یالی به

آن متصل نباشد. با توجه به این تعریف، گرافی از مرتبه ۸ نمی‌تواند ۷ رأس

تنها داشته باشد، چون در این صورت رأس دیگر گراف نیز لزوماً از درجه

صفر خواهد بود، یعنی گراف تهی بوده و دارای ۸ رأس تنها است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه ۳۵)

(علی ایمانی)

- ۱۷۰ گزینه «۴»

فرض کنید رأس x با رأس ۱ مجاور باشد. در این صورت داریم:

$$1 + x = 0 \Rightarrow x = -1 \equiv 2 \pmod{3} \quad x \in V \rightarrow x = 2, 5, 8$$

از طرفی مجموعه همسایگی بسته هر رأس، شامل خود آن رأس نیز می‌شود،

بنابراین داریم:

$$N_G[1] = \{1, 2, 5, 8\}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه ۳۶)

(مبشره ضرایبیه)

- ۱۶۶ گزینه «۱»

$N_G[x]$ همسایگی بسته رأس x است، بنابراین شامل رأس x می‌باشد.

یعنی x باید به مجموعه $\{a, b, c, d\}$ تعلق داشته باشد. ولی با توجه به

نمودار گراف، تمام رئوس a, b, c و d با رأس c مجاور هستند و مجموعه

همسايگي بسته آنها لزوماً شامل رأس c نيز خواهد بود، پس به ازاي هيج

رأس x همسایگی بسته اين رأس برابر $\{a, b, c, d\}$ نیست.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی، صفحه ۳۶)

(مبشره ضرایبیه)

- ۱۶۷ گزینه «۴»

حالات های ممکن برای چنین گرافی عبارت اند از:

$$1) p = 12, q = 1$$



مطابق شکل، تنها یک گراف با این مشخصات قابل رسم است.

$$2) p = 6, q = 2$$



مطابق شکل، دو گراف با این مشخصات قابل رسم است.

$$3) p = 4, q = 3$$



مطابق شکل، سه گراف با این مشخصات قابل رسم است.

بنابراین در مجموع 6 گراف وجود دارد که حاصل ضرب مرتبه و اندازه آنها

برابر ۱۲ باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)



(غلامرضا ممین)

گزینه «1» - 175

سوی مثبت محور را به طرف بالا می‌گیریم و با توجه به ثابت بودن شتاب داریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}at^2 \quad \frac{\Delta y = -100m}{t = 10s} \rightarrow -100 = \frac{1}{2}a(10)^2 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

از طرف دیگر بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود بنابراین داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow f_D - 100 = 10 \times (-2)$$

$$\Rightarrow f_D = 80N$$



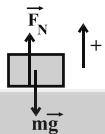
(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 36 و 37)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «2» - 176

اگر جهت حرکت رو به بالا را مثبت فرض کنیم، شتاب حرکت آسانسور در طی مدت 5s برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 5 + 10 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$



با نوشتن قانون دوم نیوتون برای حرکت جسم داخل آسانسور، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N - 10 \times 10 = 10 \times (-2) \Rightarrow F_N = 80N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 39)

(ابک اسلامی)

گزینه «2» - 177

جسم روی سطح افقی ابتدا ساکن است. با اعمال نیروی افقی \vec{F} و افزایش اندازه آن، جسم همچنان ساکن می‌ماند و اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم برابر با اندازه نیروی \vec{F} خواهد بود. زمانی که اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم به بیشینه مقدار خود می‌رسد، با کمی افزایش نیروی \vec{F} ، جسم شروع به حرکت می‌کند و اصطکاک وارد بر جسم به نوع جنبشی تبدیل خواهد شد و اندازه آن ثابت می‌شود. بنابراین مطابق نمودار، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر با $14N$ و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم برابر با $10N$ است. داریم:

فیزیک ۳ - اختیاری

گزینه «4» - 171

(غلامرضا ممین)

در مسیر مستقیم در صورتی که نیروی خالصی در خلاف جهت سرعت جسم به جسم اعمال شود، حرکت جسم شتاب دار کندشونده خواهد بود.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 34)

گزینه «3» - 172

وقتی کامیون ترمز می‌کند، وزنه آونگ به سبب تمایل به حفظ حرکت اولیه خود، به سمت جلو منحرف می‌شود. این پدیده با قانون اول نیوتون قابل توجیه است.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 32)

گزینه «1» - 173

برای یافتن نیروی خالص، ابتدا a را از روی معادله حرکت می‌یابیم. سپس در رابطه $F_{net} = ma$ قرار می‌دهیم. داریم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ x = 2t^2 - 4t + b \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

اندازه نیروی خالص برابر است با:

$$F_{net} = ma = 5 \times 4 = 20N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 32 تا 34)

گزینه «2» - 174

چون جسم در حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. اگر برایند چند نیرو صفر باشد و یکی از آن‌ها حذف شود، اندازه نیروی خالص برابر با اندازه همان نیروی حذف شده است. بنابراین داریم:

$$F_{net} = ma = m \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \xrightarrow[m=5kg, \Delta t=2s]{F_{net}=25N} 5 \times \frac{|\Delta v|}{2} = 25$$

$$\Rightarrow |\Delta v| = 10 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 32 تا 34)



(ابک اسلامی)

گزینه «2» - 179

از روی نمودار مشخص است که به ازای اندازه نیروی کشسانی بکسان، افزایش طول فنر (2)، دو برابر افزایش طول فنر (1) است. بنابراین:

$$F_e = kx \Rightarrow \frac{(F_e)_2}{(F_e)_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x_2}{x_1}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{2x_0}{x_0} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{2}$$

وقتی وزنهای به فنر می‌بندیم و آنرا آویزان می‌کنیم، بعد از رسیدن به تعادل داریم:

$$F'_e - W = 0 \Rightarrow F'_e = W \Rightarrow kx' = mg$$

$$\Rightarrow \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x'_2}{x'_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 43 و 44)

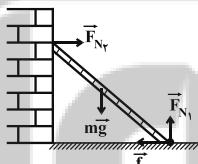
(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «1» - 180

چون نرdban در آستانه سُر خوردن (حرکت) است، بنابراین نیروی خالص

وارد بر نرdban در دو راستای افقی و عمودی صفر است، بنابراین داریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} (F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_{N_1} = mg = 200N \\ (F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_{N_2} = f_{s,max} \end{cases} (*)$$



اندازه نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_1} = 0 / 75 \times 200 = 150N$$

$$\xrightarrow{(*)} F_{N_2} = f_{s,max} = 150N$$

از طرف سطح افقی دو نیروی عمود بر هم \vec{F}_{N_1} و \vec{F}_{N_2} بر نرdban وارد

$$R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250N$$

$$\frac{F_{N_2}}{R} = \frac{150}{250} = \frac{3}{5}$$

در نهایت می‌توان نوشت:

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 و 46)

$$f_{s,max} = 14N \Rightarrow \mu_s F_N = 14N$$

$$f_k = 10N \Rightarrow \mu_k F_N = 10N$$

$$\Rightarrow \frac{f_k}{f_{s,max}} = \frac{\mu_k F_N}{\mu_s F_N} = \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{10}{14} \Rightarrow \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{5}{7}$$

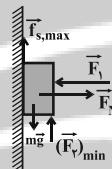
(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 37 و 43)

(سعید شرق)

گزینه «1» - 178

بسه به اندازه نیروی قائم \vec{F}_2 ، جسم می‌تواند در آستانه حرکت به سمت پایین یا بالا باشد.اگر جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد، اندازه نیروی \vec{F}_2 ، کمترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. با

رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0 / 25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_2)_{min} + f_{s,max} = mg$$

$$\Rightarrow (F_2)_{min} + 30 = 4 \times 10 \Rightarrow (F_2)_{min} = 10N$$

اگر جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد، اندازه نیروی \vec{F}_2 ، بیشترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم در این حالت داریم:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0 / 25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_2)_{max} = f_{s,max} + mg$$

$$\Rightarrow (F_2)_{max} = 30 + 4 \times 10 \Rightarrow (F_2)_{max} = 70N$$

بنابراین اختلاف اندازه بیشترین و کمترین مقدار نیروی \vec{F}_2 برای اینکه جسم در آستانه حرکت باشد، برابر است با:

$$\Delta F_2 = 70 - 10 = 60N$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 و 43)



گزینه «۲»: تعداد الکترون‌های مبادله شده در نیم واکنش «I» به ازای هر

مول MnO_2 ، نصف تعداد الکترون‌های مبادله شده در نیم واکنش «II» به

ازای هر مول O_2 است.

گزینه «۳»: با توجه به ضریب‌های استوکیومتری در واکنش «II»، به ازای

صرف دو مول آب، چهار مول الکترون مبادله می‌شود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

(ممدرضا پورچاوبیر)

گزینه «۲»

واکنش انجام شده عبارت است از:



با توجه به جرم Zn اکسایش یافته خواهیم داشت:

$$? g Cu \quad 13g Zn \times \frac{1mol Zn}{65g Zn} \times \frac{1mol Cu}{1mol Zn} \times \frac{64g Cu}{1mol Cu} = 12/8 g Cu$$

اکسید شده (۱۳ گرم) وارد محلول شده و ۱۲/۸ گرم Cu تولید شده

بر روی این تیغه می‌نشیند. به این ترتیب خواهیم داشت:

کاهش جرم $13 - 12/8 = 0/2 g$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(ممدرسان ممددزاده‌قدم)

گزینه «۲»

بررسی تمام گزینه‌ها:

گزینه «۱»: از آنجایی که قدرت کاهندگی Mg بیشتر از Cu است، تیغه

در محلول (آ) با Cu^{2+} واکنش داده و به تدریج یون‌های Mg^{2+}

وارد محلول می‌شود.

گزینه «۲»: در محلول (ب) هیچ واکنشی رخ نمی‌دهد؛ زیرا قدرت کاهندگی

$Cu < Zn$ است.

گزینه «۳»: به دلیل انجام واکنش اکسایش - کاهش در محلول (آ)، دمای

محلول پس از مدتی افزایش می‌یابد. اما دمای محلول (ب) ثابت می‌ماند.

شیمی ۳ (اختیاری)

- ۱۸۱ گزینه «۲»

(مرتضی فوشکیش)

در واکنش میان فلز و نافلز، فلزها اغلب نقش کاهنده و نافلزها اغلب نقش اکسنده را ایفا می‌کنند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

- ۱۸۲ گزینه «۲»

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: در این فرایند فلز روی اکسایش و یون‌های هیدرونیوم کاهش

می‌یابند، بنابراین روی کاهنده است و کاتیون‌های H^+ را کاهش می‌دهد.

عبارت «ب»: افزایش دمای محلول، نشان دهنده گرماده بودن این واکنش

است، در واکنش‌های گرماده پایداری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر

است.

عبارت «پ»: هر اتم روی با از دست دادن دو الکترون به یون Zn^{2+} تبدیل

می‌شود.

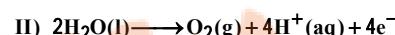
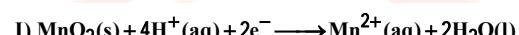
عبارت «ت»: یون‌های H^+ با گرفتن الکترون به گاز هیدروژن تبدیل

می‌شوند. بنابراین، غلظت H^+ محلول کاهش و pH محلول افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

گزینه «۴»

- ۱۸۳ معادله موازنۀ شده نیم واکنش‌ها به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: نیم واکنش «I» از نوع کاهش و نیم واکنش «II» از نوع

اکسایش است.



$$\text{emf } E_{\text{KIII}}^{\circ} - E_{\text{KII}}^{\circ} \Rightarrow 0/16 = E^{\circ}(X^{2+}/X) - (-0/41)$$

$$\Rightarrow E^{\circ}(X^{2+}/X) = -0/25\text{V}$$

حال در واکنش دوم داریم:

$$\text{emf } E_{\text{KIII}}^{\circ} - E_{\text{KII}}^{\circ} = 0/34 - (-0/25) = 0/59\text{V}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

(ممدرسان مهدیزاده‌قدم)

گزینه «۱» - ۱۸۹

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست. زیرا، $E^{\circ}(Zn^{2+}/Zn)$ کوچکتر از

$E^{\circ}(Cd^{2+}/Cd)$ است، بنابراین با قرار دادن تیغه روی اتم‌های آن به

یون Zn^{2+} تبدیل شده و یون‌های Cd^{2+} به اتم Cd تبدیل می‌شوند.

گزینه «۲»: نادرست. مقایسه قدرت کاهندگی این فلزها با توجه به E° آنها

به صورت $Zn > Cd > Sn > Pt$ است.

گزینه «۳»: نادرست. کاتیون Pt^{2+} از سه کاتیون دیگر داده شده

اکسیده‌تر است.

گزینه «۴»: نادرست.

$$\text{emf } E^{\circ}(Pt^{2+}/Pt) - E^{\circ}(Sn^{2+}/Sn) = 1/2 - (-0/15)$$

$$\Rightarrow \text{emf} = 1/35\text{V}$$

$$\text{emf } E^{\circ}(Cd^{2+}/Cd) - E^{\circ}(Zn^{2+}/Zn) = -0/4 + 0/76$$

$$\Rightarrow \text{emf} = 0/36\text{V}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

(ممدرسان مهدیزاده‌قدم)

گزینه «۲» - ۱۹۰

هرچه پتانسیل کاهشی استاندارد گونه‌ای بزرگتر باشد (با در نظر گرفتن

علامت)، قدرت اکسیدگی بیشتری دارد.

(شیمی ۳، صفحه ۴۷)

گزینه «۴»: قدرت کاهندگی Mg بیشتر از Cu است.

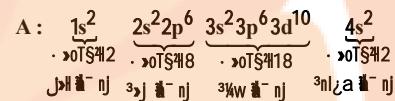
(شیمی ۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۴)

(ممدرسان مهدیزاده‌قدم)

گزینه «۱» - ۱۸۶

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) با توجه به الکترون‌های داده شده در لایه‌های مختلف می‌توان نوشت:



تعداد الکترون‌های زیر لایه با $\Rightarrow I = 10$

(پ) گونه (C) به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب نرسیده است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

(آرایش شبانی)

گزینه «۳» - ۱۸۷

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: الکترود آند قطب منفی و الکترود کاتد قطب مثبت آن را تشکیل می‌دهد.

گزینه «۲»: به مرور زمان، از شدت رنگ محلول $CuSO_4$ کاسته می‌شود.

زیرا، یون‌های Cu^{2+} که رنگ آبی ایجاد می‌کنند کاهش یافته و از غلظت آن‌ها کم می‌شود.

گزینه «۳»: اتم‌های روی اکسایش یافته و وارد محلول می‌شوند. از طرفی یون‌های مس (II) کاهش یافته و به اتم مس تبدیل می‌شوند. به همین دلیل

غلظت Zn^{2+} افزایش و غلظت Cu^{2+} کاهش می‌یابد.

گزینه «۴»: با کاهش غلظت Cu^{2+} در نیم‌سلول کاتدی، یون‌های سولفات از دیواره متخلخل عبور کرده و وارد نیم‌سلول آندی می‌شوند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

(ممدرسان مهدیزاده‌قدم)

گزینه «۴» - ۱۸۸

با توجه به رابطه emf برای سلول گالوانی اول داریم:

پاسخ تشریحی آزمون شناختی ۱۴۰۱ ۵ اسفند

دانشآموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱- فراشناخت شامل کدام یک از موارد زیر است؟

۱. آگاهی از نقاط قوت و ضعف خود
۲. توانایی کنترل تواناییهای خود
۳. درک دیگران
۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. فراشناخت دو بعد دارد آگاهی از خود و توانایی کنترل رفتار خود. بدون آگاهی از نقاط قوت و ضعف نمیتوان آن را تقویت و یا مهار کرد.

۲۶۲- کدام مورد تلاش بیشتری نیاز دارد؟

۱. درگیرشدن در یک موقعیت هیجانی
۲. مهار کردن خود در یک موقعیت هیجانی
۳. فرقی ندارد
۴. نمیدانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. مهار موقعیت هیجانی تلاش بیشتری نسبت به درگیرشدن در آن موقعیت نیاز دارد.

۲۶۳- آگاهی از سازوکارهای یادگیری چه تاثیری در میزان و ماندگاری یادگیری دارد؟

۱. هر دو را بهبود می دهد.
۲. تاثیری در هیچکدام ندارد.
۳. فقط میزان یادگیری را بهبود می دهد.
۴. فقط ماندگاری یادگیری را زیاد می کند.

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. آگاهی از سازوکارهای یادگیری موجب تسهیل این سازوکارها و تقویت میزان و ماندگاری آن می شود.

۲۶۴- کدام مورد برای حل یک مشکل یا مساله نیاز است؟

۱. آگاهی از وضع موجود
۲. آگاهی از وضع مطلوب
۳. آگاهی از مسیر و قوانین آن
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. برای حل مساله درک وضعیت موجود مساله، قوانین حاکم بر مساله و هدف نهایی نیاز است.

۲۶۵- کدام مورد از ویژگیهای هدف است؟

۱. مریبوط به آینده است.
۲. هیجان انگیز است.
۳. الزام آور است.
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. هدف بازنمایی موضوعی در آینده است که فرد الزام به دستیابی به آن را دارد.

۲۶۶- انتخاب کدام گزینه سخت تر است و تلاش بیشتری نیاز دارد؟

۱. گزینه پیشرو با پاداش سریع
۲. گزینه آینده با پاداش دیرتر
۳. تفاوتی ندارد
۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. انتخاب موقعیت‌های مرتبط با آینده (مثل درس خواندن برای موفقیت در آزمونی که چند ماه آینده برگزار می شود) نسبت به موقعیت‌های نزدیک با پاداش سریع (فیلم دیدن همین الان) تلاش بیشتری نیاز دارد.

۲۶۷- مفهوم انعطاف پذیری شناختی به کدام گزینه نزدیکتر است؟

۱. توانایی انتقال موفق توجه بین تکلیف‌های مختلف
۲. توانایی حفظ توجه به مدت طولانی بر یک موضوع
۳. توانایی اجرا چند فعالیت به طور همزمان
۴. توانایی در نظر نگرفتن اطلاعات مزاحم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. به عنوان مثال وقتی یک مساله را حل کردید و سراغ سوال بعد رفتید، دیگر به سوال قبلی فکر نکنید.

۲۶۸- توانایی مطالعه در شرایط محیطی مختلف را با کدام مورد زیر مرتبط می دانید؟

۱. سازگاری
۲. توجه
۳. حافظه
۴. فراشناخت

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. سازگاری با شرایط محیطی مختلف و عدم وابستگی به شرایط خاص برای مطالعه یک توانایی در آمادگی شناختی است.

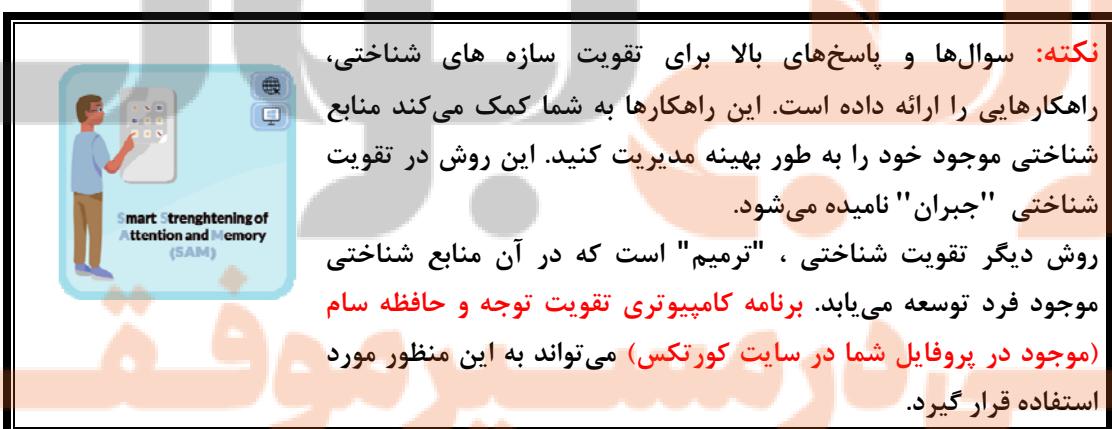
۲۶۹- کدام برنامه درسی را مناسب تر می دانید؟

۱. برنامه دقیق غیرقابل انعطاف
۲. برنامه انعطاف پذیر
۳. فرقی ندارد
۴. نمی دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. در برنامه ریزی انعطاف پذیر در مواجهه با موانع، برنامه به نحوی تغییر می کند که هدف آسیب نبیند. به عنوان مثال ۴ ساعت در روز برای مطالعه یک درس به جای از ساعت ۸:۱۵ تا ۱۲:۱۵

نکته: سوال‌ها و پاسخ‌های بالا برای تقویت سازه‌های شناختی، راهکارهایی را ارائه داده است. این راهکارها به شما کمک می‌کند منابع شناختی موجود خود را به طور بهینه مدیریت کنید. این روش در تقویت شناختی "جبران" نامیده می‌شود.

روش دیگر تقویت شناختی، "ترمیم" است که در آن منابع شناختی موجود فرد توسعه می‌یابد. برنامه کامپیوتری تقویت توجه و حافظه سام (موجود در پروفایل شما در سایت کورتکس) می‌تواند به این منظور مورد استفاده قرار گیرد.



تلاشی در مسیر موفقیت



- ✓ دانلود گام به گام تمام دروس
- ✓ دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- ✓ دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- ✓ دانلود نمونه سوالات امتحانی
- ✓ مشاوره کنکور
- ✓ فیلم های انگیزشی