تلاشی در مسیر موفقیت

ترنج بوک

- دانلود گام به گام تمام دروس
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی
- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- مشاوره کنکور
- فیلم های انگیزشی

Www.ToranjBook.Net

ToranjBook_Net

ToranjBook_Net

زیست شناسی۳

۱– گزینهٔ «۳»
(وحید کریم‌زاده)

همهٔ آمینواسیدها توسط گروه R خود که به کربن متصل است. ویژگی‌های منحصربه‌فرد خود را تعیین می‌کنند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در ساختار سوم پروتئین‌ها، گروه‌های R آمینواسیدهای آب‌گریز به‌هم نزدیک می‌شوند، نه همهٔ آمینواسیدها!

گزینهٔ «۲»: گروه آمینی آمینواسید انتهایی رشتهٔ پلی‌پپتیدی آزاد نیست. این آمینواسید فقط به یک آمینواسید متصل است؛ لذا فقط می‌تواند از یک آمینواسید جدا شود (نه آمینواسیدها). جدا کردن آمینواسیدها با روش شیمیایی، برای شناسایی خود آمینواسید می‌باشد نه شناسایی پروتئین.

گزینهٔ «۴»: برای پروتئین‌های تک‌زنجیره‌ای صادق نیست.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۲– گزینهٔ «۲»
(مریم سپهی)

مطابق شکل ۱۹ صفحهٔ ۱۹ کتاب که طرز عمل آنزیم در واکنش‌های سوخت‌وسازی (ترکیب – تجزیه) را نشان می‌دهد شکل جایگاه فعال آنزیم دستخوش تغییرات شدید نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: وجود بعضی از مواد سمی در محیط مثل سیانید و آرسنیک می‌تواند با قرار گرفتن در جایگاه فعال آنزیم به دلیل اشغال جایگاه فعال مانع از اتصال پیش‌ماده به جایگاه فعال شود و از این طریق مانع فعالیت آنزیم گردد. مواد سمی موجود در جایگاه فعال آنزیم، ساختار شیمیایی آنزیم را تغییر نمی‌دهند (رد گزینهٔ ۱)

گزینهٔ «۳»: در بروز تب و دماهای بالا **ممکن است** آنزیم‌ها شکل غیرطبیعی یا برگشت‌ناپذیر پیدا کنند و غیرفعال شوند. (رد گزینهٔ ۳)

گزینهٔ «۴»: افزایش غلظت پیش‌ماده در محیطی که آنزیم وجود دارد می‌تواند تا حدی باعث افزایش سرعت واکنش شود. (رد گزینهٔ ۴) زیرا افزایش غلظت پیش‌ماده فقط تا جایی‌که جایگاه فعال آنزیم‌ها پر شود می‌تواند باعث افزایش سرعت واکنش شود.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۳– گزینهٔ «۴»
(وحید کریم‌زاده)

آنزیم‌ها مولکول‌های دارای جایگاه فعال هستند که سرعت واکنش‌های زیستی را افزایش می‌دهند. بعضی آنزیم‌ها برای فعالیت به یون‌های فلزی مانند آهن، مس و یا مواد آلی مثل ویتامین‌ها نیاز دارند؛ لذا منظور سوال یون‌های فلزی و مواد آلی کمک‌کننده به آنزیم (کوآنزیم) است. آنزیم‌ها و هر عاملی که باعث کاهش انرژی فعالسازی واکنش‌های زیستی می‌شوند، در واقع در تنظیم سوخت‌وساز یاخته‌ها نقش دارند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در مورد یون‌های فلزی صادق نیست.

گزینهٔ «۲»: ممکن است فعالیت آنزیم فقط با همکاری نوعی مادهٔ آلی همراه باشد.

گزینهٔ «۳»: به مواد آلی که در ساختار خود کربن دارند و به فعالیت آنزیم‌ها کمک می‌کنند کوآنزیم گفته می‌شود ولی ممکن است آنزیم برای کاهش انرژی فعالسازی خود به یون‌های فلزی نیاز پیدا کند که در ساختار خود کربن ندارد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴– گزینهٔ «۳»
(پژمان یعقوبی)

نتایج آزمایش‌های ویلکینز و فرانکلین به این صورت است: ۱) دنا دارای حالت مارپیچی است. ۲) دنا، بیش از یک رشته دارد. ۳) تشخیص ابعاد مولکول دنا. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مربوط به نکات ارائه شده توسط واتسون و کریک است.

گزینهٔ «۲»: با استفاده از پرتوی ایکس، ویلکینز و فرانکلین از مولکول دنا تصاویری تهیه کردند. با بررسی این تصاویر در مورد ساختار دنا نتایجی را به‌دست آوردند از جمله اینکه دنا (نه هر رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی!) حالت مارپیچی دارد.

گزینهٔ «۴»: طبق مدل نردبان مارپیچ واتسون و کریک، در عرض یک مولکول دنا در هر پله ۳ حلقه وجود دارد؛ ۲ حلقه مربوط به باز آلی پورین و ۱ حلقه مربوط به باز آلی پیریمیدین.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴ تا ۷)

۵– گزینهٔ «۲»
(حمیدرضا فیض‌آبادی)

موارد «الف» و «د» صحیح می‌باشند. بررسی همهٔ موارد:

الف) این فرض دقیقاً خلاف آزمایش مزلسون و استال است. با این فرض، در دقیقه **۴۰** دو نوار در لوله تشکیل می‌شود که هر کدام واجد دو دنا هستند. یکی در وسط لوله و دیگری در پایین لوله، پس فقط برخی از رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی که چگالی سنگین دارند، در وسط لوله مشاهده می‌شوند. زیرا باقی در مقابل رشته سنگین جدید قرار دارند و در پایین لوله قرار می‌گیرند.

ب) این فرض مشابه آزمایش مزلسون و استال است. با این فرض، در دقیقه **۴۰** دو نوار در لوله تشکیل می‌شود که هر کدام واجد دو دنا هستند. یکی در وسط لوله و دیگری در بالای لوله پس همهٔ مولکول‌های دنا که واجد ایزوتوپ سنگین هستند، در وسط لوله مشاهده می‌شوند. زیرا باقی دناها که در بالای لوله تشکیل شده‌اند، فقط ایزوتوپ سبک دارند.

ج) این فرض دقیقاً خلاف آزمایش مزلسون و استال است. با این فرض، در دقیقه **۲۰** یک نوار در میانه لوله تشکیل می‌شود که حاوی دو دنا است که هر دنا یک رشته سبک و یک رشته سنگین دارد و چگالی دنا (نه رشته) متوسط است. توجه کنید رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی دنا که چگالی متوسط دارند فقط در همانندسازی غیرحفاظتی دیده می‌شود.

د) این فرض مشابه آزمایش مزلسون و استال است. با این فرض، در دقیقه **۲۰** یک نوار در میانه لوله تشکیل می‌شود که حاوی دو دنا است که هر دنا یک رشته سبک و یک رشته سنگین دارد. پس همهٔ مولکول‌های دنا دارای هر دو نوع ایزوتوپ هستند و در وسط لوله قرار دارند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۶– گزینهٔ «۲»
(وحید کریم‌زاده)

در مرحلهٔ آخر، در هر یک از ظرف‌ها آنزیم تخریب‌کنندهٔ یکی از انواع مولکول‌های زیستی نیز وجود دارد. این آنزیم‌ها پروتئینی هستند. بنابراین در بعضی از ظروف، چهار نوع مولکول زیستی وجود دارد. برای مثال در ظرفی که در آن پروتئین‌ها تخریب شدند، لیپیدها، کربوهیدرات‌ها، نوکلئیک‌اسیدها و آنزیم پروتئاز (نوعی آنزیم پروتئینی) وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ایوری و همکاران او، پس از پایان آزمایش اول نتیجه گرفتند که پروتئین‌ها مادهٔ وراثتی نیستند. در مرحلهٔ دوم برای نخستین بار نوکلئیک اسیدها به‌صورت مجزا به محیط کشت باکتری اضافه شد.

گزینهٔ «۳»: در آزمایش دوم، پیش از جدا شدن مولکول‌های زیستی به‌صورت لایه‌لایه از یکدیگر، همهٔ این مولکول‌ها در کنار هم قرار داشتند، همچنین در آزمایش سوم نوکلئیک‌اسیدها، در ظرف حاوی آنزیم تخریب‌کنندهٔ کربوهیدرات‌ها، لیپیدها، پروتئین‌ها و نوکلئیک‌اسیدها در کنار هم قرار داشتند.

گزینهٔ «۴»: در آزمایش اول به دلیل تخریب پروتئین‌ها، کربوهیدرات‌ها (همانند لیپیدها و نوکلئیک‌اسیدها) از پروتئین‌ها جدا شدند. در آزمایش دوم، همهٔ انواع مولکول‌های زیستی به‌صورت لایه‌لایه از هم جدا شدند. در مرحلهٔ سوم، در یکی از ظروف، پروتئین‌ها تخریب و در ظرفی دیگر کربوهیدرات‌ها تخریب شدند،که در مورد این دو ظرف نیز می‌توان گفت در آنها کربوهیدرات‌ها از پروتئین‌ها جدا شده‌اند.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۸ تا ۱۰ و ۲۳) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳ و ۲۰)

۷– گزینهٔ «۴»
(وحید کریم‌زاده)

همهٔ موارد صحیح هستند. منظور سوال مرحلهٔ دوم و سوم است. بررسی همهٔ موارد:

الف) در مرحلهٔ اول (مرحلهٔ قبل از مرحلهٔ دوم) باکتری‌های زندهٔ پوشینه‌دار و در مرحلهٔ دوم (مرحلهٔ قبل از مرحلهٔ سوم) باکتری‌های زندهٔ فاقد پوشینه به موش تزریق شد.

ب) ابتدا به مرحلهٔ دوم می‌پردازیم؛ در مرحلهٔ قبل از آن (مرحلهٔ اول) موش مُرد، در مرحلهٔ بعد از آن (مرحلهٔ سوم) موش زنده ماند. دربارهٔ مرحلهٔ سوم نیز می‌توان گفت، در مرحلهٔ قبل از آن (مرحلهٔ دوم) موش زنده ماند، در مرحلهٔ بعد از آن (مرحلهٔ چهارم) موش مرد.

ج) در مرحلهٔ سوم و چهارم از گرما برای کشتن باکتری‌های پوشینه‌دار زنده استفاده شد که طی آن گرما از پوشینه عبور کرد. با توجه به شکل ۱ صفحهٔ ۲ کتاب دوازدهم، ضخامت پوشینهٔ باکتری مدنظر (استرپتوکوکوس‌نومونیا) کمتر از **۲۰۰nm** است.

د) در مرحلهٔ چهارم، باکتری‌های زندهٔ فاقد پوشینه (مانند مرحلهٔ دوم) و باکتری‌های پوشینه‌دار کشته‌شده (مانند مرحلهٔ سوم) به موش تزریق می‌شوند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲ و ۳)

۸- گزینهٔ «۴»

(مهریار سعادتی‌نیا)

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در پایان همانندسازی حفاظتی بین دنای جدید و قدیمی پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌شود.

گزینهٔ «۲»: در هر دو نوع همانندسازی توالی‌های نوکلئوتیدی ساخته شده مکمل توالی‌های دنای اولیه هستند.

گزینهٔ «۳»: در هیچ یک از دو نوع همانندسازی، بین توالی‌های نوکلئوتیدی دنای اولیه پیوند فسفودی‌استر شکسته نمی‌شود.

گزینهٔ «۴»: بخش‌هایی از دنای اولیه در هر دو نوع همانندسازی در دنای جدید دیده می‌شود.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹- گزینهٔ «۴»

(نیلوفر شربتیان)

هم پروکاریوت‌ها و هم یوکاریوت‌ها دارای دنای حلقوی می‌باشند و توانایی انجام همانندسازی این نوع دنا را دارند. بنابراین گزینه‌ای صحیح است که در مورد هر دوی آنها صدق کند. دیسک نوعی دنای کمکی است و در پروکاریوت‌ها وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اغلب پروکاریوت‌ها فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی در دنای خود دارند ولی یوکاریوت‌ها چندین جایگاه آغاز همانندسازی دارند.

گزینهٔ «۲»: رنا نوعی نوکلئیک‌اسید است که هم در سیتوپلاسم پروکاریوت‌ها و هم در یوکاریوت‌ها به‌صورت خطی وجود دارد.

گزینهٔ «۳»: پروکاریوت‌ها تنها دارای دنای حلقوی هستند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴، ۵، ۸، ۱۲ و ۱۳)

۱۰- گزینهٔ «۳»

(پژمان یعقوبی)

همانندسازی در یوکاریوت‌ها بسیار پیچیده‌تر از پروکاریوت‌هاست؛ علت این مسئله، وجود مقدار زیاد دنا و قرار داشتن آن در چندین فام‌تن اصلی است.

در یوکاریوت‌ها، تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی می‌تواند بسته به مراحل رشد و نمو تنظیم شود. در جایگاه‌های آغاز همانندسازی، آنزیم هلیکاز فعالیت دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: باکتری‌ها و به‌طور کلی، پروکاریوت‌ها چرخهٔ یاخته‌ای ندارند.

گزینهٔ «۲»: توجه داشته باشید که در هر دوراهی همانندسازی، یک آنزیم هلیکاز فعالیت می‌کند نه آنزیم‌های هلیکاز!

گزینهٔ «۴»: دقت کنید که پیوند هیدروژنی به‌صورت خودبه‌خودی تشکیل می‌شود و آنزیم در ایجاد آن نقشی ندارد.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۲، صفحه‌های ۸۲ و ۸۳) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۱۱- گزینهٔ «۳»

(محمدرضا فیض‌آبادی)

موارد «ب» و «د» صحیح می‌باشند. بررسی همهٔ گزینه‌ها:

الف) در هر دوراهی همانندسازی فقط یک آنزیم هلیکاز وجود دارد پس لفظ آنزیم‌های هلیکاز نادرست است. توجه کنید صورت سوال در خصوص هریک از این ساختارها پرسیده است یعنی هر دوراهی همانندسازی.

ب) طبق شکل ۱۲ صفحهٔ ۱۲ کتاب درسی، نوکلئوتید یوراسیل‌دار در بین نوکلئوتیدهای آماده برای اتصال به نوکلئوتید مکمل مشاهده می‌گردد.

ج) طی همانندسازی رشته‌های در حال تشکیل دنا، با پیوند هیدروژنی و بدون نیاز به مصرف انرژی زیستی به رشتهٔ الگو (نه به یکدیگر) متصل می‌گردند.

د) طبق شکل ۱۴ صفحهٔ ۱۴ کتاب درسی، آنزیم دنابسپاراز (آنزیمی که دو نوع واکنش (نوکلئازی و بسپارازی) مختلف را سرعت می‌بخشد) می‌تواند در طول دنا سرعت یکسانی با سایر همتایان خود نداشته باشد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱۲- گزینهٔ «۳»

(محمدمهدی روزبهانی)

منظور از پیوندهای کم انرژی بین نوکلئوتیدی، پیوندهای هیدروژنی هستند. دقت کنید شکستن پیوندهای هیدروژنی در فاصلهٔ بین دو دوراهی همانندسازی مربوط به هر حباب همانندسازی مشاهده نمی‌شود ولی شکستن پیوندهای هیدروژنی از نظر زمانی نسبت به فعالیت بسپارازی آنزیم دنابسپاراز زودتر رخ می‌دهد. توجه کنید طبق متن کتاب درسی، در فاصلهٔ بین دو دوراهی همانندسازی در بخشی از دنا، پیوندهای هیدروژنی برای تشکیل این دو راهی‌ها از قبل تجزیه شده‌اند.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: این مورد، نکتهٔ کنکور تیر ۱۴۰۲ است. پیش از همانندسازی، آنزیم‌هایی پیچ و تاب فامینه را باز می‌کنند. بازشدن پیچ و تاب فامینه باعث افزایش فاصلهٔ نوکلئوزوم‌ها نسبت به یکدیگر می‌شود. در ادامه زمانی که هیستون‌ها جدا می‌شوند؛ در نهایت نوکلئوزوم‌ها ناپدید می‌شوند.

گزینهٔ «۲»: در طی مرحلهٔ پایانی همانندسازی، زمانی که قطعات DNA حاصل از همانندسازی در حباب‌های مختلف، بخواهند به یکدیگر متصل شوند، پیوند فسفودی استر بین قطعات ایجاد می‌شود. تشکیل این پیوند فسفودی استر بین نوکلئوتیدهایی رخ می‌دهد که در ساختار رشته‌های دنا قرار دارند و از قبل تک فسفاته شده‌اند.

گزینهٔ «۴»: در محل دوراهی همانندسازی دو گروه پیوند اشتراکی تجزیه می‌شود : ۱) پیوندی بین فسفات در نوکلئوتیدهای سه فسفاته که می‌خواهند به رشتهٔ دنای در حال ساخت اضافه شوند. ۲) پیوند فسفودی استر در پی فعالیت نوکلئازی آنزیم دنا بسپاراز. در حالت اول فعالیت نوکلئازی آنزیم رخ نمی‌دهد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴، ۱۱ و ۱۲)

۱۳- گزینهٔ «۳»

(سپهر قائدی)

مورد د) سوال در مورد دنا، رنا و پروتئین که سه مولکول مرتبط با ژن هستند مطرح شده است که مولکول زیستی هستند و در بدن جانداران زنده ساخته می‌شوند در ساختار آنها حداقل عنصرهای کربن، اکسیژن، نیتروژن و هیدروژن وجود دارد.

بررسی سایر موارد:

مورد الف) در یاخته‌های گیاهی زنده کانال‌های بین‌یاخته‌ای وجود دارند که پلاسمودسم نامیده می‌شوند. منافذ پلاسمودسم آنقدر بزرگ است که نوکلئیک‌اسیدها نظیر دنا و رنا و پروتئین‌ها هم می‌توانند از آن‌ها عبور کنند و از یاخته‌ای به یاختهٔ دیگر بروند.

مورد ب) دنا ذخیره‌کنندهٔ اطلاعات وراثتی است اما در همه جای هسته به‌طور یکسان وجود ندارد. برای مثال بخشی در هسته وجود دارد که تجمع رشته‌های فامینه و دنا در آنجا بیشتر است.

مورد ج) گویچهٔ قرمز بالغ هسته و در نتیجه دنا ندارد.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۳۴، ۶۲، ۸۱ و ۱۰۵) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱، ۲، ۸ و ۱۵)

۱۴- گزینهٔ «۲»

(پژمان یعقوبی)

مولکول دنا نسبت به رنا پایداری بیشتری در یاخته دارد. دقت کنید منظور از نوکلئیک اسید DNA یا RNA است. بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) مشاهدات و تحقیقات چارگاف روی دناهای جانداران، نشان داد که مقدار بازهای آلی پورین و پیریمیدین در مولکول دنا (نه اینکه ۴ نوکلئوتید با هم مساوی باشند) برابر است.

۲) سنتز این مولکول نیازمند آنزیم هلیکاز می‌باشد که می‌تواند پیوندهای هیدروژنی را بشکند. پیوندهای هیدروژنی بین بازهای مکمل تشکیل می‌شوند.

۳) رناهای پیک در انتقال اطلاعات به رناتن‌ها نقش دارند. رناها نوکلئیک‌اسیدهایی هستند که از یک رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی تشکیل شده‌اند.

۴) در دناها به‌طور حتم امکان برقراری پیوندهای کم‌انرژی (پیوند هیدروژنی) بین بازهای آلی وجود دارد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴ تا ۷، ۸، ۱۱ و ۱۲)

۱۵- گزینهٔ «۳»

(محمدرضا فیض‌آبادی)

وقتی نوکلئوتیدهای سه‌فسفاته به یک رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی اضافه می‌شوند، دو فسفات خود را از دست می‌دهند و این به منزلهٔ از دست دادن پیوندهای پرانرژی موجود در نوکلئوتید می‌باشد، لذا این نوکلئوتید توانایی تأمین انرژی نخواهد داشت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اگر این نوکلئوتید، نوکلئوتید ابتدایی یا انتهایی یک رشته باشد، آنگاه توانایی ایجاد فقط یک پیوند فسفودی‌استر را دارد و لفظ پیوند«های» فسفودی‌استر برای آن نادرست می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: برای نوکلئوتیدهای آدنین‌دار و تیمین‌دار صدق نمی‌کند.

گزینهٔ «۴»: اگر این نوکلئوتید، نوکلئوتید ابتدایی نوعی نوکلئیک‌اسید خطی باشد به‌وسیلهٔ گروه هیدروکسیل موجود در ساختار خود پیوند فسفودی‌استر برقرار می‌کند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴، ۵، ۷، ۸ و ۱۱ تا ۱۳)

۱۶– گزینهٔ «۲» *(وحید کریم‌زاده)*

حلقهٔ شش‌ضلعی در باز آلی تک‌حلقه‌ای به حلقهٔ پنج‌ضلعی قند و حلقهٔ شش‌ضلعی در باز آلی دوحلقه‌ای به دیگر حلقهٔ باز آلی که پنج‌ضلعی است متصل می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در دنای خطی (نه حلقوی) حلقهٔ پنج‌ضلعی قند موجود در نوکلئوتید انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی به گروه هیدروکسیل آزاد انتهایی متصل است.

گزینهٔ «۳»: اتصال بین بازهای آلی که بین دو حلقهٔ ۶ضلعی و با پیوند هیدروژنی صورت می‌گیرد، خودبه‌خودی است و برای شکل‌گیری آن، واکنش سنتز آبدهی انجام نمی‌شود.

گزینهٔ «۴»: گروه فسفات به باز آلی متصل نمی‌شود.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴، ۵، ۷ و ۱۵)

۱۷– گزینهٔ «۳» *(نیما ممدری)*

هموگلوبین فراوان‌ترین پروتئین گلبول‌های قرمز (یاخته‌های بدون هستهٔ خون) است که ۴ سطح ساختاری دارد.

نخستین پیوندهای اشتراکی در ساختار اول حین اتصال آمینواسیدها به یکدیگر ایجاد می‌شود. در حین اتصال آمینواسیدها به یکدیگر آب تولید می‌شود و تبعاً فشار اسمزی به دلیل تولید آب و نیز کاهش تعداد ذرات (آمینواسیدها)کاهش می‌یابد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نخستین تاخوردگی در ساختار دوم در اثر ایجاد پیوندهای هیدروژنی بین **OH** گروه **COOH** و هیدروژن گروه NH_2 ایجاد می‌شود.

گزینهٔ «۲»: ساختار سوم پروتئین‌ها در اثر نزدیک شدن گروه R آمینواسیدهای آب‌گریز تشکیل می‌شود (نه هر آمینواسیدی!)

گزینهٔ «۴»: طبق شکل ۱۸ صفحهٔ ۱۷ کتاب درسی یون‌های Fe^{2+} زنجیره‌های پلی‌پپتیدی مختلف روبه‌روی هم قرار ندارند.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۱، ۱۳ و ۶۲) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۸ و ۱۵ تا ۱۷)

۱۸– گزینهٔ «۲» *(محمد زارع)*

در تشکیل ساختار دوم، گروه‌های کربوکسیل و آمینی نقش دارند و سطح چهارم مربوط به آرایش زیرواحدها است و طبق متن کتاب درسی همهٔ سطوح دیگر ساختاری در پروتئین‌ها به ساختار اول (خطی) بستگی دارند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: پروتئین‌های دارای ساختار سوم ثبات نسبی دارند. در این سطح همانند سطح دوم که همراه با تشکیل پیوند هیدروژنی است، پیچ‌خوردگی مشاهده می‌شود.

گزینهٔ «۳»: گروه‌های R تعدادی از آمینواسیدها در ساختار دوم مارپیچ، در بیرون ساختار قرار می‌گیرند و ساختاری که باعث ایجاد ثبات نسبی می‌شود، سطح سوم است. در سطح دوم پیوند هیدروژنی (غیراشتراکی) و در سطح سوم پیوندهای یونی و اشتراکی و هیدروژنی تشکیل می‌شود.

گزینهٔ «۴»: هموگلوبین پروتئینی با ساختار چهارم است. همچنین در ساختار سوم انواعی از پیوندها تشکیل می‌شود، توجه کنید که اولین و آخرین آمینواسید هر زنجیره پلی‌پپتیدی در تشکیل یک پیوند پپتیدی نقش دارند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱۹– گزینهٔ «۳» *(محمدرضا فیض‌آبادی)*

با توجه به شکل **۱۷** صفحهٔ **۱۶** کتاب درسی، در ساختار مارپیچی همهٔ پیوندهای هیدروژنی بین گروه‌های کربوکسیل و آمین، فقط در داخل ساختار می‌توانند تشکیل شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: گروه یا بخشی که ساختار سوم پروتئین‌ها را شکل می‌دهد گروه **R** آمینواسیدهای آبگریز است. با توجه به شکل **۱۷** صفحهٔ **۱۶** کتاب درسی، در ساختار مارپیچی گروه‌های **R** می‌توانند هم به سمت خارج ساختار قرار گیرند و هم در داخل ساختار.

گزینهٔ «۲»: گروه یا بخشی که بخش‌های دیگر، چهار ظرفیت آن را پر می‌کنند، کربن مرکزی آمینواسید است. با توجه به شکل **۱۷** صفحهٔ **۱۶** کتاب درسی، در ساختار صفحه‌ای کربن‌های مرکزی می‌توانند در محل‌های تاخوردگی قرار گیرند.

گزینهٔ «۴»: گروه یا بخشی که منجر به تولید مولکول آب می‌شوند گروه کربوکسیل یا آمین آمینواسید است. با توجه به شکل **۱۷** صفحهٔ **۱۶** کتاب درسی، در ساختار صفحه‌ای پیوند هیدروژنی بین ۲ بخش مختلف یک زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی تشکیل می‌شود. (نه دو زنجیره!)

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۲۰– گزینهٔ «۱» *(پژمان یعقوبی)*

موارد «الف»، «ب» و «د» درست بیان شده است. بررسی همهٔ موارد:

الف) مطابق شکل کتاب، آخرین آمینواسید این زنجیرهٔ پپتیدی،$COOH$ آزاد دارد و عامل آمین آن جهت شرکت در پیوند کووالانسی یک اتم H از دست می‌دهد.

ب) همهٔ رشته‌های پلی‌پپتیدی، دارای دو آمینواسید در دو انتها با گروه‌های متفاوت هستند؛ اولین آمینواسید دارای گروه آمینی و آخرین آمینواسید دارای گروه کربوکسیل است.

ج) گروه **R** در آمینواسیدهای مختلف، متفاوت است و ویژگی‌های منحصربه‌فرد هر آمینواسید به آن بستگی دارد.

د) گروه **R** در هر آمینواسیدی تنها از طریق یک پیوند آن هم از نوع اشتراکی به کربن مرکزی آمینواسید متصل می‌شود.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

زیست شناسی پایه

۲۱– گزینهٔ «۲» *(سید امیر هاشمی‌مسینی)*

در دم عادی همانند دم عمیق، به دنبال افزایش حجم قفسهٔ سینه، حجم شش‌ها نیز به دلیل داشتن ویژگی پیروی از حرکات قفسهٔ سینه افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: تنها در هنگام بازدم عمیق، ماهیچه‌های ناحیهٔ شکم منقبض می‌شود. دقت داشته باشید که فشار مایع جنب در هنگام دم، کاهش و در هنگام بازدم، افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: در دم عادی همانند دم عمیق، ماهیچهٔ میان‌بند (دیافراگم) منقبض و به حالت مسطح مشاهده می‌شود. به دنبال مسطح شدن و پایین آمدن دیافراگم، بر فشار وارده بر اجزای حفرهٔ شکمی افزوده می‌شود.

نکته: دیافراگم (ماهیچهٔ میان‌بند)، بزرگ‌ترین ماهیچهٔ تنفسی می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: با پایان یافتن دم، بازدم عادی بدون نیاز به پیام عصبی، با بازگشت ماهیچه‌ها به حالت استراحت و نیز ویژگی کشسانی شش‌ها انجام می‌شود. فقط در بازدم عمیق ماهیچه‌های بین‌دنده‌ای داخلی منقبض می‌شوند.

(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲ و ۴۴)

۲۲– گزینهٔ «۳» *(محمدرضا دانشمندی)*

هرچه مقدار هوا درون شش‌ها بیشتر، و حجم شش در قفسه سینه کمتر باشد، فشار هوا درون شش بیشتر است. بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: حداکثر فشار در بازدم عمیق اتفاق می‌افتد. در بازدم شش‌ها در حال کاهش حجم می‌باشند.

گزینهٔ «۲»: هوای باقی‌مانده همواره در شش‌ها وجود دارد. برای مثال در صورت انجام یک بازدم عمیق هوای مرده از مجاری خارج می‌شود.

گزینهٔ «۳»: در هنگام بازدم عمیق کمترین میزان هوا در شش‌ها دیده می‌شود: در تمامی لحظات به دلیل حضور هوای باقی‌مانده در شش‌ها تبادلات گازی انجام می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: پس از بازدم عادی یا عمیق یا در شروع دم عادی هوای جاری درون شش‌ها وجود ندارد؛ در صورت اتمام بازدم عمیق، هوای ذخیره بازدمی در شش‌ها یافت نمی‌شود.

(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲ و ۴۴)

۲۳– گزینهٔ «۳» *(دانیال نوروزی)*

A: بازدم عادی B: بازدم عادی C: دم عادی D: دم عمیق

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مقدار هوای باقی‌مانده ثابت است و با انجام حرکات تنفسی، مقدار آن عوض نمی‌شود.

گزینهٔ «۲»: در نقطهٔ D کمتر از **۴۰۰۰** میلی‌لیتر هوا درشش‌ها وجود دارد.

گزینهٔ «۳»: در نقطهٔ D ماهیچهٔ گردنی در حال انقباض است پس ATP بیش‌تری مصرف می‌کند.

گزینهٔ «۴»: نقطهٔ A بازدم عادی است و در نقطهٔ B هم هوای موجود در دستگاه تنفس در حال تخلیه شدن است، پس فشار مایع جنب در حال افزایش است.

(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۴۰ تا۴۲)

۲۴– گزینهٔ «۲» *(عباس آرایش)*

بررسی موارد:

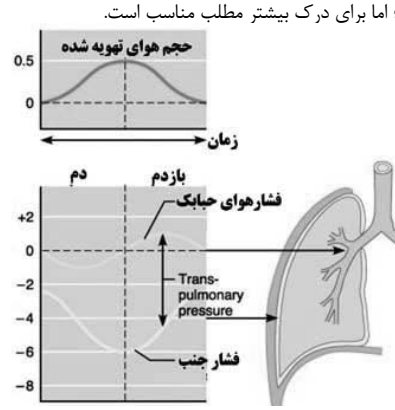
علت نادرستی مورد (الف): در سرفه هوا با فشار همراه با مواد خارجی از دهان و در عطسه از طریق دهان و بینی خارج می‌شود.

علت نادرستی مورد (ب): در افراد سیگاری، سرفه نسبت به عطسه راه مؤثرتری (نه تنها راه مؤثر) برای بیرون راندن مواد خارجی است.

مورد (ج): این مورد برای هر دو فرایند صادق است.
علت نادرستی مورد (د): با توجه به شکل ۱۵ کتاب درسی در فصل ۳ دهم، در زمان عطسه ممکن است فرد برای لحظه‌ای چشم‌های خود را به‌صورت غیرارادی ببندد.
(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحهٔ ۴۴)

۲۵– گزینهٔ «۲»
(محمدمهدی روزبهانی)

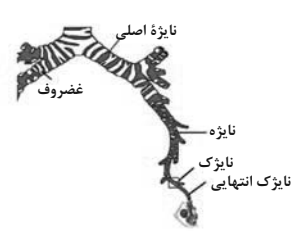
در بین دو لایهٔ پردهٔ جنب نوعی مایع وجود دارد که فشار این مایع نسبت به جو همیشه کمتر می‌باشد ؛ درواقع نوعی فشار مکشی یا منفی در آن وجود دارد؛ تا سبب شود همواره حجم هوای باقی مانده درون حبابک‌ها مشاهده شود.
حداقل میزان این فشار مکشی در زمان بازدم(مخصوصاً عمیق) است که کشیدگی روی پردهٔ جنب وجود ندارد و هوا میخواهد از شش‌ها خارج شود و حداکثر میزان فشار مکشی در زمان دم(مخصوصاً عمیق) است. می‌دانیم که در زمان دم، درون حبابک‌ها فشار منفی ایجاد می‌شود تا هوا به درون آن‌ها وارد شود.
نمودار زیر تغییرات فشار جنب و فشار هوای درون حبابک را نشان می‌دهد؛ که البته در کتاب نمی باشد؛ اما برای درک بیشتر مطلب مناسب است.



بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: در طی بازدم، انقباض عضلات بین دنده‌ای خارجی مشاهده نمی‌شود.
گزینهٔ «۳»: در طی بازدم، ورود حجم هوای ذخیرهٔ دمی مشاهده نمی‌شود.
گزینهٔ «۴»: در زمان دم دیافراگم مسطح می‌شود. این گزینه مربوط به زمان قبل از شروع دم است که دیافراگم گنبدی شکل بوده و نیمهٔ راست آن به علت قرارگیری کبد بالاتر است.
(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳ و ۵۹)

۲۶– گزینهٔ «۱»
(سید امیر هاشمی‌حسینی)

نایژه اصلی راست نسبت به نایژهٔ اصلی چپ کوتاه‌تر بوده و دارای قطر بیشتری می‌باشد. سیاهرگ خروجی از طحال با سیاهرگ خروجی از معده یکی می‌شود و سپس به سیاهرگ باب کبدی می‌ریزد. طحال برخلاف نایژه اصلی راست، در سمت چپ بدن قرار گرفته است. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲»: نایژهٔ اصلی چپ نسبت به نایژهٔ اصلی راست، طویل‌تر بوده و دارای قطر کمتری می‌باشد. بخش راست دیافراگم به دلیل نحوهٔ قرارگیری کبد، نسبت به بخش چپ آن در سطح بالاتری واقع شده است.
گزینهٔ «۳»: نایژهٔ اصلی چپ نسبت به نایژه اصلی راست، طویل‌تر بوده و دارای قطر کمتری می‌باشد. معده بزرگ‌ترین اندام کیسه‌ای‌شکل لولهٔ گوارش است که بخش اعظم آن در نیمهٔ چپ بدن قرار گرفته است.
گزینهٔ «۴»: نایژهٔ اصلی راست نسبت به نایژهٔ اصلی چپ، کوتاه‌تر بوده و دارای قطر بیشتری می‌باشد. بزرگ‌ترین لوب در ساختار شش چپ، قرار دارد.



(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۸، ۲۰، ۲۷، ۳۶، ۳۷، ۴۰، ۴۱ و ۶۰)

۲۷– گزینهٔ «۴»
(محمدرضا دانشمندی)

بررسی گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: در نوزادان زودرس یاخته نوع ۱ و ۲ هر دو به‌وجود آمده‌اند.
گزینهٔ «۲ و ۳»: در «بعضی از» نوزادان زودرس ترشح عامل سطح فعال به مقدار کافی رخ نمی‌دهد، نه همهٔ آن‌ها! پس اختلال تنفسی در همهٔ نوزادان زودرس رخ نمی‌دهد.
گزینهٔ «۴»: یاخته‌های سنگ‌فرشی موجود در دیوارهٔ مویرگ و دیوارهٔ حبابک نقش اصلی را در مبادلهٔ دوطرفهٔ گازها برعهده دارند.
(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۳۷، ۳۸ و ۴۲)

۲۸– گزینهٔ «۳»
(محمدعلی میدری)

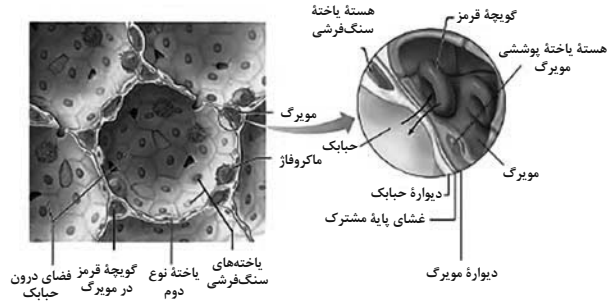
منظور از گازهای قابل انتقال به کمک گویچه‌های قرمز خونی، کربن دی‌اکسید، اکسیژن و گاز کربن مونوکسید می‌باشد.
اکسیژن و کربن مونوکسید غیرقابل انتقال به‌صورت یون بیکربنات می‌باشند. با توجه به اینکه در خون فرد گویچه‌های قرمز خونی به میزان زیادی مشاهده می‌شوند، امکان دارد که در برخی از گویچه‌های قرمز، گاز کربن مونوکسید به هموگلوبین متصل شده باشد و در برخی دیگر از گویچه‌های قرمز، مولکول اکسیژن به هموگلوبین متصل شده باشد و در این صورت امکان مشاهدهٔ اکسیژن و کربن مونوکسید به‌صورت همزمان در اتصال با هموگلوبین وجود دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: ترکیب‌های کربن‌دار با قابلیت اتصال به هموگلوبین، کربن مونوکسید و کربن دی‌اکسید می‌باشند. دقت داشته باشید که کربن مونوکسید جایگاه اختصاصی جهت اتصال به هموگلوبین نداشته و به‌طور مشترکی با مولکول اکسیژن، به جایگاه یکسانی متصل می‌شود.
گزینهٔ «۲»: محلول آب آهک در حالت طبیعی به‌صورت بی‌رنگ بوده و گاز کربن دی‌اکسید سبب تغییر رنگ آن می‌شود. بخشی از کربن دی‌اکسید موجود در خون به جهت ترکیب با آب به جایگاه فعال کربنیک‌انیدراز وارد می‌شود.
گزینهٔ «۴»: مولکول کربن دی‌اکسید سبب زردرنگ شدن محلول برم تیمول‌بلو می‌شود. دقت داشته باشید که بخشی از مولکول‌های کربن دی‌اکسید جهت دور شدن (نه نزدیک شدن!) از بافت‌های بدن به ساختار هموگلوبین متصل می‌شود.
(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۳۵ و ۳۹)

۲۹– گزینهٔ «۲»
(امیرحسین بهروزی‌فرد)

در مخاط دیوارهٔ نای، سه نوع یاختهٔ مختلف مشاهده می‌شود : استوانه‌ای مژکدار، استوانه‌ای بدون مژک و یاخته‌های کوچک قاعده‌ای. یاخته‌های استوانه‌ای مژکدار فراوان ترین یاخته‌ها هستند. این یاخته‌ها برخلاف دو نوع دیگر دارای زوائد رأسی رشته مانندی به نام مژک در سطح خود هستند. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: دقت کنید سایر یاخته‌ها نیز دارای اتصال فیزیکی با سایر یاخته‌های پوششی مجاور خود هستند؛ زیرا همگی یاختهٔ پوششی هستند و به هم اتصال دارند.
گزینهٔ «۳»: همهٔ این یاخته‌ها در تماس با غشای پایه قرار دارند.
گزینهٔ «۴»: یاخته‌های استوانه‌ای بدون مژک همانند یاخته‌های استوانه‌ای مژکدار، در تماس با ترشحات مخاطی که حاوی آنزیم لیزوزیم هستند، قرار دارند.
(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۵، ۲۰، ۳۵ و ۳۶)

۳۰– گزینهٔ «۴»
(سید امیر هاشمی‌حسینی)

مطابق شکل ، یاخته‌های اول در مجاور هم قرار گرفته و به‌هم متصل هستند. این یاخته‌ها همانند سایر یاخته‌های زنده دارای انواعی از آنزیم‌های مختلف می‌باشند و می‌توانند موادی مانند کربن دی‌اکسید را به خون وارد کنند. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: مطابق شکل ، در سطح یاخته‌های نوع دوم زوائد متعددی وجود دارد. اما یاخته‌های نوع ۱ در تشکیل منافذ در کیسه‌های حبابکی نقش دارند.
گزینهٔ «۲»: یاخته‌های نوع اول، سنگفرشی و فراوان‌تر هستند. **اغلب** یاخته‌های نوع اول دارای غشای پایهٔ مشترکی با یاخته‌های پوششی دیوارهٔ مویرگ‌ها می‌باشند.
گزینهٔ «۳»: یاخته‌های نوع دوم، با ظاهری کاملاً متفاوت، به تعداد خیلی کمتر دیده می‌شود و ترشح عامل سطح فعال را برعهده دارند. عامل سطح فعال باعث نابودی عوامل بیگانه نمی‌شود و این مورد به‌وسیلهٔ درشت‌خوارهای موجود در حبابک صورت می‌گیرد. درشت‌خوارها را جزء یاخته‌های دیوارهٔ حبابک، طبقه‌بندی نمی‌کنند.



(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۳۴، ۳۷ و ۳۸)

۳۱– گزینهٔ «۴»

(جواد اباذرلو)

نایدیس‌ها لوله‌های منشعب و مرتبط به‌هم هستند که از طریق منافذ سطحی بدن با بیرون ارتباط دارند. حشرات چنین تنفسی دارند. در این جانوران، دستگاه گردش مواد نقشی در انتقال گازهای تنفسی ندارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در مهره‌داران خشکی‌زی، شش‌ها جایگزین آبشش‌ها شده‌اند. اما دقت کنید بعضی جانوران مانند دوزیستان بالغ علاوه بر شش‌ها، از پوست خود نیز به عنوان ساختار تنفسی استفاده می‌کنند.

گزینهٔ «۲»: آبشش‌های غیرپراکنده و متمرکز در ماهیان بالغ و نوزاد دوزیستان و تعدادی از بی‌مهرگان وجود دارد. برای مثال جهت حرکت خون در مویرگ‌ها و عبور آب از طرفین تیغه‌های آبششی، در ماهی برخلاف یکدیگر است.

گزینهٔ «۳»: کرم خاکی و دوزیستان دارای تنفس پوستی هستند؛ در نتیجه شبکهٔ مویرگی وسیعی در زیرپوست خود دارند که به تبادل گازها کمک می‌کند. مهره‌داران شش‌دار مثل قورباغه سازوکارهایی دارند که باعث می‌شود جریان پیوسته‌ای از هوای تازه در مجاورت سطح تنفسی برقرار شود که به سازوکارهای تهویه‌ای شهرت دارند. مهره‌داران دو نوع سازوکار متفاوت در تهویه دارند؛ مثلاً قورباغه به کمک ماهیچه‌های دهان و حلق، با حرکتی شبیه «قورت دادن» هوا را با فشار به شش‌ها می‌راند؛ به این سازوکار، پمپ فشار مثبت می‌گویند.

(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۳۲– گزینهٔ «۴»

(محمدعلی حیدری)

تنها مورد (الف) عبارت مورد نظر را به‌طور مناسب تکمیل می‌کند.

در مهره‌داران شش‌دار، سازوکار تهویه‌ای پمپ فشار مثبت و پمپ فشار منفی مشاهده می‌شود. در انسان پمپ فشار منفی و در قورباغه سازوکار تهویه‌ای پمپ فشار مثبت مشاهده می‌شود. بررسی همهٔ موارد:

الف) در انسان و قورباغه، هوای حاوی گاز اکسیژن یعنی هوای تهویه‌شده و هوای تهویه‌نشده، در هر دو جاندار از دهان و حلق عبور می‌کنند. دهان و حلق اندام‌هایی از دستگاه گوارش‌اند که هم هوا و هم غذا از آن عبور می‌کند.

ب) در انسان و قورباغه، در هر دو جانور ماهیچه‌ها به ورود هوا به شش‌ها کمک می‌کنند. در انسان ماهیچه‌های ناحیهٔ گردن، هنگام دم عمیق و در قورباغه نیز ماهیچه‌های دهان و حلق به ورود هوا به شش‌ها کمک می‌کنند.

ج) در سازوکار تهویه‌ای پمپ فشار منفی، ابتدا حجم شش‌های جانور افزایش پیدا کرده و در پی آن، هوا به هریک از شش‌های جانور وارد می‌شود؛ اما در سازوکار تهویه‌ای پمپ فشار مثبت در پی انقباض ماهیچه‌ها هوا با فشار به شش‌ها وارد می‌شود. این مورد فقط در ارتباط با پمپ فشار منفی به درستی بیان شده است.

د) در قورباغه، همزمان با **بسته بودن** منافذ بینی، هوا به واسطهٔ انقباض گروهی از ماهیچه‌های دهان و حلق از طریق مجرایی اختصاصی به هریک از شش‌ها جانور وارد می‌شود. در انسان نیز هوا از طریق نای از دهان به شش‌ها وارد می‌شود. (نه به طور مستقیم)

(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۲۰، ۳۵، ۳۶، ۴۰، ۴۱ و ۴۶)

۳۳– گزینهٔ «۱»

(محمدعلی حیدری)

مطابق شکل ۲۳ زیست‌شناسی ۱، که از سطح بالا کیسه‌های هوادار را نشان می‌دهد، کیسه‌های هوادار قرار گرفته بر روی بخشی از شش‌ها، هرکدام دارای حجم بیشتری نسبت به هریک از کیسه‌های هوادار قرار گرفته به موازات نای، می‌باشند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲ و ۴»: تنها کیسهٔ هوادار غیرجفت در پرنده در مجاورت محل تشکیل اولین انشعابات نای قابل مشاهده بوده و در بیشتر بخش‌های خود در سطحی جلوتر از محل دو شاخه شدن نای قابل مشاهده است. دقت داشته باشید که کیسه‌های هوادار به تبادل گازها نپرداخته و هوا را ذخیره می‌کنند.

گزینهٔ «۳»: دقت داشته باشید که کیسه‌های هوادار قرار گرفته در سطحی جلوتر نسبت به شش‌ها به‌طور کلی نسبت به کیسه‌های هوادار قرار گرفته در سطح عقب‌تر شش‌ها، دارای حجم کمتری بوده و اندازهٔ کوچک‌تری دارند.

(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحهٔ ۴۶)

۳۴– گزینهٔ «۴»

(حسن‌علی ساقی)

مژک‌ها با حرکت ضربانی خود، ترشحات مخاطی و ناخالصی‌های به دام‌افتاده درآن را به‌سوی حلق می‌رانند. بنابراین در همهٔ مسیرهای هوایی بالاتر از حلق (بینی) زنش مژک‌ها به سمت پایین است. علاوه بر این در گروهی از مجاری هادی و مبادله‌ای درون شش که از مجرای قبلی خود به سمت بالا منشعب شده‌اند (مانند برخی نایژک‌ها) نیز برای نزدیک کردن ترشحات مخاطی به حلق، زنش مژک‌ها به سمت پایین (به سمت مجرای قبلی خود) است. دقت کنید که در این سوال نباید حبابک‌ها را به حساب آورد زیرا اولاً مجرای تنفسی نیستند و دوماً فاقد مخاط مژکدار هستند. بررسی همهٔ گزینه ها:

۱) فقط دربارهٔ بینی صادق است.

۲) حلق گذرگاهی ماهیچه‌ای است که انتهای آن به یک دوراهی ختم می‌شود: مری و نای، بینی نسبت به حلق بالاتر قرار دارد.

۳) منظور غضروف است که می‌تواند جلوی تغییر قطر مجاری تنفسی را بگیرد. نایژک‌ها فاقد غضروف‌اند.

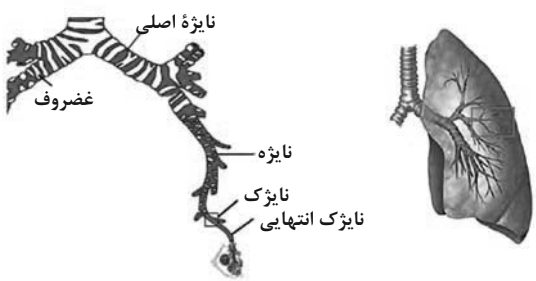
۴) همهٔ مجاری تنفسی به ترشح مادهٔ مخاطی می‌پردازند که درون این ماده آنزیم لیزوزیم وجود دارد.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۵، ۲۰ و ۳۵ تا ۳۷) (زیست‌شناسی ۲، صفحه‌های ۴۳ و ۶۵)

۳۵– گزینهٔ «۱»

(نیما بابامیری)

عبارت اول صورت سوال دقیق مربوط به تیر ۱۴۰۲ است. اما سوال ما در مورد انشعاب طویل‌تر نایژهٔ چپ هست که مطابق شکل واضح است. این انشعاب پایین‌تر از محل دوشاخه شدن نای قرار دارد و در لوب بزرگ‌تر شش چپ قرار می‌گیرد. نایژک‌ها می‌توانند تنگ و گشاد شوند. مورد «د» دقیقاً عبارت کنکور ۱۴۰۲ بود که نادرست است و ربطی به این انشعاب ندارد. این انشعاب ابتدا نایژه‌های کوچکتری ایجاد می‌کنند.



(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحهٔ ۳۷)

۳۶– گزینهٔ «۱»

(نیما شکوهزاده)

سطح درونی بخش هادی دستگاه تنفس در ابتدای بینی از پوست و سپس از مخاط مژکدار تشکیل می‌شود.

هر دو این بافت‌ها، بافت پوششی می‌باشند بنابراین فاصله کمی بین یاخته‌های مجاور آنها وجود دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: طبق شکل ۲ فصل ۳ زیست دهم، ضخامت مادهٔ مخاطی بر روی مخاط مژکدار، یکنواخت نیست.

گزینهٔ «۳»: مژک‌ها با حرکات ضربانی خود ترشحات مخاطی حاوی ناخالصی‌های به دام افتاده در آن را به‌سوی حلق می‌رانند. مخاط مژکدار نایژه‌ها و نایژک‌ها نمی‌توانند مانع ورود ناخالصی‌ها به شش‌ها شوند چون خودشان درون شش قرار دارند.

گزینهٔ «۴»: بعضی از یاخته‌های مخاط مژکدار و همچنین یاخته‌های پوستی فاقد مژک هستند.

(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۵، ۳۵ و ۳۶)

۳۷– گزینهٔ «۱» *(امجد باخته)*

پارامسی و هیدر جاندارانی هستند که به کمک زائده‌های یاخته‌ای خود غذا را از نوعی محیط به درون یاخته(های) خود وارد می‌کنند. بررسی موارد:

الف) در هیدر گوارش ابتدا به‌صورت برون‌یاخته‌ای و به کمک آنزیم‌ها انجام می‌شود و در پارامسی هم گوارش مواد در واکوئول گوارشی به‌واسطهٔ آنزیم‌های لیزوزومی انجام می‌شود.

ب) هم در هیدر و هم در پارامسی به منظور گوارش مواد کیسه‌های غشایی تشکیل می‌شود.

ج) محتویات دفعی در هر دو جاندار از طریق نوعی کیسهٔ غشایی از یاخته خارج می‌شود.

د) پارامسی نوعی آغازی تک‌یاخته‌ای است که تعداد زیادی مژک در سطح خود دارد و هیدر هم در دیوارهٔ خود یاخته‌هایی دارد که دارای ۲ زائده در سطح خود می‌باشند.

(گوارش و جذب مواد) (زیست‌شناسی ۱، صفحهٔ ۳۰)

۳۸– گزینهٔ «۳» *(سید امیر هاشمی‌حسینی)*

بررسی همهٔ موارد:

گزینهٔ ۱) در لولهٔ گوارش ملخ بلافاصله پس از چینه‌دان، پیش‌معده وجود دارد. پیش‌معده دندانه‌هایی دارد که به خرد شدن بیشتر مواد غذایی کمک می‌کند. گوارش شیمیایی مواد در پیش‌معده به‌وسیلهٔ آنزیم‌های ترشح‌شده از معده و کیسه‌های معده صورت می‌گیرد و یاخته‌های پیش‌معده آنزیم‌های گوارشی ترشح نمی‌کنند.

گزینهٔ ۲) در لولهٔ گوارش پرندهٔ دانه‌خوار بلافاصله پس از چینه‌دان، معده وجود دارد. معده در پرندگان دانه‌خوار بخش کوچکی است که در گوارش مکانیکی مواد نقش مؤثری ندارد. سنگریزه‌های موجود در سنگدان، فرایند آسیاب کردن غذا را تسهیل می‌کنند نه معده!

گزینهٔ۳) در لولهٔ گوارش ملخ بلافاصله پیش از چینه‌دان، مری وجود دارد. در دیوارهٔ مری ملخ یاخته‌های ماهیچه‌ای وجود دارد که با انقباض خود مواد غذایی را به جلو می‌راند. در این یاخته‌های ماهیچه‌ای همانند سایر یاخته‌های زنده انواعی از آنزیم‌های مختلف وجود دارد.

گزینهٔ۴) در لولهٔ گوارش پرندهٔ دانه‌خوار بلافاصله پیش از چینه‌دان، مری وجود دارد. ویژگی مطرح شده در قسمت سوم سوال مربوط به خود چینه‌دان می‌باشد.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۳۱ و ۳۴) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۹– گزینهٔ «۴» *(محمدعلی حیدری)*

مطابق فعالیت صفحهٔ ۳۲ در فصل ۲ زیست‌شناسی ۱، گوارش مواد غذایی در نشخوارکنندگان با گرم شدن زمین مرتبط است. در این جانداران گوارش سلولز که در کاغذسازی نیز استفاده می‌شود، در سیرابی آغاز می‌شود. سیرابی بزرگ‌ترین بخش معدهٔ چهارقسمتی نشخوارکنندگان می‌باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در جانوران دارای لولهٔ گوارشی و در پارامسی، راه ورود و خروج مواد غذایی از پیکر جاندار متفاوت است، دقت داشته باشید که در پارامسی گوارش مواد غذایی به‌صورت برون‌یاخته‌ای وجود ندارد.

گزینهٔ «۲»: در جانداران دارای حفرهٔ گوارشی، در پارامسی و در جانداران فاقد گوارش مانند کرم کدو، لولهٔ گوارشی وجود ندارد. دقت داشته باشید که در جانورانی مانند هیدر که حفرهٔ گوارشی دارند، گوارش مواد غذایی به‌صورت برون‌یاخته‌ای و درون‌یاخته‌ای مشاهده می‌شود.

گزینهٔ «۳»: در پرندهٔ‌دانه‌خوار، چینه‌دان و معده به یکدیگر متصل می‌باشند. در این جانور، محل فعالیت سنگریزه‌های بلعیده شده در سنگدان و در محل بالاتری از کبد می‌باشد.

(گوارش و جذب مواد) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۹ و ۳۰ تا ۳۲)

۴۰– گزینهٔ «۲» *(نیما شکورزاده)*

بخش‌های شمارگذاری شده:

۱) نگاری	۲) هزارلا
۳) شیردان	۴) سیرابی

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست است. جذب مواد حاصل از گوارش در رودهٔ جانور صورت می‌گیرد. دقت کنید که در هزارلا آب جذب می‌شود ولی آب محصول گوارش شیمیایی نمی‌باشد.

ب) نادرست است. غذای دوبار جویده شده بعد از ورود به سیرابی و نگاری وارد هزارلا می‌شود.

ج) نادرست است. دقت کنید آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ سلولز توسط میکروب‌ها تولید می‌شود، نه یاخته‌های دیواره معده.

د) درست است. دقت کنید شیردان با ترشح آنزیم‌ها، در گوارش گروهی از کربوهیدرات‌ها نقش دارد. اما نگاری خودش آنزیم تولید نمی‌کند؛ بلکه آنزیم‌های تولید شده توسط میکروب‌ها، به آن وارد می‌شوند و در گوارش نقش دارند.

(گوارش و جذب مواد) (زیست‌شناسی ۱، صفحهٔ ۳۲)

۴۱– گزینهٔ «۱» *(عباس آرایش)*

خون خارج‌شده از گروهی از اندام‌ها، از طریق سیاهرگ باب، ابتدا به کبد و سپس از طریق سیاهرگ‌هایی به قلب برمی‌گردد. طحال، پانکراس، معده، رودهٔ باریک، رودهٔ بزرگ و آپاندیس از جمله اندام‌هایی هستند که در این امر دخیل‌اند. با توجه به اینکه در این سوال ذکر شده است که اندام مدنظر باید خارج از لولهٔ گوارش باشد، تنها طحال و پانکراس مورد قبول هستند. پس باید دنبال گزینه‌ای باشید که وجه‌اشتراک این دو اندام را بیان می‌کند.

با توجه به شکل سیاهرگ باب در کتاب درسی، سیاهرگ خروجی از طحال با شاخه سیاهرگی خارج شده از بخش مقعر معده (اندام کیسه‌ای‌شکل لولهٔ گوارش) و سیاهرگ خروجی از پانکراس با شاخهٔ سیاهرگی خارج شده از بخش محدب آن یکی می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: طحال و بندارهٔ انتهای مری هر دو در سمت چپ بدن مستقرند. اما بخشی از پانکراس در سمت راست و بخشی دیگر در سمت چپ حضور دارد.

گزینهٔ «۳»: طحال و پانکراس هر دو در زیر پردهٔ دیافراگم (مهم‌ترین عضلهٔ تنفسی) قرار دارند، اما توجه داشته باشید که تنها طحال اندام لنفی است.

گزینهٔ «۴»: این گزینه تنها برای پانکراس صحیح است.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۸، ۲۳، ۲۷، ۴۰، ۴۱ و ۶۰)

۴۲– گزینهٔ «۱» *(حمیدرضا فیض‌آبادی)*

منظور صورت سوال یاخته‌های کناری معده، و یاختهٔ ریزپرزدار موجود در پرز رودهٔ باریک است. همهٔ یاخته‌های زندهٔ جانوری دارای اندامک لیزوزوم بوده و در آن آنزیم‌های تجزیه کنندهٔ مواد شیمیایی مانند پروتئین‌ها مشاهده می شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در خصوص یاخته‌های کناری معده صحیح نیست. زیرا این یاخته‌ها برخلاف یاختهٔ دیگر ظاهری کاملا استوانه‌ای ندارند.

گزینهٔ «۳» : در خصوص هیچ‌کدام از یاخته‌های ریزپرز دار رودهٔ باریک و یاخته‌های کناری معده صادق نیست زیرا هستهٔ این یاخته‌ها در مجاورت غشای پایه قرار دارد.

گزینهٔ «۴»: این مورد تنها دربارهٔ یاخته‌های کناری صادق است.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۲۱ تا ۲۳، ۲۵، ۲۷ و ۳۴)
(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴۳– گزینهٔ «۲» *(عباس آرایش)*

تمام یاخته‌های زندهٔ بدن به انرژی نیاز دارند و با توجه به واکنش تولید ATP از گلوکز در ابتدای فصل ۳ دهم، همهٔ این یاخته‌ها، نیازمند آنزیم تجزیه‌کنندهٔ کربوهیدرات برای تولید انرژی لازم برای فعالیت‌های خود هستند.

دقت کنید که در این سوال گفته نشده است که آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ کربوهیدرات توسط یاخته‌های این غدد، ترشح می‌شوند.

علت نادرستی مورد (۱): در غدهٔ معده، یاخته‌های کناری و در غده روده، یاخته‌های ریزپرزدار دارای چین‌خوردگی غشایی‌اند.

علت نادرستی مورد (۳): در دیوارهٔ لولهٔ گوارش، از مری تا مخرج، شبکهٔ یاخته‌های عصبی وجود دارند که تحرک و ترشح را در لولهٔ گوارش تنظیم می‌کند. این شبکه‌ها می‌توانند به‌صورت مستقل از دستگاه عصبی خودمختار فعالیت کنند ولی دستگاه عصبی خودمختار با آنها ارتباط دارد. بنابراین هر دو این غده‌ها می‌توانند مستقیماً تحت تأثیر شبکه‌های یاخته‌های عصبی قرار بگیرند.

علت نادرستی مورد (۴): در غدهٔ معده، سلول‌های کناری، اصلی، ترشح‌کننده مادهٔ مخاطی و در غدهٔ روده، سلول‌های ریزپرزدار، ترشح‌کنندهٔ هورمون سکرتین و ترشح‌کنندهٔ مادهٔ مخاطی وجود دارد.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۱، ۲۱ تا ۲۳، ۲۵، ۲۷، ۲۸ و ۳۴)
(زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۱۸)

۴۴– گزینهٔ «۲» *(مهری ماهری)*

دو هورمون گاسترین و سکرتین، هورمون‌های ترشح‌شده از لولهٔ گوارش یک فرد هستند. ویژگی اول این گزینه، برای هر دو هورمون صحیح است. چرا که با کاهش گاسترین، پپسینوژن کاهش‌یافته و تجزیهٔ پروتئین‌ها مختل می‌شود. همین‌طور با کاهش سکرتین، ترشح بیکربنات کاهش‌یافته و فضای رودهٔ باریک برای فعال شدن

آنزیم‌ها به حد کافی قلیایی نمی‌شود. پس تجزیهٔ مولکول‌های زیستی مختل می‌شود. اما ویژگی دوم این گزینهٔ، تنها برای هورمون سکرتین صحیح می‌باشد. کاهش سکرتین، دیوارهٔ رودهٔ باریک را در برابر اسید معده آسیب‌پذیر می‌کند. پس دو ویژگی این عبارت، تنها برای یکی از هورمون‌ها صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: سکرتین، فعالیت پانکراس (خارج از لولهٔ گوارش) را تغییر می‌دهد، اما فقط بر روی ترشح بیکربنات مؤثر می‌باشد، نه بر ترشح آنزیم‌های گوارشی.

گزینهٔ «۳»: گاسترین فعالیت یاخته‌های اصلی و کناری معده را تغییر می‌دهد اما تنها بر روی ترشح پپسینوژن (پیش‌ساز پروتئازها) مؤثر می‌باشد یعنی موجب افزایش ترشح پیش‌ساز آنزیم می‌شود نه خود آنزیم فعال.

گزینهٔ «۴»: هر دو هورمون، از نوعی اندام گوارشی (معده و روده) ترشح می‌شوند. گاسترین با افزایش ترشح اسید معده، pH معده را کاهش داده و سکرتین با تحریک ترشح بیکربنات از پانکراس، pH روده را افزایش می‌دهد. این دو ویژگی برای هر دو هورمون صحیح می‌باشد.

(گوارش و جذب مواد) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۸ تا ۱۰، ۲۱، ۲۳، ۲۷ و ۲۸)

۴۵– گزینهٔ «۲»

(محمدرضا دانشمندی)

با توجه به چین‌های حلقوی موجود در ساختار نشان داده شده، ساختار مربوط به رودهٔ باریک است و مورد ۱ نشان‌دهندهٔ صفاق و مورد ۲ نشان‌دهندهٔ لایهٔ ماهیچه‌ای حلقوی است.

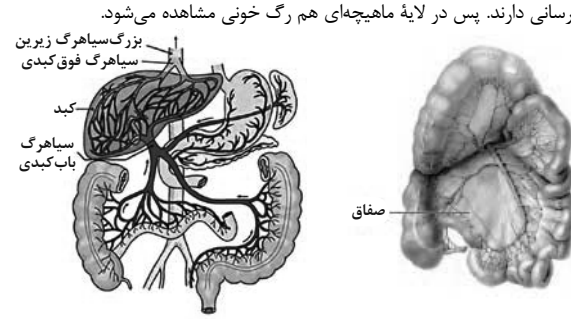
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در رودهٔ باریک، ماهیچه‌ها همگی از نوع ماهیچهٔ صاف و تک‌هسته‌ای می‌باشند.

گزینهٔ «۲»: طبق شکل‌های زیر، رگ‌های رودهٔ باریک می‌توانند با رگ‌های کولون بالارو انشعابات مشترکی داشته باشند.

گزینهٔ «۳»: صفاق اندام‌های موجود در حفرهٔ شکمی را به‌هم مرتبط می‌کند، نه فقط اندام‌های گوارشی.

گزینهٔ «۴»: سلول‌های ماهیچه‌ای نیز برای عملکرد صحیح و تأمین انرژی مورد نیاز به خون‌رسانی دارند. پس در لایهٔ ماهیچه‌ای هم رگ خونی مشاهده می‌شود.



(گوارش و جذب مواد) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۸، ۱۹، ۲۱، ۲۵، ۲۷ و ۲۸)

۴۶– گزینهٔ «۲»

(محمدحسن بیکی)

فقط مورد «ب» صحیح است.

مری و نای اندام‌های طویل لوله‌ای‌شکل هستند که با حلق در ارتباط‌اند. دومین لایه از بیرون در مری بافت ماهیچه‌ای و در نای بافت غضروفی ماهیچه‌ای است که تمامی این بافت‌ها یاخته‌هایی دارند که مواد زائد خود را به خون وارد می‌کنند. بررسی سایر موارد:

الف) منظور سوال حفرهٔ داخلی نای و مری است که این حفره در نای به‌خاطر وجود لایهٔ پیوندی غضروفی قابلیت تغییر اندازه چندانی ندارد اما در مری بسته به اندازه لقمهٔ غذایی می‌تواند تغییر کند.

ج) این عبارت در مورد مری درست است اما هیچ‌یک از قسمت‌های نای توسط صفاق پوشانده نمی‌شود.

د) اگر به شکل ۴ فصل سوم دقت کنید می‌بینید که غدد ترشحی در فاصله‌های منظم و یکسانی از یکدیگر قرار نگرفته‌اند.

(تبادلات گازی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰، ۳۶ و ۳۷)

۴۷– گزینهٔ «۳»

(محمدمهدی روزبهانی)

در بیماری سلیاک یاخته‌های رودهٔ باریک تخریب می‌شوند؛ در این بیماری پرزها و ریزپرزها تخریب می‌شوند؛ می‌دانیم در پرز علاوه بر بافت پوششی سطحی، بافت پیوندی مخاط نیز وجود دارد.پس در سلیاک همهٔ این یاخته‌ها می‌توانند تخریب شوند. ویژگی مشترک همهٔ این یاخته‌ها این است که توسط شبکهٔ مویرگی مجاور خود تغذیه می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ«۱» : این مورد تنها دربارهٔ یاخته‌های ریزپرزدار رودهٔ باریک صادق است.

گزینهٔ «۲» : برخی از یاخته(ها) درون پرز هستند و یا در ساختار غدد روده شرکت می‌کنند.

گزینهٔ«۴» : این مورد تنها دربارهٔ یاخته‌های پوششی سطحی مخاط صادق است و دربارهٔ بافت پیوندی سست در مخاط صادق نیست.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۵، ۱۸، ۱۹، ۲۵، ۳۴، ۵۵ و ۵۷)

۴۸– گزینهٔ «۳»

(محمدمهدی روزبهانی)

مطابق شکل کتاب درسی، خون سیاهرگی رودهٔ بزرگ به دو انشعاب سیاهرگ باب کبدی تخلیه می‌شود. امّا خون سیاهرگی رودهٔ باریک به یک انشعاب قطورتر سیاهرگ باب تخلیه می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ«۱» : اگر به شکل‌های کتاب درسی توجه کنید، می‌بینید که در دیوارهٔ رودهٔ بزرگ، چین خوردگی‌های قابل مشاهده است که از نمای بیرونی دیده می‌شوند و حالت اتاقک اتاقک دارد؛ اما چین خوردگی‌های رودهٔ باریک درونی هستند و از نمای بیرونی مشاهده نمی‌شود.

گزینهٔ «۲» : سرعت حرکات کرمی شکل در رودهٔ بزرگ نسبت به رودهٔ باریک آهسته‌تر است.

گزینهٔ«۴» : بخشی از رودهٔ بزرگ همانند بخشی از رودهٔ باریک در مجاورت پانکراس و معده قرار دارند. هردو اندام فوق، پروتئازهای غیرفعال ترشح می‌کنند.

(گوارش و جذب مواد) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۹، ۲۱ تا ۲۳ و ۲۵ تا ۲۷)

۴۹– گزینهٔ «۳»

(محمدمهدی روزبهانی)

طبق متن کتاب درسی، وزن هر فرد به تراکم تودهٔ استخوانی، مقدار بافت ماهیچه‌ای و چربی بستگی دارد. همهٔ این بافت‌ها، یاخته‌های زنده دارند و طبق شکل کتاب درسی، یاخته‌های زنده در ساختار غشای اطراف خود دارای منافذی برای عبور مواد می‌باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ«۱» : این مورد فقط برای بافت چربی و استخوان صادق است و برای بافت ماهیچه‌ای نادرست است.

گزینهٔ «۲» : این مورد دربارهٔ همهٔ این بافت‌ها درست است؛ زیرا در طی واکنش تنفس یاخته‌ای، بخشی از انرژی گلوکز به صورت گرما آزاد می‌شود. (این مورد یکی از ویژگی‌های حیات است.)

گزینهٔ«۴» : همهٔ این بافت‌ها یاخته‌های زنده دارند و در نتیجه برای انجام تنفس یاخته‌ای نیازمند قند گلوکز هستند.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۷، ۱۲، ۱۵، ۱۶، ۲۸ و ۳۴)

۵۰– گزینهٔ «۳»

(محمدعلی حیدری)

لوزالمعده، محل تولید متنوع‌ترین آنزیم‌های مؤثر در گوارش مواد غذایی می‌باشد. سیاهرگ خارج‌کنندهٔ خون تیرهٔ خروجی از لوزالمعده، به رگ خارج‌کنندهٔ خون از قوس بزرگ معده وارد می‌شود. معده اندامی است که اسید به لولهٔ گوارش اضافه می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: منظور طحال است. خون خروجی از طحال، از سطح پشتی معده عبور کرده و به همراه خون خروجی از قوس کوچک‌تر معده به سیاهرگی مشترک وارد می‌شوند. معده دارای ضخیم‌ترین لایهٔ ماهیچه‌ای در لولهٔ گوارش می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: معده، اندام گوارشی کیسه‌ای‌شکل و محل شروع گوارش پروتئین‌ها می‌باشد. خون خروجی از خمیدگی بزرگ‌تر معده، در سطحی پایین‌تر از بندارهٔ پیلور به انشعاب سیاهرگ باب کبدی وارد می‌شود.

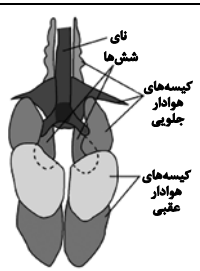
گزینهٔ «۴»: اندام‌های لنفی در حفرهٔ شکمی عبارت‌اند از: طحال در سمت چپ و آپاندیس در سمت راست، از طرفی بالاترین بخش پانکراس به سمت چپ بدن متمایل می‌باشند. خون خروجی از آپاندیس در سمت راست پیش از ورود به انشعاب اصلی سیاهرگ باب کبدی، با خون رودهٔ باریک ادغام می‌شود.اما دقت داشته باشید که آپاندیس در سمت راست بدن قرار گرفته و به همین علت این گزینه غلط است.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۸، ۲۰ تا ۲۳، ۲۶، ۲۷، ۴۰، ۴۱ و ۶۰)

شیوهٔ تنفس	کدام گروه جانداران	مثال کتاب	توضیحات و نکات
ندارد!	تک‌یاخته‌ای‌ها و برخی بی‌مهرگان	هیدر و تک‌یاخته‌ای‌ها	در پرسلولی‌هایی که در این گروه قرار می‌گیرند، همهٔ یاخته‌ها با محیط تبادلات گازی و ارتباط دارند به همین دلیل ساختار ویژه‌ای برای تنفس وجود ندارد – تک‌یاخته‌ای‌ها هم واضحاً با محیط ارتباط دارند.
نایدیسی	برخی از بی‌مهرگان	حشرات (ملخ)	لوله‌های منشعب و مرتبط به‌هم هستند که از طریق منافذ تنفس به خارج راه دارند. ابتدای نایدیس‌ها برخلاف انتهای آنها منفذ دارد – تنها انشعابات انتهایی نایدیس‌ها دارای مایع هستند و کنار همهٔ یاخته‌های بدن قرار می‌گیرند – در این روش تنفس، دستگاه گردش مواد نقش در انتقال گازهای تنفسی ندارد – اولین انشعابات نایدیس‌ها الزاماً قطورترین انشعاب آنها نیست – انشعابات انتهایی نایدیس‌ها ساختار متفاوتی با انشعابات قبلی دارند.
پوستی	برخی از مهره‌داران و برخی از بی‌مهرگان	دوزیستان بالغ (قورباغه) و کرم خاکی	شبکه‌های مویرگی فراوان در زیرپوست قرار دارد – لازمهٔ تنفس پوستی رطوبت پوست است
آبششی	برخی مهره‌داران و برخی بی‌مهرگان	ماهی و نوزاد دوزیست (قورباغه نوزاد) و سخت‌پوستان و ستارهٔ دریایی	ساده‌ترین آبشش‌ها، برجستگی‌های کوچک و پراکندهٔ پوستی هستند مانند ستارهٔ دریایی – در ستارهٔ دریایی، گازهای تنفس برای رسیدن به مایعات درون کانال‌های زیرپوستی باید از دو لایهٔ یاخته‌ای بگذرند، یک لایه پوست را می‌سازد و یک لایه کانال‌های زیر پوست را – در محل تبادلات گازی سازندهٔ پوست از لایهٔ دیگر قطورتر است – در بی‌مهرگان دیگر مثل سخت‌پوستان آبشش‌ها به نواحی خاص از بدن محدود می‌شوند. در ماهی‌ها، چندین تیغهٔ آبششی یک رشتهٔ آبششی را می‌سازند و چندین رشتهٔ آبششی به یک کمان آبششی متصل‌اند و هر طرف بدن چند کمان آبششی وجود دارد. جهت حرکت آب از بین تیغه‌ها برخلاف جهت حرکت خون شبکه‌های مویرگی درون تیغه‌هاست – آب از دهان ماهی وارد می‌شود و از طریق آبشش‌ها خارج می‌شود. هر رشتهٔ آبشش یک انشعاب از سرخرگ شکمی و یک انشعاب از سرخرگ پشتی دارد که سرخرگ پشتی که حاوی خون روشن است خون را از کمان آبشش جابه‌جا می‌کند آب از بین تیغه‌ها همواره به سمت خون تیره می‌رود و ممکن است جهت حرکت آب بین تیغه‌های مختلف، با هم فرق داشته باشند.
ششی	برخی مهره‌داران و برخی بی‌مهرگان	مهره‌داران (به‌جز ماهی‌ها و نوزاد دوزیستان) و بی‌مهرگانی مثل حلزون	در مهره‌داران شش‌دار (نه حلزون یا هر مهره‌داری) ساز وکار و تهویه‌ای وجود دارد. — فشار مثبت در قورباغه بالغ: به کمک ماهیچه‌های دهان و حلق – حرکتی شبیه قورت دادن هنگامی‌که بینی باز است و هوا به حفرهٔ دهانی وارد می‌شود، حجم این حفره از شش‌ها بیشتر است ولی پس از بسته شدن بینی هوا با فشار وارد شش‌ها می‌شود و حجم شش‌ها از حفرهٔ دهانی بیشتر می‌شود. فشار منفی در انسان و پرندگان: هوا به‌وسیلهٔ مکشی حاصل از فشار منفی قفسه سینه به شش‌ها وارد می‌شود. پرندگان به علت پرواز به اکسیژن بیشتری نیاز دارند به همین دلیل ساختارهایی به‌نام کیسه‌های هوادار دارند که کارایی تنفس آنها را نسبت به پستانداران افزایش می‌دهد.

نکات مرتبط با کیسه‌های هوادار پرندگان

نکتهٔ کنکور: پرندگان دیافراگم ندارند – پرندگان ۹ کیسهٔ هوادار دارند، ۵ کیسهٔ جلویی و ۴ کیسهٔ عقبی کیسه‌های هوادار در تبادلات گازی نقش مؤثری دارند ولی خودشان به‌طور مستقیم توانایی تبادل گازهای تنفسی با خون را ندارند – کیسه‌های عقبی نسبت به کیسه‌های جلویی بزرگ‌تراند – تنها کیسه‌ای که به‌صورت جفت قرار ندارند جزء کیسه‌های جلویی است – کوچک‌ترین کیسه‌های هوادار در اطراف نای قرار دارند و جزء کیسه‌های جلویی‌اند.



شیوهٔ گوارش	نام جانور	توضیحات راجع به برخی فرایندها با بخش‌های مؤثر	برخی نکات باقی‌مانده
واکوئول گوارشی	پارامسی	واکوئول غذایی: دارای توانایی حرکت در سیتوپلاسم – در انتهای حفرهٔ دهان تشکیل می‌شود – لیزوزوم‌ها به آن می‌پیوندند و آنزیم‌های گوارش درون آن ازاد می‌شوند – بزرگ‌ترین تکه‌های غذا در این واکوئل دیده می‌شود. واکوئول گوارشی: دارای توانایی حرکت در سیتوپلاسم – مواد گوارش یاخته از این واکوئول خارج می‌شوند – گوارش اصلی در این واکوئل صورت می‌گیرد. واکوئول دفعی: دارای توانایی حرکت در سیتوپلاسم – حاوی مواد دفعی و گوارش‌نیافته است، به قسمت مشخصی از یاخته به‌نام منفذ دفعی می‌پیوندد.	* واکوئول غذایی توانایی درون‌بری و واکوئول دفعی توانایی برون‌رانی دارد. به علت پیوست غشای لیزوزوم، دو واکوئول دفعی و گوارشی غشای وسیع‌تری نسبت به واکوئول غذایی دارند. * مسیر حرکت واکوئول ها در سیتوپلاسم به علت وجود هسته خط صاف نیست.
حفرهٔ گوارش	هیدر	گوارش برون‌یاخته‌ای: در فضای حفرهٔ گوارشی آغاز می‌شود. در اثر ترشح آنزیم از تعدادی از یاخته‌ها شروع می‌شود. این نوع گوارش نقطهٔ اشتراک با گوارش جانداران دارای لولهٔ گوارش است. گوارش درون‌یاخته‌ای: فقط توسط برخی یاخته «یاخته‌هایی که تاژک دارند» آغاز می‌شوند. یاخته‌هایی که ذرات غذا را دریافت می‌کنند مشابه پارامسی گوارش درون‌یاخته‌ای را انجام می‌دهند.	* هیدر تاژک دارد در حالی‌که پارامسی مژک دارد. * تعدادی از یاخته‌های هیدر با فضای درون حفره ارتباط ندارند. * یاخته‌های تاژک‌دار دو تاژک به سمت درون حفره دارند. * طول تاژک‌های یک یاخته با یاختهٔ دیگر می‌تواند برابر نباشد. * محل ورود و خروج مواد درون حفره یکسان است.
لولهٔ گوارش	ملخ	دهان: محل شروع گوارش شیمیایی (گوارش فیزیکی قبل از دهان و لولهٔ گوارشی توسط آرواره‌ها آغاز می‌شود) و محل دریافت ترشحات غدهٔ بزاقی است. مری: در بخش انتهایی آن چینه‌دان قرار دارد. چند غدهٔ بزاقی در زیر آن قرار دارند. چینه‌دان: غذا را نرم و ذخیره می‌کند –به علت وجود آنزیم‌های بزاقی در آن گوارش شیمیایی دیده می‌شود. حجیم‌ترین بخش لولهٔ گوارش پیش‌معده: در دیوارهٔ آن دندانه وجود دارد و محل پایان گوارش فیزیکی است و به علت دریافت آنزیم‌های معده و کیسه‌های معده گوارش شیمیایی هم دارد. معده: محل جذب مواد گوارش‌یافته و پایان گوارش شیمیایی روده: در ابتدای آن لوله‌ها مالپیگی قرار دارد – به راست‌روده ختم می‌شود. راست‌روده «نه روده» محل جذب آب و یون‌ها	* بلندترین پاهای ملخ پاهای عقبی است. * محل اتصال بال‌ها، بالای چینه‌دان قرار دارد. * منفذ مخرج در انتهای سطح رویی بدن است. * روده در بخش حجیم خود با لوله‌های مالپیگی در ارتباط است. * روده از طریق بخش باریک خود به راست‌روده متصل می‌شود. * ملخ توانایی تولید آنزیم تجزیه‌کنندهٔ سلولز را دارد.
	پرندهٔ دانه‌خوار	مری: با نزدیک شدن به چینه‌دان حجیم می‌شود و انتهای آن چینه‌دان قرار دارد. چینه‌دان: محل نرم و ذخیره شدن مواد غذایی است و حجیم‌ترین بخش لولهٔ گوارش است. معده: بین چینه‌دان و سنگ‌دان قرار دارد و مجاور کبد است. سنگدان: ساختار ماهیچه‌ای دارد و محل ذخیرهٔ سنگ‌ریزه‌هایی است که پرنده می‌بلعد. رودهٔ باریک: بسیار پرپیچ‌وخم است. محل اصلی جذب است- محتویات کبد به آن می‌ریزد. رودهٔ بزرگ: پرندهٔ دانه‌خوار برخلاف ملخ به‌جای راست‌روده، رودهٔ بزرگ دارد.	* نزدیک‌ترین بخش به پای پرندهٔ رودهٔ باریک و نزدیک بخش به پشت آن سنگدان است. * محل اصلی گوارش مکانیکی سنگدان است (کتاب به گوارش شیمیایی اشاره‌ای نکرده است.) * قطر معده و رودهٔ بزرگ از رودهٔ باریک بیشتر است. * در پا ۴ انگشت دارد که پردهٔ بین انگشتان با مرگ برنامه‌ریزی‌شده از بین رفته است.
	گاو و گوسفند	معده: سیرابی: بزرگترین بخش معده است – غذا دو بار از آن عبور می‌کند و محل گوارش ناقص غذاست. نگاری: غذا دوبار از آن عبور می‌کند که هر دو بار را از سیرابی می‌گیرد. هزارلا: یک اتاقک لایه‌لایه است که غذا را تا حدودی آبگیری می‌کند. غذا یک‌بار از آن رد می‌شود. شیردان: محل ادامهٔ گوارش توسط آنزیم‌های خود جانور است و به روده متصل می‌شود. روده: نسبت به سایر قسمت‌ها به‌هم نزدیک‌تر است و محل اصلی جذب است.	* پس از جویدن کامل غذا سیرابی غلظت تودهٔ غذایی را کم و هزارلا غلظت را زیاد می‌کند. * هزارلا و شیردان و روده صرفاً با غذای کامل جویده شده در تماس‌اند ولی سیرابی و نگاری با غذای نیمه‌جویده هم در تماس‌اند. * در رودهٔ باریک گوارش غذا کامل می‌شود و نسبت به شیردان بالاتر است.

ویژگی های سطوح مختلف ساختاری در پروتئین‌ها	ساختار اول	ساختار دوم	ساختار سوم	ساختار چهارم
تشکیل پیوند پپتیدی	✓	×	×	×
تشکیل پیوند هیدروژنی	×	✓	✓	×
تشکیل پیوند اشتراکی	✓	×	✓	×
تشکیل پیوند بین گروه آمینی و کربوکسیل دو آمینواسید	✓	✓	✓	×
دیده شده پیوند اشتراکی	✓	✓	✓	✓
دیده شدن پیوند یونی	×	×	✓	✓
ساختاری که در آن تنها یک نوع پیوند تشکیل می‌شود.	✓	✓	×	×
ساختاری که تنها در آن یک نوع پیوند مشاهده می‌شود.	✓	×	×	×
هریک از زنجیره‌ها به‌صورت یک زیرواحد، تاخورده و شکل خاصی پیدا می‌کنند.	×	×	✓	×
ساختار نهایی هموگلوبین	×	×	×	✓
ساختار نهایی میوگلوبین	×	×	✓	×
وجود برهم‌کنش آبگریز	×	×	✓	✓
نحوهٔ آرایش زیرواحدها	×	×	×	✓
تغییر یک آمینواسید می‌تواند آن را تغییر دهد.	✓	✓	✓	✓
دو نمونهٔ معروف آن مارپیچی و صفحه‌ای است.	×	✓	×	×
گروه‌های R آمینواسیدهای آبگریز در تشکیل آن نقش دارند.	×	×	✓	×
دو یا چند زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی در کنار هم قرار می‌گیرند.	×	×	×	✓
پیوندهایی مشابه پیوندهای موجود در پله‌های ساختار نردبام مانند دنا مشاهده می‌شود.	×	✓	✓	✓
محدودیتی در نوع آمینواسید وجود ندارد.	×	×	×	×
تغییر یک آمینواسید به‌طور حتم روی آن تأثیر می‌گذارد.	✓	×	×	×
همهٔ ساختارهای دیگر به آن بستگی دارند.	✓	×	×	×
پروتئین دارای این ساختار ثبات نسبی دارد.	×	×	✓	×

فیزیک ۳

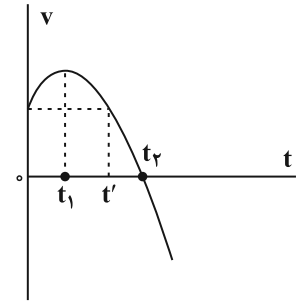
۵۱- گزینهٔ «۴» *(کنکور تجربی ۱۴۰۰ داخل کشور)*

در نمودار سرعت- زمان شتاب متوسط برابر با شیب خطی است که دو نقطه از نمودار را به هم وصل می‌کند و شتاب لحظه‌ای برابر با شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه است. بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 نمودار در حال دور شدن از محور زمان است. بنابراین تندی متحرک در حال افزایش است. (نادرست)

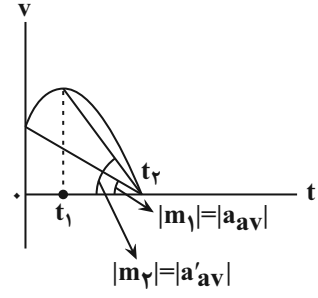
گزینهٔ «۲»: با توجه به اینکه نمودار به صورت سهمی است، اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان در لحظهٔ t_2 بزرگتر از اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ صفر است. (نادرست)

$$|a_{t=0}| \quad |a_{t=t'}| < |a_{t=t_2}|$$



گزینهٔ «۳»: در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، بنابراین شتاب در این بازهٔ زمانی در جهت مثبت محور x است. در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 شیب خط مماس بر نمودار منفی است و در این بازهٔ زمانی شتاب در خلاف جهت محور x است. بنابراین در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 شتاب ابتدا در جهت محور x است و سپس خلاف جهت محور x می‌شود. (نادرست)

گزینهٔ «۴»: مطابق شکل زیر، اندازهٔ شیب خط بین بازهٔ t_1 و t_2 بزرگتر از اندازهٔ شیب بین بازهٔ زمانی صفر تا t_2 است.



$$\xrightarrow{|m_2|>|m_1|} |a'_{av}| > |a_{av}|$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۵۲- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

در بازهٔ ۰ تا ۸s بردار مکان در جهت محور x است و در بازهٔ ۸s تا ۱۰s بردار مکان خلاف جهت محور x است.

در بازهٔ ۰ تا ۱s و همچنین ۳s تا ۵s بردار سرعت در جهت محور x است.

و در بازهٔ ۸s تا ۱۰s بردار سرعت در خلاف جهت محور x است.

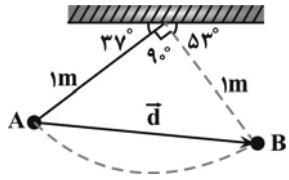
بنابراین در بازه‌های ۰ تا ۱s و ۳s تا ۵s و ۸s تا ۱۰s بردارهای مکان و سرعت هم‌جهت‌اند.

$$\Delta t = (1-0)+(5-3)+(10-8) = 5s$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۴ تا ۱۰)

۵۳- گزینهٔ «۱» *(میلادطاهر عزیزی)*

با توجه به شکل و زوایای داده شده و همچنین با توجه به این‌که آونگ روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B زاویهٔ ۹۰ درجه را طی می‌کند که در این حالت مسافت طی‌شده برابر یک چهارم محیط دایره و اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر وتر مثلث قائم‌الزاویه است. با توجه به اینکه طول آونگ ۱ متر است، جابه‌جایی آونگ برابر است با:



$$d = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}m$$

$$\text{مسافت} \quad \ell = \frac{1}{4}\times(2\pi\times r) \xrightarrow[\pi=3]{r=1m} \ell = \frac{1}{4}\times 2\times 3\times 1 = 1/5m$$

اکنون با داشتن اندازهٔ جابه‌جایی، با استفاده از رابطه‌های تندی متوسط و سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_{av} = \dfrac{d}{\Delta t} \\ s_{av} = \dfrac{\ell}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{d}{\ell} \xrightarrow{s_{av}=0/5\frac{m}{s}} \frac{v_{av}}{0/5} = \frac{\sqrt{2}}{1/5} \Rightarrow v_{av}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3}\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۵۴- گزینهٔ «۴» *(صالح خومن‌بهبهت)*

در بازهٔ زمانی ۳s تا ۱۱s که شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان منفی است، سرعت منفی است و در بازهٔ زمانی ۷s تا ۱۳s که مکان‌های متحرک منفی است، بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x می‌باشد، بنابراین با محاسبهٔ اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده در بازه‌های زمانی فوق می‌توان نوشت:

$$\Delta x = -12-18 = -30 \Rightarrow |\Delta x| = 30m$$

$$\ell \quad |-12-0|+|-9-(-12)| = 12+3 = 15m$$

اکنون نسبت $\dfrac{|v_{av}|}{s_{av}}$ را می‌یابیم:

$$\frac{|v_{av}|}{s_{av}} \quad \frac{\frac{|\Delta x|}{\Delta t}}{\frac{\ell}{\Delta t'}} \xrightarrow[\Delta t'=13-7=6s]{\Delta t=11-3=8s} \frac{|v_{av}|}{s_{av}} = \frac{\frac{30}{8}}{\frac{15}{6}} = \frac{3}{2} = 1/5$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۵۵- گزینهٔ «۳» *(میلادطاهر عزیزی)*

آ) نادرست است. متحرک دو بار در لحظه‌های t_1 ۳s و t_2 ۶s تغییر جهت داده است. در این لحظه‌ها، شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان که معرف سرعت متحرک است، صفر شده و بعد از آن لحظه‌ها علامت سرعت تغییر کرده است.

ب) نادرست است. با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط برای بازهٔ زمانی صفر تا ۳s داریم:

$$v_{av} \quad \frac{x_{3s}-x_0}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=3-0=3s]{x_{3s}=2m,\, x_0=-2m} v_{av} = \frac{2-(-2)}{3} = \frac{4}{3}\frac{m}{s}$$

و برای ۳ ثانیهٔ دوم(بازهٔ زمانی $t_1=3s$ تا $t_2=6s$) داریم:

$$v'_{av}=\frac{x_{6s}-x_{3s}}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=6-3=3s]{x_{6s}=-1m,\,x_{3s}=2m} v'_{av}=\frac{-1-2}{3}=-1\frac{m}{s}$$

در آخر داریم:

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}}=\frac{\frac{4}{3}}{-1}=-\frac{4}{3}$$

پ) نادرست است. به‌طور کلی، وقتی متحرک در حال حرکت باشد، هیچ‌گاه تندی متوسط صفر نمی‌شود. دقت کنید، در بازهٔ زمانی $t=1s$ تا $t=5s$، سرعت متوسط صفر است.

ت) درست است. متحرک در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=5s$ از مبدأ مکان عبور کرده است. دقت کنید، در لحظهٔ $t=7s$ متحرک به مبدأ مکان رسیده است، اما از آن عبور نمی‌کند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۵۶- گزینهٔ «۳»

(عطاله شادآباد)

آ) درست است. با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط برای بازهٔ زمانی $t_1=1s$ تا $t_3=4s$ به‌صورت زیر مکان x_3 را می‌یابیم:

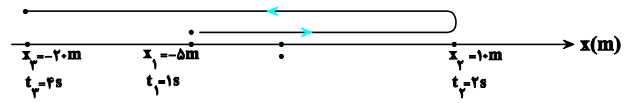
$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=4-1=3s]{\vec{v}_{av}=(-5\frac{m}{s})\vec{i}}(-5\frac{m}{s})\vec{i}=\frac{\Delta\vec{x}}{3s}$$

$$\Rightarrow \Delta x=(-15m)\vec{i}\Rightarrow \Delta x=-15m$$

$$\Delta x=x_3-x_1\xrightarrow[\Delta x=-15m]{x_1=-5m}-15=x_3-(-5)\Rightarrow x_3=-20m$$

ب) نادرست است. چون مکان تغییر جهت مشخص نیست، نمی‌توان مسافت طی‌شده را به‌صورت قطعی تعیین کرد. به عنوان مثال، اگر متحرک در لحظهٔ $t=2s$ و در مکان $x_2=10m$ تغییر جهت دهد، مسافت طی‌شده برابر $45m$ است و اگر در مکان‌های $x>10m$ تغییر جهت دهد، $\ell>45m$ خواهد بود. به شکل زیر توجه کنید.

$$\ell=|x_2-x_1|+|x_3-x_2|=|10-(-5)|+|-20-10|=45m$$



پ) درست است. بنا به رابطهٔ $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$ داریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=4-1=3s]{\ell=45m}s_{av}=\frac{45}{3}=15\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{\ell\geq 45m}s_{av}\geq 15\frac{m}{s}$$

ت) نادرست است. ممکن است متحرک در مکان‌های $x>10m$ تغییر جهت داده باشد.

ث) نادرست است. در قسمت الف x_3 را تعیین کردیم.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۵۷- گزینهٔ «۴»

(میلاد طاهرعزیزی)

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست است. زیرا در این بازهٔ زمانی شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است، لذا اندازهٔ سرعت لحظه‌ای در حال کاهش می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: نادرست است. زیرا تغییر جهت متحرک در لحظه‌ای است که سرعتش صفر شود و علامت آن تغییر کند. در لحظهٔ t_1 مکان متحرک صفر می‌شود. به‌طور کلی این متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، هرچند در لحظهٔ t_2 سرعتش صفر می‌شود.

گزینهٔ «۳»: نادرست است. مبدأ حرکت مکانی است که متحرک از آن مکان شروع به حرکت کرده است. با توجه به نمودار، متحرک در هیچ بازهٔ زمانی به مکان اولیه خود نزدیک نمی‌شود.

گزینهٔ «۴»: درست است. هرگاه متحرکی در مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند، اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده آن برابر است. لذا تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط نیز با هم برابر خواهند بود. چون متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط آن با هم برابر است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

۵۸- گزینهٔ «۲»

(میلاد طاهرعزیزی)

ابتدا اندازهٔ سرعت متوسط متحرک را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، ثانیهٔ ششم بازهٔ زمانی $t_1=5s$ تا $t_2=6s$ است که متحرک در این لحظه‌ها به ترتیب در مکان‌های $x_1=5m$ و $x_2=3m$ است.

$$v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{3-5}{6-5}=-2\frac{m}{s}\Rightarrow |v_{av}|=2\frac{m}{s}$$

اکنون تندی متوسط را برای کل زمان حرکت $(10s)$ می‌یابیم. متحرک در مدت $\Delta t=10s$ مسافت $\ell=20m$ را طی کرده است. بنابراین داریم:

$$\ell=|7-0|+|2-7|+|10-2|=20m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{20}{10}=2\frac{m}{s}$$

$$\frac{|v_{av}|}{s_{av}}=\frac{2}{2}=1$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۵۹- گزینهٔ «۲»

(مریم شیخ‌ممو)

چون در لحظهٔ $t=4s$ شیب خط مماس بر نمودار مثبت می‌باشد، سرعت در این لحظه مثبت و برابر $v_{4s}=4\frac{m}{s}$ است. از طرف دیگر، چون شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در لحظهٔ $t_1=6s$، صفر می‌باشد، سرعت در این لحظه صفر خواهد بود. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$a_{av}=\frac{v_{6s}-v_{4s}}{t_2-t_1}\xrightarrow[t_1=4s,\,t_2=6s]{v_{6s}=0,\,v_{4s}=4\frac{m}{s}}a_{av}=\frac{0-4}{6-4}=-2\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۶۰- گزینهٔ «۲»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم، شتاب در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان در آن لحظه است. بنابراین، چون در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان برابر صفر است، در این لحظه‌ها شتاب متحرک صفر می‌شود. یعنی ۳ بار شتاب متحرک صفر شده است.

چون نمودار سرعت – زمان بالای محور t قرار دارد، در تمام لحظه‌ها سرعت مثبت است و متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. بنابراین متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۶۱- گزینهٔ «۲»

(یوادر کامران)

رابطهٔ $\Delta x=v\Delta t$ برای متحرکی که با سرعت ثابت و یا تندی ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به‌کار می‌رود.

مثال نقض عبارت آ: اگر مسیر حرکت منحنی باشد، جابجایی جسم همواره کوچکتر ازضرب سرعت در زمان است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۲- گزینهٔ «۱» *(محمود منصوری)*

با توجه به نمودار مکان – زمان، هر دو متحرک دارای سرعت ثابت می‌باشند، پس ابتدا سرعت آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\begin{cases}v_A=\frac{0-10}{5-0}=-2\frac{m}{s}\\ v_B=\frac{0-(-8)}{2-0}=4\frac{m}{s}\end{cases}$$

اکنون معادلهٔ مکان – زمان این دو متحرک را می‌یابیم:

$$x_A\quad v_At+x_{0A}\xrightarrow{x_{0A}\ 10m}x_A=-2t+10$$

$$x_B\quad v_Bt+x_{0B}\xrightarrow{x_{0B}\ -8m}x_B=4t-8$$

در آخر لحظه‌ای را که فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر با ۴۲ متر می‌شود، می‌یابیم:

$$x_B-x_A=42\Rightarrow(4t-8)-(-2t+10)=42$$

$$\Rightarrow 4t-8+2t-10=42\Rightarrow 6t=60\Rightarrow t=10s$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۳- گزینهٔ «۳» *(کنکور خارج از کشور ۱۴۰۲)*

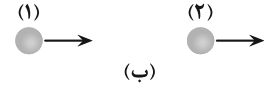
در شکل «الف» که دو متحرک از هم دور می‌شوند فاصلهٔ آن‌ها در هر ثانیه برابر با مجموع اندازهٔ جابه‌جایی آن‌ها در هر ثانیه تغییر می‌کند.

(الف)

$$|\Delta x|=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=v_1t_1+v_2t_2$$

$$\xrightarrow{\Delta x_0=16m\quad t_1\ t_2\ 1s}16=v_1+v_2\quad(*)$$

در شکل «ب» که دو متحرک به دنبال هم در حال حرکت هستند، فاصلهٔ آن‌ها در هر ثانیه برابر با تفاضل اندازهٔ جابه‌جایی آن‌ها در هر ثانیه تغییر می‌کند.



(ب)

$$\Delta x'=|\Delta x_2'|-|\Delta x_1'|=v_2t_2-v_1t_1$$

$$\xrightarrow[\Delta x'=\frac{240}{60}=4m]{t_2\ \ t_1\ \ 1s}4=v_2-v_1\quad(**)$$

$$(*),(**)\Rightarrow\xrightarrow[v_1\ \ 6\frac{m}{s}]{v_2\ \ 10\frac{m}{s}}\frac{v_2}{v_1}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۴- گزینهٔ «۴» *(عبداله فقه‌زاده)*

ابتدا تندی متحرک‌های A و B را می‌یابیم:

$$x_A\quad v_At+x_{0A}\xrightarrow[x_A\ \ 0]{t\ \ 2s}0=v_A\times2+x_{0A}\Rightarrow x_{0A}=-2v_A$$

$$x_B\quad v_Bt+X_{0B}\xrightarrow[x_B\ \ 0]{t\ \ 8s}0=v_B\times8+x_{0B}\Rightarrow x_{0B}=-8v_B$$

از طرف دیگر، با توجه به داده‌های روی نمودار $x_{0B}-x_{0A}=4m$ است.

بنابراین داریم:

$$x_{0B}-x_{0A}=4\Rightarrow-8v_B-(-2v_A)=4$$

$$\xrightarrow{v_B\ \ \frac{1}{5}v_A}-8\times\frac{1}{5}v_A+2v_A=4$$

$$\Rightarrow -1/6v_A+2v_A=4\Rightarrow 0/4v_A=4$$

$$\Rightarrow v_A=10\frac{m}{s},v_B=\frac{1}{5}v_A=\frac{1}{5}\times10=2\frac{m}{s}$$

اکنون لحظهٔ به‌هم رسیدن دو متحرک به یکدیگر را پیدا می‌کنیم:

$$x_A\quad x_B\Rightarrow v_At+x_{0A}=v_Bt+x_{0B}\Rightarrow 10t+x_{0A}=2t+x_{0B}$$

$$8t\quad x_{0B}-x_{0A}\xrightarrow{x_{0B}-x_{0A}=4m}8t=4\Rightarrow t=0/5s$$

در این قسمت مکانی را که دو متحرک به‌هم می‌رسند، می‌یابیم:

$$x_A\quad v_At+x_{0A}\xrightarrow[t\ \ 0/5s]{x_{0A}\ \ -2v_A}x_A=v_A\times0/5-2v_A$$

$$-1/5v_A\xrightarrow{v_A\ \ 10\frac{m}{s}}x_A=-1/5\times10=-15m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۵- گزینهٔ «۲» *(بهروز نصوری)*

با توجه به داده‌های روی نمودار، مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی t' برابر $\ell'=|0-72|=72m$ است. بنابراین، برای محاسبهٔ تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t'، کافی است t' را بیابیم. مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی t برابر $\ell=|72-0|=72m$ و در بازهٔ زمانی t' نیز برابر $\ell'=72m$ است. بنابراین، باتوجه به این‌که $t+t'=12s$ و $s_{av}\ \ \frac{1}{2}s'_{av}$ است، می‌توان نوشت:

$$s_{av}\quad\frac{1}{2}s'_{av}\xrightarrow{s_{av}\ \ \frac{\ell}{\Delta t}}\frac{\ell}{t}=\frac{1}{2}\times\frac{\ell'}{t'}\xrightarrow{\ell'=\ell}t=2t'$$

$$t+t'=12\Rightarrow 2t'+t'=12\Rightarrow 3t'=12\Rightarrow t'=4s$$

در آخر تندی متوسط در بازهٔ زمانی t' برابر است با:

$$s'_{av}=\frac{\ell'}{t'}=\frac{72}{4}=18\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۶۶- گزینهٔ «۲» *(مهری کیوانلو)*

ابتدا تندی متحرک‌های A و B را که برابر شیب نمودار مکان – زمان است، می‌یابیم و در ادامه معادلهٔ مکان – زمان متحرک‌ها را می‌نویسیم:

$$v_A\quad\frac{\Delta x_A}{\Delta t}\quad\frac{0-(-300)}{10-0}\quad30\frac{m}{s}$$

$$v_B\quad\frac{\Delta x_B}{\Delta t}\quad\frac{600-300}{20-0}\quad15\frac{m}{s}$$

$$x_A\quad v_At+x_{0A}\xrightarrow{x_{0A}\ \ -300m}x_A=30t-300$$

$$x_B\quad v_Bt+x_{0B}\xrightarrow{x_{0B}\ \ 300m}x_B=15t+300$$

اکنون لحظه‌ای که دو متحرک به‌هم می‌رسند را پیدا می‌کنیم و سپس مکان آن لحظه را می‌یابیم:

$$x_A\quad x_B\Rightarrow 30t-300=15t+300\Rightarrow 15t=600\Rightarrow t=40s$$

$$x_A=30t-300=30\times40-300=900m$$

در این قسمت معادلهٔ مکان – زمان متحرک C را می‌نویسیم:

$$x_C\quad v_Ct+x_{0C}\xrightarrow[x_{0C}\ \ 900m]{v_C\ \ 40\frac{m}{s}}x_C=40t+900$$

وقتی مکان متحرک C دو برابر شود یعنی به مکان $x=900\times2=1800$ می‌رسد لحظهٔ رسیدن به این مکان برابر است با:

$$x_C = ۴۰t + ۹۰۰ \Rightarrow ۱۸۰۰ = ۴۰t + ۹۰۰ \Rightarrow ۹۰۰ = ۴۰t \Rightarrow t = ۲۲/۵s$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۷- گزینهٔ «۳» *(عطاله شادآباد)*

اگر تندی متحرک در قسمت اول را y $v_۱$ فرض کنیم، تندی آن در قسمت دوم حرکت که دو برابر تندی آن در قسمت اول حرکت است، برابر $۲y$ $v_۲$ خواهد بود. بنابراین، با توجه به داده‌های روی نمودار می‌توان نوشت:

مکان x $v_۱t + x_۰ \xrightarrow[v_۱ \ -x, x_۰=x_۱]{t \ ۴s \Rightarrow x=۰} ۰ = -x \times ۴ + x_۱ \Rightarrow x_۱ = ۴x$

$$\xrightarrow[v_۱ \ -x, x_۰=x_۱=۴x]{t \ ۹s \Rightarrow x=x_۲} x_۲ = -x \times ۹ + ۴x \Rightarrow x_۲ = -۵x$$

از طرف دیگر داریم:

$$v_۲ \quad -۲v_۱ \Rightarrow \frac{x_۳ - x_۲}{۱۰-۹} = ۲ \times \frac{x_۲ - x_۱}{۹} \Rightarrow x_۳ - (-۵x) = ۲ \times \frac{-۵x - ۴x}{۹}$$

$$\Rightarrow x_۳ + ۵x = ۲x \Rightarrow x_۳ = -۳x$$

در این قسمت مسافت طی‌شده و جابه‌جایی را در مدت $۱۰s$ می‌یابیم:

$$|x_۲ - x_۱| + |x_۳ - x_۲| = |-۵x - ۴x| + |-۳x - (-۵x)|$$

$$\Rightarrow \ell = ۹x + ۲x = ۱۱x$$

$$\Delta x = x_۳ - x_۱ = -۳x - ۴x = -۷x \Rightarrow |\Delta x| = ۷x$$

با توجه به این‌که مسافت طی‌شده $۴۸m$ بیشتر از اندازهٔ جابه‌جایی است، داریم:

$$\ell \quad |\Delta x| + ۴۸ \Rightarrow ۱۱x = ۷x + ۴۸ \Rightarrow ۴x = ۴۸ \Rightarrow x = ۱۲m$$

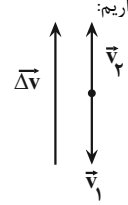
با توجه به نمودار داده شده، بیشترین فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع حرکت در لحظهٔ $t \quad ۹s$ است. بنابراین داریم:

$$x_۲ - x_۱ = -۵x - ۴x \Rightarrow x_۲ - x_۱ = -۹x = -۹ \times ۱۲ = -۱۰۸m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۸- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

در لحظهٔ برخورد توپ با زمین جهت سرعت به سمت پایین و بلافاصله پس از برخورد جهت سرعت به سمت بالا است. بنابراین اولاً جهت بردار تغییرات سرعت به سمت بالا و ثانیاً اندازهٔ آن برابر مجموع تندی گلوله قبل و بعد از برخورد با زمین است. با استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط داریم:



($v_۱$ و $v_۲$ به ترتیب تندی گلوله قبل و بعد از برخورد با زمین است.)

$$|a_{av}| \ |\frac{\Delta v}{\Delta t}| \xrightarrow[\Delta t = ۸۰ms = ۰/۰۸s]{(a_{av}) \ ۵۰۰\frac{m}{s^۲}, |\Delta v| = v_۱ + v_۲}$$

$$v_۱ + v_۲ = ۰/۰۸ \times ۵۰۰ = ۴۰\frac{m}{s}$$

اگر ارتفاع اولیهٔ گلوله h و ارتفاع آن پس از برخورد با زمین h' باشد با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$\begin{cases} \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = mgh \\ \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \quad mgh' \end{cases} \Rightarrow v_۱^۲ - v_۲^۲ = ۲g(h - h')$$

جابه‌جای توپ برابر با اختلاف ارتفاع h و h' است.

$$\xrightarrow{h - h' = ۲۰m} v_۱^۲ - v_۲^۲ = ۴۰۰$$

$$\xrightarrow[v_۱^۲ - v_۲^۲ = (v_۱ + v_۲)(v_۱ - v_۲)]{v_۱ + v_۲ = ۴۰\frac{m}{s}} v_۱ - v_۲ = ۱۰$$

$$\xrightarrow{v_۱ + v_۲ = ۴۰\frac{m}{s}} \begin{cases} v_۱ = ۲۵\frac{m}{s} \\ v_۲ = ۱۵\frac{m}{s} \end{cases}$$

اکنون h و h' را به‌دست می‌آوریم؛ مسافت طی‌شده از لحظهٔ رها شدن تا لحظهٔ رسیدن به ارتفاع اوج پس از برخورد برابر با $h + h'$ است.

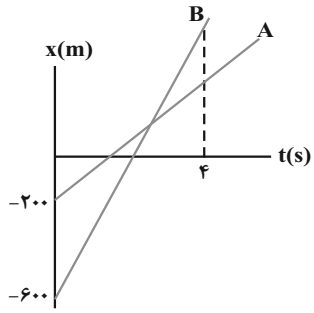
$$d \quad h + h' = \frac{v_۱^۲}{۲g} + \frac{v_۲^۲}{۲g} \xrightarrow[v_۲ \ ۱۵\frac{m}{s}]{v_۱ \ ۲۵\frac{m}{s}, g \ ۱۰\frac{N}{kg}} d = \frac{۲۵^۲ + ۱۵^۲}{۲۰}$$

$$\Rightarrow d = ۴۲/۵m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۶۹- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

مطابق شکل زیر در لحظه‌ای که فاصلهٔ متحرک برای دومین بار ۲۰۰ متر می‌شود. متحرک B، ۲۰۰ جلوتر از متحرک A قرار دارد ($x_B > x_A$) با نوشتن معادلهٔ مکان - زمان دو متحرک داریم:



$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{۰A} \xrightarrow{x_{۰A} \ -۲۰۰m} x_A = v_A t - ۲۰۰ \\ x_B = v_B t + x_{۰B} \xrightarrow{x_{۰B} \ -۶۰۰m} x_B = v_B t - ۶۰۰ \end{cases}$$

$$\xrightarrow[t \ ۴s]{x_B - x_A = ۲۰۰m} ۲۰۰ = (v_B - v_A) \times ۴ - ۴۰۰$$

$$\Rightarrow v_B - v_A = ۱۵۰\frac{m}{s}$$

فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t \quad ۱۲s$ برابر است با:

$$x'_B - x'_A = (v_B - v_A)t' - ۴۰۰ = ۱۵۰ \times ۱۲ - ۴۰۰ = ۱۴۰۰m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۷۰- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

در هر بازهٔ زمانی جابه جایی متحرک را تا لحظهٔ $t_۲ \quad ۱۰s$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_۱ = v_۱ t_۱ = ۳۵ \times ۴ = ۱۴۰m$$

$t = ۰s$ ——— $t_۱ = ۴s$

$$t_۲ \quad ۱۰s, \Delta x_۲ = v_{av}(t_۲ - t_۱) = -\frac{۲۰}{۳} \times (۱۰ - ۴) = -۴۰m$$

اکنون مکان متحرک را در لحظهٔ $t_۲ \quad ۱۰s$ به‌دست می‌آوریم:

$$x_۲ \quad \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۴۰ - ۴۰ = ۱۰۰m$$

پس از لحظهٔ $t_2 = 10s$ حرکت متحرک یکنواخت شده و سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[x_3\ 10m]{x_2=100m,\Delta t=16-10=6s} v_2 = \frac{10-100}{6} = \frac{-90}{6} = -15\frac{m}{s}$$

اکنون شتاب متوسط را در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت به‌دست می‌آوریم:

$$a_{av}\ \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=12s]{\Delta v=v_2-v_1=-15-35=-50\frac{m}{s}} a_{av} = \frac{-50}{12} = \frac{-25}{6} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{25}{6}\frac{m}{s^2}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

فیزیک ۱

۷۱- گزینهٔ «۴»

(محسن طرقی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: وقتی قلم مویی را از آب بیرون می‌کشیم، به دلیل کشش سطحی بین مولکول‌های آب موهای آن به‌هم می‌چسبند.

گزینهٔ «۲»: در طوفان شن، یک باد ضعیف می‌تواند ذرات شن را به هوا بفرستد، اما یک طوفان شدید دریایی تنها قادر به پراکندن مقدار اندکی آب به‌صورت قطره‌های ریز است که علت آن نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است.

گزینهٔ «۳»: نیروی دگرچسبی بین آب و بدن حشره، باعث افتادن حشره در آب می‌شود.

گزینهٔ «۴»: برای چسباندن تکه‌های شیشه آن‌ها را گرم می‌کنند تا نرم شوند، در این حالت، مولکول‌های دو تکه شیشه آن‌قدر به‌هم نزدیک می‌شوند تا نیروی بین‌مولکولی که کوتاه‌بُرد است، بتواند دو قطعه را به‌هم چسباند.

(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۲۴ تا ۳۱)

۷۲- گزینهٔ «۳»

(سراسری ۱۴۰۲ تجربی)

در لوله‌های استوانه‌ای شکل، فشاری که از طرف مایع درون لوله به ته لوله وارد می‌شود برابر با حاصل تقسیم وزن مایع درون لوله به مساحت مقطع لوله است.

$$P_{\text{مایع}}\ \frac{mg}{A} \xrightarrow[m_{\text{آب}}\ 544g, m_{\text{جیوه}}\ 272g,\ A\ 20cm^2\ 2\times10^{-3}m^2]{m\ m_{\text{آب}}+m_{\text{جیوه}},\ g=10\frac{N}{kg}} P_{\text{مایع}} = \frac{(544+272)\times10^{-3}\times10}{2\times10^{-3}} \quad 4080Pa$$

اکنون فشار هوا را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم:

$$P_0\quad \rho_{\text{جیوه}}gh \xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}}=13/6\frac{g}{cm^3}=13600\frac{kg}{m^3}]{h\ 75cm\ 0/75m,\ g\ 10\frac{N}{kg}} P_0\ \ 13600\times10\times0/75 = 102000Pa$$

فشار کل در ته لوله برابر با مجموع فشار هوا و فشار ناشی از مایع درون لوله است:

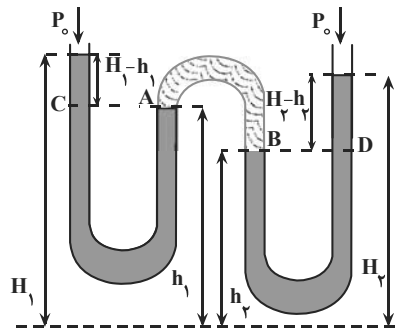
$$P_{\text{کل}}\quad P_0 + P_{\text{مایع}} = 102000 + 4080 = 106080Pa$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۳- گزینهٔ «۱»

(مهدی فتاحی)

فشار در نقاط هم‌تراز A و C و هم‌چنین B و D یکسان است. بنابراین:



$$P_A\quad P_C \Rightarrow P_A = P_0 + \rho g(H_1 - h_1)$$

$$P_B = P_D \Rightarrow P_B = P_0 + \rho_g(H_2 - h_2)$$

از طرف دیگر، فشار نقطه‌های A و B که هر دو برابر فشار هوای محبوس است، با هم برابر هستند. در این حالت داریم:

$$P_A\quad P_B \Rightarrow P_0 + \rho_g(H_1 - h_1) = P_0 + \rho_g(H_2 - h_2)$$

$$\Rightarrow \rho g(H_1 - h_1) = \rho g(H_2 - h_2) \Rightarrow H_1 - h_1 = H_2 - h_2$$

$$\Rightarrow H_1 + h_2 = H_2 + h_1$$

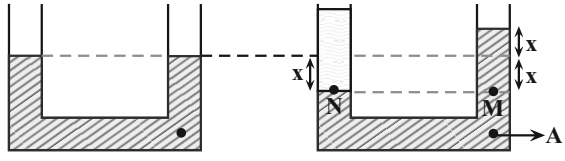
(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۴- گزینهٔ «۱»

(علی ملایپوری)

با اضافه نمودن روغن در شاخهٔ سمت چپ لوله، سطح آب درون این شاخه به اندازهٔ x پایین می‌رود و در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x بالا خواهد رفت.

بنابراین، با توجه به شکل، فشار در نقطهٔ A به اندازهٔ فشار ستونی از آب به ارتفاع x افزایش یافته است. در این حالت داریم:



$$\Delta P_A = \rho_{\text{آب}} g \Delta h_A \xrightarrow[\Delta P_A=500pa]{\Delta h_A=x,\rho_{\text{آب}}=1000\frac{kg}{m^3}}$$

$$500\quad 1000\times10\times x \Rightarrow x = 0/05m = 5cm$$

از طرف دیگر، برای نقاط هم‌تراز M و N که در یک مایع واقع‌اند، فشار یکسان است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_M\quad P_N \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = P_0 + \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}}$$

$$\xrightarrow[\rho_{\text{روغن}}=0/8\frac{g}{cm^3},\rho_{\text{آب}}=1\frac{g}{cm^3}]{h_{\text{آب}}\ 2x\ 2\times5=10cm} 1\times10 = 0/8\times h_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{روغن}} = 12/5cm$$

در آخر با داشتن ارتفاع روغن و سطح مقطع لوله، به‌صورت زیر جرم روغن اضافه شده را می‌یابیم:

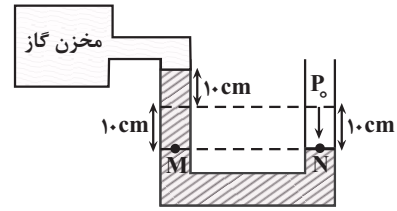
$$m\quad \rho v \xrightarrow{v\ Ah} m = \rho Ah \xrightarrow[A\ 10cm^2, h\ 12/5cm]{\rho=0/8\frac{g}{cm^3}}$$

$$m\quad 0/8\times10\times12/5 = 100g$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۵- گزینهٔ «۴» *(آرش یوسفی)*

چون مایع در شاخهٔ متصل به مخزن گاز بالا می‌رود، فشار هوا از فشار گاز بیشتر است. بنابراین، با توجه به شکل زیر و یکسان بودن فشار در نقطه‌های هم‌تراز یک مایع می‌توان نوشت:



$$\rho_{\text{جیوه}}h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}}h_{\text{مایع}} \xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}]{\rho_{\text{مایع}}=۳/۴\frac{g}{cm^۳},h_{\text{مایع}}=۱۰+۱۰=۲۰cm}$$

$$۳/۴\times۲۰=۱۳/۶\times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}}=۵cm \Rightarrow P_{\text{مایع}}=۵cmHg$$

$$P_M=P_N \xrightarrow{P_N=P_0} P_{\text{گاز}}+P_{\text{مایع}}=P_0 \xrightarrow{P_0=۷۰cmHg}$$

$$P_{\text{گاز}}+۵=۷۰ \Rightarrow P_{\text{گاز}}=۶۵cmHg$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۶- گزینهٔ «۴» *(محسن قندچلر)*

برای سهولت در محاسبات، ابتدا تغییر فشار هریک از مخزن‌های گاز **A** و **B** را برحسب سانتی‌متر مایع می‌نویسیم. اگر مایع را **x** فرض کنیم، داریم:

مخزن گاز **A**: $\Delta P_A=-۳cmHg=\frac{-۳\times۱۳/۶}{۳/۴}=-۱۲cmx$

مخزن گاز **B**: $\Delta P_B=۲cmHg=\frac{+۲\times۱۳/۶}{۳/۴}=+۸cmx$

می‌بینیم فشار مخزن **A**، ۱۲ سانتی‌متر مایع کاهش و فشار مخزن **B**، ۸ سانتی‌متر مایع افزایش یافته است. بنابراین، در مجموع اختلاف فشاری به اندازهٔ ۲۰ سانتی‌متر مایع باعث می‌شود، مایع در شاخهٔ سمت چپ پایین رود و در شاخهٔ سمت راست بالا رود. با توجه به این‌که قطر سطح مقطع لوله‌ها برابر $D_A=D$ و $D_B=۲D$ و حجم مایع جابه‌جا شده در لوله‌های سمت چپ و سمت راست، یکسان است، می‌توان نوشت:

$$v_A=v_B \Rightarrow h_A A_A=h_B A_B \xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}$$

$$h_A\times\pi\frac{D_A^۲}{۴}=h_B\times\pi\frac{D_B^۲}{۴} \Rightarrow h_A\times D^۲=h_B\times ۴D^۲$$

$$\Rightarrow h_A=۴h_B$$

از طرف دیگر داریم:

$$h_A+h_B=۲۰cm \Rightarrow ۴h_B+h_B=۲۰ \Rightarrow h_B=۴cm$$

می‌بینیم ارتفاع مایع در شاخهٔ سمت چپ لوله $۴cm$ پایین می‌رود. بنابراین ارتفاع مایع در این شاخه برابر است با: $h=۳۰-۴=۲۶cm$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های۳۲ تا ۴۰)

۷۷- گزینهٔ «۳» *(فرشاد زاهدی)*

ابتدا ارتفاع آب اضافه شده در ظرف را می‌یابیم. چون آب به قسمت باریک ظرف اضافه شده است، داریم:

$$\Delta V=A_۱\Delta h \xrightarrow[A_۱=۴cm^۲]{\Delta V=۴۰cm^۳} ۴۰=۴\times\Delta h \Rightarrow \Delta h=۱۰cm=۰/۱m$$

اکنون افزایش نیروی وارد بر کف ظرف را می‌یابیم:

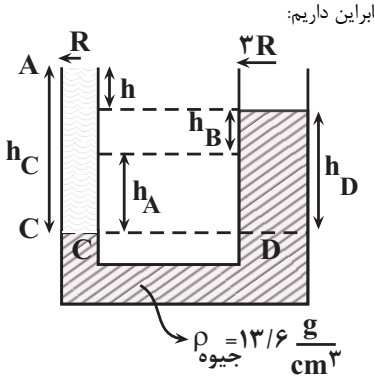
$$\Delta F=\Delta P\times A_۲ \xrightarrow{\Delta P=\rho g\Delta h} \Delta F=\rho g\Delta h\times A_۲$$

$$\xrightarrow[\rho=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}]{A_۲=۲۰\times۱۰^{-۴}m^۲} \Delta F=۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۱\times۲۰\times۱۰^{-۴}=۲N$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۸- گزینهٔ «۱» *(احسان ایرانی)*

می‌دانیم حجم جیوه پایین آمده در شاخهٔ **A** با حجم جیوه بالا رفته در شاخهٔ **B** یکسان است. بنابراین داریم:



$$V_{\text{پایین‌رفته}}=V_{\text{بالاآمده}} \xrightarrow{V=Ah=\pi r^۲h}$$

$$\pi r_A^۲h_A=\pi r_B^۲h_B \xrightarrow[r_B\ \ ۳R]{r_A=R,h_A=۹cm}$$

$$R^۲\times۹=۹R^۲\times h_B \Rightarrow h_B=۱cm$$

از طرف دیگر، برای دو نقطهٔ هم‌تراز **C** و **D** که فشار یکسانی دارند، می‌توان نوشت:

$$P_C=P_D \Rightarrow P_0+\rho_{\text{مایع}}gh_C=P_0+\rho_{\text{جیوه}}gh_D$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}}h_C=\rho_{\text{جیوه}}h_D \xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}]{\rho_{\text{مایع}}=۶/۸\frac{g}{cm^۳},h_D=۹+۱=۱۰cm}$$

$$۶/۸\times h_C=۱۳/۶\times۱۰ \Rightarrow h_C=۲۰cm$$

بنابراین اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع برابر است با:

$$h=h_C-h_D=۲۰-۱۰=۱۰cm$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۹- گزینهٔ «۲» *(مرتضی مرتضوی)*

با توجه به شکل، حجم جسم فرورفته درون ۳ ظرف و در نتیجه حجم شاره جابه‌جا شده به‌صورت $v_۱>v_۳>v_۲$ است. با توجه به این که چگالی شاره درون این ۳ ظرف با حجم شارهٔ جابجا شده توسط جسم‌ها، نسبت عکس دارد. لذا $\rho_۱<\rho_۳<\rho_۲$ می‌باشد.

از طرف دیگر، می‌دانیم مایعی که چگالی بیشتری دارد پایین قرار می‌گیرد. بنابراین از پایین ظرف به طرف بالا به ترتیب، ابتدا مایع ۲، سپس مایع ۳ و در آخر مایع (۱) در بالا قرار می‌گیرد.

(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۸۰- گزینهٔ «۲» *(مهدی فتاش)*

طبق تعریف، آهنگ شارش حجمی شاره، برابر نسبت حجم شارهٔ جابه‌جا شده به زمان است. بنابراین داریم:

$$\text{آهنگ شارش حجمی}=\frac{V}{t} \Rightarrow \text{آهنگ شارش حجمی}=\frac{۳/۶L}{۱min}=\frac{۳۶۰cm^۳}{۶۰s}=۶۰\frac{cm^۳}{s}$$

از طرف دیگر، طبق معادلهٔ پیوستگی، آهنگ شارش حجمی در تمامی قسمت‌های لوله یکسان و ثابت است. بنابراین برای قسمت خروجی لوله داریم:

$$\frac{V}{t}: \quad Av \Rightarrow ۶۰ = \pi r^۲ \times v \xrightarrow[r=۲cm]{\pi=۳} \Rightarrow ۶۰ = ۳ \times ۴ \times v \Rightarrow v = ۵\frac{cm}{s}$$

آهنگ شارش حجمی

برای بررسی وضعیت، مایع درون لولهٔ U‌شکل، چون طبق اصلی برنولی، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد، لذا، با توجه به‌این‌که تندی شاره در سمت راست لوله (قطر بزرگتر) کمتر از سمت چپ آن است؛ بنابراین، فشار در سمت راست لوله بیشتر خواهد بود، در نتیجه، ارتفاع مایع در سمت راست پایین می‌رود و در سمت چپ بالاتر خواهد رفت.

(ویژگی‌های فیزیکی مواد) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸ و ۴۳ تا ۴۷)

فیزیک ۲

۸۱- گزینهٔ «۱»

(فسرو ارغوانی‌فرد)

با داشتن $Q_۱$ و $V_۱$، ابتدا ظرفیت خازن را که مقدار ثابتی است، می‌یابیم:

$$C: \quad \frac{Q_۱}{V_۱} \xrightarrow[V_۱=۱۲V]{Q_۱=۳۶\mu C} C = \frac{۳۶}{۱۲} = ۳\mu F$$

اکنون، با داشتن C و $V_۲$، انرژی ذخیره شده در حالت دوم را حساب می‌کنیم:

$$U_۲: \quad \frac{۱}{۲}CV_۲^۲ \xrightarrow[C=۳\mu F]{V_۲=۶V} U_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۳۶ = ۵۴\mu J$$

(الکتریسیتهٔ ساکن) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۸۲- گزینهٔ «۲»

(فسرو ارغوانی‌فرد)

با استفاده از رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}CV^۲$ و باتوجه به این‌که $V_۱ + ۱ \quad V_۲$ و $U_۱ + ۴\times۱۰^{-۵}J \quad U_۲$ است، ابتدا $V_۱$ را به‌صورت زیر می‌یابیم:

$$U_۲ - U_۱ = ۴\times۱۰^{-۵} \xrightarrow{U=\frac{۱}{۲}CV^۲}$$

$$\frac{۱}{۲}CV_۲^۲ - \frac{۱}{۲}CV_۱^۲ = ۴\times۱۰^{-۵}$$

$$\frac{۱}{۲}C(V_۲^۲ - V_۱^۲) = ۴\times۱۰^{-۵} \xrightarrow{C=۴\times۱۰^{-۶}F}$$

$$\frac{۱}{۲}\times۴\times۱۰^{-۶}\times(V_۲^۲ - V_۱^۲) = ۴\times۱۰^{-۵}$$

$$\Rightarrow V_۲^۲ - V_۱^۲ = ۲۰ \xrightarrow{V_۲=V_۱+۱} (V_۱+۱)^۲ - V_۱^۲ = ۲۰$$

$$V_۱^۲ + ۲V_۱ + ۱ - V_۱^۲ = ۲۰ \Rightarrow ۲V_۱ + ۱ = ۲۰ \Rightarrow V_۱ = ۹/۵V$$

اکنون با داشتن $V_۱$ و C، بار الکتریکی اولیهٔ خازن را پیدا می‌کنیم:

$$Q_۱: \quad CV_۱ \xrightarrow[V_۱=۹/۵V]{C_۱=۴\mu F} Q_۱ = ۴\times۹/۵ = ۳۸\mu_C$$

(الکتریسیتهٔ ساکن) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۸۳- گزینهٔ «۳»

(فسرو ارغوانی‌فرد)

چون خازن را از باتری جدا نموده‌ایم، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند. از طرف دیگر، بنا به رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$، با نصف کردن فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن، ظرفیت آن دو برابر می‌شود.

$$C: \quad \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \xrightarrow{A\ \text{ثابت}} \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{d_۲} \xrightarrow{d_۲=\frac{۱}{۲}d_۱}$$

$$\frac{C_۲}{C_۱}: \quad \frac{d_۱}{\frac{۱}{۲}d_۱} \Rightarrow C_۲ = ۲C_۱$$

با مشخص شدن وضعیت Q و C به بررسی هر یک از موارد زیر می‌پردازیم:

آ) درست است. بنا به رابطهٔ $\frac{Q}{V}$ C، چون Q ثابت است، با دو برابر شدن ظرفیت خازن، اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن نصف می‌شود.

$$V: \quad \frac{Q}{C} \xrightarrow{Q\ \text{ثابت}} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{C_۱}{C_۲} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{C_۱}{۲C_۱} \Rightarrow V_۲ = \frac{۱}{۲}V_۱$$

ب) نادرست است. بنا به رابطهٔ $\frac{V}{d}$ E داریم:

$$\frac{E_۲}{E_۱}: \quad \frac{V_۲}{V_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}V_۱}{V_۱}\times\frac{d_۱}{\frac{۱}{۲}d_۱} \Rightarrow E_۲ = E_۱$$

یا می‌توان گفت، بنا به رابطهٔ $\frac{Q}{\kappa\varepsilon_۰A}$ E، چون Q و A ثابت‌اند، E نیز ثابت می‌ماند.

پ) درست است.

ت) نادرست است. بار الکتریکی خازن ثابت می‌ماند.

(الکتریسیتهٔ ساکن) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۸۴- گزینهٔ «۱»

(یوسف الهویردی‌زاده)

می‌دانیم اگر یک خازن را پر کرده و از باتری جدا کنیم، بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت می‌ماند. بنابراین، برای مقایسهٔ ظرفیت خازن طبق داده‌های سوال می‌توان نوشت:

$$C: \quad \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{\kappa_۲}{\kappa_۱}\times\frac{A_۲}{A_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲}$$

$$\xrightarrow[A_۲=۲A_۱, d_۲=d_۱]{\kappa_۲=\frac{۳}{۲}, \kappa_۱=۱} \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{\frac{۳}{۲}}{۱}\times\frac{۲A_۱}{A_۱}\times۱ = ۳$$

می‌بینیم، ظرفیت خازن ۳ برابر می‌شود. برای بررسی میدان الکتریکی، ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن را بررسی می‌کنیم:

$$V: \quad \frac{Q}{C} \xrightarrow{Q\ \text{ثابت}} \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{C_۱}{C_۲} \xrightarrow{C_۲=۳C_۱} \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{C_۱}{۳C_۱} = \frac{۱}{۳}$$

در آخر برای میدان الکتریکی میان صفحات خازن می‌توان نوشت:

$$E: \quad \frac{V}{d} \xrightarrow{d\ \text{ثابت}} \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{V_۲}{V_۱} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{۱}{۳}$$

برای بررسی میدان الکتریکی میان صفحات خازن، بدون بررسی اختلاف پتانسیل الکتریکی، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$E: \quad \frac{Q}{\kappa\varepsilon_۰A} \xrightarrow{Q\ \text{ثابت}} \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{\kappa_۱}{\kappa_۲}\times\frac{A_۱}{A_۲} = \frac{۱}{\frac{۳}{۲}}\times\frac{A_۱}{۲A_۱} = \frac{۱}{۳}$$

(الکتریسیتهٔ ساکن) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۸۵- گزینهٔ «۳»

(یوسف الهویردی‌زاده)

چون U، Q و V معلوم‌اند، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}QV$ بار Q را می‌یابیم. با توجه به داده‌های سوال داریم:

$$U_2 \quad U_1 + 12mJ \xrightarrow{U=\frac{1}{2}QV} \frac{1}{2}Q_2V_2 = \frac{1}{2}Q_1V_1 + 12\times10^{-3}J$$

$$\xrightarrow[Q_1=Q,Q_2=3Q]{V_2=90V,V_1=30V} \frac{1}{2}\times3Q\times90 - \frac{1}{2}\times Q\times30 = 12\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow 135Q - 15Q = 12\times10^{-3} \Rightarrow 120Q = 12\times10^{-3} \Rightarrow Q = 10^{-4}C$$

$$\xrightarrow{1C=10^6\mu C} Q = 10^{-4}\times10^6\mu C = 100\mu C$$

اکنون اختلاف بار الکتریکی ذخیره شده در دو مدار را پیدا می‌کنیم:

$$Q_2 - Q_1 = 3Q - Q = 2Q \Rightarrow Q_2 - Q_1 = 2\times100 = 200\mu C$$

(الکتریسیتهٔ ساکن) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۸۶- گزینهٔ «۳» *(مصطفی واثقی)*

ابتدا ظرفیت خازن را می‌یابیم:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \xrightarrow[A=10^{-4}mm^2=10^{-4}\times10^{-6}m^2,\varepsilon_0=9\times10^{-12}\frac{F}{m}]{\kappa=3/2,d=10nm=10\times10^{-9}m=10^{-8}m}$$

$$C = 3/2\times9\times10^{-12}\times\frac{10^{-4}\times10^{-6}}{10^{-8}} = 3/2\times9\times10^{-14}F$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $Q=CV$ و با توجه به این‌که $Q=ne$ است، تعداد یون‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$Q = CV \Rightarrow ne = CV \xrightarrow[e=1/6\times10^{-19}C]{V=80mV=80\times10^{-3}V}$$

$$n\times1/6\times10^{-19} = 3/2\times9\times10^{-14}\times80\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow n = 144000$$

(الکتریسیتهٔ ساکن) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۸۷- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

چون ذرهٔ باردار در حال تعادل است، بر این ذره نیروی وزن رو به پایین و نیروی الکتریکی، (هم اندازه با نیروی وزن)، رو به بالا وارد می‌شود. بنابراین، با توجه به این‌که بار ذره منفی می‌باشد و بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، لذا باید جهت میدان الکتریکی به طرف پایین باشد. یعنی، صفحه بالایی خازن دارای بار مثبت است. اگر بار صفحات خازن را در حالت اول Q فرض کنیم، میدان الکتریکی بین دو صفحه در این حالت برابر $E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0A}$ بود. بنابراین، با استفاده از شرط تعادل ذرهٔ باردار می‌توان نوشت:

$$F_E \quad mg \xrightarrow{F_E=|q|E} |q|E = mg \xrightarrow{E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0A}}$$

$$\frac{|q|Q}{\varepsilon_0A} = mg$$

در حالت دوم که $+12\mu C$ بار الکتریکی از صفحهٔ بالایی (صفحهٔ مثبت) به صفحهٔ پایینی (صفحهٔ منفی) منتقل می‌کنیم، بار هریک از صفحات خازن $Q' = Q - 12\mu C = Q - 12\times10^{-6}C$ خواهد شد. در این حالت، میدان الکتریکی میان صفحات خازن برابر $E' = \frac{Q'}{\varepsilon_0A} = \frac{(Q-12)\times10^{-6}C}{\varepsilon_0A}$ و کاهش می‌یابد، لذا $F'_E < mg$ می‌شود و ذره به طرف پایین شتاب می‌گیرد. برای محاسبهٔ شتاب ذره، با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net} \quad ma \Rightarrow mg - F'_E = ma \xrightarrow{F'_E=|q|E'} mg - |q|E' = ma$$

$$\Rightarrow mg - \frac{|q|((Q-12)\times10^{-6})}{\varepsilon_0A} \quad ma \xrightarrow{mg=\frac{|q|Q}{\varepsilon_0A}}$$

$$\frac{|q|Q}{\varepsilon_0A} - \frac{|q|((Q-12)\times10^{-6})}{\varepsilon_0A} \quad ma$$

$$\Rightarrow \frac{|q|Q-|q|Q+12\times10^{-6}|q|}{\varepsilon_0A} \quad ma \Rightarrow a = \frac{12\times10^{-6}|q|}{\varepsilon_0Am}$$

$$\xrightarrow[m=10g=10\times10^{-3}kg,A=4\times10^{-4}m^2]{|q|=36pC=36\times10^{-12}C,\varepsilon_0=9\times10^{-12}\frac{F}{m}}$$

$$a \quad \frac{12\times10^{-6}\times36\times10^{-12}}{9\times10^{-12}\times4\times10^{-4}\times10\times10^{-3}} = 12\frac{m}{s^2}$$

(الکتریسیتهٔ ساکن) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۸۸- گزینهٔ «۱» *(مصطفی واثقی)*

ابتدا با استفاده از داده‌های روی نمودار نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را می‌یابیم. با توجه به نمودار اگر V_A سه واحد باشد I_A دو واحد و اگر V_B دو واحد باشد، I_B سه واحد می‌شود.

بنابراین با استفاده از قانون اهم داریم:

$$R \quad \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B}\times\frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{3}{2}\times\frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

اکنون نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ را به ازای اختلاف پتانسیل یکسان می‌یابیم:

$$I \quad \frac{V}{R} \xrightarrow{V_A=V_B} \frac{I_A}{I_B} = \frac{R_B}{R_A} \xrightarrow{\frac{R_B}{R_A}=\frac{4}{9}} \frac{I_A}{I_B} = \frac{4}{9}$$

در آخر، با توجه به این‌که $I=\frac{q}{t}$ و $q=ne$ است، نسبت $\frac{n_A}{n_B}$ را پیدا می‌کنیم:

$$I \quad \frac{q}{t} \quad \frac{ne}{t} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{n_A}{n_B}\times\frac{t_B}{t_A} \xrightarrow{\frac{t_A}{t_B}=\frac{t}{2t}}$$

$$\frac{4}{9} \quad \frac{n_A}{n_B}\times\frac{2t}{t} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{2}{9}$$

(جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۸۹- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین برادران)*

ابتدا در هر مرحله جریان الکتریکی عبوری از باتری را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، در مرحلهٔ دوم که اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۲۰ درصد کاهش می‌یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر V_2 خواهد شد. $V_2 = V_1 - 0/2V_1 = 0/8V_1$

$$I_1 \quad \frac{V_1}{R} \xrightarrow[R=0/3\Omega]{V_1=1/5V} I_1 = \frac{1/5}{0/3} = 5A$$

$$I_2 \quad \frac{V_2}{R} \xrightarrow{V_2=0/8V_1=0/8\times1/5V} I_2 = \frac{0/8\times1/5}{0/3} = 4A$$

اکنون مجموع بار الکتریکی شارش‌یافته در مدت ۹ دقیقه را می‌یابیم:

$$\Delta q = \Delta q_1 + \Delta q_2 \xrightarrow{\Delta q=I\Delta t} \Delta q = I_1\Delta t_1 + I_2\Delta t_2$$

$$\xrightarrow[\Delta t_2=4min=240s]{\Delta t_1=5min=300s} \Delta q = 5\times300 + 4\times240 = 1500 + 960$$

$$2460C \xrightarrow{1C=1A.s=10^3mA.s} \Delta q = 2460\times10^3mA.s$$

$$2/46\times10^6mA.s$$

(جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۹۰- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

آ) درست است.

ب) نادرست است. مقدار تقریبی جریان الکتریکی در بادهای خورشیدی یک گیگاآمپر است.

پ) درست است.

ت) نادرست است. دیود نورگسیل یک رسانای غیراهمی است و از قانون اهم پیروی نمی‌کند.

بنابراین، تعداد ۲ گزاره درست است.

(جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم) (فیزیک ۲، صفحه‌های ۴۰، ۴۱ و ۴۳ تا ۴۵)

شیمی ۳

۹۱- گزینهٔ «۳» *(امین نوروزی)*

گزینهٔ «۱»: ظاهر کلوئیدها مشابه ظاهر محلول‌ها، همگن است در حالی‌که رفتار این دسته ازمخلوط‌ها مشابه مخلوط‌های ناهمگن است.
گزینهٔ «۲»: شربت خاک شیر سوسپانسیون بوده و ذرات سازندهٔ آن ذرات ریزماده است.
گزینهٔ «۳»: شیر و مایونز و رنگ پوششی نمونهٔ مایع از کلوئید ولی ژله و سرامیک نمونهٔ جامد کلوئیدهاست بنابراین نمی‌توان گفت که همهٔ کلوئیدها مایع هستند.
گزینهٔ «۴»: محلول‌ها همگن بوده و نور را عبور می‌دهند و مسیر نور مشخص نیست.

نکته

انواع مواد به دو دستهٔ خالص و ناخالص تقسیم می‌شوند. به مواد ناخالص مخلوط گفته می‌شود به مخلوط‌های همگن «محلول» گفته می‌شود. محلول‌ها نور را از خود عبور داده و چون ذره‌های سازنده آن یعنی یون‌ها و مولکول‌های کوچک و ریز هستند، پایدار هستند و ته‌نشین نمی‌شوند و نور را پخش نمی‌کنند. سوسپانسیون‌ها مخلوط ناهمگنی هستند که از «ذره‌های ریزماده» تشکیل شده‌اند و ناپایدارند. کلوئیدها رفتاری بین سوسپانسیون و محلول دارند و ذره‌های سازنده آن توده‌های مولکولی با اندازه متفاوت هستند با آن که به ظاهر همگن هستند (پایدارند) ولی رفتارهایی مثل پخش نور همانند سوسپانسیون‌ها نشان می‌دهند که نشانگر ناهمگن بودن آن‌هاست.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶ و ۷)

۹۲- گزینهٔ «۳» *(محمدرضا یوسفی)*

در اثر انحلال اکسیدهای نافلزی در آب با افزایش غلظت یون هیدرونیوم، غلظت یون هیدروکسید نیز کاهش می‌یابد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷ و ۲۲)

۹۳- گزینهٔ «۴» *(کامران جعفری)*

عبارت‌های «آ»، «پ» و «ت» درست هستند. بررسی عبارت‌ها:
آ) درست – از آنجا که ترکیب «۱»، پاک‌کننده صابونی است و آب سخت دارای یون کلسیم است رسوب می‌دهد.
ب) نادرست –ترکیب دارای R با ۲ اتم کربن یک پاک‌کننده نیست.
پ) درست
ت) درست $C_{17}H_{35}COONa \quad ۳۰۶g.mol^{-1}$

$C_{12}H_{25}-C_6H_4-SO_3Na = ۳۴۸g.mol^{-1}$

اختلاف ۳۴۸ و ۳۰۶ برابر است با جرم مولی: $C_3H_6 \quad ۴۲g.mol^{-1}$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۹۴- گزینهٔ «۳» *(علی امینی)*

عبارت‌های اول، دوم و سوم نادرست است. بررسی عبارت‌ها:
عبارت اول: مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم یک پاک‌کننده خورنده بازی است و می‌تواند با اسیدهای چرب واکنش شیمیایی دهد پس رسوب و چربی‌ها را از بین می‌برد. همچنین دو ویژگی گرماده بودن واکنش از طریق دوب و نرم کردن چربی‌های جامد و همچنین ایجاد گاز هیدروژن با ایجاد فشار موضعی برای زدودن آلاینده کمک می‌کنند.
عبارت دوم: پیش از شناخته‌شدن ساختار اسید و بازها شیمی‌دان‌ها هم ویژگی و هم برخی واکنش‌های اسیدها و بازها را می‌شناختند.
عبارت سوم: افزودن SO_3 و N_2O_5 به ترتیب موجب تولید یون‌های سولفات و نیترات می‌شود.

$$\begin{cases} SO_3(g)+H_2O(l)\rightarrow H_2SO_4(aq)\rightarrow 2H^+(aq)+SO_4^{2-}(aq) & \text{اسیدقوی} \\ SO_2(g)+H_2O(l)\rightarrow H_2SO_3(aq)\rightleftharpoons 2H^+(aq)+SO_3^{2-}(aq) & \text{اسیدضعیف} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_2O_5(s)+H_2O(l)\rightarrow 2HNO_3(aq)\rightarrow 2H^+(aq)+2NO_3^-(aq) & \text{اسیدقوی} \\ N_2O_4(g)+H_2O(l)\rightarrow 2HNO_2(aq)\rightleftharpoons 2H^+(aq)+2NO_2^-(aq) & \text{اسیدضعیف} \end{cases}$$

عبارت چهارم: مطابق متن کتاب درسی درست است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۹۵- گزینهٔ «۴» *(میلاد شیخ‌الاسلامی‌فیاوی)*

بررسی گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: نادرست. از آنجایی‌که از شرایط آزمایش (مانند غلظت و دما) برای دو اسید اطلاعاتی نداریم، مقایسهٔ قطعی امکان‌پذیر نیست؛ زیرا ممکن است غلظت اسید قوی به قدری کم باشد که pH محلول آن از pH محلول اسید ضعیف، بیشتر باشد.
گزینهٔ «۲»: نادرست. در لحظهٔ برقراری تعادل سرعت رفت و برگشت برابر و غلظت‌های مواد ثابت می‌شوند و گاهی اوقات غلظت‌ها برابر هم می‌شوند. (نه همیشه)
گزینهٔ «۳»: نادرست. مانند گزینهٔ اول چون از شرایط آزمایش اطلاعاتی نداریم حکم قطعی نمی‌توان داد.
گزینهٔ «۴»: درست. چون شرایط آزمایش یکسان است، هرچه اسید قوی‌تر باشد میزان یون هیدرونیوم آن بیشتر بوده و در یک بازهٔ زمانی مشخص، حجم فراوردهٔ گازی تولیدی در آن بیشتر است.

نکته

اسیدهای قوی در آب یونش کامل دارند $(\alpha \simeq ۱)$ و محلولی شامل یون‌های آب‌پوشیده هستند و در شرایط یکسان هم pH کمتر و هم رسانایی بیش‌تر از اسیدهای ضعیف دارند. ولی ممکن است با تغییر شرایط مثلاً این‌که محلول اسید قوی، خیلی رقیق باشد و غلظت یون‌ها و H^+ در آن کم باشد و رسانایی آن کاهش یابد و pH آن بالاتر از یک اسید ضعیف در محیطی با شرایط متفاوت از نظر دما و غلظت باشد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۹۶- گزینهٔ «۳» *(سید علی اشرفی)*

بررسی عبارت‌ها:
آ) نادرست. HCl اسید قوی و HF اسید ضعیف است؛ این بدین معناست که HCl به طور کامل یونیده می‌شود. پس تعداد مولکول HCl کمتری از HF در دما و غلظت یکسان دیده می‌شود.
ب) درست. غلظت H^+, F^- در محلول هیدروفلوئوریک اسید و غلظت H^+, Cl^- در محلول هیدروکلریک اسید با هم برابر هستند.
پ) نادرست. چون $pH \leftarrow [H^+] > ۱ \ M$ منفی می‌شود.
ت) درست. در محلول اسیدهای ضعیف این‌گونه است:

$$\Rightarrow [HF]_{\text{یونیده‌نشده}} > [H^+] = [F^-] > [OH^-]$$

ث) درست $HCl + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Cl^-$

نکته

در محلول اسیدهای قوی مثل HCl تقریباً مولکول یونیده نشده وجود ندارد و با انحلال یونی این اسیدها در آب محلولی شامل یون‌های آب‌پوشیده ایجاد می‌شود ولی در محلول اسیدهای ضعیف مثل HF هم‌زمان شمار ناچیزی از یون‌های آب‌پوشیده و شمار زیادی مولکول یونیده‌نشده وجود دارد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸، ۱۹، ۲۳ و ۲۴)

۹۷- گزینهٔ «۳» *(امین نوروزی)*

موارد آ و ت درست هستند. بررسی عبارت‌ها:
آ) محلول HBr اسید قوی است پس با یونش کامل در نظر گرفته می‌شود و در محلول نهایی HBr مولکولی (یونیده‌نشده) تقریباً صفر است و غلظت نهایی H^+ و Br^- با غلظت اولیه HBr برابر است.
ب) محلول HCN اسید ضعیف است و شمار ناچیزی از یون‌های آب‌پوشیده H^+ و CN^- در محلول آن وجود دارد و کمتر از ۰/۳M مربوط به HCN است.
پ) HI اسید قوی است و تقریباً HI یونیده‌نشده (مولکولی) در محلول آن یافت نمی‌شود: $(HI) \simeq ۰$
ت) محلول HF اسید ضعیف است. پس $[HF] > [H^+] = [F^-]$ است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

۹۸- گزینهٔ «۲» *(کامران جعفری)*

اطلاعات ردیف‌های ۱، ۲ و ۳ درست هستند.

ردیف ۱: $pH = ۲/۴ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲/۴} = ۴\times۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}$

$\Rightarrow [OH^-] = ۲/۵\times۱۰^{-۱۲}\,mol.L^{-۱}$

ردیف ۲: $pH = ۴ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱} \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۱۰}\,mol.L^{-۱}$

ردیف ۳: $pH = ۳/۷ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۳/۷} = ۲\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$

$\Rightarrow [OH^-] = ۵\times۱۰^{-۱۱}\,mol.L^{-۱}$

ردیف ۴: $pH = ۱۰/۵۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۰/۵۲} = ۳\times۱۰^{-۱۱}\,mol.L^{-۱}$

$\Rightarrow [OH^-] = \frac{۱}{۳}\times۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}$

نکته

با رابطه $[H^+]$ ۱۰^{-pH} می‌توان غلظت $[H^+]$ را از روی اطلاعات pH به‌دست آورد.

همچنین برای به‌دست آوردن $[OH^-]$ از روی $[H^+]$ و یا برعکس از رابطه $[H^+][OH^-]$ $۱۰^{-۱۴}$ استفاده می‌شود.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۲۸)

۹۹- گزینهٔ «۱» (علی امینی)

۱) $HA \rightarrow H^+ + A^- \xrightarrow{\text{قوی}} [H^+]_۱ = M$

۲) $\underset{M-x}{HB} \rightleftharpoons \underset{x}{H^+} + \underset{x}{B^-} \xrightarrow{\text{ضعیف}} [H^+]_۲ = X = M\alpha$

$\frac{\text{شمار ذرات یونیده نشده}}{\text{شمار یون‌ها}}$ $\frac{[HB]}{[H^+]+[B^-]}$ $\frac{M-x}{۲x} = ۲$

$\Rightarrow M - x = ۴x \Rightarrow M = ۵x$

درجه یونش $\alpha = \frac{x}{M} = \frac{x}{۵x} = \frac{۱}{۵} = ۰/۲ \xrightarrow[\text{درصد یونش}]{\times ۱۰۰} \text{درصد یونش} = \%۲۰$

$pH_۲$ $۳/۳ \Rightarrow [H^+]_۲ = ۱۰^{-pH_۲} = ۱۰^{-۳/۳} = ۱۰^{۰/۷}\times۱۰^{-۴}$

$۵\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$

$[H^+]_۲$ $M\alpha = M\times۰/۲ = ۵\times۱۰^{-۴} \Rightarrow M = ۲۵\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$

$pH_۱$ $-\log[H^+]_۱ = -\log M = -\log(۲۵\times۱۰^{-۴})$

$۴ - \log ۲۵ = ۴ - ۲\log ۵ = ۴ - ۲(۰/۷) = ۲/۶ \Rightarrow pH_۱ = ۲/۶$

راه دوم: $[H^+]_۲$ $[H^+]_۱ \times \alpha \xrightarrow[\alpha = \frac{۱}{۵}]{} [H^+]_۱ = ۵\times[H^+]_۲$

$\xrightarrow{-\log} -\log[H^+]_۱ = -\log ۵ - \log[H^+]_۲ \Rightarrow pH_۱ = pH_۲ - ۰/۷$

$pH_۱$ $۳/۳ - ۰/۷ = ۲/۶$

نکته

در اسیدهای قوی $[H^+]$ و $[A^-]$ با غلظت اولیه اسید HA برابر است. $[A^-] = M$ $[H^+]$ برای محاسبه $[H^+]$ و $[B^-]$ در اسید ضعیف همچون HB می‌توان غلظت مولار محلول را در درجهٔ یونش ضرب کرد $[H^+] = M\times\alpha$ اگر غلظت H^+ و B^- را برابر x مول بر لیتر در نظر بگیریم غلظت کل یون‌ها 2x خواهد شد. از سویی غلظت ذره‌های یونیده نشده (مولکولی) برابر $M - x$ خواهد بود.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۵)

۱۰۰- گزینهٔ «۲» (مسعود جعفری)

به ازای هر $۱۰^\circ C$ افزایش دما از $۲۵^\circ C$ تا $۵۵^\circ C$ برای ثابت یونش آب داریم:

$\boxed{۲۵^\circ C} \xrightarrow{+۱۰} \boxed{۳۵^\circ C} \xrightarrow{+۱۰} \boxed{۴۵^\circ C} \xrightarrow{+۱۰} \boxed{۵۵^\circ C}$

$۱۰^{-۱۴}$ ۲×۱۰^{-۱۴} ۳×۱۰^{-۱۴} ۴×۱۰^{-۱۴}

اکنون شمار مول‌های HCl را در دمای $۲۵^\circ C$ به‌دست می‌آوریم:

$\theta = ۲۵^\circ C : ?\,mol\,HCl$ ۳۹/۶g محلول $\times \frac{۵۸/۴\,g\,HCl}{\text{محلول}\,۱۵۸/۴\,g}$

$\times \frac{۱\,mol\,HCl}{۳۶/۵\,g\,HCl} = ۰/۴\,mol\,HCl$

انحلال‌پذیری HCl در دمای $۵۵^\circ C$ نصف مقدار آن در دمای $۲۵^\circ C$ است. بنابراین در دمای $۵۵^\circ C$، به میزان ۰/۲ مول از این ماده در محلول مورد نظر وجود دارد اکنون حجم محلول را محاسبه می‌کنیم:

چگالی $\frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow ۱/۵۸۴ = \frac{۳۹/۶}{V} \Rightarrow V = ۲۵mL = ۲۵\times۱۰^{-۳}L$

با توجه به اینکه HCl یک اسید قوی است، بنابراین تمام مقداری از آن که در آب حل شده است یونیده می‌شود:

$[H^+] = M_{HCl}$

$\theta = ۲۵^\circ C : M_{HCl}$ $\frac{۰/۴}{۲۵\times۱۰^{-۳}}$ $۱۶\,mol.L^{-۱}$

$\Rightarrow K_W(۲۵^\circ C) = [H^+]\times[OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \xrightarrow{[H^+]=۱۶}$

$[OH]$ $\frac{۱}{۱۶}\times۱۰^{-۱۴}\,mol.L^{-۱}$

$\theta = ۵۵^\circ C : M_{HCl}$ $\frac{۰/۲}{۲۵\times۱۰^{-۳}}$ $۸\,mol.L^{-۱}$

$\Rightarrow K_W(۵۵^\circ C) = [H^+]\times[OH^-] = ۴\times۱۰^{-۱۴} \xrightarrow{[H^+]=۸}$

$[OH^-]$ $\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۱۴}\,mol.L^{-۱}$

بنابراین، نسبت غلظت OH^- در حالت دوم به حالت اول، برابر ۸ است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۲۶)

شیمی ۱

۱۰۱- گزینهٔ «۴» (رسول رزمجویی)

مطابق شکل ۱۸ کتاب درسی الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همهٔ نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد اما در یک محدوده خاص احتمال حضور بیشتری دارد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اختلاف طول موج‌ها از رنگ سرخ تا بنفش به تدریج کاهش می‌یابد.

$\underset{۱۷۰nm}{۶۵۶ \rightarrow ۴۸۶} \rightarrow \underset{۵۲nm}{۴۳۴} \rightarrow \underset{۲۴nm}{۴۱۰}$

گزینهٔ «۲»: کشف ساختار لایه‌ای اتم، بعد از مدل اتمی بور بوده؛ بور از وجود زیرلایه‌ها اطلاعی نداشت و به همین دلیل در مدل اتمی خود نیز اشاره‌ای به آنها نکرد.

گزینهٔ «۳»: گنجایش الکترون در هر زیرلایه از رابطهٔ $۴l + ۲$ محاسبه می‌شود و گنجایش الکترون در هر لایهٔ الکترونی اصلی از رابطهٔ $۲n^۲$ به دست می‌آید به این ترتیب:

$(۴\times۲) + ۲ = ۱۰$

گنجایش الکترون در لایهٔ پنجم طبق فرمول $۲n^۲$، ۵۰ است: $۲\times(۵)^۲ = ۵۰$

بنابراین گنجایش الکترون در زیرلایهٔ d یک پنجم گنجایش الکترون در لایهٔ پنجم است:

$\frac{۱۰}{۵۰}$ $\frac{۱}{۵}$

(کیوان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۰۲- گزینهٔ «۴» (میثم نوری)

فقط مورد چهارم درست است. بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد اول: در گسترهٔ مرئی از طیف نشری خطی به دست آمده از اتم‌های هیدروژن، وجود چهار خط یا نوار رنگی با طول موج و انرژی معین، تأییدشده است.

مورد دوم: نیلز بور بر این باور بود که از بررسی تعداد و جایگاه آن‌ها، می‌توان اطلاعات ارزشمندی از ساختار اتم هیدروژن به‌دست آورد.
مورد سوم: طبق مدل کوانتومی ساختاری لایه‌ای برای اتم ارائه شد.
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحهٔ ۲۴)

۱۰۳- گزینهٔ «۲» *(مژگان یاری)*

بررسی گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: نادرست است. الکترون در این لایه انرژی بیشتری نسبت به حالت پایه دارد و از هسته دورتر است.
گزینهٔ «۲»: درست است. الکترون‌های برانگیخته و ناپایدار تمایل دارند با از دست دادن انرژی به صورت نشر نور به حالت پایدارتر و در نهایت پایه برگردند و چون حرکت الکترون ها بین لایه‌ها به‌صورت کوانتومی است، این بازگشت به‌صورت کوانتومی است و نوری با طول موج معین نشر می‌کنند.
گزینهٔ «۳»: نادرست است. طول موج نور نشریافته در هنگام برگشت به حالت پایه کمتر از برگشت به لایهٔ سوم می‌باشد، زیرا انرژی بیشتری آزاد می‌شود بنابراین طول موج کوتاه‌تری را داراست.
گزینهٔ «۴»: نادرست است. با توجه به شکل کتاب درسی بازگشت الکترون از لایهٔ ششم تا سوم به لایهٔ دوم با آزاد شدن پرتوهای الکترومغناطیسی همراه است که در ناحیهٔ مرئی قرار دارند. بنابراین بازگشت الکترون به حالت پایه با آزاد شدن پرتو الکترومغناطیسی در ناحیهٔ مرئی همراه نیست.
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱۰۴- گزینهٔ «۱» *(میثم کوثری‌لشکری)*

موارد «پ» و «ت» نادرست هستند.
انرژی الکترون‌ها در اتم با افزایش فاصله از هسته افزایش می‌یابد ولی تفاوت انرژی لایه‌ها با دور شدن از هسته کاهش می‌یابد (نادرستی پ) انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم به عدد اتمی وابسته است که باعث می‌شود در نهایت انرژی لایه‌ها و همچنین تفاوت انرژی میان آن‌ها در اتم عنصرهای گوناگون متفاوت باشد (دلیل ایجاد طیف نشری خطی منحصربه‌فرد برای هر عنصر) از سوی دیگر الکترون در هر لایه‌ای باشد در همهٔ نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد اما در محدوده مورد نظر احتمال حضور بیش‌تر دارد (نادرستی ت)
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۱۰۵- گزینهٔ «۲» *(عرفان علیزاده)*

آ) نادرست – هرچه انرژی یک پرتو بیشتر باشد، طول موج آن کوتاه‌تر است (انرژی با طول موج رابطهٔ عکس دارد.) بنابراین انتقال **A** دارای بیشترین انرژی و در نتیجه کمترین طول موج است.
ب) نادرست – در اتم هیدروژن تنها انتقال از لایه‌های n به $n=2$ در $3,4,5,6$ ناحیهٔ مرئی قرار دارد، بنابراین B,C,D مرئی هستند.
پ) نادرست – انتقال **F** با جذب انرژی همراه است و نشری نیست! انتقال **D** دارای طول موج $656nm$، می‌باشد.
ت) درست – هر چه از هسته دورتر شویم، فاصلهٔ بین تراز انرژی متوالی کاهش می‌یابد.
$E>D$: انرژی
$E<D$: طول موج
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۲۰، ۲۶ و ۲۷)

۱۰۶- گزینهٔ «۴» *(میثم کوثری‌لشکری)*

همهٔ موارد درست هستند. بررسی برخی موارد:

«ب»: گنجایش الکترونی لایه‌ها $2n^2$ می‌باشد و در لایهٔ سوم $2(3)^2=18$ و همچنین تعداد عناصر دورهٔ چهارم نیز برابر ۱۸ است.
«پ»: در لایهٔ چهارم، ۴ زیرلایهٔ s، p، d و f وجود دارد که مجموع اعداد کوانتومی فرعی آنها $6=3+2+1+0$، است.
«ت»: زیرلایه‌های دارای $n+l=5$ عبارتند از $5s$، $4p$ و $3d$ بنابراین حداکثر $2+6+10=18$ الکترون در آن‌ها جای می‌گیرد.

نکته

گنجایش الکترون در هر لایه با رابطهٔ $2n^2$ و در هر زیرلایه با رابطهٔ $4l+2$ مشخص می‌شود. عددهای کوانتومی فرعی در $s=0$، $p=1$، $d=2$ و $f=3$ است.

(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۱۰۷- گزینهٔ «۳» *(میثم کوثری‌لشکری)*

نهمین عنصر واسطه دورهٔ چهارم $_{29}Cu$ است.

$$_{29}Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$$

آخرین زیرلایه $4s$ است و دارای یک الکترون است.

نکته

با توجه به اینکه عنصرهای واسطه از گروه ۳ شروع می‌شوند عنصر نهم واسطه در گروه ۱۱ قرار دارد.

بررسی گزینهٔ «۴»:

$$Cu^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^9$$

تعداد الکترون‌ها با $l=2$، ۹ تا و تعداد الکترون‌ها با $l=1$، ۱۲ تا است.
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

۱۰۸- گزینهٔ «۲» *(امیرمحمد کنکرانی)*

آرایش الکترونی کروم و مس به‌صورت زیر است که الکترون‌های $3d$ و $4s$ الکترون‌های ظرفیتی هستند.

$$_{24}Cr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$$

$$_{29}Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$$

بررسی عبارت‌ها:
عبارت اول: درست – در لایهٔ سوم کروم و مس به ترتیب ۱۳ و ۱۸ الکترون وجود دارد که اختلاف آنها برابر ۵ است.
عبارت دوم: درست – در لایهٔ ظرفیت کروم و مس به ترتیب ۶ و ۱۱ الکترون وجود دارد که اختلاف آنها برابر ۵ است.
عبارت سوم: نادرست – مجموع تعداد الکترون آنها در زیرلایه s آنها برابر ۱۴ است.
عبارت چهارم: درست – در زیرلایهٔ d مس **۱۰** الکترون و در کروم **۵** الکترون وجود دارد.
عبارت پنجم: درست – هر دو نماد دو حرفی **Cu** و **Cr** دارند و در دورهٔ چهارم جدول تناوبی جای دارند.
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

۱۰۹- گزینهٔ «۴» *(مژگان یاری)*

بررسی موارد:
آ) نادرست – آرایش الکترونی اتم به‌صورت زیر می‌باشد.

$$_{29}^{63}Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$$

زیرلایه s دارای عدد کوانتومی فرعی صفر که همان $l=0$ می‌باشد و دارای ۷ الکترون و زیرلایه p دارای عدد کوانتومی فرعی ۱ که همان $l=1$ است و دارای ۱۲ الکترون است که با هم برابر نیستند.
ب) درست – اتم دارای **۳۰** پروتون عنصر روی می‌باشد که دارای آرایش الکترونی زیر است.

$$_{30}^{65}Zn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2$$

که زیرلایهٔ d آن همانند اتم مورد نظر دارای **۱۰** الکترون است.
پ) درست. (A) عدد جرمی که مجموع p و n است برابر ۶۳ بوده و چون ۲۹ پروتون داریم پس دارای ۳۴ نوترون است. پس تفاوت نوترون و پروتون برابر ۵ است.

$$_{29}^{63}Cu: n-p=A-2Z=63-58=5$$

ت) نادرست است – اتم‌های $_{29}^{63}X$ و $_{28}^{63}A$ به دلیل تفاوت در شمار پروتون‌ها نسبت به‌هم ایزوتوپ نیستند. ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت می‌باشند.
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵ و ۳۱ تا ۳۴)

۱۱۰- گزینهٔ «۲» *(میثم کوثری‌لشکری)*

اگر $l=1$ دارای ۱۲ الکترون باشد، یعنی زیرلایه‌های $2p$ و $3p$ پرشده هستند و الکترون به زیرلایه‌های $4p$ وارد نشده است.

$_{18}Ar: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$:اولین عنصر

$_{30}Zn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2$:آخرین عنصر

تعداد عناصر $(30-18)+1=13$

برای به دست آوردن تعداد عنصرها از A تا B، باید تفاوت دو عدد اتمی را با عدد ۱ جمع کنیم.

برای به دست آوردن تعداد عنصرها بین دو عدد اتمی تفاوت دو عدد اتمی را منهای یک میکنیم.

(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های۳۱، ۳۳ و ۳۴)

۱۱۱- گزینهٔ «۲»

(مسعود بعفری)

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:

$$X^{3+}:[Ar]3d^{10} \xrightarrow{+3e^-} x:[Ar]3d^{10}4s^2 4p^1$$

$$\Rightarrow \text{مجموع } n+l \text{ الکترون‌های ظرفیتی } \quad 2(4+0)+(4+1)=13$$

عبارت دوم:

$$_{24}A:[Ar]3d^5 4s^1 \xrightarrow{-3e^-} {}_{24}A^{3+}:[Ar]3d^3 \quad \checkmark$$

$$_{34}D:[Ar]3d^{10}4s^2 4p^4 \xrightarrow{+2e^-} {}_{34}D^{2-}:[Ar]3d^{10}4s^2 4p^6 \quad \times$$

$$_{29}E:[Ar]3d^{10}4s^1 \xrightarrow{-e^-} {}_{29}E^{+}:[Ar]3d^{10} \checkmark$$

عبارت سوم: ابتدا با استفاده از آرایش الکترونی اتم منشا هر یون، عدد اتمی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$A^{3+}:[Ar]3d^4 \xrightarrow{+3e^-} A:[Ar]3d^5 4s^2 \Rightarrow Z_A=25$$

$$G^{2-}:[Ar]3d^{10}4s^2 4p^6 \xrightarrow{-2e^-} G:[Ar]3d^{10}4s^2 4p^4 \Rightarrow Z_G=34$$

میان این دو عنصر در جدول تناوبی $(34-25)-1=8$ عنصر دیگر وجود دارد.

عبارت چهارم:

$$_{33}As:[Ar]3d^{10}4s^2 4p^3 \xrightarrow{+3e^-} {}_{33}As^{3-}:[Kr] \quad \times$$

$$_{16}S:[Ne]3s^2 3p^4 \xrightarrow{+2e^-} {}_{16}S^{2-}:[Ar] \quad \checkmark$$

$$_{21}Sc:[Ar]3d^1 4s^2 \xrightarrow{-3e^-} {}_{21}Sc^{3+}:[Ar] \quad \checkmark$$

$$_{23}V:[Ar]3d^3 4s^2 \xrightarrow{-5e^-} {}_{23}V^{5+}:[Ar] \quad \checkmark$$

(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۱۲- گزینهٔ «۲»

(امیرمحمد کنکرانی)

بررسی عبارت گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست – دورهٔ اول به دستهٔ p ختم نمی‌شود و به دستهٔ s ختم می‌شود.

گزینهٔ «۲»: درست – عناصر اصلی، دسته‌های s و p هستند که به ترتیب ۱۴ و ۳۶ عنصر مربوط به این دسته‌ها هستند که مجموع آنها از تعداد عناصر دستهٔ d که ۴۰ تا هستند بیشتر است.

گزینهٔ «۳»: نادرست – در گروه ۱۸، هلیم جزو دستهٔ s و بقیه به دستهٔ p تعلق دارند.

گزینهٔ «۴»: نادرست – ۶ عنصر که به ترتیب ننوشته‌اند عبارتند از:

Co, Cu, Cr, Ca, C, Cl

(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۳۳ و ۳۴)

۱۱۳- گزینهٔ «۴»

(امیرمحمد کنکرانی)

دومین عنصری که زیرلایهٔ d آن پر می‌شود $_{30}Zn$ است. (اولین عنصر $_{29}Cu$ است.)

بررسی عبارت گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست - نماد شیمیایی آن Zn است.

گزینهٔ «۲»: درست - در زیرلایهٔ p و d آن به ترتیب ۱۲ و ۱۰ الکترون وجود دارد که نسبت آنها ۱/۲ است.

گزینهٔ «۳»: درست - لایهٔ ظرفیت آن $3d^{10}4s^2$ است.

$n+l \rightarrow [10\times(3+2)]+[2\times(4+0)]=58$

گزینهٔ «۴»: نادرست – آرایش کاتیون $2+$ آن به‌صورت زیر است:

$$_{30}Zn^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10}$$

که تمامی زیرلایه‌های اشغال شده پر هستند و زیرلایهٔ نیمه‌پر وجود ندارد.

(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۳۰، ۳۱ و ۳۲)

۱۱۴- گزینهٔ «۳»

(عرفان علیزاده)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: منظور $3d^{10}$ می‌باشد که عناصر $_{29}Cu$ و $_{30}Zn$ هر دو ده الکترون در زیرلایه 3d خود دارند.

گزینهٔ «۲»: دومین عنصری که از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند. عنصر $_{29}Cu$ می‌باشد (اولین عنصر $_{24}Cr$ است.) عنصر مس نخستین عنصری است که سه لایه نخست آن پر می‌شود. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$

گزینهٔ «۳»: این جمله الزاماً درست نیست. برای مثال $_{16}S$ و $_{24}Cr$ هر دو دارای شش الکترون ظرفیتی می‌باشند ولی گوگرد در گروه ۱۶ و کروم در گروه ۶ جدول تناوبی جای دارند.

گزینهٔ «۴»: در دورهٔ سوم، هشت عنصر وجود دارد که دو مورد از این عناصر نماد شیمیایی تک‌حرفی ($_{15}P$ و $_{16}S$) و بقیه نماد شیمیایی دوحرفی دارند. (۶ عنصر)

(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۱۰، ۱۱، و ۳۱ تا ۳۴)

۱۱۵- گزینهٔ «۴»

(میثم کوثری‌لشکری)

عبارت‌های الف و ت درست هستند.

آ) عنصرهای $_{19}K$ و $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ در آخرین زیرلایه خود آرایش $4s^1$ و $_{31}Ga$ آرایش $4p^1$ دارند.

ب) در این دوره $_{20}Ca$ و همهٔ عنصرهای واسطه به‌جز $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ که شامل ۸ عنصر هستند دارای آرایش $4s^2$ در آخرین زیرلایه خود هستند و $_{36}Kr$ هم با آرایش $4p^6$ در آخرین زیرلایهٔ خود، همگی در آخرین زیرلایه از الکترون پر هستند که مجموعاً ۱۰ عنصر هستند.

پ) در مجموع ۸ عنصر دارای زیرلایهٔ پر با $n+l=5$ هستند. (3d و 4p دارای این ویژگی هستند) از عنصر $_{29}Cu$ به بعد در 3d دارای ۱۰ الکترون وجود دارد یعنی از گروه ۱۱ تا ۱۸ که شامل ۸ عنصر است. (عنصر گروه ۱۸ یعنی $_{36}Kr$ دارای آرایش $4p^6$ در زیرلایه آخر است و دوزیرلایه کاملاً پر با $n+l=5$ دارد.)

ت) ($l=2$ یعنی زیر لایه d) دو عنصر $_{24}Cr$ و $_{25}Mn$ به ترتیب با آرایش $[_{18}Ar]\underline{3d^5}\,4s^1$ و $[_{18}Ar]\underline{3d^5}\,4s^2$ ویژگی مورد نظر را دارند و ۵ الکترون در 3d دارند.

(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۱۶- گزینهٔ «۳»

(عرفان علیزاده)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق قاعدهٔ آفبا، آرایش الکترونی $_{29}Cu$ به‌صورت $[Ar]3d^9 4s^2$ نوشته می‌شود، اما به کمک روش‌های طیف‌سنجی پیشرفته مشخص می‌شود که آرایش الکترونی این اتم به‌صورت $[Ar]3d^{10}4s^1$ می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: He در گروه گازهای نجیب قرار دارد و آرایش الکترون – نقطه‌ای اتم آن به‌صورت $\ddot{He}$ می‌باشد. (جفت الکترون)

گزینهٔ «۳»: با توجه به شکل صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی دهم، این مورد صحیح می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: در ترکیبات یونی مجموع بار مثبت با مجموع بار منفی برابر است. امّا تعداد کاتیون الزاماً با تعداد آنیون برابر نیست. برای مثال در این مورد:

$$K_2S: \underbrace{2K^+}_{\text{۲کاتیون}} + \underbrace{1S^{2-}}_{\text{۱آنیون}}$$

(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۲۷، ۳۲ و ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۷- گزینهٔ «۲»

(محمدرضا غفارزاده)

ابتدا عنصرهای A تا E را تعیین می‌کنیم: $2z+10=28 \Rightarrow z=9$

عنصری نافلزی از گروه ۱۷ با ظرفیت ۱ است.

ب) $_{31}Ga : [Ar]3d^{10}4s^2 4p^1$
این عنصر از گروه ۱۳ با ظرفیت ۳ است.
پ) اتم D، نافلزی از گروه ۱۶ با ظرفیت ۲ است.
ت) ذرات باردار با هم در اتم برابرند.

$$e + p = 2p = 40 \Rightarrow p = 20 \quad {}_{20}E : [{}_{18}Ar]4s^2$$

عنصری از گروه ۲ دارای ظرفیت ۲ است.
۱) ترکیب حاصل BA_3 - یونی – (فلز و نافلز)
۲) ترکیب حاصل ED - یونی– (فلز و نافلز)
۳) ترکیب حاصل DA_2 - مولکولی– (هر دو نافلز)
۴) B و E هر دو فلز هستند و پیوند یونی یا کووالانسی تشکیل نمی‌شود.
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵، ۳۱ و ۳۷ تا ۴۰)

۱۱۸- گزینهٔ «۱» *(میثم کوثری‌لشکری)*

فقط مورد «ب» درست است.
عناصر A، B، C و D به ترتیب $_2He$، $_9F$، $_{12}Mg$ و $_{28}Ni$اند.
آ) عنصر A به گروه ۱۸ و عنصر C به گروه ۲ تعلق دارند.
ب) ترکیب یونی حاصل MgF_2 است.
پ) $_{28}Ni : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^8 4s^2$
ت) عنصر He در لایهٔ آخر ۲ الکترون دارد، امّا در گروه ۱۸ جای دارد.
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۳۱، ۳۲، ۳۴ و ۳۸)

۱۱۹- گزینهٔ «۳» *(میثم کوثری‌لشکری)*

موارد ب، پ و ت درست‌اند.
عناصر A، B، C، D و E به ترتیب $_{19}K$، $_{15}P$، $_{20}Ca$، $_{30}Zn$ و $_{21}Sc$ هستند.
آ) B و C به ترتیب نافلز و فلزند و ترکیب حاصل یونی است. برای ترکیب‌های یونی واژه فرمول شیمیایی به‌کار می‌رود نه فرمول مولکولی.
ب) هر دو در لایهٔ ظرفیت ۳ الکترون دارند.
پ) $_{30}Zn : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2$
ت) ترکیب یونی حاصل K_3P است و برای تشکیل ۱ مول از آن ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۳۱، ۳۲، ۳۴، ۳۸ و ۳۹)

۱۲۰- گزینهٔ «۴» *(عرفان علیزاده)*

همهٔ عبارت‌ها درست هستند. بررسی عبارت‌ها:
آ) عنصر Z، عنصر $_6C$ است. گرافیت دگرشکلی از کربن است که به سرب مداد معروف است.
ب) عنصر Y، عنصر $_{24}Cr$ است. کروم و گوگرد هر دو در لایهٔ ظرفیت خود ۶ الکترون دارند و به ترتیب متعلق به گروه‌های ۶ و ۱۶ هستند.
پ) شمار الکترون‌های مبادله‌شده برای تشکیل یک مول از ترکیب‌های یونی، برابر با حاصل‌ضرب بار کاتیون در شمار کاتیون‌های موجود در هر واحد فرمولی و یا حاصل‌ضرب بار آنیون در شمار آنیون‌های موجود در هر واحد فرمولی است.

$$X^{3+}, 3M^- : XM_3 \quad 3\times1 = 3\,mole^-$$

ت) آرایش الکترونی کروم به‌صورت زیر است:

$$_{24}Cr : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$$

که در آن ۱۲ الکترون با $l=1$ و ۷ الکترون با $l=0$ و ۵ الکترون با $l=2$ وجود دارد.
ث) عنصر N، عنصر منیزیم است، که در ایزوتوپ‌های آن درصد فراوانی $_{24}Mg$ بیشتر از ایزوتوپ‌های دیگر است. (ترتیب فراوانی: $_{24}Mg > {}_{26}Mg > {}_{25}Mg$)
(کیهان زادگاه الفبای هستی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵، ۳۱، ۳۲، ۳۸، ۳۹ و ۴۳)

شیمی ۲

۱۲۱- گزینهٔ «۳» *(حمید زبیلی)*

تنها عبارت «ث» نادرست است. بررسی عبارت‌ها:
«آ»: فلزات از جمله منابع تجدیدناپذیر هستند.
«ب»: پسماند سرانهٔ سالانهٔ فولاد، ۴۰ کیلوگرم است.
«پ»: در استخراج ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن، تقریباً ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ معدن آهن استفاده می‌شود.
«ت»: از بازگردانی هفت قوطی فولادی آنقدر انرژی ذخیره می‌شود که می‌توان یک لامپ ۶۰ واتی را در حدود ۲۵ ساعت روشن نگه داشت.
«ث»: بازیافت فلزات از جمله آهن، باعث حفظ بیشتر گونه‌های زیستی می‌شود و ردپای کربن‌دی‌اکسید را کاهش می‌دهد.
(قدر هدایای زمینی را بدانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱۲۲- گزینهٔ «۳» *(میثم کیانی)*

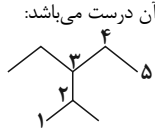
بررسی گزینهٔ «۳»: حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود.
(قدر هدایای زمینی را بدانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۲۹، ۳۰ و ۳۲)

۱۲۳- گزینهٔ «۳» *(محمداسماعیل رحمانی)*

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.
عبارت «آ»: مطابق شکل ۱۳ صفحهٔ ۲۹ کتاب درسی که موارد استفاده از نفت خام را بیان می‌دارد، حدود نیمی از نفتی که از چاه بیرون می‌آید به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌گردد و بخش اعظم نیم‌دیگر آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز انسان به‌کار می‌رود.
عبارت «ت»: آلکان‌ها به دلیل ناقطبی بودن در آب نامحلول هستند و با قرار دادن فلزها درآلکان های مایع یا اندود کردن فلزها، از آن‌ها محافظت می‌شود.
(قدر هدایای زمینی را بدانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۹، ۳۰، ۳۵ و ۳۶)

۱۲۴- گزینهٔ «۴» *(حسین ناصری‌ثانی)*

۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان دارای $2(1\times2)+6=8$ کربن است و هر آلکانی با ۸ کربن با آن همپار است. بررسی گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: این ترکیب با ۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان همپار است ولی نام صحیح آن ۳- متیل‌هپتان است.
گزینهٔ «۲»: نام این ترکیب درست است، اما با ۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان همپار نیست.
گزینهٔ «۳»: ترکیب داده شده در این گزینه هرچند با ۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان همپار است اما نام درست آن ۳- متیل‌هپتان می‌باشد.
گزینهٔ «۴»: فرمول مولکولی آلکان داده شده در این گزینه C_8H_{18} بوده و با فرمول مولکولی ۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان یکسان است. در نتیجه این دو ترکیب همپار هستند. هم‌چنین نام پیشنهاد شده برای آن درست می‌باشد:



نکته: در نام‌گذاری آلکان‌های شاخه‌دار، هرگاه دو زنجیره دارای کربن برابر باشند، زنجیری که دارای شاخهٔ بیشتری باشد. به عنوان زنجیر اصلی انتخاب می‌شود.
(ترکیبی) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰ و ۷۵)

۱۲۵- گزینهٔ «۲» *(محمداسماعیل رحمانی)*

با توجه به فرمول کلی آلکان‌ها که به‌صورت C_nH_{2n+2} می‌باشد، در می‌یابیم که در هر آلکان جرم کربن‌ها برابر است با ضرب جرم مولی کربن در تعداد کربن $(12n)$ و همچنین جرم هیدروژن‌ها به طریق مشابه برابر $(2n+2)$ می‌باشد. حال با توجه به اطلاعات سؤال از طریق زیر می‌توانیم آلکان‌ها را تشخیص دهیم:

آلکان ۱: $\frac{12n}{2n+2} = 5 \rightarrow 12n = 10n + 10 \rightarrow 2n = 10 \rightarrow n = 5 : C_5H_{12}$

آلکان ۲: $\frac{12n}{2n+2} = 4 \rightarrow 12n = 8n + 8 \rightarrow 4n = 8 \rightarrow n = 2 : C_2H_6$

گزینهٔ «۱»: مجموع تعداد اتم‌های هیدروژن در این دو ترکیب برابر ۱۸ است.
گزینهٔ «۲»: اختلاف جرم این دو آلکان برابر است با ۴۲ و جرم مولی دومین عضو خانواده آلکان‌ها که پروپن نام دارد با فرمول C_3H_6 نیز دارای جرم ۴۲ می‌باشد.
گزینهٔ «۳»: می‌دانیم که در دمای اتاق آلکان‌ها تا ۴ اتم کربن به‌صورت گازی هستند.
گزینهٔ «۴»: درصد جرمی کربن در آلکان ۱ برابر $83/33\%$ و در الکان ۲ برابر 80% است.

درصد جرمی کربن در آلکان ۱: $\frac{12\times5}{72}\times100 \simeq 83/33$

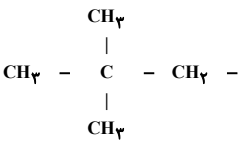
درصد جرمی کربن در آلکان ۲: $\frac{12\times2}{30}\times100 = 80$

(قدر هدایای زمینی را بدانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۳، ۳۴، ۳۶ و ۴۰)

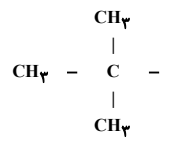
۱۲۶- گزینهٔ «۲» *(روزبه رضوانی)*

C به ۴ کربن و CH_3 به یک کربن و CH_2 به دو کربن دیگر متصل است.

۲ ، ۲- دی‌متیل‌پنتان



۲ ، ۲ ، ۳- تری‌متیل‌بوتان



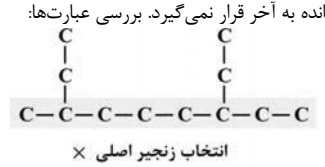
(قدر هدایای زمینی را بدانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۲۷- گزینهٔ «۴» *(مجتبی اسدزاده)*

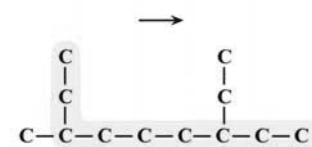
در نام‌گذاری هیچ آلکیلی روی کربن‌های اول و آخر قرار نمی‌گیرد همچنین اتیل روی کربن‌های ۲ و ۱ و کربن‌های آخر و یکی مانده به آخر قرار نمی‌گیرد. بررسی عبارت‌ها:

آ) درست

ب) درست – ۳ ، ۳- دی‌اتیل‌پنتان را می‌توان به صورت دی‌اتیل‌پنتان نوشت زیرا که شاخه فرعی اتیل به کربن‌های اول و دوم نمی‌تواند متصل شود.



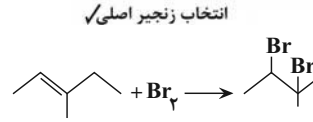
انتخاب زنجیر اصلی ×



انتخاب زنجیر اصلی✓

پ) نادرست – محصول حاصل از واکنش آلکن با آب، یک الکل سیرشده است بنابراین با برم واکنش نمی‌دهد.

ت)



۲ ، ۳- دی‌برمو -۳- متیل‌پنتان

(قدر هدایای زمینی را بدانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

۱۲۸- گزینهٔ «۴» *(مجتبی اسدزاده)*

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند. بررسی همهٔ عبارت‌ها:

آ) در دمای $300^\circ C$ آلکان‌های کمتر از ۱۷ اتم کربن به‌صورت گازی می‌باشند.

ب) با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌ها، اختلاف نقطهٔ جوش دو آلکان متوالی کاهش می‌یابد.

پ) تعداد پیوند کووالانسی در آلکان‌ها با فرمول $3n+1$ محاسبه می‌شود.
$3n+1=10 \Rightarrow n=3$ پروپان در دمای اتاق گازی‌شکل است.

ت) در دمای $100^\circ C$ هپتان (C_7H_{16}) به‌صورت گازی و نونان (C_9H_{20}) به‌صورت مایع می‌باشد. *(قدر هدایای زمینی را بدانیم) (شیمی ۲، صفحهٔ ۳۶)*

۱۲۹- گزینهٔ «۳» *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

گزینهٔ«۱»: اولین آلکان مایع C_5H_{12} است و فرمول مولکولی گریس $C_{18}H_{38}$ است.

جرم مولی $C_{18}H_{38}$ $\quad 18(12)+38=254$

جرم مولی C_5H_{12} $\quad 5(12)+12=72$

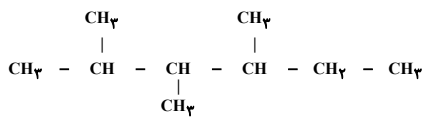
تفاوت جرم مولی $\quad 254-72=182g$

گزینهٔ«۲»: جرم مولی آلکان $\quad 14n+2=58 \rightarrow n=4 \rightarrow C_4H_{10}$

تعداد پیوند $= \dfrac{(C\times4)+(H\times1)}{2}$ $\quad \dfrac{(4\times4)+10}{2}$ $\quad 13$

گزینهٔ «۳»: آلکان‌ها به دلیل سیرشده بودن تمایل چندانی به انجام واکنش شیمیایی ندارند. این ویژگی سبب می‌شود تا میزان سمّی بودن آنها کمتر شده و استنشاق آنها بر شش‌ها و بدن تأثیر چندانی نداشته باشد و تنها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم می‌شوند . با وجود این، هیچ‌گاه برای برداشتن بنزین از باک خودرو و یا بشکه از مکیدن شیلنگ استفاده نکنید، زیرا بخارهای بنزین وارد شش‌ها شده و نفس کشیدن دشوار می‌شود.

گزینهٔ «۴»:



(قدر هدایای زمینی را بدانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۱۳۰- گزینهٔ «۴» *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ چگالی $d=\dfrac{m}{V}$ جرم مولی آلکان را به‌دست می‌آوریم در شرایط STP حجم مولی گازها برابر با $22/4L$ است:

$$3/214 \quad \frac{m}{22/4}m \quad 71/99 \simeq 72g.mol^{-1}$$

با توجه به این‌که جرم مولی آلکان $14n+2$ گرم بر مول است، n را محاسبه می‌کنیم:

$$14n+2=72 \Rightarrow n=\frac{72-2}{14}=5$$

پس این آلکان پنتان است. با توجه به فرمول مولکولی آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}) فرمول مولکولی این ترکیب C_5H_{12} است. از آن‌جا که در سوختن آلکان‌ها به ازای تعداد کربن‌ها CO_2 و به اندازهٔ نصف هیدروژن‌ها $(\frac{12}{2}=6)$ مولکول آب ایجاد می‌شود معادله را نوشته و محاسبات را انجام می‌دهیم:

$$C_5H_{12}(l)+8O_2(g) \rightarrow 5CO_2(g)+6H_2O(l)$$

$$C_5H_{12} \quad 72, H_2O \quad 18g.mol^{-1}$$

$$?gH_2O \quad 0/05molC_5H_{12} \times \frac{6molH_2O}{1molC_5H_{12}} \times \frac{18gH_2O}{1molH_2O}=5/4g$$

از سویی سومین آلکین دارای ۴ کربن و فرمول C_4H_6 است (C_nH_{2n-2}).

حالا تفاوت جرم را محاسبه می‌کنیم: $\Delta m=72-54=18$

(قدر هدایای زمینی را بدانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۲)

۱۳۱- گزینهٔ «۲» *(امیرمسین طیبی)*

بررسی همهٔ موارد:

آ) تعداد خطوط در مدل «پیوند - خط» در آلکان‌ها برابر با تعداد پیوندهای $C-C$ می‌باشد. که در یک آلکان nکربنه برابر با $n-1$ خط می‌باشد و به شاخه‌دار، یا راست‌زنجیر بودن آن هم وابسته نیست. در همهٔ آلکان‌ها با تعداد اتم کربن برابر، تعداد این خطوط به‌طور حتم برابر است.

ب) دومین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها اتان (C_2H_6) و سبک‌ترین آلکان شاخه‌دار ۲-متیل‌پروپان با ساختار و فرمول مولکولی C_4H_{10} می‌باشد.

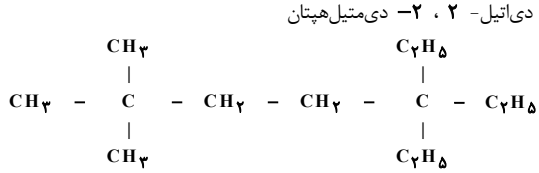
می‌دانیم هردوی این آلکان‌ها چون کمتر از ۵ اتم کربن دارند، در دمای اتاق گازی هستند. چگالی آلکان‌های گازی از رابطهٔ $d=\dfrac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}}$ محاسبه می‌شود. از آنجایی‌که حجم مولی گازها در شرایط یکسان با یکدیگر برابر است، در نتیجه تفاوت چگالی این دو گاز با تقسیم کردن تفاوت جرم مولی آن‌ها بر حجم مولی آنها محاسبه می‌شود.

تفاوت چگالی $\quad \dfrac{58-30}{22/4}=\dfrac{28}{22/4}=1/25\dfrac{g}{L}$

پ) در آلکان‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، درصد جرمی اتم C افزایش و درصد جرمی اتم H کاهش می‌یابد؛ در نتیجه با افزایش درصد جرمی H در آلکان‌ها، شمار اتم‌های C کم می‌شود و قدرت نیروی بین مولکولی واندروالسی نیز کاهش می‌یابد.

ت)

۵ ، ۵- دی‌اتیل- ۲ ، ۲- دی‌متیل‌هپتان



$2+2+5+5=14$

(ترکیبی) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۲ و ۷۰)

۱۳۲- گزینهٔ «۴» *(میثم کیانی)*

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

I) نفتالن با فرمول $C_{10}H_8$ دارای ۵ پیوند دوگانه و دو حلقهٔ آروماتیک است.

$$\frac{\text{پیوند دوگانه}}{\text{اتم‌های C}} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}$$

II) با فرمول $C_۴H_{۱۰}$ دو ساختار متفاوت آلکانی می‌توان ساخت.

(راست زنجیر) **بوتان** $C-C-C-C$

(شاخه دار) **متیل پروپان** $C-C(-C)-C$

III) کاتالیزگر مناسب واکنش زیر، سولفوریک‌اسید یا همان $H_۲SO_۴$ با ۷ اتم می‌باشد. در واکنش آلکن با آب در شرایط مناسب الکل سیرشده تولید می‌شود.

اتانول ⇒ آب + اتن

(ترکیبی) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۲، ۳۴، ۴۱، ۴۳ و ۷۰)

۱۳۳- گزینهٔ «۳»

(هاری مهدی‌زاده)

آلکین‌ها دارای فرمول $C_nH_{۲n-۲}$ هستند. هر هیدروکربن به اندازهٔ شمار هیدروژن‌های خود پیوندهای C با H دارد. یعنی $۲n-۲$ پیوند C با H در یک آلکین داریم. در آلکین‌های راست‌زنجیر به‌خاطر همین راست‌زنجیر بودن، یک پیوند کربن – کربن از تعداد کربن‌ها کمتر ایجاد می‌شود و یک پیوند سه‌گانه هم داریم که باز هم به اندازهٔ یک پیوند باعث کاهش پیوندهای یگانه می‌شود، پس $n-۲$ پیوند یگانه کربن با کربن در یک آلکین راست‌زنجیر وجود دارد.

$$\frac{C-H}{C-C} \quad \frac{۲n-۲}{n-۲} = \frac{۱۲}{۵} \rightarrow n = ۷$$

دومین عضو خانواده آلکن‌ها دارای ۳ اتم کربن است $(C_۳H_۶)$. پس تفاوت کربن‌ها دو ترکیب آلکن مورد نظر $(۷ \quad n)$ و دومین عضو آلکن‌ها $(۳ \quad n)$ برابر $۷-۳=۴$ کربن است.

(قدر هدایای زمینی را برانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۴۰ و ۴۲)

۱۳۴- گزینهٔ «۳»

(امیرحسین طیبی)

در اثر واکنش اتن با محلول آب و سولفوریک‌اسید، اتانول تولید می‌شود که نسبت به اتن، گشتاور دوقطبی بیشتری دارد. بررسی موارد نادرست:

گزینهٔ «۱»: گاز اتن را در برم مایع وارد می‌کنند (نه محلول آبی برم!)

گزینهٔ «۲»: سیکلوآلکان‌ها سیرشده هستند و با گاز هیدروژن واکنش نمی‌دهند.

گزینهٔ «۴»: تنها عضوی از خانوادهٔ آلکین‌ها که این ویژگی را دارد، اتین $(C_۲H_۲)$ است. اتن $(C_۲H_۴)$ به عنوان گاز عمل‌آورنده در کشاورزی کاربرد دارد.

(قدر هدایای زمینی را برانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۳۵- گزینهٔ «۱»

(حسن رحمتی‌کوکنده)

واکنش‌های (۱) و (۲) به‌صورت زیر می‌باشند:

واکنش (۱) اتانول(l) $CH_۲ \quad CH_۲ + H_۲O \xrightarrow{H_۲SO_۴} CH_۳CH_۲OH\ (l)$

واکنش (۲) $CH_۲ = CH_۲ + Br_۲ \longrightarrow CH_۲(Br) - CH_۲(Br)\ (l)$

الف) همهٔ آلکن‌ها در واکنش (۲) شرکت می‌کنند و رنگ قرمز برم را از بین می‌برند و این واکنش یکی از روش‌های شناسایی آن‌ها از هیدروکربن‌های سیرشده است.

ب) با وارد کردن گاز اتن در مخلوط آب و اسید در شرایط مناسب، اتانول را در مقیاس صنعتی تولید می‌کنند.

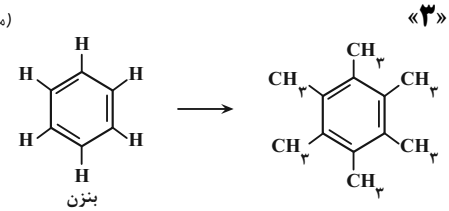
پ) «اتانول» و «۱ و ۲- دی‌برمواتان» در دما و فشار اتاق مایع می‌باشند.

ت) مادهٔ A (کاتالیزگر واکنش (۱))، سولفوریک‌اسید یا $H_۲SO_۴$ می‌باشد.

(قدر هدایای زمینی را برانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱۳۶- گزینهٔ «۳»

(مسعود طبرسا)



بنزن

فقط عبارت «ب» نادرست است. بررسی گزینه‌ها:

آ) قطبیت ماده تغییری نمی‌کند و همچنان ناقطبی است.

ب) ترکیب همچنان حلقهٔ بنزنی دارد به همین خاطر همچنان آروماتیک است.

پ) چون جرم ترکیب افزایش یافته، فراریت کم می‌شود.

ت) چون جرم ترکیب افزایش‌یافته، چسبندگی زیاد می‌شود.

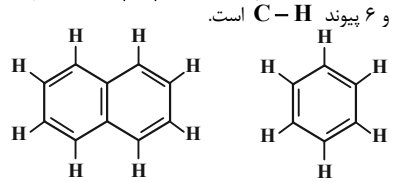
(قدر هدایای زمینی را برانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۵ و ۴۳)

۱۳۷- گزینهٔ «۲»

(میر معین السادات)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نفتالن با فرمول $C_{۱۰}H_۸$ دارای ۵ پیوند $C \quad C$، ۶ پیوند $C-C$ و ۸ پیوند $C-H$ است. بنزن هم با فرمول $C_۶H_۶$ دارای ۳ پیوند $C \quad C$، ۳ پیوند $C-C$ و ۶ پیوند $C-H$ است.



نفتالن

بنزن

گزینهٔ «۲»: متان گازی بی‌رنگ است.

گزینهٔ «۳»: اولین عضو آلکن‌ها $= C_۲H_۴$ و دومین عضو آلکین‌ها $= C_۳H_۴$

گزینهٔ «۴»: گریس با فرمول تقریبی $C_{۱۸}H_{۳۸}$ نسبت به وازلین با فرمول تقریبی $C_{۲۵}H_{۵۲}$ گرانروی کمتر و تمایل به جاری شدن بیشتری دارد.

(قدر هدایای زمینی را برانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۵، ۴۰، ۴۲، ۴۳ و ۴۶)

۱۳۸- گزینهٔ «۲»

(امیرحسین طیبی)

نفت کوره : **D** گازوئیل : **C** نفت سفید : **B** بنزین و خوراک پتروشیمیایی : **A**

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند. بررسی موارد نادرست:

آ) گازوئیل نسبت به بنزین و خوراک پتروشیمیایی نقطهٔ جوش بالاتری داشته و در ارتفاعات پایین‌تر از برج تقطیر خارج می‌شود.

پ) نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن است.

(قدر هدایای زمینی را برانیم) (شیمی۲، صفحه‌های ۴۴ و ۴۷)

۱۳۹- گزینهٔ «۳»

(هاری مهدی‌زاده)

در آلکن‌ها و سیکلوآلکان‌ها، درصد جرمی هیدروژن همواره برابر $۱۴/۳\%$ و مستقل از تعداد کربن‌ها است. با توجه به توضیح سوال که هیدروکربن را خطی معرفی کرده است پس این ترکیب آلکن است.

$C_nH_{۲n}$ ← مجموع اتم‌ها : $۲n+n=۳n \Rightarrow ۳n=۱۲ \Rightarrow n=۴ \Rightarrow C_۴H_۸$

معادلهٔ سوختن کامل آلکن‌ها به‌صورت زیر است:

$$C_nH_{۲n} + \frac{۳n}{۲}O_۲ \rightarrow nCO_۲ + nH_۲O$$

$$C_۴H_۸ + ۶O_۲ \rightarrow ۴CO_۲ + ۴H_۲O$$

$$?\,mol\,CO_۲ \quad ۳۳۶\,g\,C_۴H_۸ \times \frac{۱\,mol\,C_۴H_۸}{۵۶\,g\,C_۴H_۸} \times \frac{۴\,mol\,CO_۲}{۱\,mol\,C_۴H_۸}$$

$$۲۴\,mol\,CO_۲$$

روش دوم (تناسب):

$$\frac{\text{گرم}}{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}} \quad \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۳۳۶}{۵۶ \times ۱} = \frac{x}{۴}$$

$$\rightarrow x = ۲۴\,mol\,CO_۲$$

(قدر هدایای زمینی را برانیم) (شیمی ۲، صفحهٔ ۴۰)

۱۴۰- گزینهٔ «۳»

(هاری مهدی‌زاده)

اتان برخلاف اتن با گاز هیدروژن واکنش نمی‌دهد؛ زیرا هیدروکربنی سیرشده (آلکان) است. بنابراین فقط گاز اتن با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد و می‌توان مول اتن را محاسبه کرد.

$$C_۲H_۴(g) + H_۲(g) \rightarrow C_۲H_۶(g)$$

$$?\,mol\,C_۲H_۴ \quad ۶\,g\,H_۲ \times \frac{۱\,mol\,H_۲}{۲\,g\,H_۲} \times \frac{۱\,mol\,C_۲H_۴}{۱\,mol\,H_۲} = ۳\,mol\,C_۲H_۴$$

از سویی با توجه به اینکه هر مول گاز در شرایط STP، ۲۲/۴ لیتر است پس مول کل گازها را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد مول‌های گازی مخلوط} \quad ۱۷۹/۲\,L \times \frac{۱\,mol}{۲۲/۴\,L} = ۸\,mol$$

بنابراین ۸ مول مخلوط گازی در اختیار داریم که ۳ مول آن را گاز اتن تشکیل می‌دهد. پس درصد مولی اتان را به این صورت محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد مولی اتان} \quad \frac{\text{تعداد مول اتان در مخلوط}}{\text{تعداد مول کل}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{(۸-۳)\,mol}{۸\,mol} = \frac{۵}{۸} \times ۱۰۰$$

$$\%۶۲/۵$$

(قدر هدایای زمینی را برانیم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

ریاضی ۳ + پایهٔ مرتبط

۱۴۱– گزینهٔ «۲» *(احمدرضا ذاکرزاده)*

اگر نمودار تابع $y=\sqrt{-x}$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم نمودار تابع $y=\sqrt{-(x+1)}=\sqrt{-x-1}$ به‌دست می‌آید. اگر نمودار به‌دست آمده را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم نمودار تابع $y=\sqrt{x-1}$ می‌شود. و اگر مجدداً این نمودار را یک واحد به چپ منتقل کنیم نمودار تابع $y=\sqrt{(x+1)-1}=\sqrt{x}$ به‌دست می‌آید.

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۱۴۲– گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی جامع ریاضی)*

دو تابع مساوی‌اند، پس:

$$f(x)\quad g(x)\xrightarrow{x\neq 0}\frac{ax^2+bx}{x}=x-2$$

$$\Rightarrow x^2-2x=ax^2+bx\Rightarrow a=1\,,\,b=-2$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۱۴۳– گزینهٔ «۴» *(علیرضا نعمتی)*

$$\frac{f}{g}\quad\frac{ax^3+ax+a-1}{ax^2+bx+c}=x\Rightarrow ax^3+ax+a-1$$

$$ax^3+bx^2+cx$$

$$\Rightarrow\begin{cases}b=0\\c=1\\a=1\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}f(x)=x^3+x\\g(x)=x^2+1\end{cases}\Rightarrow f(g(a))=f(g(1))=f(2)=10$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۱۴۴– گزینهٔ «۲» *(سعید پناهی)*

$$\begin{cases}x=gof(\frac{-5}{3})=g(f(\frac{-5}{3}))=g(\frac{1}{3})=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3\\f(\frac{-5}{3})\quad\frac{-5}{3}+2=\frac{-5+6}{3}=\frac{1}{3}\end{cases}$$

$$\begin{cases}g(3)=3^2-1=9-1=8\\(fog)(3)\quad f(g(3))\Rightarrow f(8)=\sqrt{8+3}=\sqrt{11}\end{cases}$$

$$[(fog)(3)]\quad[\sqrt{11}]=3$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۲ و ۲۳)

۱۴۵– گزینهٔ «۲» *(احسان غنی‌زاده)*

طبق تعریف دامنهٔ fof داریم:

$$D_{fof}\quad\{x\,|\,x\in D_f\,,f(x)\in D_f\}$$

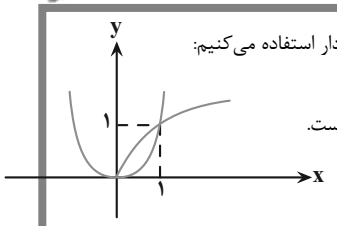
$$f(x)\quad\sqrt{x}-x^2\Rightarrow D_f: x\geq 0=[0,+\infty]$$

$$\Rightarrow D_{fof}=\{x\,|\,\underbrace{x\geq 0}_{①},\underbrace{\sqrt{x}-x^2\geq 0}_{②}\}$$

برای حل نامعادلهٔ ②، از روش هندسی و رسم نمودار استفاده می‌کنیم:

با توجه به نمودار دو تابع،

در بازهٔ $[0,1]$ نامعادلهٔ $\sqrt{x}\geq x^2$ برقرار است.



$$\Rightarrow ①\cap ②=[0,+\infty]\cap[0,1]=[0,1]$$

بنابراین دامنهٔ fof شامل دو عدد صحیح $\{0,1\}$ است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۴۶– گزینهٔ «۱» *(سینا همتی)*

در تابع $fog(x)$ داریم:

$$fog(4)\quad 17\xrightarrow{g(4)\ \ -3}f(-3)=17$$

$$fog(7)\quad -5\xrightarrow{g(7)\ \ 8}f(8)=-5$$

با استفاده از ۲ نقطهٔ به‌دست آمده برای f ضابطهٔ خطی تابع f را به‌دست می‌آوریم:

$$m_f=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{f(8)-f(-3)}{8-(-3)}=\frac{-5-17}{11}=\frac{-22}{11}=-2$$

$$f(x)\quad -2x+b\xrightarrow{(8,-5)}-16+b=-5\to b=11$$

$$\Rightarrow f(x)=-2x+11\xrightarrow{f(2)\ \ ?}f(2)=-2(2)+11=7$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۲ و ۲۳)

۱۴۷– گزینهٔ «۳» *(سراسری خارج از کشور ۹۹)*

ابتدا توجه کنید که برای هر عدد حقیقی x، داریم: $0\leq x-[x]<1$، پس: $-1<[x]-x\leq 0$، در نتیجه: $-1<f(x)\leq 0$.

از طرفی داریم:

$$g(x)=\frac{1-2x}{x+1}=\frac{-2(x+1)+3}{x+1}=-2+\frac{3}{x+1}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$(gof)(x)\quad g(f(x))\quad -2+\frac{3}{f(x)+1}$$

حال می‌توانیم برد تابع gof را تعیین کنیم:

$$-1<f(x)\leq 0\xrightarrow{+1}0<f(x)+1\leq 1\xrightarrow{\text{معکوس}}\frac{1}{f(x)+1}\geq 1$$

$$\xrightarrow{\times 3}\frac{3}{f(x)+1}\geq 3\xrightarrow{+(-2)}-2+\frac{3}{f(x)+1}\geq 1$$

$$\Rightarrow (gof)(x)\geq 1\Rightarrow gof\ \text{برد}\quad[1,+\infty)$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۴۸– گزینهٔ «۱» *(سعید پناهی)*

در ابتدا معادلهٔ $4x-5=3$ را حل می‌کنیم و به $x=2$ می‌رسیم پس داریم: $f(2)=3$ حالا در f جایگذاری می‌کنیم:

$$\sqrt{2^2+m\sqrt{2-1}}=3\to 4+m=9\to m=5$$

یعنی داریم: $f(x)\quad\sqrt{x^2+5\sqrt{x-1}}$ حالا $f(5)$ را پیدا می‌کنیم:

$$f(5)\quad\sqrt{25+5(2)}=\sqrt{35}\to(f(5))^2=35$$

$$\to f((f(5))^2-34)=f(35-34)$$

$f(1)=\sqrt{1+5\times 0}=1$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱۴۹– گزینهٔ «۳» *(احسان غنی‌زاده)*

ابتدا تابع $(gof)(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$f(x)\quad 3x^2+x-2$

$g(x)\quad x^2+4x+3$

$\Rightarrow (gof)(x)=g(f(x))=g(3x^2+x-2)=(3x^2+x-2)^2+4(3x^2+x-2)+3 \Rightarrow (gof)(x)=0 \Rightarrow (3x^2+x-2)^2+4(3x^2+x-2)+3=0$

به کمک تغییر متغیر $3x^2+x-2=t$ معادله را حل می‌کنیم:

$\Rightarrow t^2+4t+3=0 \Rightarrow (t+3)(t+1)=0$

$\Rightarrow \begin{cases} t+3=0 \Rightarrow t=-3 \\ t+1=0 \Rightarrow t=-1 \end{cases}$

$\Rightarrow t=-3 \Rightarrow 3x^2+x-2=-3$

$\Rightarrow 3x^2+x+1=0 \rightarrow \Delta<0 \Rightarrow$ ریشهٔ حقیقی ندارد

$\Rightarrow t=-1 \Rightarrow 3x^2+x-2=-1 \Rightarrow 3x^2+x-1=0$

$\rightarrow \Delta>0 \Rightarrow S=\frac{-b}{a}=\frac{-1}{3}$

پس مجموع ریشه‌های معادلهٔ $(gof)(x)=0$ برابر $\frac{-1}{3}$ است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۵۰– گزینهٔ «۳» *(جواد سراج)*

می‌دانیم که عبارت زیر رادیکال همواره باید بزرگ یا مساوی صفر باشد.

$(x^3-x)f(x)\geq 0$

نامعادلهٔ فوق را تعیین‌علامت می‌کنیم:

(x^3-x): $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$: $+$ $-$ $+$ $+$

$f(x)$: $x(x^2-1)$: 1 ; ± 1 ; 0

پس دامنه می‌شود $R-(-1,0)$

$a+b=-1+0=-1$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۵۱– گزینهٔ «۴» *(سروش موئینی)*

برای ترکیب $f(f(x))$ باید جواب f در دامنهٔ f قرار گیرد یعنی:

$-3<1-2x\leq 1$

$\xrightarrow{-1} -4<-2x\leq 0 \xrightarrow{\div(-2)} 2>x\geq 0$

و از اشتراک آن با شرط دامنهٔ f داریم:

$0\leq x\leq 1$

چون ترکیب ۲ تابع خطی، خطی است پس با قرار دادن در $f(f(x))$، مقادیر آن به‌دست می‌آید:

$f(f(0)) \quad f(1) \quad -1 \quad f(f(1))=f(-1)=3$

پس برد fof می‌شود $[-1,3]$ که شامل ۵ عدد صحیح است $\{-1,0,1,2,3\}$

راه حل دوم:

$fof(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$D_{fof}\quad [0,1], fof(x)\quad 1-2f(x)=1-2(1-2x)=4x-1$

$\Rightarrow -1\leq 4x-1\leq 3 \Rightarrow R_{fof}=[-1,3]$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۵۲– گزینهٔ «۲» *(مهدی براتی)*

$[3x+5]^2=48+[3x-3]^2 \rightarrow [3x+5]^2-[3x-3]^2=48$

با در نظر گرفتن اتحاد مزدوج داریم:

$([3x+5]-[3x-3])([3x+5]+[3x-3])=48$

$\rightarrow ([3x]+5-[3x]+3)([3x]+5+[3x]-3)=48$

$\rightarrow 8(2[3x]+2)=48 \rightarrow 2[3x]+2=6 \rightarrow [3x]=2$

$\Rightarrow 2\leq 3x<3$

$\Rightarrow \frac{2}{3}\leq x<1 \Rightarrow x\in[\frac{2}{3},1)$

بنابراین $a=\frac{2}{3}$ و $b=1$ و $a+b=\frac{5}{3}$ است.

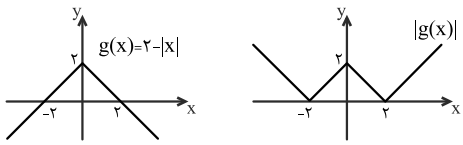
(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۱۵۳– گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی جامع ریاضی)*

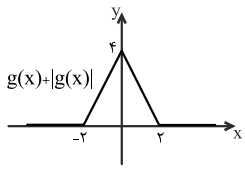
ضابطه‌ی تابع fog را تشکیل داده و نمودار آن را رسم می‌کنیم:

$(fog)(x)\quad f(g(x))\quad g(x)+|g(x)|$

fog مجموع دو تابع $g(x)$ و $|g(x)|$ است. نمودار این دو تابع را رسم کرده و با هم جمع می‌کنیم:



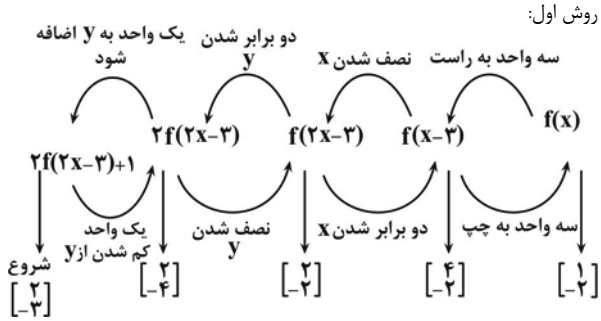
با توجه به نمودار مقابل، تابع fog در بازه‌ی $(0,2)$ اکیداً نزولی است.

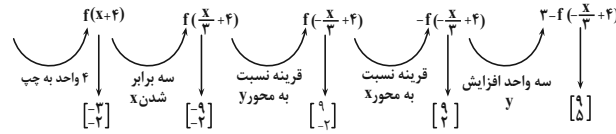


(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۵۴– گزینهٔ «۲» *(محمدمهدی زریون)*

روش اول:





روش دوم:

$$\begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix}\in y=۲f(۲x-۳)+۱$$
$$\Rightarrow -۳=۲f(۱)+۱\Rightarrow f(۱)=-۲$$
$$\Rightarrow (۱,-۲)\in f(x)$$

$$y \quad ۳-f(۴-\frac{x}{۳})\Rightarrow \begin{cases} ۴-\frac{x}{۳}=۱\Rightarrow \frac{x}{۳}=۳\Rightarrow x=۹ \\ x=۹\Rightarrow y=۳-f(۱)=۳-(-۲) \\ \Rightarrow y=۵ \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix}۹\\۵\end{bmatrix}\in y=۳-f(۴-\frac{x}{۳})$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۱۵۵– گزینهٔ «۴» *(محمدسجاد پیشوایی)*

با توجه به‌صورت مسأله $g(x) \quad ax+b$:

$$fog(x) \quad f(g(x)) \quad ۲(ax+b)+۳=۲ax+۲b+۳$$

لذا:

$$y \quad \sqrt{fog(x)}\Rightarrow y=\sqrt{۲ax+۲b+۳}$$

با توجه به نمودار، این تابع در بازهٔ $[x_۰,+\infty)$ تعریف شده است که $x_۰$ عددی منفی است پس داریم:

x		$x_۰$	
$۲ax+۲b+۳$	$-$	۰	$+$

بنابراین $۲a>۰$ یعنی $a>۰$ و ریشهٔ زیر رادیکال یعنی $-\frac{۲b+۳}{۲a}$ منفی است و چون $۲a>۰$ پس $۲b+۳>۰$ یعنی $b>\frac{-۳}{۲}$ است که با این شرط فقط گزینهٔ «۴» صحیح است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۵۶– گزینهٔ «۱» *(دانیال ابراهیمی)*

با توجه به ضابطه، عبارت $ax^۳+bx+۱$ در $x\geq -۱$ باید نامنفی باشد. بنابراین $x=-۱$ ریشه این عبارت است:

$$\xrightarrow{x\ -۱} -a-b+۱=۰\Rightarrow a=۱-b$$

چندجمله‌ای را بازنویسی می‌کنیم. این چند جمله‌ای بر $(x+۱)$ بخش‌پذیر است:

$$(۱-b)x^۳+bx+۱=(x+۱)(\underbrace{(۱-b)x^۲+(b-۱)x+۱}_{p})$$

عبارت p باید همواره نامنفی باشد:

$$(۱)\ ۱-b>۰\Rightarrow b<۱$$
$$(۲)\ \Delta\leq ۰\Rightarrow (b-۱)^۲-۴(۱-b)\leq ۰$$
$$\Rightarrow (b-۱)(b+۳)\leq ۰\Rightarrow -۳\leq b\leq ۱$$

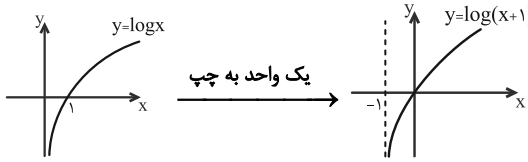
دقت کنید که اگر $b=۱$ باشد، عبارت‌ها در درجهٔ صفر بوده و دامنه درست خواهد بود.

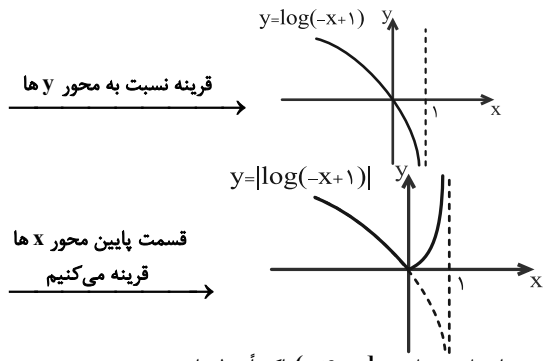
به ازای $b=-۳$ نیز ریشه عبارت p، $x=\frac{۱}{۲}$ خواهد بود که مشکلی در دامنه ایجاد نمی‌کند.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۱۵۷– گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی جامع ریاضی)*

نمودار تابع $y \quad |\log(-x+۱)|$ را رسم می‌کنیم:





با توجه به نمودار، تابع در بازه‌ی $(-\infty\ ,\ ۰]$ اکیداً نزولی است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۵۸– گزینهٔ «۳» *(محمدحسن سلامی‌حسینی)*

چون $D_f \quad [-۲,۲]$ باید $D_g \quad R$ بوده و $R_g\subseteq [-۲,۲]$ باشد پس مورد الف و مورد ب قابل قبول است.

(الف $g(x) \quad \frac{۴x}{x^۲+۱۶}$

$D_g \quad R$

$$x\neq ۰\xrightarrow{\frac{۱}{g(x)}} \frac{x^۲+۱۶}{۴x}=\frac{x}{۴}+\frac{۴}{x}\in(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$$
$$g(x)\in[-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲}]-\{۰\}$$
$$x=۰ \quad g(۰) \quad ۰$$

$$g(x) \quad ۱+\cos x \quad R_g=[۰,۲]$$

(ب $D_g \quad R$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۵۹– گزینهٔ «۲» *(دانیال ابراهیمی)*

ابتدا حدود m را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{-۳}{۲}<m-\frac{۹}{۲}<\frac{۳}{۲}\rightarrow ۳<m<۶$$

دقت کنید که ضابطهٔ بالایی (f_1)، یک سهمی با $x_S = \frac{m}{2}$ و دهانه رو به بالا، و ضابطهٔ پایین (f_2) یک سهمی با m x_S و دهانهٔ رو به پایین است. با توجه به اینکه $3 < m < 6$، رأس هیچ‌کدام از دو سهمی در بازه‌های داده شده قرار نمی‌گیرد. پس برای اینکه برد تابع برابر با $\mathbb{R}$ شود، کم‌ترین مقدار سهمی بالا باید کم‌تر یا مساوی با بیشترین مقدار سهمی پایین باشد، بنابراین داریم:

$$f_1(3) \le f_2(3) \Rightarrow 13 - 3m \le 6m - 24 \Rightarrow 37 \le 9m$$

$$\Rightarrow \frac{37}{9} \le m$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با } 3<m<6} \frac{37}{9} \le m < 6$$

در بازهٔ داده شده فقط یک عدد $m = 5$ طبیعی است.

(تابع) *(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)*

۱۶۰– گزینهٔ «۳» *(علی‌اصغر شریفی)*

$$f(x) \quad \frac{x-5}{x-3}$$

$$\Rightarrow fof(x) = \frac{\frac{x-5}{x-3} - 5}{\frac{x-5}{x-3} - 3} = \frac{x-5-5(x-3)}{x-5-3(x-3)} \quad \frac{-4x+10}{-2x+4} \quad \frac{2x-5}{x-2}$$

$$\Rightarrow fofof(x) \frac{2\frac{x-5}{x-3} - 5}{\frac{x-5}{x-3} - 2} \quad \frac{2x-10-5(x-3)}{x-5-2(x-3)} \quad \frac{-3x+5}{-x+1} \quad \frac{3x-5}{x-1}$$

$$\Rightarrow fofofof(x) = \frac{3\frac{x-5}{x-3} - 5}{\frac{x-5}{x-3} - 1} = \frac{3x-15-5(x-3)}{x-5-(x-3)} \quad \frac{-2x}{-2} \quad x$$

بنابراین معادلهٔ $fofofof(x) \quad x$ بی‌شمار جواب دارد.

لازم به ذکر است که از این مرحله به بعد توابع تکرار می‌شوند، یعنی

$$\Rightarrow fofofofof(x) = f(x) = \frac{x-5}{x-3}, fofofofofof(x) \quad fof(x)$$

$$\frac{2x-5}{x-2}, \ldots$$

(تابع) *(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)*

ریاضی پایه

۱۶۱– گزینهٔ «۲» *(سهیل ساسانی)*

$$\alpha + \beta = 2\sqrt{3} \rightarrow S = 2\sqrt{3}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \underbrace{(\alpha+\beta)}_{S}^2 - 2\underbrace{\alpha\beta}_{P} = S^2 - 2P = 8$$

$$\xrightarrow{S \; 2\sqrt{3}} 12 - 2P = 8 \rightarrow 2P = 4 \rightarrow P = 2$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$$

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) *(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)*

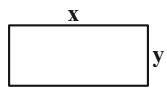
۱۶۲– گزینهٔ «۲» *(رهمان پوررحیم)*

برای محاسبهٔ بیشترین ارتفاع باید عرض رأس سهمی را پیدا کنیم:

$$y \quad \frac{-\Delta}{4a} \quad \frac{-(b^2-4ac)}{4a} \quad \frac{-(\frac{4}{9} - 4(-\frac{3}{2})(1))}{4(-\frac{3}{2})} \quad \frac{29}{27}$$

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) *(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)* *(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)*

۱۶۳– گزینهٔ «۴» *(سهیل ساسانی)*



محیط $2(x+y) = 33 \rightarrow x + y = \frac{33}{2}$

مساحت $65 \Rightarrow xy = 65$

حال معادلهٔ درجهٔ دوّم را تشکیل می‌هیم:

$$x^2 - Sx + P = 0 \xrightarrow[P \;\; 65]{S \;\; \frac{33}{2}} x^2 - \frac{33}{2}x + 65 = 0$$

$$2x^2 - 33x + 130 = 0$$

$$\Delta = 1089 - 1040 = 49$$

$$x \quad \frac{33 \pm 7}{4} \Big/ \begin{matrix} \frac{40}{4} & 10 \\ \frac{26}{4} & 6/5 \end{matrix} \rightarrow 10 - 6/5 = 3/5$$

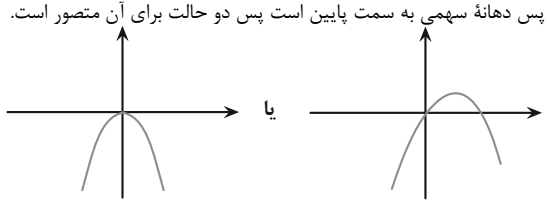
راه حل دوم:

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1089-1040}}{2} = \frac{\sqrt{49}}{2} = \frac{7}{2} = 3/5$$

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) *(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)* *(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)*

۱۶۴– گزینهٔ «۳» *(فرشاد صدیقی‌فر)*

در تابع فوق $c = 0$ پس حتماً از مبدأ عبور می‌کند و چون از ناحیهٔ دوم نمی‌گذرد پس دهانهٔ سهمی به سمت پایین است پس دو حالت برای آن متصور است.



ضریب $a = x^2$

$$\begin{cases} a < 0 \rightarrow \alpha - 1 < 0 \rightarrow \boxed{\alpha < 1} \\ b \ge 0 \rightarrow \alpha + 2 \ge 0 \rightarrow \boxed{\alpha \ge -2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} -2 \le \alpha < 1$$

به ظاهر $\alpha = -2, -1, 0$ قابل قبول است اما به ازای $a = 1$ داریم:

$J \quad 3x \rightarrow$ از ناحیهٔ دوم نمی‌گذرد $\rightarrow \alpha = -2, -1, 0, 1$ ۴ مقدار

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) *(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)* *(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)*

۱۶۵– گزینهٔ «۲» *(بهواد سراج)*

هرگاه روابط α و β مشابه نبودند باید به اصل معادله، جمع ریشه‌ها و یا ضرب ریشه‌ها دقت کنید:

$$x^2-5x+1=0 \begin{cases} S=5 \\ P=1 \end{cases}$$

$$P=1 \Rightarrow \alpha\beta=1 \rightarrow \beta=\frac{1}{\alpha} \Rightarrow \beta^2=\frac{1}{\alpha^2}$$

$$\Rightarrow \alpha^2+\frac{2}{\frac{1}{\alpha^2}}+3\beta^2=3\alpha^2+3\beta^2$$

$$3(\alpha^2+\beta^2)=3(S^2-2P)=3(25-2)$$

$$3\times 23=69$$

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۱۶۶– گزینهٔ «۴» *(مصطفی کرمی)*

با توجه به اینکه $1+9-13+4=0$ است پس ریشه‌ها $\alpha=1$ و $\beta=\frac{9}{4}$ است.

و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} 1+\frac{3}{\sqrt{\alpha}}=1+\frac{3}{1}=4 \\ 1+\frac{3}{\sqrt{\beta}}=1+\frac{3}{\sqrt{\frac{9}{4}}}=1+\frac{3}{\frac{3}{2}}=3 \end{cases}$$

پس ریشه‌های معادله $x^2-ax+12=0$ برابر ۳ و ۴ است که جمع آن‌ها $a=3+4=7$ است.

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) (ریاضی۲ ، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۱۶۷– گزینهٔ «۲» *(سامان سلامیان)*

ابتدا معادلهٔ سهمی را با داشتن سه نقطه $A\ (0,6)$ و $B\ (2,6)$ و $C\ (-2,2)$ می‌نویسیم. می‌توان معادله سهمی را $y=ax^2+bx+c$ در نظر گرفت و به کمک ۳ معادله ۳ مجهول را نوشت. منظور سؤال یافتن تفاضل ریشه‌هاست یعنی:

$$|x_2-x_1|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

برای نوشتن معادلهٔ سهمی به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$y=6+a(x-0)(x-2)$$

$$\xrightarrow[\text{روی سهمی}]{(-2,2)} 2=6+a(-2)(-2-2) \rightarrow 2=6+8a \rightarrow a=\frac{-1}{2}$$

$$y=\frac{-1}{2}x(x-2)+6=\frac{-x^2}{2}+x+6$$

تفاضل ریشه‌ها $|x_2-x_1|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{13}}{|\frac{-1}{2}|}=2\sqrt{13}$

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۱۶۸– گزینهٔ «۲» *(محمد سلامی‌حسینی)*

$$\alpha\beta=2 \rightarrow \beta=\frac{2}{\alpha} \rightarrow \beta^5=\frac{32}{\alpha^5}$$

$$\alpha^5+\frac{32}{\alpha^5}=\alpha^5+\beta^5 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \alpha^2+\beta^2=S^2-2P=16-4=12$$

$$\alpha^3+\beta^3=S^3-3PS=64-24=40$$

$$(\alpha^2+\beta^2)(\alpha^3+\beta^3)=\alpha^5+\beta^5+\alpha^2\beta^3+\alpha^3\beta^2$$

$$\alpha^5+\beta^5+\alpha^2\beta^2(\alpha+\beta)$$

$$\Rightarrow (12)(40) \quad \alpha^5+\beta^5+4(4) \Rightarrow$$

$$\alpha^5+\beta^5=480-16=464 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)\,(1)} \alpha^5+\frac{32}{\alpha^5}=464$$

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

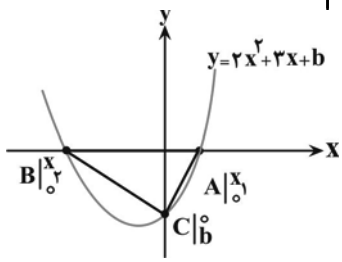
۱۶۹– گزینهٔ «۴» *(سروش موئینی)*

مثلث ABC قائم‌الزاویه است پس $CA\perp CB$ و $m_{CA}\times m_{CB}=-1$

داریم:

$$\frac{b-0}{0-x_1}\times\frac{b-0}{0-x_2}=-1$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{x_1x_2}=-1 \Rightarrow b^2=-x_1x_2=\frac{-b}{2} \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$$



واضح است که b صفر نیست پس $b=\frac{-1}{2}$ و داریم:

$$y=2x^2+3x-\frac{1}{2}$$

$$x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-3}{4}$$

$$y_S=2(\frac{-3}{4})^2+3(\frac{-3}{4})-\frac{1}{2}$$

$$\frac{9}{8}-\frac{9}{4}-\frac{1}{2}=\frac{-9}{8}-\frac{4}{8}=\frac{-13}{8}$$

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۱۷۰– گزینهٔ «۱» *(علی‌اصغر شریفی)*

با تغییر متغیر $x-4=t$ داریم:

$$(t+1)^4+(t-1)^4=20 \Rightarrow 2t^4+12t^2+2=20$$

$$\Rightarrow t^4+6t^2-9=0 \Rightarrow t^4+6t^2+9=18$$

$$\Rightarrow (t^2+3)^2=18 \Rightarrow t^2+3-3\sqrt{2}=0$$

معادلهٔ بالا دو ریشه دارد، با جایگذاری $x-4=t$ داریم:

$$(x-4)^2+3-3\sqrt{2}=0 \Rightarrow x^2-8x+16+3-3\sqrt{2}=0$$

$$x^2-8x+(19-3\sqrt{2})=0$$

حاصل‌ضرب دو ریشه در معادلهٔ بالا برابر است با $19-3\sqrt{2}$.

(تابع و معادلهٔ درجه ۲) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

زمین‌شناسی

۱۷۱– گزینهٔ «۴» *(مهدی جباری)*

اگر پس از تبلور بخش اعظم ماگما، مقدار آب و مواد فرار مانند کربن دی‌اکسید و ... فراوان و از طرفی زمان تبلور بسیار کند و طولانی باشد شرایط برای رشد بلورهای تشکیل‌دهنده سنگ فراهم و سنگ‌هایی با بلورهای بسیار درشت به‌نام پگماتیت تشکیل می‌شود که می‌تواند کانسار مهمی برای بعضی عناصر خاص مثل لیتیم و بعضی کانی‌های گوهری مانند زمرد یا کانی‌های صنعتی مانند مسکوویت (طلق نسوز) باشد.

(منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه) (زمین‌شناسی، صفحهٔ ۳۰)

۱۷۲– گزینهٔ «۲» *(مهدی جباری)*

اندازه‌گیری و تعیین غلظت میانگین عناصر کاربردهای زیادی دارد مانند پی بردن به فرایندهای زمین‌شناسی مثل حرکت ورقه‌های سنگ‌کره (مربوط به تکتونیک)، تاریخچهٔ تکوین یک منطقه و آلودگی‌های زیست‌محیطی (زمین‌شناسی زیست‌محیطی)

(منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه) (زمین‌شناسی، صفحهٔ ۲۶)

۱۷۳– گزینهٔ «۱» *(علیرضا خورشیدی)*

استخراج مادهٔ معدنی یا کانسنگ، اغلب پرهزینه است و تنها در صورتی بهره‌داری آغاز می‌شود که یک عنصر با حجم و غلظت کافی در مادهٔ معدنی وجود داشته باشد. با شروع معدن کاری یا بهره‌برداری یک معدن شکل می‌گیرد.

(منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه) (زمین‌شناسی، صفحهٔ ۲۹)

۱۷۴– گزینهٔ «۲» *(کنکور خارج از کشور ۹۸)*

برخی از کانه‌ها مانند طلا، نقره و مس به‌صورت آزاد یافت می‌شوند.

(منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه) (زمین‌شناسی، صفحهٔ ۲۸)

۱۷۵– گزینهٔ «۱» *(سراسری تجربی ۱۴۰۰)*

مرحله گسترش چرخه ویلسون: در این مرحله، شکاف ایجاد شده و مواد مذاب سست کره به بستر اقیانوس رسیده و پشته‌های میان اقیانوسی تشکیل می‌شوند و پوسته جدید ایجاد شده به طرفین حرکت کرده و باعث گسترش بستر اقیانوس می‌شود؛ مانند بستر اقیانوس اطلس و دریای سرخ.

(آفرینش کیهان و تکوین زمین) (زمین‌شناسی، صفحهٔ ۱۸)

۱۷۶– گزینهٔ «۱» *(مهدی جباری)*

در برخی از اقیانوس‌ها مانند اقیانوس آرام در بخشی از آن ورقهٔ اقیانوسی به زیر ورقهٔ اقیانوسی دیگری فرو رانده شده و منجر به تشکیل دراز گودال اقیانوسی و جزایر قوسی می‌شود.

(آفرینش کیهان و تکوین زمین) (زمین‌شناسی، صفحهٔ ۱۹)

۱۷۷– گزینهٔ «۳» *(گلنوش شمس)*

همانطور که از جدول غلظت کلارک مشخص است بعد از اکسیژن، فسفر فراوان‌ترین نافلز پوستهٔ زمین است. دقت کنید سیلیسیم یک شبه‌فلز و سدیم یک فلز است و صورت سوال مربوط به نافلزها است!

عنصر	درصد براساس جرم
اکسیژن	۴۵/۲۰
سیلیسیم	۲۷/۲۰
آلومینیم	۸/۰۰
آهن	۵/۸۰
کلسیم	۵/۰۶
سدیم	۲/۷۷
پتاسیم	۲/۳۲
منیزیم	۱/۶۸
تیتانیم	۰/۸۶
فسفر	۰/۱۲
منگنز	۰/۱۰
روی	۰/۰۱۳
مس	۰/۰۰۷
سرب	۰/۰۰۰۱۶

(منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه) (زمین‌شناسی، صفحهٔ ۲۶)

۱۷۸– گزینهٔ «۴» *(علیرضا خورشیدی)*

طبق کتاب علوم هشتم و کتاب درسی زمین‌شناسی یازدهم نحوهٔ تشکیل تمام کانی‌های ذکر شده به درستی در مقابل آن‌ها نوشته شده است.

(منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه) (زمین‌شناسی، صفحهٔ ۳۰)

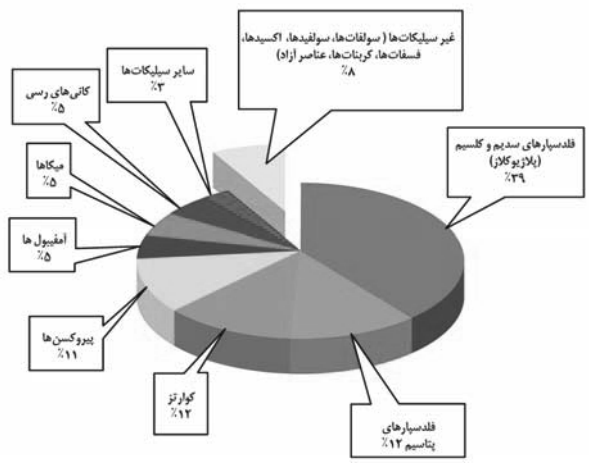
۱۷۹– گزینهٔ «۴» *(آرین فلاح‌اسدی)*

دیرینه‌شناسی شاخه‌ای از علم زمین‌شناسی است که به بررسی آثار و بقایای موجودات گذشته زمین در لایه‌های رسوبی می‌پردازد. بر پایهٔ مطالعهٔ فسیل‌ها، پیدایش و نابودی آن‌ها می‌توان به سن نسبی لایه‌های زمین و محیط زندگی موجودات در گذشته پی‌برد.

(آفرینش کیهان و تکوین زمین) (زمین‌شناسی، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱۸۰– گزینهٔ «۴» *(بهزاد سلطانی)*

کانی‌های غیرسیلیکاتی، گروهی از کانی‌ها هستند که در ترکیب خود، فاقد بنیان سیلیکاتی (SiO_4^{4-}) هستند. این کانی‌ها در انواع سنگ‌ها (آذرین، رسوبی، دگرگونی) یافت می‌شوند.



(منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه) (زمین‌شناسی، صفحهٔ ۲۸)

درسنامهٔ آزمون ۱۹ آبان‌ماه ۱۴۰۲

مؤلفان

نام درس	نام و نام خانوادگی
زیست‌شناسی	امیر محمد طباطبایی
فیزیک	محمد امین اسدی
شیمی	کوثر گلیج
ریاضی	نریمان فتح اللهی

مدیر گروه	مسئول دفترچه	حروف‌چین و صفحه‌آرا
زهراسادات غیاثی	علی رفیعیان بروجنی	سیده صدیقه میرغیاثی

ویژگی دفترچه درسنامه

دانش‌آموزان عزیز رشتهٔ تجربی

کانون فرهنگی آموزش هرساله در جهت بالا بردن خدمات آموزشی به دانش‌آموزان سراسر کشور، نوآوری جدیدی دارد.

در سال تحصیلی پیش رو همراه با دفترچهٔ پاسخ‌نامهٔ تشریحی، دفترچهٔ درسنامه از مباحث آزمون بعد برای شما تدارک دیده شده است.

این درسنامه به دانش‌آموزانی که در درسی خاص نیاز به مطلب کمک‌آموزشی دارند و همهٔ دانش‌آموزان که سه روز قبل از آزمون اصلی به تورق سریع مطالب آزمون می‌پردازند، می‌تواند کمک کند.

این درسنامه شامل دو قسمت است:

۱- آزمون هدف‌گذاری مشابه پارسال برای آمادگی و تمرین تستی شما در منزل

۲- درسنامه بودجه‌بندی درس‌های دوازدهم آزمون ۱۹ آبان‌ماه

اینستاگرام دوازدهم تجربی kanoonir_۱۲t

کانال دوازدهم تجربی @zistkanoon۲

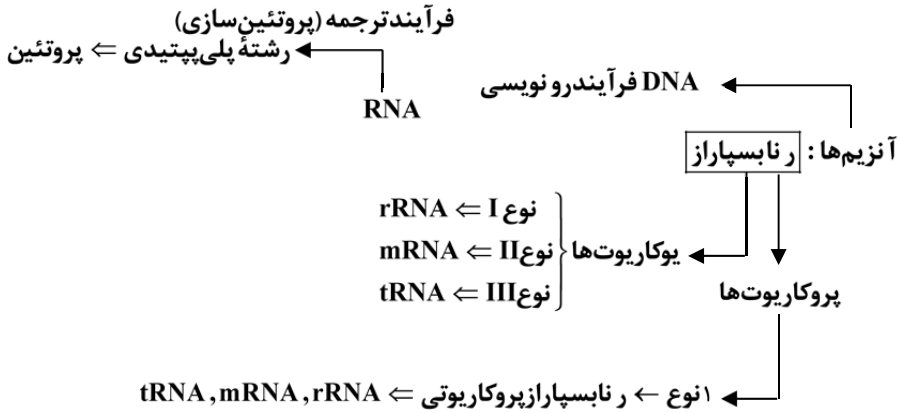
فهرست

	شماره صفحه درسنامه	شماره صفحه آزمونک
زیست شناسی	۳	۵
فیزیک	۷	۱۳
شیمی	۱۵	۱۹
ریاضی	۲۱ ...	۴۱
سؤال‌های پیشنهادی	۴۳	_

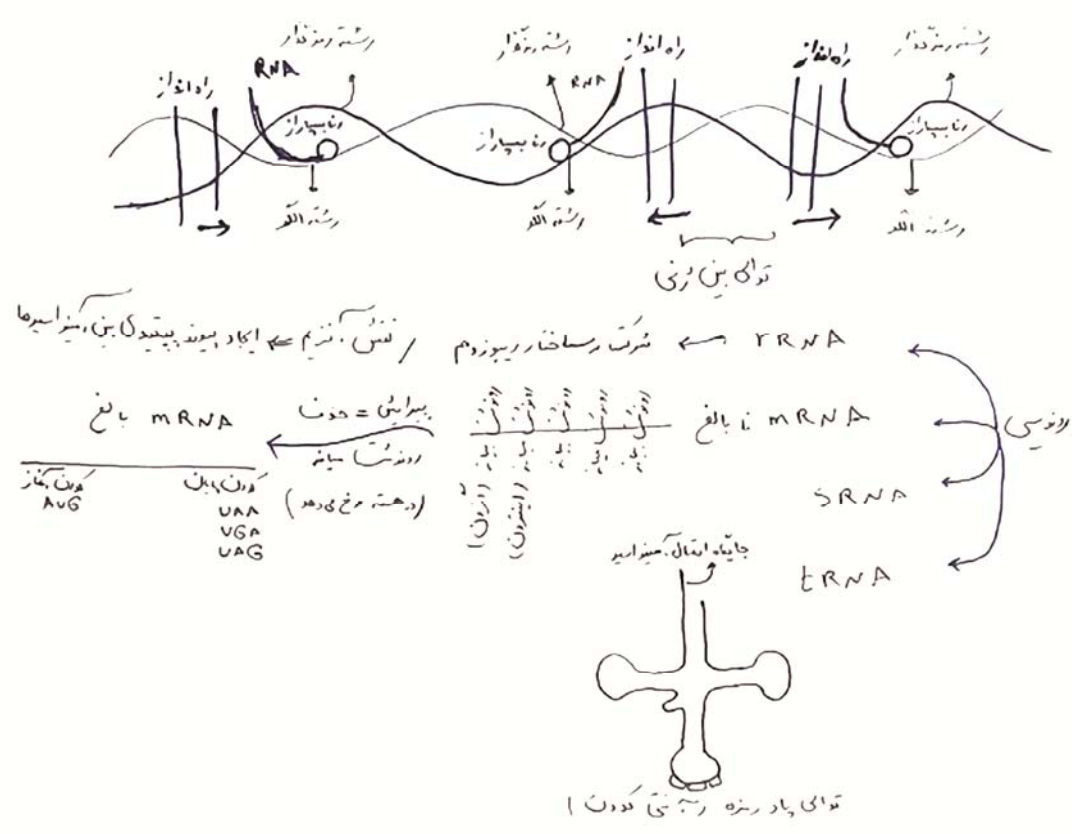
جریان اطلاعات در یاخته

زیست‌شناسی ۳: ۲۱ تا ۳۲

- به توالی‌های ۳ نوکلئوتیدی در دنا ← رمز (کد) گویند.
- به توالی‌های ۳ نوکلئوتیدی در mRNA ← رمزه (کدن) گویند.
- به توالی‌های ۳ نوکلئوتیدی در tRNA ← پادرمزه (آنتی‌کدون) گویند.
- با ۴ نوکلئوتید به‌کار رفته در DNA، ۶۴ توالی ۳ نوکلئوتیدی مختلف ایجاد می‌شود ⇐ ۶۴ نوع کدون داریم با توجه به اینکه ۲۰ نوع آمینواسید بیشتر نداریم ← اکثراً (بیشتر) آمینواسیدها بیش از یک کدون دارند که معرف آنها در فرآیند ترجمه است.



تفاوت‌های یونی: رونویسی		همانندسازی
۱) تعداد رشته الگو	۱	۲
۲) تعداد رشته‌ای که تولید می‌شود.	۱	۲
۳) نوع مولکولی که تولید می‌شود.	RNA	DNA
۴) نوع آنزیم	رنابسپاراز	هلیکاز و دنابسپاراز
۵) جهت	تک‌جهتی از ابتدا به سمت انتهای ژن	دوجهتی
۶) آنزیم بازکننده ۲ رشته	رنابسپاراز	هلیکاز
۷) ویرایش	ندارد	دارد

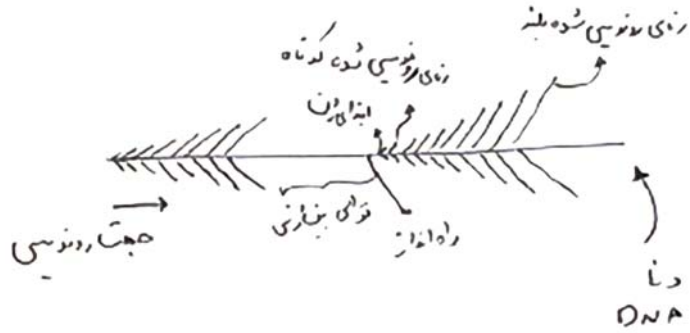


- دقت شود در هر ژن فقط یکی از ۲ رشتهٔ دنا رونویسی می‌شود.

- رنابسپاراز همانند دنابسپاراز توانایی شکستن و تولید پیوند فسفودی‌استر را دارد اما برخلاف آن توانایی شکستن پیوند هیدروژنی را دارد.

رنای ناقل پس از تشکیل دچار تغییر می‌شود و به علت تاخوردگی‌هایی که پیدا می‌کند، نوکلئوتیدهای مکمل پیوند هیدروژنی با یکدیگر برقرار می‌کنند ⇐ در ساختار tRNA علاوه بر پیوند فسفودی‌استر، بین نوکلئوتیدها پیوند هیدروژنی نیز دیده می‌شود.

- آنزیم‌های ویژه‌ای در یاخته‌ها وجود دارند که براساس توالی آنتی‌کدون، آمینواسید مناسب را به tRNA متصل می‌کنند. این پیوند از نوع کووالانسی بوده و بین کربوکسیل آمینواسید و رنا تشکیل می‌شود.



براساس مقدار نیاز یاخته به فرآورده‌های ژن میزان رونویسی از آن متغیر است.

برخی ژن‌ها مثل ژن سازنده Rrna در یاخته‌های تازه تقسیم شده بسیار فعال‌اند در این نوع ژن‌ها همزمان تعداد زیادی رنابسپاراز از ژن رونویسی می‌کنند.

حرکت بر خط راست

فیزیک ۳:صفحه‌های ۱۳ تا ۲۶

۱) حرکت با سرعت ثابت: ساده‌ترین نوع حرکت، که در آن متحرک با سرعت ثابت در طول مسیر حرکت می‌کند و شتاب متحرک ۰ است. به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی برابر بر سرعت لحظه‌ای آن است.

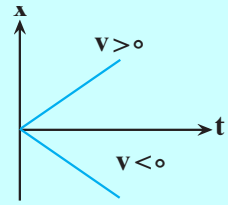
پس: $v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

- جابه‌جایی برابر با سرعت ضرب در مدت زمان است. $\Delta x = v_{\circ}\Delta t$
- مدت زمان جابه‌جایی، برابر جابه‌جایی بر سرعت است. $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$
- جابه‌جایی در هر بازه زمانی متناسب با مدت زمان جابه‌جایی است.

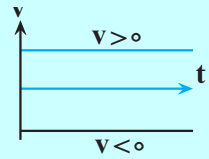
$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{v}{v} \times \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$$

معادلهٔ مکان – زمان در حرکت سرعت ثابت: $x = vt + x_{\circ}$

- بررسی نمودارهای $x = -t$ و $v - t$ در حرکت سرعت ثابت:
- در این نوع حرکت نمودار $x - t$ به‌صورت خطی است.



- در این نوع حرکت نمودار $v - t$ به صورت ثابت است.



۲) بررسی حرکت دو متحرک با سرعت ثابت نسبت به هم: برای این‌کار ۲ روش وجود دارد:

۱– بررسی با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان: در این روش معادله مکان زمان دو متحرک را نوشته و با هم مقایسه یا ترکیب می‌کنید برای مثال زمان رسیدن دو متحرک به‌هم، معادله مکان زمان دو متحرک را با هم برابر قرار می‌دهید. $(x_1 = x_2)$

۲) بررسی با استفاده از مفهوم سرعت نسبی: در این روش فرض می‌کنیم یکی از دو متحرک ما ثابت است و دیگر نسبت به آن حرکت می‌کند که در این‌صورت ۲ حالت پیش می‌آید: ۱) دو متحرک به سمت هم حرکت می‌کنند: دراین‌صورت سرعت نسبی برابر با مجموع سرعت آنها است. ۲) دو متحرک به یک سمت حرکت می‌کنند: در

این‌صورت سرعت نسبی برابر تفاضل دو متحرک است فقط در این حالت دقت کنید که کدام متحرک را ثابت در نظر می‌گیرید چون ممکن است به اشتباه از منفی بودن سرعت نسبی صرف‌نظر کنید و بگویید به‌هم نزدیک می‌شوند در صورتی‌که اگر سرعت نسبی منفی شود یعنی دو متحرک از هم دور می‌شوند.

- در حالت کلی اگر متحرک A را ثابت و B را متحرک در نظر بگیرید: $\vec{V}_{\text{نسبی}} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$

$x_{\text{نسبی}} = x_{\circ A} - x_{\circ B}$

مثال: متحرک A در مبدأ زمان با سرعت $3\frac{m}{s}$ از مکان $x_{\circ A} = +18m$ شروع. به حرکت می‌کند متحرک B نیز در مبدأ زمان با سرعت $\frac{m}{s}$ از مکان $x_{\circ B} = +8m$ به سمت A حرکت می‌کند، اگر این دو متحرک به‌هم برسند، اختلاف اندازهٔ جابه‌جایی متحرک A و B چقدر است؟

۱) $2/5m$ ۲) $7/5m$ ۳) $10m$ ۴) $5m$

پاسخ:

- دقت کنید چون متحرک A از متحرک B جلوتر است و سرعت آن نیز بیشتر است پس اگر متحرک A نیز به سمت $+x$ حرکت کند، این دو متحرک به‌هم نمی‌رسند پس متحرک A به سمت $-x$ (به سمت متحرک B) حرکت می‌کند:

حال از دو روش می‌توان سوال را حل کرد:

روش اوّل (معادله:

$$x_A = v_A t + x_{\circ A} = -3t + 18$$
$$x_B = v_B t + x_{\circ B} = 1t + 8$$

$$x_A = x_B \Rightarrow -3t + 18 = 1t + 8 \Rightarrow 4t = 10 \Rightarrow t = 2/5$$

$$|\Delta x_A| = |\Delta t_\circ v_A| = |2/5 \times -3| = 7/5m$$
$$|\Delta x_B| = |\Delta t_\circ v_B| = |12/5 \times 1| = 2/5m$$
$$|x_A| - |\Delta x_B| = 7/5 - 2/5 = 5m$$

روش دوم: (سرعت نسبی)

$$v_{\text{نسبی}} = v_B - v_A = 1 - (-3) = 4\frac{m}{s}$$

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = x_{\circ A} - x_{\circ B} = 18 - 8 = 10m$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{10}{4} = 2/5s$$

$$|\Delta x_A| = 2/5 \times 3 = 7/5m$$

$$|\Delta x_B| = |2/5 \times 1| = 2/5m$$

$$|\Delta x_A| - |\Delta x_B| = 7/5 - 2/5 = 5m$$

۳) حرکت با شتاب ثابت: هرگاه متحرک با شتاب ثابت حرکت کند یعنی نسبت تغییرات سرعت به تغییرات زمان عددی ثابت است و شتاب لحظه با شتاب متوسط در بازه‌های دلخواه برابر باشد، می‌گوییم حرکت با شتاب ثابت است.

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

تغییرات سرعت برابر شتاب در مدت زمان تغییرات است: $\Delta v = a\,\Delta t$

مدت زمان تغییرات برابر تغییرات سرعت بر شتاب است. $\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$

نسبت تغییرات سرعت با نسبت تغییرات زمان متناسب است. $\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = \frac{a}{a} \times \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$

– معادلهٔ مکان زمان در شتاب ثابت: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

– معادلهٔ سرعت زمان در حرکت شتاب ثابت: $v = at + v_0$

– در حرکت شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازه برابر سرعت ابتدا و انتهای بازه تقسیم بر ۲ است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}at^2 + v_0 t}{t} \Rightarrow v_{av} = \frac{at^2 + 2v_0 t}{2t} \xrightarrow{v_t = at + v_0}$$

$$v_{av} = \frac{v_0 t + v_t \cdot t}{2t} = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_0 + v}{2}$$

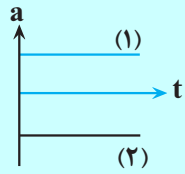
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

اثبات: $\Delta x = v_{av} \times t = \frac{v_1 + v_2}{2} \times t \xrightarrow{t = \frac{\Delta v}{a}} \Delta x = (\frac{v_1 + v_2}{2}) \times (\frac{v_2 - v_1}{a})$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

– نمودارها در حرکت شتاب ثابت:

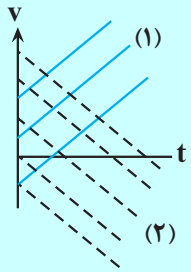
– نمودار $a - t$ در این حرکت به‌صورت ثابت است:



– هرگاه $av > 0$ حرکت تندشونده است $(v < 0, a < 0$ یا $a > 0, v > 0)$

هرگاه $av < 0$ حرکت کندشنده است. $(v > 0, a < 0$ یا $a > 0 v < 0)$

- نمودار $v-t$ در این حرکت به‌صورت خطی است:



- مساحت سطح بین نمودار سرعت زمان $(v-t)$ و محور زمان در هر بازه زمانی برابر جابه‌جایی در آن بازه است.

- نمودار $x-t$ در حرکت شتاب ثابت به‌صورت درجهٔ ۲ است.

نکات نمودار $x-t$:

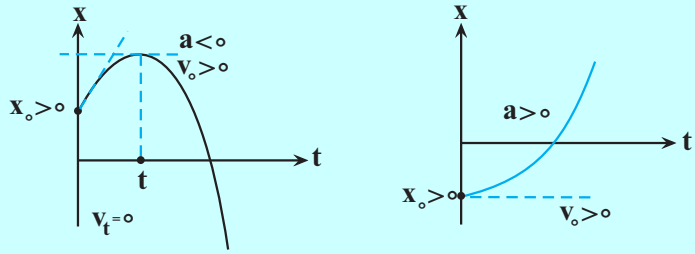
- سهمی‌های روبه بالا دارای شتاب مثبت و سهمی‌های رو به پایین دارای شتاب منفی هستند.

- شیب خط مماس در لحظه ۰ نشان‌دهنده علامت v_0 است.

- مکان متحرک در لحظه $t=0$ نشان‌دهنده علامت x_0 است.

- در نقطهٔ رأس سهمی سرعت صفر است.

برای مثال به نمودارهای زیر دقت کنید:

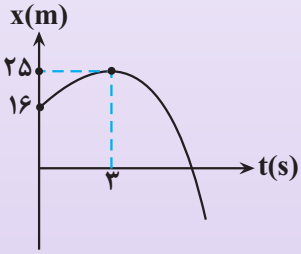


برای مثال‌های بیشتر به صفحهٔ ۱۷ کتاب درسی مراجعه کنید:

۴) بررسی نمودار $x-t$ درجهٔ ۲:

وقتی در سؤالی نمودار $x-t$ درجهٔ ۲ به شما می‌دهند و اطلاعاتی را در نمودار با صورت سؤال به شما می‌دهند، با استفاده از ریاضیات و قوانینی که برای به‌دست آوردن معادلهٔ درجهٔ ۲ یاد گرفته‌اید و مقایسه معادله با معادله $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$ می‌توانید اطلاعات خواسته شده را بیابید.

مثال: با توجه به نمودار $x-t$ مقابل شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $4s$ تا $6s$ چقدر است؟



۱) $+۲\frac{m}{s^۲}$

۲) $-۲\frac{m}{s^۲}$

۳) $+۱\frac{m}{s^۲}$

۴) $-۱\frac{m}{s^۲}$

پاسخ:

روش حل:

$$y = z(x-۳)^۲ + ۲۵$$

$$y = ۱۶\ x = ۰ \Rightarrow ۱۶ = z(۰-۳)^۲ + ۲۵ \Rightarrow ۹ = -۹ \Rightarrow z = -۱$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow y = -x^۲ + ۶x + ۱۶ \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \end{array}\right\} \Rightarrow x_۰ = ۱۶m, v_۰ = ۶\frac{m}{s}, a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

چون حرکت متحرک شتاب ثابت است پس شتاب متوسط در هر بازه‌ای برابر $-۲\frac{m}{s^۲}$ است.

نکته: در بررسی حرکاتی که از چند مرحله متفاوت با نوع حرکات مختلف تشکیل می‌شوند، بهتر است که نمودار $v-t$ در بازهٔ زمانی مشخص را رسم و سپس با محاسبه سطح زیر نمودار به بررسی جابه‌جایی یا بار بررسی سرعت ابتدا و انتها، شتاب متوسط را محاسبه کنید.

نکته: در محاسبه سطح زیر نمودار $v-t$ دقت کنید که پایین محور t است یا بالای محور t زیرا اگر پایین محور t باشد به معنی حرکت در خلاف جهت محور xها است و اگر بالای محور tها باشد در جهت محور xها است و در محاسبهٔ سرعت و تندی متوسط و متفاوت است.

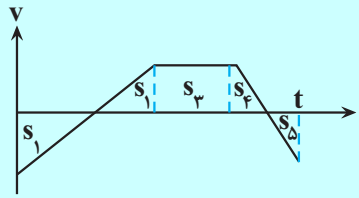
- در محاسبهٔ سرعت متوسط باید مساحت‌ها با علامت‌شان قرار گیرند.

● در محاسبهٔ تندی متوسط باید اندازهٔ مساحت‌ها با هم جمع شوند.

مثال:

$$\vec{v}_{av} = \frac{s_۲ + s_۳ + s_۴ - s_۱ - s_۵}{t}$$

$$\vec{s}_{av} = \frac{s_۱ + s_۲ + s_۳ + s_۴ + s_۵}{t}$$



به‌طور کلی در سطح دبیرستان معادلهٔ مکان زمان تمامی حرکت‌ها به‌صورت $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$ است که در هریک از حالت‌های خاص بررسی کردیم برای مثال در حرکت سرعت ثابت به دلیل اینکه $a = ۰$ است معادله به‌صورت $x = vt + x_۰$ در می‌آید. همانطور که خواندید نسبت تغییرات xها نسبت به t همان سرعت است.

می‌توان گفت: $\frac{dv}{dt} = a = a \times ۱ + ۰ = a$

پس به‌طور کلی: $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_۰$$

$$\Delta v = at$$

$$a = \frac{dv}{dt} = a$$

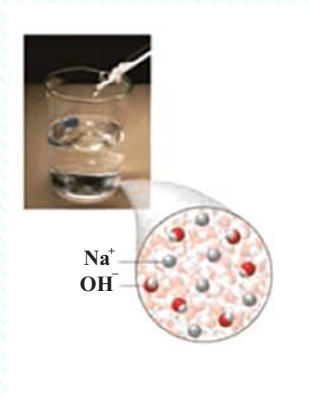
● پس همانطور که می‌بینید هر حرکتی که معادلهٔ $x-t$ آن درجهٔ n باشد معادلهٔ $v-t$ آن درجه $n-۱$ است و معادلهٔ $a-t$ آن $n-۲$ است.

مولکول‌ها در خدمت تندرستی

شیمی ۳: صفحه‌های ۱۶ تا ۳۶

بازها محلول‌هایی با $۷ < pH \leq ۱۴$

- بازهای معروف موادی با OH در ساختار خود هستند مثل سود سوزآور (NaOH) و پتاس سوزآور (KOH)
- به مواد بازی مواد قلیایی هم گفته می‌شود.
- pH محیط‌های قلیایی بین ۷ تا ۱۴ است.
- از کاربرد بازها در زندگی می‌توان به محلول شیشه‌پاک‌کن و لوله‌بازکن اشاره کرد.
- در محلول‌های بازی $[H^+] < [OH^-]$
- هرچه غلظت یون هیدروکسید بالاتر باشد، pH به ۱۴ نزدیک‌تر می‌شود.
- بازها هم قوی و ضعیف دارند و برای آنها ثابت یونش تعریف می‌شود. با «K نمایش داده می‌شود؛ هرچه Kb بزرگتر باشد باز قوی‌تر است.»
- همهٔ بازها در ساختار خود OH ندارند برای مثال آمونیاک ($NH_۳$) یک باز ضعیف است.
- معادلهٔ یونش آمونیاک به‌صورت $NH_۴O \rightleftharpoons NH^+(aq) + OH^-(aq)$ نمایش داده می‌شود.



برای محاسبهٔ pH محلول‌های بازی می‌توان از رابطهٔ مقابل استفاده کرد:

$$pOH = -\log[OH^-]'$$

$$pH = ۱۴ + \log[OH^-]$$

سؤال: در ظرف L، ۴ گرم NaOH در ۱ لیتر آب حل می‌کنیم. چند لیتر گاز آمونیاک در شرایط استاندارد باید در نیم‌لیتر آب و ظرف ۲ حل کنیم تا pH محلول آمونیاک دو واحد از pH محلول سود کمتر باشد؟ $(K_b = ۲/۸\times۱۰^{-۵})$

۱) ۴۰۳/۲ ۲) ۲۰۱/۶ ۳) ۲۰/۱۶ ۴) ۴۰/۳۲

پاسخ: گزینهٔ «۲»

ابتدا pH محلول I را حساب می‌کنیم:

$$۴\,g\,NaOH\times\frac{۱\,mol\,NaOH}{۴۰\,g\,NaOH}\times\frac{۱}{۲\,L\,\text{محلول}}=۰/۱\frac{mol}{L}NaOH$$

$$pH_۱=۱۴-pOH_۱=۱۴-(-\log[OH^-])=۱۴+\log[OH^-]=۱۴+\log۰/۱=۱۳$$

پس pH محلول باید ۱۱ باشد؛ غلظت OH^- آن را حساب می‌کنیم:

$$pH_۲=۱۱\rightarrow۱۴+\log[OH]=۱۱$$

$$\rightarrow\log[OH^-]=-۳\rightarrow[OH^-]=۱۰^{-۳}$$

$$K_b=\frac{[OH^-]^۲}{[NH_۳]-[OH^-]}\rightarrow۱/۸\times۱۰^{-۵}=\frac{۱۰^{-۶}}{[NH_۳]-۱۰^{-۳}}$$

$$\rightarrow[NH_۳]-۱۰^{-۳}=۱۸\rightarrow[NH_۳]=۱۸$$

$$NH_۳\text{ لیتر }?=\frac{۱۸\,mol\,NH_۳}{۲\,L\,\text{محلول}}\times۰/۵\,\text{محلول}\times\frac{۲۲/۴\,L\,NH_۳}{۲\,mol\,NH_۳}=۲۰۱/۶\,L\,NH_۳$$

شوینده‌های خورنده و واکنش خنثی شدن

- اسیدها و بازها در واکنش به نام واکنش خنثی شدن هم‌نام واکنش می‌دهند: $H^+(aq)+OH^-(aq)\rightarrow H_۲O(l)$
- فراورده‌های واکنش خنثی شدن آب و نمک است.
- این واکنش اساس عمل شوینده‌های خورنده است.
- آنیون و کاتیون اسید و باز معمولاً در این واکنش یون ناظرند اما ممکن است یون ناظر نباشند!

$$۳Ca(OH)_۲(aq)+۲H_۳PO_۴(aq)\rightarrow۶H_۲O(l)+Ca_۳(PO_۴)_۲(s)$$

چون فراورده یک رسوب است پس

یون‌های $Ca^{۲+}$ و $PO_۴^{۳-}$ ناظر نیستند.

- فراوردهٔ حاصل از واکنش آلاینده‌ها با پاک‌کننده‌های خورنده خود می‌تواند یک پاک‌کننده باشد:

زنجیر کربنی

$$KCOOH(s)+NaOH(aq)\rightarrow\underbrace{RCOONa(aq)}_{\text{صابون}}+H_۲O(l)$$

(نوعی پاک‌کننده)

- خصلت اسیدی یا بازی پاک‌کنندهٔ خورنده باید مخالف خصلت اسیدی یا بازی آلایندهٔ مورد نظر باشد.
- منظور ار جرم‌گیری، تولید فراوردهٔ گازی یا محلول در آب است.

اسید معده و ضداسیدها

- در بدن انسان بالغ روزانه بین ۲ تا ۳ لیتر شیر معده تولید می‌شود.
- دقت کنید معده در حالت استراحت است یا فعالیت؛ pH معده در زمان استراحت و فعالیت به ترتیب ۳/۷ و ۱/۵ است.
- اسید معده آنقدر قوی است (HCl) که حتی فلز روی را در خود حل می‌کند.
- ضداسیدها داروهایی با خاصیت بازی‌اند و از یک یا دو مادهٔ مؤثر تشکیل شده‌اند.
- ۳ نوع مادهٔ مؤثر در کتاب‌های معرفی شده: $NaHCO_3$، $Al(OH)_3$ و $Mg(OH)_2$.
- $Mg(OH)_2$ همان شیر منیزی معروف است که به شکل سوسپانسیون مصرف می‌شود.
- از بین ۳ نوع مادهٔ مؤثر $Al(OH)_3$ تنهایی به عنوان ضد اسید استفاده نمی‌شود.
- جوش‌شیرین ($NaHCO_3$) یک نمک بازی است و برای افزایش قدرت پاک کردن چربی‌ها به شوینده‌ها افزوده می‌شود.

*** نمک اسیدی و بازی یعنی چه؟**

نمک‌ها را می‌توان فراوردهٔ واکنش یک اسید با یک باز دانست، اگر نمک حاصل واکنش اسید قوی با یک باز قوی باشد نمکی خنثی خواهد بود مثل NaCl حاصل از واکنش NaOH و HCl؛ اگر نمک، حاصل واکنش اسید قوی با یک باز ضعیف باشد. نمکی اسیدی خواهد بود مثل NH_4Cl حاصل از واکنش HCl با NH_3 و اگر نمک حاصل واکنش اسید ضعیف با باز قوی باشد نمکی بازی خواهد بود مثل جوش‌شیرین ($NaHCO_3$) حاصل واکنش NaOH با H_2CO_3 .

سؤال: یک ضد اسید شامل $Al(OH)_3$ و $Mg(OH)_2$ به جرم ۳۶/۵ گرم می‌تواند ۱۱ لیتر اسید معده با $pH=1$ را خنثی کند. نسبت جرم $Al(OH)_3$ به جرم $Mg(OH)_2$ در این ضد اسید کدام است؟ (فقط ۸۰ درصد ضد اسید در واکنش شرکت می‌کند.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

☜ پاسخ: گزینهٔ «۴»

ابتدا مول H^+ و OH^- را به‌دست می‌آوریم:

$$pH=1\rightarrow [H^+]=10^{-1}\frac{mol}{L}\rightarrow H^+ \text{ مول } ?=10^{-2}\frac{mol}{L}\times 11L=0/11mol$$

پس مجموع مول OH^- هم $10^{-2}\frac{mol}{L}$ است.

مول $Al(OH)_3$ را x و مول $Mg(OH)_2$ را y در نظر می‌گیریم:

$$\left.\begin{matrix}3x+2y=0/11\\ 78x+58y=36/5\times 0/8=29/2\end{matrix}\right\}\Rightarrow \begin{matrix}x=0/3mol\\ y=0/1mol\end{matrix}$$

پس جرم $Al(OH)_3$، ۲۳/۴ گرم و جرم $Mg(OH)_2$، ۵/۸ گرم است:

$$\frac{23/4}{5/8}\simeq 4$$

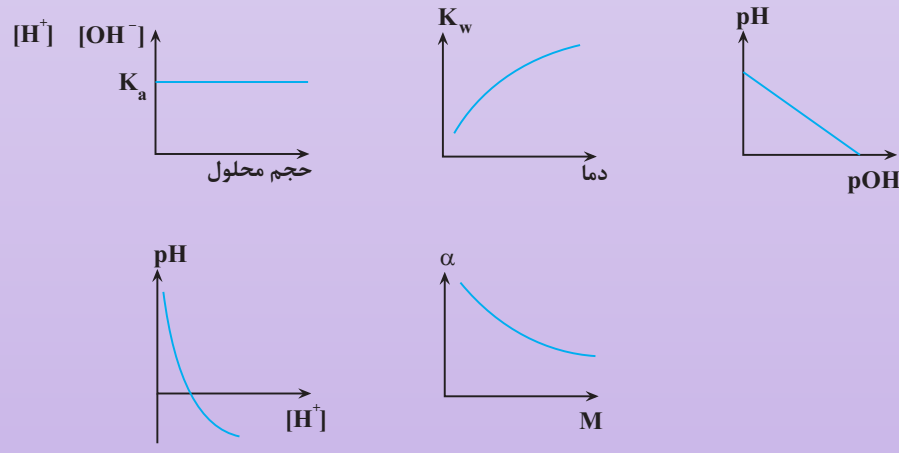
نکات تمرین دوره‌ای

ثابت یونش ↑ الکترولیت بودن محلول ↑؛ چون تعداد یون‌های حاصل از یونش بیشتر می‌شود.

اغلب اسیدها و بازهای شناخته شده ضعیف‌اند.

گل ادریسی در خاک اسیدی آبی و در خاک قلیایی صورتی‌رنگ است.

به نمودارهای زیر توجه کنید و روند تغییر، حداکثر و حداقل مقادیر را در خاطر داشته باشید.



تابع وارون

صفحه‌های: ۲۴ تا ۳۰

● یک رابطه به‌صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب وقتی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه اول یکسان نداشته باشد. اگر دو زوجی دارای مؤلفه‌های اول مساوی بودند مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز یکسان باشد.

$f=\{(1,2),(3,4),(5,0),(-2,2)\}$

● اگر مؤلفه‌های همهٔ زوج مرتب تابع f را جابه‌جا کنیم، رابطهٔ جدیدی به‌دست می‌آید که آن را وارون تابع f می‌گوییم و با f^{-1} نشان می‌دهیم.

$(a,b)\in f \leftrightarrow (b,a)\in f^{-1}$

مثال: وارون تابع‌های زیر را حساب کنید.

$f=\{(1,2),(2,3),(4,-2),(-3,0)\}$

$f^{-1}=\{(2,1),(3,2),(-2,4),(0,-3)\}$

$g=\{(1,3),(2,4),(5,3),(0,6)\}$

$g^{-1}=\{(3,1),(4,2),(3,5),(6,0)\}$

● وارون تابع f خود یک تابع است هرگاه در زوج مرتب‌های متفاوت تابع f مؤلفه‌های دوم تکراری وجود نداشته باشد. در این‌صورت می‌توانیم به آن تابع وارون بگوییم.
● به تابعی که در زوج‌های مرتب خود، مؤلفه‌های دوم تکراری نداشته باشد، تابع یک به یک می‌گوییم.
● وارونِ هر تابع یک به یک، خود یک تابع است. پس فقط توابع یک به یک، تابعِ وارون دارند.
● لزوماً تابعِ وارون و وارون تابع یکی نیستند.
در مثال قبلی تابع $g=\{(1,3),(2,4),(5,3),(0,6)\}$ را در نظر بگیرید.

وارون تابع g $=g^{-1}=\{(3,1),(4,2),(5,3),(0,6)\}$

اما چون تابع g، یک به یک نیست تابعِ وارون ندارد.

سؤال: وارون تابع $y=x^3-x+1$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟ (تجربی ۱۴۰۱ داخل کشور)

۱) $(-1,-2)$ ۲) $(\frac{5}{8},\frac{1}{2})$ ۳) $(1,2)$ ۴) $(\frac{-1}{2},\frac{-11}{8})$

☜ پاسخ:

بررسی سایر گزینه‌ها: اگر $(-1,-2)\in f^{-1}$ باشد در این صورت باید $(-2,-1)\in f$ باشد و باید مختصاتش در تابع $y=x^3-x+1$ صدق کند.

گزینهٔ «۱» $\rightarrow (-2,-1)\in f \xrightarrow{x=-2} y=(-2)^3-(-2)+1=-5\neq -1$ ✗

گزینهٔ «۲» $\rightarrow (\frac{1}{2},\frac{5}{8})\in f \xrightarrow{x=\frac{5}{8}} y=(\frac{1}{2})^3-(\frac{1}{2})+1=\frac{5}{8}$ ✓

گزینهٔ «۳» $\rightarrow (2,1)\in f \xrightarrow{x=2} y=(2)^3-2+1=7\neq 1$ ✗

گزینهٔ «۴» $\rightarrow (\frac{-11}{8},\frac{-1}{2})\neq f \xrightarrow{x=\frac{-11}{8}} y=(\frac{-11}{8})+\frac{11}{8}+1=\frac{273}{64}\neq\frac{-1}{2}$ ✓

دقت شود که تابع $y=x^3-x+1$ یک به یک نیست و تابعِ وارون ندارد.

سؤال: وارون تابع $y=-3x^3+2x-11$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟ (تجربی ۱۴۰۱ خارج کشور)

۱) $(9,-2)$ ۲) $(2,-31)$ ۳) $(-1,10)$ ۴) $(-12,-1)$

☜ پاسخ:

گزینهٔ «۱»: $\rightarrow (-2,9)\in f \xrightarrow{x=-2} y=-3(-2)^3+2(-2)-11=9$

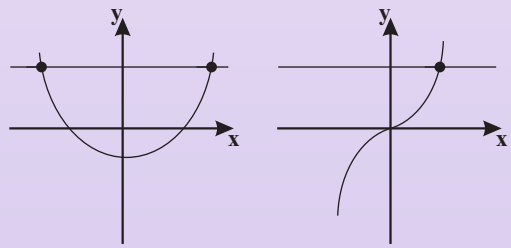
یک رابطه برحسب زوج‌های مرتب زمانی تابع یک به یک است که مولفه‌های اول یکسان و همچنین مؤلفه‌های دوم یکسان نداشته باشد.

اگر مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب یکسان باشند مؤلفه‌های دوم نیز یکسان باشند و اگر مؤلفه‌های دوم یکسان باشند مولفه‌های اول نیز یکسان باشند. بنابراین می‌توان گفت در تابع یک به یک تعداد اعضای دامنه و برد برابر است.

$f=\{(1,2),(-2,1),(3,0),(4,5),(1,2)\}$ ✓

$g=\{(2,5),(3,4),(-6,2),(0,5)\}$ یک به یک نیست ✗

به لحاظ نموداری، زمانی‌که یک تابع یک به یک است که هر خط موازی محور xها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند.



یک‌به‌یک است یک‌به‌یک نیست

سؤال: اگر رابطهٔ $f=\{(0,2),(a,5),(b,2),(0,a^2,a),(-1,4)\}$ تابع یک به یک باشد حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۰

☜ پاسخ:

شرط تابع بودن: مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب یکسان نباشد. در صورت یکسان بودن مولفه‌های دوم هم یکسان باشد.

$(0,2)=(0,a^2-a)\rightarrow a^2-a=2\rightarrow (a+1)(a-2)=0$

$a=-1\rightarrow \rightarrow (-1,5)\in f,(-1,4)\in f\rightarrow$ تابع نیست f

$a=2\rightarrow$ ✓

بررسی یک به یک بودن:

$(0,2)\in f,(b,2)\in f\rightarrow b=0\rightarrow a+b=2+0=2$

سؤال: اگر $f=\{(-۱,۲),(۵,۶),(-۲,۳),(۳,۰)\}$, $g=\{(۱,۲),(۲,۰),(۳,۱),(-۲,۵)\}$ باشند حاصل $۲g^{-۱}(۰)+f^{-۱}(۶)+g(۳)$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

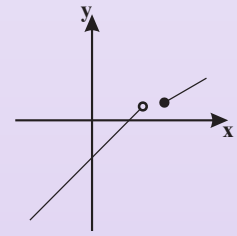
پاسخ:

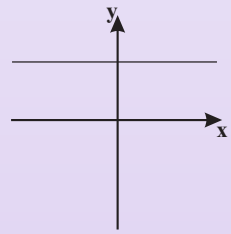
$f^{-۱}=\{(۰,۳),(۳,-۲),(۶,۵),(۲,-۱)\}\rightarrow f^{-۱}(۶)=۵$

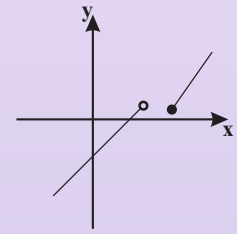
$g^{-۱}=\{(۲,۱),(۰,۲),(۱,۳),(۵,-۲)\}\rightarrow g^{-۱}(۰)=۲ \quad ,g(۳)=۱$

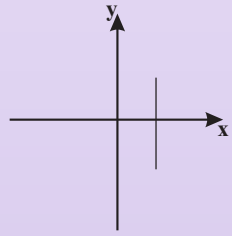
$۲g^{-۱}(۰)+f^{-۱}(۶)+g(۳)=۲(۲)+۵+۱=۱۰$

سؤال: کدام‌یک از نمودارهای زیر، یک تابع یک به یک را نشان می‌دهد؟

۱)


۲)


۳)


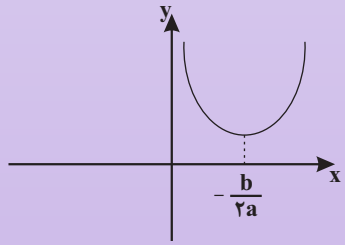
۴)


پاسخ:

در تابع یک به یک هر خط موازی محور xها نمودار تابع را فقط در یک نقطه قطع می‌کند. گزینهٔ ۱ و ۴ تابع نیستند. گزینهٔ یک به یک نیست.

تابع درجهٔ دوم $f(x)=ax^۲+bx+c$ تابعی یک‌به‌یک نیست. مگر اینکه دامنه را محدود کنیم. اگر دامنه تابع f قبل از رأس آن یا بعد ا ز رأس باشد در این‌صورت تابع f یک به‌یک و وارون‌پذیر است.

$D_f\subseteq(-\infty,\frac{-b}{۲a}]$ یا $D_f\subseteq[\frac{-b}{۲a},+\infty)$

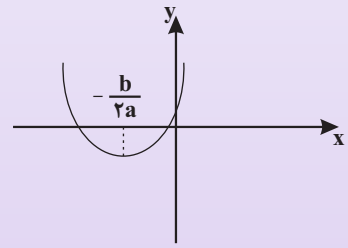


سؤال: تابع $f(x)=x^۲+۳x+۲$ در بازه $(-\infty,m)$ یک به یک است. بیشترین مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{-۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{-۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

☜ پاسخ:

تابع $f(x)$ در بازه $(-\infty,\frac{-b}{2a}]$ یک به یک است. بیشترین مقدار m طول راس سهمی است.



$$m=\frac{-b}{2a}=\frac{-3}{2}$$

اگر با افزایش x مقدار تابع هم افزایش یابد تابع اکیداً صعودی است.

$$x_2>x_1\rightarrow f(x_2)>f(x_1)$$

اگر با افزایش x مقدار تابع کاهش یابد تابع اکیداً نزولی است.

$$x_2>x_1\rightarrow f(x_2)<f(x_1)$$

اگر با افزایش x مقدار تابع افزایش یا ثابت بماند تابع صعودی است.

$$x_2>x_1\rightarrow f(x_2)\leq f(x_1)$$

تابع ثابت هم صعودی و هم نزولی است.

به تابعی که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد، اکیداً یکنوا می‌گویند.

به تابعی که صعودی یا نزولی باشد یکنوا می‌گویند.

معکوس و قرینه کردن، صعودی یا نزولی بودن را عوض می‌کند.

$$\text{نزولی } f(x)\xrightarrow{f(x)\neq 0}\begin{cases}\text{صعودی } \frac{1}{f(x)}\\ \text{صعودی } -f(x)\end{cases}$$

بررسی یکنوایی:

صعودی → نزولی − صعودی
نزولی → صعودی − نزولی
اکیداً صعودی → اکیداً صعودی + صعودی
اکیداً نزولی → اکیداً نزولی + نزولی

صعودی → صعودی + صعودی
نزولی → نزولی + نزولی
نامعلوم → نزولی + صعودی
نامعلوم → صعودی − صعودی
نامعلوم → نزولی − نزولی

- برای بررسی یکنوایی ترکیب توابع، صعودی بودن را + و نزولی بودن را − در نظر می‌گیریم.

$f\rightarrow fog=+\times+=+$ و g هر دو صعودی
$f\rightarrow fog=-\times-=+$ و g هر دو نزولی
$f\rightarrow fog=+\times-=-$ صعودی و g نزولی

- هر تابع اکیداً یکنوا یک به یک و وارون‌پذیر است. لذا توابع نمایی $(y=a^{ba+c})$، خطی غیرثابت $(y=ax+b)$، رادیکالی $(y=a\pm\sqrt{ax+c})$، لگاریتمی $(y=\log_c^{ax+b})$ و هموگرافیک $(y=\frac{ax+b}{cx+d})$ همه وارون‌پذیر هستند.

- محاسبهٔ $f^{-1}(x)$: ابتدا برد تابع $f(x)$ را محاسبه می‌کنیم که همان دامنه تابع $f^{-1}(x)$ است. $D_{f^{-1}} = R_f$
- سپس با حل معادلهٔ $y = f(x)$ و به‌دست آوردن x برحسب y و عوض کردن جای x و y، ضابطه تابع معکوس را به‌دست می‌آوریم.
- دامنه تابع f برد f^{-1} است. $D_{f^{-1}} = R_f , D_f = R_{f^{-1}}$

مثال: وارون فرض کنید $x \in (2,5)$ و $f(x) = \frac{1-2x}{3}$ باشد، دامنه و ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را بیابید.

$f(x)$ تابع خطی اکیداً نزولی است، بنابراین یک به یک و وارون‌پذیر است. برد تابع $f(x)$ را محاسبه می‌کنیم.

$$2 < x < 5 \xrightarrow{\times(-2)} -10 < -2x < -4 \xrightarrow{+1} -9 < 1-2x < -3$$

$$\xrightarrow{\div 3} -3 < \frac{1-2x}{3} < -1 \Rightarrow -3 < f(x) < -1$$

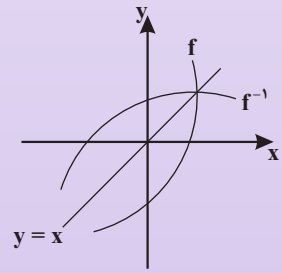
$$R_f = (-3,-1) = D_f^{-1}$$

حال x را بر حسب y به دست می‌آوریم.

$$y = \frac{1-2x}{3} \Rightarrow 3y = 1-2x \Rightarrow x = \frac{1-3y}{2}$$

$$\text{دامنه } f^{-1}(x) \quad y = \frac{1-3x}{2} = f^{-1}(x) , x \in (-3,-1) \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض می‌شود}}$$

تابع f و f^{-1} نسبت به خط $y = x$ (نیم‌ساز ربع اول و سوم) قرینهٔ هم هستند؛ پس قرینهٔ تابع f نسبت به خط $y = x$، تابع f^{-1} است.

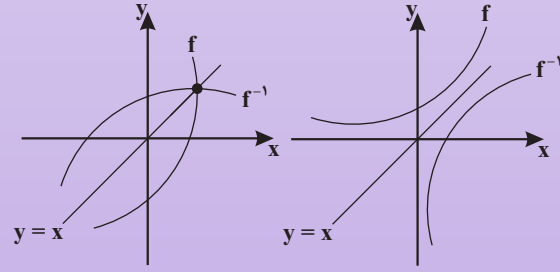


$$f(a) = b \rightleftarrows f^{-1}(b) = a$$

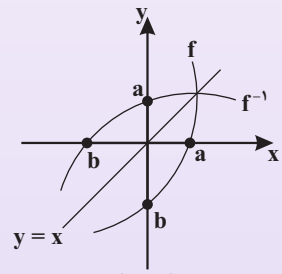
$$f^{-1}(3) = 2 \Rightarrow f(2) = 3$$

$$f\big(g(2)\big) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = g(2) \Rightarrow g^{-1}\Big(f^{-1}(4)\Big) = 2$$

نقاط برخورد تابع f و f^{-1} در صورت وجود روی خط $y = x$ است.



طول نقطهٔ برخورد نمودار f با محور xها، همان عرض نقطهٔ برخورد f^{-1} با محور yها است و برعکس.



ریشهٔ f^{-1} = عرض از مبدأ f	ریشهٔ f = عرض از مبدأ f^{-1}

اگر $f(x)$ تابعی یک‌به‌یک از درجهٔ دوم یا سوم باشد، برای پیداکردن f^{-1} ابتدا تابع f را به صورت مربع یا مکعب می‌نویسیم، سپس x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم.

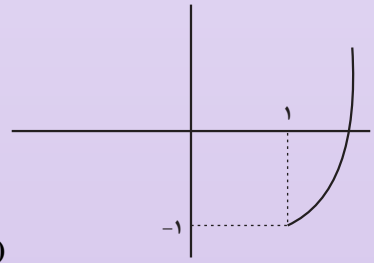
$$f(x)=ax^2+bx+c=a(x-\alpha)^2+\beta$$

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d=a(x-\alpha)^3+\beta$$

$$y=2x^2-6x=2(x^2-3x)=2(x^2-3x+\underbrace{\frac{9}{4}}_{\left(\frac{\text{ضریب } x}{2}\right)^2}-\frac{9}{4})$$

$$\Rightarrow y=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$$

مثال: اگر $x\geq 1$ باشد، وارون تابع $f(x)=x^2-2x$ را بیابید.



$D_f=[1,+\infty)$

طول رأس سهمی $=\frac{-b}{2a}=1\Rightarrow$

تابع f در دامنهٔ داده‌شده یک‌به‌یک و وارون‌پذیر است.

$$y=x^2-2x=x^2-2x+1-1=(x-1)^2-1$$

$$x\geq 1\Rightarrow x-1\geq 0\Rightarrow (x-1)^2\geq 0\Rightarrow (x-1)^2-1\geq -1$$

$$\Rightarrow y\geq -1\Rightarrow R_f=D_{f^{-1}}=[-1,+\infty)$$

$$y=x^2-2x=(x-1)^2-1\Rightarrow (x-1)^2=y+1$$

$$\Rightarrow x-1=\pm\sqrt{y+1}\xrightarrow[x-1\geq 0]{x\geq 1} x-1=\sqrt{y+1}$$

$$x=1+\sqrt{y+1}\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض می‌شود}} y=f^{-1}(x)=1+\sqrt{x+1}$$

برد تابع درجه دوم $y=ax^2+bx+c$

$$\begin{cases} a>0 & \rightarrow \quad y\geq \frac{-\Delta}{4a} \\ a<0 & \rightarrow \quad y\leq \frac{-\Delta}{4a} \end{cases}$$

اگر $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ باشد (تابع هموگرافیک)، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} D_{f^{-1}} = R_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\} \\ D_f = R_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \left\{\frac{-d}{c}\right\} \end{cases}$$

$$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d} \xrightarrow[\text{b و c قرینه می‌شوند}]{\text{جای a و d عوض می‌شود}} \boxed{f^{-1}(x)=\frac{dx-b}{-cx+a}}$$

اگر دو تابع هموگرافیک $a+d=0$ باشد، آن‌گاه $f(x)=f^{-1}(x)$ می‌باشد.

$$f(x)=\frac{2x-1}{3x-2} \xrightarrow{a+d=0} f^{-1}(x)=f(x)$$

سؤال: قرینهٔ خط به معادلهٔ $3y-2x=4$ را نسبت به خط $y=x$، خط d می‌نامیم. عرض از مبدأ خط d کدام است؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ:

اگر خط $3y-2x=4$ را به صورت یک تابع در نظر بگیریم، قرینهٔ خط $3y-2x=4$ نسبت به خط $y=x$ همان وارون تابع است؛ بنابراین داریم:

$$3y-4=2x \Rightarrow x=\frac{3y-4}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{3x-4}{2}=\frac{3}{2}x-2 \Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = -2$$

روش دوم:

$$\text{عرض از مبدأ } f^{-1} = \text{ریشهٔ } f \xrightarrow{y=0} 3(0)-2x=4 \Rightarrow x=-2$$

$$(-2,0)\in f \Rightarrow (0,-2)\in f^{-1}$$

پس عرض از مبدأ تابع f^{-1} برابر ۲ می‌باشد.

سؤال: در تابع با ضابطهٔ $f(x)=-x+\sqrt{-2x}$ مقدار $f^{-1}(4)$ کدام است؟

۱) -8 ۲) -5 ۳) -2 ۴) تعریف‌نشده

پاسخ:

$$f^{-1}(4)=a \Rightarrow f(a)=4 \Rightarrow 4=-a+\sqrt{-2a} \quad (A)$$

$$4+a=\sqrt{-2a} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a^2+8a+16=-2a \Rightarrow a^2+10a+16=0$$

$$(a+2)(a+8)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-8 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در A}} \text{غ‌ق‌ق} \\ a=-2 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در A}} \text{ق‌ق} \end{cases}$$

سؤال: تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x-\frac{2}{x}$ در دامنهٔ $D_f=(-\infty,0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیم‌ساز ناحیهٔ چهارم را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

پاسخ:

نیم‌ساز ناحیهٔ چهارم: $y=-x\ ;\ x>0$

نمودار f^{-1} نیم‌ساز ناحیهٔ چهارم را قطع می‌کند؛ بنابراین:

$$f^{-1}(x)=-x \Rightarrow f(-x)=x \Rightarrow -x+\frac{2}{x}=x \Rightarrow 2x=\frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \xrightarrow{x>0} x=1$$

سؤال: اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $f(3)=4$ و $f(4)=3$، تعداد نقاط تلاقی نمودارهای دو تابع f و f^{-1} کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

☜ پاسخ:

تابع f از دو نقطهٔ $(3,4)$ و $(4,3)$ گذشته است، لذا تابع f^{-1} از دو نقطهٔ $(4,3)$ و $(3,4)$ می‌گذرد. منحنی نمودار دو تابع خطی f و f^{-1} بر هم منطبق‌اند؛ لذا تعداد نقاط تلاقی آن‌ها بی‌شمار است.

سؤال: اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x)=x+\sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6)+g(12)$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

☜ پاسخ:

$g(x)$ وارون تابع $f(x)$ است، بنابراین:

$$g(x)=f^{-1}(x)$$

$$g(6)=f^{-1}(6)=a\Rightarrow f(a)=6\Rightarrow a+\sqrt{a}=6\Rightarrow a+\sqrt{a}-6=0$$

$$\Rightarrow\left(\sqrt{a}-2\right)\left(\sqrt{a}+3\right)=0\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{a}=2\Rightarrow a=4\\ \sqrt{a}=-3\Rightarrow \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}\Rightarrow g(6)=4$$

$$g(12)=f^{-1}(12)=b\Rightarrow f(b)=12\Rightarrow b+\sqrt{b}=12\Rightarrow b+\sqrt{b}-12=0$$

$$\Rightarrow\left(\sqrt{b}+4\right)\left(\sqrt{b}-3\right)=0\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{b}=-4\Rightarrow \text{غ‌ق‌ق}\\ \sqrt{b}=3\Rightarrow b=9\end{cases}\Rightarrow g(12)=9$$

سؤال: تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x-\frac{1}{2x}$ بر دامنهٔ $(0,+\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f^{-1} نیم‌ساز ناحیهٔ دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) -1 ۴) $-\frac{1}{2}$

نیم‌ساز ناحیهٔ دوم: $y=-x\ ;\ x<0$

☜ پاسخ:

نمودار تابع f^{-1}، نیم‌ساز ناحیهٔ دوم را قطع می‌کند. بنابراین:

$$f^{-1}(x)=-x\Rightarrow f(-x)=x$$

$$\Rightarrow -x+\frac{1}{2x}=x\Rightarrow\frac{1}{2x}=2x\Rightarrow 4x^2=1\Rightarrow x^2=\frac{1}{4}\Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}\xrightarrow{x<0}x=-\frac{1}{2}$$

ضابطهٔ وارون تابع $y=\frac{2^x-1}{2^x+1}$ را بیابید.

$$y(2^x+1)=2^x-1\Rightarrow y(2^x)+y=2^x-1\Rightarrow 2^x(1-y)=y+1$$

$$\Rightarrow 2^x=\frac{y+1}{1-y}\xrightarrow{\log_2}x=\log_2\frac{y+1}{1-y}\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض می‌شود}}f^{-1}(x)=\log_2\frac{x+1}{1-x}$$

حال برد تابع f را محاسبه می‌کنیم.

$$y=\frac{2^x-1}{2^x+1}=\frac{2^x+1-2}{2^x+1}=1-\frac{2}{2^x+1}\Rightarrow 2^x>0\xrightarrow{+1}2^x+1>1$$

$$\xrightarrow{\text{معکوس}}0<\frac{1}{2^x+1}<1\xrightarrow{\times(-2)}-2<\frac{-2}{2^x+1}<0\xrightarrow{+1}-1<1-\frac{2}{2^x+1}<1\Rightarrow -1<f(x)<1$$

$$R_f=(-1,1)=D_{f^{-1}}$$

سؤال: اگر $f(x)=x^۲-۲x-۳\;;\;x\geq ۱$ باشد، نمودارهای دو تابع $f^{-۱}$ و $g(x)=\frac{x-۹}{۲}$ با کدام طول متقاطع هستند؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

پاسخ:

$$f(x)=x^۲-۲x-۳=y\Rightarrow x^۲-۲x+۱=y+۴$$
$$\Rightarrow (x-۱)^۲=y+۴\xrightarrow{\text{جذر}}|x-۱|=\sqrt{y+۴}$$
$$\xrightarrow{x\geq ۱}x-۱=\sqrt{y+۴}\Rightarrow x=\sqrt{y+۴}+۱\Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt{x+۴}+۱$$

حال $f^{-۱}$ را با g قطع می‌دهیم:

$$\sqrt{x+۴}+۱=\frac{x-۹}{۲}\Rightarrow ۲\sqrt{x+۴}=x-۱۱\quad (۱)$$

با امتحان‌کردن گزینه‌ها، به راحتی معلوم می‌شود که $x=۲۱$ در معادلهٔ (۱) صدق می‌کند.

روش دوم:

$$f^{-۱}(x)=g(x)=\frac{x-۹}{۲}\Rightarrow f(\frac{x-۹}{۲})=x$$
$$\Rightarrow \boxed{\frac{x-۹}{۲}\geq ۱\Rightarrow x\geq ۱۱}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{x-۹}{۲}\right)^۲-۲\left(\frac{x-۹}{۲}\right)-۳=x\xrightarrow{\times ۴}(x-۹)^۲-۴(x-۹)-۱۲=۴x$$
$$\Rightarrow x^۲-۲۶x+۱۰۵=۰\Rightarrow (x-۲۱)(x-۵)=۰\Rightarrow \begin{cases}x=۵\rightarrow \text{غ‌ق‌ق}\\ x=۲۱\end{cases}$$

سؤال: ضابطهٔ معکوس تابع $y=۲-\sqrt{x-۱}$ به کدام صورت است؟

۱) $y=x^۲-۴x+۵\;;\;x\leq ۲$ ۲) $y=-x^۲-۴x+۵\;;\;x\leq ۲$

۳) $y=x^۲-۴x+۵\;;\;x\geq ۱$ ۴) $y=-x^۲+۴x-۵\;;\;x\geq ۱$

پاسخ:

ابتدا برد تابع اصلی که همان دامنهٔ تعریف تابع وارون است را به دست می‌آوریم. برای به دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون از روی ضابطهٔ تابع اصلی x را بر حسب y به دست آورده و در نهایت به جای x عبارت $f^{-۱}(x)$ و به جای y، x را جای‌گذاری کرده و ضابطه را تعیین می‌کنیم.

$$y=۲-\sqrt{x-۱}\xrightarrow{\text{عدد زیر رادیکال با فرجهٔ زوج، مثبت است}}x\geq ۱$$
$$\Rightarrow x-۱\geq ۰\Rightarrow \sqrt{x-۱}\geq ۰\Rightarrow -\sqrt{x-۱}\leq ۰$$
$$\Rightarrow ۲-\sqrt{x-۱}\leq ۲\Rightarrow y\leq ۲\Rightarrow R_f=(-\infty,۲]\Rightarrow D_{f^{-۱}}=(-\infty,۲]$$

اکنون ضابطهٔ تابع وارون را به دست می‌آوریم:

$$y=۲-\sqrt{x-۱}\Rightarrow \sqrt{x-۱}=۲-y\xrightarrow{\text{به توان ۲}}x-۱=(۲-y)^۲$$
$$\Rightarrow x-۱=۴-۴y+y^۲\Rightarrow x=۵-۴y+y^۲\Rightarrow f^{-۱}(x)=x^۲-۴x+۵$$

پس ضابطهٔ تابع وارون به صورت $y = x^۲ - ۴x + ۵ ; x \le ۲$ است.

روش دوم: نقطه‌گذاری:

$$x = ۱ \Rightarrow f(۱) = ۲ \Rightarrow f^{-۱}(۲) = ۱$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌های «۱» و «۳»:

$$f^{-۱}(۲) = ۴ - ۸ + ۵ = ۱ \rightarrow \text{ق}$$

گزینهٔ «۲»:

$$f^{-۱}(۲) = -۴ - ۸ + ۵ = -۷ \rightarrow \text{غ ق ق}$$

گزینهٔ «۴»:

$$f^{-۱}(۲) = -۴ + ۸ - ۵ = -۱ \rightarrow \text{غ ق ق}$$

حال گزینه‌های «۱» و «۳» را بررسی می‌کنیم.

$x = ۳$ در دامنهٔ تابع معکوس گزینهٔ «۳» قرار دارد.

گزینهٔ «۳»:

$$f^{-۱}(۳) = (۳)^۲ - ۴(۳) + ۵ = ۲ \Rightarrow f(۲) = ۳$$

حال بررسی می‌کنیم که آیا $f(۲) = ۳$ صحیح است یا خیر:

$$f(x) = ۲ - \sqrt{x - ۱} \Rightarrow f(۲) = ۲ - ۱ = ۱ \neq ۳$$

پس گزینهٔ «۳» نادرست است و پاسخ صحیح، گزینهٔ «۱» می‌باشد.

سؤال: ضابطهٔ وارون تابع $y = \frac{x}{۱ + |x|}$ کدام است؟

۱) $y = \frac{x}{۱ - |x|} ; |x| < ۱$

۲) $y = \frac{۱ - |x|}{|x|} ; |x| > ۱$

۳) $y = \frac{x}{|x| - ۱} ; |x| > ۱$

۴) $y = \frac{|x| - ۱}{x} ; |x| < ۱$

پاسخ:

روش اول:

$$y = \frac{x}{۱ + |x|} = \begin{cases} \frac{x}{۱ + x} ; x \ge ۰ \Rightarrow \boxed{۰ \le y < ۱} & \Rightarrow f(x) = \frac{x}{۱ + x} \xrightarrow[x \ge ۰]{\text{اکیداً صعودی}} f(۰) \le f(x) < \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) \\ \frac{x}{۱ - x} ; x < ۰ \Rightarrow \boxed{-۱ < y < ۰} & \Rightarrow f(x) = \frac{x}{۱ - x} \xrightarrow[x < ۰]{\text{اکیداً نزولی}} \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) < f(x) < f(۰) \end{cases}$$

$$y = \frac{x}{۱ + x} \rightarrow y + yx = x \Rightarrow x(۱ - y) = y \Rightarrow x = \frac{y}{۱ - y} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x}{۱ - x}$$

$$y = \frac{x}{۱ - x} \Rightarrow y - yx = x \Rightarrow x(۱ + y) = y \Rightarrow x = \frac{y}{۱ + y} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x}{۱ + x}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع معکوس به صورت $f^{-۱}(x) = \frac{x}{۱ - |x|} ; |x| < ۱$ درمی‌آید.

روش دوم:

نقطهٔ $(۰,۰)$ در ضابطهٔ تابع اصلی صدق می‌کند. از بین گزینه‌ها تنها معادله‌ای که $x = ۰$ عضو دامنهٔ تعریفش باشد و نقطهٔ $(۰,۰)$ هم در ضابطهٔ ان صدق کند، ضابطهٔ $f^{-۱}(x) = \frac{x}{۱ - |x|}$ است؛ به همین راحتی!

سؤال: اگر $g(x)=f(3x-4)$ و $f^{-1}(x)=x+\sqrt{x}$ باشد، آن‌گاه حاصل $g^{-1}(16)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ:

فرض می‌کنیم $g^{-1}(16)=a$، پس داریم: $g(a)=16$

$$g(x)=f(3x-4)\Rightarrow g(a)=f(3a-4)=16\Rightarrow f^{-1}(16)=3a-4$$

$$f^{-1}(16)=16+\sqrt{16}=20=3a-4\Rightarrow a=\frac{24}{3}=8$$

سؤال: نمودار تابع $f(x)=\frac{x+4}{x-2}$ با دامنهٔ $\mathbb{R}-\{2\}$، نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) -4 و -1 ۲) ۴ و -1 ۳) -4 و ۱ ۴) ۴ و ۱

پاسخ:

ضابطهٔ تابع وارون را به دست می‌آوریم:

$$y=\frac{x+4}{x-2}\Rightarrow yx-2y=x+4\Rightarrow yx-x=2y+4$$

$$\Rightarrow x(y-1)=2y+4\Rightarrow x=\frac{2y+4}{y-1}\Rightarrow y^{-1}=\frac{2x+4}{x-1}$$

با مساوی قراردادن ضابطهٔ تابع با وارون آن، نقطهٔ تقاطع را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x+4}{x-2}=\frac{2x+4}{x-1}\Rightarrow x^2+3x-4=2x^2+\cancel{4x}-\cancel{4x}-8$$

$$\Rightarrow x^2-3x-4=0\Rightarrow (x-4)(x+1)=0\Rightarrow \begin{cases}x=-1\\ x=+4\end{cases}$$

روش دوم:

در صورتی که تابع f و f^{-1} تلاقی داشته باشند، روی خط $y=x$ است.

$$\left.\begin{matrix}f(x)=\frac{x+4}{x-2}\\ y=x\end{matrix}\right\}\Rightarrow \frac{x+4}{x-2}=x\Rightarrow x^2-3X-4=0\xrightarrow[x=-1,-\frac{c}{a}]{a+c=b}x=-1,4$$

سؤال: اگر $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ باشد، ضابطهٔ تابع $f^{-1}(\sin x)$ کدام است؟

۱) $\tan x$ ۲) $\cot x$ ۳) $\frac{|\cos x|}{\sin x}$ ۴) $\frac{\sin x}{|\cos x|}$

پاسخ:

ضابطهٔ $f^{-1}(\sin x)$ از ما خواسته شده است. ابتدا باید ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را تعیین کنیم، سپس به جای متغیر x نسبت مثلثاتی $\sin x$ را قرار داده و در پایان ضابطهٔ $f^{-1}(\sin x)$ را به دست آوریم.

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\Rightarrow y=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\Rightarrow y\sqrt{1+x^2}=x$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}}y^2(1+x^2)=x^2\Rightarrow y^2+y^2x^2+x^2\Rightarrow x^2-y^2x^2=y^2$$

$$\Rightarrow x^2(1-y^2)=y^2\Rightarrow x^2=\frac{y^2}{1-y^2}\xrightarrow{x\text{ و }y\text{ هم‌علامت}}x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$$

$$1-y^2>0\Rightarrow -1<y<1\Rightarrow D_{f^{-1}}=(-1,1)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}};\underbrace{-1<x<1}_{D_{f^{-1}}}$$

ضابطهٔ $f^{-1}(\sin x)$ را به دست می‌آوریم:

$$f^{-1}(\sin x)=\frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}\xrightarrow{1-\sin^2 x=\cos^2 x} f^{-1}(\sin x)=\frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x}}$$

$$\rightarrow f^{-1}(\sin x)=\frac{\sin x}{|\cos x|}$$

سؤال: تابع با ضابطهٔ $f(x)=|2x-6|-|x+1|$ در یک بازه، صعودی است. ضابطهٔ معکوس آن در این بازه کدام است؟

۱) $-x+7\,;\,x>8$ ۲) $\frac{1}{3}x+2\,;\,x>3$

۳) $x+7\,;\,x>-4$ ۴) $\frac{1}{2}x-2\,;\,-4<x<8$

پاسخ:

● ابتدا ضابطهٔ تابع $f(x)$ را با توجه به محدوده‌هایی که برای x در نظر می‌گیریم، ساده می‌کنیم. محدودهٔ x براساس ریشهٔ عبارت‌های داخل قدرمطلق تعیین می‌شود. بازه‌ای که در ان تابع $f(x)$ صعودی است (مقدار $f(x)$ به ازای افزایش x، در حال افزایش است) را تعیین کرده و در آن بازه ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

ریشهٔ عبارت‌های درون قدرمطلق، $x=-1$ و $x=3$ است. داریم:

$$x<-1: f(x)=-2x+6-(-x-1)=-2x+6+x+1=-x+7$$

$$-1\le x\le 3: f(x)=-2x+6-(x+1)=-3x+5$$

$$x>3: f(x)=2x-6-(x+1)=x-7$$

$$\xrightarrow{\text{صعودی}} x>3\xrightarrow{-7} x-7>-4\Rightarrow y>-4\Rightarrow y>-4\Rightarrow D_{f^{-1}}=(-4,+\infty)$$

در بازهٔ $x>3$ تابع $f(x)=x-7$ یک تابع صعودی است. در این بازه ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$y=x-7\Rightarrow x=y+7\Rightarrow f^{-1}(x)=x+7\,,\,x>-4$$

سؤال: تابع با ضابطهٔ $f(x)=2x-|4-2x|$ در بازه‌ای وارون‌پذیر است. ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ در آن بازه کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}x+1\,;\,x\ge 4$ ۲) $\frac{1}{4}x-1\,;\,x\le 4$

۳) $\frac{1}{4}x-1\,;\,x\ge 4$ ۴) $\frac{1}{4}x+1\,;\,x\le 4$

پاسخ:

در توابع شامل قدرمطلق بهتر است ابتدا تکلیف قدرمطلق را مشخص کنیم. باتوجه به ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق، ضابطهٔ تابع را به صورت تفکیک‌شده به دست می‌آوریم؛ سپس هرکدام از ضابطه‌ها را که یک‌به‌یک و در نتیجه معکوس‌پذیر بود انتخاب کرده و ضابطهٔ تابع معکوس را مشخص می‌کنیم.

$$f(x)=2x-|4-2x|$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x>2\Rightarrow 4-2x<0\Rightarrow |4-2x|=2x-4\Rightarrow f(x)=2x-2x+4=4\\ x\le 2\Rightarrow 4-2x\ge 0\Rightarrow |4-2x|=4-2x\Rightarrow f(x)=2x-4+2x=4x-4\end{cases}$$

ضابطهٔ $f(x)=4$ یک‌به‌یک نیست، پس وارون ندارد؛ بنابراین تابع فقط روی بازهٔ $(-\infty,2]$ معکوس‌پذیر است. معکوس تابع را در این بازه تعیین می‌کنیم:

$$x\in(-\infty,2]\Rightarrow x\le 2\Rightarrow 4x\le 8\Rightarrow 4x-4\le 4\Rightarrow f(x)\le 4$$

برد تابع f بازهٔ $(-\infty,4]$ به دست آمد، پس دامنهٔ f^{-1} نیز بازهٔ $(-\infty,4]$ خواهد بود.

$$y=۴x-۴\Rightarrow y+۴=۴x\Rightarrow x=\frac{۷+۴}{۴}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x+۴}{۴}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۱}{۴}x+۱;\ x\le ۴$$

سؤال: دو تابع $f=\{(۲,۵),(۶,۳),(۳,۷),(۴,۱),(۱,۹)\}$ و $g(x)=\frac{x}{x-۱}$ مفروض‌اند. اگر $f^{-۱}(g(۲a))$ باشد، a کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ:

با توجه به این‌که $f^{-۱}(g(۲a))=۶$ است، می‌توان نتیجه گرفت $g(۲a)=f(۶)$

$$g(x)=\frac{x}{x-۱}\Rightarrow g(۲a)=\frac{۲a}{۲a-۱}=f(۶)=۳$$

$$\Rightarrow ۲a=۳(۲a-۱)\Rightarrow ۲a=۶a-۳\Rightarrow ۴a=۳\Rightarrow a=\frac{۳}{۴}$$

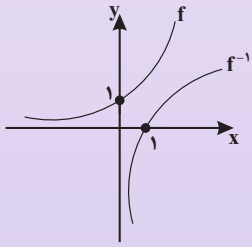
سؤال: فاصلهٔ نقطهٔ برخورد تابع نمایی $y=۳$ با محور yها و نقطهٔ برخورد معکوس این تابع نمایی با محور xها کدام است؟

۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

۳) ۲

۴) $۲\sqrt{۲}$



پاسخ:

$A(۰,۱)$ تلاقی $\Rightarrow y=۲^{۰}=۱\xrightarrow{x\ge ۰}$ تلاقی با محور yها $\rightarrow y=۲^{x}$

نقطهٔ برخورد معکوس تابع f با محور xها، همان عرض از مبدأ تابع f است. برای به دست آوردن عرض از مبدأ، کافی است در تابع f، $x\ge ۰$ قرار دهیم و y را به دست بیاوریم.

$$x=۰\Rightarrow y=۲^{۰}=۱$$

$$(۰,۱)\in f\Rightarrow B(۱,۰)\in f^{-۱}$$

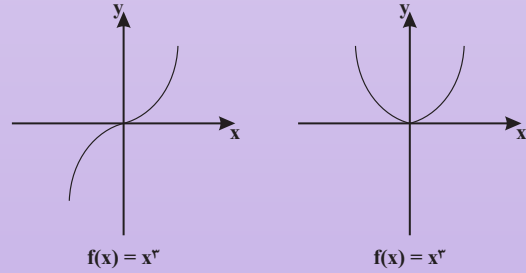
$$\overline{AB}=\sqrt{(۱-۰)^{۲}+(۰-۱)^{۲}}=\sqrt{۲}$$

سؤال: تابع با ضابطهٔ $f(x)=|x^{۳}|$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$، چگونه است؟

۱) نزولی ۲) صعودی ۳) وارون‌ناپذیر ۴) یک‌به‌یک

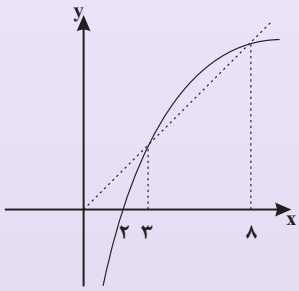
پاسخ:

با رسم نمودار تابع $f(x)=|x^{۳}|$ به سؤال پاسخ می‌دهیم. ابتدا نمودار $y=x^{۳}$ را رسم و آن قسمت از منحنی که در پایین محور xها قرار دارد را نسبت به این محور قرینه می‌کنیم.



با توجه به نمودار رسم‌شده، این تابع نه صعودی است و نه نزولی. این تابع یک‌به‌یک هم نیست، در نتیجه وارون‌ناپذیر می‌شود. بنابراین فقط گزینهٔ «۳» می‌تواند درست باشد.

سؤال: شکل زیر، نمودار تابع $y=f(x)$ و نیم‌ساز ناحیهٔ اول و سوم است. دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $\sqrt{x-f^{-1}(x)}$ کدام است؟



۱) $[۰,۲]$

۲) $[۲,۳]$

۳) $[۲,۸]$

۴) $[۳,۸]$

پاسخ:

در حل تست به نکات زیر توجه داشته باشید:

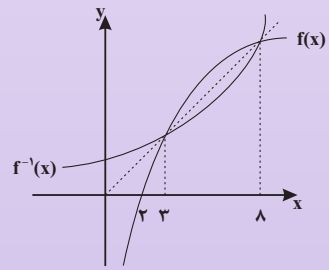
الف) عبارت زیر رادیکال با فرجهٔ زوج باید نامنفی باشد.

ب) نمودار دو تابع $y=f(x)$ و $y=f^{-1}(x)$ نسبت به نیم‌ساز ربع اول و سوم، قرینهٔ یک‌دیگرند.

دامنهٔ تابع $\sqrt{x-f^{-1}(x)}$ محدوده‌ای است که عبارت $x-f^{-1}(x)$ نامنفی می‌شود. پس داریم:

$$x-f^{-1}(x)\geq ۰ \Rightarrow x\geq f^{-1}(x)$$

چون دو نمودار $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ نسبت به نیم‌ساز ربع اول و سوم (همان خط $y=x$) قرینهٔ هم هستند، بنابراین در نقاطی که نمودار تابع $y=f(x)$ بالای خط $y=x$ قرار دارد، نمودار $y=f^{-1}(x)$ پایین خط $y=x$ قرار می‌گیرد و برعکس.



در بازهٔ $[۳,۸]$ نمودار تابع $f=f(x)$ بالای خط $y=x$ قرار دارد، بنابراین در همین بازه نمودار $y=f^{-1}(x)$ پایین خط $y=x$ قرار گرفته و در نتیجه $x-f^{-1}(x)$ مثبت می‌شود (به عبارت صحیح‌تر نامنفی می‌شود)؛ بنابراین بازهٔ $[۳,۸]$ دامنهٔ تعریف تابع داده‌شده است.

ضابطهٔ وارون تابع $f(x)=-x^۳+۳x^۲-۳x+۸$ را بیابید.

نمودار تابع $f(x)$ به صورت می‌باشد؛ بنابراین یک‌به‌یک و وارون‌پذیر است.

$$y=-\left(x^۳-۳x^۲+۳x-۸\right)=-\left(x^۳-۳x^۲+۳x-۱-۷\right)$$

$$y=-(x-۱)^۳+۷\Rightarrow (x-۱)^۳=۷-y$$

$$x-۱=\sqrt[۳]{۷-y}\Rightarrow x=۱+\sqrt[۳]{۷-y}\xrightarrow{\text{جای x و y عوض می‌شود}} f^{-1}(x)=۱+\sqrt[۳]{۷-x}$$

● اگر f، g و h توابع وارون‌پذیر باشند، آن‌گاه:

$(fog)^{-1} = g^{-1}of^{-1}$

$(f^{-1}og)^{-1} = g^{-1}of$

$(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$

$(fogoh)^{-1} = h^{-1}og^{-1}of^{-1}$

$fof^{-1}(x) = x$, دامنه $= D_{f^{-1}}$

$f^{-1}of(x) = x$, دامنه $= D_f$

● یعنی نمودار $y = fof^{-1}(x)$ و $y = f^{-1}of(x)$ قسمتی از نمودار خط $y = x$ (نیم‌ساز ناحیهٔ اول و سوم) است.

● اگر دامنه و برد تابع $f(x)$ با هم برابر باشند، در این صورت دو تابع $(f^{-1}of)(x)$ و $(fof^{-1})(x)$ با هم مساوی‌اند؛ مثل تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$.

$D_f = R_f = [0, +\infty)$

● اگر $(fof)(x) = x$ باشد، در این صورت $f(x) = f^{-1}(x)$ است؛ مانند تابع هموگرافیک وقتی $a + d = 0$ باشد.

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-2} = f^{-1}(x)$$

● تابع خطی $y = ax + b$ در صورتی که دارای شیب منفی یک باشد نسبت به نیم‌ساز ربع اول و سوم متقارن بوده و با معکوسش برابر است.

$f(x) = -x + 2 = f^{-1}(x)$

● در ماشین شکل زیر که ورودی و خروجی یکسان است، دو تابع f و g معکوس یک‌دیگرند.

$x \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow \boxed{g} \longrightarrow x$

● با توجه به ماشین شکل زیر، $g(1)$ را بیابید.

$x \longrightarrow \boxed{2x-3} \longrightarrow \boxed{g} \longrightarrow x$

● با توجه به این‌که ورودی و خروجی یکسان است، دو تابع $f(x) = 2x - 3$ و g معکوس یک‌دیگرند.

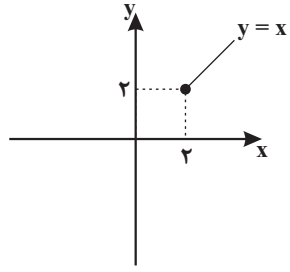
$$y = 2x - 3 \Rightarrow x = \frac{y+3}{2}$$

$$g(x) = f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2} \Rightarrow g(1) = \frac{1+3}{2} = 2$$

● اگر $f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ باشد، نمودار تابع $y = (f^{-1}of)(x)$ را رسم کنید.

$f(x) = 1 + \sqrt{x-2} \Rightarrow D_f = [2, +\infty)$

$y = (f^{-1}of)(x) = x$, $D_y = D_f = [2, +\infty)$



سؤال: فرض کنید M نقطهٔ تلاقی منحنی $y=\sqrt{x+3}$ با تابع وارون خود باشد. فاصلهٔ نقطهٔ M از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) 3 ۴) $2\sqrt{2}$

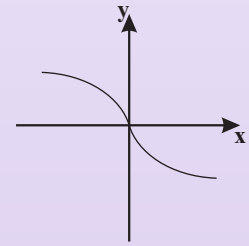
☜ پاسخ

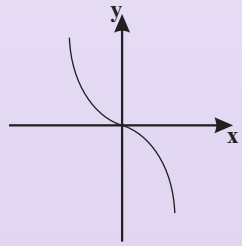
نقطهٔ تلاقی دو تابع f و f^{-1} روی خط $y=x$ است، پس معادلهٔ $f(x)=x$ را حل می‌کنیم.

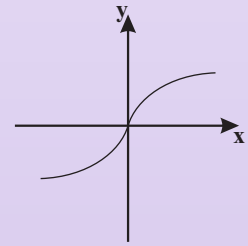
$$\sqrt{x+3}-1=x \Rightarrow \sqrt{x+3}=x+1 \Rightarrow x+3=x^2+2x+1$$
$$\Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \in D \\ x=-2 \notin D \end{cases}$$

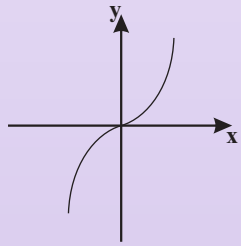
پس نقطهٔ تلاقی f و f^{-1}، نقطهٔ $(1,1)$ است و فاصلهٔ آن از مبدأ $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ خواهد شد.

سؤال: اگر $f(x)=x|x|$ باشد، نمودار تابع $y=f^{-1}(x)$ کدام است؟

۱)


۲)


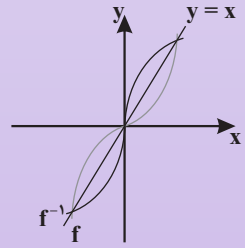
۳)


۴)


☜ پاسخ

ابتدا نمودار $f(x)$ را رسم می‌کنیم. نمودار f^{-1} قرینهٔ $f(x)$ نسبت به نیم‌ساز ربع اول و سوم است.

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & ; \ x \geq 0 \\ -x^2 & ; \ x<0 \end{cases}$$



سؤال: دو تابع $f=\{(5,2),(7,3),(1,4),(3,6),(9,1)\}$ و $g(x)=\sqrt{5x+9}$ مفروض‌اند. اگر $(g^{-1}of^{-1})(a)=8$ باشد، a کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۷

☜ پاسخ:

$$g^{-1}of^{-1}(a)=g^{-1}\left(f^{-1}(a)\right)=8 \Rightarrow \left(f^{-1}(a),8\right) \in g^{-}$$

$\Rightarrow \left(۸, f^{-۱}(a)\right) \in g \Rightarrow g(۸) = f^{-۱}(a) \quad (I)$

$g(x) = \sqrt{۵x+۹} \Rightarrow g(۸) = \sqrt{۴۹} \Rightarrow g(۸) = ۷$

$\xrightarrow{(I)} f^{-۱}(a) = ۷ \Rightarrow (a,۷) \in f^{-۱} \Rightarrow (۷,a) \in f \Rightarrow a = ۳$

روش دوم:

$(g^{-۱}of^{-۱})(a) = ۸ \Rightarrow (fog)^{-۱}(a) = ۸$

$\Rightarrow (fog)(۸) = a \Rightarrow f\left(g(۸)\right) = a \Rightarrow f(۷) = a = ۳$

سؤال: دو تابع $f = \{(۱,۲), (۲,۳), (۴,۵), (۳,۴)\}$ و $g = \{(۲,۱), (۳,۲), (۵,۴)\}$ مفروض‌اند. تابع $g^{-۱}of^{-۱}$ کدام است؟

۱) $\{(۴,۴), (۱,۱), (۳,۴)\}$ ۲) $\{(۳,۳), (۵,۵), (۴,۳)\}$

۳) $\{(۲,۲), (۱,۱), (۴,۴)\}$ ۴) $\{(۲,۲), (۳,۳), (۵,۵)\}$

پاسخ:

● با جابه‌جاکردن مؤلفه‌های اول و دوم هر یک از زوج‌مرتب‌های تشکیل‌دهندهٔ دو تابع f و g، توابع $f^{-۱}$ و $g^{-۱}$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌مرتب‌ها مشخص می‌کنیم؛ سپس تابع $g^{-۱}of^{-۱}$ را به دست می‌آوریم. برای این کار ابتدا به سراغ تابع $f^{-۱}$ می‌رویم، سپس با خروجی‌هایی که به ما می‌دهد، بررسی می‌کنیم که تابع $g^{-۱}of^{-۱}$ تشکیل می‌شود یا خیر.

$f = \{(۱,۲), (۲,۳), (۴,۵), (۳,۴)\} \Rightarrow f^{-۱} = \{(۲,۱), (۳,۲), (۵,۴), (۴,۳)\}$

$g = \{(۲,۱), (۳,۲), (۵,۴)\} \Rightarrow g^{-۱} = \{(۱,۲), (۲,۳), (۴,۵)\}$

$D_{f^{-۱}} = \{۲,۳,۵,۴\}$

$x = ۲ \Rightarrow f^{-۱}(۲) = ۱ \Rightarrow g^{-۱}\left(f^{-۱}(۲)\right) = g^{-۱}(۱) = ۲ \Rightarrow (۲,۲) \in g^{-۱}of^{-۱}$

$x = ۳ \Rightarrow f^{-۱}(۳) = ۲ \Rightarrow g^{-۱}\left(f^{-۱}(۳)\right) = g^{-۱}(۲) = ۳ \Rightarrow (۳,۳) \in g^{-۱}of^{-۱}$

$x = ۵ \Rightarrow f^{-۱}(۵) = ۴ \Rightarrow g^{-۱}\left(f^{-۱}(۵)\right) = g^{-۱}(۴) = ۵ \Rightarrow (۵,۵) \in g^{-۱}of^{-۱}$

$x = ۴ \Rightarrow f^{-۱}(۴) = ۳ \Rightarrow g^{-۱}\left(f^{-۱}(۴)\right) = g^{-۱}(۳) \Rightarrow$ تعریف نمی‌شود

بنابراین تابع $g^{-۱}of^{-۱}$ به صورت $\{(۲,۲), (۳,۳), (۵,۵)\}$ درمی‌آید.

روش دوم:

$g^{-۱}of^{-۱} = (fog)^{-۱}$

$fog = \{(۲,۲), (۳,۳), (۵,۵)\} = (fog)^{-۱} = g^{-۱}of^{-۱}$

با فرض $f(x) = x^۲ - ۴x + ۹ \; ; \; x \geq ۲$ و $g(x) = \frac{۳-x}{۲}$، حاصل $(f^{-۱}og^{-۱})(-۹)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

داریم $(f^{-۱}og^{-۱})(-۹) = f^{-۱}\left(g^{-۱}(-۹)\right)$ را می‌یابیم. فرض می‌کنیم $g^{-۱}(-۹) = a$ باشد، پس $g(a) = -۹$ و داریم:

$g(x) = \frac{۳-x}{۲} \Rightarrow g(a) = \frac{۳-a}{۲} = -۹ \Rightarrow ۳ - a = -۱۸ \Rightarrow a = ۲۱$

پس کافی است $f^{-۱}(۲۱)$ را حساب کنیم. فرض می‌کنیم $f^{-۱}(۲۱) = b$ باشد، پس $f(b) = ۲۱$ است و داریم:

$f(x) = x^۲ - ۴x + ۹ \Rightarrow f(b) = b^۲ - ۴b + ۹ = ۲۱ \Rightarrow b^۲ - ۴b - ۱۲ = ۰$

$\Rightarrow (b-۶)(b+۲) = ۰ \xrightarrow{b \geq ۲} b = ۶$

پس $(f^{-۱}og^{-۱})(-۹) = ۶$ است.

روش دوم:

$$(f^{-1}og^{-1})(-9)=a=(gof)^{-1}(-9)$$

$$(gof)(a)=-9\Rightarrow g\big(f(a)\big)=-9=\frac{3-f(a)}{2}$$

$$\Rightarrow f(a)=21=a^2-4a+9\Rightarrow a^2-4a-12=0$$

$$\Rightarrow (a-6)(a+2)=0\xrightarrow{a\geq 2}a=6\Rightarrow (f^{-1}og^{-1})(-9)=a=6$$

سؤال: اگر $f(x)=x+\sqrt{x}$ و $g(x)=\frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1}of^{-1})(20)$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

پاسخ:

داریم: $(g^{-1}of^{-1})(20)=g^{-1}\left(f^{-1}(20)\right)$؛ پس کافی است $f^{-1}(20)$ را یافته و در تابع g^{-1} قرار دهیم.

فرض کنیم $f^{-1}(20)=a$ باشد، پس $f(a)=20$ است و داریم:

$$f(x)=x+\sqrt{x}\Rightarrow f(a)=a+\sqrt{a}=20\Rightarrow a=16$$

$$\Rightarrow f^{-1}(20)=16$$

بنابراین $g^{-1}\left(f^{-1}(20)\right)=g^{-1}(16)$. حال فرض می‌کنیم $g^{-1}(16)=b$، پس $g(b)=16$ است و در نتیجه:

$$g(x)=\frac{9x+6}{1-x}\Rightarrow g(b)=\frac{9b+6}{1-b}=16\Rightarrow 9b+6=16-16b$$

$$\Rightarrow 25b=10\Rightarrow b=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow g^{-1}\left(f^{-1}(20)\right)=g^{-1}(16)=\frac{2}{5}$$

روش دوم:

$$(g^{-1}of^{-1})(20)=(fog)^{-1}(20)=a\Rightarrow (fog)(a)=20$$

$$f\big(g(a)\big)=20=g(a)+\sqrt{g(a)}\Rightarrow g(a)=16=\frac{9a+6}{1-a}$$

$$16(1-a)=9a+6\Rightarrow a=\frac{2}{5}=(g^{-1}of^{-1})(20)$$

سؤال: ضابطهٔ معکوس تابع $y=\begin{cases}\frac{|x|}{x}\sqrt{|x|} & ;\ x\neq 0\\ 0 & ;\ x=0\end{cases}$ به کدام صورت است؟

۱) $y=x\sqrt{|x|}\ ;\ x\in\mathbb{R}$ ۲) $y=x\sqrt{|x|}\ ;\ x\in\mathbb{R}-\{0\}$

۳) $y=x|x|\ ;\ x\in\mathbb{R}-\{0\}$ ۴) $y=x|x|\ ;\ x\in\mathbb{R}$

☜ پاسخ:

روش اول: ابتدا با تفکیک دامنهٔ تعریف به دو قسمت $x>0$ و $x<0$، تکلیف قدرمطلق را روشن کرده و تابع را بازنویسی می‌کنیم. سپس برای هر یک از ضابطه‌های جدید، ضابطهٔ معکوس تابع را به دست می‌آوریم. داریم:

$$x\neq 0: y=\frac{|x|}{x}\sqrt{|x|}\Rightarrow\begin{cases}x>0: |x|=x\Rightarrow y=\sqrt{x} & ; \ y>0\\ x<0: |x|=-x\Rightarrow y=-\sqrt{-x} & ; \ y<0\end{cases}$$

$$y=\sqrt{x}\xrightarrow[\text{به توان ۲}]{x,y>0} y^2=x\Rightarrow f^{-1}(x)=x^2\ ,\ x>0$$

$$y=-\sqrt{-x}\xrightarrow[\text{به توان ۲}]{x,y<0} y^2=-x\Rightarrow f^{-1}(x)=-x^2\ ,\ x<0$$

همچنین نقطهٔ $(0,0)$ باید در ضابطهٔ وارون تابع صدق کند؛ بنابراین ضابطهٔ معکوس تابع به صورت $y=x|x|\ ;\ x\in\mathbb{R}$ درمی‌آید.

روش دوم:

اگر نقطهٔ $A(\alpha,\beta)$ در ضابطهٔ $f(x)$ صدق کند، در این صورت نقطهٔ $B(\beta,\alpha)$ در ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ صدق می‌کند. نقطهٔ $A(4,2)$ در ضابطهٔ $f(x)$ صدق می‌کند، پس نقطهٔ $B(2,4)$ باید عضو تابع وارون باشد (رد گزینه‌های «۱» و «۲»). همچنین برد تابع $f(x)$ برابر $\mathbb{R}$ است، پس دامنهٔ تعریف تابع $f^{-1}(x)$ باید مجموعهٔ اعداد حقیقی یا همان $\mathbb{R}$ باشد. تنها گزینه‌ای که تمام این ویژگی‌ها را دارد، گزینهٔ $y=x|x|\ ;\ x\in\mathbb{R}$ است.

سؤال: اگر $f(x)=\frac{2}{5}x-4$ و $g(x)=x^3+x$ باشند، مقدار $(g^{-1}of^{-1})(8)$ کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

☜ پاسخ:

$$\begin{cases}g(x)=x^3+x\\ f(x)=\frac{2}{5}x-4\end{cases}$$

اول $f^{-1}(8)$ را پیدا می‌کنیم:

$$f(x)=8\Rightarrow\frac{2}{5}x-4=8\Rightarrow\frac{2}{5}x=12\rightarrow x=30\Rightarrow f^{-1}(8)=30$$

حال داریم:

$$g^{-1}\left(f^{-1}(8)\right)=g^{-1}(30)$$

$$g(x)=30\Rightarrow x^3+x=30\Rightarrow x=3\Rightarrow g^{-1}(30)=3$$

روش دوم:

$$(g^{-1}of^{-1})(8)=(fog)^{-1}(8)=a\Rightarrow (fog)(a)=8$$

$$f\big(g(a)\big)=8=\frac{2}{5}g(a)-4\Rightarrow g(a)=30=a^3+a\Rightarrow a=3=(g^{-1}of^{-1})(8)$$

سؤال: اگر $f(x)=1+\sqrt{x}$، $g(x)=x^2$ و $x>0$، آن‌گاه ضابطهٔ $g^{-1}of^{-1}$ کدام است؟

۱) $x-1$ ۲) $x+1$ ۳) x^2-1 ۴) x^2+1

پاسخ:

ضابطهٔ دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ به ما داده شده است و ضابطهٔ تابع $g^{-1}of^{-1}$ را می‌خواهند. برای این کار ابتدا ضابطهٔ دو تابع $f^{-1}(x)$ و $g^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم؛ سپس برای تعیین ضابطهٔ $g^{-1}of^{-1}$ یا همان $g^{-1}\big(f^{-1}(x)\big)$ در ضابطهٔ $g^{-1}(x)$ به جای متغیر x، ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را قرار می‌دهیم:

$$f(x)=1+\sqrt{x}\Rightarrow y=1+\sqrt{x}\Rightarrow y-1=\sqrt{x}\xrightarrow{\text{به توان ۲}}(y-1)^2=x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=(x-1)^2\ ;\ x>1$$

$$g(x)=x^2\Rightarrow y=x^2\Rightarrow x=\sqrt{y}\Rightarrow g^{-1}(x)=\sqrt{x}\ ;\ x>0$$

بنابراین ضابطهٔ تابع $g^{-1}of^{-1}(x)$ برابر است با:

$$g^{-1}of^{-1}(x)=g^{-1}\big(f^{-1}(x)\big)=\sqrt{f^{-1}(x)}=\sqrt{(x-1)^2}=|x-1|$$

$$\xrightarrow[x-1>0]{x>1} g^{-1}of^{-1}x)=x-1$$

روش دوم:

در تابع $(g^{-1}of^{-1})(x)$ به ازای $x=4$ مقدارش را پیدا می‌کنیم. هر گزینه‌ای که با جای‌گزاری $x=4$ آن مقدار را دهد، پاسخ صحیح است.

$$(g^{-1}of^{-1})(4)=(fog)^{-1}(4)=a$$

$$(fog)(a)=4\Rightarrow f\big(g(a)\big)=4=1+\sqrt{g(a)}$$

$$\Rightarrow g(a)=9=a^2\xrightarrow{a>0}a=3=(g^{-1}of^{-1})(4)$$

$$\xrightarrow{\text{گزینهٔ (۱)}}x-1=4-1=3$$

غ‌ق‌ق $\xrightarrow{\text{گزینهٔ (۲)}}x+1=4+1=5\rightarrow$

غ‌ق‌ق $\xrightarrow{\text{گزینهٔ (۳)}}x^2-1=16-1=15\rightarrow$

غ‌ق‌ق $\xrightarrow{\text{گزینهٔ (۴)}}x^2+1=16+1=17\rightarrow$