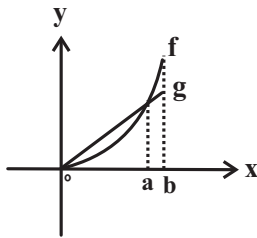
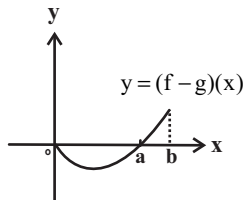


(عمید علیزاده)

۴- گزینه «۴»



$$\begin{aligned} x=0 &\Rightarrow f(0)=g(0)=0 \Rightarrow y=(f-g)(0)=0 \\ 0 < x < a &\Rightarrow f(x) < g(x) \Rightarrow y=(f-g)(x) < 0 \\ x=a &\Rightarrow f(a)=g(a) \Rightarrow y=(f-g)(a)=0 \\ a < x < b &\Rightarrow f(x) > g(x) \Rightarrow y=(f-g)(x) > 0 \end{aligned}$$



با توجه به این که $f(x)$ منحنی و $g(x)$ خطی است تفاضل آن‌ها یک منحنی می‌باشد و گزینه «۴» صحیح است.

(مسابقه ۱ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(مهمر عمیری)

۵- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} x-|x| \geq 0 &\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0; x-x \geq 0 \Rightarrow 0 \geq 0 \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \in [0, +\infty) \\ x < 0; x-(-x) \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \in \emptyset \end{cases} \\ \Rightarrow D_f &= [0, +\infty) \end{aligned}$$

یادآوری:

$$|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

(مسابقه ۱ - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

(عمید علیزاده)

۶- گزینه «۴»

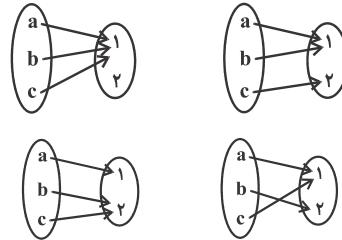
ابتدا با قرار دادن عضوهای مجموعه A در تابع $f(x) = 2x + 1$ مجموعه B را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} x = -2 &\Rightarrow f(-2) = -3 \\ x = 0 &\Rightarrow f(0) = 1 \\ x = 6 &\Rightarrow f(6) = 13 \\ x = -3 &\Rightarrow f(-3) = -5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = R_f = \{-5, -3, 1, 13\}$$

حسابان (۱)

۱- گزینه «۲»

(عباس طاهرقانی)



نکته: اگر A مجموعه m عضوی و B مجموعه n عضوی باشد، تعداد توابع از A به B برابر است با n^m . در این سوال چون عضو a استفاده شد، پس 2^2 تابع می‌توان نوشت.

(مسابقه ۱ - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۲- گزینه «۳»

(مهمر عمیری)

برای این که دامنه یک تابع گویا، مجموعه اعداد حقیقی باشد، باید مخرج تابع گویا ریشه نداشته باشد و با توجه به این که مخرج تابع داده شده از نوع چندجمله‌ای درجه دوم است، باید Δ آن منفی باشد:

$$\begin{aligned} x^2 + ax + 1 = 0 \quad \Delta < 0 &\Rightarrow a^2 - 4 < 0 \Rightarrow a^2 < 4 \\ -2 < a < 2 &\xrightarrow{\text{خواص قدرمطلق}} |a| < 2 \quad \text{جذر} \end{aligned}$$

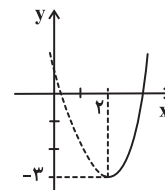
مجموعه مقادیر صحیحی که در این بازه قرار دارد و a می‌تواند بپذیرد عبارت است از: $\{-1, 0, 1\}$

(مسابقه ۱ - صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۳- گزینه «۳»

(امیر غلامی)

مطابق نمودار زیر، برد تابع $f(x) = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$ برابر $[-3, +\infty)$ است. بنابراین هم‌دامنه یعنی مجموعه B بایستی شامل این بازه باشد. بازه گزینه «۳» چنین شرایطی ندارد.



(مسابقه ۱ - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

(مبتدی نازری)

۹- گزینه «۴»

دو تابع f و g با هم برابرند هرگاه: $D_f = D_g$ و به ازای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم $f(x) = g(x)$.

بررسی همه موارد:

مورد الف):

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{(1-x)^2} \Rightarrow (1-x)^2 \geq 0 \Rightarrow 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ \Rightarrow D_f = (-\infty, 1] \\ g(x) = |1-x| \sqrt{1-x} \Rightarrow 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \Rightarrow D_g = (-\infty, 1] \\ \Rightarrow D_f = D_g \end{cases}$$

$$f(x) = \sqrt{(1-x)^2} = \sqrt{(1-x)^2} \times \sqrt{1-x} = \sqrt{(1-x)^2} \times \sqrt{1-x} = |1-x| \sqrt{1-x} = g(x)$$

بنابراین $f(x) = g(x)$ است.

مورد ب):

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x-x^2} \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \Rightarrow D_f = [0, 1] \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{1-x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow D_g = [0, 1] \\ \Rightarrow D_f = D_g \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow g(x) &= \sqrt{x} \times \sqrt{1-x} = \sqrt{x(1-x)} \\ &= \sqrt{x-x^2} = f(x) \end{aligned}$$

بنابراین f و g برابرند.

مورد ج):

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{|x^2 + x + 1|} \Rightarrow \text{دلتای مخرج منفی است و ریشه ندارد.} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{|x^2 + x + 1|} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1} = 1 = g(x) \end{cases}$$

بنابراین f و g برابرند.

مورد د):

$$\begin{cases} f(x) = |x| - 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \\ g(x) = \frac{x^2 - 1}{|x| + 1} \Rightarrow \text{مخرج عبارت همیشه مثبت است و ریشه ندارد.} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} \\ \Rightarrow D_f = D_g \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{|x| + 1} = \frac{(|x| - 1)(|x| + 1)}{|x| + 1} = |x| - 1 \Rightarrow f(x) = g(x)$$

پس گزینه «۴» درست است.

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۴۱ تا ۴۸)

حال عضوهای مجموعه B را در تابع $g(x)$ قرار می‌دهیم تا برد تابع $g(x)$ به دست آید.

$$\left. \begin{aligned} x = -5 &\Rightarrow g(-5) = (-5)^2 + |-5| = 30 \\ x = -3 &\Rightarrow g(-3) = (-3)^2 + |-3| = 12 \\ x = 1 &\Rightarrow g(1) = \sqrt{4} = 2 \\ x = 13 &\Rightarrow g(13) = \sqrt{16} = 4 \end{aligned} \right\}$$

$$g(x) \text{ مجموع عضوهای برد تابع } = 30 + 12 + 2 + 4 = 48$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۷- گزینه «۳»

(معمداً ابراهیم توزنده‌یانی)

با توجه به شکل، دامنه تعریف تابع f برابر \mathbb{R} است. برای پیدا کردن دامنه تعریف تابع مورد نظر، زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.

$$\begin{cases} 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 0, x = 2 \end{cases}$$

| x | $-\infty$ | -2 | 0 | 1 | 2 | $+\infty$ |
|-----------------------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $2x - 2$ | - | | - | | + | + |
| $f(x)$ | + | | + | | - | + |
| $(2x - 2)f(x) \geq 0$ | - | | - | | + | + |

$$\Rightarrow D_f = [0, 1] \cup [2, +\infty) \cup \{-2\}$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۶۳ تا ۷۰)

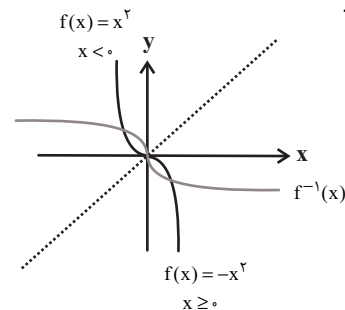
۸- گزینه «۴»

(ممد علیزاده)

$$f(x) = -x|x| = \begin{cases} -x(x) & ; x \geq 0 \\ -x(-x) & ; x < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x^2 & ; x \geq 0 \\ x^2 & ; x < 0 \end{cases}$$

ابتدا نمودار $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم. سپس برای رسم $f^{-1}(x)$ ، قرینه $f(x)$ را نسبت به خط $y = x$ رسم می‌کنیم.

با توجه به نمودار رسم شده، تابع $f(x)$ وارون خود را در سه نقطه قطع می‌کند.

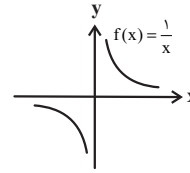


(مسئله ۱ - صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

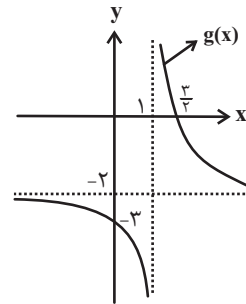
۱۰- گزینه «۲»

(مجتبی ناری)

نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ به صورت زیر است.



با انتقال نمودار f ، یک واحد به راست و دو واحد به پایین به نمودار زیر می‌رسیم.



با توجه به نمودار g ، منحنی آن فقط از ناحیه دوم عبور نمی‌کند.

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۱۱- گزینه «۱»

(عمیر علیزاده)

$$f(x) = \sqrt{4-x^2}, D_f : 4-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

برای محاسبه $(g-f)(x)$ باید دو تابع را در دامنه مشترکشان محاسبه کنیم. پس:

$$(g-f)(x) = g(x) - f(x) = \begin{cases} -x+2-\sqrt{4-x^2} & ; -2 \leq x < 1 \\ \sqrt{x+4}-\sqrt{4-x^2} & ; 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$g(x) - f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -x+2-\sqrt{4-x^2} = 0 \Rightarrow -x+2 = \sqrt{4-x^2} \\ x^2+4-4x = 4-x^2 \Rightarrow 2x(x-2) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \text{ غق} \end{cases} \\ \sqrt{x+4}-\sqrt{4-x^2} = 0 \\ \Rightarrow x+4 = 4-x^2 \Rightarrow x(x+1) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ غق} \\ x=-1 \text{ غق} \end{cases} \end{cases}$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۶۳ تا ۶۶)

۱۲- گزینه «۲»

(سعید عزیزی)

در گزینه «۲» داریم:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -2 \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy} = -2 \xrightarrow{xy \neq 0} x^2+y^2 = -2xy$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+2xy=0 \Rightarrow (x+y)^2=0 \Rightarrow x+y=0 \Rightarrow y=-x$$

به ازای هر x عضو دامنه، فقط و فقط یک مقدار برای y داریم و این یعنی y تابعی بر حسب متغیر x است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$|y-2| = x-3$$

به ازای $x=4$ داریم:

$$|y-2| = 4-3 \Rightarrow |y-2| = 1 \Rightarrow y-2 = \pm 1$$

$$\Rightarrow y=3, y=1$$

چون دو مقدار برای y به دست می‌آید، پس این رابطه تابع نیست.

گزینه «۳»:

به ازای $x=0$ ، بی‌شمار مقدار برای y وجود دارد. بنابراین این رابطه تابع نیست.

گزینه «۴»:

$$y^2 - 2y = 4x$$

به ازای یک x دلخواه، مثلاً $x=0$ داریم:

$$y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y(y-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=2 \end{cases}$$

چون به ازای یک x دلخواه، برای y دو مقدار به دست می‌آید، پس این رابطه هم تابع نیست.

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۱۳- گزینه «۲»

(عباس طاهرانی)

شیب دو خط موازی با هم برابر است، پس:

$$\begin{cases} f(x) = ax + b \\ g(x) = ax + b' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 2 \Rightarrow 0 + b = 2 \Rightarrow b = 2 \\ g(2) = 2 \Rightarrow 2a + b' = 2 \end{cases} \quad (I)$$

$$\begin{aligned} (f+2g)(3) &= 11 \Rightarrow f(3) + 2g(3) = 11 \\ \Rightarrow (3a+2) + 2(3a+b') &= 11 \Rightarrow 9a + 2b' = 9 \end{aligned} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \begin{cases} 2a + b' = 2 \\ 9a + 2b' = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b' = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x + 2 \\ g(x) = x \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \cdot g)(x) = x^2 + 2x$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(اگر a منفی باشد با محور X ها، شکلی ساخته نمی شود از طرفی دامنه g بازه $(1, +\infty)$ است.)

$$D_{\text{gof}} = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-1| > 1\} \Rightarrow 3-1 > |x| \Rightarrow -2 < x < 2$$

پس دامنه تابع gof شامل ۳ عضو صحیح $1, 0, -1$ است.

(مسایان ۱ - صفحه های ۴۶ تا ۴۸ و ۶۶ تا ۷۰)

(سعید عزیزی)

۱۷- گزینه ۳

برای آن که $(\delta, \gamma) \in \text{fog}$ باشد باید $f(g(\delta)) = \gamma$ باشد، با توجه به این که $g(\delta) = 4$ است، پس باید $f(4) = \gamma$ باشد و این یعنی باید $m = 4$ باشد. همچنین برای آن که $(\delta, 3) \in \text{gof}$ باشد، باید $g(f(\delta)) = 3$ باشد، با توجه به این که در تابع g ، فقط مقدار $g(6) = 3$ برابر با ۳ است، پس $f(\delta) = 6$ باید مساوی ۶ باشد و چون $f(n) = 6$ است، باید $n = 5$ باشد، پس زوج مرتب (m, n) برابر $(4, 5)$ می باشد.

(مسایان ۱ - صفحه های ۶۶ تا ۷۰)

(اسمان غنی زاده)

۱۸- گزینه ۱

راه حل اول: ابتدا $X-2$ را به X تبدیل می کنیم:

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(x-2) = \frac{4x+1}{2x-1}$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow x+2} (f^{-1} \circ g^{-1})(x) = \frac{4(x+2)+1}{2(x+2)-1} = \frac{4x+9}{2x+3}$$

می دانیم $f^{-1} \circ g^{-1} = (\text{gof})^{-1}$ ، پس وارون تابع اخیر را می یابیم:

$$(\text{gof})^{-1}(x) = \frac{4x+9}{2x+3} \Rightarrow (\text{gof})(x) = \frac{9-3x}{2x-4}$$

$$g\left(\frac{x-1}{3x+4}\right) = \frac{9-3x}{2x-4}$$

با وارد کردن ضابطه تابع f داریم:

حال $g(-2)$ را می یابیم:

$$\frac{x-1}{3x+4} = -2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow g(-2) = \frac{9-3(-1)}{2(-1)-4} = \frac{12}{-6} = -2$$

(یوار زنگنه قاسم آباری)

۱۴- گزینه ۲

راه حل اول:

$$[2x-k] = [2x+k] = m \Rightarrow \begin{cases} m \leq 2x-k < m+1 & \text{(I)} \\ m \leq 2x+k < m+1 & \text{(II)} \\ -m-1 < -2x-k \leq -m & \text{(III)} \end{cases}$$

طرفین (I) و (II) را با هم جمع می کنیم:

$$-1 < -2k < 1 \Rightarrow -1 < 2k < 1 \xrightarrow{\times 20} -20 < 40k < 20$$

بیشترین مقدار ممکن برای $[40k]$ برابر با ۱۹ است.

راه حل دوم: نکته: اگر $[a] = [b]$ باشد، آن گاه $|a-b| < 1$ پس:

$$[2x-k] = [2x+k] \Rightarrow |(2x+k) - (2x-k)| < 1$$

$$\Rightarrow -1 < 2k < 1 \xrightarrow{\times 20} -20 < 40k < 20 \Rightarrow \text{Max}([40x]) = 19$$

(مسایان ۱ - صفحه های ۴۹ تا ۵۳)

(امیر هوشنگ فمسه)

۱۵- گزینه ۱

منظور از f^2 همان تابع f است که مؤلفه دوم آن به توان ۲ رسیده است.

$$f^2(x) = \{(1, 4), (2, 1), (-1, 9), (4, 2)\}$$

$$g^{-1}(x) = \{(1, 2), (9, 3), (-2, 1), (4, -3)\}$$

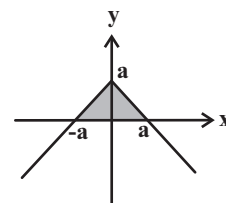
$$g^{-1} \circ f^2 = \{(1, -3), (2, 2), (-1, 3)\}$$

مجموع اعضای برد: $-3+2+3=2$

(مسایان ۱ - صفحه های ۵۴ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

(امیر هوشنگ فمسه)

۱۶- گزینه ۳



نمودار تقریبی f را رسم می کنیم و مساحت ساخته شده با محور طول ها را برابر ۹ می گذاریم.

$$S = \frac{a \times 2a}{2} = a^2 \Rightarrow a^2 = 9 \xrightarrow{a>0} a = 3$$

$$\text{اگر } x=1 \Rightarrow f^{-1}(1) = 1^2 - 3 = -2$$

حال باید مقدار $g^{-1}(-2)$ را بیابیم، ابتدا وارون g را به دست می آوریم:

$$\text{اگر } x > 1 \Rightarrow R_g = (0, +\infty) \Rightarrow y = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 = y + 1$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm\sqrt{y+1} \xrightarrow{x>1} x = \sqrt{y+1}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = \sqrt{x+1} ; D_{g^{-1}} = R_g = (0, +\infty)$$

$$\text{اگر } x \leq 0 \Rightarrow R_g = (-\infty, -2] \Rightarrow y = x - 2 \Rightarrow x = y + 2$$

$$g^{-1}(x) = x + 2 ; D_{g^{-1}} = R_g = (-\infty, -2]$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} ; x > 0 \\ x+2 ; x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow g^{-1}(-2) = (-2) + 2 = 0$$

(مسایان ۱ - صفحه های ۵۴ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

(اکبر کلاه مکی)

۲۰- گزینه «۱»

ابتدا معادله توابع خطی f و g را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} (0, 2), (-1, 0) \in f \Rightarrow f(x) = 2x + 2 \\ (0, 2), (3, 0) \in g \Rightarrow g(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f \circ g = (2x + 2) \left(-\frac{2}{3}x + 2\right) = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 4$$

تابع $f \circ g$ یک تابع درجه دوم است که بیشترین مقدار آن برابر است با:

$$\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 4\left(-\frac{4}{3}\right)(4)}{4\left(-\frac{4}{3}\right)} = -\frac{64 + 64}{-16} = \frac{256}{16} = 16 = \frac{16}{3}$$

(مسایان ۱ - صفحه های ۶۳ تا ۶۶)

نکته: وارون توابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

$$\text{به صورت } f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \text{ است } (ad \neq bc).$$

راه حل دوم: فرض می کنیم $g(-2) = m$ داریم:

$$\begin{cases} g^{-1}(m) = -2 \\ f^{-1}(g^{-1}(x-2)) = \frac{4x+1}{2x-1} \xrightarrow{x=m+2} f^{-1}(-2) = \frac{4m+9}{2m+3} \quad (*) \end{cases}$$

با توجه به ضابطه $f(x) = \frac{x-1}{3x+4}$ داریم:

$$\frac{x-1}{3x+4} = -2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow f(-1) = -2 \Rightarrow f^{-1}(-2) = -1$$

طبق رابطه (*) داریم:

$$\frac{4m+9}{2m+3} = -1 \Rightarrow m = -2 \Rightarrow g(-2) = -2$$

(مسایان ۱ - صفحه های ۵۴ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

۱۹- گزینه «۱»

(مجتبی ناری)

راه حل اول:

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(1) = (f \circ g)^{-1}(1) = a$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(a) = 1 \Rightarrow f(g(a)) = 1$$

$$\xrightarrow{f(x) = \sqrt{x+3}} \sqrt{g(a)+3} = 1 \Rightarrow g(a) = -2$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 ; x > 1 \\ x - 2 ; x \leq 0 \end{cases}, g(a) = -2$$

$$\text{I) } a^2 - 1 = -2 \Rightarrow a^2 = -1$$

$$\text{II) } a - 2 = -2 \Rightarrow a = 0$$

پس $(g^{-1} \circ f^{-1})(1) = 0$ است.

راه حل دوم:

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(1) = g^{-1}(f^{-1}(1))$$

وارون توابع f و g را به دست می آوریم:

$$y = \sqrt{x+3} \xrightarrow{\text{توان } 2} y^2 = x+3 \Rightarrow x = y^2 - 3$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 3$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = 18^\circ - 12^\circ = 6^\circ$$

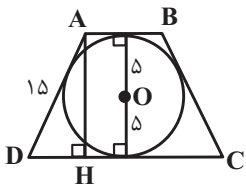
$$\widehat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{6^\circ}{2} = 3^\circ \quad (\text{زاویه محاطی})$$

(هندسه ۲ - رایره - صفحه ۲۷)

«۲۴- گزینه ۴» (فرضانه فاکپاش)

دوزنقه متساوی الساقین ABCD محیطی است، پس مطابق شکل

$$AB + CD = AD + BC = 15 + 15 = 30 \quad \text{داریم:}$$



از طرفی مطابق شکل، ارتفاع دوزنقه برابر $AH = 2R = 10$ است،

بنابراین داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD) = \frac{1}{2} \times 10 \times 30 = 150$$

(هندسه ۲ - رایره - صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(معبوه بهارری)

«۲۵- گزینه ۱»

تبدیل طولها، طول پاره‌خطها را حفظ می‌کند، بنابراین اگر $BC = a$

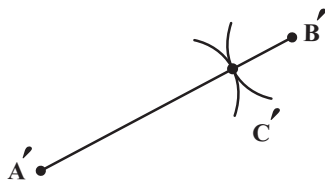
و $AC = b$ باشد، آن‌گاه $B'C' = a$ ، $A'C' = b$ و نقطه C' محل

تلاقی دو دایره یکی به مرکز A' و شعاع b و دیگری به مرکز B' و

شعاع a است. چون $A'B' = AB = a + b$ است، پس این دو دایره

مماس خارج هستند، یعنی تنها در یک نقطه بر هم مماس می‌شوند که

این نقطه تماس همان C' است.



(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

هندسه (۲)

«۲۱- گزینه ۳»

(فرضانه فاکپاش)

در یک چهارضلعی محاطی مجموع اندازه‌های هر دو زاویه مقابل برابر

180° است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2x + y + 14^\circ = 180^\circ \\ x + 3y + 15^\circ + 10^\circ = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 166^\circ \\ x + 3y = 55^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 11^\circ \\ y = 18^\circ \end{cases}$$

$$x + y = 11^\circ + 18^\circ = 29^\circ$$

(هندسه ۲ - رایره - صفحه ۲۷)

«۲۲- گزینه ۲»

(امیر حسین ابومصوب)

طول هر ضلع n ضلعی منتظم محیط بر دایره‌ای به شعاع r از

$$\text{رابطه } a = 2r \tan \frac{18^\circ}{n} \text{ به دست می‌آید. بنابراین با فرض } n = 6$$

و $a = 2$ داریم:

$$2 = 2r \times \tan 30^\circ \Rightarrow 1 = r \times \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

$$S = \pi r^2 = 3\pi \quad \text{مساحت دایره محاطی}$$

(هندسه ۲ - رایره - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

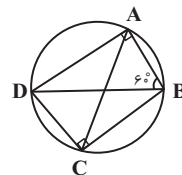
«۲۳- گزینه ۱»

(مهمر همیری)

زاویه‌های روبه‌رو در چهارضلعی ABCD مکمل یکدیگرند، پس این

چهارضلعی محاطی و BD قطر دایره است. اگر دایره محاطی

چهارضلعی ABCD را رسم کنیم، آن‌گاه داریم:



$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} = 6^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 12^\circ \quad (\text{زاویه محاطی})$$

۲۶- گزینه «۱»

(امیر وفائی)



$$AD + BC = 3 + 4 = 7 \quad (1)$$

$$AC + BD = 3 + 4 = 7 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow AD + BC = AC + BD$$

\Rightarrow چهارضلعی ACBD محیطی است

از طرفی طول اضلاع دو مثلث ABC و ABD در قضیه فیثاغورس صدق می کنند، بنابراین هر دو مثلث قائم الزویه هستند و در نتیجه

$$\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

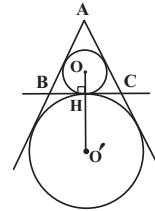
داریم:

یعنی چهارضلعی ACBD محاطی است.

(هنر سه ۲ - رایره - صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۲۷- گزینه «۲»

(امیر حسین ابومحبوب)



مطابق شکل فاصله بین مراکز دو دایره محاطی داخلی و خارجی در یک مثلث متساوی الاضلاع برابر مجموع شعاع های دایره محاطی داخلی

و دایره محاطی خارجی مثلث است. اگر مساحت مثلث را با S و نصف محیط آن را با P نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$P = \frac{3 \times 6}{2} = 9$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3}$$

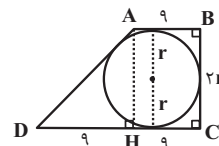
$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{9\sqrt{3}}{9-6} = 3\sqrt{3}$$

$$OO' = r + r_a = 4\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲ - رایره - صفحه های ۲۵ و ۲۶)

۲۸- گزینه «۴»

(مهمر فندان)



اگر شعاع دایره محاطی دوزنقه را با r نمایش دهیم، آن گاه مطابق شکل $BC = 2r$ است. طبق رابطه چهارضلعی محیطی داریم:

$$AB = CD = AD + BC$$

$$\Rightarrow 9 + 18 = AD + 2r \Rightarrow AD = 27 - 2r$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزویه AHD داریم:

$$AD^2 = AH^2 + HD^2 \Rightarrow (27 - 2r)^2 = (2r)^2 + 9^2$$

$$\Rightarrow 729 - 108r + 4r^2 = 4r^2 + 81$$

$$\Rightarrow 108r = 648 \Rightarrow r = 6$$

(هنر سه ۲ - رایره - صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۲۹- گزینه «۳»

(مهمر دار ملونری)

با فرض $r_b = 14$, $r_a = 12$, $r = 4$ داریم:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{12} + \frac{1}{14} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow r_c = \frac{21}{2}$$

محیط مثلث ۴۲ است، پس نصف محیط $P = 21$ و در نتیجه:

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow 4 = \frac{S}{21} \Rightarrow S = 84 \quad \text{مساحت مثلث}$$

حال اندازه اضلاع مثلث را به دست می آوریم:

$$r_a = \frac{S}{P-a} \Rightarrow 12 = \frac{84}{21-a} \Rightarrow a = 14$$

$$r_b = \frac{S}{P-b} \Rightarrow 14 = \frac{84}{21-b} \Rightarrow b = 15$$

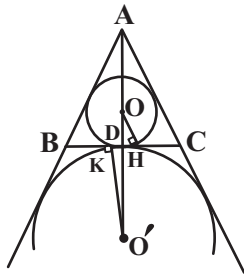
$$r_c = \frac{S}{P-c} \Rightarrow \frac{21}{2} = \frac{84}{21-c} \Rightarrow c = 13$$

(هنر سه ۲ - رایره - صفحه های ۲۶ و ۲۹)

۳۰- گزینه «۳»

(مهمر صمد کار)

اگر P نصف محیط مثلث ABC باشد، آن گاه داریم:



$$CH = P - c = P - 8$$

$$CK = P - b = P - 5$$

$$KH = CK - CH = (P - 5) - (P - 8) = 3$$

دو مثلث قائم الزویه ODH و ODK به حالت تساوی دو زاویه

$$\frac{DH}{DK} = \frac{OH}{OK} = \frac{r}{r_a} = \frac{\frac{S}{P}}{\frac{S}{P-a}} = \frac{P-a}{P} \quad \text{متشابه اند.}$$

از طرفی $P = \frac{5+7+8}{2} = 10$ است. اگر $DH = x$ باشد، آن گاه داریم:

$$\frac{x}{3-x} = \frac{10-7}{10} = \frac{3}{10} \Rightarrow 10x = 9-3x \Rightarrow 13x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{13}$$

(هنر سه ۲ - رایره - صفحه های ۲۵ و ۲۶)

آمار و احتمال

۳۱- گزینه «۱»

(نرا صالح پور)

علم احتمال، بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم است، پس گزینه «۱» درست است.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۳۲- گزینه «۴»

(نرا صالح پور)

برای این که تعداد روهای ظاهر شده بیشتر از تعداد پشت‌ها باشد، لازم است سکه ۴ یا ۵ یا ۶ بار رو ظاهر شود که تعداد این حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{6}{6} + \binom{6}{5} + \binom{6}{4} = 15 + 6 + 1 = 22$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۳۳- گزینه «۴»

(فراز زنه قالیباش)

با توجه به تعریف مجموعه‌های A و B و مجموعه مرجع داریم:

$$A - B = \{1, 9\} \Rightarrow (A - B)' = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A' - B = A' \cap B' = (A \cup B)'$$

$$A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{3, 5, 7\}$$

$$n[(A - B)' \times (A' - B)] = 7 \times 3 = 21$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۴- گزینه «۲»

(مرتضی فخریم علوی)

اگر زوج مرتب (x, y) به هر دو مجموعه $A \times B$ و $B \times C$ تعلق داشته باشد، آن‌گاه داریم:

$$(x, y) \in A \times B \Rightarrow x \in A \wedge y \in B \quad (1)$$

$$(x, y) \in B \times C \Rightarrow x \in B \wedge y \in C \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} x \in (A \cap B) \wedge y \in (B \cap C)$$

$$\Rightarrow (x, y) \in (A \cap B) \times (B \cap C)$$

$$A \cap B = \{1, 2\}, B \cap C = \{2, 3\}$$

$$n[(A \cap B) \times (B \cap C)] = n(A \cap B) \times n(B \cap C) = 2 \times 2 = 4$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۵- گزینه «۳»

(امیر حسین ابومفیوب)

فرض کنید پیشامدهای عضویت در تیم‌های فوتبال و والیبال را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، در این صورت داریم:

$$n(A \cup B) = n(S) - n(A' \cap B') = 30 - 4 = 26$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{26}{30} = \frac{18}{30} + \frac{14}{30} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۳۶- گزینه «۳»

(فرازانه قالیباش)

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از S باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب بر ۳ و ۵ بخش پذیرند. در این صورت داریم:

$$n(A) = \left[\frac{100}{3} \right] - \left[\frac{50}{3} \right] = 33 - 16 = 17$$

$$n(B) = \left[\frac{100}{5} \right] - \left[\frac{50}{5} \right] = 20 - 10 = 10$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{100}{15} \right] - \left[\frac{50}{15} \right] = 6 - 3 = 3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{17}{50} + \frac{10}{50} - \frac{3}{50} = \frac{24}{50} = 0/48$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0/48 = 0/52$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۳۷- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق تعریف پیشامدهای A، B و C داریم:

$$A = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\}$$

$$B = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$$

$$C = \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6), (3, 6), (4, 1), (5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2), (6, 3)\}$$

با توجه به این که در پیشامد $A - B$ ، عضوهای $(1, 5)$ ، $(5, 1)$ و $(3, 3)$ از A حذف می‌شود، دو پیشامد $A - B$ و C عضو مشترکی ندارند و ناسازگارند. عضو $(3, 3)$ در هر چهار پیشامد A، B، $B - C$ و $A - C$ است و در نتیجه گزینه‌های «۱» و «۲» رد می‌شوند.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۳۸- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

فرض کنید $P(A \cap B) = 2x$ باشد. در این صورت $P(A) = 6x$ و

$P(B) = 3x$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{P(A - B)}{P(A \cup B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = \frac{6x - 2x}{6x + 3x - 2x} = \frac{4x}{7x} = \frac{4}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۳۹- گزینه «۲»

(نرا صالح پور)

طبق تعریف دو مجموعه A و B داریم:

$$\begin{cases} A = \{2^{-1}, 2^0, 2^1\} = \{\frac{1}{2}, 1, 2\} \\ B = \{2, 3\} \end{cases}$$

$$A \times B - B^T = A \times B - B \times B$$

$$= (A - B) \times B = \{\frac{1}{2}, 1\} \times \{2, 3\}$$

بنابراین مجموعه $A \times B - B^T$ دارای ۴ عضو و $2^4 = 16$ زیرمجموعه است.

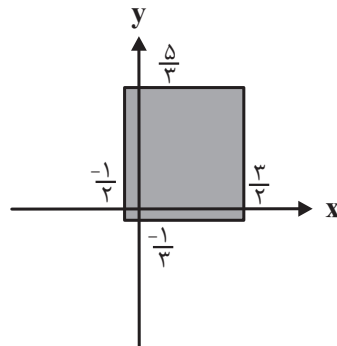
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۰- گزینه «۴»

(فرازانه قالیباش)

طبق تعریف مجموعه A داریم:

$$A_2 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right], A_3 = \left[-\frac{1}{3}, \frac{5}{3} \right]$$



متابقی شکل ناحیه متناظر با ضرب دکارتی $A_2 \times A_3$ ، یک مستطیل (مربع) است که مساحت آن برابر است با:

$$S = \left(\frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) \right) \left(\frac{5}{3} - \left(-\frac{1}{3} \right) \right) = 2 \times 2 = 4$$

تذکر: بازه A_i را می‌توان به صورت زیر نوشت:

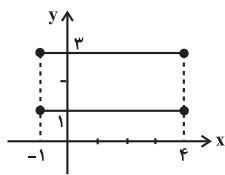
$$A_i = \left[-\frac{1}{i}, 2 - \frac{1}{i} \right] \Rightarrow A_i \text{ طول بازه } = 2$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

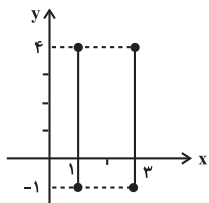
(کتاب آبی)

۴۴- گزینه «۲»

نمودارهای مجموعه‌های $A \times B$ و $B \times A$ به صورت زیر می‌باشد:



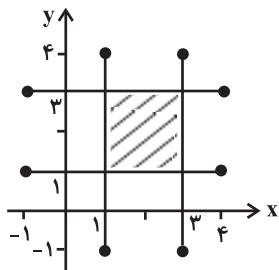
نمودار $A \times B$



نمودار $B \times A$

اکنون دو نمودار را بر روی یک صفحه مختصات دکارتی رسم می‌کنیم

و مساحت ناحیه محصور را به دست می‌آوریم:



$$S = 2 \times 2 = 4$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(کتاب آبی)

۴۵- گزینه «۴»

پیشامد $A \cap B$ یعنی A و B هم‌زمان رخ دهند. پیشامد

$A \cap B \cap C$ یعنی پیشامدهای A و B و C با هم رخ دهند. بنابراین

با توجه به شکل، حداقل ۲ تا از ۳ پیشامد A ، B و C رخ داده است.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

آمار و احتمال - سوالات آشنا

۴۱- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

$$(A \times B) - (B \times A) = \emptyset \Rightarrow (A \times B) \subseteq (B \times A)$$

$$\xrightarrow{A, B \neq \emptyset} \begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{cases} \Rightarrow A = B$$

بنابراین $A \cap B = A = B$ مجموعه‌ای غیر تهی است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(کتاب آبی)

۴۲- گزینه «۳»

طبق تعریف دو مجموعه A و B داریم:

$$\begin{aligned} A &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ B &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \end{aligned} \Rightarrow A \cap B = \{1, 3, 5\} \Rightarrow |A \cap B| = 3$$

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 3^2 = 9$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(کتاب آبی)

۴۳- گزینه «۳»

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 5 - 2 = 3$$

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 6 - 2 = 4$$

$$|(A \cap B') \times (A \cup B')| = |(A \cap B') \times (A' \cap B)|$$

$$= |A - B| \times |B - A| = 3 \times 4 = 12$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

کتاب آبی)

۴۹- گزینه «۲»

اگر پیشامد مضرب ۴ بودن را با A و پیشامد مضرب ۶ بودن را با B

نمایش دهیم، $P(A \cap B')$ خواسته شده است. داریم:

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

عددی که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۶ باشد، مضرب ۱۲ است. بنابراین

باید تعداد مضرب‌های ۴ را به دست آورده و تعداد مضرب‌های ۱۲ را از

آن کم کنیم:

$$P(A - B) = \frac{\left[\frac{500}{4} \right] - \left[\frac{500}{12} \right]}{500} = \frac{125 - 41}{500} = \frac{84}{500} = 0.168$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

کتاب آبی)

۵۰- گزینه «۳»

با توجه به قوانین احتمال داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B') = P[(A' \cap B)'] = 1 - P(A' \cap B) = 1 - P(B - A)$$

$$= 1 - (P(B) - P(A \cap B)) = 1 - P(B) + P(A \cap B)$$

عبارت مورد نظر برابر می‌شود با: $P(A \cup B) - P(A - B) + P(A \cup B')$

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A) + P(A \cap B)$$

$$+ 1 - P(B) + P(A \cap B)$$

$$= 1 + P(A \cap B) \quad \underline{\underline{A, B \text{ ناسازگارند}}}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

کتاب آبی)

۴۶- گزینه «۴»

تعداد حالت‌هایی که ۲ مهره خارج شده هم‌رنگ باشند، برابر است با:

$$\binom{3}{2} + \binom{3}{2} = 3 + 3 = 6$$

↓ ↓
۲ مهره سفید ۲ مهره سیاه

تعداد حالت‌هایی که ۲ مهره خارج شده هم‌رنگ نباشند، برابر است با:

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 = 9$$

↓ ↓
۱ مهره سفید ۱ مهره سیاه

بنابراین تعداد اعضای این فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 2^3 + 9 \times 2^2 = 6 \times 8 + 9 \times 4 = 84$$

↓ ↓
پرتاب ۳ سکه پرتاب ۲ سکه

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

کتاب آبی)

۴۷- گزینه «۲»

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0.6 - 0.2 = 0.4$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.3$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

کتاب آبی)

۴۸- گزینه «۱»

اگر پیشامدهای ابتلا به بیماری‌های قلبی و ریوی را به ترتیب با A و B

نمایش دهیم، داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.25 - 0.15 = 0.1$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

فیزیک (۲)

۵۱- گزینه «۴»

(غلامرضا مهبی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: اگر از هر صفحه مقدار باری هم‌نام و کمتر از دو برابر بار آن صفحه را برداشته و به صفحه دیگر اضافه کنیم، بار هر دو صفحه کاهش (بار خازن کاهش) می‌یابد، با توجه به ثابت بودن ظرفیت و رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ، انرژی خازن کاهش می‌یابد.

گزینه «۲»: اگر از هر صفحه مقدار باری ناهم‌نام با آن صفحه را برداشته و به صفحه دیگر اضافه کنیم، بار هر دو صفحه افزایش (بار خازن افزایش) و انرژی خازن افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: اگر از هر صفحه مقدار باری هم‌نام و دو برابر با بار آن صفحه را برداشته و به صفحه دیگر اضافه کنیم، اندازه بار صفحات خازن تغییر نمی‌کند و فقط علامت بار صفحات عوض می‌شود، بنابراین انرژی خازن در این حالت ثابت می‌ماند.

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۵۲- گزینه «۱»

(امیر ستارزاده)

با استفاده از رابطه ظرفیت خازن تخت و ساختمان خازن داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 2 / 5 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{3 \times (2 \times 10^{-3})^2}{5 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow C = 5 / 4 \times 10^{-14} = 0.54 \times 10^{-12} \text{ F} = 5 / 4 \times 10^{-2} \text{ pF}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۵۳- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

چون خازن را پس از پُر شدن از مولد جدا می‌کنیم، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند. از طرف دیگر، با وارد کردن دی‌الکتریک بین صفحات آن،

طبق رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت آن ۸ برابر می‌شود. زیرا:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \times \frac{A'}{A} \times \frac{d}{d'} \quad \kappa' = \lambda \kappa, A = A' \quad \frac{C'}{C} = \frac{\lambda \kappa}{\kappa} \times 1 \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{C'}{C} = \lambda$$

با توجه به اینکه بار الکتریکی خازن ثابت است، بنا به رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ داریم:

$$\frac{U'}{U} = \frac{C}{C'} \times \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 \quad \frac{Q'}{C'} = \frac{Q}{C} \rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C}{\lambda C} \times 1 \Rightarrow U' = \frac{1}{\lambda} U$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۵۴- گزینه «۴»

(مهری سلطانی)

$$E = \frac{V}{d} \quad \frac{V=Q}{C} \rightarrow E = \frac{Q}{Cd} \quad \frac{C = \kappa \epsilon_0 A}{d} \rightarrow E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A d}$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

خازنی که از باتری جدا شود، بار صفحات آن ثابت می‌ماند. در این

سؤال، A و κ نیز ثابت است، پس بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین

صفحات خازن ثابت می‌ماند.

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{\frac{d_1}{2}} = 2 \Rightarrow C_2 = 2C_1 = 8\mu F$$

انرژی خازن را در حالت جدید محاسبه می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-6} \times 3^2 = 36 \times 10^{-6} J = 36\mu J$$

عدد به دست آمده منطبق با گزینه «۴» است.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(بهینا رستمی)

۵۷- گزینه «۱»

با توجه به رابطه مقایسه‌ای ظرفیت خازن $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d}{\frac{1}{3}d} = 3$$

چون خازن به مولد وصل است، ولتاژ دو سر آن ثابت

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} \times \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = 8 \times 1 = 8$$

می‌ماند. ($V_2 = V_1$)

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{V_2=V_1} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} = 3$$

از طرفی $Q_2 = (Q_1 + 8)\mu C$ بنابراین داریم:

$$\frac{Q_1 + 8}{Q_1} = 3 \Rightarrow Q_1 + 8 = 3Q_1 \Rightarrow Q_1 = 4\mu C$$

و در نهایت ظرفیت اولیه خازن برابر است با:

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{4}{1} = 4\mu F$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۵۵- گزینه «۳»

(سین مفرومی)

ظرفیت خازن تخت از رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ به دست می‌آید. با دو برابر

شدن ابعاد صفحات، مساحت صفحات چهار برابر می‌شود، زیرا:

$$A = ab \Rightarrow A' = (2a)(2b) = 4ab$$

فاصله بین صفحات نیز که نصف شده است: $d' = \frac{d}{2}$. پس داریم:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \times \frac{A'}{A} \times \frac{d}{d'} \Rightarrow \frac{C'}{C} = 1 \times 4 \times \frac{1}{\frac{1}{2}} = 8$$

چون خازن به مولد متصل است، ولتاژ دو سر خازن ثابت می‌ماند. پس داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C} \times \frac{V'}{V} = 8 \times 1 = 8$$

بار ۸ برابر می‌شود.

برای انرژی ذخیره شده داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} \times \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = 8 \times 1 = 8$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(مسعود قره‌قانی)

۵۶- گزینه «۴»

ابتدا ظرفیت اولیه خازن را با استفاده از نمودار $Q-V$ محاسبه می‌کنیم:

$$C_1 = \frac{Q}{V} = \frac{12}{3} = 4\mu F$$

با توجه به رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ و در نظر گرفتن این نکته که فاصله بین

صفحات خازن نصف شده است، داریم:

۶۰- گزینه «۱»

(شارمان ویسی)

با توجه به قانون پایستگی بار، چون دو کره مشابه هستند، بعد از تماس بار یکسانی دارند و هم‌چنین مجموع بار قبل و بعد از تماس با هم برابر

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{+2 - 6}{2} = -2 \mu C$$

است:

$$|\Delta q_A| = |\Delta q_B| = 4 \mu C$$

یعنی تغییر بار هر کره برابر است با:

می‌دانیم عامل انتقال بار، بارهای منفی هستند یعنی $-4 \mu C$ بار از کره B (با بار اولیه $-6 \mu C$) به کره A (با بار اولیه $+2 \mu C$) منتقل شده است و هم‌چنین طبق قرار می‌دانیم جهت جریان خلاف جهت حرکت الکترون‌هاست، پس الکترون از کره B به کره A منتقل شده و در نتیجه جریان از کره A به کره B است.

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{4 \times 10^{-6} C}{0.2 \times 10^{-3} s} = 0.02 A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۴۹)

۶۱- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه‌های $I = \frac{q}{t}$ ، $I = \frac{V}{R}$ و $q = ne$ به صورت زیر

مقدار بار الکتریکی عبوری از هر مقطع سیم B را می‌یابیم:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{R_B}{R_A} \xrightarrow{V_A=16V, V_B=4V, R_A=2R_B}$$

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{16}{4} \times \frac{R_B}{2R_B} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 2 \Rightarrow I_A = 2I_B$$

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow \frac{q_A}{t_A} = 2 \times \frac{q_B}{t_B} \xrightarrow{t_A=t_B, q_A=n_A e}$$

$$n_A e = 2q_B \xrightarrow{n_A=5 \times 10^{13}, e=1.6 \times 10^{-19} C} 5 \times 10^{13} \times 1.6 \times 10^{-19} = 2q_B$$

$$\Rightarrow 2q_B = 8 \times 10^{-6} C \Rightarrow q_B = 4 \times 10^{-6} C = 4 \mu C$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۵۰)

۵۸- گزینه «۳»

(بهنام رستمی)

با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن چون ساختمان خازن تغییری نکرده می‌توان گفت ظرفیت خازن ثابت می‌ماند.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow{V_2=V_1=0.1, V_1=0.9V_1}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{0.9V_1}{V_1}\right)^2 = 0.81$$

$$\% = - \times 100 = (0.81 - 1) \times 100 = -19\%$$

درصد تغییرات انرژی $= \left(\frac{U_2}{U_1} - 1\right) \times 100 = (0.81 - 1) \times 100 = -19\%$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۵۹- گزینه «۴»

(زهره آقامحمدی)

اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن را ۲۰ درصد کاهش دهیم. طبق

رابطه $Q = CV$ چون ظرفیت ثابت است بار خازن نیز ۲۰ درصد

کاهش می‌یابد و داریم:

$$Q_2 = 0.8Q_1$$

از طرفی طبق رابطه انرژی خازن داریم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 = 0.64 \quad (*)$$

چون انرژی خازن $18 \mu J$ کاهش یافته پس می‌توان نوشت:

$$U_1 - U_2 = 18 \mu J \xrightarrow{(*)} U_1 - 0.64U_1 = 18 \Rightarrow U_1 = 50 \mu J$$

$$U_1 = \frac{Q_1^2}{2C} \Rightarrow 50 = \frac{Q_1^2}{2 \times 4} \Rightarrow Q_1^2 = 400 \Rightarrow Q_1 = 20 \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

حال با استفاده از رابطه مقاومت رسانا بر حسب مشخصات ساختمانی آن داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{100} = 1 \times 1 / 1 \times 1 / 1 = 1 / 21$$

$$\Rightarrow R_2 = 121 \Omega \Rightarrow \Delta R = R_2 - R_1 = 121 - 100 = 21 \Omega$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای پیرامون مستقیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

۶۵- گزینه «۳» (بهنام رستمی)

با استفاده از رابطه مقایسه‌ای ساختمان مقاومت رسانا می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{\rho_B = 2\rho_A, L_A = L_B}{A_B = \pi r_B^2, A_A = \pi (r_A^2 - r_A'^2)}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{2\rho_A} \times 1 \times \frac{r_B^2}{r_A^2 - r_A'^2} \quad r_B = r_A, r_A' = \frac{1}{2}r_A$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2} \times \frac{r_A^2}{r_A^2 - (\frac{1}{2}r_A)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای پیرامون مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۶۶- گزینه «۲» (علیرضا گونه)

ابتدا با استفاده از قانون اهم، مقاومت سیم را به دست می‌آوریم، سپس سطح مقطع سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{3/2}{8} = 0.4 \Omega$$

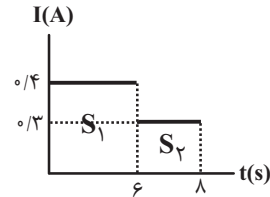
$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 0.4 = 1/6 \times 10^{-8} \times \frac{25}{A}$$

$$\Rightarrow A = 10^{-6} m^2 = 10^{-2} cm^2$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای پیرامون مستقیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۵)

۶۲- گزینه «۳» (فسین مفرومی)

بار عبوری خالص از رسانا را که برابر مساحت زیر نمودار است، به دست می‌آوریم:



$$\Delta q = S_1 + S_2 = (6 \times 0.4) + (2 \times 0.3) = 2.4 + 0.6 = 3 C$$

$$\Rightarrow I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{3}{8} A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای پیرامون مستقیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۶۳- گزینه «۳» (امیر ستارزاده)

در گزینه «۲» اگر ولتاژ دو سر دیود در بایاس موافق به حدود ۲ ولت برسد جریان از آن می‌گذرد و این با رفتار LED مطابقت دارد. شکل ۱-۲ در صفحه ۵۰ کتاب درسی را مشاهده کنید.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای پیرامون مستقیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

۶۴- گزینه «۱» (فسین مفرومی)

ابتدا مقاومت سیم را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{50}{500 \times 10^{-3}} = 100 \Omega$$

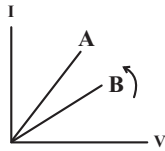
حال مشخصات مقاومت جدید را به دست می‌آوریم. چون جرم آن تغییر نمی‌کند، حجم مقاومت هم ثابت است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \quad (*)$$

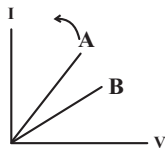
$$\Delta L = 0.1 L_1 \Rightarrow L_2 = 1.1 L_1 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1.1$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{A_1}{A_2} = 1/1$$

پ: با کاهش طول B، مقاومت آن کاهش یافته و شیب نمودار B افزایش می‌یابد. در نتیجه اندازه اختلاف شیب این دو نمودار ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



ت: با کاهش طول A، مقاومت آن کاهش یافته و شیب نمودار A افزایش می‌یابد. در نتیجه اندازه اختلاف شیب دو نمودار، پیوسته در حال افزایش خواهد بود.



در نتیجه (الف) و (پ) صحیح می‌باشد.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۵)

(مسیر مفرومی)

۶۹- گزینه ۲

با افزایش دما در نیم‌رساناها، هم تعداد حامل‌های بار الکتریکی افزایش می‌یابد هم تعداد برخوردها با هسته اتم. اما تاثیر افزایش تعداد حامل‌های بار بیشتر است، بنابراین با افزایش دما، مقاومت نیم‌رساناها کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(بابک اسلامی)

۷۰- گزینه ۲

طبق رابطه مقاومت در اثر تغییر دما می‌توان نوشت:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \rightarrow \frac{R_1 = 26/2 \Omega, \alpha = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{K}}{R_2 = 36/68 \Omega}$$

$$(36/68 - 26/2) = 26/2 \times 4 \times 10^{-3} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 100^\circ C$$

$$\theta_2 - \theta_1 = 100^\circ C \xrightarrow{\theta_1 = 2^\circ C} \theta_2 = 102^\circ C$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(عبدالرضا امینی نسب)

۶۷- گزینه ۱

ابتدا، سطح مقطع سیم را حساب می‌کنیم:

$$A = \pi r^2 = 3 \times 1^2 = 3 \text{ cm}^2$$

پس به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ طول سیم را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 10^{-2} = 5 \times 10^{-8} \times \frac{L}{3 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow L = \frac{3 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-8}} = 60 \text{ m} = 6000 \text{ cm}$$

حال به کمک رابطه چگالی $(\rho = \frac{m}{V})$ داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{A \times L} = \frac{90 \times 10^3}{3 \times 6000} = \frac{90}{18} = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

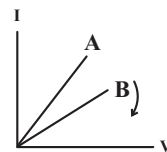
(ممنون قنبرلو)

۶۸- گزینه ۲

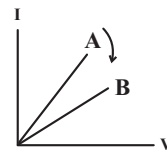
در نمودار I-V، هر چه شیب نمودار بیشتر باشد، مقاومت الکتریکی کمتر است. در نتیجه طبق نموداری که در سؤال رسم شده است، $R_B > R_A$ است.

بررسی همه عبارت‌ها:

الف: با افزایش طول B، مقاومت آن افزایش یافته و شیب نمودار B کاهش می‌یابد. در نتیجه اندازه اختلاف شیب A و B افزایش می‌یابد.



ب: با افزایش طول A، مقاومت آن افزایش یافته و شیب نمودار A کاهش می‌یابد. در نتیجه ابتدا اندازه اختلاف شیب دو نمودار کاهش و سپس افزایش می‌یابد. (نمی‌توان گفت قطعاً کاهش می‌یابد).



شیمی (۲)

۷۱- گزینه «۳»

(منصور سلیمانی ملکان)

دمای جوش آلکانی که نسبت جرم مولی آن به جرم کربن موجود در یک مول از آن برابر ۱/۲ است، از دمای اتاق بیشتر است.

$$\frac{14n+2}{12n} = 1/2 \Rightarrow n = 5 \text{ (پنتان)}$$

شکل درست گزینه‌های نادرست به صورت زیر می‌باشد:

گزینه «۱»: آلکان‌ها سیرشده هستند، لذا تمایل چندانی به شرکت در واکنش‌های شیمیایی ندارند. این ویژگی باعث شده تا میزان سمی بودن آن‌ها کاهش یابد.

گزینه «۲»: در آلکان‌ها هر اتم کربن از طریق چهار پیوند اشتراکی به چهار اتم دیگر (کربن یا هیدروژن) متصل است.

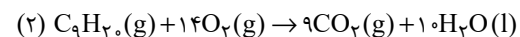
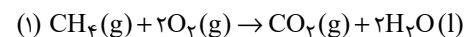
گزینه «۴»: ناقطبی بودن آلکان‌ها باعث شده تا از آن‌ها برای حفاظت فلزات استفاده کنند.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۷۲- گزینه «۳»

(پویا رستگاری)

متان و نونان طبق واکنش‌های زیر با اکسیژن می‌سوزند:



چون جرم‌های برابری از متان و نونان را در اختیار داریم و جرم مولی

نونان ۸ برابر جرم مولی متان می‌باشد ($\frac{128}{16} = 8$)؛ بنابراین تعداد

مول‌های گاز متان ۸ برابر تعداد مول‌های گاز نونان می‌باشد، اگر مول‌های

متان برابر $8x$ مول باشد، تعداد مول‌های گاز نونان برابر x مول می‌شود.

با توجه به این نکته جرم گاز CO_2 تولید شده در دو واکنش را حساب

می‌کنیم:

$$\text{CH}_4 : ? \text{g CO}_2 = \lambda x \text{ mol CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$= (\lambda \times 44) x \text{ g CO}_2$$

$$\text{C}_9\text{H}_{20} : ? \text{g CO}_2 = x \text{ mol C}_9\text{H}_{20} \times \frac{9 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_9\text{H}_{20}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$= (9 \times 44) x \text{ g}$$

تفاوت جرم گاز CO_2 تولید شده در دو واکنش برابر با ۱۳/۲ گرم است.

$$((9 \times 44) - (\lambda \times 44)) x = 13/2 \Rightarrow x = \frac{13/2}{(9 - \lambda) \times 44} = 0/3$$

بنابراین مقدار مول متان و نونان به ترتیب ۲/۴ و ۰/۳ مول است.

حال تفاوت حجم گاز اکسیژن مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{CH}_4 : ? \text{LO}_2 = 2/4 \text{ mol CH}_4 \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$= (4/8 \times 22/4) \text{ LO}_2$$

$$\text{C}_9\text{H}_{20} : ? \text{LO}_2 = 0/3 \text{ mol C}_9\text{H}_{20} \times \frac{14 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_9\text{H}_{20}} \times \frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$= (4/2 \times 22/4) \text{ LO}_2$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت} = (4/8 - 4/2) \times 22/4 = 0/6 \times 22/4 = 13/44 \text{ L}$$

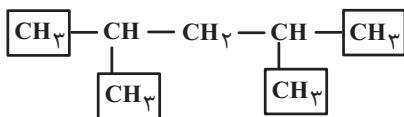
(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۳۶)

۷۳- گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)

ساختار «۲، ۴-دی‌متیل پنتان» به صورت زیر است که در ساختار آن ۴

گروه متیل وجود دارد.



فرمول مولکولی این مولکول « C_7H_{16} » بوده و جرم مولی آن ۱۰۰ گرم

بر مول است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

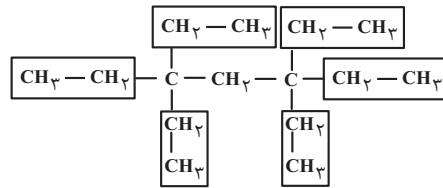
$$\text{C}_7\text{H}_{16} \text{ درصد کربن} = \frac{(7 \times 12) \text{g}}{100 \text{g}} \times 100 = 84 \%$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

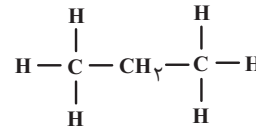
۷۴- گزینه ۳»

(رسول عابدینی زواره)

ساختار «۳، ۳، ۵، ۵- تترا اتیل هپتان» به صورت زیر است:



در این ترکیب ۶ گروه اتیل وجود دارد که با جایگزین کردن آن‌ها با اتم‌های H، ترکیب اولیه به پروپان تبدیل می‌گردد.

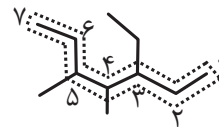


(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۷۵- گزینه ۲»

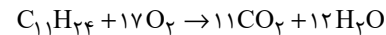
(پویا رستگاری)

در این ترکیب زنجیره اصلی و شماره‌گذاری به صورت زیر می‌باشد:



نام این ترکیب «۳- اتیل - ۴، ۴- دی‌متیل هپتان» و فرمول مولکولی آن به صورت « $C_{11}H_{24}$ » است.

این ترکیب بر اساس معادله زیر با گاز اکسیژن واکنش می‌دهد:



طبق معادله بالا به ازای مصرف ۱۷ مول گاز اکسیژن، تفاوت تعداد مول فراورده‌های تولید شده برابر با یک مول می‌باشد. حال جرم گاز اکسیژن مصرف شده با خلوص ۸۵ درصد را به دست می‌آوریم:

$$? g O_2 = \frac{17 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol فراورده‌ها}} \times \text{تفاوت مول فراورده‌ها} / 5$$

$$\times \frac{32 g O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{100}{85} = 320 g O_2$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۳۹)

۷۶- گزینه ۲»

(منصور سلیمانی ملکان)

ابتدا تعداد کربن را بر اساس تعداد پیوند تعیین می‌کنیم. اگر یک آلکان راست زنجیر را رسم کنیم می‌توان به رابطه زیر برای تعداد پیوند و تعداد اتم کربن رسید:

$$3n + 1 = \text{تعداد پیوند}$$

در این آلکان چون ۶۸ الکترون پیوندی وجود دارد، پس ۳۴ پیوند دارد بنابراین خواهیم داشت:

$$3n + 1 = 34 \Rightarrow n = 11$$

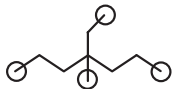
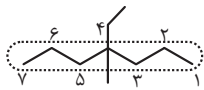
در بین گزینه‌ها، فقط گزینه‌های «۱» و «۲» دارای یازده کربن می‌باشند. از آن‌جا که روی کربن ۲، شاخه اتیل نمی‌تواند قرار بگیرد، پس گزینه «۲» پاسخ این سؤال است.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۷۷- گزینه ۴»

(میر حسن فسینی)

بررسی همه عبارت‌ها:

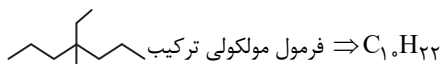


درستی عبارت اول: ۴- اتیل - ۴- متیل هپتان

درستی عبارت دوم: [۴] گروه $-CH_3$ (متیل)

$$[3] = \text{تعداد هیدروژن‌های } -CH_3$$

نادرستی عبارت سوم:



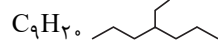
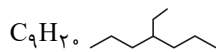
$$\Rightarrow C_{11}H_{24}$$

$$\Rightarrow (10 \times 12) + (22 \times 1) = 142 g \cdot mol^{-1}$$

$$\Rightarrow C_{11}H_{24} \Rightarrow (11 \times 12) + (24 \times 1) = 132 + 24 = 156 g \cdot mol^{-1}$$

$$156 - 142 = 14 \neq M_w(C)$$

درستی عبارت چهارم: ساختار پس از حذف شاخه فرعی متیل

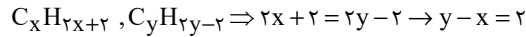


فرمول مولکولی «۲، ۴- دی‌متیل هپتان» نیز « C_9H_{20} » است.

عبارت دوم: فرمول مولکولی هر دو گروه آلکن‌ها و سیکلو

آلکن‌ها C_nH_{2n} و همواره نسبت درصد جرمی H به C ثابت است.

عبارت سوم:



$$\Delta M = (14y-2) - (14x+2)$$

$$= 14(y-x) - 4 \xrightarrow{y-x=2} 28-4=24$$

عبارت چهارم:

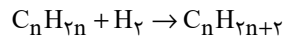
$$\left. \begin{array}{l} C_nH_{2n+2}: 14n+2=114 \rightarrow n=8 \rightarrow C_8H_{18} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{9}{4} \\ C_nH_{2n-2}: 14n-2=124 \rightarrow n=9 \rightarrow C_9H_{16} \rightarrow \frac{C}{H} = \frac{9}{16} \end{array} \right\} + \Rightarrow = 4$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(پویا، سنگاری)

۸۰- گزینه ۲»

واکنش بین آلکن‌ها و گاز هیدروژن به صورت زیر است:

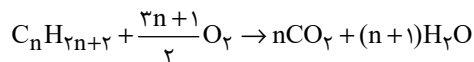


در واکنش بالا ضرایب استوکیومتری همه مواد یک می‌باشد؛ بنابراین

علاوه بر ۲۵٪ مول آلکن، ۲۵٪ مول گاز هیدروژن مصرف و به همین

مقدار مول آلکن تولید شده است. واکنش سوختن آلکن‌ها طبق معادله

زیر می‌باشد:



$$\frac{\text{جرم مولی آب} \times \text{تعداد مول آب}}{\text{جرم آب تولید شده}} = \frac{\text{جرم مولی CO}_2 \times \text{تعداد مول CO}_2}{\text{جرم کربن دی‌اکسید تولید شده}}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{11} = \frac{18(n+1)}{44 \times n} \Rightarrow n=3$$

از این طریق می‌توانیم جرم گاز اکسیژن مصرف شده را محاسبه کنیم، با

$$\text{توجه به این که ضریب اکسیژن مساوی با ۵ می‌شود} \left(\frac{3 \times 3 + 1}{2} \right) \text{ جرم}$$

گاز اکسیژن قابل محاسبه است:

$$? g O_2 = 0.25 \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_3H_8} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 40 \text{ g } O_2$$

درستی عبارت پنجم:

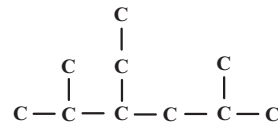
$$\begin{cases} C-C=9 \\ C-H=22 \end{cases} \Rightarrow 9+22=31 \Rightarrow \frac{22}{31} \times 100 > 70$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

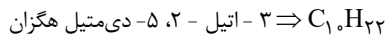
(علیرضا بیانی)

۷۸- گزینه ۳»

با توجه به توضیحات، ساختار اسکلت کربنی آلکن مورد نظر به صورت زیر می‌باشد:



بررسی عبارت‌ها:



$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = \frac{142 \text{ g}}{\text{mol}}$$

- ساختار این دو ترکیب یکسان است.

- ۲ گروه CH_3 وجود دارد.

- شامل ۳۱ پیوند اشتراکی می‌باشد. $3n+1=3 \times 10+1=31$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

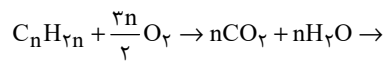
(امدرفشا یعفری نژاد)

۷۹- گزینه ۲»

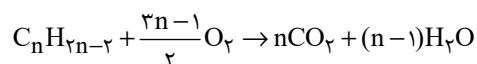
فقط مورد اول نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:



$$1 + \frac{3n}{2} = n + n \rightarrow n=2 \rightarrow C_2H_4 \quad (\text{اولین عضو})$$



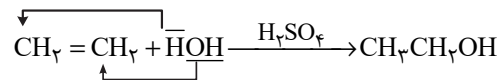
$$\rightarrow 1 + \frac{3n-1}{2} = n + n - 1 \rightarrow n=3 \rightarrow C_3H_4 \quad (\text{دومین عضو})$$

گزینه «۳»: اولین آلکنی که برای آن بیش از یک ساختار می‌توان رسم کرد، دارای چهار اتم کربن می‌باشد؛ به عنوان مثال ۱- بوتن که اگر ساختار آن را رسم کنیم، می‌بینیم ۲۴ الکترون پیوندی (۱۲ پیوند) دارد. به‌طور کلی در آلکن‌ها تعداد پیوند از رابطه $3n$ پیروی می‌کند.

گزینه «۴»: دومین عضو خانواده آلکن‌ها پروپین نام دارد که در ساختار هر مولکول آن یک پیوند دوگانه وجود دارد. بنابراین برای سیر شدن نیاز به یک مول گاز هیدروژن دارد. به ازای هر مول پیوند دوگانه به یک مول گاز هیدروژن نیاز داریم.

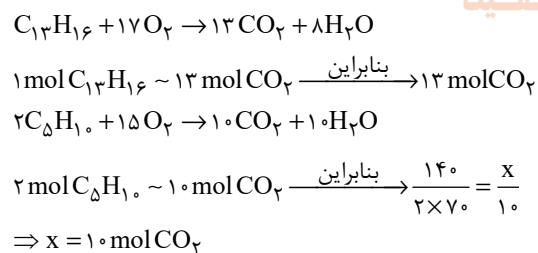
(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۸۳- گزینه «۴»
با توجه به متن کتاب و معادله زیر گزینه «۴» عبارت صورت سؤال را به درستی تکمیل می‌کند:

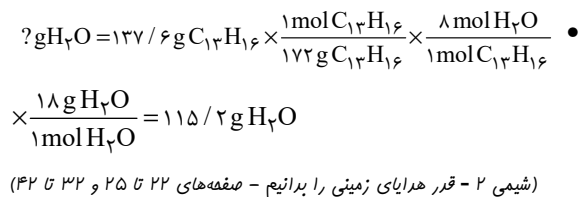


(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۸۴- گزینه «۴»
(امد رضا جعفری نژاد)
فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت $\text{C}_{13}\text{H}_{16}$ است.
بررسی عبارت‌ها:
• گران‌روی $\text{C}_{13}\text{H}_{28}$ از $\text{C}_{13}\text{H}_{16}$ بیشتر است.



• در ساختار این ترکیب ۱۲ پیوند کربن - کربن و ۱۶ پیوند کربن - هیدروژن وجود دارد. سنگین‌ترین آلکان راست زنجیری که در دمای اتاق گازی است هم ۴ کربن دارد.



جرم گاز هیدروژن مصرف شده:

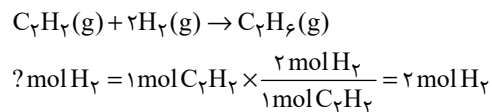
$$?g\text{H}_2 = 0/25\text{mol C}_7\text{H}_6 \times \frac{1\text{mol H}_2}{1\text{mol C}_7\text{H}_6} \times \frac{2\text{g H}_2}{1\text{mol H}_2} = 0/5\text{g H}_2$$

$$\frac{\text{جرم O}_2 \text{ مصرف شده}}{\text{جرم H}_2 \text{ مصرف شده}} = \frac{40}{0/5} = 80$$

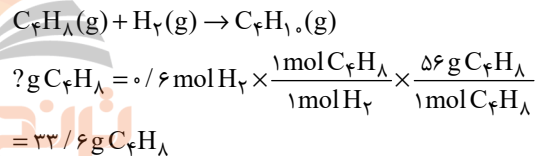
(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۴۱)

۸۱- گزینه «۳» (پویا رسکاری)

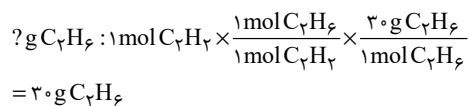
۵۸/۲۴ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد معادل با ۲/۶ مول از این گاز است. ابتدا محاسبه می‌کنیم برای تبدیل شدن یک مول گاز اتین به فراورده‌ای سیر شده (گاز اتان) به چند مول گاز هیدروژن نیاز داریم:



از مجموع ۲/۶ مول گاز هیدروژن، ۲ مول از آن صرف سیر شدن اتین می‌شود و باقی‌مانده آن که ۰/۶ مول می‌شود با گاز بوتن واکنش می‌دهد، بنابراین طی واکنش زیر محاسبه می‌کنیم که جرم گاز بوتن مصرف شده چند گرم است:



از طرفی مطابق با واکنش اول جرم گاز اتان تولید شده را هم محاسبه می‌کنیم:



$$\frac{\text{جرم بوتن مصرف شده}}{\text{جرم اتان تولید شده}} = \frac{33/6}{30} = 1/12$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۴۱)

۸۲- گزینه «۳» (منصور سلیمانی ملکان)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بر اثر واکنش گاز اتن با برم مایع قرمز رنگ، مایع بی‌رنگ ۱، ۲- دی برم اتان تولید می‌شود.

گزینه «۲»: اولین ترکیب خانواده آلکن‌ها به عنوان عمل آورنده در کشاورزی شناخته می‌شود. این ترکیب در بیشتر گیاهان وجود دارد.

۸۵- گزینه «۱»

(منصور سلیمانی ملکان)

بررسی همه عبارت‌ها:

آ) گرمای حاصل از سوختن اولین آلکین (اتین) دمای لازم برای جوشکاری فلزات را تامین می‌کند.

ب) هیدروکربنی با فرمول شیمیایی « C_2H_2 » ممکن است یک آلکان حلقوی باشد که سیر شده است. در این شرایط نه آروماتیک است و نه با برم واکنش می‌دهد. چنانچه یک آلکن باشد، باز آروماتیک نبوده ولی با برم واکنش می‌دهد.

پ) در پالایش نفت خام با استفاده از روش تقطیر جزء به جزء، می‌توان آن را به هیدروکربن‌هایی با دمای جوش نزدیک به هم با استفاده از سینی‌هایی که در فواصل گوناگون در برج تقطیر قرار گرفته‌اند، تفکیک کرد.

ت) برای افزایش بهبود کارایی زغال سنگ به منظور حذف گاز گوگرد دی‌اکسید تولید شده در نیروگاه‌ها، گاز خروجی را از مجاورت کلسیم اکسید عبور می‌دهند.

(شیمی ۲ - قرر هدایای زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۵)

۸۶- گزینه «۴»

(میرحسن حسینی)

همه عبارت‌ها نادرست هستند.

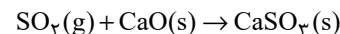
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: گرمای آزاد شده

$$\left. \begin{array}{l} \text{بنزین } \frac{48 \text{ kJ}}{\text{g}} \\ \text{زغال سنگ } \frac{30 \text{ kJ}}{\text{g}} \end{array} \right\} \Rightarrow 2 < \frac{48}{30}$$

عبارت دوم: با حذف گوگرد و ناخالصی‌های دیگر آن از طریق شستشوی زغال سنگ، کارایی آن بیشتر می‌شود.

عبارت سوم: گاز SO_2 خروجی از نیروگاه‌ها را از طریق واکنش با CaO (کلسیم اکسید) حذف می‌کنند.



عبارت چهارم: اگر مقدار متان در هوای معدن به بیش از ۵ درصد (نه ۵۰ درصد) برسد احتمال انفجار وجود دارد.

(شیمی ۲ - قرر هدایای زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۸۷- گزینه «۱»

(هاری مهری زاره)

تنها عبارت (ت) نادرست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

الف) یکی از نقش‌های غذا، فراهم کردن مواد اولیه برای ساخت و رشد بخش‌های گوناگون بدن مانند سلول‌های خونی، استخوان، پوست، مو، ماهیچه‌ها، آنزیم‌ها و ... است.

ب) دیابت بزرگسالی یکی از بیماری‌های شایع در ایران است که مصرف بی‌رویه نان، برنج و شکر در گسترش این بیماری نقش دارد.

پ) بدن برای انجام فعالیت‌های ارادی و غیرارادی گوناگون، به ماده و انرژی نیاز دارد.

ت) ارزش مواد غذایی در تأمین ماده و انرژی مورد نیاز بدن یکسان نیست. (شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۴)

۸۸- گزینه «۲»

(منصور سلیمانی ملکان)

شکل درست عبارت نادرست:

آ) انرژی گرمایی یک نوع ماده به دما و مقدار آن وابسته است؛ بنابراین افزایش انرژی گرمایی ماده ممکن است ناشی از افزایش مقدار آن باشد نه دمای آن.

ت) سوء تغذیه زمانی خودنمایی می‌کند که وعده‌های غذایی با کمبود نوع خاصی از آن‌ها همراه باشد.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۶)

۸۹- گزینه «۴»

(رسول عابدینی زواره)

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) میزان جنبش ذرات سازنده ۲۰۰ گرم آب با دمای $20^\circ C$ کمتر از میزان جنبش ذرات سازنده ۱۰۰ گرم آب با دمای $30^\circ C$ است.

ب) یکای رایج دما، درجه سلسیوس ($^\circ C$)، در حالی که یکای دما در «SI» کلوین (K) است.

نماد دما برحسب سلسیوس، « θ » و نماد دما برحسب کلوین، « T » است.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۹۰- گزینه «۴»

(میرحسن حسینی)

از این‌که ذره‌های سازنده یک ماده در هر سه حالت فیزیکی، پیوسته در جنب و جوش هستند (هر چند میزان جنبش متفاوتی دارند)، می‌توان فهمید که در دمای معین، یک ویژگی مشترک مواد با هر حالت فیزیکی، وجود جنبش‌های نامنظم ذره‌های سازنده آن‌ها است.

انرژی گرمایی یا مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک نمونه ماده هم به دما و هم به جرم ماده بستگی دارد، در دمای معین، میانگین تندی یا انرژی جنبشی ذره‌ها یکسان است.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)