



آزمون ۲۰ بهمن ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	شاهین پروازی- عادل حسینی- افشین خاصه- خان- محمد رضا راسخ- جمشید عباسی- حمید علیزاده- کامیار علییون- کیان کریمی- خراسانی- سپهر متولی- حامد معنوی- مهدی ملارمضانی- مهرداد ملوندی- میلاد منصوری
هندسه	امیر حسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- علی ایمانی- جواد ترکمن- سید محمد رضا حسینی- فرد- افشین خاصه- خان- کیوان دارابی- سوگند روشنی- محمد صحت کار- مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	علی ایمانی- جواد ترکمن- فرزاد جوادی- سید محمد رضا حسینی- فرد- کیوان دارابی- مصطفی دیداری- سوگند روشنی- محمد صحت کار- مهرداد ملوندی
فیزیک	کامران ابراهیمی- زهره آقامحمدی- علیرضا چباری- دانیال راستی- محمد جواد سورچی- معصومه شریعت ناصری- پوریا علاقه مند- غلامرضا محبی- آراس محمدی- محمد کاظم منشادی- امیر احمد میر سعید- سیده ملیحه میر صالحی- حسام نادری- مجتبی نکوئیان- محمد نهاوندی- مقدم
شیمی	محمد رضا پور جاوید- امیر حاتمیان- پیمان خواجوی مجد- امین خوشنویسان- حمید ذبحی- روزبه رضوانی- میلاد شیخ الاسلامی- خیابوی- امیر حسین طیبی- محمد عظیمیان- زواره- پارسا عیوض پور- سید مهدی غفوری- امیر محمد کنگرانی- هادی مهدی زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار	حسام نادری	پارسا عیوض پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	امیر حسین مسلمی محمد حسن محمدزاده مقدم
بازبینی نهایی رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش سهیل تقی زاده	پارسا نوروزی منش مهبد خالقی	پارسا نوروزی منش مهبد خالقی	معین یوسفی نیا حسین بصیر ترکمبور	علی رضایی احسان پنجه شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

-۱ گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

تابع f باید در $x = a$ اکیداً نزولی باشد و در آن بتوان خط مماس قائم رسم کرد.

(حسابان ۲- صفحه ۸۸)

-۲ گزینه «۲»

(بمشیر عباسی)

از تساوی $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \frac{3}{2}$ نتیجه می‌شود که $f'(3) = \frac{3}{2}$ است

و از نکته $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + mh) - f(x_0 + nh)}{rh} = \frac{m-n}{r} f'(x_0)$ داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3 + 4h) - f(3)}{4h} = \frac{4-0}{4} f'(3) = 2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

-۳ گزینه «۱»

(سپهر متولی)

در تابع درجه دوم، اگر $f(x_1) = f(x_2)$ باشد، آن گاه

$$f'(x_1) + f'(x_2) = 0$$

پس در این سؤال داریم:

$$\begin{cases} f(a) = f(b) = 1 \\ -f'(a) = f'(b) = -2 \end{cases}$$

پس شیب خط عمود بر نمودار تابع در $x = b$ برابر $\frac{1}{4}$ است و معادله این

خط $y = \frac{1}{4}x - 3$ به دست می‌آید. از آنجا که $f(b) = 1$ است، مقدار

$$1 = \frac{1}{4}b - 3 \Rightarrow b = 8$$

b را حساب می‌کنیم:

(حسابان ۲- صفحه ۸۰)

-۴ گزینه «۳»

(سپهر متولی)

با توجه به تعریف مشتق، از تساوی $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - 11}{x - a} = 2$ نتیجه می‌گیریم

که $f(a) = 11$ و $f'(a) = 2$ است. از طرفی با توجه به ویژگی نقاط روی

یک خط، نتیجه می‌گیریم که $\frac{x_C - x_B}{x_B - x_A} = 2$ است. پس داریم:

$$\frac{9-a}{a-3} = 2 \Rightarrow a = 5$$

پس $f(5) = 11$ و $f'(5) = 2$ است و در نتیجه معادله خط مماس $y = 2x + 1$ است.

$$\Rightarrow \begin{cases} y_A = 2(3) + 1 = 7 \\ y_C = 2(9) + 1 = 19 \end{cases} \Rightarrow y_A + y_C = 26$$

(حسابان ۲- مشابه تمرین ۸ صفحه ۸۳)

-۵ گزینه «۴»

(مهرداد ملونری)

$$y = \sqrt{x^3 - 3x - 2} = \sqrt{(x+1)(x^2 - x - 2)}$$

$$= \sqrt{(x+1)^2(x-2)}$$

دامنه تابع $\{ -1 \} \cup [2, +\infty)$ است و بدیهی است که در همسایگی $x = -1$ و در همسایگی چپ $x = 2$ تابع تعریف نشده است. پس دامنه تابع مشتق بازه $(2, +\infty)$ است.

(حسابان ۲- صفحه ۸۹)

-۶ گزینه «۲»

(مهری ملازمانی)

ریشه‌های عبارت رادیکالی جزء نقاط مشتق‌ناپذیر تابع هستند، زیرا تابع در یکی از همسایگی‌های چپ یا راست این نقاط تعریف نمی‌شود:

$$1 - \sin \pi x = 0 \Rightarrow \sin \pi x = 1 \Rightarrow \pi x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2k + \frac{1}{2}$$

در مجموعه $\{0\} - \{-1, \sqrt{2}\}$ فقط $x = \frac{1}{2}$ در این مجموعه قرار

می‌گیرد. همچنین در نقاطی که عبارت $x + \frac{1}{2}$ عددی صحیح می‌شود، تابع

مشتق‌ناپذیر است که در مجموعه مورد نظر $x = -\frac{1}{2}$ و $x = \frac{1}{2}$ چنین

ویژگی‌هایی دارند، پس تابع در مجموعه مورد سؤال ۲ نقطه مشتق‌ناپذیر دارد.

(حسابان ۲- صفحه ۸۹)

-۷ گزینه «۴»

(میلاد منصور)

چون عامل ضربی پشت جزء صحیح، از درجه یک است، تنها حالتی که برای مشتق‌پذیری تابع در $x = -1$ امکان‌پذیر است، این است که $x = -1$

طول رأس سهمی $y = x^2 + kx$ باشد.

$$\begin{cases} x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0, 1 \\ 1 - \sqrt[3]{x^2 - x} = 0 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

یعنی تابع f چهار مماس قائم دارد. تابع f در $\mathbb{R} - \{0, 1, \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\}$

پیوسته و مشتق پذیر است و داریم:

$$x^2 - x \geq -\frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt[3]{x^2 - x} \geq -\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\Rightarrow 1 - \sqrt[3]{x^2 - x} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \Rightarrow f(x) \leq \sqrt[3]{1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}}$$

یعنی بیشترین مقدار تابع f برابر $\sqrt[3]{1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}}$ است و چون تابع در این

نقطه پیوسته و مشتق پذیر است، قطعاً در آن مماس افقی (موازی محور x ها) دارد. پس در کل، ۵ خط مماس موازی محورها در این تابع می توانیم رسم کنیم.

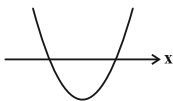
(حسابان ۲- مکمل مثال صفحه ۱۸)

(عادل عسینی)

۱- گزینه «۲»

نمودار یک تابع درجه دوم $y = g(x)$ را که در آن Δ مثبت است، مطابق

شکل زیر در نظر بگیرید:

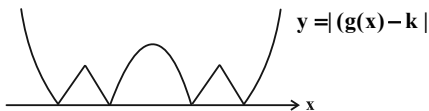


نمودار تابع $y = |g(x)|$ مطابق شکل زیر است که دو نقطه مشتق ناپذیر دارد:



حال اگر نمودار بالا را k واحد به سمت پایین انتقال دهیم و سپس قدرمطلق

آن را رسم کنیم، به نمودار زیر می رسیم که شش نقطه مشتق ناپذیر دارد:



با این شرط که مقدار مثبت k از قدرمطلق عرض رأس سهمی $y = g(x)$ کمتر باشد.

حال همین استدلال را برای تابع f دنبال می کنیم و برای این که شش نقطه

مشتق ناپذیر داشته باشد، لازم است که شروط زیر برقرار باشد:

$$\Rightarrow -\frac{k}{2} = -1 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(x) = (2x+1)[x^2 + 2x]$$

و داریم:

$$\begin{aligned} f'_-(-3) &= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{(2x+1)[x^2 + 2x] + 15}{x+3} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{2(2x+1) + 15}{x+3} = \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{6(x+3)}{x+3} = 6 \end{aligned}$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱۰ و ۱۶ تا ۱۹)

۸- گزینه «۱» (مهری ملارمقانی)

در یک همسایگی $x = 1$ می توانیم ضابطه های تابع f را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} -2x+1 & ; x \leq 1 \\ -x & ; x > 1 \end{cases}$$

تابع در $x = 1$ پیوسته است و داریم: $f'_+(1) = -1$ و $f'_-(1) = -2$

حال حاصل حد را حساب می کنیم:

$$\begin{aligned} &\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+2|h|) - f(1+h)}{h^2 - h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+2|h|) - f(1)}{h^2 - h} - \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h^2 - h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-2h) - f(1)}{-h} - \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{-h} \end{aligned}$$

در کسر اول، اگر $-2h$ را H در نظر بگیریم، داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-2h) - f(1)}{-h} = \lim_{H \rightarrow 0^+} \frac{f(1+H) - f(1)}{\frac{H}{2}}$$

در نهایت حاصل حد برابر است با:

$$\begin{aligned} &= 2 \lim_{H \rightarrow 0^+} \frac{f(1+H) - f(1)}{H} + \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= 2f'_+(1) + f'_-(1) = -4 \end{aligned}$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱۶ و ۱۷)

۹- گزینه «۳» (عادل عسینی)

دامنه تابع \mathbb{R} است، اما مشتق تابع در ریشه های عبارت $x^2 - x$ و همچنین

ریشه های عبارت $1 - \sqrt[3]{x^2 - x}$ تعریف نمی شوند. این نقاط دقیقاً همان

نقاطی است که تابع f در آنجا مماس قائم (موازی محور y ها) دارد.

حال رابطه داده شده را می‌سازیم:

$$f'(2x) + f''(x) = 4ax + b + 2a = 4x + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$f(x) = x^2 - x + c \quad \text{پس داریم:}$$

$$\frac{f'(0) = -1}{\rightarrow} f(f'(0)) = f(-1) = 2 + c = 3 \Rightarrow c = 1$$

c همان عرض از مبدأ تابع f است.

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۳ و ۹۸)

گزینه «۲»

(معمردضا، اسخ)

را $f \times g$ تابع ضابطه ابتدا ضابطه $(f \times g)'$ همان $f' \cdot g + f \cdot g'$ است. بنابراین ابتدا ضابطه تابع $f \times g$ را

محاسبه می‌کنیم:

$$(f \times g)(x) = 3^{\log_6 x^2} \times 2^{\log_6 |x|} = 3^{\log_6 x^2} \times 2^{\log_6 x^2}$$

$$= 6^{\log_6 x^2} = x^2; \quad x \neq 0$$

$$\Rightarrow (f \times g)'(x) = 2x; \quad (x \neq 0)$$

$$\Rightarrow (f \times g)'(2) = 4$$

(مسئله ۲ - صفحه ۹۴)

گزینه «۱»

(بمشیر عباسی)

باید ضابطه تابع را ساده کنیم:

$$f(x) = \left(\frac{\sin^2 2x + \cos^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x} \right)^2$$

$$= \left(\frac{(\sin 2x + \cos 2x)^2}{\sin 2x + \cos 2x} \right)^2 = (\sin 2x + \cos 2x)^2$$

با استفاده از اتحاد $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ داریم:

$$f(x) = \left(\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \right)^2 = 2 \sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

و همچنین از اتحاد $2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ داریم:

$$f(x) = 1 - \cos 2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) = 1 + \sin 4x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4 \cos 4x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 4 \cos \frac{\pi}{4} = 2\sqrt{2}$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

$$\begin{cases} m > 0 & (1) \\ \Delta > 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4m > 0 \Rightarrow m < 4 & (2) \\ m < |y_s| \Rightarrow m < \left| \frac{16 - 4m}{-4} \right| \\ \Rightarrow m < 4 - m \Rightarrow m < 2 & (3) \end{cases}$$

اشتراک سه مجموعه بالا بازه (۰, ۲) است. بزرگ‌ترین عدد صحیح این بازه فقط $m = 1$ است.

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

حسابان ۲ - پیشروی سریع

گزینه «۱»

(افشین فاضل‌نار)

ضابطه تابع مشتق به صورت زیر است:

$$y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \xrightarrow{x=\sqrt{3}} y' = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۴ و ۹۶)

گزینه «۳»

(معمردضا، اسخ)

از طرفین رابطه داده شده مشتق می‌گیریم:

$$f(x) = f'(2)x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 2f'(2)x + 1$$

و $x = 2$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f'(2) = 4f'(2) + 1 \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{3}$$

بنابراین ضابطه تابع f به صورت $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x$ است. حال داریم:

$$f'(x) = -\frac{2}{3}x + 1 \Rightarrow f'(3) = -1$$

(مسئله ۲ - صفحه ۹۳)

گزینه «۴»

(شاهین پروازی)

اگر f یک چندجمله‌ای درجه n باشد، f' و f'' به ترتیب چندجمله‌ای درجه (n-1) و (n-2) هستند و چون حاصل جمع f' و f'' تابعی

درجه یک است، $y = f(x)$ تابعی درجه دوم است:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 2ax + b, \quad f''(x) = 2a$$

$$f'(2x) = 4ax + b$$

حال حاصل را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} g'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{5-x}} \Rightarrow g'(1) = -\frac{1}{4} \\ h'(x) = -\frac{2x^2+4}{(x^2-2)^2} \Rightarrow h'(-2) = -3 \end{cases} \xrightarrow{(*)} (f \circ g)'_+(1) = \frac{3}{4}$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۳ و ۹۶)

(افشین فاضل‌نشان)

گزینه «۳» - ۱۹

$$y = f(\sqrt{x}) \Rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} f'(\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow y'' = -\frac{2(\frac{1}{2\sqrt{x}})}{4x} \cdot f'(\sqrt{x}) + \frac{1}{4x} f''(\sqrt{x})$$

$$\xrightarrow{x=4} -\frac{1}{4(4)\sqrt{4}} f'(\sqrt{4}) + \frac{1}{4(4)} f''(2) = 0$$

با توجه به نمودار شیب خط مماس در $x=2$ یا همان $f'(2)$ برابر $\frac{2}{3}$

است. پس داریم:

$$-\frac{1}{32} \left(\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{16} f''(2) = 0 \Rightarrow f''(2) = \frac{1}{3}$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۳، ۹۶ و ۹۸)

(شاهین پروازی)

گزینه «۴» - ۲۰

از تابع $y = g(x)$ مشتق می‌گیریم:

$$g(x) = -f^{-2}(x) \Rightarrow g'(x) = 2f^{-3}(x) f'(x)$$

$$\Rightarrow g'(24) = \frac{2f'(24)}{f^3(24)} \quad (*)$$

برای محاسبه $f'(24)$ از ضابطه $f(x^2+2x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ مشتق می‌گیریم:

$$f(x^2+2x) = (\sqrt{x-1})^{-1}$$

$$\Rightarrow (2x+2)f'(x^2+2x) = -(\sqrt{x-1})^{-2} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

با جای گذاری $x=4$ داریم:

$$10f'(24) = -\left(\frac{1}{4}\right) \Rightarrow f'(24) = -\frac{1}{40}$$

با جای گذاری $x=4$ ، $f(24)$ هم برابر یک به دست می‌آید. پس داریم:

$$\xrightarrow{(*)} g'(24) = \frac{2\left(-\frac{1}{40}\right)}{1^3} = -\frac{1}{20}$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۳ و ۹۶)

(ممدرضا راسخ)

گزینه «۲» - ۱۶

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \tan \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

حال مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = \tan \frac{\pi x}{2} + \frac{\pi}{2} x (1 + \tan^2 \frac{\pi x}{2})$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = \tan \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}) = 1 + \frac{\pi}{2}$$

پس معادله خط به صورت زیر است:

$$y - \frac{1}{2} = (1 + \frac{\pi}{2})(x - \frac{1}{2}) \Rightarrow (2\pi + 4)x = \pi + 4y$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

(کامیار علییون)

گزینه «۱» - ۱۷

ابتدا عبارت خواسته شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{f'g - 2fg'}{2\sqrt{fg}^2} = \frac{f'g}{2\sqrt{f}} - \frac{2fg'}{2\sqrt{f}} = \frac{f'}{2\sqrt{f}} g - \sqrt{f} g' = \left(\frac{\sqrt{f}}{g}\right)'$$

حال بایستی ضابطه $\frac{\sqrt{f}}{g}$ را به دست آوریم:

$$\left(\frac{\sqrt{f}}{g}\right)'(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2} = \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2} = \frac{|x-2|}{x-2}$$

که در یک همسایگی $x=3$ با تابع $y=1$ مساوی است. بنابراین مشتق آن صفر خواهد بود.

(مسئله ۲ - صفحه ۹۳)

(میلاد منصوری)

گزینه «۳» - ۱۸

$g(1) = -2$ است و تابع f در $x = -2$ از چپ پیوسته است، تابع g

اکیداً نزولی است و در همسایگی راست $x=1$ ، مقادیر آن کمتر از -2

است، پس برای $-2 \leq x$ ضابطه تابع f را بازنویسی می‌کنیم:

$$x < -2: h(x) = \frac{2x}{x^2-2}$$

از طرفی داریم:

$$(f \circ g)'_+(1) = g'(1) f'_+(g(1)) = g'(1) h'(-2) \quad (*)$$



ریاضی پایه

۲۱- گزینه «۱»

(موردی ملارمضانی)

عبارت را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2x - (x-1)(x+2) = -x^2 + x + 2$$

بیشترین مقدار عبارت بالا، عرض رأس سهمی $y = -x^2 + x + 2$ است

که از رابطه $y_S = -\frac{\Delta}{4a}$ می‌توانیم مقدار آن را حساب کنیم.

$$\Rightarrow y_S = -\frac{9}{4(-1)} = \frac{9}{4}$$

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۲۲- گزینه «۴»

(موردار ملونری)

براساس ریشه عبارت قدرمطلق که $x_0 = 2$ است؛ نامعادله را در دو حالت

$x < 2$ و $x \geq 2$ حل می‌کنیم:

$$x < 2 : \frac{3x + (x-2)}{x+2} \leq 1 \Rightarrow \frac{4x-2}{x+2} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{4x-2}{x+2} - 1 = \frac{3x-4}{x+2} \leq 0 \Rightarrow -2 < x \leq \frac{4}{3}$$

که این بازه زیرمجموعه بازه $x < 2$ قرار دارد.

$$x \geq 2 : \frac{3x - (x-2)}{x+2} \leq 1 \Rightarrow \frac{2x+2}{x+2} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x+2} - 1 = \frac{x}{x+2} \leq 0 \Rightarrow -2 < x \leq 0$$

که با توجه به شرط $x \geq 2$ ، این بازه قابل قبول نیست. در نهایت مجموعه

جواب‌های نامعادله بازه $[-2, \frac{4}{3}]$ است که شامل ۳ عدد صحیح است.

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۲۳- گزینه «۳»

(میلار منصور)

جواب‌های معادله مورد نظر را $\alpha' = \frac{1}{2\alpha-1}$ و $\beta' = \frac{1}{2\beta-1}$ در نظر

می‌گیریم:

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{1}{2\alpha-1} + \frac{1}{2\beta-1}$$

$$= \frac{2\alpha + 2\beta - 2}{4\alpha\beta - 2\alpha - 2\beta + 1} = \frac{2(\alpha + \beta) - 2}{4(\alpha\beta) - 2(\alpha + \beta) + 1}$$

در معادله داده شده، $\alpha + \beta = \frac{11}{4}$ و $\alpha\beta = -\frac{3}{4}$ است.

$$\Rightarrow S' = \frac{2(\frac{11}{4}) - 2}{4(-\frac{3}{4}) - 2(\frac{11}{4}) + 1} = -\frac{9}{16}$$

$$P' = \frac{1}{2\alpha-1} \times \frac{1}{2\beta-1} = \frac{1}{4(\alpha\beta) - 2(\alpha + \beta) + 1} = -\frac{1}{16}$$

پس معادله مورد نظر $x^2 + \frac{9}{16}x - \frac{1}{16} = 0$ یا $x^2 + 9x - 1 = 0$ است.

(مسابان ۱- جبر و معارله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۲۴- گزینه «۴»

(عارل سینی)

تابع اگر درجه دوم نباشد ($k = 0$)، تابع ثابت $y = -1$ است که فقط از دو ربع دستگاه مختصات می‌گذرد. پس سهمی یا فقط از سه ناحیه یا از هر چهار ناحیه عبور می‌کند. در هر حالت، حدود k را می‌یابیم:

الف) عبور از هر ۴ ناحیه؛ کافی است $\frac{c}{a}$ منفی باشد:

$$\Rightarrow -\frac{1}{k} < 0 \Rightarrow k > 0 \quad (1)$$

ب) عبور از فقط ۳ ناحیه؛ در این شرط Δ مثبت و P نامنفی است.

$$\Rightarrow \begin{cases} P = -\frac{1}{k} \geq 0 \Rightarrow k < 0 \\ \Delta = 9k^2 + 4k > 0 \Rightarrow -\frac{4}{9} > k \text{ یا } k > 0 \end{cases} \Rightarrow k < -\frac{4}{9} \quad (2)$$

اجتماع (۱) و (۲) مجموعه $[-\frac{4}{9}, 0]$ است.

(مسابان ۱- جبر و معارله؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۲۵- گزینه «۲»

(عمیر علیزاده)

اگر دو مهندس با هم کار کنند، پروژه در n روز به اتمام می‌رسد. پس مهندس اول کار را به تنهایی در $n+4$ و مهندس دوم در $n+9$ روز تمام

$$\frac{1}{n+4} + \frac{1}{n+9} = \frac{1}{n} \quad \text{می‌کنند. پس داریم:}$$

با توجه به گزینه‌ها $n = 6$ در معادله بالا صدق می‌کند. برای حل مستقل معادله نیز داریم:

$$\frac{2n+13}{n^2+13n+36} = \frac{1}{n} \Rightarrow n^2+13n+36 = 2n^2+13n$$

$$\Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

(مسابان ۱- جبر و معارله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۲۶- گزینه «۳»

(میلار منصور)

طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$3x^2 + \frac{1}{x} = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

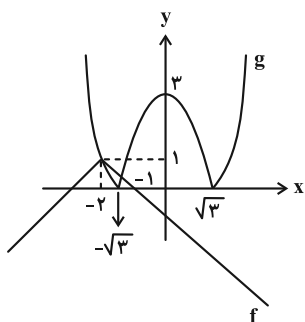
$$\Rightarrow 3x^3 + 1 = x^3 + 2x^2 + x \Rightarrow 2x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$$

با توجه به نمودار، باید $-8 < k < 8$ باشد تا معادله فقط یک جواب داشته باشد. حال اگر $-2 < k < 0$ باشد، جواب معادله $(x = \alpha)$ مثبت است و شرط $k\alpha < 0$ برقرار می‌شود، در غیر این صورت $k\alpha \geq 0$ خواهد شد. در نتیجه فقط یک مقدار صحیح برای k پیدا می‌شود.

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۲۹- گزینه «۳» (عادل عسینی)

باید معادله $|x+2| + |x^2-3| = 1$ را حل کنیم. برای این کار بهتر است نمودار دو تابع $f(x) = 1 - |x+2|$ و $g(x) = |x^2-3|$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم؛ زیرا تعداد نقاط برخورد این دو نمودار، همان تعداد جواب‌های معادله مورد نظر است.



با توجه به نمودار بالا تعداد جواب‌های معادله برابر ۲ است.

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۴ و ۲۴)

۳۰- گزینه «۲» (کیان کریمی خراسانی)

ابتدا نسبت مساحت ADF به ABC را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{S_{ADF}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \sin \hat{A} \cdot AD \cdot AF}{\frac{1}{2} \sin \hat{A} \cdot AB \cdot AC} = \frac{AD}{AB} \cdot \frac{AF}{AC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

به شیوه مشابه، مساحت BDE و CEF نیز $\frac{2}{9}$ مساحت ABC هستند.

$$S_{DEF} = S_{ABC} - S_{ADF} - S_{BDE} - S_{CEF}$$

$$\Rightarrow S_{DEF} = S_{ABC} - 3 \times \frac{2}{9} S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \quad (*)$$

حال مساحت مثلث ABC را حساب می‌کنیم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 7 & 4 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 15$$

$$\xrightarrow{(*)} S_{DEF} = 5$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۳ تا ۳۵)

می‌توانیم عبارت را به صورت زیر تجزیه کنیم:

$$2x^2(x-1) - (x-1) = (x-1)(2x^2-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

هر ۳ جواب هم قابل قبول است، پس نسبت بزرگ‌ترین جواب به کوچک‌ترین جواب برابر $-\sqrt{2}$ است.

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۷- گزینه «۱» (مامر معنوی)

$$AF = AB + BC + CD + DE + EF$$

از طرفی طول پاره خط BC به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(BC)^2 = x^2 + 7 \Rightarrow BC = DE = \sqrt{x^2 + 7}$$

بنابراین داریم:

$$\xrightarrow{AF=16} 1 + 2\sqrt{x^2+7} + x + 4 = 16 \Rightarrow 2\sqrt{x^2+7} = 11-x$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x^2 + 28 = x^2 - 22x + 121 \Rightarrow 3x^2 + 22x - 93 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 & \text{ق ق} \\ x = -\frac{31}{3} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

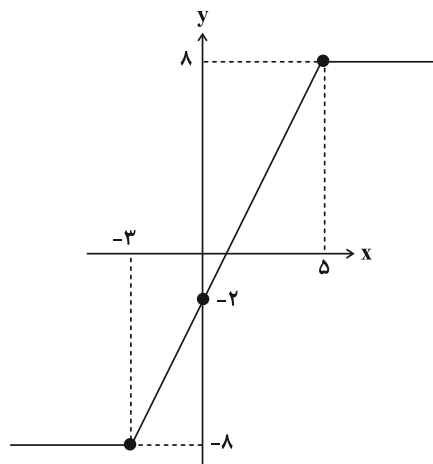
بنابراین اندازه پاره خط BC به صورت زیر به دست می‌آید:

$$BC = \sqrt{x^2 + 7} \xrightarrow{x=3} BC = \sqrt{16} = 4$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۲۸- گزینه «۲» (مامر معنوی)

ابتدا نمودار تابع $y = |x+2| - |x-5|$ را رسم می‌کنیم:



هندسه ۳

گزینه «۲» - ۳۱

(علی ایمانی)

با توجه به شکل و فرض سؤال داریم:

$$\frac{S_{ABF'B'}}{S_{ABF}} = \Delta \Rightarrow \frac{BB' \cdot AF'}{OB \cdot AF} = \Delta$$

$$\frac{2b(a+c)}{b(a-c)} = \Delta \Rightarrow \frac{2a+2c}{a-c} = \Delta$$

$$2a+2c = \Delta a - \Delta c \Rightarrow 2c = \Delta a - a \Rightarrow c = \frac{a}{2} = \frac{3}{2}$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

گزینه «۳» - ۳۲

(سوگند روشنی)

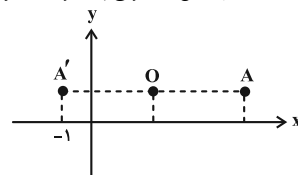
$$\begin{cases} |AA'| = 6 = 2a \Rightarrow a = 3 \\ 2c = 3 \Rightarrow c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

طبق فرض:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = b^2 + \frac{9}{4} \Rightarrow b^2 = \frac{27}{4} \Rightarrow b = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$O = \frac{A+A'}{2} = (2, 1)$$

بیضی افقی است و مختصات دو رأس ناکائونی به صورت زیر به دست می‌آید:



$$\begin{cases} B(2, 1 + \frac{3\sqrt{3}}{2}) \\ B'(2, 1 - \frac{3\sqrt{3}}{2}) \end{cases}$$

رأس ناکائونی B در ناحیه اول دستگاه مختصات قرار دارد:

$$2+1 + \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۴» - ۳۳

(اسحاق اسفندیار)

در این بیضی طبق فرض داریم:

$$BF = 2\sqrt{3} = a, \quad AF = a - c = \sqrt{3} \Rightarrow c = \sqrt{3}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = 9$$

NP و MQ وترهای کائونی بیضی هستند:

$$MQ = NP = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(9)}{2\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

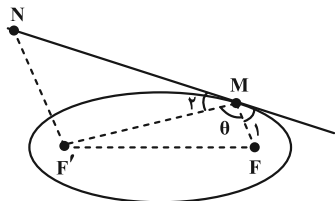
$$MN PQ \text{ محیط} = 2(MQ + MN) = 2(3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 10\sqrt{3}$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۱» - ۳۴

(اسحاق اسفندیار)

طبق فرض و مطابق شکل داریم:



$$MF + MF' = 2a \xrightarrow{MF = \sqrt{3}} MF' = 2\sqrt{3}$$

بنابر قضیه کسینوس‌ها در مثلث MFF' داریم:

$$FF'^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF \times MF' \times \cos \theta$$

$$\Rightarrow 21 = 3 + 12 - 2(\sqrt{3})(2\sqrt{3}) \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 30^\circ$$

طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$\hat{MNF}' = \hat{M}_1 = 30^\circ$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

گزینه «۳» - ۳۵

(مهرداد ملونری)

چون رأس و کانون روی خط $y = -1$ قرار دارند، لذا سهمی افقی است و

چون کانون ۳ واحد سمت چپ رأس قرار دارد، دهانه سهمی رو به سمت

چپ باز می‌شود و معادله آن به صورت زیر است:

$$(y+1)^2 = -12(x-5)$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

گزینه «۲» - ۳۶

(سوگند روشنی)

مکان هندسی مورد نظر یک سهمی است که خط $y = 1$ خط هادی و نقطه

$F(2, 5)$ کانون آن است. مختصات رأس سهمی به صورت $S(2, 3)$ و

سهمی قائم است و رو به بالا باز می‌شود.

$$(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta) \Rightarrow (x-2)^2 = 8(y-3)$$

$$\xrightarrow{x=2} 16 = 8(y-3) \Rightarrow y = 5 \Rightarrow (-2, 5)$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

گزینه «۱» - ۳۷

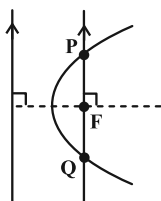
(مهرداد ملونری)

خطی که از کانون یک سهمی به موازات خط هادی رسم می‌کنیم، بر محور

تقارن سهمی عمود است. نمودار سهمی، روی این خط، وتر PQ به اندازه

$4a$ جدا می‌کند که به وتر کائونی سهمی موسوم است. طبق فرض، مختصات

نقاط P و Q، به صورت $(2, 7)$ و $(2, -1)$ است و در نتیجه:





$$\Rightarrow \begin{cases} y+1=3 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x^2=4y=8 \Rightarrow x=\pm 2\sqrt{2} \\ y+1=-3 \Rightarrow y=-4 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

بنابراین دو نقطه تلاقی $A(2\sqrt{2}, 2)$ و $B(-2\sqrt{2}, 2)$ هستند.

$$|AB| = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۰- گزینه «۴»

(امیرمسین ایومنیوب)

با توجه به معادلات محور تقارن و خط هادی، سهمی افقی است و چون نقطه M در سمت راست محور y ها قرار دارد، پس سهمی رو به راست باز می‌شود و معادله آن به صورت مقابل است:

$$(y-2)^2 = fa(x-h)$$

معادله خط هادی: $x = h - a = 0 \Rightarrow h = a$

$$(y-2)^2 = fa(x-a) \xrightarrow{M(4,6)} (6-2)^2 = fa(4-a)$$

$$\Rightarrow 16 = fa(4-a) \Rightarrow 4 = fa - a^2 \Rightarrow a^2 - fa + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)^2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \begin{cases} \text{رأس: } S(2, 2) \\ \text{کانون: } F(4, 2) \end{cases}$$

بنابراین خط $x = 3$ عمودمنصف پاره خط SF است و هر نقطه واقع بر آن از رأس و کانون سهمی به یک فاصله است. مختصات نقاط A و B از تلاقی این عمودمنصف با سهمی حاصل می‌شود:

$$(y-2)^2 = \lambda(x-2) \xrightarrow{x=3} (y-2)^2 = \lambda(3-2) = \lambda$$

$$\Rightarrow y-2 = \pm 2\sqrt{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} y_A = 2 + 2\sqrt{\lambda} \\ y_B = 2 - 2\sqrt{\lambda} \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB = 4\sqrt{\lambda} \text{ طول پاره خط}$$

فاصله مبدأ مختصات از پاره خط AB (خط $x = 3$)، برابر ۳ است، پس داریم:

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{\lambda} = 6\sqrt{\lambda}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

هندسه ۳- پیشروی سریع

۴۱- گزینه «۳»

(کیوان داریبی)

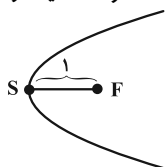
اگر معادله سهمی را به صورت $x = ay^2 + by + c$ در نظر بگیریم،

آن گاه $S(-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a})$ رأس سهمی است، پس داریم:

$$x = \frac{y^2}{4} - \frac{y}{2} + c \Rightarrow S = (-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a}) = (c - \frac{1}{4}, 1)$$

$$p = \frac{1}{4|a|} = \frac{1}{4 \times \frac{1}{4}} = 1 \text{ با ۱ برابر است}$$

سهمی افقی است و دهانه آن به سمت راست باز می‌شود. پس S و F دارای عرض‌های یکسان بوده اما طول F ، یک واحد از طول S بیشتر است.



$$4a = PQ = \lambda \Rightarrow a = 2$$

همچنین چون این دو نقطه روی خط $x = 2$ قرار دارند، پس خط هادی، قائم بوده و سهمی افقی است و نقطه وسط این دو نقطه یعنی $F(2, 3)$ کانون سهمی است. پس یکی از نقاط $(4, 3)$ و $(0, 3)$ رأس سهمی است و لذا معادله سهمی به یکی از دو صورت زیر است:

$$(y-3)^2 = -\lambda(x-4) \text{ , } (y-3)^2 = \lambda x$$

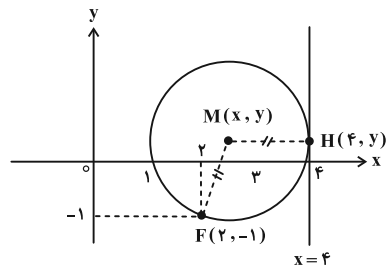
$$\text{توجه: } (y-3)^2 = \lambda x \Rightarrow y^2 - 6y - \lambda x = -9$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۳۸- گزینه «۲»

(کیوان داریبی)

اگر $M(x, y)$ مرکز یکی از دایره‌های مورد نظر باشد، طبق شکل زیر، باید $MF = MH$ باشد، پس:



$$\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} = |x-4|$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 - 4x + 4 + (y+1)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow (y+1)^2 = -4x + 12 \Rightarrow (y+1)^2 = -4(x-3)$$

معادله فوق، مربوط به یک سهمی به رأس $(3, -1)$ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

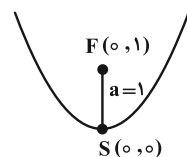
۳۹- گزینه «۳»

(کیوان داریبی)

سهمی $x^2 = 4y$ یک سهمی قائم است که دهانه آن رو به بالا باز می‌شود.

$$(x-0)^2 = 4 \times 1(y-0) \Rightarrow S = (0, 0) \text{ , } a = 1$$

بنابراین مختصات کانون $F(0, 1)$ است. حال معادله دایره‌ای به مرکز $F(0, 1)$ و شعاع ۳ می‌نویسیم.



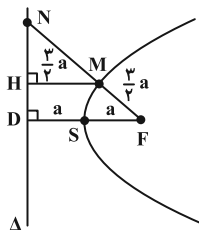
$$x^2 + (y-1)^2 = 9$$

نهایتاً دایره را با سهمی قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 9 \\ x^2 = 4y \end{cases} \Rightarrow 4y + (y-1)^2 = 9$$

$$\Rightarrow 4y + y^2 - 2y + 1 = 9$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 9 \Rightarrow (y+1)^2 = 9$$



$$MH = MF = \frac{3}{2}a$$

حال در مثلث NDF طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{MH}{FD} = \frac{NM}{NF} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}a}{2a} = \frac{NM}{NM + \frac{3}{2}a}$$

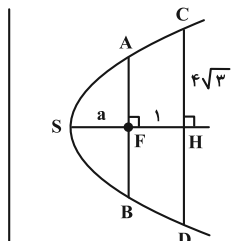
$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{\frac{3}{2}a}{\frac{1}{2}a} = \frac{NM}{\frac{3}{2}a} \Rightarrow NM = \frac{9}{2}a = 4.5a$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۸)

(کیوان دارابی)

گزینه ۴- ۴۵

از نتیجه یکی از تمرین‌های کتاب استفاده می‌کنیم. اگر قطر دهانه یک گودال به شکل سهمی برابر با d و عمق آن برابر با h باشد، آن گاه:



$$\text{فاصله کانونی} = a = \frac{d^2}{16h}$$

طبق شکل، رابطه فوق به صورت زیر درمی‌آید:

$$a = \frac{|CD|^2}{16|SH|} \Rightarrow a = \frac{(4\sqrt{3})^2}{16(a+1)} \Rightarrow 16a(a+1) = 64 \times 3$$

$$\Rightarrow a^2 + a = 12 \Rightarrow a^2 + a - 12 = 0 \Rightarrow (a+4)(a-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -4 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

از طرفی AB وتر کانونی سهمی است و اندازه آن با $4a$ برابر است.

$$|AB| = 4a = 4 \times 3 = 12$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۹)

(مهمرب صحت‌نکر)

گزینه ۱- ۴۶

با توجه به شکل و در نظر گرفتن خاصیت بازتابندگی سهمی و خواص خطوط موازی و مورب خواهیم داشت:

$$S = (c - \frac{1}{4}, 1) \Rightarrow F = (c + \frac{3}{4}, 1)$$

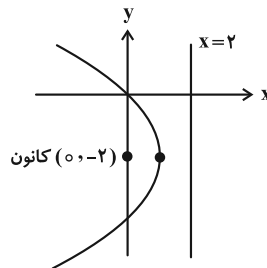
حال F روی خط $x = 2y$ واقع است، بنابراین:

$$c + \frac{3}{4} = 2 \times 1 \Rightarrow c = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

گزینه ۲- ۴۲ (افشین فاضل‌نژاد)

می‌دانیم اگر پرتوها موازی محور تقارن بر سهمی بتابند، پرتو بازتاب از کانون آن عبور می‌کند، پس نقطه تلاقی بازتاب این دو پرتو، کانون سهمی است.



$$y^2 + 4y + 4x = 0 \Rightarrow y^2 + 4y + 4 = -4x + 4$$

$$\Rightarrow (y+2)^2 = -4(x-1)$$

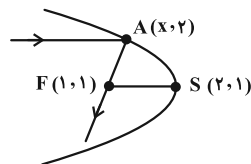
F: کانون = (0, -2) ، رأس سهمی (1, -2)

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

گزینه ۱- ۴۳ (علی ایمانی)

$$y^2 - 2y + 1 - 1 + 4x - 7 = 0 \Rightarrow (y-1)^2 + 4x - 8 = 0$$

$$(y-1)^2 = -4x + 8 = -4(x-2) \Rightarrow (y-1)^2 = -4(x-2)$$



نمودار سهمی افقی و رو به چپ است و رأس سهمی است. نقطه

$$A(x, 2) \text{ روی سهمی است، پس: } (2-1)^2 = -4(x-2)$$

$$1 = -4x + 8 \Rightarrow x = \frac{7}{4}$$

$$A(\frac{7}{4}, 2) , F(1, 1) \Rightarrow \text{پرتو بازتاب: } y-1 = \frac{4}{3}(x-1)$$

$$y=0 \Rightarrow -1 = \frac{4}{3}(x-1) \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

گزینه ۴- ۴۴ (کیوان دارابی)

از M عمودی بر خط هادی رسم می‌کنیم. طبق تعریف سهمی:



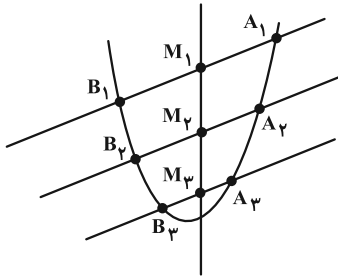
$$\Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۹)

(امیرمسین ایومیبوب)

گزینه ۳» ۴۹-

سهمی به معادله $(x-1)^2 = 2(y+3)$ ، یک سهمی قائم است که رو به بالا باز می‌شود.



مطابق شکل از برخورد خط‌هایی موازی با نیمساز ناحیه‌های اول و سوم با این سهمی، پاره‌خط‌هایی مانند A_1B_1 ، A_2B_2 ، A_3B_3 و ... حاصل می‌شود که وسط این پاره‌خطها بر روی خطی عمودی قرار دارد. اگر معادلات این دسته خطوط را به صورت $y = x + h$ نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$(x-1)^2 = 2(y+3) \xrightarrow{y=x+h} (x-1)^2 = 2(x+h+3)$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x + 2h + 6 \Rightarrow x^2 - 4x - 2h - 5 = 0$$

اگر طول نقاط برخورد (ریشه‌های معادله) برابر x_A و x_B باشد، آن‌گاه طول نقطه وسط پاره‌خط برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-b}{a} = \frac{4}{2} = 2$$

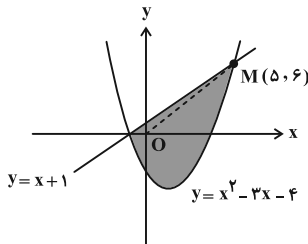
بنابراین معادله مکان هندسی مورد نظر به صورت $x = 2$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۹)

(مهردار ملونزی)

گزینه ۴» ۵۰-

مطابق شکل، خط $y = x + 1$ را با سهمی $y = x^2 - 3x - 4$ تلاقی می‌دهیم:



$$x^2 - 3x - 4 = x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

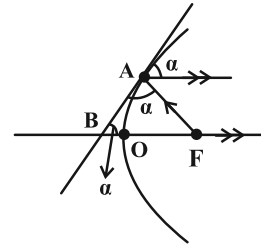
$$\Rightarrow (x-5)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 5 \Rightarrow y = 6 \end{cases}$$

در بین نقاط مورد نظر، نقطه $M(5, 6)$ بیشترین فاصله را از مبدأ مختصات

$$OM = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$$

دارد:

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)



$$\begin{cases} \widehat{FBA} = \alpha \\ \widehat{FAB} = \alpha \end{cases} \Rightarrow \widehat{FBA} = \widehat{FAB}$$

بنابراین مثلث FAB متساوی‌الساقین است و اندازه پاره‌خط BF با پاره‌خط AF برابر است. برای یافتن اندازه پاره‌خط AF باید مختصات کانون سهمی و نقطه A را بیابیم:

$$y^2 = \lambda x \Rightarrow fa = \lambda \Rightarrow a = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow F(\frac{\lambda}{2}, 0)$$

$$y^2 = \lambda x, x_A = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow y^2 = \lambda \times \frac{1}{\lambda} = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \Rightarrow A(\frac{1}{\lambda}, 1)$$

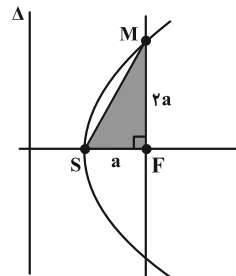
بنابراین:

$$BF = AF = \sqrt{(\frac{\lambda}{2} - \frac{1}{\lambda})^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

گزینه ۲» ۴۷- (ممد صمدکار)

مطابق شکل، اندازه پاره‌خط FM برابر با $2a$ است. بنابراین ابتدا باید از معادله سهمی، مقدار a را بیابیم:



$$fa = \left| \frac{x}{y^2} \right| = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow FM = 2a = \frac{3}{2}$$

در مثلث قائم‌الزاویه FMS داریم:

$$SM^2 = \frac{9}{16} + \frac{9}{4} = \frac{45}{16} \Rightarrow SM = \frac{3\sqrt{5}}{4}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

گزینه ۲» ۴۸- (امیرمسین ایومیبوب)

اگر a فاصله کانونی و d و h به ترتیب قطر دهانه و عمق (گودی) یک

دیش مخابراتی باشند، آن‌گاه رابطه $a = \frac{d^2}{16h}$ برقرار است، پس برای این

دو دیش مخابراتی داریم:

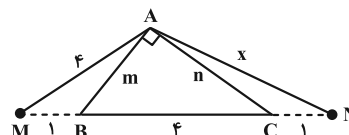
$$\frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{16a_1h_1}{16a_2h_2} \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{a_1}{a_2} \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{5} \times \frac{25}{20} = \frac{1}{4}$$

هندسه ۲

۵۱- گزینه «۴»

(مهررادر ملونری)

مطابق شکل، طول اضلاع قائمه مثلث ABC را m و n می‌گیریم. در مثلث AMN، قضیه استوارت را یک بار برای AB و بار دیگر برای AC می‌نویسیم:



$$\begin{cases} AM^2 \cdot BN + AN^2 \cdot BM = MN^2 \cdot (AB^2 + BM \cdot BN) \\ AM^2 \cdot CN + AN^2 \cdot CM = MN^2 \cdot (AC^2 + CM \cdot CN) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 \times 5 + x^2 \times 1 = 6(m^2 + 5) \\ 16 \times 1 + x^2 \times 5 = 6(n^2 + 5) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} 96 + 6x^2 = 6(m^2 + n^2 + 10)$$

در مثلث قائم الزاویه ABC طبق قضیه فیثاغورس داریم $m^2 + n^2 = 16$.

$$\text{پس: } 6x^2 = 6(16 + 10) - 96 \xrightarrow{+6} x^2 = (16 + 10) - 16 = 10$$

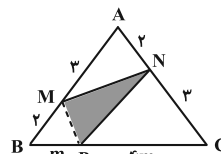
$$\Rightarrow x = AN = \sqrt{10}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

۵۲- گزینه «۳»

(مهررادر ملونری)

با استفاده از رابطه سینوسی مساحت مثلث، نسبت مساحت هر یک از مثلث‌های گوشه‌ای را به مساحت کل می‌یابیم:



$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AM \cdot AN \cdot \sin \hat{A}}{\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A}} = \frac{3 \times 2}{5 \times 5} = \frac{6}{25}$$

به طریق مشابه:

$$\frac{S_{BMP}}{S_{ABC}} = \frac{2m}{5 \times 5m} = \frac{2}{25}, \quad \frac{S_{CNP}}{S_{ABC}} = \frac{2(4m)}{5 \times 5m} = \frac{12}{25}$$

$$\frac{S_{PMN}}{S_{ABC}} = 1 - \left(\frac{6}{25} + \frac{2}{25} + \frac{12}{25} \right) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

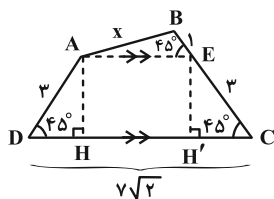
در نتیجه:

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۵۳- گزینه «۴»

(جوار ترکمن)

از رأس A، پاره خط AE را موازی قاعده DC رسم می‌کنیم. در این صورت $\angle AEB = 45^\circ$ و AECD یک دوزنقه متساوی الساقین است. با رسم هر دو ارتفاع این دوزنقه، چون مثلث‌های AHD و EH'C قائم الزاویه متساوی الساقین با وتر به طول ۳ می‌باشند، پس:



$$AH = DH = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \quad EH' = CH' = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$AE = HH' = DC - (DH + CH') \quad \text{بنابراین:}$$

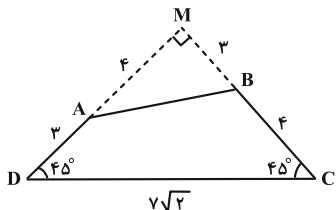
$$= 7\sqrt{2} - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \right) = 4\sqrt{2}$$

اکنون در مثلث ABE، به کمک قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$AB^2 = AE^2 + BE^2 - 2AE \cdot BE \cdot \cos 45^\circ$$

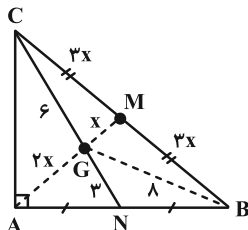
$$\Rightarrow x^2 = (4\sqrt{2})^2 + (1)^2 - 2(4\sqrt{2})(1)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 25 \Rightarrow x = 5$$

راه حل دوم: مطابق شکل، امتداد AD و BC در نقطه M متقاطع‌اند و زاویه قائمه می‌سازند. مثلث MCD هم قائم الزاویه و هم متساوی الساقین بوده و طول هر ساق آن برابر ۷ است. در مثلث قائم الزاویه MAB داریم:



تالس $\rightarrow GB \parallel PM \rightarrow GB = 2PM = 8$

اما نقطه G همرسی میانه‌های مثلث ABC است و لذا $AG = 2GM$. پس اگر $GM = x$ فرض شود، $AG = 2x$ و در نتیجه $AM = 3x$ است. بنابراین با توجه به این که $AM = BM = CM$ ، لذا طبق قضیه میانه‌ها در مثلث GBC داریم:



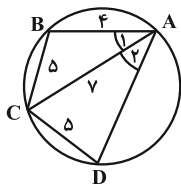
$$GB^2 + GC^2 = 2GM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

$$\Rightarrow 8^2 + 6^2 = 2x^2 + \frac{(6x)^2}{2} \Rightarrow 100 = 20x^2 \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow AM = 3x = 3\sqrt{5}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه ۶۹)

(سیرممد رضا حسینی فر)



$$BC = CD \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{CD} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

$$\cos \hat{A}_1 = \frac{7^2 + 4^2 - 5^2}{2 \times 7 \times 4} = \frac{5}{7} \Rightarrow \cos \hat{A}_2 = \frac{7^2 + AD^2 - 5^2}{2 \times 7 \times AD} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow AD^2 = 10AD + 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} AD = 6 \\ AD = 4 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

برای محاسبه مساحت چهارضلعی، مساحت دو مثلث ABC و ADC را با کمک رابطه هرون محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta ABC: p_1 = \frac{4+5+7}{2} = 8 \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{8(4)(3)(1)} = 4\sqrt{6} \\ \Delta ADC: p_2 = \frac{6+5+7}{2} = 9 \Rightarrow S_{ADC} = \sqrt{9(4)(3)(2)} = 6\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 10\sqrt{6}$$

توجه: اگر $AD = 4$ باشد آن‌گاه دو مثلث ABC و ADC با هم هم‌نهشت بوده و چون چهارضلعی ABCD محاطی است، بایستی

$$\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \text{ باشد که غیرممکن است!}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۷۳)

$$MA = 4, MB = 3$$

$$AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AB = 5$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

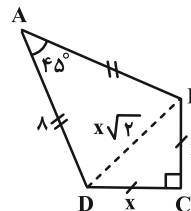
گزینه ۲ «۵۴»

(یوار ترکمن)

قطر BD را رسم می‌کنیم. واضح است که اگر $BC = DC = x$

شوند، آن‌گاه طبق قضیه فیثاغورس، $BD = x\sqrt{2}$ است. اکنون قضیه

کسینوس‌ها را در مثلث ABD می‌نویسیم:



$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow (x\sqrt{2})^2 = 8^2 + 8^2 - 2(8)(8)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 8^2(2 - \sqrt{2}) \Rightarrow x^2 = 32(2 - \sqrt{2})$$

حال به محاسبه مساحت کایت می‌پردازیم:

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta CBD} = \frac{1}{2} \frac{AB \cdot AD \cdot \sin 45^\circ}{\sqrt{2}} + \frac{x^2}{2}$$

$$= 16\sqrt{2} + \frac{32(2 - \sqrt{2})}{2} = 16\sqrt{2} + 16(2 - \sqrt{2}) = 32$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه ۱ «۵۵»

(یوار ترکمن)

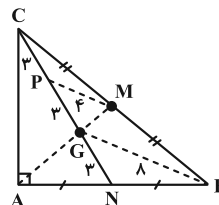
میانه AM (میانه وارد بر وتر که می‌دانیم نصف وتر است) را رسم می‌کنیم. نقطه

همرسی دو میانه AM و CN را G در نظر می‌گیریم.

با توجه به این که هر میانه مثلث، در نقطه همرسی میانه‌ها، به نسبت ۱ و ۲

تقسیم می‌شود، درمی‌یابیم که $CP = PG = GN = 3$ ؛ در مثلث

GBC، نقاط P و M وسط اضلاع هستند و طبق عکس قضیه تالس داریم:



$$AB^2 = 4 + 2 - 2(2)(\sqrt{2}) \cdot \frac{\cos 135^\circ}{2} = 6 + 4 = 10 \Rightarrow AB = \sqrt{10}$$

$$\text{محیط متوازی الاضلاع} = 2(\sqrt{2} + \sqrt{10})$$

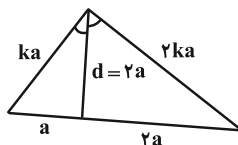
(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۶ و ۶۷)

(افشین فاضلهان)

گزینه «۱» -۵۹

می دانیم در هر مثلث نسبت دو ضلع زاویه برابر است با نسبت دو قطعه ای که از برخورد نیمساز (آن زاویه) با ضلع مقابل ایجاد می شود. پس می توان مثلث زیر را

رسم کرد:



$$\frac{d^2}{(2a)^2} = \frac{2k^2 a^2 - 2a^2}{4a^2} \Rightarrow \frac{d^2}{4a^2} = \frac{2k^2 a^2 - 2a^2}{4a^2} \Rightarrow d^2 = 2k^2 a^2 - 2a^2 = 2a^2(k^2 - 1)$$

$$\Rightarrow k^2 - 1 = 2 \Rightarrow k = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2ka}{2a} = k = \sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۷۰ و ۷۱)

(سوگند روشنی)

گزینه «۲» -۶۰

ابتدا کسینوس زاویه $\hat{A} = \theta$ را با استفاده از قضیه کسینوس ها به دست می آوریم:

$$21 = 25 + 16 - 2(20) \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

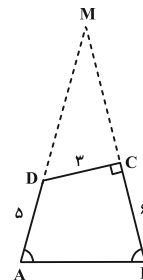
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \theta = \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 17\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۶، ۶۷ و ۷۴)

(سیرممد رضا عسینی فرد)

گزینه «۴» -۵۷

اضلاع AD و BC را امتداد می دهیم تا همدیگر را در M قطع کنند. مثلث MAB متساوی الساقین است.



$$MA = MB \Rightarrow MD + 5 = MC + 6 \Rightarrow MD = MC + 1$$

در مثلث MCD طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$3^2 + MC^2 = (MC + 1)^2 \Rightarrow MC = 4 \Rightarrow \cos \hat{M} = \frac{4}{5}$$

حال به کمک قضیه کسینوس ها طول AB را به دست می آوریم:

$$AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2MA \cdot MB \cdot \cos M$$

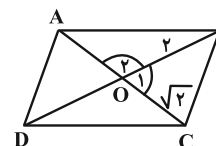
$$= 10^2 + 10^2 - 2 \times 10 \times 10 \times \frac{4}{5} = 40 \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۶ و ۶۷)

(افشین فاضلهان)

گزینه «۱» -۵۸

در متوازی الاضلاع، مطابق شکل، قطر ها همدیگر را نصف می کنند و داریم:



$$S_{ABCD} = 4S_{OBC} = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}(2)(\sqrt{2}) \sin \hat{O}_1 = 1 \Rightarrow \hat{O}_1 = 45^\circ$$

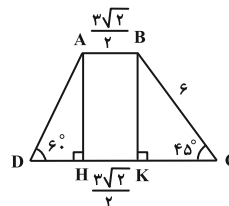
$$BC^2 = 4 + 2 - 2(2)(\sqrt{2}) \cdot \frac{\cos 45^\circ}{2} = 6 - 4 = 2 \Rightarrow BC = \sqrt{2}$$

هندسه ۱

۶۱- گزینه «۱»

(مهرآورد ملونری)

با توجه به شکل و فرض، واضح است که $BC = 6$ و داریم:



$$BK = KC = 6 \sin 45^\circ = 6 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2}$$

$$\Delta AHD: AH = 3\sqrt{2}, \tan 60^\circ = \frac{AH}{DH} \Rightarrow DH = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

$$S = \frac{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + (\sqrt{6} + \frac{3\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2})\right) \times 3\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{(\sqrt{6} + 6\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{3} + 18 \times 2}{2} = 18 + 3\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۵، ۶۶ و ۷۲)

۶۲- گزینه «۱»

(سیرممرضا مسینی فرد)

فقط گزاره (ب) درست است.

بررسی گزاره های نادرست:

الف) زیرا دو صفحه P_1 و P_2 هر وضعیتی نسبت به هم می توانند داشته باشند.

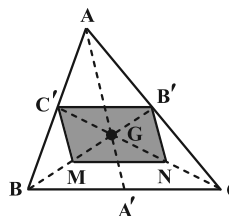
ج) زیرا دو خط d_1 و d_2 می توانند موازی یا متقاطع یا متناظر با هر زاویه ای باشند.

(هنرسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۶)

۶۳- گزینه «۲»

(سیرممرضا مسینی فرد)

چهارضلعی رنگ شده متوازی الاضلاع است. پس:



$$B'C' \parallel MN, B'C' = MN = \frac{1}{2} BC$$

پس نقاط M و N وسط های BG و CG هستند. با رسم میانه ها در

مثلث، ۶ مثلث هم مساحت ساخته می شود. پس

$$S_{BGC'} = \frac{1}{6} S_{ABC}, S_{BGC'} = 2S_{MGC'} = 2\left(\frac{1}{4} S_{B'C'MN}\right)$$

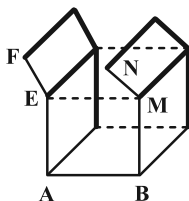
$$\Rightarrow \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{2}{4} S_{B'C'MN} \Rightarrow \frac{S_{B'C'MN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)

۶۴- گزینه «۳»

(افشین فاصه خان)

مطابق شکل خطوط موازی با AB، به صورت خط چین و خطوط متناظر با آن، به صورت پررنگ رسم شده اند.



$$n = 3, m = 8 \Rightarrow m - n = 5$$

توجه: دقت کنید که دو خط MN و EF با AB متقاطع هستند.

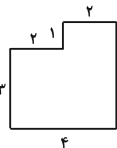
(هنرسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۶)

۶۵- گزینه «۴»

(سوگند روشنی)

نماهای چپ، بالا و راست مستطیل هایی با ابعاد ۳ و ۴ و در نتیجه مساحت ۱۲

هستند ولی نمای روبه رو به صورت ۴ و مساحت آن



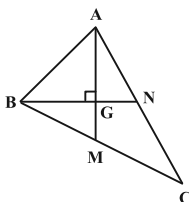
$$14 = 3 \times 4 + 2 \text{ است.}$$

(هنرسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه های ۸۸ تا ۹۱)

۶۶- گزینه «۲»

(امیرمسین ایومیبوب)

از برخورد ۳ میانه هر مثلث، ۶ مثلث کوچک ایجاد می شود که مساحت آن ها برابر است. پس مطابق شکل داریم:



$$S_{BMG} = \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{1}{6} \times 36 = 6$$

از طرفی در هر مثلث میانه ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می کنند.

$$BG = \frac{2}{3} BN = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

بنابراین داریم:

$$S_{BMG} = \frac{1}{2} BG \times GM \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times 4 \times GM \Rightarrow GM = 3$$

$$\Delta BMG: BM^2 = BG^2 + GM^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

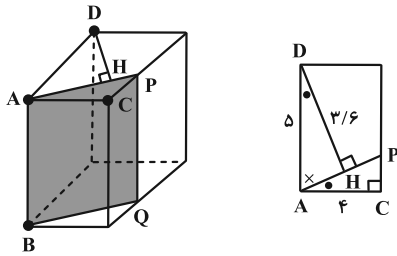
$$\Rightarrow BM = 5 \Rightarrow BC = 2 \times 5 = 10$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۷)

۶۷- گزینه «۳»

(امیرمسین ایومیبوب)

طبق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی های شبکه ای داریم:



$$\frac{AD}{AP} = \frac{DH}{AC} \Rightarrow \frac{5}{AP} = \frac{3/6}{6} \Rightarrow AP = \frac{20}{9} = \frac{5}{0.9} = \frac{50}{9}$$

سطح مقطع $APQB$ مستطیل است و مساحت آن برابر است با:

$$S = AP \times AB = \frac{50}{9} \times 6 = \frac{100}{3}$$

(هندسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

گزینه «۲»

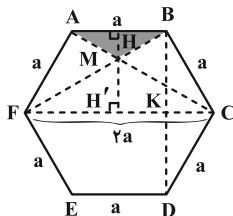
(مواد ترکیبی)

اگر ضلع‌های شش‌ضلعی منتظم را a بنامیم، $FC = 2a$ (قطر بزرگ) و

$BD = a\sqrt{3}$ (قطر کوچک) می‌باشند. پس $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ است. واضح

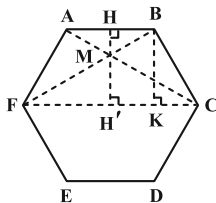
است که دو مثلث MAB و MFC متشابه‌اند و نسبت تشابه

است. پس نسبت ارتفاع‌ها نیز $\frac{1}{2}$ می‌باشد. یعنی:



$$MH = \frac{1}{2} MH' \Rightarrow MH = \frac{1}{2} BK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

بنابراین:



$$\frac{S_{\Delta MAB}}{S_{\Delta MFC}} = \frac{\frac{1}{2} MH \cdot AB}{\frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \times a} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{4} \times a}{\frac{3\sqrt{3}}{4} a^2} = \frac{1}{18}$$

توجه کنید که مساحت شش‌ضلعی منتظم به ضلع a برابر است با:

$$S_{\Delta} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

(هندسه ۱- پندریضی‌ها؛ صفحه ۶۵)

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 7 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 8$$

مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی در صورتی حداکثر خواهد بود که b بیشترین و i کمترین مقدار ممکن را دارا باشند. با توجه به این که کمترین مقدار i برابر صفر است، داریم:

$$i = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = 8 \Rightarrow b = 16 \Rightarrow \max(b + i) = 16$$

از طرفی در صورتی مجموع نقاط مرزی و درونی حداقل خواهد بود که b کمترین و i بیشترین مقدار ممکن را دارا باشند. کمترین مقدار b برابر ۳ است، ولی چون i همواره عددی حسابی است، پس b باید زوج باشد و در نتیجه داریم:

$$b = 4 \Rightarrow \frac{4}{2} + i = 8 \Rightarrow i = 6 \Rightarrow \min(b + i) = 10$$

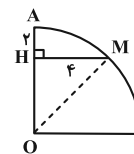
$$\max(b + i) - \min(b + i) = 16 - 10 = 6$$

(هندسه ۱- پندریضی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

گزینه «۴»

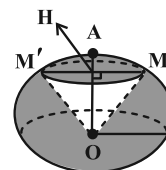
(مهردار ملونری)

ابتدا شعاع ربع دایره را به دست می‌آوریم:



$$\Delta OHM: \begin{cases} OH = R - 2 \\ OM = R \\ MH = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{پیتاگورس}} R^2 = (R - 2)^2 + 4^2 \Rightarrow R = 5$$

مطابق شکل زیر، حجم ناحیه سایه زده شده از تفاضل حجم ناحیه مخروطی سفید رنگ از حجم نیمکره به دست می‌آید:



$$\text{حجم نیمکره: } V_1 = \frac{2}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \pi \times 125 = \frac{250\pi}{3}$$

$$\text{حجم مخروط قائم سفید رنگ: } V_2 = \frac{1}{3} \pi MH^2 \cdot OH = \frac{1}{3} \pi (4^2) \times 3 = 16\pi$$

$$\Rightarrow \text{حجم ناحیه سایه زده شده: } V = V_1 - V_2 = \frac{250\pi}{3} - 16\pi = \frac{202\pi}{3}$$

(هندسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

گزینه «۲»

(مهردار ملونری)

در شکل زیر دو مثلث ADH و ACP با هم متشابه‌اند و داریم:



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۲»

(مصطفی دبراری)

احاطه گر G نیست (رأس d احاطه نمی‌شود): $N_G(f) = \{e, b, g\}$

احاطه گر G است: $N_G[f] = \{f, a, h, d, c\}$

همسایه‌های f در گراف مکمل

احاطه گر G نیست چون خود g احاطه نمی‌شود: $N_{\bar{G}}(g) = \{a, e, b, d, c\}$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۷۲- گزینه «۴»

(سوگند روشنی)

اگر گراف 2 -منتظم مرتبه 12 به صورت C_{12} باشد عدد احاطه‌گری برابر

4 و اگر به صورت $C_4 \cup C_4 \cup C_4$ باشد عدد احاطه‌گری برابر 5 و اگر به

صورت $C_4 \cup C_4 \cup C_4$ باشد عدد احاطه‌گری 6 به ما می‌دهد. ولی در

هیچ حالتی عدد احاطه‌گری 7 ندارد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: مشابه تمرین 7 صفحه 53)

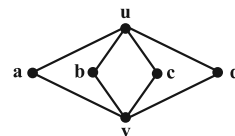
۷۳- گزینه «۲»

(غرزاد یوادی)

ابتدا با توجه به اطلاعات موجود در صورت سؤال، گراف مورد نظر را رسم می‌کنیم.

در این گراف دو رأس از درجه 4 $\Delta = 4$ و چهار رأس از درجه 2 وجود دارد. در

نتیجه گراف مربوط به صورت زیر است:



واضح است که برای احاطه رأس این گراف، انتخاب دو رأس مانند آنچه در

مجموعه‌های زیر آمده کفایت می‌کند:

حالت اول: انتخاب u به همراه یکی از رئوس وسطی:

$\{u, a\}, \{u, b\}, \{u, c\}, \{u, d\}$

حالت دوم: انتخاب v به همراه یکی از رئوس وسطی:

$\{v, a\}, \{v, b\}, \{v, c\}, \{v, d\}$

حالت سوم: انتخاب دو رأس u و v با هم: $\{u, v\}$

بنابراین $\gamma = 2$ و تعداد γ -مجموعه‌ها برابر است با: 9

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

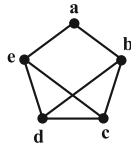
۷۴- گزینه «۱»

(مهرداد ملونری)

اگر گراف G ، رأسی از درجه فول 4 داشته باشد، آن گاه $\gamma = 1$ است.

پس برای این که $q(G)$ حداکثر مقدار ممکن باشد، باید $\Delta(G) = 3$ و

نمودار آن به صورت زیر باشد:



در این گراف $\gamma = 2$ است؛ همچنین به $\binom{5}{2} = 10$ حالت می‌توان

مجموعه‌ای 2 عضوی از بین رئوس G انتخاب کرد که در بین آن‌ها فقط

مجموعه $\{c, d\}$ احاطه‌گر مینیمم نیست. پس G دارای $10 - 1 = 9$

مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

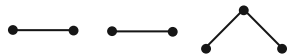
(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۷۵- گزینه «۳»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

برای رسیدن به حداکثر عدد احاطه‌گری، تا حد امکان رأس‌های درجه 1 را

رسم می‌کنیم، در شکل زیر عدد احاطه‌گری برابر 3 است:



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۷۶- گزینه «۴»

(مهمر صفت‌کار)

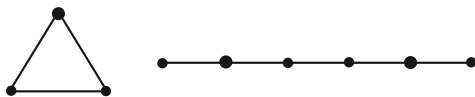
با شرایط این گراف دو حالت امکان‌پذیر است:

الف) $\gamma(C_n) = 1$ و $\gamma(P_m) = 2$

در این حالت بیشترین تعداد رأس‌ها را هنگامی داریم که $n = 3$ و

$m = 6$ باشد. بنابراین: $p = m + n = 6 + 3 = 9$

شکل این گراف به صورت زیر است:

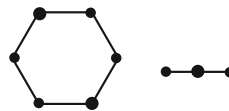


ب) $\gamma(C_n) = 2$ و $\gamma(P_m) = 1$

در این حالت بیشترین تعداد رأس‌ها را هنگامی داریم که $n = 6$ و $m = 3$

باشد. بنابراین: $p = m + n = 3 + 6 = 9$

شکل این گراف به صورت زیر است:



بنابراین این گراف، حداکثر ۹ رأس و ۸ یال دارد و در نتیجه خواهیم داشت:

$$q(G) + q(\bar{G}) = q(K_9) \Rightarrow 8 + q(\bar{G}) = \binom{9}{2} = 36$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = 36 - 8 = 28$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۱)

گزینه «۳» -۷۷

(مصدر صحت کار)

با توجه به این که $\left\lfloor \frac{p}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G) \leq p - \Delta$ خواهیم داشت:

$$\left\lfloor \frac{p}{4} \right\rfloor \leq \Delta \leq p - 3 \Rightarrow 8 \leq p \leq 20$$

بنابراین تعداد اعداد مختلف برای تعداد رأس‌ها برابر است با:

$$20 - 8 + 1 = 13$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۱)

گزینه «۲» -۷۸

(کیوان دارابی)

از مجموعه $\{a, c, f, h\}$ می‌توان عضو h را حذف کرد، اما مجموعه کماکان احاطه‌گر باقی بماند. پس این مجموعه احاطه‌گر است، اما مینیمال نیست. مجموعه‌های $\{a, g, d\}$ و $\{a, b, c, d, j\}$ احاطه‌گر مینیمال هستند و مجموعه $\{f, e, i, b\}$ نیز احاطه‌گر نیست.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۱)

گزینه «۴» -۷۹

(کیوان دارابی)

چون $\gamma(G) = p - 1$ ، بنابراین گراف G مثلاً در مرتبه ۶ به شکل زیر است:



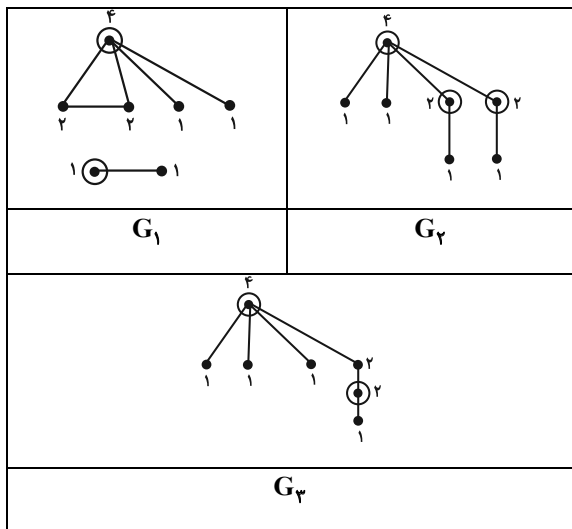
پس این گراف از $p - 2$ رأس تنها و دو رأس مجاور هم تشکیل شده است. در گراف \bar{G} هر کدام از این رأس‌های تنها به رأس فول (رأس درجه $p - 1$) تبدیل می‌شوند و هر کدام به تنهایی یک $p - 1$ مجموعه تشکیل می‌دهند. پس گراف \bar{G} دارای $p - 2$ مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۸۰- گزینه «۲»

(یوار ترکمن)

برای این گراف، ۳ شکل متمایز زیر وجود دارد:



واضح است که در گراف G_3 ، بیشترین عدد احاطه‌گری به دست می‌آید که برابر ۳ است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

ریاضیات گسسته-پیشروی سریع

۸۱- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

اگر دو قفسه را با میله‌ای از هم جدا کنیم برای این میله ۶ حالت وجود دارد و برای کتاب‌ها نیز ۷! حالت. بنابراین تعداد کل حالات برابر است با: $7! \times 6$



(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۸۲- گزینه «۱»

(مصدر صحت کار)

برای انتخاب اعضای این گروه سه نفره دو حالت امکان‌پذیر است.

الف) هیچ دانش‌آموزی از منطقه شرق انتخاب نشود. در این شرایط تعداد

حالت‌های مطلوب برابر است با: $\binom{5}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{1} = 5 \times 5 \times 5 = 125$

$$5 \times 4 \times 1 \times 4 = 80$$

A B C D

ب) رأس‌های A و C هم‌رنگ نباشند. در این وضعیت تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$$

A B C D

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$80 + 180 = 260$$

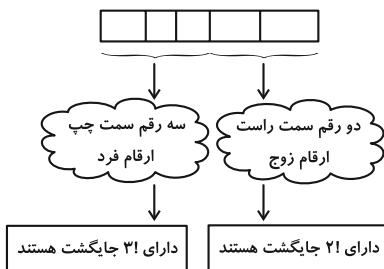
۸۵- گزینه «۱» (فرزاد یواری)

ابتدا دو رقم مورد نیاز برای یکان و دهگان را از بین ارقام ۲، ۴ و ۶ انتخاب

می‌کنیم «به» $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ طریق، سپس از بین چهار رقم فرد $\{1, 3, 5, 7\}$ ،

سه رقم بعدی را انتخاب می‌کنیم «به» $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ طریق؛ سپس این حالت‌ها را در

جایگشت‌های ارقام زوج و فرد انتخاب شده ضرب می‌کنیم.



$$144 = 2! \times 3! \times \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \times 6 \times 4 \times 3 = 144$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۸۶- گزینه «۲» (مهرداد ملونزی)

چون سه حرف b داریم، برای برآورده شدن شرط سؤال، باید دو حرف b در یک سطر و یک حرف دیگر در سطر دیگر باشد:

$$\begin{cases} a, a, b, b \Rightarrow \frac{4!}{2!2!} = 6 \\ a, a, a, b \Rightarrow \frac{4!}{3!} = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} 6 \times 4 = 24$$

ب) یک دانش‌آموز از منطقه شرق حتماً در این گروه سه نفره باشد. در این شرایط تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 6 \times 3 \times 5 \times 5 = 450$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$125 + 450 = 575$$

۸۳- گزینه «۴» (فرزاد یواری)

ابتدا تعداد اعداد چهاررقمی زوج را می‌شماریم.

$$\{9999, \dots, 1001, 1000\} = \text{اعداد چهاررقمی طبیعی}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} = 9999 - 1000 + 1 = 9000$$

نصف اعداد چهاررقمی بالا زوج و نصف دیگر فرد است. پس:

$$4500 = \text{تعداد اعداد چهاررقمی زوج}$$

برای شمارش تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم‌شان مضرب ۳ است از روش متمم استفاده می‌کنیم.

$$\text{تعداد کل سه رقمی‌ها} = \boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} = 900$$

$$\text{تعداد اعداد سه رقمی فاقد ۰، ۳، ۶ و ۹} = \boxed{6} \boxed{6} \boxed{6} = 216$$

(که با ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۷ و ۸ ساخته می‌شوند.)

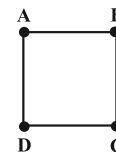
$$\Rightarrow 900 - 216 = 684$$

$$3816 = 4500 - 684 = \text{تعداد اعداد مورد نظر}$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

۸۴- گزینه «۲» (مهمد صمدکار)

اگر رأس‌های این مربع را مطابق شکل زیر نام‌گذاری کنیم آن‌گاه دو حالت امکان‌پذیر است:



الف) رأس‌های A و C هم‌رنگ باشند. در این وضعیت تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:



همچنین برای این که کدام سطر، دو حرف b داشته باشد، ۲ حالت وجود دارد، پس جواب کلی برابر است با:

$$24 \times 2 = 48$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۸۷ - گزینه «۲»

برای آن که عددی مضرب ۵ باشد باید رقم یکانش صفر یا ۵ باشد. در این مسئله باید هر کدام از این دو حالت را جداگانه حساب کنیم. اما با توجه به ارقام داده شده بهتر است که از روش متمم استفاده کنیم. در میان کل اعداد تنها اعدادی نامطلوب هستند که رقم یکان آن‌ها ۲ باشد. بنابراین:

$$30 = \frac{3 \times 5!}{2! \times 3!} = \text{تعداد کل اعداد}$$

برای یافتن اعداد نامطلوب دقت کنید که در این اعداد رقم یکان ۲ و اولین رقم سمت چپ حتماً ۵ است. بنابراین:

$$4 = \frac{4!}{3!} = \text{تعداد اعداد شش رقمی با رقم یکان ۲}$$

بنابراین تعداد کل اعداد مطلوب برابر است با:

$$26 = 30 - 4$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۸۸ - گزینه «۱»

برای یافتن تعداد کدهای مطلوب باید ابتدا ارقام را طوری بچینیم که بین هر دو رقم فقط یک جای خالی باشد. در این شرایط مطابق شکل ۵ جای خالی خواهیم داشت:

$$- 1 - 1 - 2 - 2 -$$

حالا برای حروف دو حالت امکان پذیر است.

الف) دو حرف a کنار هم باشند؛ در این شرایط تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$120 = 10 \times 2 \times 6 = \frac{4!}{2! \times 2!} \times 2! \times \binom{5}{2}$$

ب) یک حرف a و یک حرف b کنار هم باشند؛ در این شرایط تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$240 = 10 \times 2 \times 2 \times 6 = \frac{4!}{2! \times 2!} \times 2! \times \binom{5}{2}$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$360 = 120 + 240$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۸۹ - گزینه «۴»

(مفرد صحت‌گر)

نکته: تعداد جایگشت‌های n شی متمایز در یک ردیف هر گاه بخواهیم که r تا از آن‌ها از چپ به راست یا برعکس دارای ترتیب خاصی باشند برابر

$$\frac{n!}{r!}$$

است با:

با توجه به این که سه رقم زوج و چهار رقم فرد داریم و با در نظر گرفتن این نکته که اولین رقم سمت چپ نمی‌تواند رقم صفر باشد، تعداد اعداد مطلوب

$$480 = 4 \times 6 \times 5 \times 4 = \binom{4}{1} \times \frac{6!}{3!}$$

برابر می‌شود با:

توجه کنید که ابتدا از ۴ رقم فرد یکی را برای اولین رقم سمت چپ انتخاب کرده و سپس ۶ رقم باقی‌مانده را طوری می‌چینیم که ارقام زوج از چپ به راست به ترتیب صعودی باشند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۹۰ - گزینه «۳»

(مصطفی دیداری)

دو حالت در نظر می‌گیریم:

۱) رئیس و معاون هر دو در جلسه حضور داشته باشند؛ به $\binom{6}{3}$ روش،

می‌توانیم ۳ کارمند انتخاب کنیم که در $\binom{4}{1}$ روش، دو کارمند خاص با هم

حضور دارند. پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$16 = 20 - 4 = \binom{6}{2} \left[\binom{4}{3} - \binom{4}{1} \right]$$

۲) فقط یکی از افراد رئیس یا معاون حضور داشته باشند؛ به $\binom{2}{1}$ روش،

یکی از دو نفر رئیس یا معاون را انتخاب می‌کنیم، که به $\binom{6}{4}$ روش ۴

کارمند برمی‌داریم اما در $\binom{4}{2}$ روش، دو کارمند خاص حضور با هم دارند،

پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$18 = 2(15 - 6) = \binom{2}{1} \left[\binom{6}{4} - \binom{4}{2} \right]$$

پس در کل $34 = 16 + 18$ روش وجود دارد.

(ریاضی ۱ - شمارش برون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۳»

(مسام ناری)

موارد (پ) و (ث) درست‌اند.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) موج صوتی برخلاف موج رادیویی یک موج مکانیکی است و برای انتشار نیاز به محیط مادی دارد.

(ب) موج صوتی یک موج طولی است که راستای نوسان ذرات با جهت انتشار موج موازی است.

(ت) در موج طولی ایجاد شده در یک فنر، در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جز فنر از وضعیت تعادل بیشینه است.

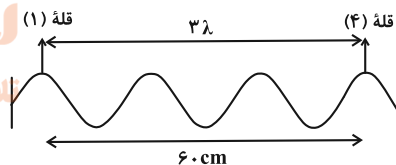
(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱، ۷۴، ۷۷ و ۷۹)

۹۲- گزینه «۱»

(پوریا علاقه‌مند)

می‌دانیم که فرکانس (بسامد) با دوره تناوب رابطه عکس دارند. یعنی:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{\frac{4}{10}} = \frac{10}{4} \text{ s}$$



از طرفی: $3\lambda = 6.0 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 2.0 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{10} \text{ m}$

می‌دانیم سرعت انتشار موج برابر است با: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{10}{4}} = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

از طرفی: $t = \frac{x}{v} \xrightarrow{x=2\text{m}} t = \frac{2}{0.8} = 2.5 \text{ s}$

فاصله (مسافت) ۲ متری را در ۲.۵ ثانیه طی می‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۹۳- گزینه «۳»

(آراس ممدری)

در قدم اول تندی انتشار موج در طناب را به دست می‌آوریم: (جرم طناب را m' در نظر می‌گیریم)

$$v = \sqrt{\frac{F\ell}{m'}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{8 \times 2}{0.04}} \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال دوره طبیعی دستگاه وزنه- فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{50}} \Rightarrow T = 0.8\pi \text{ s}$$

و در نهایت طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = Tv \Rightarrow \lambda = 0.8\pi \times 20 \Rightarrow \lambda = 16\pi \text{ m}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴ و ۶۵)

۹۴- گزینه «۳»

(مهمربواز سوربی)

با توجه به نقش موج درمی‌یابیم $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 125 \text{ cm}$ است؛ بنابراین طول موج برابر با $\lambda = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$ است. از طرفی با داشتن تندی انتشار موج، طبق رابطه $\lambda = vT$ داریم:

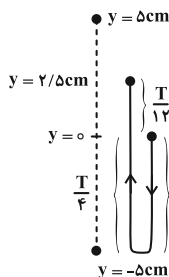
$$\lambda = vT \xrightarrow{\lambda=1\text{m}} 1 = 100 \times T \Rightarrow T = 0.01 \text{ s}$$

حالا مکانی که در آن شتاب نوسانگر برابر با $\vec{a} = -10^4 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{j}$ است را پیدا می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 y \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.01} = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} a = -10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$-10^4 = -(200\pi)^2 \times y \Rightarrow y = \frac{1}{5} \times 10^{-2} \text{ m} = \frac{2}{5} \text{ cm}$$

از طرفی با توجه به جهت انتشار موج (سمت راست) درمی‌یابیم، ذره M شبیه به ذره شتاب‌دار حرکت می‌کند، یعنی رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. بنابراین داریم:



$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4} \xrightarrow{T=0.01\text{s}} \Delta t = \frac{3}{4} \times 0.01 = 0.0075 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} \times 0.01 \text{ s} \xrightarrow{1\text{s}=1000\text{ms}} \Delta t = \frac{35}{4} \text{ ms}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۷۱)

۹۵- گزینه «۲»

(دانیال راستی)

با ضربه زدن چکش به میله، صوت هم از طریق هوا و هم از طریق میله منتقل می‌شود ولی با توجه به اختلاف سرعت صوت در محیط‌های مختلف، زمان انتشار صوت در این دو محیط متفاوت است. ابتدا طول میله را به دست می‌آوریم:



$$\beta_r - \beta_l = 20 \log\left(\frac{\Delta v}{10v}\right) = 20 \log \frac{1}{10} = -20 \log 10$$

$$\log 10 = 1 \rightarrow \beta_r - \beta_l = -20 \times 1 = -20 \text{ dB}$$

بنابراین تراز شدت صوت ۲۰ dB کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

گزینه «۲» - ۹۸

(ذاتیال راستی)

با توجه به تندی انتشار صوت و اختلاف زمانی رسیدن صوت به دو شنونده، فاصله آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta t = |t_1 - t_2| = \left| \frac{R_1}{v_{\text{صوت}}} - \frac{R_2}{v_{\text{صوت}}} \right|$$

$$\Rightarrow |R_1 - R_2| = v_{\text{صوت}} \times \Delta t = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1}{30} \text{ s} = 10 \text{ m}$$

با $\frac{5}{8}$ برابر شدن توان چشمه، شدت صوتی که هر شنونده دریافت می‌کند

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{P'}{P} = \frac{5}{8}$$

با $\frac{5}{8}$ برابر می‌شود:

$$\beta'_1 - \beta_1 = 10 \log \frac{I'_1}{I_1} = 10 \log \frac{5}{8} = 10 \log \frac{5}{8}$$

$$= 10 (\log 5 - \log 8) = 10 (0.7 - 0.9) = -2$$

$$\beta'_2 - \beta_2 = -2$$

به طریق مشابه:

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\beta'_1}{\beta'_2} = \frac{27}{20} = \frac{\beta_1 - 2}{\beta_2 - 2} \rightarrow \beta_2 = \frac{3}{4} \beta_1$$

$$\frac{27}{20} = \frac{4\beta_1 - 8}{3\beta_1 - 8} \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 = 56 \text{ dB} \\ \beta_2 = 42 \text{ dB} \end{cases}$$

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi R^2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 56 - 42$$

$$14 = 10 \log \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 10^1 = 10, \quad |R_1 - R_2| = 30 \text{ m}$$

$$\Rightarrow R_1 = 7/5 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

گزینه «۱» - ۹۹

(کامران ابراهیمی)

(الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) بلندی متفاوت با شدت است. شدت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت در حالی که بلندی چیزی است که شما حس می‌کنید.

$$\Delta t_1 = \frac{d}{v_{\text{هوای}}}} - \frac{d}{v_{\text{آهن}}} = \frac{d}{300 \frac{\text{m}}{\text{s}}} - \frac{d}{6000 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \Delta t_1 = 47/5 \text{ ms}$$

$$47/5 \times 10^{-3} = d \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{6000} \right) \Rightarrow d = 15 \text{ m}$$

اختلاف دو صدای شنیده شده در حالت دوم برابر است با:

$$\Delta t_2 = \frac{d}{v_{\text{هوای}}} - \frac{d}{v_{\text{مس}}} = \frac{d}{300 \frac{\text{m}}{\text{s}}} - \frac{d}{5000 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow d = 15 \text{ m}$$

$$\Delta t_2 = 15 \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{5000} \right) = 47 \times 10^{-3} \text{ s} = 47 \text{ ms}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

گزینه «۱» - ۹۶

(ممد نواوندی مقدم)

یکای آهنگ تغییرات حجم در SI، $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ است. اگر $\mu \cdot \epsilon_0$ توان $\frac{1}{2}$

بگیرند واحد آن‌ها $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ و یکای f ، $\frac{1}{\text{s}}$ است. با این دیدگاه داریم:

$$\left(\frac{\mu \cdot \epsilon_0}{\text{s}}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot f^{-2} \Rightarrow \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^{\frac{3}{2}} \times \left(\frac{1}{\text{s}}\right)^{-2} \Rightarrow \frac{\text{m}^{\frac{3}{2}}}{\text{s}^{\frac{3}{2}}} \times \text{s}^2 = \frac{\text{m}^{\frac{3}{2}}}{\text{s}^{\frac{1}{2}}}$$

در نتیجه $\alpha = \gamma = -\frac{3}{2}$ و $\beta = -2$ می‌شود و داریم:

$$(\alpha - \beta) \cdot \gamma \Rightarrow \left(-\frac{3}{2} - (-2)\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

گزینه «۱» - ۹۷

(ممد یواز سورپی)

ابتدا فاصله شنونده از چشمه صوت در ابتدا و انتهای بازه زمانی ۵ ثانیه دوم ابتدا فاصله $t_1 = 5 \text{ s}$ تا $t_2 = 10 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$r = v \Delta t \rightarrow \begin{cases} r_1 = v \times 5 = 5v \\ r_2 = v \times 10 = 10v \end{cases}$$

سپس اختلاف تراز شدت صوت را در دو حالت حساب می‌کنیم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

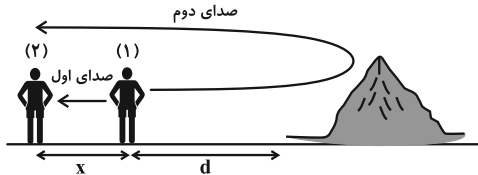
$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = 20 \log \frac{r_1}{r_2} = 20 \log \frac{5v}{10v} = -20 \text{ dB}$$



۱۰۲ - گزینه «۴»

(زهره آقاممدری)

اگر دانش آموز (۱) فریاد بزند، دانش آموز (۲) دو صدا می‌شنود. یکی صدایی که مستقیم از دانش آموز (۱) به (۲) می‌رسد و دومین صدا، صدایی است که از پژواک صدای دانش آموز (۱) می‌شنود. اگر زمان شنیدن صدای اول t_1 و زمان شنیدن صدای دوم t_2 باشد داریم:



$$t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{2d + x}{v_{\text{صوت}}} - \frac{x}{v_{\text{صوت}}} = \frac{2d}{v_{\text{صوت}}}$$

$$\frac{t_2 - t_1 = 1s}{v_{\text{صوت}} = 340 \frac{m}{s}} \Rightarrow 1 = \frac{2d}{340} \Rightarrow d = 170m$$

دیدیم که اختلاف زمانی دو صدا به فاصله دو دانش آموز از هم (x) بستگی ندارد. اگر دانش آموز (۱)، ۶۸ متر به صخره نزدیک شود، داریم:

$$d' = d - 68 = 170 - 68 = 102m$$

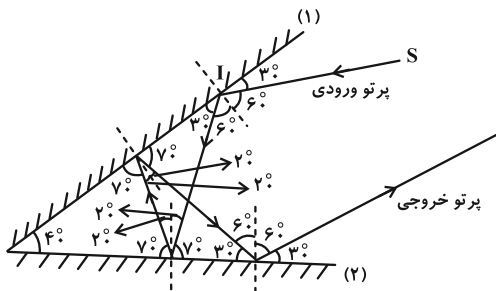
$$\Rightarrow t_2' - t_1' = \frac{2d'}{v_{\text{صوت}}} = \frac{2 \times 102}{340} = 0.6s$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

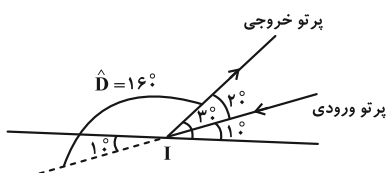
۱۰۳ - گزینه «۳»

(میتین کلوئیان)

طبق قانون بازتاب عمومی، همواره زاویه تابش و بازتاب با هم برابر است. پس مطابق با شکل زیر داریم:



و در نهایت، زاویه امتداد پرتو بازتاب نهایی (پرتو خروجی) با امتداد پرتو SI (پرتو ورودی) را به صورت زیر به دست می‌آوریم:



(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

(ب) بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره 2000 Hz تا 5000 Hz است.

(ث) هنگامی که چشمه صوت ساکن باشد طول موج در جلو و عقب چشمه (در دو طرف چشمه) ثابت است و با نزدیک شدن ناظر به چشمه صوت در مقایسه با ناظر ساکن در مدت زمان یکسان با جبهه‌های موج بیشتری مواجه می‌شود که این منجر به افزایش بسامد صوتی می‌شود که ناظر می‌شنود.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۱۰۰ - گزینه «۲»

(آراس ممدری)

قبل از حل سؤال ۲ نکته دقت کنید:

(۱) هنگامی که چشمه صوت در حال حرکت است، طول موج دریافتی جلوی چشمه صوت کمتر از λ_S و طول موج دریافتی در پشت چشمه صوت بیشتر از λ_S است و جهت حرکت شنونده تأثیری در طول موج دریافتی توسط او ندارد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\lambda_A < \lambda_S, \lambda_B < \lambda_S, \lambda_C > \lambda_S, \lambda_D > \lambda_S$$

(۲) به طور کلی اگر شنونده و چشمه صوت به یکدیگر نزدیک شوند، بسامد موج دریافتی توسط شنونده بیشتر از f_S است و اگر شنونده و چشمه صوت از یکدیگر دور شوند، بسامد دریافتی توسط شنونده کمتر از f_S است. حال با توجه به اندازه و جهت سرعت متحرک‌ها داریم:

$$\Rightarrow f_A = f_S \Rightarrow \text{فاصله شنونده A و چشمه صوت ثابت است}$$

$$\Rightarrow f_B > f_S \Rightarrow \text{شنونده B و چشمه صوت به یکدیگر نزدیک می‌شوند}$$

$$\Rightarrow f_C < f_S \Rightarrow \text{چشمه صوت از شنونده‌های C و D دور می‌شوند}$$

$$\Rightarrow f_C < f_D, f_D < f_S$$

پس فقط مورد (ب) صحیح است.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

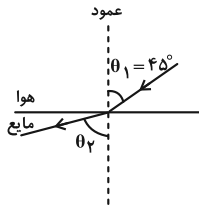
فیزیک ۳ - پیشروی سریع

۱۰۱ - گزینه «۲»

(مسام ناری)

موارد (ب) و (ت) نادرست‌اند و بقیه موارد طبق متن کتاب درسی درست هستند. علت نادرستی مورد (ب): اگر تأخیر زمانی بین دو صوت اولیه و بازتابیده کمتر از $1/10$ ثانیه باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمیز دهد. پس با عدد $1/20$ ثانیه امکان‌پذیر است. علت نادرستی مورد (ت): تندی امواج روی سطح آب به عمق آن بستگی دارد و در قسمت‌های عمیق بیشتر است.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۵ و ۹۸)



چون صوت از هوا وارد مایع شده، پس پرتو از خط عمود دور می‌شود و زاویه شکست از زاویه تابش بیشتر است.

$$\theta_2 = \theta_1 + 15^\circ \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{طبق قانون شکست عمومی داریم:}$$

از طرفی چون بسامد موج هنگام ورود از هوا به مایع تغییر نمی‌کند و با توجه

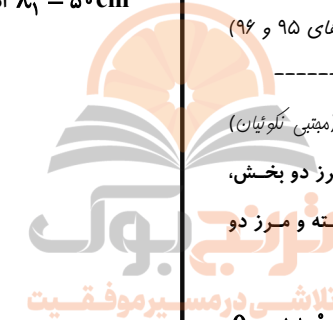
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad \text{به رابطه } \lambda = \frac{v}{f} \text{ نتیجه می‌گیریم:}$$

فاصله بین دو جبهه موج متوالی در هوا 50 cm داده شده، پس $\lambda_1 = 50 \text{ cm}$ است.

$$\frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\lambda_2}{50} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\lambda_2}{50}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \frac{50\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{6} \text{ cm}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)



۱۰۴ - گزینه ۴»

(غلامرضا مصبی)

بررسی گزینه‌ها:

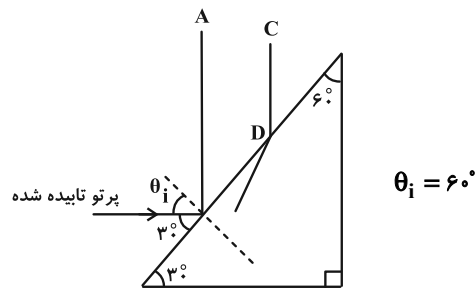
(۱) نادرست؛ ادامه موج CD در محیط (۲) با جبهه موج AB موازی نیست.

(۲) نادرست؛ تندی در محیط (۲) کوچک‌تر است.

$$\lambda_2 < \lambda_1 \xrightarrow{f = \text{ثابت}} v_2 < v_1$$

(۳) نادرست؛ بسامد ثابت می‌ماند.

(۴) درست



(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۰۵ - گزینه ۲»

(مجتبی گلوتیان)

همان‌طور که می‌دانیم زاویه تند بین جبهه‌های موج فرودی، و مرز دو بخش، برابر با زاویه تابش (θ_1) و زاویه تند بین جبهه‌های موج شکسته و مرز دو بخش، برابر با زاویه شکست (θ_2) است، پس:

$$\theta_1 = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ, \quad \theta_2 = 180^\circ - \theta \quad \text{(I)}$$

با توجه به این که فاصله بین جبهه‌های موج در محیط (۲)، بیشتر از فاصله بین جبهه‌های موج در محیط (۱) است، می‌توان گفت که طول موج و در نتیجه تندی انتشار موج در محیط (۲)، بیشتر از طول موج و تندی انتشار موج در

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{f}{3} \quad \text{محیط (۱) است، بنابراین:} \quad \text{(II)}$$

از طرفی طبق قانون شکست اسنل داریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

$$\frac{\text{(I), (II)}}{3} \Rightarrow \frac{f}{3} = \frac{\sin(180^\circ - \theta)}{0.6} \Rightarrow \sin(180^\circ - \theta) = 0.8$$

$$\Rightarrow 180^\circ - \theta = 53^\circ \Rightarrow \theta = 127^\circ$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

۱۰۶ - گزینه ۴»

(علیرضا بیاری)

زاویه بین جبهه‌های موج و سطح جدایی دو محیط، همان زاویه پرتو با خط عمود است. بنابراین زاویه تابش 45° است.

۱۰۷ - گزینه ۳»

(کامران ابراهیمی)

$$\text{طبق رابطه } v = \frac{d}{t} \text{ داریم:}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{d}{t}}{\frac{d}{t}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow v_2 = \frac{3}{4} v_1$$

نتیجه می‌گیریم سرعت نور در محیط (۲)، ۲۵٪ از سرعت نور در محیط (۱) کمتر است. از طرفی طبق رابطه اسنل داریم:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin 53^\circ} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = 0.6 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$D = \theta_1 - \theta_2 = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

بنابراین ابتدا در مثلث بالایی داریم:

$$x = ۰/۶ \text{ m} = ۲/۱ - ۱/۵ = ۰/۶ \text{ m}$$

$$\tan ۵۳^\circ = \frac{d_1}{۰/۶} \Rightarrow d_1 = ۰/۶ \times \frac{۰/۸}{۰/۶} = ۰/۸ \text{ m}$$

حال با استفاده از قانون شکست اسنل، زاویه شکست را محاسبه کرده و به

کمک روابط مثلثاتی طول $d_۲$ را نیز می‌یابیم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_۲ \sin \theta_۲ \rightarrow ۱ \times \sin ۵۳^\circ = \frac{۴}{۳} \sin \theta_۲$$

$$\Rightarrow \sin \theta_۲ = \frac{۳}{۴} \times ۰/۸ = ۰/۶ \Rightarrow \theta_۲ = ۳۷^\circ$$

$$\tan \theta_۲ = \frac{d_۲}{\text{عمق استخر}} \Rightarrow d_۲ = ۱/۵ \times \frac{۰/۶}{۰/۸} = \frac{۹}{۸} \text{ m}$$

بنابراین طول سایه برابر است با:

$$\text{طول سایه} : d_1 + d_۲ = ۰/۸ + \frac{۹}{۸} = ۱/۹۲۵ \text{ m}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

(مهمر نوآوری مقدم)

۱۱۰- گزینه «۴»

برای آن که پراش بارزتری را شاهد باشیم، باید شکاف a کوچک‌تر و طول

موج بزرگ‌تر باشد.

بررسی موارد:

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{\lambda}{a} \uparrow$$

الف) درست

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{v}{f a \downarrow} \Rightarrow a f \downarrow$$

ب) درست

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{v T \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{T}{a} \uparrow$$

پ) درست

ت) درست

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{v T \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{T}{a} \uparrow \quad \text{یا} \quad \frac{T \cdot T \uparrow}{a \downarrow} \Rightarrow \frac{T}{a} \uparrow \Rightarrow \frac{a f}{T} \downarrow$$

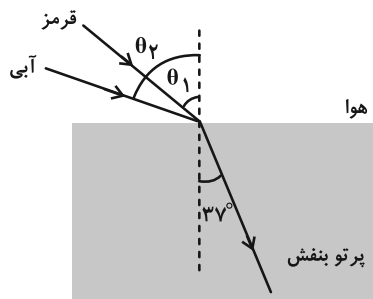
(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۰۸- گزینه «۲»

(مهمر پیوار سورپی)

ابتدا با توجه به این که ضریب شکست محیط شفاف برای نور آبی از قرمز

بیشتر است، پرتوهای قرمز و آبی را مشخص می‌کنیم:



سپس طبق قانون شکست اسنل θ_1 و $\theta_۲$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{n_{\text{قرمز}}}{n_{\text{هوا}}} = \frac{\sin \theta_1}{\sin ۳۷^\circ} \Rightarrow \frac{۷}{۶} = \frac{\sin \theta_1}{۰/۶}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_1 = ۰/۷ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta_1 = ۴۵^\circ$$

$$\frac{n_{\text{آبی}}}{n_{\text{هوا}}} = \frac{\sin \theta_۲}{\sin ۳۷^\circ} \Rightarrow \frac{۴}{۳} = \frac{\sin \theta_۲}{۰/۶}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_۲ = \frac{۴}{۳} \times ۰/۶ = ۰/۸ \Rightarrow \theta_۲ = ۵۳^\circ$$

حال اختلاف زوایای $\theta_۲$ و θ_1 را حساب می‌کنیم:

$$\theta_۲ - \theta_1 = ۵۳ - ۴۵ = ۸^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۸ و ۱۰۰)

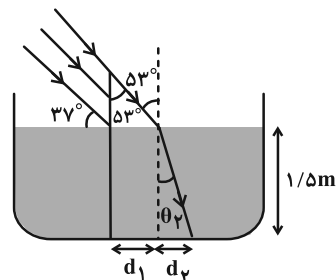
۱۰۹- گزینه «۳»

(سیره ملیحه میرصالحی)

پرتور نور مطابق شکل با زاویه تابش $۵۳^\circ - ۳۷^\circ = ۱۶^\circ$ وارد آب شده و

شکسته می‌شود. بنابراین ناحیه سایه‌ای ایجاد می‌شود که برای محاسبه طول

آن باید مجموع d_1 و $d_۲$ را محاسبه کنیم.





فیزیک ۲

گزینه «۲» - ۱۱۱

(کامران ابراهیمی)

طبق روابط $V = RI$ و $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$V = \frac{R\mathcal{E}}{R+r} \leftarrow \text{اختلاف پتانسیل دو سر باتری}$$

$$V_2 = \frac{6}{5} V_1 \Rightarrow \frac{R_2 \mathcal{E}}{R_2 + r} = \frac{6}{5} \frac{R_1 \mathcal{E}}{R_1 + r}$$

$$\Rightarrow \frac{2R}{2R+r} = \frac{6}{5} \frac{R}{R+r} \Rightarrow \frac{1}{2R+r} = \frac{3}{5(R+r)}$$

$$\Rightarrow 6R + 3r = 5R + 5r \Rightarrow R = 2r \Rightarrow \frac{R}{r} = 2$$

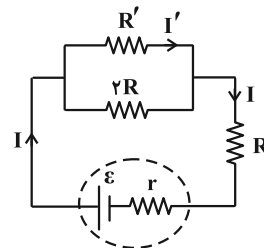
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۵)

گزینه «۲» - ۱۱۲

(علیرضا بیاری)

جریان اصلی مدار را I و جریانی را که از مقاومت R' می‌گذرد، I'

می‌نامیم. رابطه این جریان‌ها به صورت زیر است:



$$I' = \frac{2R}{R' + 2R} \times I$$

از طرفی با توجه به متن سؤال داریم:

$$P_R = 2P_{R'} \Rightarrow RI^2 = 2R'I'^2 \Rightarrow RI^2 = 2R' \left(\frac{2R}{R' + 2R} \times I \right)^2$$

$$\Rightarrow RI^2 = 2R' \times \frac{4R^2 I^2}{(R' + 2R)^2} \Rightarrow 1 = \frac{8RR'}{R'^2 + 4R^2 + 4RR'}$$

$$\Rightarrow R'^2 + 4R^2 + 4RR' = 8RR' \Rightarrow R'^2 + 4R^2 - 4RR' = 0$$

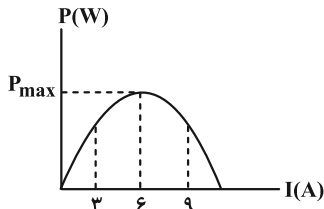
$$\Rightarrow (R' - 2R)^2 = 0 \Rightarrow R' = 2R \Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه «۲» - ۱۱۳

(معصومه شریعت‌ناصری)

با توجه به نمودار توان برحسب جریان و تقارن سهمی می‌توان دریافت که جریان مربوط به رأس سهمی برابر است با:

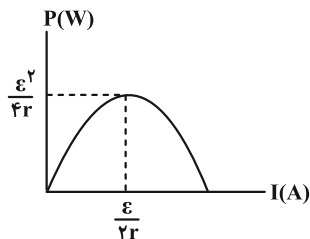


$$\frac{3+9}{2} = 6$$

بنابراین توان خروجی ماکزیمم مربوط به جریان $I = 6A$ است. یعنی این

جریان برابر با $\frac{\mathcal{E}}{2r}$ بوده و توان خروجی بیشینه برابر با $\frac{\mathcal{E}^2}{4r}$ خواهد بود. (به

نمودار زیر دقت کنید).



$$\frac{\mathcal{E}}{2r} = 6 \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2 \times 2} = 6 \Rightarrow \mathcal{E} = 24V$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = \frac{24 \times 24}{4 \times 2} = 72W$$

در ادامه باید مقدار P' را به دست آوریم. در رابطه $P = \mathcal{E}I - rI^2$ که

مربوط به توان خروجی مولد است، مقدار $I = 3A$ را جای‌گذاری می‌کنیم و

$$\text{مقدار } P' \text{ را به دست می‌آوریم:}$$

$$P' = 24 \times 3 - 2 \times 9 = 54W \Rightarrow \frac{P_{\max}}{P'} = \frac{72}{54} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه ۶۹)

گزینه «۴» - ۱۱۴

(محمدریوا سوربی)

ابتدا با توجه به این که مقاومت معادل مجموعه 18Ω است، نحوه اتصال

مقاومت‌ها و شکل مدار را به دست می‌آوریم. برای این که مقاومت معادل

18Ω بشود، باید R_1 و R_3 با هم موازی باشند و مجموعه $R_{1,3}$ با

R_2 متوالی باشد.

$$\Rightarrow n \frac{\varepsilon}{R} = nI' \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\text{بعد از سوختن یکی از لامپ‌ها} \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R} = (n-1) \frac{\varepsilon}{R}$$

$$I'' = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow I' = I''$$

پس در هر دو حالت مدار ۱ جریان عبوری از شاخه‌ها یکسان است و روشنایی لامپ‌ها تغییری نمی‌کند.

حال مدار ۲ را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{کل}} &= \frac{\varepsilon}{\frac{R}{n} + r} \\ I' &= \frac{I}{n} = \frac{\varepsilon}{R + nr} \\ I_{\text{کل}} &= \frac{\varepsilon}{\frac{R}{(n-1)} + r} \\ I'' &= \frac{I}{n-1} = \frac{\varepsilon}{R + (n-1)r} \end{aligned} \right\}$$

لامپ‌ها پرنورتر می‌شوند $\Rightarrow I' > I''$
مخرج کسر کوچکتر

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

(امیرامیر میرسعید)

گزینه «۴» - ۱۱۶

با توجه به مقدار ε_1 و ε_2 ، جهت جریان در مدار ساعتگرد است و برای باتری ε_1 می‌توان نوشت:

$$V_1 = \varepsilon_1 + Ir_1 \Rightarrow 20 = 12 + I \times 2 \Rightarrow 2I = 8 \Rightarrow I = 4A$$

باتری ε_2 ، باتری تولید کننده است و می‌توان نوشت:

$$V_2 = \varepsilon_2 - Ir_2 = 35 - 4 \times 2 = 23V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

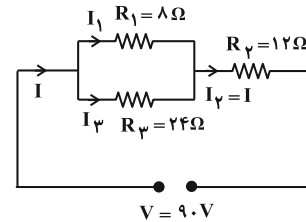
(میتنی کوثیان)

گزینه «۱» - ۱۱۷

اگر هر دو کلید k_1 و k_2 باز باشند یا هر دو کلید k_1 و k_2 بسته باشند، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۴ اهمی برابر با نیروی محرکه مولد (ε) خواهد بود، پس در هر دو حالت طبق قانون اهم ($I = \frac{V}{R}$) جریان گذرنده

$$\frac{I_2}{I_1} = 1 \quad \text{از مقاومت ۴ اهمی برابر با } \frac{\varepsilon}{4} \text{ است، بنابراین:}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)



سپس جریان گذرنده از هر مقاومت را به دست آوریم:

$$I_2 = I = \frac{V}{R_{eq}} \Rightarrow I_2 = \frac{90}{18} = 5A$$

$$\text{موازی } R_2 \text{ و } R_3 : V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_3 I_3$$

$$\Rightarrow 8 \times I_1 = 24 \times I_3 \Rightarrow I_1 = 3I_3$$

$$I_1 + I_3 = I \Rightarrow 3I_3 + I_3 = 5 \Rightarrow 4I_3 = 5 \Rightarrow I_3 = \frac{5}{4}A$$

$$\Rightarrow I_1 = 3I_3 = \frac{15}{4}A$$

در نهایت توان مصرفی R_2 و R_1 را به دست آورده و اختلاف آن‌ها را

حساب می‌کنیم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 8 \times \left(\frac{15}{4}\right)^2 = 112.5W \\ P_2 = 12 \times (5)^2 = 300W \end{cases}$$

$$P_2 - P_1 = 300 - 112.5 = 187.5W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

(مسلم ناری)

گزینه «۳» - ۱۱۵

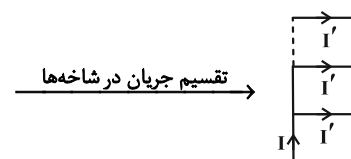
ابتدا مدار را بررسی می‌کنیم. قبل از سوختن یکی از لامپ‌ها، انگار n

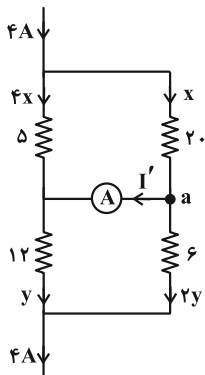
مقاومت موازی مشابه R داریم که معادل آن‌ها می‌شود $\frac{R}{n}$. حال جریان

در هر شاخه را به دست می‌آوریم:

$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{n}} = n \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\Rightarrow I = nI' \quad \text{قانون گره}$$





$$x + 4x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5} \text{ A}$$

$$2y + y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{3} \text{ A}$$

$$\text{در گره } a \Rightarrow x = I' + 2y \Rightarrow I' = \frac{4}{5} - \frac{8}{3} = \frac{12 - 40}{15}$$

$$\Rightarrow I' = -\frac{28}{15} \text{ A}$$

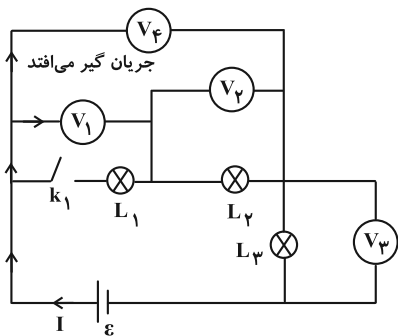
I' منفی در آمد به این معنا که جهت اصلی آن برعکس است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

(مسام ناری)

۱۲۰- گزینه «۳»

با قطع کلید k_1 ، لامپ L_1 از مدار حذف شده و اگر مسیر جریان را دنبال کنیم، می‌بینیم که ولت‌سنج‌هایی در مسیر اصلی جریان قرار می‌گیرند و در نتیجه جریان اصلی مدار صفر می‌شود.



$$\Rightarrow I = 0$$

$$V_2 = R_2 I = 0 \quad \text{به دو سر } L_2 \text{ وصل است؛}$$

$$V_3 = R_3 I = 0 \quad \text{به دو سر } L_3 \text{ وصل است؛}$$

V_1 و V_4 ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهند. پس دو ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهند.

$$V_1 = V_4 = \varepsilon - rI = \varepsilon$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

(ممد نهانری مقرر)

۱۱۸- گزینه «۲»

اتصال R_1 و R_2 با هم موازی است و طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ برای آن که توان

یکسانی داشته باشند باید مقاومت‌های مشابه داشته باشند. پس $R_1 = 12 \Omega$

می‌شود. مقاومت $R_{1,2}$ با R_3 متوالی است با استفاده از رابطه $P = RI^2$

باید توان مقاومت $R_{1,2}$ ، دو برابر توان مقاومت R_3 باشد.

$$R_{1,2} = \frac{12}{2} = 6 \Omega$$

$$P_{1,2} = 2P_3 \Rightarrow 6I^2 = 2R_3 I^2 \Rightarrow R_3 = 3 \Omega$$

و در نهایت مقاومت $R_{1,2,3}$ با مقاومت R_4 به صورت موازی بسته شده و

باید توان آن سه برابر توان مقاومت R_3 باشد.

$$\left. \begin{aligned} R_{1,2,3} &= 6 + 3 = 9 \Omega \\ P_{1,2,3} &= 3P_4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V^2}{9} = 3 \frac{V^2}{R_4} \Rightarrow R_4 = 27 \Omega$$

در نتیجه مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq} = \frac{27 \times 9}{27 + 9} = 6.75 \Omega$

و با استفاده از افت پتانسیل داریم:

$$V' = Ir \Rightarrow 3 = I \times \frac{3}{2} \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

و در نهایت نیروی محرکه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon = I(R_{eq} + r) \Rightarrow \varepsilon = 2(6.75 + 1/5) = 16/5 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۴)

(مسام ناری)

۱۱۹- گزینه «۳»

کافی است در شاخه‌های موازی جریان را به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم

کنیم و از قاعده گره استفاده کنیم:

فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۱»

(آراس مسمدی)

برای راحتی در حل سوال، داده‌ها را به صورت عددگذاری پیاده می‌کنیم:

$$K_A = 4K_B \Rightarrow \begin{cases} K_A = 4J \\ K_B = 1J \end{cases}, m_A = m_B \Rightarrow \begin{cases} m_A = 1kg \\ m_B = 1kg \end{cases}$$

مقدار تندی‌ها را نیز پیدا می‌کنیم:

$$K_A = 4K_B \Rightarrow m_A \times (v_A)^2 = 4m_B \times (v_B)^2$$

$$\frac{m_A = m_B}{\text{جذر می‌گیریم}} \rightarrow v_A = 2v_B \Rightarrow \begin{cases} v_A = 2 \frac{m}{s} \\ v_B = 1 \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال باید تغییرات طوری اعمال گردند که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{m'_B}{m'_A}\right) \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \xrightarrow{\frac{K_B}{K_A} = 1} 1 = \frac{m'_B}{m'_A} \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \quad (*)$$

بررسی موارد:

(الف) $1 \circ \left(\frac{m'_B}{m'_A}\right) \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \xrightarrow{m'_B = 2kg, m'_A = 1kg} \xrightarrow{v'_B = 2\sqrt{2} \frac{m}{s}, v'_A = 2 \frac{m}{s}} 1 \circ \left(\frac{2}{1}\right) \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow 1 \neq 4$

برقرار نیست.

(ب) $1 \circ \left(\frac{m'_B}{m'_A}\right) \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \xrightarrow{m'_B = 0.5kg, m'_A = 2kg} \xrightarrow{v'_B = 1 \frac{m}{s}, v'_A = 2 \frac{m}{s}} 1 \circ \left(\frac{0.5}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow 1 \neq \frac{1}{16}$

برقرار نیست.

(ج) $1 \circ \left(\frac{m'_B}{m'_A}\right) \times \left(\frac{v'_B}{v'_A}\right)^2 \xrightarrow{m'_A = \frac{1}{3}kg, m'_B = \frac{1}{2}kg} \xrightarrow{v'_A = \frac{2}{3} \frac{m}{s}, v'_B = \frac{1}{2} \frac{m}{s}} 1 \circ \left(\frac{2}{1}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow 1 \neq \frac{27}{32}$

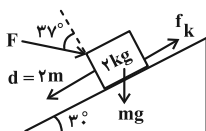
برقرار نیست.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۲۲- گزینه «۲»

(مسام تادری)

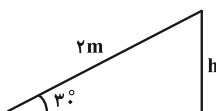
ابتدا کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را در جابه‌جایی ۲ متری به سمت پایین روی سطح شیبدار، حساب می‌کنیم. توجه کنید که نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود:



$$W_F = Fd \cos(90^\circ + 37^\circ) = -Fd \sin 37^\circ = -10 \times 2 \times 0.6 = -12J$$

زاویه بین ابتدای دو بردار \vec{F} و \vec{d}

$$\text{برای محاسبه کار نیروی وزن، لازم است جابه‌جایی عمودی جسم را در نظر بگیریم:}$$

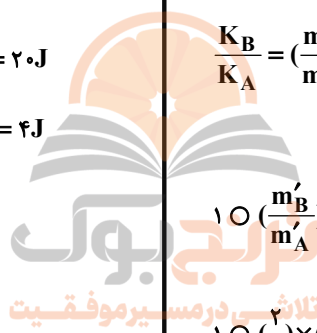


$$W_{mg} = +mgh = mgd \sin 37^\circ = 2 \times 10 \times 2 \times \frac{4}{5} = 20J$$

$$\Rightarrow W_{\text{کل}} = W_F + W_{mg} + W_{f_k} = -12 + 20 - 4 = 4J$$

$$\Rightarrow \frac{W_{mg}}{W_{\text{کل}}} = \frac{20}{4} = 5$$

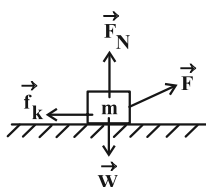
(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)



۱۲۳- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



از آنجا که جابه‌جایی جسم افقی است، نیروهای وزن (\vec{W}) و عمودی سطح (\vec{F}_N) کاری انجام نمی‌دهند. حتی مؤلفه قائم نیروی \vec{F} نیز کاری انجام نمی‌دهد. از قضیه کار-انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم: (جابه‌جایی به طرف راست است.)

$$K_2 - K_1 = W_t \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = W_F + W_{f_k}$$

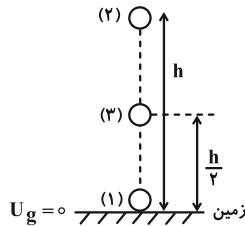
$$\xrightarrow{v_1 = 0} \xrightarrow{m = 8kg} \frac{1}{2} \times 8 \times v_2^2 = F_x \times d \cos 0^\circ + f_k \times d \times \cos 180^\circ$$



۱۲۶- گزینه «۴»

(زهره آقاممدری)

ابتدا قانون پایستگی انرژی را در دو نقطه (۱) و (۲) (لحظه پرتاب و بالاترین ارتفاع) می‌نویسیم تا کار نیروی مقاومت هوا را محاسبه کنیم:



$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

در بالاترین ارتفاع $K_2 = 0$ است. همچنین با انتخاب زمین به عنوان مبدأ

انرژی پتانسیل گرانشی $U_1 = 0$ خواهد شد:

$$W_f = mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \begin{matrix} m=2\text{kg}, g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_1=10\frac{\text{m}}{\text{s}}, h_2=4/5\text{m} \end{matrix}$$

$$W_f = 2 \times 10 \times 4/5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 100 \Rightarrow W_f = -10\text{J}$$

چون نیروی مقاومت هوا ثابت است، از نقطه (۱) تا (۳) کار نیروی مقاومت هوا

$$W_f' = \frac{1}{2} W_f = -5\text{J}$$

برابر است با:

اکنون قانون پایستگی انرژی را در دو نقطه (۱) و (۳) (لحظه پرتاب و نیمه

در نهایت با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_f' = E_3 - E_1 = (U_3 + K_3) - K_1 = mgh_3 + \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\begin{matrix} m=2\text{kg}, g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, W_f'=-5\text{J} \\ h_3=\frac{1}{2}h_2=\frac{4/5}{2}\text{m}, v_1=10\frac{\text{m}}{\text{s}} \end{matrix}$$

$$-5 = 2 \times 10 \times \frac{4/5}{2} + \frac{1}{2} \times 2 \times v_3^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 100$$

$$\Rightarrow -5 = 45 + v_3^2 - 100 \Rightarrow v_3^2 = 50 \Rightarrow v_3 = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

(ممدکاتم منشاری)

۱۲۷- گزینه «۴»

چون اصطکاک نداریم، سرعت‌ها به اندازه m بستگی ندارد. سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

$$E_A = E_B = E_C$$

$$E_A = U_A + K_A = mgh + \frac{1}{2}mv_A^2 = 80\text{m} + 64\text{m} = 144\text{m}$$

$$\frac{F_x = 60\text{N}, d = 10\text{m}}{f_k = 20\text{N}} \rightarrow 4v_2^2 = 60 \times 10 - 20 \times 10$$

$$\Rightarrow 4v_2^2 = 400 \Rightarrow v_2^2 = 100 \Rightarrow v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

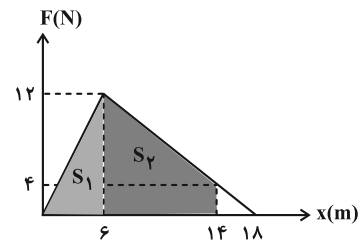
(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۲۴- گزینه «۴»

(مجتبی نگوئیان)

با توجه به این که در نمودار نیرو-مکان، مساحت سطح محصور بین نمودار و

محور مکان برابر با کار انجام شده توسط آن نیرو است، داریم:



$$S_1 = \frac{6(12)}{2} = 36, \quad S_2 = \frac{16}{2}(8) = 64$$

$$W_F = S_1 + S_2 = 100\text{J}$$

از طرفی با توجه به وجود نیروی اصطکاک (f_k) و با استفاده از رابطه کار، داریم:

$$W_{f_k} = f_k d \cos \theta \quad \begin{matrix} \theta = 180^\circ \\ \cos 180^\circ = -1 \\ f_k = 2/5\text{N} \\ d = 14\text{m} \end{matrix} \rightarrow W_{f_k} = (2/5)(14)(-1) = -35\text{J}$$

در نهایت با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \quad \begin{matrix} W_t = W_F + W_{f_k} = 65\text{J} \\ m = 2\text{kg}, v_1 = 5\frac{\text{m}}{\text{s}} \end{matrix}$$

$$65 = \frac{1}{2}(2)(v_2^2 - 25) \Rightarrow v_2^2 = 90 \xrightarrow{\text{جذر}} v_2 = 3\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)

۱۲۵- گزینه «۳»

(مسام ناری)

از رابطه $P = \frac{W}{\Delta t}$ و قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) استفاده

می‌کنیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{W_2}{W_1} \times \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} \times \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$$

$$\frac{P_2}{40} = \frac{\frac{1}{2}m(\frac{3}{2}v)^2 - \frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2 - 0} \times \frac{t}{\frac{t}{4}} \Rightarrow P_2 = 100\text{W}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)



تغییر انرژی مکانیکی در مسیر برگشت برابر با کار مقاومت هوا در این مسیر است:

$$\Delta E' = E_f - E_p = W'_{\text{هوا}} = -h' f_D \frac{E_p = 25/2, E_f = mgh'}{f_D = 0.5N} \rightarrow$$

$$(0/4)(10)h' - 25/2 = -h'(0.5) \Rightarrow h' = 5/6 \text{ m}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۱۲۹- گزینه «۲» (دانیال راستی)

بازده برابر با نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی است. انرژی ورودی همان انرژی مصرفی است که برابر است با:

$$E_{\text{ورودی}} = P_{\text{مصرفی}} \times \Delta t \frac{\Delta t = \frac{4}{3} \text{ s}}{P_{\text{مصرفی}} = 600 \text{ W}} \rightarrow E_{\text{ورودی}} = 800 \text{ J}$$

انرژی خروجی برابر با کار انجام شده توسط بالابر بر روی جسم است:

$$\Delta K = W_t = W_{mg} + W_{\text{بالابر}}$$

$$E_{\text{خروجی}} = W_{\text{بالابر}} = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2) - mgh \cos 18^\circ$$

$$\frac{m=12 \text{ kg}, v_2=0, v_1=2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, h=4 \text{ m}}$$

$$W_{\text{بالابر}} = \left(\frac{1}{2}\right)(12)(2^2 - 0) - (12)(10)(-1)(4) = 24 + 480 = 504 \text{ J}$$

$$\text{درصد بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{504}{800} \times 100 = 63\%$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۳۰- گزینه «۴» (ممدبولار سوربی)

ابتدا با داشتن بازده سامانه A، W₁ و Q را حساب می‌کنیم:

$$A \text{ بازده درصدی سامانه } = \frac{W_1}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

$$\Rightarrow 80 = \frac{W_1}{50} \times 100 \Rightarrow W_1 = 40 \text{ kJ}$$

$$\text{انرژی ورودی} = W_1 + Q \Rightarrow 50 = 40 + Q \Rightarrow Q = 10 \text{ kJ}$$

سپس Q' را حساب می‌کنیم:

$$Q - Q' = 5 \Rightarrow 10 - Q' = 5 \Rightarrow Q' = 5 \text{ kJ}$$

در نهایت بازده ماشین B را به دست می‌آوریم:

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{W_2}{W_1} \times 100 = \frac{W_1 - Q'}{W_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{بازده بر حسب درصد} = \frac{40 - 5}{40} \times 100 = 87.5\%$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

$$E_B = 144 \text{ m} = mgh' + \frac{1}{2} mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 200 \Rightarrow v_B = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_C = 144 \text{ m} = mgh' + \frac{1}{2} mv_C^2$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 162 \Rightarrow v_C = 9\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v = 10\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow[\text{تبدیل به } \frac{\text{km}}{\text{h}}]{\times \frac{3.6}{1.0}} \rightarrow \Delta v = 3.6\sqrt{2} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$= \frac{18}{5} \sqrt{2} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۲۸- گزینه «۱» (دانیال راستی)

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و انرژی مکانیکی توپ در لحظه رها شدن را با E₁ نشان می‌دهیم:

$$E_1 = K_1 + U_1 \xrightarrow{K_1=0} E_1 = U_1 = mgh$$

$$\frac{m=200 \text{ g}}{g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, h=9 \text{ m}} \rightarrow E_1 = 36 \text{ J}$$

وقتی توپ در آستانه برخورد با زمین قرار دارد انرژی مکانیکی E_p دارد:

$$E_p = K_p + U_p \xrightarrow[U_p=0]{\text{فرض}} E_p = K_p$$

تغییر انرژی مکانیکی در این مدت برابر با کار نیروی مقاومت هوا است:

$$W_{\text{مقاومت هوا}} = -hf_D = E_p - E_1$$

$$\frac{E_1=36 \text{ J}, h=9 \text{ m}}{f_D=0.5 \text{ N}} \rightarrow 0.5 \times 9 = E_p - 36$$

$$\Rightarrow K_p = E_p = 31.5 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی در لحظه بعد از برخورد با زمین برابر E_p است. با توجه به

این‌که بر اثر برخورد انرژی جنبشی ۲۰ درصد کم می‌شود، داریم:

$$E_p = K_p = \left(\frac{100-20}{100}\right) K_p = (0.8)(31.5) = 25.2 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی در زمانی که توپ پس از برخورد به زمین به ارتفاع h' می‌رسد برابر است با:

$$E_p = K_p + U_p \xrightarrow{K_p=0} E_p = U_p = mgh'$$

شیمی ۲

۱۳۱- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

تنها مورد آخر به نادرستی بیان شده است.
بررسی موارد:

مورد اول: ماده B، آب (H₂O) می باشد و بین ذرات آن نیروی بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی یافت می شود.
مورد دوم: ماده A طبق نمودار کتاب درسی مس است ولی به طور کلی جامدات یونی و فلزی را می توان به آن نسبت داد. در نتیجه ممکن است در ساختار خود دارای دریای الکترونی باشد.

مورد سوم: دمای اتاق ۲۵°C می باشد. در نتیجه حالات فیزیکی بیان شده درست است.

مورد چهارم: ماده C در کتاب درسی O_۲ بیان شده است. اما به طور کلی نیروی جاذبه بین مولکولی ضعیف را می توان به مواد مولکولی نسبت داد. اگر ماده C را عنصر در نظر بگیریم عناصر نافلزی را می توان برای آن در نظر گرفت. ماده A نیز همان طور که در تحلیل مورد دوم بیان شد، اگر عنصر باشد می توان به فلزات نسبت داد؛ در نتیجه فلزات و نافلزات ممکن است با یکدیگر واکنش دهند.

مورد پنجم: گستره دمایی مایع بودن NaCl از ۸۰۱°C تا ۱۴۱۳°C می باشد یعنی حدود ۶۱۲°C که این مقدار نسبت به گستره دمایی مایع بودن مس، کمتر است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۷۷ تا ۷۹)

۱۳۲- گزینه «۳»

(عمیر زهی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ در هر دو مولکول کربونیل سولفید و متان، اتم مرکزی کربن است؛ اما مولکول های کربونیل سولفید، به دلیل تفاوت بودن اتم های متصل به اتم مرکزی و توزیع غیریکنواخت الکترون ها در اطراف اتم مرکزی قطبی است.

مورد دوم: نادرست؛ مولکول های دواتمی جوهرسته مانند H_۲ ناقطبی هستند اما مولکول های دواتمی ناجور هسته مانند HF قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند.

مورد سوم: درست؛ هر چه نقطه جوش یک ماده بیشتر باشد، هنگام سرد کردن در دماهای بالاتر (آسان تر) به مایع تبدیل می شود.

مورد چهارم: نادرست؛ با این که هر دو مولکول آمونیاک و کلروفرم قطبی اند اما بار جزئی اتم مرکزی در کلروفرم برخلاف آمونیاک، جزئی مثبت است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۷۵ تا ۷۷)

۱۳۳- گزینه «۲»

(مهمرد شا پورجاوید)

آنتالی فروپاشی شبکه LiF از NaCl بزرگ تر است (a > b) چرا که شعاع یون های Li⁺ و F⁻ از شعاع یون های Na⁺ و Cl⁻ کوچک تر است و با توجه به یکسان بودن مقدار بارهای مثبت و منفی یون ها، چگالی بار در Li⁺ و F⁻ بزرگ تر بوده و آنتالی فروپاشی شبکه در ترکیب یونی حاصل از آن ها بیشتر است. با توجه به بیشتر بودن شعاع یون Br⁻ در مقایسه با Cl⁻ و کمتر بودن چگالی بار آن، آنتالی فروپاشی شبکه NaCl از NaBr بیشتر خواهد بود (b > c).

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۷۹ تا ۸۳)

۱۳۴- گزینه «۱»

(امیرمحمد کلکترانی)

عبارت داده شده نادرست است. زیرا پس از اکسیژن، سیلیسیم فراوان ترین عنصر شناخته شده در پوسته جامد زمین است.
بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ C و Si با تشکیل پیوند کووالانسی به آرایش هشت تایی می رسند.

مورد دوم: نادرست؛ سیلیس جامد کووالانسی است و نمی توان برای آن از اصطلاح نیروی بین مولکولی استفاده کرد.

مورد سوم: نادرست؛ C و Si هر دو در گروه ۱۴ هستند که تاکنون یون تک اتمی پایدار از آن ها شناخته نشده است.

مورد چهارم: نادرست؛ آنتالی پیوند Si-Si از آنتالی پیوندهای C-C و Si-O کمتر است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۲)

۱۳۵- گزینه «۱»

(هاری مهری زاده)

فقط عبارت سوم نادرست است.

بررسی عبارت سوم: گرافن یک گونه شیمیایی دو بعدی است و رسانای جریان برق می باشد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۷۲ و ۷۳)

۱۳۶- گزینه «۳»

(محمد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ درست

(ب) نادرست؛ بین مولکول های آب در یخ پیوند هیدروژنی وجود دارد. مولکول های H_۲O در ساختار یخ در یک آرایش منظم و سه بعدی با تشکیل حلقه های شش گوشه، شبکه ای همانند کندوی زنبورعسل با استحکام ویژه پدید می آورند.

(پ درست

(ت) نادرست؛ برای ۵ ماده صادق است. شامل HCl، C_۲H_۶، I_۲، N_۲ و SO_۲).

(ث) درست؛ برای نمونه آنتالی تبخیر و نقطه جوش یک ترکیب مولکولی به حالت مایع به نیروهای بین مولکولی آن وابسته است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۷۳ تا ۷۵)

۱۳۷- گزینه «۳»

(مهمرد شا پورجاوید)

عبارت های اول و سوم نادرست هستند.

در ساختار سیلیس هر اتم Si به چهار اتم O متصل است (و هر اتم O به دو اتم Si وصل شده است).

در بلور گرافیت اتم های کربن به صورت شش ضلعی منظم قرار گرفته اند و هر اتم کربن در هر لایه از آن به سه اتم کربن دیگر اتصال دارد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۲)

۱۳۸- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

عبارت های (ب) و (ت) درست هستند.

با توجه به تعداد کل جفت الکترون های ناپیوندی دو ترکیب AF_۳ و BF_۳ و همچنین هر اتم F که دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی می باشد می توان نتیجه گرفت ساختار لوویس AF_۳ و BF_۳ به صورت زیر است.

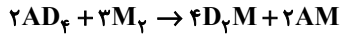


شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- گزینه «۲»

واکنش موازنه شده:

(امیرحسین طیبی)

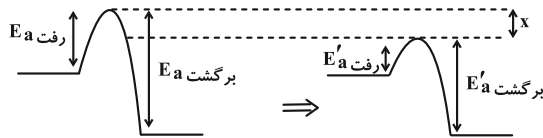


واکنش دهنده ۱۰۲/۴g: گرمای تولیدی kJ ?

$$\times \frac{|\Delta H|}{128g \text{ واکنش دهنده}} \times \frac{75}{100} = 90kJ$$

چون واکنش گرماده است. $\Rightarrow |\Delta H| = 150kJ$

$$\Delta H = -150kJ$$



قبل از کاتالیزگر

بعد از کاتالیزگر

$$\begin{cases} E_a \text{ رفت} - E_a \text{ برگشت} = -150kJ \\ E_a \text{ رفت} + E_a \text{ برگشت} = 350kJ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_a \text{ رفت} = 100kJ \\ E_a \text{ برگشت} = 250kJ \end{cases}$$

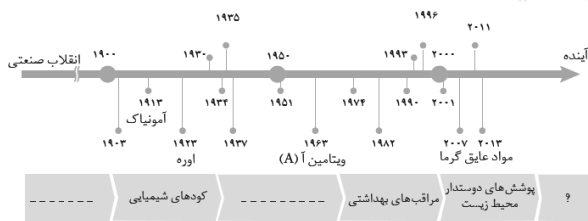
$$\begin{cases} E'_a \text{ رفت} - E'_a \text{ برگشت} = -150kJ \\ E'_a \text{ رفت} + E'_a \text{ برگشت} = 270kJ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_a \text{ رفت} = 60kJ \\ E'_a \text{ برگشت} = 210kJ \end{cases}$$

$$\text{کاهش } E_a = \frac{|210 - 250|}{250} \times 100 = 16\%$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۱۴۲- گزینه «۲»

(عمیر زهی)



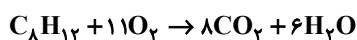
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۴۳- گزینه «۲»

(امیرمحمد کنکراتی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست

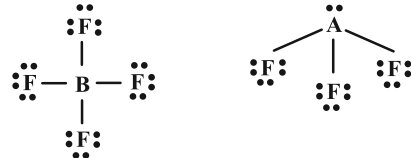


$$?L O_2 = \frac{11 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_8H_{12}} \times \frac{22/4L O_2}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$= 123/2L O_2$$

مورد دوم: درست؛ گازهای O_2 و H_2 در دمای اتاق بدون حضور کاتالیزگر واکنش نمی‌دهند اما در حضور توری پلاتینی به عنوان کاتالیزگر، این گازها به صورت انفجاری واکنش می‌دهند.

مورد سوم: درست؛ طبق نمودار سطح انرژی B به C نزدیک‌تر است.



با توجه به ساختارهای الکترون نقطه‌ای: $(\cdot\ddot{B}\cdot)$ و $(\cdot\ddot{A}\cdot)$ عنصر نیتروژن و عنصر کربن می‌باشد (با توجه به روی سؤال که گفته شده عدد اتمی عناصر کمتر از ۱۰ است).

بررسی عبارت‌ها:

الف) با توجه به ساختار لوویس BF_3 و AF_3 می‌توان گفت AF_3 مولکول قطبی و BF_3 مولکول ناقطبی است.

ب) اتم B با گوگرد ترکیب BS_3 را تشکیل می‌دهد ($\ddot{S} = B = \ddot{S}$) که براساس ساختار لوویس آن تعداد الکترون‌های پیوندی آن (۸) دو برابر تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی (۴) آن است.

پ) مولکول BO_2 همان مولکول CO_2 ($\ddot{O} = C = \ddot{O}$) می‌باشد که ناقطبی است در حالی که مولکول SCO ($\ddot{S} = C = \ddot{O}$) قطبی است.

ت) عنصر A در گروه ۱۵ (دارای ۵ الکترون ظرفیت) و عنصر B در گروه ۱۴، ۴ الکترون ظرفیت دارد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۱۳۹- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

در ۱۰۰ گرم از این خاک رس ۱۵ گرم آب و ۴۰ گرم سیلیس وجود داشته که با تبخیر x گرم آب، درصد جرمی SiO_2 به ۴۴ می‌رسد:

$$44 = \frac{40}{100-x} \times 100 \Rightarrow x = 9$$

$$H_2O \text{ درصد جرمی} = \frac{15-9}{100-9} \times 100 \approx 6/6\%$$

$$H_2O \text{ تغییر درصد جرمی} = 15 - 6/6 = 8/4$$

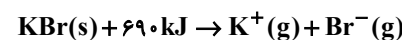
ترکیب یونی Fe_2O_3 علت سرخ‌فام بودن خاک رس می‌باشد.

$$\frac{\text{تعداد آنیون}}{\text{تعداد کاتیون}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۶۷)

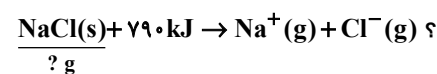
۱۴۰- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)



$$Q_1 = ? kJ = 35/7g KBr \times \frac{1 \text{ mol } KBr}{119g KBr} \times \frac{690kJ}{1 \text{ mol } KBr}$$

$$Q_1 = 207kJ$$

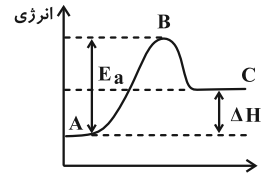


$$Q_2 = Q_1$$

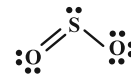
$$?g NaCl = 207kJ \times \frac{1 \text{ mol } NaCl}{790kJ} \times \frac{58/5}{1 \text{ mol } NaCl}$$

$$?g NaCl = 15/32g$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)



مورد چهارم؛ درست؛ SO_2 گازی است که از خودروها خارج می‌شود و هر مولکول آن ۳ پیوند اشتراکی (۶ الکترون پیوندی) دارد.



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۱۴۴- گزینه «۳»

(هاری مهری‌زاده)

موارد (ب) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) کاتالیزورها تأثیری بر آنتالپی واکنش‌های شیمیایی ندارند.

(ت) واکنش گاز هیدروژن با گاز اکسیژن در حضور توری پلاتینی سریع‌تر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۹)

۱۴۵- گزینه «۱»

(پیمان فواوی‌میر)

غلظت اوزون در ساعت ۱۰ صبح $0/12 \text{ ppm}$ است. پس داریم:

$$0/12 = \frac{x}{10 \times 10^6} \times 10^6 \Rightarrow x = 1/2 \text{ g O}_3$$

$$1/2 \text{ g O}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_3}{48 \text{ g O}_3} \times \frac{20 \text{ L O}_3}{1 \text{ mol O}_3} = 0/5 \text{ L O}_3$$

حال می‌توان جرم پتاسیم نیترات مصرفی را محاسبه کرد.

$$0/5 \text{ L O}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_3}{20 \text{ L O}_3} \times \frac{2 \text{ mol KNO}_3}{1 \text{ mol O}_3} \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3} = 0/5 \text{ g KNO}_3$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۴)

۱۴۶- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ مواد علاوه بر طیف مرئی با سایر امواج الکترومغناطیسی مانند فرورسرخ، فرابنفش و ... هم برهمکنش دارند.

(۲) نادرست؛ با توجه به نمودار صفحه ۹۴ شیمی ۳، حتی در ساعات شب هم مقداری گاز اوزون در هوا وجود دارد.

(۳) درست؛ برای مثال گاز NO یک اسید نافلزتی غیراسیدی است و به دلیل انحلال مولکولی، هنگام انحلال در آب یون هیدرونیوم تولید نمی‌کند.

(۴) نادرست؛ در برخی ساعات مانند ۹ تا ۱۰ صبح، میزان NO هواکره کاهش اما همزمان با آن NO_2 افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

۱۴۷- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نمودار مربوط به واکنش گرماگیر است و علامت آنتالپی آن مخالف آنتالپی واکنش گرماده اکسایش گلوکز است.

(۲) این واکنش گرماگیر بوده و مطابق با نمودار سؤال است.

(۴) کاتالیزگر بر تغییرات آنتالپی واکنش بی‌تأثیر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

۱۴۸- گزینه «۳»

(هاری مهری‌زاده)

هرگاه یک نمونه ماده در برابر پرتوهای الکترومغناطیس قرار گیرد، گستره‌ی معینی از آن را جذب و باقی را بازتاب یا عبور می‌دهد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

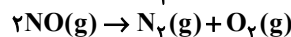
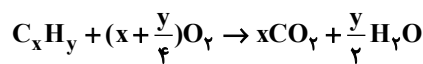
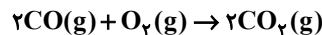
۱۴۹- گزینه «۳»

(محمّد عظیمیان‌زواره)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ این سه واکنش گرماده می‌باشند. در هر سه واکنش عنصر آزاد تولید یا مصرف شده است که نشان‌دهنده تغییر عدد اکسایش می‌باشد.

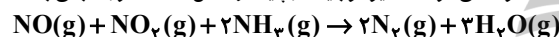
بنابراین هر سه واکنش از نوع اکسایش-کاهش می‌باشد.



(ب) نادرست؛ با افزایش دما انرژی فعال‌سازی بهتر تأمین شده و سرعت واکنش افزایش می‌یابد. افزایش دما انرژی فعال‌سازی را تغییر نمی‌دهد.

(پ) درست

(ت) نادرست؛ زیرا در واکنش مربوط به حذف آلاینده‌های NO و NO_2 آمونیاک مصرف می‌شود. کاتالیزگر باید در پایان واکنش دست‌نخورده باقی بماند.

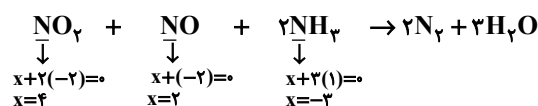


(ث) درست؛ با افزایش سطح تماس کارایی مبدل‌ها افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۱۵۰- گزینه «۴»

(امیر حاتمیان)



از معادله موازنه شده واکنش داریم:

$$3 \text{ mol NO} = 3 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} = 0/1 \text{ mol NO}$$

$$4 \text{ mol NO}_2 = 4/6 \text{ g NO}_2 \times \frac{1 \text{ mol NO}_2}{46 \text{ g NO}_2}$$

$$= 0/1 \text{ mol NO}_2$$

پس در هر کیلومتر با توجه به این که ضریب NH_3 ، دو هست داریم:

$$2 \times 0/1 \text{ mol NH}_3$$

در مخزن آمونیاک داریم:

$$? \text{ mol NH}_3 = 34000 \text{ g NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3}$$

$$= 2 \times 10^3 \text{ mol NH}_3$$

$$? \text{ km} = 2 \times 10^3 \text{ mol NH}_3 \times \frac{1 \text{ km}}{0/2 \text{ mol NH}_3} = 10^4 \text{ km}$$

مجموع عددهای اکسایش نیتروژن در گونه‌های واکنش‌دهنده:

$$4 + 2 + (-3) = 3$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۱)



شیمی ۲

۱۵۱- گزینه «۴»

(امیرمهر لنگرانی)

بررسی موارد:

الف) درست؛ ظرفیت گرمایی یک ماده به مقدار و دمای آن بستگی دارد که در این عبارت مقدار به علت تفاوت زیاد تعیین کننده است.

ب) نادرست؛ ظرفیت گرمایی یک ماده به مقدار آن بستگی دارد و چون مقدار روغن زیتون و آب را نداریم نمی‌توانیم تعیین کنیم کدام ظرفیت گرمایی بیشتری دارد.

پ) درست

ت) نادرست؛ فلزی که در کلاه فضاوردان استفاده می‌شود $Au \leftarrow p$ (طلا)

هفتمین عنصر دسته $p \leftarrow Al$ (آلومینیم)

مقایسه ظرفیت گرمایی ویژه: $Al > Au$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۱۵۲- گزینه «۱»

(امین خوشنویسان)

فقط عبارت «ت» نادرست است.

تعداد کربن‌ها (n) برابر ۱۰ عدد است. برای محاسبه تعداد هیدروژن‌ها،

تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه را با هم جمع کرده و در عدد ۲ ضرب کرده و

از رابطه $2n + 2$ کم می‌کنیم.

$$H : (2n + 2) - [(4 + 1) \times 2] \xrightarrow{n=10} H = 12$$

پس فرمول ترکیب داده شده $C_{10}H_{12}O$ می‌باشد و فرمول مولکولی ۲-

هپتانون $C_7H_{14}O$ است مجموع شمار اتم‌ها در این دو مولکول به ترتیب

۲۳ و ۲۲ می‌باشد.

$$\text{مجموع شمار جفت پیوندی} = \frac{10(4) + (12 \times 1) + (1 \times 2)}{2} = 27$$

نکته: برای محاسبه پیوند اشتراکی از رابطه زیر استفاده می‌شود:

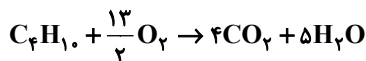
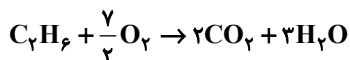
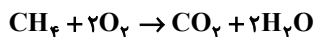
$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{(4 \times C) + (H) + (2 \times O)}{2}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۵۳- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

ابتدا واکنش سوختن متان، اتان و بوتان را نوشته و موازنه می‌کنیم:



می‌دانیم در آلکان‌های متوالی در شرایط یکسان با افزایش هر اتم کربن، ΔH

سوختن مولی آن‌ها به مقدار ثابتی افزایش می‌یابد. در نتیجه اگر تفاوتی آنتالپی

سوختن متان و اتان برابر با $a \text{ kJ}$ باشد تفاوت آنتالپی سوختن اتان و بوتان

برابر با $2a \text{ kJ}$ خواهد بود. می‌دانیم که در صورت مصرف ۱ مول از هر کدام

از گازهای متان و اتان، در مجموع $5/5$ مول O_2 به مصرف می‌رسد.

O_2 مولکول $9/9 \times 10^{23}$: تفاوت گرمای تولیدی kJ ?

$$\times \frac{1 \text{ mol } O_2}{6 \times 10^{23} \text{ مولکول } O_2} \times \frac{\text{تفاوت آنتالپی سوختن } a \text{ kJ}}{5/5 \text{ mol } O_2} = 204 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow a = 680 \text{ kJ} \Rightarrow \text{تفاوت آنتالپی سوختن متان و اتان} = 680 \text{ kJ}$$

در نتیجه تفاوت آنتالپی سوختن بوتان و اتان برابر با

$$1360 \text{ kJ} = 2 \times 680 \text{ kJ} \text{ خواهد بود. می‌دانیم در اثر مصرف ۱ مول از هر}$$

کدام از گازهای اتان و بوتان، تفاوت مول آب تولیدی برابر با ۲ مول خواهد بود.

H_2O $8/1 \text{ g}$: تفاوت گرمای تولیدی kJ ?

$$\times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{\text{تفاوت آنتالپی سوختن } 1360 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } H_2O} = 306 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۵۴- گزینه «۳»

(امیرمهر لنگرانی)

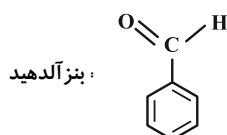
بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ در این ساختار ۸ اکسیژن وجود دارد. پس:

۲ الکترون = هر جفت ناپیوندی \rightarrow ۲ جفت ناپیوندی \rightarrow هر اکسیژن

مورد دوم: نادرست؛ در این ساختار ۶ پیوند دوگانه $C=C$ و ۳ پیوند دوگانه

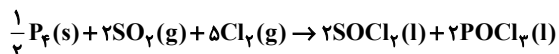
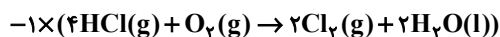
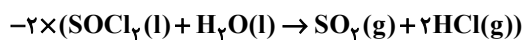
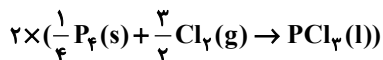
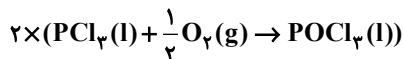
$C=O$ وجود دارد. در ساختار بنزآلدئید ۴ پیوند دوگانه وجود دارد:



مورد سوم: نادرست؛ در این ساختار گروه اتری وجود ندارد.

(پارسا عیوض پور)

۱۵۸- گزینه «۲»



$$\Rightarrow \Delta H = 2 \times (-325 / 4 \text{ kJ}) + 2 \times (-306 \text{ kJ})$$

$$-2 \times (10 / 43 \text{ kJ}) - (-202 / 6 \text{ kJ})$$

$$= -1081 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

(پارسا عیوض پور)

۱۵۹- گزینه «۳»

جنس و جرم ظرف اولیة مایعات مهم نیست. از آنجایی که تبادل گرما میان

مایعات و ظرف آلومینیومی ۲۵۰ گرمی صورت می‌گیرد، پس داریم:

$$100 \times 4 / 18(x-20) + 100 \times 1 / 97(x-40)$$

$$+ 100 \times 3 / 1 \times (x-60) + 250 \times 0 / 9(x-10) = 0$$

$$\Rightarrow 4 / 18(x-20) + 1 / 97(x-40) + 3 / 1(x-60)$$

$$+ 2 / 5 \times 0 / 9(x-10) = 0 \Rightarrow x = 32 / 25$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(پارسا عیوض پور)

۱۶۰- گزینه «۲»

$$A \text{ ماده } : \text{C}_8\text{H}_{12} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 8 \times 12 + 12 \times 1 = 108 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

تغییرات آنتالپی در هر مول از واکنش

$$= (\Delta H_{\text{C}=\text{C}} + \Delta H_{\text{O}-\text{O}}) - (2 \times \Delta H_{\text{C}-\text{O}} + \Delta H_{\text{C}-\text{C}})$$

$$= (614 + 146) - (2 \times 358 + 348) = -304 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow 100 \text{ g A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{108 \text{ g A}} \times \frac{304 \text{ kJ}}{1 \text{ mol A}} = 281 / 5 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

مورد چهارم: درست؛ در این ساختار ۱۶ هیدروژن و ۸ گروه C-H وجود دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(ممد عظیمیان زواره)

۱۵۵- گزینه «۳»

بررسی موارد:

(آ) درست

(ب) درست

(پ) نادرست؛ علامت مثبت و منفی نشان‌دهنده گرماگیر و گرماده بودن آن فرایند است.

(ت) درست؛ زیرا واکنش فتوسنتز برخلاف اکسایش گلوکز، یک واکنش گرماگیر است و در فرایندهای گرماگیر سطح انرژی فرآورده‌ها از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بالاتر است.

(ث) درست

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۱۵۶- گزینه «۱»

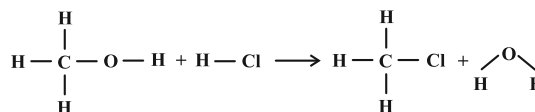
تنها مقایسه (آ) صحیح است.

- آنتالپی پیوند H-F از آنتالپی پیوند O=O بزرگ‌تر است.
- آنتالپی پیوند N≡N از آنتالپی پیوند C≡C بیشتر است.
- آنتالپی پیوند H-H از آنتالپی پیوند N-H بیشتر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

(روزبه رضوانی)

۱۵۷- گزینه «۲»



$$\Delta H = [3(\text{C}-\text{H}) + (\text{C}-\text{O}) + (\text{O}-\text{H})] + (\text{H}-\text{Cl})$$

$$- [3(\text{C}-\text{H}) + (\text{C}-\text{Cl}) + 2(\text{O}-\text{H})]$$

$$\Delta H = (\text{C}-\text{Cl}) = +385 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۳»

(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) برای این منظور از نیتروژن استفاده می‌شود. نیتروژن گاز نجیب محسوب نمی‌شود.

۲) حدود ۷۵ درصد جرم هواکره در این لایه قرار دارد.

۴) نخستین ماده‌ای که به صورت جامد از آن جدا می‌شود بخار آب است که در دمای 0°C به صورت یخ از آن جدا می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۰)

۱۶۲- گزینه «۲»

(پیمان فواهی مهر)

موارد (ت) و (ث) صحیح هستند.

بررسی سایر موارد:

آ) در هواکره اکسیژن اغلب به صورت مولکول‌های دواتمی وجود دارد.

ب) اکسیژن در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی وجود دارد.

پ) نمودار تغییرات فشار گاز اکسیژن برحسب ارتفاع به صورت نزولی و نمودار تغییرات دما در استراتوسفر به صورت صعودی است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

۱۶۳- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ فرآوردهٔ سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی فقط کربن مونوکسید و بخار آب نیست و طبق متن کتاب درسی فرآورده‌های دیگر نیز تولید می‌شوند.

ب) نادرست؛ در اثر سوختن گوگرد گاز SO_2 تولید می‌شود که قطبی است.

پ) درست؛ نور حاصل از سوختن گوگرد آبی و نور حاصل از سوختن سدیم زرد است. طول موج نور آبی کوتاه‌تر از زرد است.

ت) درست؛ میل ترکیبی کربن مونوکسید با هموگلوبین خون بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است در نتیجه میل ترکیبی اکسیژن با هموگلوبین خون کمتر از

پنج هزارم برابر $\left(\frac{1}{۲۰۰}\right)$ است.

ث) درست؛ فرآورده‌های حاصل از سوختن زغال سنگ، بخار آب، کربن دی‌اکسید و گوگرد دی‌اکسید هستند. گوگرد دی‌اکسید در شرایط مناسب می‌تواند ابتدا به گوگرد تری‌اکسید تبدیل و سپس به سولفوریک اسید تبدیل شود. توجه کنید در صورت سؤال از لفظ می‌تواند استفاده شده و این عبارت بدین معنی است که منظور طراح این نیست که فرآوردهٔ حاصل باید بدون هرگونه تغییری سولفوریک اسید تولید کند، بلکه منظور این است که فرآورده یا فرآورده‌های این واکنش می‌توانند خود تبدیل به مواد دیگری شده و سپس سولفوریک اسید را پدید بیاورند.

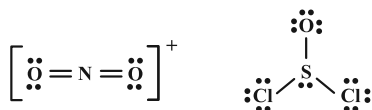
(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۱۶۴- گزینه «۴»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی موارد:

الف) ساختار لوویس گونه‌های داده شده به صورت زیر است. در SOCl_2 ۳ جفت الکترون پیوندی و در NO_3^+ هشت الکترون ناپیوندی وجود دارد.



ب) SiCl_4 از ترکیبات مولکولی است پس در نام‌گذاری آن از پیشوندهای یونانی استفاده می‌شود. نام این ترکیب سیلیسیم تتراکلرید است که پیشوند تترا نشان‌دهندهٔ تعداد اتم کلر است.

پ) کاتیونی از مس که ۳ لایهٔ پر دارد به صورت $[\text{Ar}] 3d^1$ است. در نتیجه کاتیون مدنظر Cu^+ است در نتیجه فرمول اکسید حاصل Cu_2O بوده و نسبت کاتیون به آنیون ۲ است.

ت) از آنجایی که می‌دانیم کربن یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهد پس زیروند ۲ موجود در کربن، مربوط به بار کلسیم نیست بلکه زیروند خود یون دواتمی C_2^{4-} و فرمول یون دو اتمی است در نتیجه فرمول سدیم کربید Na_4C_2 است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱۶۵- گزینه «۴»

(مهمر رضا پورجاوید)

نقطهٔ چگالش CO_2 دمای -78°C است. اگر دمای هوا 15°C کلون (که معادل با 15°C است) پایین بیاید، به -228°C می‌رسد که در این دما به غیر از هلیوم (با نقطهٔ جوش -268°C) بقیهٔ اجزای هواکره به مایع تبدیل شده‌اند. در صورتی که دمای هوا به 192K (192°C) پایین‌تر از -78°C برسد، معادل با -27°C خواهد بود که در آن تمام گازهای هواکره مایع خواهند شد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)



۱۶۶ - گزینه «۳»

(سمید زینی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ با توجه به شکل کتاب درسی، بخش قابل توجهی از نور خورشید به سطح زمین می‌رسد.

مورد دوم: درست؛ طول موج‌های پرتوهای بازتابیده شده از زمین بزرگ‌تر از طول موج پرتوهای جذب شده توسط زمین است.

مورد سوم: نادرست؛ هواکره برای زمین همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و سبب گرم شدن کره زمین می‌شود.

مورد چهارم: درست؛ از هر ۵ پرتویی که از سطح زمین بازتابیده می‌شود، ۲

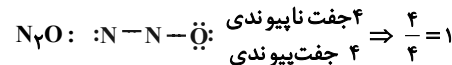
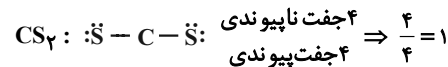
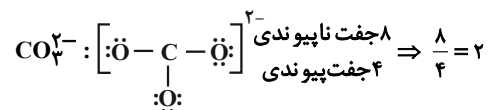
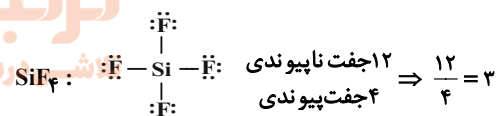
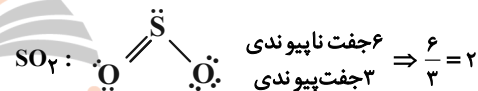
پرتو، توسط مولکول‌های CO_۲ به دام می‌افتد. $\frac{2}{5} \times 100 = 40\%$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۱۶۷ - گزینه «۳»

(سید مهری غفوری)

آ، ب و ث درست است.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه ۵۴)

۱۶۸ - گزینه «۲»

(ممد عظیمیان زواره)

ردپای کربن دی‌اکسید تولید شده در تولید برق از منبع:

باد > گرمای زمین > انرژی خورشید > گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ

(f) (d) (e) (a) (c) (b)

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه ۶۶)

۱۶۹ - گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

بررسی گزینه‌ها:

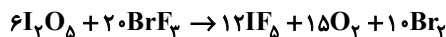
(۱)



اختلاف مجموع واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها

$$|(7+3+2+2) - (14+1)| = 1$$

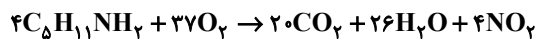
(۲)



اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها

$$|(12+15+10) - (20+6)| = 11$$

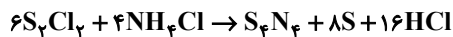
(۳)



اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها

$$|(20+26+4) - (37+4)| = 9$$

(۴)



اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها

$$|(1+8+16) - (6+4)| = 15$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۷۰ - گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

ابتدا مقدار گاز کربن دی‌اکسید برحسب لیتر که در شرایط استاندارد در هر سال وارد هواکره می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ L CO}_2 = 22000 \text{ km} \times \frac{250 \text{ g CO}_2}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 28 \times 10^5 \text{ L CO}_2 = 2.8 \times 10^6 \text{ L CO}_2$$

حال برای به دست آوردن تعداد درخت‌هایی با قطر ۷ cm که از ورود CO_۲ به هواکره جلوگیری می‌کنند، داریم:

حداقل تعداد درخت با قطر ۷ cm

$$= \frac{\text{مقدار کل CO}_2 \text{ تولیدی توسط هر خودرو}}{\text{مقدار CO}_2 \text{ جذب شده توسط هر درخت با قطر 7 cm}}$$

$$= \frac{22000 \text{ km} \times \frac{250 \text{ g CO}_2}{1 \text{ km}}}{4 \times 10^3 \text{ g CO}_2} = 1250 \text{ درخت}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه ۶۶)