



آزمون ۱ دی ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
عادل حسینی-افشین خاصه-خان-طاهر دادستانی-حمید عزیزاده-کامیار علییون-سپهر متولی	حسابان ۲	
امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی فرید غلامی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جواد-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-مهرداد ملوندی	ریاضیات گسسته	
عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-علی بزرگر-علیرضا جباری-دانیال راستی معصومه شریعت-ناصری-مهدی شریفی-مریم شیخ-ممو-شیلا شیرزادی-کاظم منشادی-محمود منصور-امیراحمد میرسعید مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم	فیزیک	
هدی بهاری-پور-محمدرضا پورچاوید-احمدرضا جعفری-نژاد-امیر حاتمیان-بیمان خواجوی-مجد-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی پارسا عیوض-پور-علیرضا کیانی-دوست-شهرزاد معرفت-ایزدی-هادی مهدی-زاده-امین نوروزی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار	امیرحسین برادران	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی محمدرضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	مهدی شریفی زهره آقامحمدی دانیال راستی سعید ناصر	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی امیررضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سهیل تقی زاده	مهید خالئی	مهید خالئی	معین یوسفی نیا حسین بصیر	امیررضا واشقانی مهدی سهامی احسان پنجه شاهی ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تیریزی	سرژ یقیازاریان تیریزی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۴۳



حسابان ۲

گزینه ۱ «۲»

(عمید عزیزاره)

حاصل حد تابع وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، در هر دو ضابطه باید برابر باشند، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x+1} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^b + 1^0}{ax^c + 3x} = 3 \xrightarrow{b=c} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^c + 1^0}{ax^c + 3x} = \frac{1}{a} = 3$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow a+b = \frac{1}{3} + 4 = \frac{13}{3}$$

دقت کنید که اگر $a=0$ و $b=1$ باشد، حاصل حد نمی‌تواند برابر ۳ شود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه ۲ «۴»

(افشین خاصه‌فان)

حد تابع را وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{4x+1}{|3x-2|}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{4x}{3x}\right) = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{4x+1}{|3x-2|}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{4x}{-3x}\right) = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$

خطوط $y = \frac{7}{3}$ و $y = -\frac{1}{3}$ مجانب‌های افقی نمودار تابع هستند که فاصله آن‌ها برابر $\frac{8}{3}$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه ۳ «۲»

(ظاهر درستانی)

چون $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ ، خط $y = 1$ مجانب افقی است. باید معادله زیر ریشه نداشته باشد:

$$\frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + 2x + 3} = 1 \Rightarrow x^2 + ax + 1 = x^2 + 2x + 3$$

$$\Rightarrow (a-2)x = 2 \Rightarrow a = 2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه ۴ «۲»

(افشین خاصه‌فان)

فرض می‌کنیم $f(1) = a$ ، ابتدا معادله خط را می‌نویسیم:

$$y - 0 = \frac{a-0}{1-5}(x-5) \Rightarrow f(x) = -\frac{a}{4}(x-5)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{a}{4}x}{x} = -\frac{a}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۱ «۵»

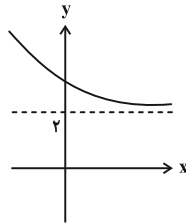
(سپهر منولی)

با توجه به این که $1 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0$ است، تابع

$$f(x) = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + 2$$

$y = 2$ است و با توجه به نمودار، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = [2^+] = 2$ و

مقدار $a = 2$ است.



پس ضابطه تابع g به صورت زیر است:

$$g(x) = \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 8}$$

$$\Rightarrow y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 8} = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

طول نقطه تقاطع را حساب می‌کنیم:

$$\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 8} = 1 \Rightarrow x^2 + 4x = x^2 + 8 \Rightarrow x = 2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه ۱ «۶»

(کامیار علینون)

ابتدا مجانب افقی تابع را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 - x + 1}{2x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2}{2x^2} = \frac{m}{2}$$

یعنی خط افقی $y = \frac{m}{2}$ بر نمودار تابع g مماس است، پس می‌توان نتیجه

گرفت عرض رأس سهمی $y = g(x)$ برابر با $y_s = \frac{m}{2}$ می‌باشد.

$$g(x) = x^2 - 4x - m \Rightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$$

$$\Rightarrow y_s = g(2) = 4 - 8 - m = -m - 4$$

بنابراین:

$$-m - 4 = \frac{m}{2} \Rightarrow m = -\frac{8}{3}$$

حاصل ضرب صفراهای تابع f همان حاصل ضرب صفراهای عبارت صورت f

$$\text{و برابر } \frac{1}{m} = -\frac{3}{8} \text{ است.}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] = [(-1)^+] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] = [0^+] = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(عادل حسینی)

۱۰- گزینه «۳»

ابتدا حد تابع را در $\pm\infty$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - x^3) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f^{-1}(x) = +\infty$$

حال با این نکات خط (های) مجانب افقی نمودار تابع gof را به دست

می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (gof)(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{xf^{-1}(x)} = \frac{1}{(+\infty)(-\infty)} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (gof)(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{xf^{-1}(x)} = \frac{1}{(-\infty)(+\infty)} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

اما در هر دو حالت علامت تابع g منفی است، پس نمودار گزینه «۳» درست است.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

حسابان ۲- آشنا

(کتاب آبی)

۱۱- گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 - 2(-2) = 1 + 4 = 5$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب آبی)

۱۲- گزینه «۴»

فرض کنید $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ ، با استفاده از قضایای حد در

بی‌نهایت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = A \Rightarrow a - b = A \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x)) = B \Rightarrow a + b = B \end{cases}$$

۷- گزینه «۲» (کمیار علیون)

با توجه به این که حاصل حد عددی حقیقی است، درجه صورت و مخرج برابر است، پس $a = 0$ خواهد بود. از طرفی:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{b|x| + 2}{2x + 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-bx + 2}{2x + 4} = -\frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = -2$$

حال با توجه به مقادیر a و b حاصل حد خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x+1)^2 + (-2x+1)^2}{2x^2 - 1} \\ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{((2x+1) + (-2x+1))((2x+1) - (-2x+1)) + (-2x+1)^2}{2x^2 - 1} \end{aligned}$$

با توجه به قضیه پرتوان، حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2(2x^2)}{2x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 2x^2}{2x^2} = 4$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(سپهر متولی)

۸- گزینه «۱»

با توجه به این که $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$ است:

$$f(x) = \frac{2x + \sqrt{(x-4)^2}}{x^3 + |x^3 - 2|} = \frac{2x + |x - 4|}{x^3 + |x^3 - 2|}$$

حال حاصل حدها را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + |x - 4|}{x^3 + |x^3 - 2|} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + x - 4}{x^3 + x^3 - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 4}{2x^3 - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{2x^3} = \frac{3}{2x^2} = 0 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + |x - 4|}{x^3 + |x^3 - 2|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x + 4}{x^3 - x^3 + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 4}{2} = -\infty$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(عادل حسینی)

۹- گزینه «۳»

تابع $g(x) = \frac{2^x - 1}{5^x + 1}$ را در نظر می‌گیریم و ابتدا حد تابع g را در $\pm\infty$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x}{5^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^x = 0$$

نمودار تابع g وقتی $x \rightarrow -\infty$ بالاتر از خط $y = -1$ است؛ زیرا

$$0 > (-1) - \frac{2^x - 1}{5^x + 1}$$

داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2}$$

برای آنکه عامل ابهام یعنی $x - \frac{1}{2}$ در صورت و مخرج ظاهر شود، صورت و

مخرج را بر $x - \frac{1}{2}$ یا $2x - 1$ تقسیم می‌کنیم که حاصل برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(2x-1)(2x^2-2x-1)}{(2x-1)(x^2+4x+2)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2-2x-1}{x^2+4x+2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - 1 - 1}{\frac{1}{4} + 2 + 2} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{17}{4}} = -\frac{6}{17}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(داخل ریاضی ۹۹)

۱۶- گزینه «۱»

ابتدا تابع را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$y = \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}} = \frac{2^{1-2n}(2^{4n} - 1)}{2^{1-2n}(2^{4n} + 3)} = \frac{2^{4n} - 1}{2^{4n} + 3}$$

پس خواهیم داشت:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{4n} - 1}{2^{4n} + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x}{2^x + 3} = 1$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(داخل ریاضی ۱۴۰۰)

۱۷- گزینه «۲»

می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (ax^n + bx^{n-1} + \dots) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$ پس:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2-1)(a^4x^4-1)\dots(a^{100}x^{100}-1)}}{a^{49}x^k - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2)(a^4x^4)\dots(a^{100}x^{100})}}{a^{49}x^k}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{a^{2+4+\dots+100} x^{2+4+\dots+100}}}{a^{49}x^k}$$

با استفاده از رابطه $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ داریم:

$$2 + 4 + \dots + 100 = 2(1 + 2 + \dots + 50) = 2 \times \frac{50 \times 51}{2} = 50 \times 51$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{a^{50 \times 51} x^{50 \times 51}}}{a^{49} x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a^{51} x^{51}|}{a^{49} x^k}$$

با توجه به اینکه $x \rightarrow -\infty$ ، داریم: $|x^{51}| = -x^{51}$ ، بنابراین:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^{51} |a^{51}|}{a^{49} x^k}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a = \frac{A+B}{2}, b = \frac{B-A}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b = \frac{B-A}{2}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب آبی)

۱۳- گزینه «۱»

وقتی $n \rightarrow +\infty$ ، عبارت $\frac{n-1}{n} = 1 - \frac{1}{n}$ با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ میل

می‌کند. پس با فرض $\frac{n-1}{n} = t$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{n-1}{n}\right) = \lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = \lim_{t \rightarrow 1^-} (1-t) = 1-1 = 0$$

وقتی $n \rightarrow +\infty$ عبارت $\frac{2n+3}{n} = 2 + \frac{3}{n}$ با مقادیر بزرگتر از ۲ به ۲

میل می‌کند. پس با فرض $\frac{2n+3}{n} = c$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{2n+3}{n}\right) = \lim_{c \rightarrow 2^+} f(c) = \lim_{c \rightarrow 2^+} (3c+4)$$

$$= 3 \times 2 + 4 = 10$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(f\left(\frac{n-1}{n}\right) - 2f\left(\frac{2n+3}{n}\right) \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{n-1}{n}\right) - 2 \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+3}{n}\right) = 0 - 2 \times 10 = -20$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب آبی)

۱۴- گزینه «۱»

وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، آنگاه $f(x) \rightarrow 0^+$ ، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x)) = \lim_{f(x) \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = -1$$

با فرض $f(x) = t$ ، خواهیم داشت:

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(فاج ریاضی ۹۹)

۱۵- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} = 2$$

حد در بی‌نهایت، مقداری حقیقی است، پس درجه صورت و مخرج باید برابر

باشد، یعنی $n = 3$ است؛ زیرا در غیر این صورت هیچ حالت قابل قبولی

نداریم تا حاصل حد برابر ۲ شود.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3}{ax^3} = 2 \Rightarrow \frac{4}{a} = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{a}{2} \Rightarrow y = \frac{4}{2} = 2$$

که جواب‌های ۲ و $\frac{5}{6}$ در گزینه‌ها نیستند.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

(ذات ریاضی ۹۱)

گزینه «۴»

$$f(x) = \frac{x+3}{2x+1}, \quad g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{g(x)+3}{2g(x)+1} = \frac{\frac{2x-1}{x+2}+3}{2\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)+1}$$

$$= \frac{(2x-1)+3(x+2)}{2(2x-1)+(x+2)} = \frac{5x+5}{5x} = \frac{5x+5}{5x}, \quad x \neq -2$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \frac{5x+5}{5x} \Rightarrow \text{ریشهٔ مخرج: } x=0 \text{ (مجانب قائم)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+5}{5x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{5x} = 1$$

$\Rightarrow y = 1$ (مجانب افقی)

بنابراین محل تلاقی مجانب‌ها نقطه (۰, ۱) است.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

(فارج ریاضی ۹۸)

گزینه «۱»

برای یافتن معادلهٔ مجانب افقی، حد تابع را وقتی $x \rightarrow \pm\infty$

حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

فرض کنید خط $y = L$ مجانب افقی نمودار تابع $y = f(x)$ باشد و بدانیم

اگر $x \rightarrow +\infty$ آنگاه $(f(x) - L) \rightarrow 0^-$ ، آنگاه در $x \rightarrow +\infty$ نمودار

تابع f پایین مجانب افقی خود قرار می‌گیرد و اگر $(f(x) - L) \rightarrow 0^+$

آنگاه نمودار تابع f بالای مجانب افقی خود قرار می‌گیرد. مشابه چنین حالتی

را برای وقتی $x \rightarrow -\infty$ نیز می‌توان در نظر گرفت.

در این سؤال $L = 2$ و داریم: $azmonvip$

$$f(x) - L = \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x} - 2 = \frac{2x^2 - x - 2 - 2(x^2 + 2x)}{x^2 + 2x}$$

$$= \frac{-5x - 2}{x^2 + 2x}$$

در $x \rightarrow \pm\infty$ ، حد عبارت $\frac{-5x - 2}{x^2 + 2x}$ با حد عبارت $\frac{-5x}{x^2}$ برابر

است، پس وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، این عبارت به 0^- میل می‌کند و نمودار پایین

مجانب افقی خود قرار می‌گیرد و وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، این عبارت به 0^+ میل

می‌کند و نمودار بالای مجانب افقی خود قرار می‌گیرد. بنابراین نمودار گزینهٔ

(۱) درست است.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

برای آنکه حاصل حد اخیر برابر با -1 شود، باید درجهٔ x در صورت و مخرج با هم برابر باشند، یعنی $k = 51$ که در این صورت داریم:

$$-1 = \frac{-|a^{51}|}{a^{49}} \Rightarrow \frac{|a^{51}|}{a^{49}} = 1$$

صورت کسر سمت چپ تساوی مثبت و سمت راست آن هم مثبت است، پس

باید مخرج کسر هم مثبت باشد یعنی $a^{49} > 0$ ، پس $a > 0$ و داریم:

$$\frac{a^{51}}{a^{49}} = 1 \Rightarrow a^2 = 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(فارج ریاضی ۹۹ با تغییر)

گزینه «۲»

از آنجا که تابع $f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c}$ فقط یک مجانب قائم $x = 2$

دارد، مخرج کسر دارای ریشهٔ مضاعف $x = 2$ است، یعنی:

$$2x^2 + bx + c = 2(x-2)^2 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2(x-2)^2}$$

از طرفی $f(3) = 6$ ، پس:

$$\frac{a(3)^2 + 7(3)}{2(3-2)^2} = 6 \Rightarrow \frac{9a + 21}{2} = 6 \Rightarrow 9a + 21 = 12$$

$$\Rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{2x^2} = \frac{a}{2} = -\frac{1}{2}$$

پس معادلهٔ مجانب افقی تابع f ، به صورت $y = -\frac{1}{2}$ است.

توجه کنید که اگر مخرج ریشهٔ مضاعف نداشته باشد و ریشهٔ دیگر مخرج،

ریشهٔ صورت نیز باشد، در آن حالت هم تابع f فقط یک مجانب قائم دارد. از

آنجا که $x = 2$ ریشهٔ مخرج است و ضرب x^2 برابر ۲ است، می‌توان ریشهٔ

دیگر مخرج را $x = k$ در نظر گرفت و ضابطهٔ تابع را به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x-k)}$$

ریشه‌های عبارت صورت برابر با $x = 0$ و $x = \frac{-7}{a}$ هستند، بنابراین:

$$\text{اگر } k = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x)} = \frac{ax+7}{2(x-2)}$$

$$\xrightarrow{f(3)=6} \frac{3a+7}{2(3-2)} = 6 \Rightarrow 3a+7=12 \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

$$\text{مجانب افقی: } y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{a}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{6}$$

$$\text{اگر } k = \frac{-7}{a} \Rightarrow f(x) = \frac{x(ax+7)}{2(x-2)\left(x+\frac{7}{a}\right)} = \frac{ax}{2(x-2)}$$

$$\xrightarrow{f(3)=6} \frac{3a}{2(3-2)} = 6 \Rightarrow a = 4$$

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۱»

(اممدرضا فلاح)

ضرایب x^2 و y^2 در این معادله باید با هم برابر باشند:

$$3a-1=2a^2 \Rightarrow 2a^2-3a+1=0 \Rightarrow a=1 \text{ یا } a=\frac{1}{2}$$

$$1) a=1 \Rightarrow 2x^2+2y^2+2x+3y+4=0$$

$$\xrightarrow{+2} x^2+y^2+x+\frac{3}{2}y+2=0$$

$$a^2+b^2-4c=1^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2-4(2)$$

$$=1+\frac{9}{4}-8 < 0 \Rightarrow \text{معادله دایره نیست.}$$

$$2) a=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}y^2+x+3y+2=0$$

$$\xrightarrow{\times 2} x^2+y^2+2x+6y+4=0$$

$$a^2+b^2-4c=2^2+6^2-4(4) > 0 \Rightarrow \text{دایره است.}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۲۲- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

اگر نقطه A خارج دایره باشد $OA > R$ و مرکز دایره $O(-1, 2)$

$$\text{است. در نتیجه } OA = \sqrt{4+0} = 2 \text{ و } R = \frac{\sqrt{4+16-4m}}{2} \text{ پس}$$

$$2 > \frac{\sqrt{20-4m}}{2} \text{ یعنی } m > 1 \text{ و } 4+16-4m > 0 \text{ در نتیجه}$$

$m < 5$ که گزینه صحیح $1 < m < 5$ می‌باشد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۳- گزینه «۱»

(کیوان دارابی)

دو قطر یکدیگر را در مرکز دایره قطع می‌کنند، پس کافی است معادله دو خط را با هم تلافی دهیم تا مختصات مرکز را بیابیم:

$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-2y=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow O(1, 2)$$

دایره محور x ها را در نقطه $A(3, 0)$ قطع کرده است، پس این نقطه روی

دایره واقع است و فاصله مرکز دایره از آن برابر با شعاع دایره است.

$$O(1, 2) \Rightarrow R = |OA| = \sqrt{(3-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{8}$$

$$A(3, 0)$$

حال فرض می‌کنیم دایره محور y ها را در نقطه $B(0, y)$ قطع کرده باشد، فاصله این نقطه نیز از مرکز دایره باید با شعاع دایره برابر باشد:

$$|OB| = R \Rightarrow \sqrt{(1-0)^2 + (2-y)^2} = \sqrt{8}$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 + 1 = 8 \Rightarrow (y-2)^2 = 7$$

$$\Rightarrow y-2 = \pm\sqrt{7} \Rightarrow y = 2 \pm\sqrt{7}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۴- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

مرکز دایره روی عمودمنصف هر کدام از وترهای دایره واقع است، پس ابتدا معادله عمودمنصف وتر AB یعنی خط d را پیدا می‌کنیم:

$$M(\text{وسط } AB) = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$m_{AB} = \frac{2-3}{-1-2} = \frac{1}{3} \Rightarrow m_d = -3$$

$$d \text{ خط } : y - \frac{5}{2} = -3\left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = -3x + 4$$

از تلافی خط d و خط $y = -2x + 3$ ، مرکز دایره (نقطه O) حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Rightarrow -2x + 3 = -3x + 4 \Rightarrow x = 1, y = 1$$

بنابراین $O(1, 1)$ مرکز این دایره است و شعاع دایره برابر می‌شود با:

$$R = OA = \sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۵- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

$a < 0$ بنابراین نقطه A در ناحیه دوم دستگاه مختصات قرار دارد. پس

مختصات مرکز این دایره $O(-R, R)$ خواهد بود به طوری که شعاع

دایره است. بنابراین معادله این دایره در حالت کلی به صورت زیر است:

$$(x+R)^2 + (y-R)^2 = R^2$$

حال داریم:

$$R=1 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$O(2, 0), O'(-1, 4) \Rightarrow d = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\begin{cases} r = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{16+4a+4} = \sqrt{5+a} \\ r' = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{4+64-68+4a} = \sqrt{a} \end{cases}$$

$$\sqrt{5+a} + \sqrt{a} = 5 \Rightarrow \sqrt{5+a} = 5 - \sqrt{a}$$

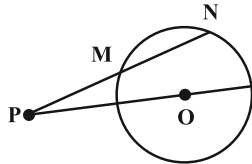
$$\Rightarrow 5+a = 25 - 10\sqrt{a} + a \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۲» - ۲۹

طبق روابط طولی دو دایره در هندسه ۲ خواهیم داشت:



$$PM \times PN = (OP - R)(OP + R) = |OP|^2 - R^2$$

$$\begin{cases} O(1, -3) \\ |OP| = \sqrt{(4-1)^2 + (-1+3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \\ R = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{4+36-4} = 3 \end{cases}$$

$$PN \times PM = 13 - 9 = 4$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۵)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۲» - ۳۰

مرکز را به صورت $O(\alpha, -\alpha)$ در نظر می‌گیریم و می‌دانیم فاصله مرکز دایره تا هر خط مماس برابر R است.

$$R = \frac{|\alpha + 3\alpha - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{|-\alpha - 3\alpha - 10|}{\sqrt{10}}$$

$$\begin{cases} 4\alpha - 6 = -4\alpha - 10 \Rightarrow 8\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \\ 4\alpha - 6 = 4\alpha + 10 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow O\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{شعاع دایره: } R = \frac{|4\alpha - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{|-2 - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow S = \pi R^2 = \frac{\pi \times 64}{10} = \frac{16\pi}{5}$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۴۵)

اما نقطه $A(a, 1)$ روی این دایره واقع است. پس در معادله آن صدق می‌کند.

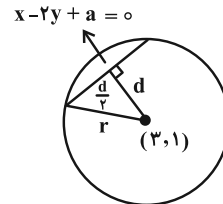
$$(a+1)^2 + (1-1)^2 = 1 \Rightarrow (a+1)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+1=1 \Rightarrow a=0 \\ a+1=-1 \Rightarrow a=-2 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۲» - ۲۶



$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = a+16$$

$$d = \frac{|3-2(1)+a|}{\sqrt{1+4}} = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}}$$

$$r^2 = d^2 + \frac{d^2}{4} = \frac{5(a+1)^2}{20} = \frac{(a+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow r^2 = a+16 = \frac{(a+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=9 \Rightarrow r=5 \\ a=-7 \Rightarrow r=3 \end{cases}$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۳۳)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۳» - ۲۷

$$(x-y)^2 + (2x-3)(y+2) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 3y - 6 = 0$$

مرکز و شعاع دایره $O(-2, \frac{3}{2})$ و $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$ و مرکز و شعاع دایره

$x^2 + y^2 = m$ برابر $O'(0, 0)$ و $r' = \sqrt{m}$ است. چون دو دایره

مماس داخلند. پس: azmonvip

$$OO' = |r - r'| \Rightarrow \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \left| \frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{m} \right|$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = \left| \frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{m} \right|$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{m} = \pm \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{m} = 1, \sqrt{m} = 6 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=36 \end{cases}$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۳۴)

(مهمد صدت‌کار)

گزینه «۱» - ۲۸

این دو دایره، سه مماس مشترک دارند. پس مماس خارج هستند. بنابراین

اگر فاصله مراکز دو دایره برابر d و اندازه شعاع‌های دو دایره برابر r و

r' باشند آن‌گاه خواهیم داشت:

$$d = r + r'$$



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۴»

(فرزاد جوادی)

یادآوری ۱: $q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2}$

یادآوری ۲: $q(P_n) = n-1$

یادآوری ۳: K_p ها $(p-1)$ منتظم هستند.

$$q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 45 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p(p-1) = 90$$

$$\Rightarrow p = 10$$

مطابق یادآوری ۳، گراف K_9 ، ۹- منتظم است. پس:

$$\Delta(K_p) = \delta(K_p) = 9$$

چون P_n دارای ۸ یال است مطابق یادآوری ۲، $n = 9$ می‌باشد. در P_9 :

دو رأس از درجه ۱ و مابقی درجه ۲ می‌باشند. پس:

$$\Delta(P_n) = 2, \quad \delta(P_n) = 1$$



با توجه به یافته‌های بالا گزینه «۴» درست است. یعنی:

$$\delta(K_p) + \Delta(P_n) = 9 + 2 = 11$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۳۲- گزینه «۴»

(افشین شاه‌خان)

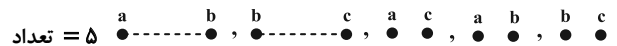
بهتر است زیرگراف‌ها را برحسب مرتبه، مرتب کنیم، سپس تعداد آن‌ها را بشماریم.

۱) زیرگراف‌های مرتبه ۳:



$$\text{تعداد} = 2 \times 2 = 4$$

۲) زیرگراف‌های مرتبه ۲:



$$\text{تعداد} = 5$$

۳) زیرگراف‌های مرتبه ۱:



$$\text{تعداد} = 3$$

بنابراین تعداد کل زیرگراف‌ها برابر است با:

$$4 + 5 + 3 = 12$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۷)

۳۳- گزینه «۳»

(مهم صحت‌کار)

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow a + b + 3 + 2 + 2 = 2 \times 6$$

$$\Rightarrow a + b = 12 - 7 = 5$$

حالت‌های ممکن به صورت زیر است:

a	۵	۴	۳
b	۰	۱	۲
	۵, ۳, ۲, ۲, ۰	۴, ۳, ۲, ۲, ۱	۳, ۳, ۲, ۲, ۲
	گراف نیست		
		دور ۳	دور ۳

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ و ۳۸)

۳۴- گزینه «۳»

(کیوان درایی)

درجات رئوس گراف را به ترتیب می‌چینیم:

$$6, 6, \overbrace{6, 6, \dots}^{6 \text{ رأس}}, 3$$

حال هدف، گرافی با بیشترین اندازه ممکن است. پس ۶ رأس باقی‌مانده را از بزرگ‌ترین درجه ممکن انتخاب می‌کنیم. می‌دانیم $\Delta = 6$ و گراف تنها دو رأس از درجه Δ دارد، پس بیشترین درجه‌ای که برای رأس‌های باقی‌مانده می‌توانیم انتخاب کنیم ۵ است. اما اگر هر ۶ رأس را از درجه ۵ انتخاب کنیم، در کنار رأس درجه ۳، ۷ رأس فرد تشکیل می‌شود که می‌دانیم امکان‌پذیر نیست. پس یکی از رأس‌های درجه ۵ را به درجه ۴ تبدیل می‌کنیم تا تعداد رأس‌های فرد، زوج باشد. دنباله درجات گراف مطلوب ما به شکل زیر است:

$$6, 6, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 3$$

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 44 = 2q \Rightarrow q = 22$$

توجه کنید که گرافی با درجات فوق وجود دارد؛ سعی کنید آن را رسم کنید.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۳۵- گزینه «۲»

(مهم صحت‌کار)

تعداد یال‌های G و \bar{G} (مکمل G) را به ترتیب q و q' می‌گیریم.

داریم:

$$\begin{cases} q + q' = \frac{p(p-1)}{2} \\ q' = 2q \end{cases} \Rightarrow 3q = \frac{p(p-1)}{2}$$

در نتیجه اگر ۸ رأس را درگیر ۲۶ یال کنیم بقیه رأس تنها خواهند ماند.

$$b = 73 - 8 = 65$$

و برای این که حداقل رأس تنها را داشته باشیم سعی می‌کنیم بیشترین تعداد رأس‌ها را از تنهایی دریاوریم. برای این منظور، با هر یال، دو رأس را به هم وصل می‌کنیم، یعنی تا حد امکان گراف‌های P_2 می‌سازیم. حال با ۲۶ یال می‌توانیم ۵۲ رأس را تبدیل به رأس درجه یک کنیم و سایر رأس‌ها را تنها نگه می‌داریم. بنابراین گراف دارای $73 - 26 \times 2$ رأس تنها خواهد بود.

$$a = 73 - 26 \times 2 = 73 - 52 = 21$$

$$b - a = 65 - 21 = 44$$

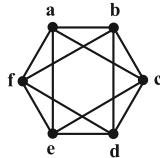
بنابراین:

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

(امیرسین ابومصوب)

۳۹- گزینه «۲»

چون گراف منتظم است، پس درجه همه رأس‌ها یکسان است. پس هر یال در هر سر خود (یعنی در هر رأس) با ۳ یال دیگر مجاور است. یعنی از هر رأس ۴ یال عبور می‌کند. پس گراف G ، گراف ۴-منتظم مرتبه ۶ است. این گراف را رسم کرده و تعداد دورهای به طول ۳ در آن را می‌شماریم. با توجه به شکل، تعداد این دورها برابر با ۸ است.

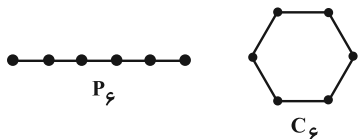


(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

(مهرداد ملونری)

۴۰- گزینه «۳»

هر گراف با ماکسیمم درجه $\Delta = 2$ ، اجتماعی از چند گراف P_n و C_n است؛ پس تنها گراف‌های همبند از مرتبه p با ماکسیمم درجه $\Delta = 2$ ، مسیر p رأسی (P_n) و دور p رأسی (C_n) است. در نتیجه تنها ۲ گراف همبند مطلوب وجود دارد:



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

$$\Rightarrow \begin{cases} 3q = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 3\left(\frac{3p}{2}\right) = \frac{9p}{2} = \frac{p(p-1)}{2} \\ 3p = 2q \end{cases}$$

$$\Rightarrow p - 1 = 9 \Rightarrow p = 10$$

$$\Rightarrow q = \frac{3 \times 10}{2} = 15$$

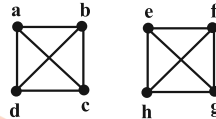
$$\Rightarrow p + q = 10 + 15 = 25$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۳۶- گزینه «۳»

(کیوان دارابن)

گراف مطلوب به شکل گراف زیر است:



تعداد دورهای به طول ۴ در هر بخش برابر است با:

$$\binom{4}{4} \frac{3!}{2} = 1 \times \frac{6}{2} = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

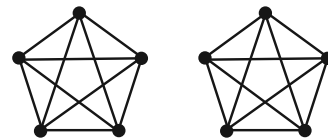
پس تعداد کل دورهای به طول ۴ برابر است با:

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۷- گزینه «۳»

(کیوان دارابن)

گراف شرایط گزینه «۳» ممکن است اجتماع دو گراف K_5 باشد، یعنی در این صورت ناهمبند خواهد بود.



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

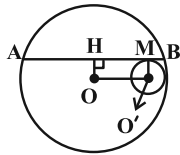
۳۸- گزینه «۱»

(سوگند روشنی)

$$\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q \Rightarrow 52 = 2q \Rightarrow q = 26$$

تعداد یال‌های این گراف ۲۶ است.

$$q \leq \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p(p-1) \geq 52 \Rightarrow p_{\min} = 8$$



$$AH^2 = OA^2 - OH^2 = 8^2 - 2^2 = 60 \Rightarrow$$

$$AH = 2\sqrt{15} \Rightarrow BH = 2\sqrt{15}$$

چهار ضلعی OO'MH مستطیل است، پس داریم:

$$MH = OO' = 8 - 2 = 6 \Rightarrow \begin{cases} MA = 2\sqrt{15} + 6 \\ MB = 2\sqrt{15} - 6 \end{cases}$$

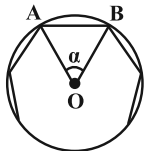
$$\frac{MA}{MB} = \frac{2\sqrt{15} + 6}{2\sqrt{15} - 6} \times \frac{2\sqrt{15} + 6}{2\sqrt{15} + 6} = \frac{96 + 24\sqrt{15}}{24} = 4 + \sqrt{15}$$

(هنر سه ۲- راپره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۰)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۲» ۴۴

یک n ضلعی منتظم را مطابق شکل درون یک دایره محاط کرده‌ایم. داریم:



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}, \quad OA = OB = R$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi R^2 = 36\pi \Rightarrow R = 6$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow S_{\text{ضلعی } n} = n S_{\Delta OAB} = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n} = 108$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 36 \times \sin \frac{360^\circ}{n} = 108$$

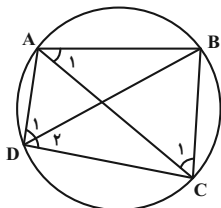
$$\Rightarrow \sin \frac{360^\circ}{n} = \frac{6}{n} \xrightarrow{\text{گزینه‌ها}} n = 12$$

(هنر سه ۲- راپره: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۳» ۴۵

نکته: مجموع زوایای مقابل یک چهارضلعی محاطی 180° می‌باشد.



هندسه ۲

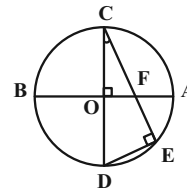
گزینه «۴» ۴۱

مطابق شکل داریم:

$$\hat{E} = 90^\circ, \hat{O} = 90^\circ \text{ (روبه روی قطر)}$$

$$\begin{cases} \hat{O} = \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{ZZ}} \Delta OFC \sim \Delta CDE$$

$$\Rightarrow \frac{CO}{CE} = \frac{OF}{DE} \quad (*)$$



از طرفی در مثل CDE طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$$

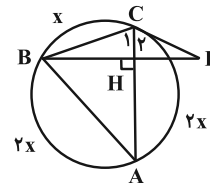
$$\xrightarrow{(*)} \frac{5}{8} = \frac{OF}{6} \Rightarrow OF = \frac{5 \times 6}{8} = \frac{15}{4} = 3.75$$

$$AF = 5 - 3.75 = 1.25$$

(هنر سه ۲- راپره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

(افشین شاهنشان)

گزینه «۲» ۴۲



طبق داده‌های مسأله:

$$x + 2x + 2x = 360^\circ \Rightarrow x = 72^\circ$$

از طرفی مثلث BCD متساوی‌الساقین است چون:

ظلی محاطی

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = x$$

یعنی ارتفاع CH نیمساز نیز می‌باشد.

$$\hat{BCD} = 2x = 144^\circ \Rightarrow \hat{D} = \frac{180^\circ - 144^\circ}{2} = 18^\circ$$

(هنر سه ۲- راپره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(امیر حسین ابومحبوب)

گزینه «۴» ۴۳

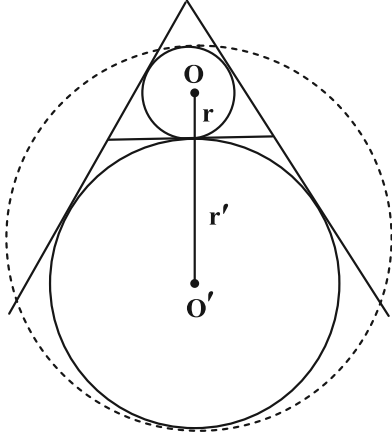
از نقطه O (مرکز دایره بزرگ‌تر) بر وتر AB عمود می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند. از طرفی چون AB موازی خط‌المركزین دو دایره است، پس OH برابر شعاع دایره کوچک‌تر یعنی ۲ است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OAH داریم:



$$r' = \frac{S}{p-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3a}{2} - a} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow \begin{cases} r = 1 \\ r' = 3 \end{cases}$$

مطابق شکل، قطر کوچک‌ترین دایره که با هر یک از دو دایره، مماس درون باشد، برابر می‌شود با:

$$2R = 2r + 2r' = 2 + 6 = 8 \Rightarrow R = 4 \Rightarrow S = 16\pi$$



(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(فرید غلامی)

گزینه ۲ - ۴۹

فرض کنیم شعاع دایره محاطی داخلی و h_a ، h_b و h_c ارتفاع‌های مثلث باشند. داریم:

$$S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} bh_b = \frac{1}{2} ch_c$$

$$\Rightarrow h_a = \frac{2S}{a}, \quad h_b = \frac{2S}{b}, \quad h_c = \frac{2S}{c}$$

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S}$$

$$= \frac{a+b+c}{2S} = \frac{2p}{2S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{37}{60} \Rightarrow r = \frac{60}{37}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۰)

(امیرسین ابومصوب)

گزینه ۳ - ۵۰

دو دایره که سه مماس مشترک داشته باشند، مماس برون هستند. برای این دو دایره داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = 2\sqrt{RR'} \Rightarrow 4\sqrt{35} = 2\sqrt{RR'}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{35} = \sqrt{RR'} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 140 = RR'$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+2) = 140 \Rightarrow m^2 - 4 = 140$$

$$\Rightarrow m^2 = 144 \xrightarrow{m>} m = 12$$

طول خط‌المركزین دو دایره مماس برون، برابر مجموع شعاع‌های دو دایره است، پس داریم:

$$d = R + R' = (m-2) + (m+2) = 2m = 2 \times 12 = 24$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

طبق تعریف زاویه محاطی در دایره داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 = \hat{D}_2 = \frac{\widehat{BC}}{2} &\Rightarrow 6\alpha + 15^\circ = 4\beta + 15^\circ \Rightarrow 3\alpha = 2\beta \\ \hat{D}_1 = \hat{C}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} &\Rightarrow 2\alpha + 15^\circ = \beta + 15^\circ \Rightarrow 2\alpha - \beta = 5^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} \alpha = 10^\circ \\ \beta = 15^\circ \end{cases}$$

از طرفی $\hat{D} + \hat{B} = 180^\circ$ است، پس:

$$\hat{D} = (2\alpha + 15^\circ) + (4\beta + 15^\circ) = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$

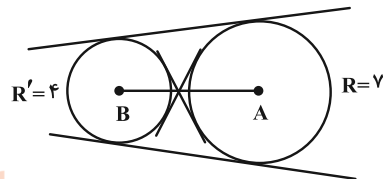
$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۲۷)

گزینه ۴ - ۴۶

(هومن عقیلی)

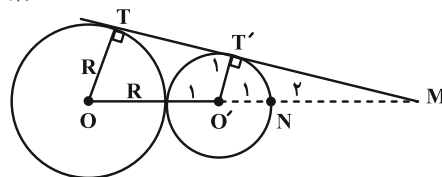
این خط بر دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۷ و هم‌چنین بر دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۴ مماس است در نتیجه مماس مشترک آن‌ها محسوب می‌شود و چون $AB > R + R'$ یعنی $12 > 7 + 4$ پس دو دایره متخارج هستند که چهار مماس مشترک دارند.



(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

گزینه ۲ - ۴۷

(مهردار ملونری)



با توجه به شکل و فرض سؤال، در مثلث OTM داریم:

$$O'T' \parallel OT \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{O'T'}{OT} = \frac{MO'}{MO}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{3}{4+R} \Rightarrow 4+R = 3R \Rightarrow R = 2$$

می‌دانیم طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع‌های R, R' برابر $2\sqrt{RR'}$ است، پس:

$$TT' = 2\sqrt{2 \times 1} = 2\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

گزینه ۴ - ۴۸

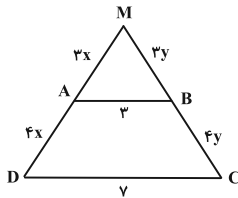
(سوکندر روشنی)

$$2p = 6\sqrt{3} \Rightarrow p = 3\sqrt{3}$$

$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی} : r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$



$$\Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} MA = 3x \\ AD = 4x \end{cases}, \begin{cases} MB = 3y \\ BC = 4y \end{cases}$$



حال محیط مثلث و دوزنقه را بر حسب x و y بیان می‌کنیم:

$$\text{محیط مثلث } MAB = 3x + 3y + 3 = 3(x+y) + 3$$

$$\text{محیط دوزنقه } ABCD = 4x + 4y + 3 + y = 4(x+y) + 10$$

از طرفی طبق فرض:

$$\text{محیط مثلث } \Delta X = 1/5 = \text{محیط دوزنقه}$$

$$\Rightarrow 4(x+y) + 10 = 1/5 \times 3(x+y) + 4/5 \Rightarrow 0/5(x+y) = 5/5$$

$$\Rightarrow x+y = 11$$

$$\Rightarrow \text{مجموع دو ساق} = 4(x+y) = 4 \times 11 = 44$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

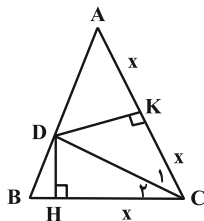
(امیررضا فلاح)

گزینه «۴» -۵۳

$$S_{ADC} = 2S_{DHC} \Rightarrow \frac{1}{2} DK \times AC = 2 \times \frac{1}{2} DH \times CH$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} DK \times 2CH = DH \times CH \Rightarrow DK = DH$$

بنابراین CD نیمساز زاویه C است.



با توجه به شکل، دو مثلث قائم‌الزاویه DHC و DKC به حالت تساوی

$$\text{وتر و ضلع قائمه با هم هم‌نهشت‌اند و داریم: } CH = CK$$

$$\text{از طرفی: } CH = \frac{AC}{2} \Rightarrow \frac{AC}{2} = CK \Rightarrow AK = KC$$

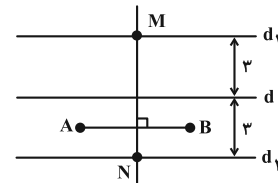
هندسه ۱

۵۱- گزینه «۲»

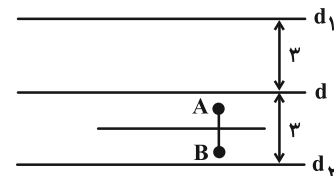
(امیرسین ابومبوب)

نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارند. همچنین نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳ واحد باشند، روی دو خط موازی با d و در طرفین آن واقع‌اند. تعداد نقاط برخورد عمودمنصف پاره‌خط AB و این دو خط، مطابق شکل‌های زیر است.

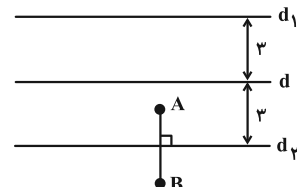
الف) عمودمنصف AB ، هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند. در این صورت مسئله ۲ جواب دارد.



ب) عمودمنصف AB با هر دو خط d_1 و d_2 موازی باشد. در این صورت مسئله جواب ندارد.



ب) عمودمنصف AB بر یکی از دو خط d_1 یا d_2 منطبق باشد. در این صورت مسئله بی‌شمار جواب دارد.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلا؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

(کیوان دارابی)

۵۲- گزینه «۱»

طبق قضیه تالس (جزء به کل) در مثلث MDC خواهیم داشت:

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{MA}{MD-MA} = \frac{3}{7-3}$$

$$\triangle MAC : EB \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MB}{MC} = \frac{ME}{MA} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{MA}{MD} = \frac{ME}{MA} \Rightarrow \frac{x+3}{x+10} = \frac{x}{x+3}$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 = x(x+10) \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 10x$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

حال با توجه به رابطه (۱) داریم:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{MA}{MD} = \frac{\frac{9}{4} + 3}{\frac{9}{4} + 10} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{49}{4}} = \frac{21}{49} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{7}{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۷)

۵۶- گزینه «۲» (مهرزاد ملونری)

a و b و c موقعی می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند که داشته باشیم:

$$\begin{cases} a < b + c \\ b < a + c \\ c < a + b \end{cases}$$

در نتیجه در این سؤال داریم:

$$\begin{cases} \Delta x - 2 < (3x + 4) + (x + 1) \Rightarrow x < 7 \\ 3x + 4 < (\Delta x - 2) + (x + 1) \Rightarrow 3x > \Delta - 5 \Rightarrow x > \frac{\Delta - 5}{3} \\ x + 1 < (\Delta x - 2) + (3x + 4) \Rightarrow 7x > -1 \Rightarrow x > \frac{-1}{7} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{5}{3} < x < 7$$

برای این که طول اضلاع مثلث، اعدادی صحیح باشند و محیط مثلث، کمترین

مقدار ممکن باشد، باید $x = 2$ و در آن صورت داریم:

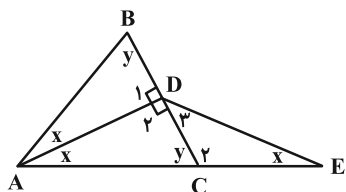
$$21 = \text{کمترین مقدار محیط} \Rightarrow 10, 3, 8 : \text{اضلاع}$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۵۷- گزینه «۴» (احشین فاصه‌شان)

چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، نیمساز رأس A، عمودمنصف

BC نیز خواهد بود، پس:



پس در مثلث ADC، ارتفاع DK، میانه بوده و در نتیجه نوع مثلث

$$\hat{A} = \hat{C}_1 \quad \text{ADC متساوی‌الساقین است و داریم:}$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 2\hat{C}_1$$

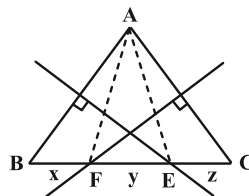
بنابراین اگر فرض کنیم $\hat{C}_1 = \alpha$ آن‌گاه خواهیم داشت:

$$2\alpha + 2\alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow 5\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۵۴- گزینه «۱» (مهمرصدت‌کار)

نقطه E روی عمودمنصف AB است. پس: $EA = EB = 5$



نقطه F روی عمودمنصف AC است. پس: $FA = FC = 7$

از طرفی دیگر با توجه به شکل:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 7 \\ x + y + z = 9 \end{cases} \Rightarrow x + 2y + z = 12 \Rightarrow y = 3$$

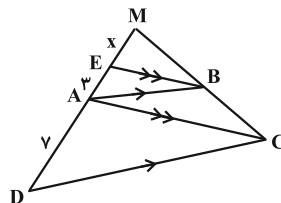
پس $EF = 3$ و در نتیجه محیط مثلث AEF برابر است با:

$$5 + 7 + 3 = 15$$

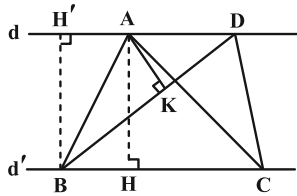
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۵- گزینه «۲» (هومن عقیلی)

با توجه به شکل داریم:



$$\triangle MCD : AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{CD} = \frac{MB}{MC} = \frac{MA}{MD} \quad (1)$$



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{AD}{BC} = \frac{3}{5} \quad (*)$$

$$S_{ABC} = 40 \text{ cm}^2 \xrightarrow{(*)} S_{ABD} = 24 \text{ cm}^2$$

برای مساحت مثلث ABD داریم:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} BD \times AK = \frac{1}{2} \times 6 \times AK = 24$$

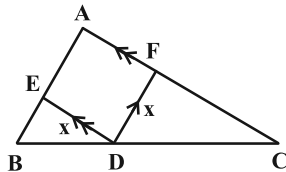
$$\Rightarrow AK = 8 \text{ cm}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(مهرزاد ملونری)

۶۰- گزینه «۳»

طول ضلع لوزی را x می‌گیریم. مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} DF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{AB} = \frac{CD}{BC} & (1) \\ DE \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{AC} = \frac{BD}{BC} & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = \frac{BD+CD}{BC} = 1$$

$$\Rightarrow x \left(\frac{3+2}{12} \right) = 1 \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} \frac{12}{5} = \frac{CD}{8} \Rightarrow CD = \frac{24}{5} \\ \frac{12}{5} = \frac{BD}{8} \Rightarrow BD = \frac{16}{5} \end{cases} \Rightarrow CD - BD = \frac{8}{5} = 1/6$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

$$\hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90^\circ \quad \Delta ACD : \hat{D}_2 > y \xrightarrow{\text{زاویه برتر}} AC > AD$$

$$\begin{cases} AC=AB \rightarrow AB > AD & \text{گزینه (۳)} \\ AD=DE \rightarrow AC > DE & \text{گزینه (۱)} \end{cases}$$

$$\Delta DEC : \begin{cases} \hat{C}_2 = 90^\circ + x \\ y = 90^\circ - x \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_2 > y > \hat{D}_2$$

$$y = \hat{D}_2 + x \quad \text{زاویه خارجی}$$

$$\text{گزینه (۲)} : DE > CE \xrightarrow{AD=DE} AD > CE$$

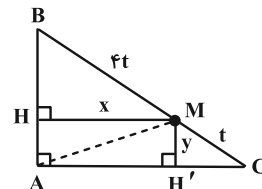
الزاماً در مثلث متساوی‌الساقین ABC نمی‌توان نتیجه گرفت که $2x < y$ و از آنجا $AC > BC$ را نتیجه گرفت.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۵۸- گزینه «۴»

(کیوان دارابین)

در مثلث ABC دو بار قضیه تالس را می‌نویسیم تا اندازه پاره‌خط‌های MH و MH' را محاسبه کنیم.



$$MH' \parallel AB \Rightarrow \frac{y}{AB} = \frac{CM}{CB} \Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{3}{5}$$

$$MH \parallel AC \Rightarrow \frac{x}{AC} = \frac{BM}{BC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$$

حال AM قطر مستطیلی با اضلاع $\frac{16}{5}$ و $\frac{3}{5}$ است، بنابراین:

$$AM = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{265}}{5}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

(مهرزاد ملونری)

۵۹- گزینه «۴»

در دو مثلث ABD و ABC، طول دو ارتفاع AH و BH' با هم

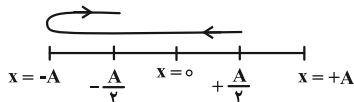
برابرند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با:

$$t_p = 1/6 \text{ s} \Rightarrow x_p = A \cos\left(\frac{\Delta\pi}{6} \times \frac{1}{6}\right)$$

$$= A \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{A}{2} \quad (\text{ربع سوم})$$

و در نهایت با استفاده از مسیر حرکت نوسانگر، تندی متوسط و سرعت

متوسط آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم: *azmonvip*



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2A}{1/2} = \frac{\Delta A}{2} \Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = 2$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{A}{1/2} = -\frac{\Delta A}{6}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(مبتنی نگوئیان)

گزینه «۴» - ۶۳

با توجه به رابطهٔ تکانه داریم:

$$P_{max} = mv_{max} \Rightarrow \frac{P_{max} = 4 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{m = 8 \times 10^{-2} \text{ kg}} \rightarrow v_{max} = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$4 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-2} v_{max} \Rightarrow v_{max} = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی طبق رابطهٔ بیشینه تندی در حرکت هماهنگ ساده و بسامد زاویه‌ای

آونگ ساده کم‌دامنه داریم:

$$\begin{cases} v_{max} = A\omega \\ \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \end{cases} \Rightarrow v_{max} = A\sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \frac{v_{max} = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, L = 4 \times 10^{-1} \text{ m}} \rightarrow A = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

$$5 \times 10^{-2} = A\sqrt{\frac{10}{4 \times 10^{-1}}} \Rightarrow A = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(امیرامیر میرسعید)

گزینه «۳» - ۶۴

با توجه به نمودارهای شکل می‌توان گفت:

$$\frac{T_B}{4} = \frac{3T_A}{4} \Rightarrow T_B = 3T_A$$

نوسانگر A در مدت ۱ دقیقه ۳۰ بار طول پاره‌خط را طی کرده پس ۱۵

نوسان کامل انجام داده است.

فیزیک ۳

گزینه «۴» - ۶۱

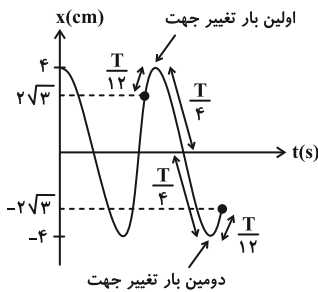
(معمود منضوری)

$$A = \frac{\text{طول پاره‌خط}}{2} = \frac{8 \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \xrightarrow{\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{\text{s}}} T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s}$$

با توجه به اطلاعات سؤال و این که نوسانگر دو بار تغییر جهت می‌دهد، نمودار

آن را رسم کرده و سپس سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta x = x_p - x_1 = -2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{4T}{12} \xrightarrow{T=2\text{s}} \Delta t = \frac{4 \times 2}{12} = \frac{4}{3} \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-4\sqrt{3} \text{ cm}}{\frac{4}{3} \text{ s}} = -3\sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$|v_{av}| = 3\sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(مبتنی نگوئیان)

گزینه «۲» - ۶۲

با توجه به معادلهٔ مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{\substack{x = -\frac{\sqrt{3}}{2} A \\ t = \frac{1}{5} \text{ s}}} -\frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{5}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{14\pi}{5} \Rightarrow T = \frac{12}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi \text{ rad}}{6 \text{ s}}$$

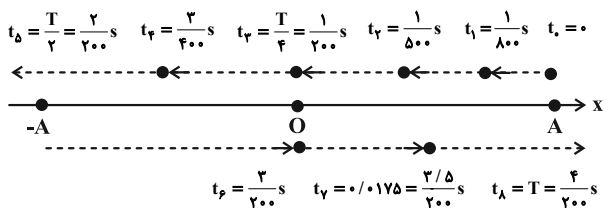
سپس مکان نوسانگر را در لحظات t_1 و t_2 به دست می‌آوریم:

$$t_1 = 0/4 \text{ s} \Rightarrow x_1 = A \cos\left(\frac{\Delta\pi}{6} \times \frac{2}{5}\right)$$

$$= A \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{A}{2} \quad (\text{ربع اول})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f = 50 \text{ Hz} \\ T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ s} \end{cases}$$

با توجه به مقدار بسامد می‌توان گفت که این نوسانگر در هر ثانیه ۵۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. بنابراین گزاره (الف) نادرست است. اگر مسیر حرکت متحرک در محور X را همانند شکل زیر نمایش دهیم، موقعیت متحرک در لحظات نشان داده شده، مطابق شکل زیر است:



با توجه به شکل در بازه زمانی $\frac{3}{400}$ s تا $\frac{3}{200}$ s جهت حرکت متحرک تغییر کرده است. بنابراین مسافت از جابه‌جایی بیشتر است، پس گزاره (ب) نادرست است. در بازه زمانی $\frac{1}{800}$ s تا $\frac{1}{500}$ s متحرک در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است بنابراین حرکت آن تندشونده است. همچنین در لحظه $t = 0.0175$ s متحرک در حال نزدیک شدن به انتهای مسیر است و تندی و انرژی جنبشی آن در حال کاهش است. لذا گزاره‌های (ب) و (ت) درست هستند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

(عباس اصغری)

۶۸- گزینه «۴»

در حین وقوع زمین‌لرزه اگر بسامد نوسان‌های واداشتی که توسط زمین‌لرزه ایجاد می‌شود به بسامد نوسان طبیعی سازه‌های نزدیک‌تر باشد و با آن برابر باشد برای آن سازه تشدید رخ می‌دهد و انرژی بیشتری به آن منتقل می‌شود. لذا دامنه نوسان آن سازه بیشتر شده و احتمال تخریب آن بیشتر است. بنابراین پاسخ این سؤال به این بستگی دارد که بسامد نوسان‌های واداشته ناشی از زمین‌لرزه به کدام گروه از سازه‌ها نزدیک‌تر باشد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

(شیراز شیرازی)

۶۹- گزینه «۳»

می‌دانیم که انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ به دست می‌آید که در آن k ، ثابت فنر و A دامنه نوسان است. پس:

$$n_A = \frac{60}{T_A} \Rightarrow 15 = \frac{60}{T_A} \Rightarrow T_A = 4 \text{ s} \Rightarrow T_B = 3T_A = 12 \text{ s}$$

$$n'_A = \frac{180}{4} = 45$$

$$n'_B = \frac{180}{12} = 15$$

تعداد نوسان‌هایی که در مدت 180 s نوسانگر A جلو می‌افتد، برابر است با:

$$n'_A - n'_B = 45 - 15 = 30$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(ممد نواوندی مقدم)

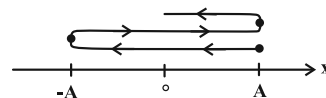
۶۵- گزینه «۳»

ابتدا زمان‌های داده شده را در معادله حرکت جایگذاری می‌کنیم تا مکان‌های متحرک در این لحظه‌ها تعیین شود.

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = A \cos 0 = A$$

$$t_2 = 0.25 \text{ s} \Rightarrow x_2 = A \cos(1 \cdot \pi \times 0.25) = A \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

با توجه به $\frac{\pi}{2}$ متوجه می‌شویم متحرک یک دور و یک ربع دور زده است که با توجه به شکل زیر داریم:



که متحرک دو بار تغییر جهت داده است.

(فیزیک ۳- صفحه ۶۴)

(ممد نواوندی مقدم)

۶۶- گزینه «۳»

از رابطه شتاب بیشینه و تندی بیشینه ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} a_{\max} = A\omega^2 \Rightarrow A\omega^2 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_{\max} = A\omega \Rightarrow A\omega = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

حال از رابطه بسامد زاویه‌ای، دوره را محاسبه می‌نماییم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{25} \text{ s}$$

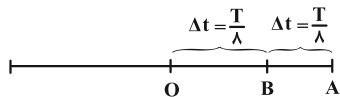
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(عباس اصغری)

۶۷- گزینه «۳»

براساس معادله داده شده، دوره و بسامد حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$x = 0.2 \cos 100\pi t \Rightarrow \omega = 100\pi, \quad \omega = 2\pi f$$



در مسیر دوم B' وسط پاره خط $O'A'$ است و در واقع مکان نقطه B' نصف دامنه حرکت بوده و با توجه به بازه‌های زمانی خاص مدت زمان طی

این مسافت برابر با $\frac{T'}{6}$ است. پس:

$$\Delta t' = \frac{T'}{6} \xrightarrow{\Delta t' = 2\Delta t} 2\Delta t = \frac{T'}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T'}{12}$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} \Delta t = \frac{T}{\lambda} \\ \Delta t = \frac{T'}{12} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{12} = \frac{T}{\lambda} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{12}{\lambda} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(علیرضا جباری)

گزینه «۱»

با توجه به نمودار، دامنه نوسان 8 cm است.

$$A = 8 \text{ cm}, \quad \ell = 24 \text{ cm} = 3A$$

هر بار که نوسانگر دامنه را می‌پیماید، زمان سپری شده $\frac{T}{4}$ یعنی ربع دوره

است. پس وقتی ۳ برابر دامنه را می‌پیماید، زمان سپری شده $\Delta t = \frac{3T}{4}$

است.

از طرفی با توجه به نمودار داده شده می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta T}{4} = 2 \Rightarrow T = \frac{\lambda}{5} = 1/6 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{\lambda}{5} = \frac{6}{5} \text{ s}$$

بنابراین:

در لحظه $t = \frac{3}{4}T$ ، نوسانگر در حال عبور از مرکز نوسان است و در این

وضعیت بیشینه سرعت را دارد.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times (0/1)^2 = 40 \times 0/01 = 0/4 \text{ J}$$

از طرفی می‌دانیم $E = K + U$ که در آن K انرژی جنبشی و U انرژی پتانسیل می‌باشد. پس:

$$E = K + U \Rightarrow 0/4 = K + 0/1 \Rightarrow K = 0/3 \text{ J}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۶)

(معمومه شریعت ناصری)

گزینه «۳»

می‌دانیم در نقاط بازگشتی، انرژی پتانسیل بیشینه است. پس از طریق رابطه‌های انرژی جنبشی و پتانسیل می‌توانیم در نقطه تعادل مقدار سرعت را به دست آوریم:

$$x = A \Rightarrow 0/16 \text{ J} = U_{\max} \Rightarrow \begin{cases} U_{\max} = K_{\max} \\ U_{\max} = 0/16 \end{cases} \Rightarrow K_{\max} = 0/16$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow 0/16 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حالا باید سرعت را در مکان x_1 به دست آوریم. با توجه به مقادیر E و U در این نقطه می‌توانیم مقدار K را به دست آوریم:

$$x_1 \Rightarrow U = 0/07 \text{ J}$$

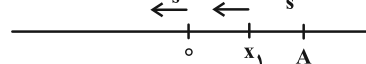
$$E = K_{\max} = U_{\max} = 0/16 \text{ J}$$

$$K = E - U = 0/16 - 0/07 = 0/09 \text{ J} \Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 0/09 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times v^2 \Rightarrow v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{\text{av}} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{v_{\max} - v}{\Delta t} = \left| \frac{-4 + 3}{0/2} \right| = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(معمومه شریعت ناصری)

گزینه «۳»

مدت زمانی که نوسانگر از بیشینه دامنه مثبت به نقطه تعادل می‌رسد برابر

است. چون بنابر صورت سؤال مدت زمان حرکت از A تا B با مدت

زمان حرکت از B تا O یکسان است. بنابراین نوسانگر هر کدام از این

مسیرها را در مدت $\frac{T}{8}$ طی می‌کند. پس داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{8}$$



سرعت نوسانگر در عبور از مرکز نوسان همان سرعت ماکزیمم است. در

نتیجه داریم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{A=\frac{L}{2}=15\text{cm}} v_{\max} = \frac{15}{100} \times \frac{3\pi}{2} = \frac{9\pi}{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۷۵- گزینه «۲» (زهره آقاممدری)

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسان را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f=25\text{Hz}} \omega = 2\pi \times 25 = 50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

با توجه به نمودار، در محل تلاقی در نمودار انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی داریم:

$$U = K = 400\pi^2 \text{mJ} = 400\pi^2 \times 10^{-3} \text{J} = 0.4\pi^2 \text{J}$$

در نتیجه انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = K + U = 0.4\pi^2 + 0.4\pi^2 = 0.8\pi^2 \text{J}$$

می‌دانیم که انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \xrightarrow{m=100\text{g}=0.1\text{kg}, \omega=50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \Rightarrow A^2 = \frac{0.8\pi^2 \times 2}{0.1 \times 2500\pi^2} = 64 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 8 \times 10^{-2} \text{m}$$

$$0.8\pi^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (50\pi)^2 A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{0.8\pi^2 \times 2}{0.1 \times 2500\pi^2} = 64 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 8 \times 10^{-2} \text{m}$$

اکنون با داشتن A و ω می‌توانیم معادله مکان-زمان نوسانگر را بنویسیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=0.08\text{m}, \omega=50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} x = 0.08 \cos 50\pi t$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۷۶- گزینه «۲» (معمور منهوری)

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم و سپس مدت زمانی را که

طول می‌کشد Δ نوسان انجام دهد، محاسبه می‌کنیم.

$$|v_{\max}| = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{A=8\text{cm}, T=1/6\text{s}} \rightarrow$$

$$|v_{\max}| = 8 \times \frac{2\pi}{1/6} = 10\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۷۳- گزینه «۱» (عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا تغییرات شتاب گرانشی را محاسبه می‌کنیم، سیاره زمین را با اندیس e

و سیاره دیگر را با اندیس x نمایش می‌دهیم.

$$\frac{g_x}{g_e} = \frac{M_x}{M_e} \cdot \left(\frac{R_e}{R_x}\right)^2 = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$$

دوره تناوب آونگ از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ به دست می‌آید. داریم:

$$\frac{T_x}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_x} \times \frac{L_x}{L_e}} \Rightarrow 1 = \sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{L_x}{L_e}}$$

$$\Rightarrow \frac{L_x}{L_e} = 4 \Rightarrow L_x = 4L_e$$

تغییرات طول برابر است با:

$$\Delta L = L_x - L_e = 4L - L = 3L$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۵)

۷۴- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به این که نوسانگر در هر دوره تناوب مسافتی ۴ برابر دامنه را طی

می‌کند، بنابراین در مدتی که نوسانگر مسافتی به اندازه ۱۸۰ برابر دامنه را

طی می‌کند $\frac{180}{4} = 45$ نوسان کامل انجام می‌دهد.

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3} \text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{4}{3}} = \frac{3\pi}{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

یعنی در هر ۹/۶ ساعت، عقربه ساعت‌شمار ۱۲ ساعت دوران می‌کند، لذا در ۲۴ ساعت ۳۰ ساعت دوران خواهد کرد و ۶ ساعت جلو خواهد افتاد.

$$t = \frac{24 \times 12}{9/6} = 30h \Rightarrow \Delta t = 30 - 24 = 6h$$

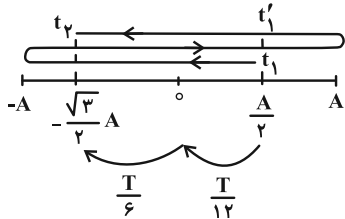
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(امیرمسین برادران)

۷۹- گزینه «۴»

اگر مطابق شکل زیر، مسیر حرکت نوسانگر را رسم کنیم، می‌بینیم بازه زمانی بین t_1 تا t_1' برابر با یک دوره تناوب (T) و بازه زمانی بین t_1' و t_2 برابر

با $\frac{T}{6} + \frac{T}{12}$ است. بنابراین در مجموع داریم:



$$t_2 - t_1 = T + \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{\Delta T}{4} \quad t_2 - t_1 = 0.75s \rightarrow \frac{\Delta T}{4} = 0.75s$$

$$\Rightarrow T = \frac{0.75}{1} = 0.75s \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{1}{0.75} \Rightarrow f = \frac{25}{3} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(امیرمسین برادران)

۸۰- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) درست؛ بردارهای تکانه و سرعت هم‌جهت‌اند. همچنین بردارهای نیرو و شتاب نیز هم‌جهت‌اند. در حرکت هماهنگ ساده زمانی که نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود تندی آن افزایش می‌یابد. در این لحظه بردارهای مکان و سرعت خلاف جهت یکدیگرند و بالعکس.

ب) درست؛ در لحظه عبور از مرکز نوسان بردار تغییر جهت می‌دهد و در این لحظه تندی نوسانگر بیشینه است.

پ) درست؛ در لحظه‌ای که بردارهای شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند، نوع حرکت تندشونده و نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل آن در حال کاهش است.

ت) نادرست؛ بنابه رابطه $a = -\omega^2 x$ همواره بردار مکان و بردار شتاب خلاف جهت یکدیگرند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad m = 0.5 \text{ kg}, \pi = 3, k = 200 \frac{N}{m} \rightarrow T = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{0.5}{200}} = 2 \times 3 \times \frac{1}{20} = 0.3 \text{ s}$$

$$n = \frac{t}{T} \quad n = 5, T = 0.3 \text{ s} \rightarrow \Delta = \frac{t}{0.3} \Rightarrow t = 1.5 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۵)

(امیرمسین برادران)

۷۷- گزینه «۲»

انرژی جنبشی آونگ هنگام عبور از وضع تعادل برابر با انرژی مکانیکی آونگ است.

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad a_{\max} = A \omega^2 \rightarrow E = \frac{1}{2} F_{\max} A$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{(F_{\max})_A}{(F_{\max})_B} \times \frac{A_A}{A_B} \quad \frac{(F_{\max})_A}{E_A} = \frac{(F_{\max})_B}{E_B}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 6$$

اکنون با توجه به رابطه شتاب بیشینه داریم:

$$a_{\max} = A \omega^2 \Rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{L_B}{L_A}\right)^2$$

$$\frac{L_B = 1}{L_A = 2} \rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(مریم شیخ‌ممو)

۷۸- گزینه «۳»

ابتدا دوره تناوب آونگ را بعد از کاهش طول آن می‌یابیم. چون طول آونگ را

۳۶ درصد کاهش داده‌ایم، می‌توان نوشت:

$$L_2 = L_1 - 0.36L_1 \Rightarrow L_2 = 0.64L_1$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{0.64L_1}{L_1}} \Rightarrow T_2 = 0.8T_1$$

یعنی در حالت جدید عقربه ساعت‌شمار آونگ $0.8T_1$ زمان نیاز دارد که

یک دور کامل بزند، می‌دانیم عقربه ساعت‌شمار برای دور زدن کامل ۱۲

ساعت نیاز دارد. پس می‌توان نوشت:

$$T_2 = 0.8 \times 12 = 9.6h$$

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۲»

(مهری شریفی)

بعد از این که میله A را به الکتروسکوپ تماس می دهیم، بار الکتروسکوپ هم علامت بار میله A می شود. با توجه به این که با نزدیک کردن میله B به الکتروسکوپ، ورقه ها ابتدا نزدیک و سپس دور می شوند، میله B غیرهم علامت با بار الکتروسکوپ و در نتیجه بار میله A است. در نهایت بار ورقه ها بعد از نزدیک شدن میله B، هم علامت میله B است. بنابراین بار میله B منفی و بار میله A مثبت است.

(فیزیک ۲- صفحه های ۳ و ۴)

۸۲- گزینه «۲»

(امیرامیر میرسعیر)

ابتدا بار هسته Y را به دست می آوریم.

$$q_1 = n_1 e = 40 \times 10^9 / 6 \times 10^{19} = 64 \times 10^{-19} C$$

از قانون کولن می توان بار هسته X را به دست آورد.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 2 / 88 \times 10^{-8} = \frac{9 \times 10^9 \times 64 \times 10^{-19} q_2}{16 \times 10^{-18}}$$

$$q_2 = 8 \times 10^{-18} C$$

$$q_2 = n_2 e \Rightarrow 8 \times 10^{-18} = n_2 \times 10^9 / 6 \times 10^{19} \Rightarrow n_2 = 50$$

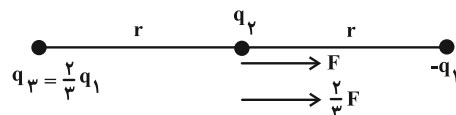
تعداد پروتون ها در هسته X، ۵۰ عدد می باشد پس تعداد نوترون ها ۱۲۰ - ۵۰ = ۷۰ عدد می باشد.

(فیزیک ۲- صفحه های ۳ و ۵)

۸۳- گزینه «۱»

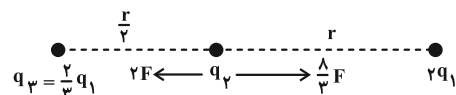
(امیرامیر میرسعیر)

اگر نیروی بین بار $-q_1$ و q_2 در فاصله r از یکدیگر را F بنامیم، براینند نیروهای وارد بر بار q_2 در ابتدا به صورت زیر است. (فرض کنید q_1 و q_2 هم نام اند).



$$F_1 = F + \frac{2}{3}F = \frac{5}{3}F$$

در حالت دوم شکل به صورت زیر می شود:



$$F_2 = \frac{1}{3}F - 2F = -\frac{5}{3}F$$

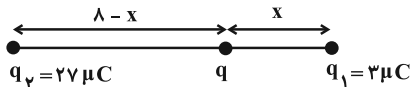
$$\frac{\frac{2}{3}F}{\frac{5}{3}F} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ تا ۷)

۸۴- گزینه «۳»

(معصومه شریعت ناصری)

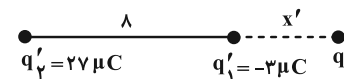
اندازه نیرویی که q_1 و q_2 بر q وارد می کنند، برابر است.



$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{kq|q_1|}{x^2} = \frac{kq|q_2|}{(\lambda - x)^2} \Rightarrow \left(\frac{\lambda - x}{x}\right)^2 = \left|\frac{q_2}{q_1}\right|$$

$$\frac{q_2 = 27 \mu C}{q_1 = 3 \mu C} \Rightarrow \left(\frac{\lambda - x}{x}\right)^2 = \frac{27}{3} \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

در حالت دوم، چون بار q_1' و q_2' غیرهم علامت هستند، نقطه صفر شدن براینند نیروها، خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچک تر است.



$$F_1' = F_2' \Rightarrow \frac{kq|q_1'|}{(x')^2} = \frac{kq|q_2'|}{(\lambda + x')^2} \Rightarrow \left(\frac{\lambda + x'}{x'}\right)^2 = \left|\frac{q_2'}{q_1'}\right|$$

$$\frac{q_2' = 27 \mu C}{q_1' = -3 \mu C} \Rightarrow \left(\frac{\lambda + x'}{x'}\right)^2 = \frac{27}{3} \Rightarrow x' = 4 \text{ cm}$$

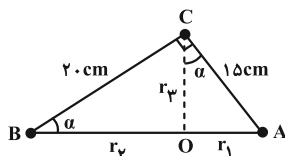
بار q در ابتدا ۲ cm سمت چپ q_1 بود و اکنون ۴ cm سمت راست آن است بنابراین $2 + 4 = 6 \text{ cm}$ جابه جا شده است.

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ تا ۷)

۸۵- گزینه «۲»

(زهرا آقاممدری)

با توجه به رابطه فیثاغورث طول ضلع AB برابر ۲۵ cm خواهد شد.



$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \text{ cm}$$

با مساوی قرار دادن $\cos \alpha$ در دو مثلث ABC و AOC فاصله r_3 را

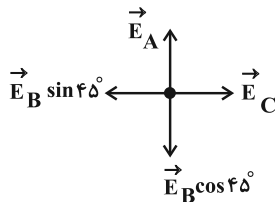
می یابیم:

$$\cos \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{r_3}{AC} \Rightarrow \frac{20}{25} = \frac{r_3}{15} \Rightarrow r_3 = 12 \text{ cm}$$



(امیرمسین برادران)

۸۶- گزینه «۲»

ابتدا میدان الکتریکی حاصل از بار q_A را در نقطه M به دست می آوریم:

$$E_A = 9 \times 10^9 \times \frac{4}{36} = 10^7 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_A = 10^7 \vec{j}$$

اکنون میدان الکتریکی بار q_B در نقطه M و مقدار بار q_B را به دست می آوریم.

$$E_t = E_B \cos 45^\circ - E_A \Rightarrow 1/5 \times 10^7 = E_B \cos 45^\circ - 10^7$$

$$\Rightarrow E_B \cos 45^\circ = 2/5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$\frac{\cos 45^\circ = \frac{5}{7}}{E_B = 9 \times 10^9 \frac{q_B}{(6\sqrt{2})^2}} \rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q_B}{36 \times 2} \times \frac{5}{7} = 2/5 \times 10^7$$

$$\Rightarrow q_B = 28 \mu C$$

با توجه به این که میدان در نقطه M مؤلفه افقی ندارد، بنابراین برابری میدان حاصل از بار q_C و مؤلفه افقی میدان حاصل از بار q_B در نقطه M صفر است.

$$E_B \sin 45^\circ = E_C \Rightarrow \frac{q_B}{(\sqrt{2} \times 6)^2} \times \frac{5}{7} = \frac{|q_C|}{6^2}$$

$$\Rightarrow |q_C| = 10 \mu C$$

با توجه به جهت میدان‌ها در نقطه M ، $q_C < 0$ و $q_B > 0$ است. پس داریم:

$$\begin{cases} q_A = -4 \mu C \\ q_B = 28 \mu C \\ q_C = -10 \mu C \end{cases}$$

پس از تماس، بار هر کدام از گوی‌ها برابر است با:

$$q'_A = q'_B = q'_C = \frac{q_A + q_B + q_C}{3}$$

$$= \frac{-4 + 28 - 10}{3} = \frac{14}{3} \mu C$$

اکنون نسبت نیرویی که گوی A و B در حالت دوم به هم وارد می کنند را

به حالت قبل به دست می آوریم:

سپس $\sin \alpha$ را در دو مثلث ABC و AOC مساوی قرار داده و r_1 و r_2 را به دست می آوریم:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{r_1}{AC} \Rightarrow \frac{15}{25} = \frac{r_1}{15}$$

$$\Rightarrow r_1 = 9 \text{ cm} \Rightarrow r_2 = 25 - r_1 = 16 \text{ cm}$$

اکنون میدان‌های الکتریکی حاصل از بارها را در نقطه O می یابیم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{q_1 = 18 \times 10^{-9} \text{ C}}{r_1 = 9 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

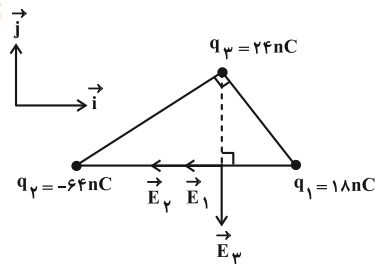
$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-9}}{81 \times 10^{-4}} \Rightarrow E_1 = 2 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{64 \times 10^{-9}}{(16 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 64}{16 \times 16 \times 10^{-4}}$$

$$= 2/25 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{24 \times 10^{-9}}{(12 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 24}{12 \times 12 \times 10^{-4}}$$

$$= 1/5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

با توجه به این که بردار میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می شود، جهت میدان‌ها را در نقطه O رسم می کنیم:

از شکل مشخص است که:

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = 2 \times 10^4 (-\vec{i}) \\ \vec{E}_2 = 2/25 \times 10^4 (-\vec{i}) \\ \vec{E}_3 = 1/5 \times 10^4 (-\vec{j}) \end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = -2 \times 10^4 \vec{i} - 2/25 \times 10^4 \vec{i} - 1/5 \times 10^4 \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -4/25 \times 10^4 \vec{i} - 1/5 \times 10^4 \vec{j}$$

$$= (-425 \vec{i} - 150 \vec{j}) \times 10^2 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)



$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow{\text{میدان یکنواخت ثابت E}} \frac{V_M - V_A}{d'} = \frac{V_M - V_N}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{0 - (-12)}{d'} = \frac{0 - (-20)}{40} \Rightarrow \frac{12}{d'} = \frac{20}{40} \Rightarrow d' = 24 \text{ cm}$$

$$d'' = 40 - 24 = 16 \text{ cm} = 160 \text{ mm}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

(دانیال راستی)

۸۹ - گزینه «۱»

ابتدا بار کره را بعد از جدا کردن الکترون‌ها حساب می‌کنیم:

$$q = ne \xrightarrow{n=3 \times 10^{15}, e=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} q = 480 \times 10^{-6} = 480 \mu\text{C}$$

بار الکتریکی روی سطح خارجی رسانا قرار می‌گیرد. بنابراین چگالی سطحی بار الکتریکی در سطح داخلی پوسته صفر خواهد شد و تمامی بار روی سطح خارجی قرار خواهد گرفت.

$$\sigma_{\text{خارجی}} = \frac{q}{A_{\text{خارجی}}} = \frac{q}{4\pi r_{\text{خارجی}}^2}, q=480 \mu\text{C}, r_{\text{خارجی}}=25 \text{ cm} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

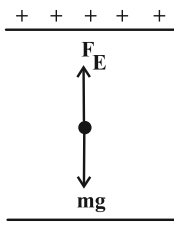
$$\sigma_{\text{خارجی}} = \frac{480}{4 \times 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2} = 640 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

(امیرمسین برادران)

۹۰ - گزینه «۴»

در ابتدا که حرکت بار یکنواخت است چون جهت نیروی وزن به سمت پایین است، پس جهت \vec{F}_E به سمت بالا است و با توجه به این که صفحه بالایی مثبت است، بنابراین $q < 0$ است و از آنجا که بار با تسندی ثابت در حال حرکت است پس $F_E = mg$ است. با عوض شدن پایانه‌های باتری جهت نیروی میدان هم عکس شده و بار با شتاب $2g$ به سمت پایین به صورت تندشونده به حرکت خود ادامه می‌دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. با توجه به توضیحات تنها مورد (ب) نادرست است.



(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

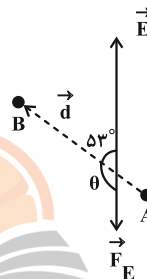
$$\frac{F'_{AB}}{F_{AB}} = \frac{14 \times 14}{3 \times 3} = \frac{7}{36}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

(علیرضا بیاری)

۸۷ - گزینه «۳»

نیروی الکتریکی $\vec{F} = q\vec{E}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی \vec{E} یعنی رو به پایین بر بار q اثر می‌کند. زیرا $q < 0$ است. همچنین با توجه به شکل، این نیرو با جهت جابه‌جایی \vec{d} که از A به طرف B است زاویه $\theta = 180^\circ - 53^\circ$ می‌سازد. اکنون کار نیروی الکتریکی را به دست می‌آوریم:



$$W_E = |q| E d \cos \theta \xrightarrow{|q|=5 \times 10^{-3} \text{ C}, E=6 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}, d=20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \theta=180^\circ - 53^\circ}$$

$$W_E = 5 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^4 \times 0.2 \cos(180^\circ - 53^\circ)$$

$$= 60(-\cos 53^\circ) = 60(-0.6) \Rightarrow W_E = -36 \text{ J}$$

تغییر انرژی پتانسیل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta U = -W_E \xrightarrow{W_E = -36 \text{ J}} \Delta U = 36 \text{ J}$$

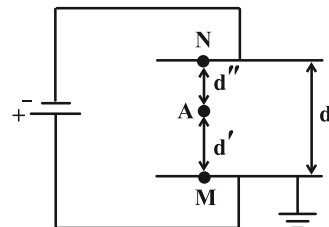
علامت مثبت نشان می‌دهد که انرژی پتانسیل افزایش یافته است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

(علی بزرگر)

۸۸ - گزینه «۴»

با توجه به شکل می‌توان پتانسیل صفحه پایینی را برابر صفر گرفت؛ چون به زمین وصل است.



$$V_M - V_N = 20 \xrightarrow{V_M=0} V_N = -20 \text{ V}$$



فیزیک ۱

گزینه «۱» -۹۱

(امیرمسین برادران)

$$۵ \text{ یکای اصلی متمایز} = R = \frac{J}{\text{mol} \cdot K} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{mol} \cdot K}$$

$$۳ \text{ یکای اصلی متمایز} = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot A \cdot m} = \frac{\text{kg}}{A \cdot \text{s}^2}$$

$$۳ \text{ یکای اصلی متمایز} = \frac{J}{\text{kg} \cdot K} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{kg} \cdot K} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot K}$$

$$۴ \text{ یکای اصلی متمایز} = \frac{N}{C} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot A}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۷)

گزینه «۲» -۹۲

(کاتخم منشاری)

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۹ \times 10^5 \text{ Wms} \times \frac{1000 \text{ mW}}{1 \text{ W}} \times \frac{1 \text{ s}}{10^6 \mu\text{s}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 2/5 \times 10^{-1} \text{ mWh}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه «۴» -۹۳

(مجتبی نگوئیان)

تبدیل یکای هر کدام از گزینه‌ها را به صورت زیر انجام می‌دهیم:

$$۳/۹ \times 10^{-7} \text{ cm}^2$$

$$= ۳/۹ \times 10^{-7} \text{ cm}^2 \times \left(\frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} \right)^2 = ۳۹ \mu\text{m}^2$$

(۲)

$$1/2 \times 10^7 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^3} = 1/2 \times 10^7 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^3} \times \frac{10^{-9} \text{ s}}{1 \text{ ns}} \times \frac{1 \text{ Ts}}{10^{12} \text{ s}}$$

$$\times \left(\frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right)^3 = 1/2 \times 10^4 \frac{\text{Ts}}{\text{km}^3}$$

(۳)

$$2/3 \times 10^{-7} \frac{\text{ms}}{\text{Mm}^3} = 2/3 \times 10^{-7} \frac{\text{ms}}{\text{Mm}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ s}}{1 \text{ ms}} \times \frac{1 \text{ ps}}{10^{-12} \text{ s}}$$

$$\times \left(\frac{1 \text{ Mm}}{10^6 \text{ m}} \times \frac{10^9 \text{ m}}{1 \text{ Gm}} \right)^3 = 2/3 \times 10^{11} \frac{\text{Ps}}{\text{Gm}^3}$$

(۴)

$$10^{-7} \frac{\mu\text{m}^2}{\text{ng} \cdot \text{ps}^2} = 10^{-7} \frac{\mu\text{m}^2}{\text{ng} \cdot \text{ps}^2} \times \left(\frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} \right)^2$$

$$\times \frac{1 \text{ ng}}{10^{-9} \text{ g}} \times \frac{10^1 \text{ g}}{1 \text{ dag}} \times \left(\frac{1 \text{ ps}}{10^{-12} \text{ s}} \times \frac{10^9 \text{ s}}{1 \text{ Gs}} \right)^2 = 10^{27} \frac{\text{cm}^2}{\text{dag} \cdot \text{Gs}^2}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه «۳» -۹۴

(کاتخم منشاری)

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow \text{انرژی} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} = \text{توان} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} \\ B \rightarrow \text{زمان} = \text{s} \end{array} \right.$$

وات یکا می‌باشد نه کمیت!

$$C \rightarrow \text{فشار} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \Rightarrow CD = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \times D$$

$$\Rightarrow [D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۱)

گزینه «۲» -۹۵ (دانیال راستی)

ابتدا چگالی محلول اولیه را که از جرم برابری از A و B تشکیل شده است، را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \quad \begin{array}{l} m_A = m_B, V_A = \frac{m_A}{\rho_A} \\ V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{m_A}{\rho_B} \end{array}$$

$$\rho = \frac{m_A + m_A}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_A}{\rho_B}} \quad \begin{array}{l} \rho_A = 1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ \rho_B = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{array}$$

$$\rho = \frac{2m_A}{\frac{m_A}{1/5} + \frac{m_A}{1}} = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

محلول نهایی از ترکیب حجم برابری از محلول اولیه و مایع A به دست می‌آید. بنابراین چگالی محلول نهایی، برابر میانگین این دو است.

$$\rho' = \frac{\rho + \rho_A}{2} \quad \begin{array}{l} \rho_A = 1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ \rho = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{array} \Rightarrow \rho' = \frac{1/2 + 1/5}{2}$$

$$= 1/35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه «۱» -۹۶ (زهره آقاممیری)

ابتدا حجم استوانه را می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \begin{array}{l} m = 3/6 \text{ kg} \\ \rho = 9 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array} \Rightarrow 9 \times 10^3 = \frac{3/6}{V}$$

$$\Rightarrow V = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \quad 1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3 \rightarrow V = 400 \text{ cm}^3$$

اکنون حجم ظاهری کره را محاسبه می‌کنیم:

$$V' = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \begin{array}{l} R = 5 \text{ cm} \\ \pi = 3 \end{array} \rightarrow V' = \frac{4}{3} \times 3 \times (5)^3$$

$$= 4 \times 125 = 500 \text{ cm}^3$$

حجم حفره داخل کره برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} \quad \begin{array}{l} V_{\text{ظاهری}} = V' = 500 \text{ cm}^3 \\ V_{\text{واقعی}} = V_{\text{استوانه}} = 400 \text{ cm}^3 \end{array}$$

$$V_{\text{حفره}} = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)



$$\Rightarrow V_{\text{ظاهری}} = a \cdot b \cdot c = 3 \times 10^{-1} \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 5 \times 10^{-3} \text{ m} \\ = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$V_{\text{ظاهری}} = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1500 \text{ cm}^3$$

روش دوم) محاسبه حجم ظاهری: (برای تبدیل واحد و محاسبه حجم، کافی است به جای نماد انگلیسی (مانند d دسی، μ میکرو، m میلی) نماد ریاضی آن‌ها را بنویسیم:

$$V_{\text{ظاهری}} = a \cdot b \cdot c = (3 \times 10^{-1} \text{ m}) \times (10^6 \times 10^{-6} \text{ m}) \times (5 \times 10^{-3} \text{ m}) \\ = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1500 \text{ cm}^3$$

سپس از رابطه چگالی، حجم واقعی را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} \quad \rho = \frac{8 \text{ kg}}{L} = \frac{8 \text{ g}}{\text{cm}^3} \rightarrow L = \frac{6400}{V_{\text{واقعی}}} \\ m = 6/4 \text{ kg} = 6400 \text{ g}$$

$$\Rightarrow V_{\text{واقعی}} = 800 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 1500 - 800 = 700 \text{ cm}^3$$

در نهایت با داشتن حجم حفره، می‌توان جرم مایعی که درون حفره ریخته می‌شود را به دست آورد:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \quad \rho_{\text{مایع}} = \frac{1/2 \text{ g}}{\text{cm}^3} \rightarrow 1/2 = \frac{m_{\text{مایع}}}{700}$$

$$\Rightarrow m_{\text{مایع}} = 840 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۸ تا ۱۷)

(مبشی نکوتیان)

۱۰۰- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه چگالی ($\rho = \frac{m}{V}$) می‌توان نوشت:

$$V_{1\text{بخ}} = \frac{m_{1\text{بخ}}}{\rho_{1\text{بخ}}} \quad m_{1\text{بخ}} = 6/3 \text{ kg} = 6300 \text{ g} \\ \rho_{1\text{بخ}} = 0/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{1\text{بخ}} = V_{1\text{کل}} = \frac{6300}{0/9} = 7000 \text{ cm}^3$$

$$V_{2\text{کل}} = V_{2\text{بخ}} + V_{2\text{آب}} = \frac{m_{2\text{بخ}}}{\rho_{1\text{بخ}}} + \frac{m_{2\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}}$$

$$m_{2\text{آب}} = 0/4 m_{1\text{بخ}}, \quad m_{2\text{بخ}} = 0/6 m_{1\text{بخ}} \rightarrow$$

$$V_{2\text{کل}} = \frac{(0/6)(6300)}{0/9} + \frac{(0/4)(6300)}{1} = 4200 + 2520 = 6720 \text{ cm}^3$$

و در نهایت، درصد تغییرات حجم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{V_{2\text{کل}} - V_{1\text{کل}}}{V_{1\text{کل}}} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{6720 - 7000}{7000} \times 100 = -4\%$$

بنابراین حجم مخلوط، ۴ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۷- گزینه «۱» (علیرضا بیاری)

ابتدا نسبت چگالی دو جسم را می‌نویسیم تا چگالی جسم A را به دست آوریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B \times V_A}{m_A \times V_B}$$

$$\rho_B = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \quad m_A = 30 \text{ g}, \quad m_B = 90 \text{ g} \\ \underline{V_A = V_B = V'}$$

$$\frac{6}{\rho_A} = \frac{90}{30} \Rightarrow \rho_A = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

سپس جرم گلوله‌ای از A به حجم 5 cm^3 را حساب می‌کنیم:

$$m_A = \rho_A V_A \quad \rho_A = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ \underline{V_A = 5 \text{ cm}^3} \rightarrow m_A = 2 \times 5 = 10 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۸- گزینه «۴» (کاظم منشاری)

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} \quad m = 2/78 \text{ kg} = 2780 \text{ g} \\ \rho = 13/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \rightarrow V_{\text{واقعی}} = 200 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{ظاهری}} = r^2 \pi h \quad D = 8 \text{ cm}, \quad r = 4 \text{ cm} \\ h = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cm} \rightarrow V_{\text{ظاهری}} = 960 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}}$$

$$960 - 200 = 760 \text{ cm}^3 = 7/6 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

اکنون با داشتن چگالی طلا، نقره و آلیاژ، درصد حجمی نقره به کار رفته در آلیاژ را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{V_{\text{طلا}} \rho_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}} \rho_{\text{نقره}}}{V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}}} \quad V_{\text{آلیاژ}} = V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}}$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \left(\frac{V_{\text{آلیاژ}} - V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} \right) \rho_{\text{طلا}} + \frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} \rho_{\text{نقره}}$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = (1-x) \rho_{\text{طلا}} + x \rho_{\text{نقره}} \quad \text{داریم: } \frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} = x$$

$$13/9 = 19(1-x) + 10/5x \Rightarrow x = \frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} = 0/6 \Rightarrow x = 60\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۹- گزینه «۴» (محمود منقوری)

ابتدا حجم ظاهری مکعب مستطیل را از رابطه $V = a \times b \times c$ حساب می‌کنیم.

$$a = 3 \text{ dm} \times \frac{1 \text{ m}}{10 \text{ dm}} = 3 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$b = 10^6 \mu\text{m} \times \frac{1 \text{ m}}{10^6 \mu\text{m}} = 1 \text{ m}$$

$$c = 5 \text{ mm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^3 \text{ mm}} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$



شیمی ۳

گزینه ۳» ۱-۱۰

(میلاد شیخ الاسلامی)

درست است که فراورده واکنش سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن بخار آب است اما در مراحل تولید سوخت مورد نیاز سلول، مراحل تولید دستگاه و حمل و نقل لوازم مورد نیاز قطعاً آلاینده‌هایی نیز تولید و وارد هوا کرده می‌شوند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

گزینه ۴» ۱-۱۰

(امین نوروزی)

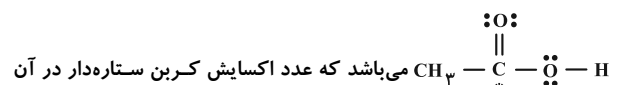
تنها عبارات (ب) و (ت) درست می‌باشند.

بررسی همه عبارات:

(آ) در این واکنش یون نیتريت (NO_2^-) نقش کاهنده را دارد.(ب) گونه کاهنده یون نیتريت (NO_2^-) است که در اثر اکسایش به یوننیتريت (NO_3^-) تبدیل می‌شود و عدد اکسایش اتم مرکزی یعنی اتم N

از ۳ به ۵ می‌رسد. در نتیجه تغییر عدد اکسایش برابر با ۲ خواهد بود.

آشناترین کربوکسیلیک اسید نیز استیک اسید با ساختار



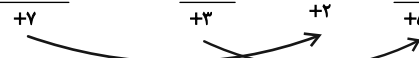
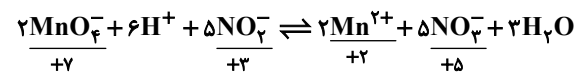
برابر ۳+ می‌باشد.

(پ) تعداد الکترون‌های مبادله شده برابر است با:

تغییر عدد اکسایش × ضریب × زیروند = تعداد e^- مبادله شده

$$10 = 1 \times 5 \times 2$$

(ت)



۲ درجه اکسایش کاهنده ۵ درجه کاهش اکسنده

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰، ۵۲ و ۵۳)

گزینه ۳» ۱-۱۰

(روزبه رضوانی)

با توجه به جدول برای تهیه هر ۱۰۰ گرم از این آلیاژ به ۲۸ گرم نقره نیاز است. برای تولید نقره نمی‌توان از برکافت محلول AgCl استفاده کرد، چون در آب نامحلول است.

$$? \text{ mol AgNO}_3 = 28 \text{ g Ag} \times \frac{1 \text{ mol}}{108 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{1 \text{ mol Ag}}$$

$$= 0.26 \text{ mol AgNO}_3$$

برای داشتن این مقدار نقره نترات باید ۰/۱۲۵ L محلول ۰/۰۸ مولار ۲/۰۸ مولار آن را تهیه کرد.

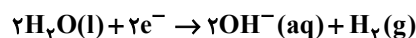
$$0.26 \text{ mol AgNO}_3 \times \frac{1 \text{ L محلول}}{2.08 \text{ mol AgNO}_3} = 0.125 \text{ L محلول}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

گزینه ۳» ۱-۱۰

(پیمان فواجوی‌میر)

آند دستگاه Si است و نیم‌واکنش کاهش آن همانند نیم‌واکنش کاهش در برکافت آب به صورت زیر است:



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۲» ۱-۱۰

(علیرضا کبانی‌دوست)

بررسی همه موارد:

مورد اول: درست؛ افزودن کلسیم کلرید نقطه ذوب سدیم کلرید را به میزان

۲۱۴°C یا ۲۱۴K پایین می‌آورد.

مورد دوم: نادرست؛ زیرا تهیه فلز سدیم از طریق برکافت نمک مذاب آن

در سلول الکترولیتی صورت می‌گیرد که در این سلول انرژی الکتریکی به شیمیایی تبدیل می‌شود.

مورد سوم: نادرست؛ گاز کلر در آند و فلز سدیم در کاتد تولید می‌شود.

مورد چهارم: نادرست؛ فلز سدیم در ترکیب‌های گوناگون خود در طبیعت

تنها به شکل یون‌های سدیم وجود دارد و به صورت آزاد و عنصری یافت

نمی‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

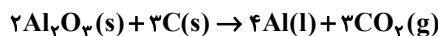


۱۰۶- گزینه «۴»

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

موارد (ب) و (پ) نادرست هستند.

(ب) واکنش فرایند هال:



$$\frac{\text{مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب فراورده‌ها}} = \frac{5}{7}$$

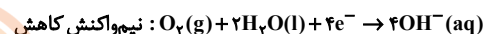
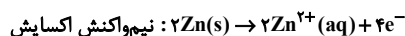
(پ) سنگ معدن بوکسیت، آلومینیم اکسید ناخالص است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱۰۷- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

آهن سفید ورقه پوشیده شده آهن توسط فلز روی می‌باشد:

با توجه به ضرایب $Zn(s)$ و $O_2(g)$ سرعت مصرف فلز روی (آند) برابربا $0.26 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ می‌باشد.

$$? \text{ g Zn} = 2 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{0.26 \text{ mol Zn}}{1 \text{ s}}$$

$$\times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 2028 \text{ g Zn}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۰۸- گزینه «۲»

(امین نوروزی)

واکنش‌های دوم و سوم جزو واکنش‌های اکسایش - کاهش نمی‌باشند. چون

طی واکنش عدد اکسایش هیچ اتمی تغییری نکرده است.

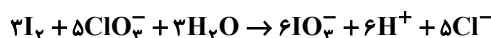
واکنش ۱ و ۴: از روش اکسایش - کاهش موازنه را انجام می‌دهیم. همین

تغییر عدد اکسایش عنصر کاهنده را ضریب اکسنده و تغییر عدد اکسایش

اکسنده را ضریب کاهنده قرار می‌دهیم.

در واکنش ۱: I_2 ، ۱۰ درجه اکسایش و در ClO_3^{-} ، Cl ، ۶ درجه کاهش

یافته لذا موازنه به شکل زیر است:



که مجموع ضرایب گونه‌ها در این واکنش برابر با ۲۸ است.

موازنه واکنش چهارم به شکل زیر است:

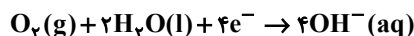
که مجموع ضرایب برابر ۶ است. $28 - 6 = 22$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۲ و ۵۲)

۱۰۹- گزینه «۴»

(هاری مهری‌زاده)

نیم‌واکنش کاهش در آهن گالوانیزه و حلی به صورت زیر می‌باشد:



(حالت فیزیکی آب در نیم‌واکنش کاهش، مایع است.)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱۱۰- گزینه «۴»

(ممدرضا پورباویر)

ابتدا باید غلظت محلول HNO_3 (به عنوان یک اسید قوی) را به دست

آوریم:

$$pH = 2 \Rightarrow [H^{+}] = 10^{-pH} = 10^{-2} = 0.01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [HNO_3] = [H^{+}] = 0.01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

به این ترتیب مقدار گاز CO_2 حاصل از واکنش اول به صورت زیر محاسبه

خواهد شد:

$$3 \text{ L} \text{ محلول} \times \frac{0.01 \text{ mol } HNO_3}{1 \text{ L} \text{ محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } HNO_3}$$

$$= 0.03 \text{ mol } CO_2$$

از آنجا که در طی فرایند هال به ازای تولید هر ۳ مول CO_2 ۱۲ مول

الکترون مبادله می‌شود، برای تعیین تعداد الکترون‌های مبادله شده در این

فرایند (که با تولید ۰/۰۳ مول CO_2 همراه است) خواهیم داشت:

$$0.03 \text{ mol } CO_2 \times \frac{12 \text{ mol } e^{-}}{3 \text{ mol } CO_2} \times \frac{6 \times 10^{23} \times 10^{-23} \text{ e}^{-}}{1 \text{ mol } e^{-}} = 72 / 24 \times 10^{21}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)



شیمی ۲

گزینه ۱»

(امد رضا معظری نژاد)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) کشف و درک خواص یک ماده جدید پرچمدار توسعه فناوری است، نه توسعه پایدار.

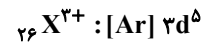
(ت) انسان نفت را از عناصر سازنده‌اش نمی‌سازد، بلکه فقط نفت را استخراج می‌کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱ تا ۴)

گزینه ۴»

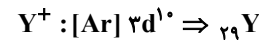
(علیرضا کیانی روست)

ابتدا a, b و c را به دست می‌آوریم.

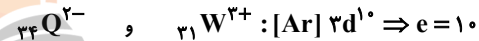


$$a = 5$$

$$\frac{l=1}{l=0} = \frac{2p^6 + 3p^6}{1s^2 + 2s^2 + 3s^2} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow b = 2$$



$$\frac{l=1}{l=0} = \frac{12}{6} = 2 = d$$



$$\frac{l=1}{l=0} = \frac{12}{2}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست؛ زیرا ${}_{29}Y$ از قاعده آفیا پیروی نمی‌کند.

گزینه «۲»: نادرست؛ زیرا ${}_{31}W$ و ${}_{26}X \leftarrow \{27, 28, 29, 30\}$ که با عنصر فلزی ۴

با توجه به متفاوت بودن تعداد الکترون‌های $l=2$ یا $3d$ نسبت شمار الکترون‌های $l=2$ به نسبت شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l=1$ به $l=0$ در این عناصرها متفاوت است.

گزینه «۳»: نادرست؛ زیرا یون پایدار ${}_{35}Br^-$ ، $36e$ دارد در حالی‌که مجموع اعداد ردیف دوم جدول ۳۵ است.

گزینه «۴»: درست؛ زیرا در:

$$\frac{c}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\frac{12}{6} = 2$$

نسبت $\frac{b}{d}$ برابر است با:

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

گزینه ۴»

(روزبه رضوانی)

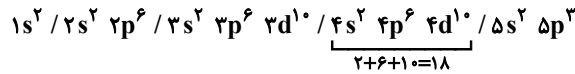
شعاع اتم‌ها از بالا به پایین در گروه‌ها زیاد و از چپ به راست در دوره‌ها کم می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

گزینه ۳»

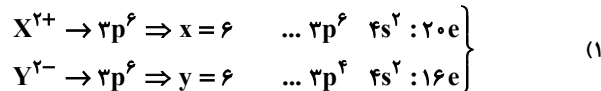
(شهرزاد معرفت‌ایزری)

طبق اصل آفبا عنصری که آرایش الکترونی آن به $5p^3$ ختم شود آرایش الکترونی زیر را دارد:

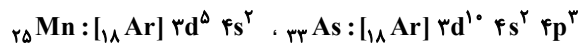
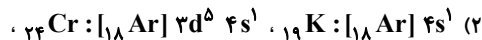


که در لایه چهارم خود ۱۸ الکترون دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:



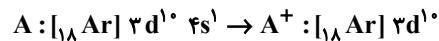
$$\Delta_e = 20 - 16 = 4$$



دارای زیرلایه نیم پر هستند.

(۴) اگر بعد از جدا کردن ۳ الکترون، ۲۶ الکترون باقی بماند، پس عنصر A

دارای ۲۹ الکترون بوده است.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۶)

گزینه ۲»

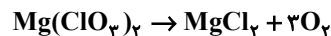
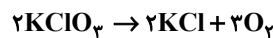
(هدی یواری پور)

با توجه به قوانین جدول تناوبی، هر چه فلز سمت چپ‌تر و پایین‌تر جدول تناوبی باشد، قدرت آن بیشتر است و فلز قوی‌تر و فعال‌تر می‌تواند فلز ضعیف‌تر موجود در ترکیب را خارج کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

گزینه ۱»

(امین نوروزی)



اگر جرم‌های برابر m از پتاسیم کلرات و منیزیم کلرات وارد واکنش شده باشند، داریم:

$$mg \text{ KClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KClO}_3}{122.5 \text{ g KClO}_3} \times \frac{1/5 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol KClO}_3}$$

$$\times \text{ KClO}_3 = mg \text{ Mg(ClO}_3)_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Mg(ClO}_3)_2}{191 \text{ g Mg(ClO}_3)_2} \times \frac{3 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol Mg(ClO}_3)_2}$$

$$\times \text{ KClO}_3 \text{ خلوص} \Rightarrow \text{Mg(ClO}_3)_2 \text{ خلوص}$$

$$= \frac{3}{1/5} \times \frac{122.5}{191} = 1/28$$

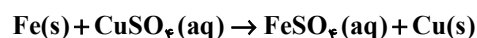
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه ۲۱)



۱۱۷- گزینه «۴»

(پیمان فواوی میهر)

معادله واکنش فلز آهن با محلول مس (II) سولفات به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) کانی کلسیم کربنات به رنگ زرد و کانی منگنز (II) کربنات به رنگ صورتی است.

(۲) آهن پرمصرف ترین فلز جهان است.

(۳) آهن (II) هیدروکسید با سدیم کلرید واکنش نمی‌دهد.

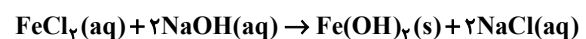
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۱۸- گزینه «۴»

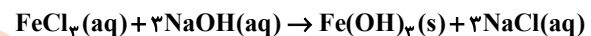
(مهدی رضا پورباویر)

واکنش‌های انجام شده به صورت زیر خواهند بود:

تشکیل رسوب سبز رنگ:



تشکیل رسوب قهوه‌ای رنگ:

اگر مقدار مول $\text{Fe}(\text{OH})_2$ و $\text{Fe}(\text{OH})_3$ را به ترتیب x و y در نظر

بگیریم، جرم کلریدهای آهن در مخلوط اولیه برابر هستند با:

$$x \text{ mol Fe}(\text{OH})_2 \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_2}{1 \text{ mol Fe}(\text{OH})_2} \times \frac{127 \text{ g FeCl}_2}{1 \text{ mol FeCl}_2} = 127x \text{ g FeCl}_2$$

$$y \text{ mol Fe}(\text{OH})_3 \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_3}{1 \text{ mol Fe}(\text{OH})_3} \times \frac{162/5 \text{ g FeCl}_3}{1 \text{ mol FeCl}_3} = 162/5 y \text{ g FeCl}_3$$

حال با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان گفت:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2x \\ 127x + 162/5 y = 904 \Rightarrow 127x + 162/5(2x) = 904 \\ \Rightarrow 452x = 904 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \end{cases}$$

به این ترتیب برای تعیین درصد جرمی FeCl_3 در مخلوط اولیه خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم FeCl}_3}{\text{جرم مخلوط اولیه}} \times 100 = \frac{162/5 \times 4}{904} \times 100 \approx 72$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه ۱۹)

۱۱۹- گزینه «۴»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در گروه ۱۸ جدول تناوبی آرایش لایه ظرفیت هلیوم با سایر گازهای نجیب متفاوت است.

(۲) اگر عنصری در لایه ظرفیت خود الکترون‌های با $l=1$ داشته باشد حتماً

جزء دسته p است. در دسته p ، لایه ظرفیت به صورت $ns^2 np^x$ که x

از ۱ تا ۶ متغیر است. حال با توجه به این که $l=0$ و $l=1$ لایه ظرفیت

برابر است پس این عنصر همان Si با آرایش الکترونی $3s^2 3p^2$ است

که نمی‌تواند یون تک اتمی تشکیل دهد.

(۳) شکننده و سطح کدر به نافلزات اشاره دارد و چون حالت فیزیکی جامد

است، منظور نافلزهای فسفر و گوگرد هستند.

$$\frac{2}{8} \times 100 = 25\%$$

(۴) یک ویژگی مشترک نافلزها به اشتراک گذاشتن الکترون است. (عنصر

کربن مثالی از نافلزات است که به آنیون تبدیل نمی‌شود.)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۲۰- گزینه «۱»

(هاری معری زاده)

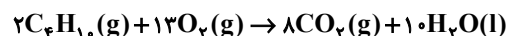
$$? \text{ g CO}_2 = 168 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{\text{خالص } 60 \text{ g NaHCO}_3}{100 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$= 52/8 \text{ g CO}_2$$

$$\text{CO}_2 \text{ چگالی} = \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{حجم CO}_2} = \frac{52/8}{24} = 2/2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

معادله موازنه شده واکنش (II) به صورت زیر است:



$$\text{مقدار نظری} \times 100 = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = \text{بازده درصدی واکنش}$$

$$\Rightarrow 80 = \frac{52/8 \text{ g}}{x} \times 100 \Rightarrow x = 66 \text{ g CO}_2$$

$$? \text{ L C}_4\text{H}_{10} = 66 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_4\text{H}_{10}}{8 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{22/4 \text{ L C}_4\text{H}_{10}}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_{10}} = 8/4 \text{ L C}_4\text{H}_{10}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

شیمی ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(میلاد شیخ الاسلامی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ برای پیدا کردن رمز و راز هستی علاوه بر مطالعه خواص و رفتار ماده، برهمکنش نور با ماده نیز کمک کننده است.

۲) نادرست؛ برخی (و نه تمام) دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده است.

۳) نادرست؛ یکی از وظایف فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ تشخیص ترکیب شیمیایی موجود در اتمسفر ۴ سیاره بیرونی سامانه خورشیدی بود و نه ترکیب شیمیایی درون آن‌ها.

۴) درست؛ منظور از جهان مادی، جهان کنونی است.

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱ و ۲)

۱۲۲- گزینه «۲»

(هاری مهری زاده)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) نماد اتمی تکنسیم (${}^{99}\text{Tc}$) می‌باشد.

ب) یون یدید با یون حاوی تکنسیم اندازه مشابهی دارد.

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگراه الفبای هستی؛ صفحه ۷)

۱۲۳- گزینه «۳»

(امین نوروزی)

 ${}^{12}\text{C} \Rightarrow 12 \times 2 = 24 = \text{جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر}$ ${}^{13}\text{Al} \Rightarrow p = 13$
 $e = 13$ $\Rightarrow p + e = 26 = \text{جرم اتمی ایزوتوپ سنگین}$ $M = \frac{(7 \times 24) + (2 \times 26)}{9} = 24 / 44$

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۴- گزینه «۴»

(پارسا عیوض‌پور)

بررسی عبارات نادرست:

آ) جرم اتمی میانگین هر عنصر، مجموع (درصد فراوانی هر ایزوتوپ \times جرم

اتم ایزوتوپ) برای تمام ایزوتوپ‌ها است.

ب) اتمی با نماد فرضی X با اتمی که عدد اتمی آن ۳۴ باشد هم گروه استو عنصری با نماد فرضی Z می‌تواند یون پایدار Z^{2-} را تشکیل دهد.

ت) هر گروه (و نه دوره) شامل عنصرها با خواص شیمیایی مشابه است.

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

۱۲۵- گزینه «۲»

(پارسا عیوض‌پور)

 $\text{FeSO}_4 = 152 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (56 + 32 + 4 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (2 \times 1 + 32 + 4 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
$$\text{اتم } \text{H}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_4}{98 \text{ g } \text{H}_2\text{SO}_4} \times \frac{6 \text{ mol } \text{اتم}}{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_4} \times \text{جرم } x \text{ گرم}$$
$$= 40 \text{ g } \text{FeSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol } \text{FeSO}_4}{152 \text{ g } \text{FeSO}_4} \times \frac{4 \text{ mol } \text{O}}{1 \text{ mol } \text{FeSO}_4}$$
 $x = 14 / 38$

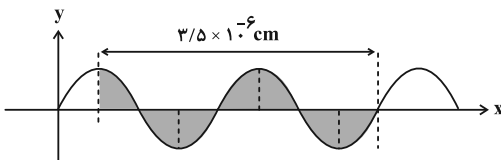
(شیمی ۱- کیهان؛ زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۱۲۶- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی روست)

بررسی موارد نادرست:

الف) نور سفید خورشید به هنگام خروج از منشور شامل بی‌نهایت طول موج رنگی است.

ت) فاصله مشخص شده معادل $\frac{7}{4} \lambda$ است. $\frac{7}{4} \lambda = 3 / 5 \times 10^{-6} \text{ cm}$ $\Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-6} \text{ cm}$ $2 \times 10^{-6} \text{ cm} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{10^9 \text{ nm}}{1 \text{ m}} = 20 \text{ nm}$

بنابراین موج A در ناحیه فرابنفش قرار می‌گیرد.

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)



۱۲۷- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

چون جرم یک پروتون به تقریب برابر جرم یک نوترون است و از آنجایی که در این اتم تعداد نوترون‌ها ۲ برابر تعداد پروتون‌ها می‌باشد، پس داریم:

$${}^z_X \Rightarrow \begin{cases} \text{تعداد } p = z \\ \text{تعداد } n = 2z - z = z \end{cases}$$

$$m_n = 2m_p \Rightarrow \frac{m_n}{m_p} = 2$$

جرم پروتون‌ها جرم نوترون‌ها

$$\frac{\text{جرم الکترون } (m_e)}{\text{جرم نوترون } m_n} = \frac{1}{1800} \frac{m_p}{2m_p} = \frac{1}{3600}$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۲۸- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

هر یک مول گلوکز حاوی ۶ مول اتم اکسیژن است.

جرم گلوکز را m_1 در نظر می‌گیریم:

$$? \text{ تعداد } O = m_1 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}$$

$$\times \frac{6 \text{ mol } O}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \times \frac{N_A}{1 \text{ mol } O} = \frac{m_1 N_A}{30}$$

هر یک مول پروپان حاوی ۸ مول اتم هیدروژن است.

جرم پروپان را m_2 در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد } H &= m_2 \text{ g } C_3H_8 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{44 \text{ g } C_3H_8} \\ &\times \frac{8 \text{ mol } H}{1 \text{ mol } C_3H_8} \times \frac{N_A}{1 \text{ mol } H} = \frac{8m_2 N_A}{44} = \frac{2m_2 N_A}{11} \end{aligned}$$

$$\text{تعداد } O = 2 \times (\text{تعداد } H) \Rightarrow \frac{m_1 N_A}{30} = \frac{2m_2 N_A}{11} \times 2$$

$$\Rightarrow m_1 = 10/9 m_2$$

$$m_1 - m_2 = 42 \xrightarrow{m_1 = 10/9 m_2}$$

$$10/9 m_2 - m_2 = 42 \Rightarrow 9/9 m_2 = 42 \Rightarrow m_2 = 4/24$$

$$\text{جرم نمونه گلوکز} = m_1 = 10/9 m_2$$

$$\xrightarrow{m_2 = 4/24} m_1 = 10/9 \times 4/24 = 46/24 \text{ g}$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۱۲۹- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) گلوکز نشان‌دار برای تشخیص سرطان کاربرد دارد و برای درمان آن به کار نمی‌رود.

(ب) فراوانی رادیویزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در نیروگاه‌ها به کار می‌رود در نمونه طبیعی آن کمتر از ۰/۷ درصد است.

(پ) ایزوتوپ‌های پرتوزا اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر ذره‌های پرنرژی مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کنند.

(ت) نماد شیمیایی نخستین عنصر ساخت بشر (تکنسیم Tc) همانند فراوان‌ترین عنصر سازنده سیاره زمین (آهن Fe) دو حرفی است.

(ت)

$$\left. \begin{aligned} &{}^1_1\text{H} : \text{سنگین‌ترین رادیویزوتوپ هیدروژن} \\ &\Rightarrow \text{تعداد نوترون‌ها} = 1 - 1 = 0 \\ &{}^3_1\text{H} : \text{سبک‌ترین رادیویزوتوپ هیدروژن} \\ &\Rightarrow \text{تعداد نوترون‌ها} = 3 - 1 = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{6}{2} = 3$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱۳۰- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۵ با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب برابر ۷،

۱۵، ۳۳، ۵۱، ۸۳ است که عدد اتمی ۳۳ مربوط به عنصری است که با

عنصر ${}^{31}_{15}\text{Y}$ هم‌دوره است.

۱۵	$\xleftarrow{-3}$	۱۸	
-		${}^2_2\text{He}$	۱
${}^7_7\text{N}$		${}^{10}_{10}\text{Ne}$	۲
${}^{15}_{15}\text{P}$		${}^{18}_{18}\text{Ar}$	۳
${}^{33}_{33}\text{As}$		${}^{36}_{36}\text{Kr}$	۴
${}^{51}_{51}\text{Sb}$		${}^{54}_{54}\text{Xe}$	۵
${}^{83}_{83}\text{Bi}$		${}^{86}_{86}\text{Rn}$	۶

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۳)