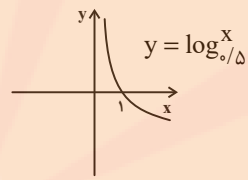
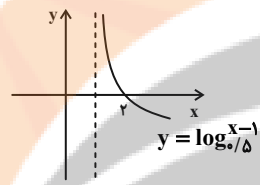
حسابان (۱)

۱- گزینهٔ «۳» *(مصطفی بهنام‌مقدم)*

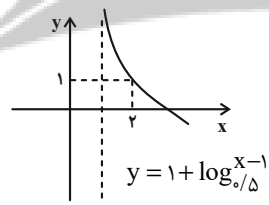
ابتدا نمودار تابع $y=\log_{0/5}^{x}$ را رسم می‌کنیم:



سپس آن را یک واحد در جهت محور x ها به سمت راست منتقل می‌کنیم:



در نهایت یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم:



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۲- گزینهٔ «۲» *(سیدوحید سیدان)*

الف) درست است- زیرا مقدار $a^{2}+2$ بزرگ‌تر از یک است و پایهٔ لگاریتم بین صفر و یک است.

ب) نادرست است – شکل درست این رابطه به شکل زیر است:

$$\log ab=\log a+\log b$$

پ) درست است.

$$2^{3\log_{2}^{5}}=2^{\log_{2}^{5^{3}}}=5^{3}=125$$

ت) نادرست است- اگر توان ۷ متعلق به کل پرانتز بود می‌توانستیم آن را به شکل زیر به عنوان ضریب لگاریتم قرار دهیم.

$$\log(3\times5)^{7}=7\log(3\times5)$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۳- گزینهٔ «۲» *(محمد حمیدی)*

$$\log_{a}^{\frac{c^{n}}{b}}=\log_{a}^{c^{n}}-\log_{a}^{b}=n\log_{a}^{c}-\frac{1}{\log_{b}^{a}}=n\times\frac{\log_{b}^{c}}{\log_{b}^{a}}-\frac{1}{\log_{b}^{a}}$$

$$=n\times\frac{\frac{1}{\log_{c}^{b}}}{\log_{b}^{a}}-\frac{1}{\log_{b}^{a}}=n\times\frac{\frac{1}{m}}{n}-\frac{1}{n}=\frac{\frac{n}{m}}{n}-\frac{1}{n}$$

$$=\frac{n}{nm}-\frac{1}{n}=\frac{1}{m}-\frac{1}{n}=\frac{n-m}{nm}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۴- گزینهٔ «۴» *(محمد حمیدی)*

$$10^{0/301}=2\xrightarrow[\text{در مبنای ۱۰ می‌گیریم}]{\text{از طرفین }\log}\log 10^{0/301}=\log 2$$

$$\Rightarrow 0/301\log 10=\log 2\Rightarrow\log 2=0/301$$

از طرفی دیگر داریم:

$$\log\sqrt[5]{\frac{25}{8}}=\log(\frac{25}{8})^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{5}\log\frac{25}{8}=\frac{1}{5}(\log 25-\log 8)$$

$$=\frac{1}{5}(\log 5^{2}-\log 2^{3})=\frac{1}{5}(2\log 5-3\log 2)$$

$$\xrightarrow{\log 5=1-\log 2}\frac{1}{5}(2(1-\log 2)-3\log 2)$$

$$=\frac{1}{5}(2-2\log 2-3\log 2)=\frac{1}{5}(2-5\log 2)$$

$$=\frac{1}{5}(2-5(0/301))=0/099$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

تلاشی در مسیر موفقیت

۵- گزینهٔ «۳» *(مجتبی ناوری)*

$$\log(x+1)-\log\sqrt{x+5}=1-\log\sqrt{50}$$

$$\Rightarrow \log\frac{x+1}{\sqrt{x+5}}=\log\sqrt{100}-\log\sqrt{50}=\log\sqrt{\frac{100}{50}}$$

$$\Rightarrow \log\frac{x+1}{\sqrt{x+5}}=\log\sqrt{2}\Rightarrow\frac{x+1}{\sqrt{x+5}}=\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow[\text{به توان ۲}]{\text{طرفین تساوی}}\frac{x^2+2x+1}{x+5}=2\Rightarrow x^2+2x+1=2x+10$$

$$\Rightarrow x^2=9\Rightarrow\begin{cases}x=3 & \text{ق ق}\\ x=-3 & \text{غ ق ق، زیرا در دامنهٔ لگاریتم قرار ندارد.}\end{cases}$$

$$\log_9^{\sqrt{x}}\xrightarrow{x=3}\log_{3^2}^{\sqrt{3}}=\log_{3^2}^{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{1}}\log_3^3=\frac{1}{4}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۶- گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

$$f(x)=\log_2^x\xrightarrow[\text{سمت راست}]{\text{انتقال یک واحد به}}y=\log_2^{(x-1)}$$

$$\log_2^{x-1}=\log_{\frac{1}{2}}^x\Rightarrow\log_2^{x-1}=-\log_2^x\Rightarrow\log_2^{(x-1)}+\log_2^x=0$$

$$\log_2^{x(x-1)}=0\Rightarrow x(x-1)=2^0=1\Rightarrow x^2-x-1=0$$

$$\Delta=1-4(1)(-1)=5\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\xrightarrow{x>1}x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=a$$

اگر نمودار $f(x)$ را b واحد به سمت چپ انتقال دهیم، خواهیم داشت:

$$\log_2^{x+b}\xrightarrow[x=\frac{1}{2}]{x=a-\frac{\sqrt{5}}{2}}\log_2^{\frac{1}{2}+b}=3\Rightarrow\frac{1}{2}+b=2^3$$

$$\Rightarrow b=7/5$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۷- گزینهٔ «۱» *(علی آزاد)*

ابتدا دامنهٔ هر یک از رادیکال‌ها و لگاریتم را به‌دست می‌آوریم:

$$-x^2+5x-6\geq 0\Rightarrow x^2-5x+6\leq 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-3)\leq 0\Rightarrow 2\leq x\leq 3\quad (1)$$

$$1-\log^{(2-x)}\geq 0\Rightarrow\log(2-x)\leq 1\Rightarrow 2-x\leq 10^1$$

$$\Rightarrow x\geq -8\quad (2)$$

$$2-x>0\Rightarrow x<2\quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1)\cap(2)\cap(3)}\{\}$$

با توجه به دامنهٔ هر کدام از رادیکال‌ها و لگاریتم که هیچ اشتراکی ندارند، می‌توان دریافت این معادله جوابی نخواهد داشت.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۸- گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

ابتدا وارون تابع $f(x)=10^x+b$ را به‌دست می‌آوریم:

$$y=10^x+b\Rightarrow 10^x=y-b\Rightarrow x=\log(y-b)$$

$$\Rightarrow y=f^{-1}(x)=\log(x-b)\Rightarrow g(x)=\log(x-b)$$

بنابراین تابع $h(x)$ به‌صورت زیر می‌باشد:

$$h(x)=\sqrt{a-\log(x-b)}$$

برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع $h(x)$ خواهیم داشت:

$$(1)\ x-b>0\Rightarrow x>b$$

$$(2)\ a-\log(x-b)\geq 0\Rightarrow\log(x-b)\leq a$$

$$\Rightarrow x-b\leq 10^a\Rightarrow x\leq 10^a+b$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}D_{h(x)}=(b,10^a+b]=(2,12]\Rightarrow b=2\ ,\ a=1$$

$$h(x)=\sqrt{1-\log(x-2)}\Rightarrow h^2(7)=1-\log_{10}^5=\log_{10}^{10}-\log_{10}^5$$

$$=\log_{10}^{\frac{10}{5}}=\log_{10}^2$$

بنابراین نسبت $h^2(7)$ به $\log_{10}^2$ برابر یک است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

تلاشی در مسیر موفقیت

۹- گزینهٔ «۲» *(علی آزاد)*

$$(\log(x-5))^2 - 3\log(x-5) < -2$$

با فرض $\log(x-5) = t$ خواهیم داشت:

$$t^2 - 3t + 2 < 0 \Rightarrow (t-1)(t-2) < 0 \Rightarrow 1 < t < 2$$
$$\Rightarrow 1 < \log(x-5) < 2 \Rightarrow 10^1 < x-5 < 10^2$$
$$\Rightarrow 15 < x < 105 \Rightarrow a = 15, b = 105$$

$$\log_{\frac{b-a}{10}}^{\frac{a+b}{10}} = \log_{\frac{90}{10}}^{\frac{120}{10}} = \log_9^{12} = \log_{3^2}^{2^2\times 3} = \log_3^2 + \frac{1}{2}\log_3^3$$

$$= \log_3^2 + \frac{1}{2} \Rightarrow \log_{\frac{b-a}{10}}^{\frac{a+b}{10}} - \log_3^2 = \frac{1}{2}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(اکبر کلاه‌ملکی)*

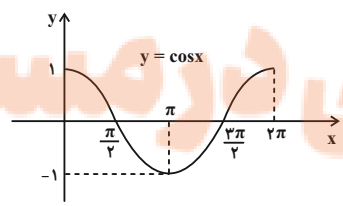
$$\theta = \frac{\text{طول } \widehat{AB}}{r} = \frac{1/25\pi r}{r} = \frac{5}{4}\pi \text{ rad} = \frac{5}{4}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 225^\circ$$

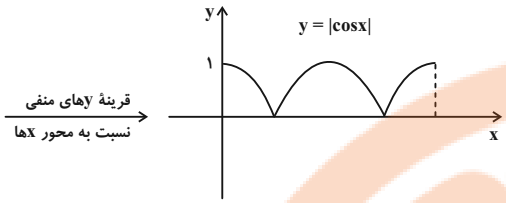
(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

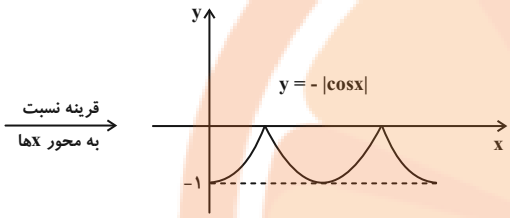
۱۱- گزینهٔ «۳» *(امیر مرادیان)*

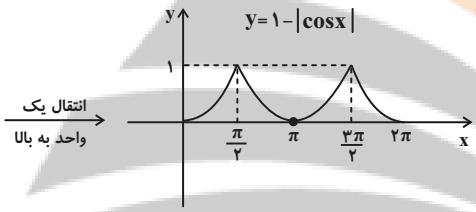
$$\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\sin(\frac{\pi}{2} - x) = -\cos x$$

$$y = 1 - |\sin(x - \frac{\pi}{2})| = 1 - |-\cos x| = 1 - |\cos x|$$









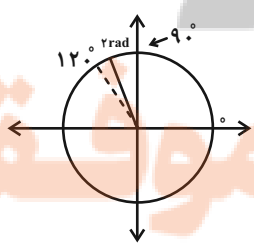
(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۹)

۱۲- گزینهٔ «۴» *(علی آزاد)*

ابتدا باید بررسی کنیم ۲ رادیان در چه محدوده‌ای بر روی دایرهٔ مثلثاتی قرار می‌گیرد:

می‌دانیم هر ۱ رادیان تقریباً ۵۷ درجه است پس ۲ رادیان تقریباً ۱۱۴ درجه است، پس:

$$2\text{rad} \simeq 114^\circ \Rightarrow 90^\circ < 2\text{rad} < 120^\circ$$
$$\Rightarrow \sin 120^\circ < \sin 2 < \sin 90^\circ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} < \sin 2 < 1$$



(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۱۰۴)

۱۳- گزینهٔ «۴» (علی آزاد)

$$\sin x \sin(x+\frac{\pi}{2})\sin(x+\pi)\sin(x+\frac{3\pi}{2})$$
$$=(\sin x)(\cos x)(-\sin x)(-\cos x)=\sin^2 x\cos^2 x$$
$$=(\frac{1}{2}\sin 2x)^2=\frac{1}{4}\sin^2 2x \quad (*)$$

$$\cos 4x=1-2\sin^2 2x \Rightarrow \sin^2 2x=\frac{1-\cos 4x}{2}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{1}{4}\sin^2 2x=\frac{1}{4}(\frac{1-\cos 4x}{2})=\frac{1}{4}(\frac{1-a}{2})=\frac{1-a}{8}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۴- گزینهٔ «۳» (علی آزاد)

$$\cos 20^\circ+\sqrt{3}\sin 20^\circ=2(\frac{1}{2}\cos 20^\circ+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 20^\circ)$$
$$=2(\cos 60^\circ\cos 20^\circ+\sin 60^\circ\sin 20^\circ)=2(\cos(60^\circ-20^\circ))$$
$$=2\cos 40^\circ \Rightarrow \frac{\cos 20^\circ+\sqrt{3}\sin 20^\circ}{\cos 40^\circ}=\frac{2\cos 40^\circ}{\cos 40^\circ}=2$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۵- گزینهٔ «۱» (محمد حمیری)

با توجه به رابطهٔ $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$ و $\sin 2x=2\sin x\cos x$ داریم:

$$\frac{1}{\sin 2x}-\tan x=\frac{1}{2\sin x\cos x}-\frac{\sin x}{\cos x}$$
$$=\frac{1-2\sin^2 x}{2\sin x\cos x}=\frac{\cos 2x}{\sin 2x}=\cot 2x$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۶- گزینهٔ «۱» (مجتبی نادری)

ابتدا مقدار عددی $\cos x$ را از رابطهٔ $1-\sqrt{\cos x}=\frac{1}{3}$ به‌دست می‌آوریم:

$$1-\sqrt{\cos x}=\frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{\cos x}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$
$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} \cos x=\frac{4}{9}$$

$$\begin{cases}\tan(16\pi+x)=\tan x\\ \sin(\pi-x)=\sin x\\ \cos(\frac{\pi}{2}-x)=\sin x\end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan(16\pi+x)\times\sin(\pi-x)}{\cos(\frac{\pi}{2}-x)}=\frac{\tan x\times\sin x}{\sin x}=\tan x$$

داریم:

$$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1+\tan^2 x=\frac{1}{\frac{16}{81}}$$
$$\Rightarrow \tan^2 x=\frac{81}{16}-1 \Rightarrow \tan^2 x=\frac{65}{16}$$
$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \tan x=\pm\frac{\sqrt{65}}{4} \xrightarrow[\tan x>0]{0<x<\frac{\pi}{2}} \tan x=\frac{\sqrt{65}}{4}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱۷- گزینهٔ «۲» (علی آزاد)

$$(\cos t-\sin t)(\cos 2t-\sin 2t)+\sin 3t$$
$$=\underbrace{\cos t\cos 2t+\sin t\sin 2t}_{\downarrow}-\underbrace{\sin t\cos 2t-\sin 2t\cos t}_{\downarrow}+\sin 3t$$
$$=\cos(2t-t) \quad - \quad \sin(2t+t) \quad + \sin 3t$$
$$=\cos t-\sin 3t+\sin 3t=\cos t=0/6$$
$$\cos 2t=2\cos^2 t-1=2(0/6)^2-1=0/72-1=-0/28$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۸- گزینهٔ «۱»

(علی آزاد)

$$\log(\tan ۵^\circ)+\log(\tan ۱۰^\circ)+\cdots+\log(\tan ۴۵^\circ)+\cdots+\log(\tan ۸۵^\circ)$$

$$=\log(\tan ۵^\circ\times\tan ۱۰^\circ\times\cdots\times\tan ۴۵^\circ\times\cdots\times\tan ۸۵^\circ)$$

$$\tan ۵^\circ=\cot ۸۵^\circ\ ,\ \tan ۱۰^\circ=\cot ۸۰^\circ\ ,\ \ldots$$

$$\Rightarrow \log(\cot ۸۵^\circ\times\cot ۸۰^\circ\times\cdots\times\tan ۴۵^\circ\times\cdots\times\tan ۸۰^\circ\times\tan ۸۵^\circ)$$
$$=\log ۱=۰$$

(حسابان ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰ و ۹۸ تا ۱۰۴)

۱۹- گزینهٔ «۳»

(علی آزاد)

$$\sin(۲\alpha+\beta+۲\alpha-\beta)=\sin(۴\alpha)\Rightarrow \sin(۲\alpha+\beta)\cos(۲\alpha-\beta)$$
$$+\cos(۲\alpha+\beta)\sin(۲\alpha-\beta)=\sin(۴\alpha)\qquad (۱)$$

$$\sin(۲\alpha+\beta)=\sqrt{۰/۹۶}$$
$$\Rightarrow \cos^۲(۲\alpha+\beta)=۱-\sin^۲(۲\alpha+\beta)=۰/۰۴$$

$$\cos(۲\alpha+\beta)=\pm ۰/۲\xrightarrow{\text{حاده}}\cos(۲\alpha+\beta)=۰/۲$$

$$\sin(۲\alpha-\beta)=۰/۶$$
$$\Rightarrow \cos^۲(۲\alpha-\beta)=۱-\sin^۲(۲\alpha-\beta)=۰/۶۴$$

$$\cos(۲\alpha-\beta)=\pm ۰/۸\xrightarrow{\text{حاده}}\cos(۲\alpha-\beta)=۰/۸$$

$$\xrightarrow{(۱)}\sin(۴\alpha)=(\sqrt{۰/۹۶}\times ۰/۸)+(۰/۲)(۰/۶)$$
$$=\sqrt{۰/۱۶\times ۶}\times ۰/۸+۰/۱۲=۰/۳۲\sqrt{۶}+۰/۱۲$$
$$=۰/۰۴(۸\sqrt{۶}+۳)$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۲۰- گزینهٔ «۴»

(سعید اکبرزاده)

ابتدا $\sin\alpha$ و $\cos\beta$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha=۱-\frac{۹}{۲۵}=\frac{۱۶}{۲۵}\Rightarrow \sin\alpha=\pm\frac{۴}{۵}$$

در ناحیهٔ اول سینوس مثبت است؛ پس:

$$\sin\alpha=\frac{۴}{۵}$$

$$\cos^۲\beta=۱-\sin^۲\beta=۱-\frac{۱۴۴}{۱۶۹}=\frac{۲۵}{۱۶۹}\Rightarrow \cos\beta=\pm\frac{۵}{۱۳}$$

در ناحیهٔ دوم کسینوس منفی است؛ پس:

$$\cos\beta=-\frac{۵}{۱۳}$$

حال $\sin(\alpha+\beta)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{۴}{۵}\times(-\frac{۵}{۱۳})+\frac{۳}{۵}\times\frac{۱۲}{۱۳}$$

$$=\frac{-۲۰+۳۶}{۶۵}=\frac{۱۶}{۶۵}$$

برای یافتن ناحیهٔ کمان $\alpha+\beta$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l}۰<\alpha<۹۰^\circ\\ ۹۰^\circ<\beta<۱۸۰^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow ۹۰^\circ<\alpha+\beta<۲۷۰^\circ$$

چون $\sin(\alpha+\beta)$ مثبت است، پس طبق رابطهٔ بالا، انتهای کمان $\alpha+\beta$ در ناحیهٔ دوم قرار دارد.

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

تلاشی برای پیروزی

هندسه (۲)

۲۱- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

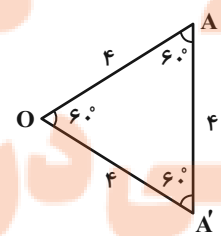
تبدیل T را همانی گوییم هرگاه به‌ازای هر نقطهٔ A از صفحهٔ P داشته باشیم: $T(A)=A$ تبدیل همانی هر نقطه را به خودش تصویر می‌کند، پس بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد. برای دو نقطهٔ دلخواه A و B در تبدیل همانی T، $T(A)=A$ و $T(B)=B$ است، پس هر تبدیل همانی طولپا است و شیب‌خط‌ها را ثابت نگه می‌دارد. به عنوان مثال نقض برای گزینهٔ «۴»، می‌توان بازتاب نسبت به یک خط را نام برد که همانی نیست، ولی بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۲۲- گزینهٔ «۱» *(فرزانه خاکپاش)*

ترکیب سه دوران حول نقطهٔ O با زاویهٔ ۲۰°، معادل یک دوران حول نقطهٔ O با زاویهٔ ۶۰° است. با توجه به طولپا بودن دوران، $OA=OA'$ و در نتیجه مثلث OAA' متساوی‌الاضلاع است و مطابق شکل داریم:

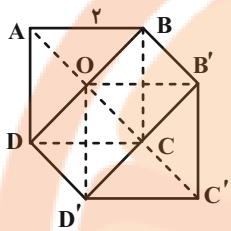
$$OA=OA'=AA'=۴$$



(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۲۳- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

شش‌ضلعی $ABB'C'D'D$ را مطابق شکل می‌توان به دو مثلث ABD و $B'C'D'$ و مستطیل $BB'D'D$ تقسیم کرد:

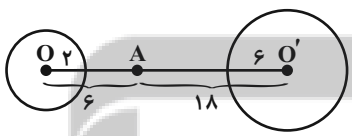


با توجه به اینکه $BD=۲\sqrt{۲}$ و $BB'=AO=\sqrt{۲}$ است، داریم:

$$S_{ABD}=S_{B'C'D'}=\frac{۲\times ۲}{۲}=۲$$
$$S_{BB'D'D}=۲\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}=۴$$
$$S_{ABB'C'D'D}=۲\times ۲+۴=۸$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۲۴- گزینهٔ «۲» *(سهام مجیری‌پور)*



مطابق شکل نقاط O و O' در دو طرف نقطهٔ A قرار دارند و با توجه به نسبت تجانس داریم:

$$\frac{O'A}{OA}=۳\Rightarrow\frac{O'A}{۶}=۳\Rightarrow O'A=۱۸$$
$$\frac{R'}{R}=۳\Rightarrow\frac{R'}{۲}=۳\Rightarrow R'=۶$$
$$OO'=OA+O'A=۶+۱۸=۲۴$$

طول مماس مشترک داخلی $=\sqrt{OO'^{۲}-(R+R')^{۲}}$

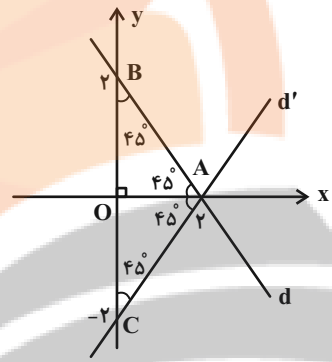
$$=\sqrt{۲۴^{۲}-(۲+۶)^{۲}}=\sqrt{۲۴^{۲}-۸^{۲}}=\sqrt{۸^{۲}(۳^{۲}-۱^{۲})}$$
$$=۸\sqrt{۸}=۱۶\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

تاشکدرمسیرموفقیت

۲۵- گزینهٔ «۲» *(هادی فولادی)*

خط $x+y=۲$ در نقطهٔ $A(۲,۰)$، محور xها و در نقطهٔ $B(۰,۲)$، محور yها را قطع می‌کند. خط d' (دوران یافتهٔ خط d به مرکز A و زاویه ۹۰°) از نقطهٔ A عبور می‌کند و بر خط d عمود است، پس داریم:



$$m_{d'} \times m_d = -۱ \Rightarrow m_{d'} \times (-۱) = -۱ \Rightarrow m_{d'} = ۱$$

$$d' \text{ معادلهٔ }: y - ۰ = ۱(x-۲) \Rightarrow y = x-۲ \xrightarrow{x=۰} y = -۲$$

بنابراین خط d' در نقطهٔ $C(-۲,۰)$، محور yها را قطع می‌کند. مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} OA \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۴ = ۴$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۲۶- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$\frac{S_{ABEF}}{S_{ABCD}} = \frac{۹}{۱} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت}} \frac{S_{ABEF} - S_{ABCD}}{S_{ABCD}}$$

$$= \frac{۹-۱}{۱} \Rightarrow \frac{S_{DCEF}}{S_{ABCD}} = ۸$$

می‌دانیم در دو چند ضلعی متجانس، نسبت مساحت‌ها مربع نسبت تجانس است، پس داریم:

$$k^۲ = ۸ \Rightarrow |k| = ۲\sqrt{۲}$$

چون در این تجانس، ذوزنقهٔ $ABCD$ بر ذوزنقهٔ $DCEF$ تصویر شده است، پس DC مجانس AB و EF مجانس DC است و در نتیجه داریم:

$$\frac{DC}{AB} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{DC}{۲} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow CD = ۴\sqrt{۲}$$

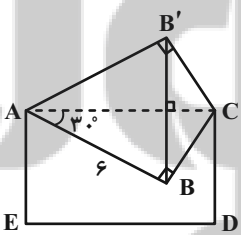
$$\frac{EF}{CD} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{EF}{۴\sqrt{۲}} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow EF = ۱۶$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۲۷- گزینهٔ «۱» *(محمد فتدران)*

برای انجام این‌کار، کافی است بازتاب نقطهٔ B نسبت به پاره‌خط AC را به‌دست آوریم. میزان افزایش مساحت برابر مساحت چهارضلعی $ABCB'$ یا دو برابر مساحت مثلث ABC است. اندازهٔ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف اندازهٔ وتر است، بنابراین داریم:

$$AC = ۲BC$$



$$AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ \Rightarrow ۴BC^۲ = ۶^۲ + BC^۲ \Rightarrow ۳BC^۲ = ۳۶$$

$$\Rightarrow BC^۲ = ۱۲ \Rightarrow BC = ۲\sqrt{۳}$$

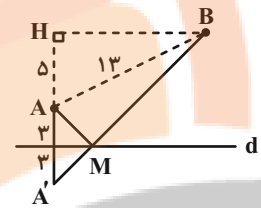
$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۲\sqrt{۳} = ۶\sqrt{۳} \Rightarrow S_{ABCB'} = ۲ \times ۶\sqrt{۳} = ۱۲\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۲۸- گزینهٔ «۳» *(فرزانه خاکپاش)*

طبق روش هرون ابتدا بازتاب نقطهٔ A نسبت به خط d یعنی نقطهٔ A' را پیدا کرده و سپس آن را به B وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطهٔ M قطع کند.

$MA+MB$ همان کوتاه‌ترین مسیر ممکن است. مطابق شکل داریم:



$$\overset{\Delta}{ABH}: AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow ۱۳^2 = ۵^2 + BH^2$$
$$\Rightarrow BH^2 = ۱۴۴ \Rightarrow BH = ۱۲$$

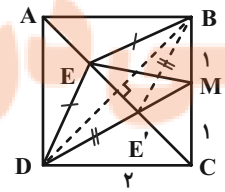
$$\overset{\Delta}{A'BH}: A'B^2 = A'H^2 + BH^2 = ۱۱^2 + ۱۲^2 = ۲۶۵$$
$$\Rightarrow A'B = \sqrt{۲۶۵}$$

$$\min(MA+MB) = A'M + MB = A'B = \sqrt{۲۶۵}$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۵۴)

۲۹- گزینهٔ «۳» *(مهرداد ملوندی)*

می‌دانیم در هر مربع، قطرها هم‌اندازه و عمودمنصف یکدیگرند، پس مطابق شکل بازتاب نقطهٔ B نسبت به قطر AC، نقطهٔ D است و داریم: $BE = DE$



$$\min(BE+EM) = BE' + E'M = DE' + E'M = DM$$

$$\overset{\Delta}{DCM}: DM^2 = DC^2 + CM^2 = ۲^2 + ۱^2 = ۵ \Rightarrow DM = \sqrt{۵}$$

$$\min(\text{محیط } \overset{\Delta}{BEM}) = DM + BM = \sqrt{۵} + ۱$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۵۴)

۳۰- گزینهٔ «۲» *(محمد صحت‌کار)*

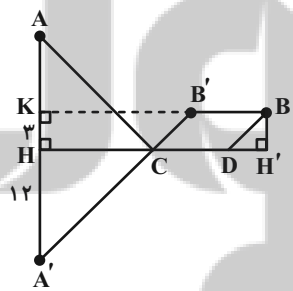
با توجه به اینکه ۴ کیلومتر از جاده در کنار ساحل دریا ساخته می‌شود، ابتدا نقطهٔ B را مطابق شکل ۴ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نقطهٔ B' حاصل شود.

همچنین بازتاب نقطهٔ A نسبت به ساحل دریا را A' می‌نامیم. از B' عمود $B'K$ را بر امتداد AA' رسم می‌کنیم. داریم:

$$B'K = BK - BB' = ۲۴ - ۴ = ۲۰$$
$$A'K = A'H + HK = ۱۲ + ۳ = ۱۵$$

$$\overset{\Delta}{A'B'K}: A'B'^2 = A'K^2 + B'K^2 = ۲۲۵ + ۴۰۰ = ۶۲۵$$
$$\Rightarrow A'B' = ۲۵$$

مسیر $ACDB$ در شکل، کوتاه‌ترین مسیر ممکن تحت شرایط مسئله است.



طول این مسیر برابر است با:

$$AC + CD + DB = A'C + BB' + CB' = \underbrace{(A'C + CB')}_{A'B'} + BB'$$
$$= ۲۵ + ۴ = ۲۹$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۵۵)

تاشر برتر مسیر موفقیت

آمار و احتمال

۳۱- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

مجموع فراوانی‌های نسبی همواره برابر یک است، بنابراین داریم:

$$۰/۳+۰/۲۵+x+۰/۳=۱\Rightarrow x=۰/۱۵$$

$$\text{زاویهٔ مرکزی دادهٔ ۳}=۰/۱۵\times ۳۶۰^\circ=۵۴^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۳۲- گزینهٔ «۴» *(فرزانه خاکپاش)*

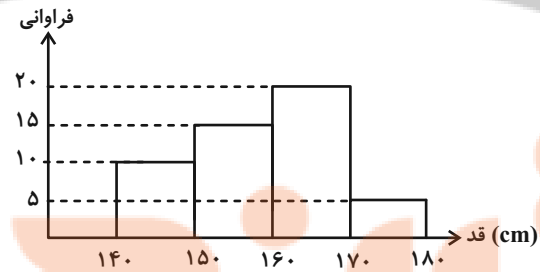
مجموع مقادیر فراوانی نسبی همواره برابر با یک است، پس داریم:

$$۰/۲+t+۰/۴+۰/۱=۱\Rightarrow t=۰/۳$$

بنابراین با توجه به جدول فراوانی، $x=۱۰$ ، $y=۲۰$ و $z=۵$ است.

از طرفی اندازهٔ هر ضلع مستطیل‌ها که بر روی محور x ها (اندازهٔ قد) قرار دارد، برابر ۱۰ است، پس مجموع مساحت مستطیل‌ها برابر است با:

$$(۱۰+۱۵+۲۰+۵)\times ۱۰=۵۰\times ۱۰=۵۰۰$$



(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۳۳- گزینهٔ «۳» *(فرزانه خاکپاش)*

مجموع زوایا در نمودار دایره‌ای برابر ۳۶۰° است، پس داریم:

$$۱۲۰^\circ+۶۰^\circ+۴۸^\circ+\alpha+\beta=۳۶۰^\circ\Rightarrow \alpha+\beta=۱۳۲^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha+\frac{۵}{۶}\alpha=۱۳۲^\circ\Rightarrow \frac{۱۱}{۶}\alpha=۱۱\times ۱۲^\circ\Rightarrow \alpha=۷۲^\circ$$

$$\alpha=\frac{f}{n}\times ۳۶۰^\circ\Rightarrow ۷۲^\circ=\frac{f}{۱۵۰}\times ۳۶۰^\circ\Rightarrow \frac{f}{۱۵۰}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow f=۳۰$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۳۴- گزینهٔ «۲» *(سوگند روشنی)*

چون حداکثر دو فرزند پسر در این خانواده وجود دارد، پس فضای نمونهٔ کاهش یافته شامل ۷ عضو و به‌صورت زیر است:

$$S=\{(د،پ،پ),(پ،د،پ),(د،د،پ),(پ،پ،د),(د،پ،د),(پ،د،د),(د،د،د)\}$$

پیشامد آنکه سومین فرزند، دومین دختر خانواده باشد، به معنای آن است که از دو فرزند اول تنها یکی دختر است. پس در صورتی که این پیشامد را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$A=\{(د،پ،پ),(د،پ،د)\}$$

بنابراین احتمال این پیشامد برابر است با:

$$P(A)=\frac{۲}{۷}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۳۵- گزینهٔ «۱» *(هادی فولادی)*

با توجه به فرض سؤال، گوی‌ها به‌صورت شکل زیر خارج شده‌اند:

$$\frac{۳}{\text{فرد}}\times\frac{۲}{\text{زوج}}\times\frac{۲}{\text{فرد}}\times\frac{۱}{\text{زوج}}\times\frac{۱}{\text{فرد}}:n(S)=۳!\times ۲!$$

اگر گوی‌های با شمارهٔ فرد به‌ترتیب صعودی خارج شوند، آنگاه فقط گوی‌های با شمارهٔ زوج دارای جایگشت هستند و در نتیجه داریم:

$$\frac{۱}{\text{گوی ۱}}\times\frac{۲}{\text{زوج}}\times\frac{۱}{\text{گوی ۳}}\times\frac{۱}{\text{زوج}}\times\frac{۱}{\text{گوی ۵}}:n(A)=۲!$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲!}{۳!\times ۲!}=\frac{۱}{۳!}=\frac{۱}{۶}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۳۶- گزینهٔ «۱» *(هانیه اتفاقی)*

فرض کنید $A_۱$ پیشامد آفتابی بودن امروز و $A_۲$ و $A_۳$ به‌ترتیب پیشامدهای بارانی بودن فردا و آفتابی پس‌فردا باشند. در این‌صورت طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$P(A_۱\cap A_۲\cap A_۳)=P(A_۱)P(A_۲\mid A_۱)P(A_۳\mid (A_۱\cap A_۲))$$

$$=۱\times ۰/۲\times ۰/۳=۰/۰۶$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

تاشیر درمسیر موفقیت

۳۷- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$P(A') = ۰/۶ \Rightarrow P(A) = ۱ - ۰/۶ = ۰/۴$$

پیشامدهای A و B مستقل از یکدیگرند، پس دو پیشامد A و B' نیز مستقل هستند و داریم:

$$P(A \cap B') = P(A)P(B') = ۰/۱۲ \Rightarrow P(B') = \frac{۰/۱۲}{۰/۴} = ۰/۳$$

$$\Rightarrow P(B) = ۱ - ۰/۳ = ۰/۷$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{P(A)P(B)}$$

$$= ۰/۴ + ۰/۷ - ۰/۴ \times ۰/۷ = ۰/۸۲$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۳۸- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

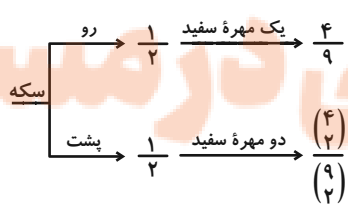
اگر پیشامد موردنظر را با A نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \underset{\text{زرد}}{\frac{۱}{۶}} \times \underset{\text{غیرزرد}}{\frac{۵}{۶}} \times \underset{\text{زرد}}{\frac{۱}{۶}} + \underset{\text{آبی}}{\frac{۲}{۶}} \times \underset{\text{غیرآبی}}{\frac{۴}{۶}} \times \underset{\text{آبی}}{\frac{۲}{۶}} + \underset{\text{قرمز}}{\frac{۳}{۶}} \times \underset{\text{غیرقرمز}}{\frac{۳}{۶}} \times \underset{\text{قرمز}}{\frac{۳}{۶}}$$

$$= \frac{۲۷}{۲۱۶} + \frac{۱۶}{۲۱۶} + \frac{۵}{۲۱۶} = \frac{۴۸}{۲۱۶} = \frac{۲}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۳۹- گزینهٔ «۴» *(سوگند روشنی)*



طبق نمودار درختی فوق و با توجه به قانون بیز داریم:

$$P = \frac{\frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۹}}{\frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۹} + \frac{۱}{۲} \times \frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۹}{۲}}} = \frac{\frac{۴}{۹}}{\frac{۴}{۹} + \frac{۶}{۳۶}} = \frac{\frac{۴}{۹}}{\frac{۲۲}{۳۶}} = \frac{۸}{۱۱}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴۰- گزینهٔ «۴» *(هنانه اتفاقی)*

انتخاب هر کدام از ظرف‌های اول یا دوم در مرحلهٔ اول با احتمال برابر $\frac{۱}{۲}$ صورت می‌گیرد. دو حالت برای انجام این‌کار، امکان‌پذیر است:

حالت اول: ظرف اول در ابتدا انتخاب شود و ۲ مهره از آن خارج شده و به ظرف دوم منتقل گردد. در این‌صورت از ۱۰ مهرهٔ موجود در ظرف دوم، ۲ مهره از ابتدا به ظرف اول تعلق داشته و ۸ مهرهٔ دیگر از ابتدا در همان ظرف دوم بوده‌اند. احتمال انتخاب یک مهرهٔ سفید از این ظرف برابر است با:

$$\frac{۲}{۱۰} \times \frac{۲}{۸} + \frac{۸}{۱۰} \times \frac{۵}{۸} = \frac{۴۴}{۸۰} = \frac{۱۱}{۲۰}$$

حالت دوم: ظرف دوم در ابتدا انتخاب شود و ۲ مهره از آن خارج شده و به ظرف اول منتقل گردد. در این‌صورت از ۱۰ مهرهٔ موجود در ظرف اول، ۲ مهره از ابتدا به ظرف دوم تعلق داشته و ۸ مهرهٔ دیگر از ابتدا در همان ظرف اول بوده‌اند. احتمال انتخاب یک مهرهٔ سفید از این ظرف برابر است با:

$$\frac{۸}{۱۰} \times \frac{۲}{۸} + \frac{۲}{۱۰} \times \frac{۵}{۸} = \frac{۲۶}{۸۰} = \frac{۱۳}{۴۰}$$

بنابراین طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{مهرهٔ سفید}) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۱}{۲۰} + \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۳}{۴۰} = \frac{۳۵}{۸۰} = \frac{۷}{۱۶}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

آمار و احتمال – سؤالات آشنا

۴۱– گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

از آن‌جایی که $\text{طول دسته} = \frac{\text{دامنهٔ تغییرات}}{\text{تعداد طبقات}}$، پس:

$$\text{طول دسته} = \frac{۵۲-۳۱}{۷} = ۳$$

فاصلهٔ طبقات ۳ است، پس کران پایین دستهٔ وسط یعنی دستهٔ چهارم برابر است با:

$$\text{کران پایین دستهٔ چهارم} = ۳۱+۳(۳) = ۴۰$$

بنابراین دستهٔ وسط، بازهٔ $[۴۰ , ۴۳)$ است. از آنجایی که مجموع درصدها برابر با ۱۰۰ است، پس درصد داده‌هایی که در این بازه قرار می‌گیرند، برابر است با:

$$۳۷+۴۸+x=۱۰۰ \Rightarrow x=۱۵$$

بنابراین ٪۱۵ داده‌ها در این بازه قرار دارند، لذا:

$$F_۴ = \frac{f_۴}{n}\times ۱۰۰ \Rightarrow ۱۵ = \frac{f_۴}{۸۰}\times ۱۰۰ \Rightarrow f_۴ = ۱۲$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴۲– گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

فراوانی گروه B برابر با $f_B = ۷۴$ و مجموع فراوانی‌ها برابر با $n = ۳۰+۴۲+۷۴+۸۷+۱۰۰ = ۳۳۳$ است.

$$\alpha_B = \frac{f_B}{n}\times ۳۶۰^\circ = \frac{۷۴}{۳۳۳}\times ۳۶۰^\circ = ۸۰^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴۳– گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

$$\text{تعداد دانش‌آموزان} = ۲+۳+۴+۵+۶ = ۲۰$$

$$\frac{۳}{۱۰} = \frac{۶}{۲۰} = \text{فراوانی نسبی دستهٔ وسط قبل از اضافه شدن دانش‌آموز جدید}$$

دانش‌آموز جدید یک واحد به فراوانی دستهٔ چهارم و کل داده‌ها اضافه می‌کند و در فراوانی دستهٔ وسط تاثیری ندارد.

$$\frac{۲}{۷} = \frac{۶}{۲۱} = \text{فراوانی نسبی دستهٔ وسط بعد از اضافه شدن دانش‌آموز جدید}$$

$$\text{تفاضل فراوانی‌های نسبی} = \frac{۲}{۷}-\frac{۳}{۱۰} = \frac{۲۰-۲۱}{۷۰} = -\frac{۱}{۷۰}$$

یعنی فراوانی نسبی دستهٔ وسط، $\frac{۱}{۷۰}$ کم می‌شود.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴۴– گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

بنابر تعریف احتمال شرطی، داریم:

$$P(\{b,c,e\}\,|\,\{a,b,c\}) = \frac{P(\{b,c,e\}\cap\{a,b,c\})}{P(\{a,b,c\})}$$

$$= \frac{P(\{b,c\})}{P(\{a,b,c\})} = \frac{\frac{۲}{۳}-\frac{۱}{۴}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{\frac{۵}{۱۲}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۵}{۸}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴۵– گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

احتمال شرطی است و فضای نمونهٔ تقلیل می‌یابد، پس داریم:

تاس اول	تاس دوم
۱	{۱,۲,۳,۴,۵,۶}
۲	{۱,۲,۴,۶}
۳	{۱,۳,۶}
۴	{۱,۲,۴}
۵	{۱,۵}
۶	{۱,۲,۳,۶}

$$\Rightarrow n(S) = ۲۲$$

حالا کل حالاتی که مجموع دو تاس از ۷ بیش‌تر است. عبارتند از:

$$(۵,۵),(۴,۴),(۳,۶),(۲,۶),(۶,۶),(۶,۳),(۶,۲)$$

$$\Rightarrow n(A) = ۷$$

احتمال موردنظر برابر است با: $P(A) = \frac{۷}{۲۲}$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴۶- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

اگر A پیشامد قبولی در آیین‌نامه و B پیشامد قبولی در آزمون شهری باشد، آن‌گاه:

$$P(A)=۰/۸\ ,\ \ P(B'|A)=۰/۳ \Rightarrow P(B|A)=۱-۰/۳=۰/۷$$

بنابر قانون ضرب احتمال:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B|A)=۰/۸\times ۰/۷=۰/۵۶$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۴۷- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

با توجه به نمودار درختی داریم:

سکه
- رو بیاید ($\frac{۱}{۲}$) — تاس ۵ آمده ($\frac{۱}{۶}$)
- پشت بیاید ($\frac{۱}{۲}$) — حداقل یک تاس ۵ آمده ($۱-\frac{۵}{۶}\times\frac{۵}{۶}=\frac{۱۱}{۳۶}$)

بنابراین، احتمال برابر است با:

$$P=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۱}{۳۶}=\frac{۱۷}{۷۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۴۸- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

اگر A پیشامد خراب بودن لامپ و B پیشامد کم مصرف بودن آن باشد، آن‌گاه:

$$P(B|A)=\frac{P(B)\times P(A|B)}{P(B)\times P(A|B)+P(B')\times P(A|B')}$$

$$=\frac{\frac{۳}{۴}\times\frac{۱۵}{۱۰۰}}{\frac{۳}{۴}\times\frac{۱۵}{۱۰۰}+\frac{۱}{۴}\times\frac{۲۵}{۱۰۰}}=\frac{۴۵}{۷۰}=\frac{۹}{۱۴}$$

توجه کنید که چون احتمال کم مصرف بودن ۳ برابر معمولی بودن است، لذا $P(B)=\frac{۳}{۴}$.

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴۹- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

فرض کنید پیشامدهای A و B به ترتیب «دو فرزند اول خانواده پسر باشند.» و «فرزند سوم پسر و فرزند چهارم دختر باشد.» تعریف شوند. در این صورت داریم:

$$P(A)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$P(B)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$P(A\cap B)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۱۶}$$

چون $P(A\cap B)=P(A)\,.\,P(B)$، پس پیشامدهای A و B، نسبت به هم مستقل هستند.

احتمال هر یک از دو پیشامد «این خانواده دارای دو پسر باشد.» و «این خانواده دارای دو دختر باشد.» برابر است با:

$$\frac{\binom{۴}{۲}}{۲^۴}=\frac{۶}{۱۶}$$

اشتراک هر یک از این دو پیشامد با پیشامد A (دو فرزند اول خانواده پسر باشند.)، پیشامد آن است که «دو فرزند اول خانواده پسر و دو فرزند دیگر خانواده دختر باشند.» که احتمال آن برابر $\frac{۱}{۱۶}$ است و در نتیجه مستقل از پیشامد A نیستند.

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۵۰- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

برای آن‌که مسئله حل شود، x یا y باید آن را حل کنند که حل آن‌ها مستقل از یک‌دیگر است. بنابراین داریم:

$$P(x\cup y)=P(x)+P(y)-P(x\cap y)=$$

$$\frac{۲}{۳}+\frac{۳}{۴}-\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۸}{۱۲}+\frac{۹}{۱۲}-\frac{۶}{۱۲}=\frac{۱۱}{۱۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

فیزیک (۲)

۵۱- گزینهٔ «۳» *(معصومه شریعت‌ناصری)*

توان خروجی مولد برابر با توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار است. چون در هر دو حالت توان خروجی مولد یکسان است، داریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = R_1 (\frac{\varepsilon}{R_1 + r})^2$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = R_2 (\frac{\varepsilon}{R_2 + r})^2$$

$$\frac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{\varepsilon^2 R_2}{(R_2 + r)^2} \xrightarrow[R_2 = 3\times 4 = 12\Omega]{R_1 = 3\Omega}$$

$$\frac{3}{(3+r)^2} = \frac{12}{(12+r)^2} \Rightarrow 6 + 2r = 12 + r \Rightarrow r = 6\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۵۲- گزینهٔ «۴» *(معصومه شریعت‌ناصری)*

از روی نمودار می‌توان گفت جریان در رأس سهمی برابر با $\frac{3+9}{2} = 6A$ است، پس داریم:

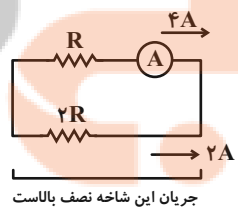
$$I_{(max)} = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow 6 = \frac{\varepsilon}{2\times 2} \Rightarrow \varepsilon = 24V$$

$$\frac{P_{max}}{P'} = \frac{(\frac{\varepsilon^2}{4r})}{\varepsilon I - r I^2} = \frac{\frac{24^2}{4\times 2}}{24\times 3 - 2\times 9} = \frac{72}{54} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۵۳- گزینهٔ «۱» *(معصومه شریعت‌ناصری)*

اگر هر دو کلید بسته باشند؛ مقاومت R در سمت چپ اتصال کوتاه شده و داریم:

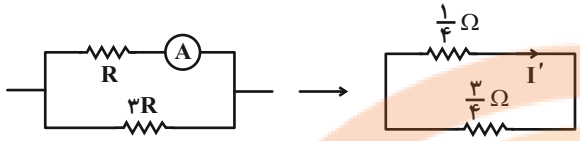


جریان این شاخه نصف بالاست

کل $I = 6A \Rightarrow 6 = \frac{7}{R_{eq} + 1} \Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{6}\Omega$

$$\frac{1}{6} = \frac{R\times 2R}{3R} \Rightarrow 12R = 3 \Rightarrow R = \frac{1}{4}\Omega$$

اگر کلید k_2 را باز کنیم، هیچ مقاومتی اتصال کوتاه نیست.



$$R'_{eq} = \frac{\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = \frac{3}{16}\Omega$$

$$I = \frac{7}{\frac{3}{16}+1} = \frac{112}{19}A$$

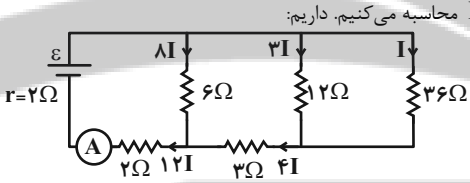
$$I' + \frac{I'}{3} = \frac{112}{19}A \Rightarrow I' = \frac{84}{19}A$$

$$\frac{I'-I}{I}\times 100 = \frac{\frac{84}{19}-4}{4}\times 100 \simeq 10\%$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۴- گزینهٔ «۴» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا باید مشخص کنیم کدام مقاومت بیشترین توان را مصرف می‌کند. برای این کار، جریان بیشترین مقاومت را I می‌نامیم و بقیه جریان‌های عبوری از مقاومت‌ها را برحسب I محاسبه می‌کنیم. داریم:



$$R' = \frac{12\times 36}{12+36} = 9\Omega$$

$$R'' = 9 + 3 = 12\Omega$$

مقاومت R'' و 6Ω به‌صورت موازی بسته شده‌اند، بنابراین چون ولتاژ آن‌ها برابر است جریان عبوری از مقاومت 6Ω، $8I$ می‌شود. جریان عبوری از مقاوت 2Ω نیز بنا به قانون گره $12I$ می‌باشد.

$$P_{36} = 36I^2 \ , \ P_{12} = 12\times(3I)^2 = 12\times 9I^2 = 108I^2$$

$$P_3 = 3(4I)^2 = 48I^2$$

$$P_6 = 6(8I)^2 = 6\times 64I^2 = 384I^2 \ , \ P_2 = 2\times(12I)^2 = 288I^2$$

بنابراین مقاومت 6Ω بیشترین توان را مصرف کرده است. داریم:

$$V_6 = R_6 I_6 \Rightarrow 12 = 6I_6 \Rightarrow I_6 = 2A = 8I$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{4}A$$

جریان عبوری از آمپرسنج برابر است با:

$$12I = 12\times\frac{1}{4} = 3A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۳)

۵۵- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

چون دو میلهٔ A و B یکدیگر را دفع می‌کنند، قطعاً هر دو آهنربا هستند. از طرفی A و C یکدیگر را جذب می‌کنند، چون A آهنربا بوده، بنابراین C می‌تواند آهن باشد که به روش القاء جذب آهنربای A می‌شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۵۶- گزینهٔ «۲» *(معصومه افضلی)*

مؤلفه‌های هم‌راستای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ باعث ایجاد نیروی مغناطیسی نمی‌شوند. بنابراین داریم:

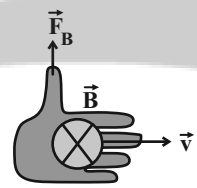
$$F = |q| v_y B_x \Rightarrow F = ۲۰\times۱۰^{-۶}\times۱۲۰۰\times۰/۰۲$$

$$\Rightarrow F = ۴۸\times۱۰^{-۵}\,N = ۴/۸\times۱۰^{-۴}\,N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۵۷- گزینهٔ «۲» *(معصومه شریعت‌ناصری)*

شرط عدم انحراف ذره این است که نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. (دو نیروی خلاف جهت و هم‌اندازه) طبق قاعدهٔ دست راست، نیروی مغناطیسی رو به بالا به ذره وارد می‌شود.



پس نیروی حاصل از میدان الکتریکی باید رو به پایین باشد تا آن‌را خنثی کند. از آنجایی که جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت هم‌جهت با خطوط میدان است، پس میدان باید رو به پایین باشد و لذا $V_C > V_D$ (رد گزینه‌های ۳ و ۴) از طرفی دو نیروی مغناطیسی و الکتریکی علاوه بر خلاف جهت بودن باید هم اندازه هم باشند، پس:

$$F_E = F_B$$

$$\Rightarrow E|q| = |q| vB\sin\theta$$

$$\xrightarrow{E=\frac{V}{d}\text{ ساده می‌شود. }|q|,\ \theta=۹۰^\circ} \frac{V}{d} = vB$$

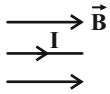
$$\frac{V}{۰/۱} = ۵\times۱۰^{۴}\times۱۰۰\times۱۰^{-۴} \Rightarrow V = ۵۰V$$

$$\xrightarrow{V_C>V_D} V_C - V_D = ۵۰V$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۵۸- گزینهٔ «۴» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

طبق رابطهٔ $F_B = I\ell B\sin\theta$، اگر زاویهٔ بین بردار $\vec{B}$ و جریان I صفر یا ۱۸۰° باشد، (به عبارت دیگر سیم در راستای خطوط میدان مغناطیسی قرار گیرد.)، آنگاه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم صفر خواهد شد. برای گزینهٔ ۴ داریم:

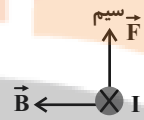


$$\theta = ۰ \Rightarrow F = ۰$$

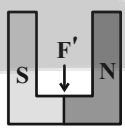
(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۵۹- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با توجه به شکل و قاعدهٔ دست راست، جریان سیم از B به A می‌باشد که آن‌را درون‌سو رسم می‌کنیم و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم رو به بالا خواهد بود. طبق قانون سوم نیوتون واکنش این نیروی (F') به ترازو رو به پایین وارد می‌شود.



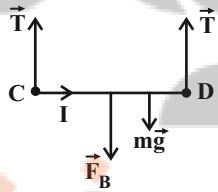
اکنون اگر مقاومت رئوستا را کاهش دهیم، طبق قانون اهم جریان مدار افزایش و بنابراین نیروی F وارد بر سیم و نیروی F' وارد بر آهنربا هر دو افزایش می‌یابند و ترازو عدد بزرگتری را نشان می‌دهد.



(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۶۰- گزینهٔ «۴» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

چون جریان سیم از C به D می‌باشد، طبق قاعدهٔ دست راست، نیروی وارد بر سیم به سمت پایین است. نیروهای وارد بر سیم در شکل زیر رسم شده‌اند. چون سیم در حال تعادل است، جمع نیروهای روبه‌بالا با جمع نیروهای روبه‌پایین برابر است و داریم:



$$۲T = mg + F_B \Rightarrow ۲T = mg + I\ell B$$

$$\Rightarrow ۲T = ۸۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰ + ۱\times۱\times۴\times۱۰^{۳}\times۱۰^{-۴} = ۱/۲N$$

$$\Rightarrow T = ۰/۶N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۶۱- گزینهٔ «۲»

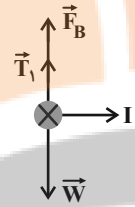
(معصومه شریعت‌ناصری)

با توجه به جهت قرارگیری مولد، جهت جریان در میلهٔ رسانا از چپ به راست و اندازهٔ جریان برابر است با:

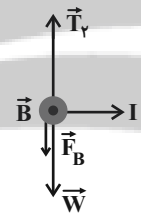
$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۴۰}{۳+۱}\Rightarrow I=۱۰A$$

در حالت اول طبق قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی به‌طرف بالا است و بنابراین داریم:

$$F_{net}=۰\Rightarrow F_B+T_۱=W\Rightarrow T_۱=W-F_B \quad (۱)$$



$$F'_{net}=۰\Rightarrow T_۲=F'_B+W \quad (۲)$$



با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) و در نظر گرفتن این نکته که چون فقط جهت میدان مغناطیسی برعکس شده است، بنابراین اندازهٔ نیروی مغناطیسی تغییری نمی‌کند، داریم:

$$\xrightarrow{(۲),(۱),F'_B=F_B} T_۲-T_۱=(F_B+W)-(W-F_B)$$
$$\Rightarrow T_۲-T_۱=۲F_B\Rightarrow T_۲-T_۱=۲I\ell B\sin\theta$$
$$\Rightarrow T_۲-T_۱=۲\times۱۰\times۰/۲\times۰/۰۲\times۱\Rightarrow T_۲-T_۱=۰/۰۸N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۶۲- گزینهٔ «۳»

(عبدالرضا امینی‌نسب)

هر چه از سیم حامل جریان دورتر شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر خواهد شد، بنابراین برای رسم خطوط میدان مغناطیسی، در نقاط دورتر طول بردار میدان مغناطیسی باید کوچکتر رسم شود، از طرفی طبق قاعدهٔ دست راست، گزینهٔ ۳ صحیح است.

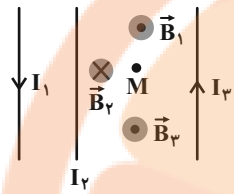
(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۶۳- گزینهٔ «۴»

(عبدالرضا امینی‌نسب)

طبق قاعدهٔ دست راست برای سیم حامل جریان، برایند میدان‌های مغناطیسی ناشی از سیم‌های (۱) و (۳) را در نقطهٔ M به‌دست می‌آوریم. هر دو میدان برون‌سو هستند و برایند آن‌ها برابر است با:

$$B'=B_۱+B_۲=۰/۰۲+۰/۰۷=۰/۰۹T$$



چون میدان برایند در نقطهٔ M صفراست، بنابراین داریم:

$$\vec{B}_T=\vec{B}_۱+\vec{B}_۲+\vec{B}_۳=۰\Rightarrow B_۲=B_۱+B_۳=۰/۰۹T$$

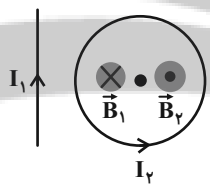
جهت جریان سیم (۲) باید به سمت بالا باشد تا میدان کل صفر گردد.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۶۴- گزینهٔ «۲»

(معصومه افضلی)

با توجه به اینکه بزرگی میدان در مرکز حلقه صفر است بنابراین بردار میدان مغناطیسی حلقه هم‌اندازه و در خلاف جهت میدان مغناطیسی سیم است.



$$\vec{B}_۱=-\vec{B}_۲$$

$$B_۲=\frac{\mu_۰NI}{۲R}\xrightarrow{B_۱=B_۲=۰/۰۳mT}$$

$$۳\times۱۰^{-۵}=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۱\times I}{۲\times۱۰^{-۱}}\Rightarrow I=۵A$$

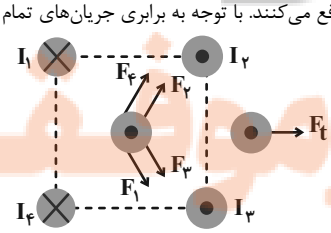
با توجه به اینکه جهت میدان حلقه در مرکز آن برون‌سو است پس جهت جریان به‌صورت پادساعتگرد است.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۶۵- گزینهٔ «۲»

(معصومه افضلی)

سیم‌های موازی با جریان‌های هم‌سو یکدیگر را جذب و سیم‌های موازی با جریان ناهم‌سو یکدیگر را دفع می‌کنند. با توجه به برابری جریان‌های تمام سیم‌ها داریم:



(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

۶۶- گزینهٔ «۴»

(معصومه افضلی)

با توجه به اینکه جریان عبوری از قطعه سیم، عمود بر خطوط میدان جابه‌جایی خالص ندارد، بنابراین به این قطعه سیم نیروی خالصی وارد نمی‌شود.

$$F_t = 0$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۶۷- گزینهٔ «۲»

(محمدرضا اصفهانی)

عقربهٔ مغناطیسی همواره در راستای مماس بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته و قطب N عقربه جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. با توجه به عقربه مغناطیسی چون جهت میدان پادساعتگرد است، با بکارگیری قاعدهٔ دست راست، جهت جریان سیم باید برون‌سو باشد.

مطابق شکل صورت سوال، با انتقال عقربه مغناطیسی از نقطهٔ A به نقطهٔ B، عقربه ۹۰ درجه می‌چرخد.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۴، ۸۵ و ۹۴ تا ۹۸)

۶۸- گزینهٔ «۱»

(محمدرضا اصفهانی)

برای آنکه نیروی خالص وارد شده به ذرهٔ باردار صفر باشد باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با وزن آن خنثی شود. بنابراین باید نیروی مغناطیس وارد بر ذره رو به بالا و با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان برایند حلقه‌ها در مرکز باید برون‌سو شود.

$$\vec{F}_B = -m\vec{g}$$

$$\Rightarrow |q| v B_t \sin\theta = mg$$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۶}\times۲۰\times B_t \times \sin ۳۰^\circ = ۵\times۱۰^{-۸}$$

$$\Rightarrow B_t = ۲۵\times۱۰^{-۴}\,T$$

$$B_۱ = \frac{\mu_۰ I_۱}{۲R_۱} = \frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۲}{۲\times۰/۰۰۱} = ۱۲\times۱۰^{-۴}\,T$$

$$B_۲ = \frac{\mu_۰ I_۲}{۲R_۲} = \frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۸}{۲\times۰/۰۰۲} = ۲۴\times۱۰^{-۴}\,T$$

چون $B_۲$ از B_t کوچکتر است، بنابراین جهت $B_۱$ و $B_۳$ تعیین‌کننده و برون‌سو است. (جهت برون‌سو را مثبت فرض می‌کنیم.)

$$B_t = B_۱ + B_۳ - B_۲$$

$$۲۵\times۱۰^{-۴} = ۱۲\times۱۰^{-۴} + B_۳ - ۲۴\times۱۰^{-۴} \Rightarrow B_۳ = ۳۷\times۱۰^{-۴}\,T$$

$$B_۳ = \frac{\mu_۰ I_۳}{۲R_۳} \Rightarrow I_۳ = \frac{۳۷\times۱۰^{-۴}\times۲\times۰/۰۰۴}{۱۲\times۱۰^{-۷}} = \frac{۷۴}{۳}\,A$$

و چون $B_۲$ درون‌سو است، بنابراین جهت جریان حلقهٔ دوم ساعتگرد است.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۶)

۶۹- گزینهٔ «۲»

(محمدرضا اصفهانی)

چون توان خروجی در هر دو حالت یکسان است داریم:

$$r = \sqrt{R_{eq۱}R_{eq۲}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{۵R}{۴}\times\frac{R}{۵}} \Rightarrow r = \frac{R}{۲}$$

همچنین می‌دانیم:

$$\left.\begin{array}{l} I_{max} = \dfrac{\varepsilon}{۲r} \\ I_{max} = \dfrac{I_۱ + I_۲}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow I_۱ + I_۲ = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$\Rightarrow \varepsilon - I_۲ r = I_۱ r \Rightarrow \varepsilon - I_۲ r = ۱/۵$$

$$P = \frac{V^۲}{R/۴} \Rightarrow P = \frac{(\varepsilon - I_۲ r)^۲}{r/۲} \Rightarrow P = \frac{۲(۱/۵)^۲}{r} \Rightarrow P = \frac{۹}{۲r}$$

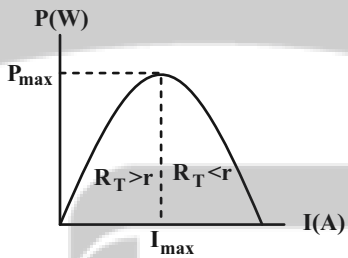
که منظور از حالت‌های ۱ و ۲ به‌ترتیب حالت‌های متوالی و موازی است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۷۰- گزینهٔ «۳»

(محمدرضا اصفهانی)

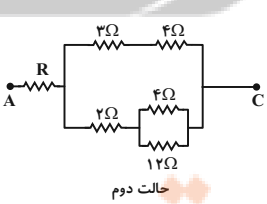
با توجه به نمودار توان خروجی باتری برحسب جریان، هر چه از I_{max} دورتر رویم، مقدار توان خروجی کاهش می‌یابد.



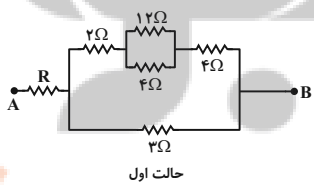
$$I_{max} = \frac{\varepsilon}{۲r} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow R_T = r$$

$R_T > r$ مربوط به شاخهٔ سمت چپ سهمی می‌باشد. در این شاخه هر چقدر R_T بزرگتر شود، توان خروجی باتری کاهش می‌یابد.

حال R_T در هر حالت محاسبه می‌کنیم:



حالت دوم



حالت اول

$$R_{T_۲} \simeq (۲/۹۱۶ + R)\Omega \qquad R_{T_۱} = (۲/۲۵ + R)\Omega$$

$R_{T۲} > R_{T۱} > r$ هست، بنابراین حالت اول مقاومت معادل کمتر و جریانی نزدیکتر به جریان بیشینه دارد، پس توان خروجی باتری در این حالت بیشتر است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

شیمی (۲)

۷۱- گزینهٔ «۲» *(پیمان خوابوی‌مهر)*

$$\text{آنتالپی پیوند } (H-Cl) = \frac{b}{۲} = \frac{۸۶۲}{۲} = ۴۳۱ kJ.mol^{-۱}$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = a - b \Rightarrow -۱۸۴ = a - ۸۶۲ \Rightarrow a = ۶۷۸$$

$$a = \text{آنتالپی پیوند } (H-H) + \text{آنتالپی پیوند } (Cl-Cl)$$

$$\Rightarrow ۶۷۸ = ۴۳۶ + \text{آنتالپی پیوند } (Cl-Cl)$$

$$\text{آنتالپی پیوند } (Cl-Cl) = ۲۴۲ kJ.mol^{-۱}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۷۲- گزینهٔ «۴» *(پویا رستگاری)*

واکنش انجام شده و نحوهٔ شکستن پیوندهای واکنش‌دهنده‌ها و تشکیل پیوندهای جدید در فراورده‌ها به‌صورت زیر است:

$$\begin{array}{c} H \\ | \\ H-C-H \\ | \\ H \end{array} + ۲O=O \rightarrow ۲H-O-H + O=C=O$$

در واکنش سوختن متان به‌ازای مصرف ۲ مول گاز اکسیژن، یک مول گاز کربن دی‌اکسید (معادل با ۴۴ گرم $CO_۲$) و ۲ مول آب (معادل با ۳۶ گرم $H_۲O$) تولید می‌شود. بنابراین به‌ازای مصرف ۲ مول گاز اکسیژن، تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده برابر با ۸ گرم می‌شود، پس داریم:

$$?\,g\,O_۲ = ۶g \text{ تفاوت جرم} \times \frac{۲mol\,O_۲}{۸g \text{ تفاوت جرم}} \times \frac{۳۲g\,O_۲}{۱mol\,O_۲} = ۴۸g\,O_۲$$

با توجه به واکنش انجام شده، ΔH واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = (\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}) -$$

$$(\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده})$$

$$= [۴\Delta H(C-H) + ۲\Delta H(O=O)] - [۴\Delta H(O-H)$$

$$+ ۲\Delta H(C=O)] = (۱۶۶۰ + ۹۹۰) - (۱۸۵۲ + ۱۶۰۰) = -۸۰۲ kJ$$

حال مقدار گرمای آزاد شده به‌ازای ۶ گرم تفاوت جرم فراورده‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,kJ = ۶g \text{ تفاوت جرم} \times \frac{-۸۰۲ kJ}{۸g \text{ تفاوت جرم}} = -۶۰۱/۵ kJ$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۷۳- گزینهٔ «۱» *(حسین ناصری‌ثانی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: فرمول مولکولی ترکیب (I): $C_۹H_۸O$ و فرمول مولکولی ترکیب (II): $C_{۱۵}H_{۲۰}O$ است. بنابراین:

$$\text{نسبت جرم کربن به هیدروژن در ترکیب (I)} = \frac{۱۰۸}{۸} = ۱۳/۵$$

$$\text{نسبت جرم کربن به هیدروژن در ترکیب (II)} = \frac{۱۸۰}{۲۰} = ۹$$

گزینهٔ «۲»: ترکیب (I) گروه عاملی آلدهیدی و ترکیب (II) گروه عاملی کتونی دارد.

گزینهٔ «۳»: فرمول مولکولی ترکیب (II) به‌صورت $C_{۱۵}H_{۲۰}O$ است.

گزینهٔ «۴»: هیچ‌یک از دو ترکیب نمی‌توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۴- گزینهٔ «۴» *(حسین ناصری‌ثانی)*

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در مولکول این ترکیب یک گروه عاملی کتونی، یک گروه عاملی آلدهیدی، یک گروه عاملی الکلی و یک گروه عاملی اتری وجود دارد.

عبارت دوم: فرمول مولکولی آن $C_{۱۳}H_{۱۲}O_۴$ بوده و دارای چهار نوع گروه عاملی است.

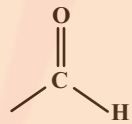
عبارت سوم:

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{\text{جرم اکسیژن در ترکیب}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{(۱۶\times۴)}{(۱۲\times۱۳)+(۱\times۱۲)+(۱۶\times۴)} \times ۱۰۰ = \frac{۶۴}{۲۳۲} \times ۱۰۰ \simeq ۲۷/۵۹$$

عبارت چهارم: این ترکیب به دلیل داشتن هیدروژن متصل به اکسیژن (گروه عاملی هیدروکسیل $-OH$) توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارد.

مطلب پنجم: در ساختار این ترکیب یک گروه عاملی آلدهیدی وجود دارد.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۵- گزینهٔ «۲» *(حسین ناصری‌ثانی)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش:

$$C_2H_4(g)+6F_2(g)\rightarrow 2CF_4(g)+4HF(g)$$

واکنش (I) را معکوس و چهار برابر می‌کنیم، واکنش (II) را معکوس و واکنش (III) را معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2H_2(g)+2F_2(g)\rightarrow 4HF(g) \qquad \Delta H=-1080kJ$$
$$C_2H_4(g)\rightarrow 2C(s)+2H_2(g) \qquad \Delta H=+53kJ$$
$$2C(s)+4F_2(g)\rightarrow 2CF_4(g) \qquad \Delta H=-1360kJ$$

در نتیجه ΔH واکنش $C_2H_4(g)+6F_2(g)\rightarrow 2CF_4(g)+4HF(g)$ براساس قانون هس برابر خواهد بود با:

$$\Delta H=(-1080)+(+53)+(-1360)=-2387kJ$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۷۶- گزینهٔ «۱» *(امیر حاتمیان)*

ابتدا آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$N_2H_4(g)+O_2(g)\rightarrow N_2(g)+2H_2O(g)$$

۱) واکنش I را معکوس می‌کنیم:

$$I)N_2H_4(g)+H_2(g)\rightarrow 2NH_3(g) \qquad \Delta H_1'=-183kJ$$

۲) معادلهٔ واکنش (II) بدون تغییر

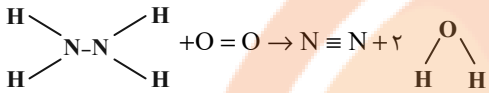
$$II)2H_2(g)+O_2(g)\rightarrow 2H_2O(g) \qquad \Delta H_2'=-486kJ$$

۳) معادله واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم.

$$III)2NH_3(g)\rightarrow N_2(g)+3H_2(g) \qquad \Delta H_3'=92kJ$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}}=\Delta H_1'+\Delta H_2'+\Delta H_3'=-183-486+92=-577kJ$$

ساختار مولکول‌های موجود در معادلهٔ واکنش:



$$\Delta H_{\text{کل}}=[4\Delta H_{N-H}+\Delta H_{N-N}+\Delta H_{O=O}]-[\Delta H_{N\equiv N}+4\Delta H_{O-H}]$$
$$-577=[4\Delta H_{N-H}+162+495]-[944+4\times 463]$$
$$\Delta H_{N-H}=390/5 kJ.mol^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ و ۷۲ تا ۷۵)

۷۷- گزینهٔ «۴» *(علیرضا کیانی‌دوست)*

واکنشی که کمترین مقدار آنتالپی (۹۱ کیلوژول) را دارد، گرماگیر است و با انجام واکنش، انرژی از محیط به سامانه جریان می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در هیدرازین چهار پیوند $N-H$ و یک پیوند $N-N$ وجود دارد؛ در حالی‌که در آمونیاک تنها سه پیوند $N-H$ داریم.

گزینهٔ «۲»: براساس نمودار، تولید هیدرازین از گازهای هیدروژن و نیتروژن گرماگیر است.

گزینهٔ «۳»:

$$\Delta H_2=\Delta H_1+\Delta H=-92kJ$$
$$?kJ=3/4g\,NH_3\times\frac{1mol\,NH_3}{17g\,NH_3}\times\frac{92kJ}{2mol\,NH_3}=9/2kJ$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ و ۷۲ تا ۷۵)

۷۸- گزینهٔ «۲» *(روزبه رضوانی)*

آنتالپی واکنش را می‌توان از تفریق مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها به‌دست آورد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta H=[\text{مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها}]-[\text{مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها}]$$
$$\Rightarrow \Delta H=[(-1410)+(-286)]-[-1560]=-136kJ$$

حال به ازای مصرف $7/5\,L$ گاز اتن، گرمای تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?kJ = 7/5\,L\,C_2H_4 \times \frac{1\,mol\,C_2H_4}{25\,L\,C_2H_4} \times \frac{136\,kJ}{1\,mol\,C_2H_4} = 40/8\,kJ$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۷۹- گزینهٔ «۴» *(حسین ناصری ثانی)*

واکنش موازنه شدهٔ سوختن کامل پروپان:

$$C_3H_8(g) + 5O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 4H_2O(g)$$

محاسبهٔ ΔH واکنش موازنهٔ شدهٔ سوختن کامل پروپان با کمک قانون هس و با توجه به واکنش‌های داده شده:

برای این منظور واکنش (I) را دو برابر، واکنش (II) را معکوس کرده و واکنش (III) را تغییر نمی‌دهیم. بنابراین:

$$2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g) \qquad \Delta H = -572\,kJ$$
$$C_3H_8(g) \rightarrow C_3H_4(g) + 2H_2(g) \qquad \Delta H = +290\,kJ$$
$$C_3H_4(g) + 4O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 2H_2O(g) \qquad \Delta H = -1940\,kJ$$

مطابق قانون هس:

$\Delta H = (-572) + (+290) + (-1940)$ واکنش سوختن کامل گاز پروپان

$= -2222\,kJ$

بنابراین آنتالپی سوختن پروپان برابر $-2222\,kJ.mol^{-1}$ است. از آن‌جا که ارزش سوختی بدون علامت منفی گزارش می‌شود، در نتیجه ارزش سوختی پروپان برابر خواهد بود با:

$$?\frac{kJ}{g} = \frac{2222\,kJ}{1\,mol\,C_3H_8} \times \frac{1\,mol\,C_3H_8}{44\,g\,C_3H_8} = 50/5\,kJ.g^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۸۰- گزینهٔ «۱» *(رهام جبلی‌فرد)*

معادلهٔ موازنه شده:

$$3Fe_2O_3(s) + CO(g) \rightarrow 2Fe_3O_4(s) + CO_2(g) \qquad \Delta H = ?$$

واکنش (I) را در (۳) ضرب می‌کنیم.

واکنش (II) را در (-۶) ضرب می‌کنیم.

واکنش (III) را در (-۲) ضرب می‌کنیم.

واکنش $\Delta H = (3\times(-23)) + ((-6)\times(-11)) + ((-2)\times(18)) = -39\,kJ$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۸۱- گزینهٔ «۱» *(حسین ناصری ثانی)*

عبارت‌های (آ) و (پ) در مورد عامل یکسان بر سرعت واکنش است.

«آ»: در ارلن پُر از اکسیژن غلظت گاز اکسیژن از غلظت آن در هوا بیشتر است. (تأثیر غلظت واکنش‌دهنده‌ها بر سرعت واکنش)

عبارت «ب»: با پاشیدن گرد آهن روی شعله، سطح تماس ذرات آهن با اکسیژن هوا بیشتر می‌شود. (تأثیر سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها بر سرعت واکنش)

عبارت «پ»: غلظت گاز اکسیژن در کپسول بیشتر از غلظت اکسیژن هوا است. (تأثیر غلظت واکنش‌دهنده‌ها بر سرعت واکنش)

عبارت «ت»: در خاک باغچه کاتالیزگر مناسب برای واکنش سوختن قند وجود دارد. (تأثیر کاتالیزگر بر سرعت واکنش)

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

۸۲- گزینهٔ «۱» *(حسین ناصری ثانی)*

محاسبهٔ جرم پتاسیم نیترات مصرف شده در واکنش طی تولید ۰/۳۰ مول گاز اکسیژن:

$$?gKNO_3 = 0/30\,molO_2 \times \frac{4\,mol\,KNO_3}{5\,mol\,O_2} \times \frac{101\,g\,KNO_3}{1\,mol\,KNO_3}$$

$= 24/24\,gKNO_3$ (مصرف شده)

محاسبهٔ جرم اولیهٔ پتاسیم نیترات:

مقدار اولیهٔ KNO_3 = مقدار مصرف شده + مقدار باقی‌مانده

$= 24/24 + 15/76 = 40\,g$

محاسبهٔ سرعت متوسط تولید گاز نیتروژن:

$$?molN_2 = 0/30\,molO_2 \times \frac{2\,mol\,N_2}{5\,mol\,O_2}$$

$= 0/12\,mol\,N_2$ (گاز نیتروژن تولید شده در مدت ۱۲۰ ثانیه)

$$\Delta t = ۱۲۰s \times \frac{۱min}{۶۰s} = ۲min \Rightarrow \bar{R}_{N_۲} = \frac{\Delta n(N_۲)}{\Delta t}$$

$$= \frac{۰/۱۲(mol)}{۲(min)} = ۰/۰۶mol.min^{-۱}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۸۳- گزینهٔ «۲» (روزبه رضوانی)

تنها عبارت (پ) نادرست است.

بررسی برخی از عبارت‌ها:

عبارت (پ)؛ منحنی D نشان‌دهندهٔ تولید مقدار بیشتری فراورده است و چون در سوال گفته شده مقدار HCl کافی بوده، افزودن مقدار بیشتر تأثیری نخواهد داشت.

عبارت (ت):

$$CaCO_۳(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow CaCl_۲(aq) + CO_۲(g) + H_۲O(l)$$

چون ضریب هر ۳ فراورده یکسان است، پس می‌توانیم منحنی A را به هر یک از آن‌ها نسبت دهیم.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۴- گزینهٔ «۱» (ایمان حسین‌نژاد)

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow C_{N_۲} = \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲mol.L^{-۱} \;,\; C_{O_۲} = \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲mol.L^{-۱}$$

$$N_۲ + O_۲ \rightarrow ۲NO$$

غلظت اولیه: $۰/۲ \quad ۰/۲ \quad ۰$

تغییرات غلظت: $-x \quad -x \quad +۲x$

غلظت‌ها پس از ۲۰ ثانیه: $۰/۲-x \quad ۰/۲-x \quad ۲x$

$$۰/۲-x+۰/۲-x = ۲x \Rightarrow x = ۰/۱$$

$$C_{NO} = ۲x = ۲\times۰/۱ = ۰/۲mol.L^{-۱}$$

$$\bar{R}_{NO} = \frac{۰/۲}{۲۰} = ۰/۰۱\frac{mol}{L.s} \times ۱۰L \times \frac{۶۰s}{۱min} = ۶\frac{mol}{min}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{NO}}{۲} = \frac{۶}{۲} = ۳\frac{mol}{min}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۵- گزینهٔ «۴» (رحیم هاشمی دهکردی)

$Fe_۳O_۴$ ترکیبی جامد است و برای ماده جامد همواره غلظت ثابت است، بنابراین برای اندازه‌گیری سرعت مصرف یا تولید یک ماده جامد از یکای غلظت استفاده نمی‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۶- گزینهٔ «۲» (حمید زهی)

$$۲C_۲H_۶(g) + ۷O_۲(g) \rightarrow ۴CO_۲(g) + ۶H_۲O(g)$$

$$?molC_۲H_۶ = ۳۱۲kJ_{\text{انرژی}} \times \frac{۱gC_۲H_۶}{۵۲kJ_{\text{انرژی}}} \times \frac{۱molC_۲H_۶}{۳۰gC_۲H_۶}$$

$$= ۰/۲molC_۲H_۶$$

$$\bar{R}_{C_۲H_۶} = \frac{\Delta n C_۲H_۶}{\Delta t} = \frac{۰/۲mol}{۳۰s} \times \frac{۶۰s}{۱min} = ۰/۴mol.min^{-۱}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}C_۲H_۶}{۲} = \frac{۰/۴}{۲} = ۰/۲mol.min^{-۱}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۷- گزینهٔ «۴» (ایمان حسین‌نژاد)

مقدار هیدروژن پراکسید مصرفی پس از ۷۵۰ ثانیه برابر است با:

$$۰/۰۱ = \frac{x mol\, H_۲O_۲ \text{ مصرفی}}{۷۵۰s} \Rightarrow x = ۷/۵mol\, H_۲O_۲ \text{ مصرفی}$$

اکنون با توجه به اینکه هیدروژن پراکسید با چگالی $۱/۵g.mL^{-۱}$ مصرف و آب با چگالی $۱g.mL^{-۱}$ تولید می‌شود؛ فضای خالی ظرف واکنش پس از ۷۵۰ ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

$$?mL\, H_۲O_۲ = ۷/۵mol\, H_۲O_۲ \times \frac{۳۴g\, H_۲O_۲}{۱mol\, H_۲O_۲} \times \frac{۱mL\, H_۲O_۲}{۱/۵g\, H_۲O_۲}$$

$$= ۱۷۰mL\, H_۲O_۲ \text{ مصرفی}$$

$$?mL\, H_۲O = ۷/۵mol\, H_۲O_۲ \times \frac{۲mol\, H_۲O}{۲mol\, H_۲O_۲} \times \frac{۱۸g\, H_۲O}{۱mol\, H_۲O}$$

$$\times \frac{۱mL\, H_۲O}{۱g\, H_۲O} = ۱۳۵mL\, H_۲O \text{ تولیدی}$$

حجم فضای خالی نهایی = $\underbrace{(۱۳۰۵-۳۴۰)}_{\text{حجم فضای خالی اولیه}} + \underbrace{۱۷۰}_{\text{حجم } H_۲O_۲ \text{ مصرفی}} - \underbrace{۱۳۵}_{\text{حجم آب تولیدی}} = ۱۰۰۰\,mL$

اکنون مقدار گاز اکسیژن تولیدی پس از ۷۵۰ ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,mol\,O_۲ = ۷/۵\,mol\,H_۲O_۲ \times \frac{۱\,mol\,O_۲}{۲\,mol\,H_۲O_۲} = ۳/۷۵\,mol\,O_۲$$

در نهایت غلظت گاز اکسیژن برابر خواهد بود با:

$$\text{غلظت } O_۲ = \frac{۳/۷۵}{۱L} = ۳/۷۵\,mol.L^{-۱}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۸- گزینهٔ «۳» *(مرتضی حسن‌زاده)*

محاسبه سرعت متوسط تولید پتاسیم کلرید:

$$۲KClO_۳(s) \rightarrow ۲KCl(s) + ۳O_۲(g)$$

$$?\,mol\,O_۲ = ۶۷/۲\,LO_۲ \times \frac{۱\,mol\,O_۲}{۲۲/۴\,LO_۲} = ۳\,mol\,O_۲$$

$$\bar{R}_{O_۲} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{۳}{۵}\,mol.min^{-۱} = ۰/۶\,mol.min^{-۱}$$

$$\frac{\bar{R}_{KCl}}{۲} = \frac{\bar{R}_{O_۲}}{۳} \Rightarrow \bar{R}_{KCl} = \frac{۲}{۳}\bar{R}_{O_۲} = \frac{۲}{۳} \times ۰/۶ = ۰/۴\,mol.min^{-۱}$$

منظور از تودهٔ جامد بر جای مانده مقدار $KClO_۳$ باقی‌مانده و KCl تولید شده است.

$$?\,g\,KCl = ۳\,mol\,O_۲ \times \frac{۲\,mol\,KCl}{۳\,mol\,O_۲} \times \frac{۷۴/۵\,g\,KCl}{۱\,mol\,KCl} = ۱۴۹\,g\,KCl$$

جرم KCl تولید شده + جرم $KClO_۳$ باقی‌مانده $= ۲۷۱/۵$

$\Rightarrow$ جرم $KClO_۳$ باقی‌مانده $= ۲۷۱/۵ - ۱۴۹ = ۱۲۲/۵$

$$?\,mol\,KClO_۳ = ۱۲۲/۵\,g\,KClO_۳ \times \frac{۱\,mol\,KClO_۳}{۱۲۲/۵\,g\,KClO_۳} = ۱\,mol\,KClO_۳$$

$$\bar{R}_{KClO_۳} = \bar{R}_{KCl} = ۰/۴\,mol.min^{-۱} \Rightarrow \bar{R}_{KClO_۳} = \frac{-\Delta n}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow ۰/۴ = \frac{۱}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۲/۵\,min$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۹- گزینهٔ «۴» *(مرتضی حسن‌زاده)*

$$t(۰ \rightarrow ۷): \bar{R}_{\text{گلوکز}} = \frac{\Delta[C_۶H_{۱۲}O_۶]}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{گلوکز}} = \frac{۰/۰۳-۰}{۷-۰}$$

$$= \frac{۰/۰۳}{۷}\,mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

$$t(۷ \rightarrow ۱۴): \bar{R}_{\text{گلوکز}} = \frac{۰/۰۴-۰/۰۳}{۱۴-۷} = \frac{۰/۰۱}{۷} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{گلوکز}}}{۲}$$

$$= \frac{۰/۰۱}{۱۴}\,mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{\frac{۰/۰۳}{۷}}{\frac{۰/۰۱}{۱۴}} = ۶$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۹۰- گزینهٔ «۱» *(مرتضی حسن‌زاده)*

۱) به‌ازای هر ۷ نفر در جهان، یک نفر گرسنه است. $\frac{۱}{۷} \times ۱۰۰ \simeq ۱۴٪$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) سطح اقتصادی و سطح رفاه مانند تقاضا برای غذارو به افزایش است.

۳) سهم تولید $CO_۲$ در ردپای غذا به مراتب بیش از سوختن سوخت‌ها در خودروها و کارخانه‌ها است.

۴) ردپای غذا همانند ردپای آب و ردپای کربن دی‌اکسید، دارای دو چهرهٔ آشکار و پنهان است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

پدید آورندگان آزمون ۱۸ فروردین

سال یازدهم ریاضی

(مقطع دهم: اختیاری)

طراحان

نام درس	نام طراحان
ریاضی (۱)	علی شهرابی- عادل حسینی- میلاد سجادی‌لاریجانی- فرنود فارسی‌جانی- محمد هجری- محمد بحیرایی- نیما سلطانی- میثم بهرامی‌جویا- مهرداد خاجی
هندسه (۱)	حسین حاجیلو- محمد خندان- امیرحسین ابومحبوب- علی فتح‌آبادی- محمدطاهر شعاعی- افشین خاصّه‌خان- احمدرضا فلاح
فیزیک (۱)	محمدعلی راست‌پیمان- خسرو ارغوانی‌فرد- سعید شرق- محسن قندچلر- مسعود قره‌خانی- زهره آقامحمدی- امیر محمودی‌انزابی- بیتا خورشید- حسین مخدومی
شیمی (۱)	امیرحسین طیبی- مجید توکلی- محمدرضا پورجاوید- حمید ذبحی- محمد عظیمیان‌زواره- آروین شجاعی

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
ریاضی (۱)	ایمان چینی‌فروشان	ایمان چینی‌فروشان	عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سرژ یقیازاریان‌تبریزی
فیزیک (۱)	معصومه افضلی	معصومه افضلی	بابک اسلامی	احسان صادقی
شیمی (۱)	ایمان حسین‌نژاد	ایمان حسین‌نژاد	ـــــ	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری
	مسئول دفترچه: سمیه اسکندری
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	فاطمه علی‌یاری
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

ریاضی (۱)

۹۱- گزینهٔ «۲» *(علی شهرابی)*

با توجه به داده‌های مساله نتیجه می‌گیریم نقطهٔ پایانی بازهٔ A با نقطهٔ ابتدایی بازهٔ B برابر است. $a=۱$ ، $b=c$ و $d=۶$ است.

پس: $۲a+b-c-d=۲(۱)+\underbrace{b-c}_{۰}-۶=-۴$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۳ تا ۵)

۹۲- گزینهٔ «۲» *(عادل حسینی)*

تعداد مربع‌های هاشورخورده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...
تعداد مربع‌های هاشورخورده	۱	۲	$۱+۳=۴$	$۲+۴=۶$	$۱+۳+۵=۹$	

در نتیجه تعداد مربع‌های هاشورخورده در شکل nاُم از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$a_n=\begin{cases}\frac{(n+۱)^۲}{۴} & ; \text{فرد } n\\ \frac{n(n+۲)}{۴} & ; \text{زوج } n\end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{۱۹}=\frac{(۱۹+۱)^۲}{۴}=\frac{۲۰^۲}{۴}=\frac{۴۰۰}{۴}=۱۰۰$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۹۳- گزینهٔ «۲» *(میلاد سجادی‌لاریجانی)*

شیب خط $y=۲x$ در واقع همان $\tan\alpha$ می‌باشد: $\tan\alpha=۲$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha(\tan\alpha+۱)}{\cos\alpha(۱-\tan\alpha)}=\frac{۲+۱}{۱-۲}=\frac{۳}{-۱}=-۳$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۹۴- گزینهٔ «۳» *(میلاد سجادی‌لاریجانی)*

می‌دانیم که $y=\sqrt[n]{a}$ با شرط $۰<a<۱$، به ازای افزایش n، افزایش می‌یابد. در نتیجه:

$a_۵$ ← **ریشهٔ چهارم** $(+)$

$a_۱$ ← **ریشهٔ چهارم** $(-)$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۹۵- گزینهٔ «۲» *(فرنود فارسی‌جانی)*

$$\sqrt[۳]{۴\sqrt{۸\sqrt[۳]{۴}}}=\sqrt[۳]{۴\sqrt{۲^۳\times۲^{\frac{۲}{۳}}}}=\sqrt[۳]{۴\sqrt{۲^{\frac{۱۱}{۳}}}}$$

$$=\sqrt[۳]{۴\times۲^{\frac{۱۱}{۶}}}=\sqrt[۳]{۲^۲\times۲^{\frac{۱۱}{۶}}}=\sqrt[۳]{۲^{\frac{۲۳}{۶}}}$$

$$=۲^{\frac{۲۳}{۱۸}}=۲^{\frac{۱}{۱۸}\sqrt{۲^۵}}=۲^{\frac{۱}{۱۸}\sqrt{۳۲}}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

تاشر درسیر موفقیت

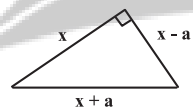
۹۶- گزینهٔ «۳» *(محمد هجری)*

طول، عرض و قطر یک مستطیل زمانی تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند که به صورت $۳a$، $۴a$ و $۵a$ باشند.

اثبات:

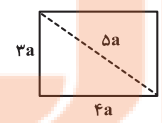
$$x^۲ + x^۲ - ۲ax + a^۲ = x^۲ + ۲ax + a^۲$$

$$x^۲ - ۴ax = ۰ \Rightarrow x = ۴a \Rightarrow \text{اضلاع}: ۵a\ ,\ ۴a\ ,\ ۳a$$



پس مستطیل به صورت زیر است:

$$x = \text{طول} = ۴a$$



$$S = \text{مساحت} = ۴a \times ۳a = ۱۲a^۲$$

واضح است که:

$$۱۲a^۲ = (۴a)^۲ \times \frac{۳}{۴} \xrightarrow{x=۴a} f(x) = \frac{۳}{۴}x^۲$$

(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ و ۱۰۹)

۹۷- گزینهٔ «۳» *(محمد بحیرایی)*

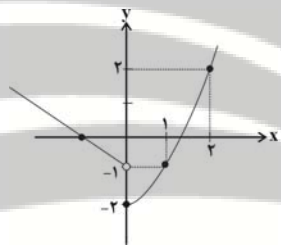
$$f(x) = \begin{cases} x^۲ - ۲, x \geq ۰ \\ -x - ۱, x < ۰ \end{cases}$$

x	۰	۱	۲
y	−۲	−۱	۲

x	۰	−۱
y	−۱	۰

دقت کنید که در ضابطهٔ دوم نقطهٔ $(۰,-۱)$ توخالی رسم می‌شود.

با توجه به نمودار تابع، برد تابع بازهٔ $[-۲,+\infty)$ است.



(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۳)

۹۸- گزینهٔ «۱» *(نیما سلطانی)*

بین زن و شوهر باید سه نفر قرار گیرند که یک نفر آنها فرزندشان است (باید حتماً باشد) لذا زن و شوهر را قرار داده و از بین ۵ نفر باقیمانده سه نفر را انتخاب می‌کنیم به گونه‌ای که حتماً یکی از آن‌ها فرزندشان باشد. پس در واقع فرزند را کنار می‌گذاریم و از بین ۴ نفر ۲ نفر انتخاب می‌کنیم که به

تاشر درسیر موفقیت

همراه فرزند ۳ نفر شوند و بین زن و شوهر قرارشان می‌دهیم. سپس زن و شوهر و نفرات بین آن‌ها را یک دسته کرده و به همراه دو نفری که بیرون قرار می‌گیرند جایگشت می‌دهیم (باید دقت کرد در داخل بسته زن و شوهر به $۲!$ و ۳ نفر بین آن‌ها به $۳!$ حالت جایگشت دارند). جایگشت نفرات بیرونی با بسته هم می‌شود $۳!$.

$$\text{تعداد حالات} = \binom{۴}{۲} \times ۲! \times ۳! \times ۳!$$

$$= ۶ \times ۲ \times ۶ \times ۶ = ۲ \times ۲۱۶ = ۴۳۲$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۹۹- گزینهٔ «۴» *(میثم بهرامی‌هویا)*

تنها حالت ممکن به‌صورت زیر است.

ـــ | ویا | ـــ | ایاو | ـــ

$$۲! \times ۳! = ۱۲$$

$۲!$: برای «و» و «ا»

$۳!$: برای بقیهٔ حروف

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۱)

۱۰۰- گزینهٔ «۲» *(مهرداد خاجی)*

میزان فشار خون افراد مختلف به واحد میلی‌متر جیوه، کمی پیوسته است. سطح علمی یک فرد می‌تواند دانش‌آموز، دانشجو، مربی و استاد و ... باشد که نوعی ترتیب در آن وجود دارد، پس کیفی ترتیبی است. معدل دانش‌آموزان متغیر کمی پیوسته و گروه خونی افراد متغیر کیفی اسمی است.

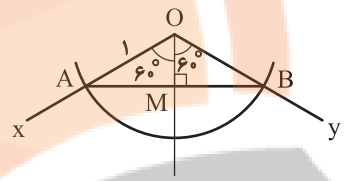
(ریاضی ۱، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۶۹)

ترنج برتر
تلاشی در مسیر موفقیت

هندسه (۱)

۱۰۱- گزینهٔ «۱» *(حسین هادیلو)*

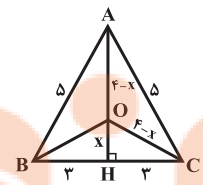
با توجه به روش رسم نیمساز و شکل زیر باید $R > \frac{AB}{۲}$، پس حداقل مقدار a برابر $AM = \frac{AB}{۲}$ است. داریم:



$$\overset{\Delta}{OAM}: \sin ۶۰^\circ = \frac{AM}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AM}{۱} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱۰۲- گزینهٔ «۳» *(محمد فندان)*



نقطهٔ O، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث متساوی‌الساقین است، بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABH، طول AH را به‌دست می‌آوریم:

$$AH = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$$

با فرض $OH = x$، $OA = ۴ - x$ است. از آنجا که O از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس $OB = OC = ۴ - x$ می‌باشد، حال با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OCH، داریم:

$$OC^۲ = OH^۲ + CH^۲ \Rightarrow (۴-x)^۲ = x^۲ + ۹$$

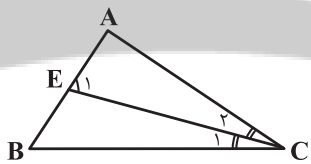
$$\Rightarrow ۱۶ - ۸x + x^۲ = x^۲ + ۹ \Rightarrow ۸x = ۷ \Rightarrow x = \frac{۷}{۸} = ۰/۸۷۵$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۰۳- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

نقطهٔ E از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است، پس روی نیمساز زاویهٔ $A\hat{C}B$ قرار دارد، پس در شکل مقابل $\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲$.

با توجه به شکل داریم:

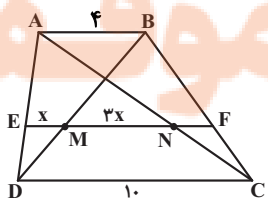


$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{BEC} \text{ زاویه خارجی}: \hat{E}_۱ = \hat{B} + \hat{C}_۱ \\ \hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{E}_۱ = \hat{B} + \hat{C}_۲ \Rightarrow \hat{E}_۱ > \hat{C}_۲$$

در مثلث AEC، زاویهٔ $E_۱$ بزرگتر از زاویهٔ $C_۲$ است، پس: $AE < AC$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحهٔ ۲۲)

۱۰۴- گزینهٔ «۱» *(علی فتح‌آبادی)*



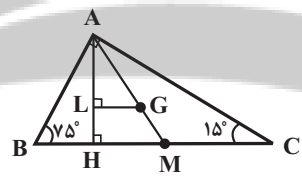
$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ABD}: EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{x}{۴} = \frac{ED}{AD} \\ \overset{\Delta}{ADC}: EN \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{۴x}{۱۰} = \frac{AE}{AD} \end{cases}$$

از تقسیم طرفین این دو معادله بر هم، داریم:

$$\frac{\frac{x}{۴}}{\frac{۴x}{۱۰}} = \frac{\frac{ED}{AD}}{\frac{AE}{AD}} \Rightarrow \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{ED}{AE} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{۱۶}{۱۰} = ۱/۶$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۰۵- گزینهٔ «۴» *(حسین هاجیلو)*



می‌دانیم نقطه همرسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. در نتیجه داریم:

$$\overset{\Delta}{AHM}: LG \parallel HM \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{LG}{HM} = \frac{AG}{AM} = \frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow LG = \frac{۲}{۳} HM \quad (۱)$$

از طرفی در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ ۱۵°، طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است. همچنین در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول میانهٔ وارد بر وتر، نصف طول وتر است، بنابراین داریم:

$$\overset{\Delta}{AHM}: HM^۲ = AM^۲ - AH^۲ = (\frac{BC}{۲})^۲ - (\frac{BC}{۴})^۲$$

$$\Rightarrow HM^۲ = \frac{BC^۲}{۴} - \frac{BC^۲}{۱۶} = \frac{۳BC^۲}{۱۶} \Rightarrow HM = \frac{\sqrt{۳}}{۴} BC \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow LG = \frac{۲}{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۴} BC = \frac{\sqrt{۳}}{۶} BC$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۰، ۶۴ و ۶۷)

۱۰۶- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر b و i به‌ترتیب تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی شبکه‌ای اولیه و S و S' به‌ترتیب مساحت‌های چندضلعی شبکه‌ای اولیه و ثانویه باشند، آنگاه طبق فرمول پیک داریم:

$$\frac{S'}{S} = ۴ \Rightarrow \frac{\frac{۴b}{۲} + ۳i - ۱}{\frac{b}{۲} + i - ۱} = ۴ \Rightarrow \frac{۴b}{۲} + ۳i - ۱ = \frac{۴b}{۲} + ۴i - ۴$$

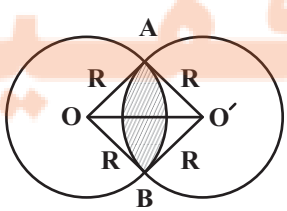
$$\Rightarrow i = ۳$$

حداقل تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۳ است، بنابراین داریم:

$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \Rightarrow S_{min} = \frac{۳}{۲} + ۳ - ۱ = ۳/۵$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۱۰۷- گزینهٔ «۱» *(محمدطاهر شعاعی)*



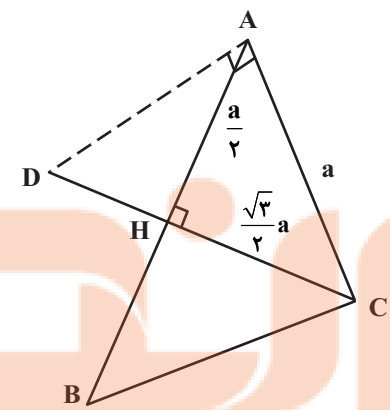
مطابق شکل سطح مقطع حاصل از برخورد این دو کره، دایره‌ای به قطر AB است. طول اضلاع چهارضلعی $OAO'B$ برابر و طول قطر OO' در این چهارضلعی $\sqrt{۲}$ برابر طول هر ضلع (شعاع هر کره) است، پس طبق عکس قضیه فیثاغورس در مثلث‌های OAO' و OBO'، هر یک از زوایای A و B قائمه هستند و در نتیجه این چهارضلعی مربع است. در این صورت $AB = OO' = R\sqrt{۲}$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{\text{مساحت دایره}}{\text{مساحت کره}} = \frac{\pi(\frac{R\sqrt{۲}}{۲})^۲}{۴\pi R^۲} = \frac{\frac{\pi R^۲}{۲}}{۴\pi R^۲} = \frac{۱}{۸}$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۱۰۸- گزینهٔ «۲» *(افشین خاصه‌خان)*

طبق معلومات مسئله شکل زیر را رسم می‌کنیم.



$\overset{\Delta}{ADC} \sim \overset{\Delta}{AHC}$

$$a^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a \times DC \Rightarrow DC = \frac{a^۲}{\frac{\sqrt{۳}a}{۲}} = \frac{۲a}{\sqrt{۳}}$$

$$\frac{S_{ADC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{۱}{۲}\left(\frac{a}{۲}\right)\left(\frac{۲a}{\sqrt{۳}}\right)}{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲} = \frac{\frac{\sqrt{۳}a^۲}{۶}}{\frac{\sqrt{۳}a^۲}{۴}} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱۰۹- گزینهٔ «۱» *(احمدرضا فلاح)*

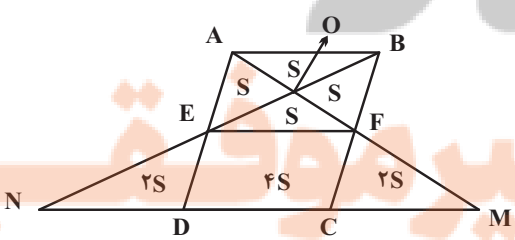
از نقطه A دو خط $d_۱$ و $d_۲$ را به موازات D و D' رسم می‌کنیم. هر صفحه شامل $d_۱$ موازی D و هر صفحه شامل خط $d_۲$ موازی D' است. می‌دانیم از دو خط متقاطع فقط یک صفحه می‌گذرد. پس فقط یک صفحه شامل خطوط $d_۱$ و $d_۲$ وجود دارد که با هر دو خط موازی می‌باشد.

(هندسه ۱- تجسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۱۰- گزینهٔ «۲» *(احمدرضا فلاح)*

در متوازی‌الاضلاع قطرها متوازی‌الاضلاع را به ۴ مثلث هم مساحت تقسیم می‌کنند، پس مساحت متوازی‌الاضلاع $EFCD$ نیز برابر $۴S$ است. از طرفی مثلث‌های ABE و END به حالت دو زاویه و ضلع بین هم‌نهشت هستند. پس $S_{\overset{\Delta}{END}} = S_{\overset{\Delta}{ABE}} = ۲S$. به همین دلیل $S_{\overset{\Delta}{FMC}} = S_{\overset{\Delta}{ABF}} = ۲S$.

بنابراین $S_{\overset{\Delta}{OMN}} = ۲S + ۴S + ۲S + S = ۹S$ می‌باشد. طبق فرض $S_{\overset{\Delta}{OAB}} = S = ۱$ پس مساحت مثلث $\overset{\Delta}{OMN}$ برابر ۹ واحد است.



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

فیزیک (۱)

۱۱۱- گزینهٔ «۱» *(محمدعلی راست‌پیمان)*

با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$۱۰۰۰g\times۱۰۰\frac{cm}{s^۲}=۱۰۰۰g\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\times۱۰۰\frac{cm}{s^۲}\times\frac{۱m}{۱۰^۲cm}$$

$$=۱\frac{kg.m}{s^۲}=۱N$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱۱۲- گزینهٔ «۳» *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

طبق رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، چون جرم آنها برابر است، پس نسبت چگالی آنها به نسبت عکس حجم آنها می‌باشد.

حجم مادهٔ مکعب: $V_۱=a^۳-\frac{۴}{۳}\pi(\frac{a}{۳})^۳=\frac{۲۳}{۲۷}a^۳$

حجم مادهٔ مخروط: $V_۲=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h=\frac{۱}{۳}\times۳(\frac{a}{۲})^۲\times a=\frac{a^۳}{۴}$

$$\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{\frac{a^۳}{۴}}{\frac{۲۳}{۲۷}a^۳}=\frac{۲۷}{۹۲}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۱۳- گزینهٔ «۴» *(سعید شرق)*

درپوشی که پایین‌تر قرار گرفته، فشار و نیروی بیشتری را تحمل می‌کند.

فرض می‌کنیم به درپوش پایینی بیشترین نیروی قابل تحمل وارد می‌شود:

$$P=\frac{F_{max}}{A}\Rightarrow P=\frac{۲۸}{۸۰\times۱۰^{-۴}}=۳۵۰۰Pa$$

$$P=\rho gh\Rightarrow ۳۵۰۰=۲۵۰۰\times۱۰\times h\Rightarrow h=۰/۱۴m$$

به عبارتی زمانی که فاصلهٔ درپوش پایینی از سطح آزاد مایع $۱۴cm$ می‌شود، به این درپوش حداکثر نیروی قابل تحمل وارد می‌شود.

در موقعیت شکل داده شده فاصلهٔ درپوش پایینی از سطح آزاد مایع، $۲۲-۱۲=۱۰cm$ است، پس می‌تواند $۱۴-۱۰=۴cm$ دیگر ارتفاع زیاد شود، یعنی می‌توانیم $۴cm\times۸۰cm^۲=۳۲۰cm^۳$ مایع اضافه کنیم.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۱۴- گزینهٔ «۲» *(محسن قندچلر)*

چون آب از مقطع (۱) با سطح مقطع کوچکتر به مقطع (۲) با سطح مقطع بزرگتر می‌رود، بنابراین طبق معادلهٔ پیوستگی، تندی آن کاهش می‌یابد.

$$D_۲ = (D_۱ + ۱۲)cm$$

با استفاده از معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$v_۲ = v_۱ - ۰/۸۴v_۱ \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = ۰/۱۶$$

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \Rightarrow \pi\frac{D_۱^۲}{۴}v_۱ = \pi\frac{D_۲^۲}{۴}v_۲ \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = (\frac{D_۱}{D_۲})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱۶}{۱۰۰} = (\frac{D_۱}{D_۱ + ۱۲})^۲ \Rightarrow \frac{۴}{۱۰} = \frac{D_۱}{D_۱ + ۱۲} \Rightarrow D_۱ = ۸cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۱۱۵- گزینهٔ «۱» *(مسعود قره‌قانی)*

برای محاسبهٔ کار نیروی اصطکاک، داریم:

$$\Delta h = h_B - h_A = ۳ - ۵ = -۲m$$

$$W_f = \Delta K + \Delta U$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲) + mg\Delta h$$

$$\Rightarrow -۴۰ = \frac{۱}{۲}\times ۲(v_B^۲ - ۵^۲) + ۲\times ۱۰\times(-۲)$$

$$\Rightarrow -۴۰ = v_B^۲ - ۵^۲ - ۴۰ \Rightarrow v_B^۲ = ۲۵ \Rightarrow v_B = ۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۱۱۶- گزینهٔ «۱» *(زهره آقامحمدی)*

با استفاده از رابطهٔ بازده، داریم:

$$\eta = \frac{\frac{mgh}{t}}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_B}{\eta_A} = \frac{m_B}{m_A}\times\frac{t_A}{t_B} = \frac{V_B}{V_A}\times\frac{t_A}{t_B}$$

$$\xrightarrow{\eta_B = ۱/۲\eta_A} ۱/۲ = \frac{V_B}{۴}\times\frac{۳}{۴} \Rightarrow V_B = ۶/۴m^۳$$

$$\Rightarrow V_B = ۶۴۰۰L$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۱۷- گزینهٔ «۳» *(امیر محمودی‌انزابی)*

با توجه به رابطهٔ تغییرات چگالی برحسب دما، داریم:

$$\Delta\rho = -\rho_۱(۳\alpha)\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho_۱} = -۳\alpha\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \frac{-۰/۶}{۱۰۰} = -۳\alpha\times ۸۰ \Rightarrow \alpha = ۲/۵\times ۱۰^{-۵}\frac{۱}{K}$$

برای افزایش طول داریم:

$$\Delta L = \alpha L_۱\Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta L = ۲/۵\times ۱۰^{-۵}\times ۲۰۰\times ۴۰ \Rightarrow \Delta L = ۰/۲cm$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

تلاشی در مسیر موفقیت

۱۱۸- گزینهٔ «۴» *(بیتا خورشید)*

چون حداقل مقدار بخار آب خواسته شده است، پس دمای تعادل صفر درجهٔ سلسیوس خواهد بود و طی این فرایند بخار آب $100^\circ C$ به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل خواهد شد. داریم:

یخ $-10^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2}$ آب $0^\circ C$

بخار $100^\circ C$ $\xrightarrow{Q_3}$ آب $100^\circ C$ $\xrightarrow{Q_4}$ آب $0^\circ C$

$$Q_1+Q_2+Q_3+Q_4=0$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}}+m_{\text{بخار}}L_V+m_{\text{یخ}}c_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}}+m_{\text{یخ}}L_F=0$$

$$\Rightarrow 640\times\frac{1}{2}\times c_{\text{آب}}\times(0+10)+640\times80\times c_{\text{آب}}-m\times540\times c_{\text{آب}}+m\times c_{\text{آب}}\times(0-100)=0$$

$$\Rightarrow 3200+51200=540m+100m\Rightarrow m=85g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۱۱۹- گزینهٔ «۳» *(محمدعلی راست‌پیمان)*

طبق معادلهٔ حالت گازهای کامل، دمای مطلق مقدار معینی گاز با حاصل‌ضرب فشار در حجم آن متناسب است. بنابراین داریم:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}$$

$$\Rightarrow T_{max}-T_{min}=T_c-T_a=\frac{P_cV_c}{nR}-\frac{P_aV_a}{nR}$$

$$\Rightarrow T_{max}-T_{min}=\frac{(8\times10^5\times5\times10^{-3})-(3\times10^5\times2\times10^{-3})}{0/5\times8}$$

$$\Rightarrow T_{max}-T_{min}=850K=850^\circ C$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

۱۲۰- گزینهٔ «۱» *(حسین مفرومی)*

ابتدا کار تولیدی ماشین گرمایی آرمانی طی یک چرخه را به‌دست می‌آوریم:

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}\Rightarrow|W|=\eta Q_H=\frac{4}{10}\times270=108kJ$$

کار کل طی چهار چرخه برابر است با:

$$W_T=(4\times108)kJ$$

برای بالا بردن یک جسم تا ارتفاع معین با تندی ثابت، کار انجام شده توسط ماشین صرف غلبه بر کار نیروی وزن می‌شود و به صورت انرژی پتانسیل گرانشی در جسم ذخیره می‌شود. بنابراین:

$$W_T=mgh\Rightarrow4\times108\times10^3=m\times10\times10/8$$

$$\Rightarrow m=4\times10^3kg$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک- صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

تاشیر در مسیر موفقیت

شیمی (۱)

۱۲۱- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین طیبی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ذرات زیراتمی باردار یعنی الکترون‌ها و پروتون‌ها:

$$CN^- \begin{cases} e = ۶+۷+۱ = ۱۴ \\ p = ۶+۷ = ۱۳ \end{cases} \Rightarrow ۱۳+۱۴ = ۲۷$$

گزینهٔ «۲»: مجموع الکترون‌ها و نوترون‌ها:

$$NO_۲^+ \begin{cases} e = ۷+۲(۸)-۱ = ۲۲ \\ n = ۷+۲(۸) = ۲۳ \end{cases} \Rightarrow ۲۲+۲۳ = ۴۵$$

گزینهٔ «۳»: ذرات زیراتمی درون هسته یعنی پروتون و نوترون در یون $ClO_۲^-$ برابر است با:

$$ClO_۲^- \begin{cases} p = ۱۷+۲(۸) = ۳۳ \\ n = ۱۸+۲(۸) = ۳۴ \end{cases} \Rightarrow ۳۳+۳۴ = ۶۷$$

گزینهٔ «۴»: در یون $PH_۴^+$ می‌توان نوشت:

$$PH_۴^+ \begin{cases} e = ۱۵+۴(۱)-۱ = ۱۸ \\ p = ۱۵+۴(۱) = ۱۹ \\ n = ۱۶+۴(۰) = ۱۶ \end{cases} \Rightarrow ۱۸+۱۹+۱۶ = ۵۳$$

(شیمی۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۲۲- گزینهٔ «۲» *(مجید توکلی)*

$Na_۲S$ (سدیم سولفید): $\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} : \frac{۲}{۱}$

تفاوت ذره‌های بنیادی این دو ایزوتوپ $= ۱/۵ \times ۲ = ۳$

جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر $= ۲۵+۳ = ۲۸amu$

درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر $= F_۲$ $\Big\} F_۱ + F_۲ = ۴F_۲ = ۱۰۰$

درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر $= F_۱ = ۳F_۲$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_۲ = ۲۵٪ \\ F_۱ = ۷۵٪ \end{cases}$$

$$\overline{M} = \frac{(۲۵ \times ۷۵)+(۲۸ \times ۲۵)}{۱۰۰} = ۲۵/۷۵amu$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی- صفحهٔ ۱۵)

۱۲۳- گزینهٔ «۴» *(محمدرضا پورجاوید)*

نام درست ترکیب‌هایی که به اشتباه در صورت سؤال نوشته شده‌اند، عبارتند از:

NiO : نیکل (II) اکسید

$P_۴O_۶$: تترافسفر هگزا اکسید

ZnS : روی سولفید

تاشی در مسیر موفقیت

CrO_2 : کروم (IV) اکسید

N_2O : دی‌نیتروژن مونوکسید

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۲۴- گزینهٔ «۱» *(محمدرضا پورجاوید)*

واکنش‌های موازنه شده عبارتند از:

$$Na_2B_4O_7 + 2HCl + 5H_2O \rightarrow 2NaCl + 4H_3BO_3$$

$$3Al + 3NH_4ClO_4 \rightarrow Al_2O_3 + AlCl_3 + 3NO + 6H_2O$$

$$4Hg_2CrO_4 \rightarrow 2Cr_2O_3 + 8Hg + 5O_2$$

$$2KMnO_4 + 16HCl \rightarrow 2KCl + 2MnCl_2 + 8H_2O + 5Cl_2$$

نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها در آن‌ها به ترتیب $\frac{8}{6}$ ، $\frac{6}{11}$ ، $\frac{4}{15}$ و $\frac{18}{17}$ است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۲۵- گزینهٔ «۴» *(حمید زیبی)*

اکسیژن دارای دو دگرشکل O_2 و O_3 است.

گزینهٔ «۱»: دگرشکل سبک‌تر (O_2)، نقطهٔ جوش پایین‌تری نسبت به O_3 دارد و دیرتر مایع می‌شود.

گزینهٔ «۲»: در دمای صفر درجهٔ سلسیوس و فشار یک اتمسفر (شرایط STP)، حجم مولی گازها برابر ۲۲/۴ لیتر بر مول است نه هر دما و فشاری!

گزینهٔ «۳»: چون جرم مولی O_2 از O_3 کمتر است، پس در جرم‌های برابر، مول O_2 بیشتر خواهد بود و حجم بیشتری اشغال خواهد کرد.

گزینهٔ «۴»: چون جرم مولی O_3 (دگرشکل واکنش پذیرتر) بیشتر است و حجم مولی آن دو یکی است، پس چگالی آن بیشتر خواهد بود.

$$d_{\text{گاز}} = \frac{M_{\text{مولی}}}{V_{\text{مولی}}} \Rightarrow d_{O_3} = \frac{48}{V_{\text{مولی}}}, d_{O_2} = \frac{32}{V_{\text{مولی}}}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۷۴، ۷۸ و ۷۹)

۱۲۶- گزینهٔ «۳» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$4KNO_3(s) \xrightarrow{\Delta} 2K_2O(s) + 5O_2(g) + 2N_2(g)$$

$$N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$$

کاهش جرم ایجاد شده مربوط به جرم O_2 و N_2 تولید شده است. به ازای مصرف ۴ مول KNO_3 ، ۲۱۶ گرم کاهش جرم رخ می‌دهد (مجموع جرم ۵ مول O_2 و ۲ مول N_2)

$$?LO_2 = 43/2\,g\ \text{کاهش جرم} \times \frac{5\,mol\,O_2}{216\,g\ \text{کاهش جرم}}$$

$$\times \frac{22/4\,LO_2}{1\,mol\,O_2} = 22/4\,LO_2$$

تاشی در مسیر موفقیت

$$?\,mol\,N_2 = 43/2g\,\text{کاهش جرم} \times \frac{2mol\,N_2}{216g\,\text{کاهش جرم}} = 0/4mol\,N_2$$

$$?\,g NH_3 = 0/4mol\,N_2 \times \frac{2mol\,NH_3}{1mol\,N_2} \times \frac{17g\,NH_3}{1mol\,NH_3}$$

$$= 13/6g\,NH_3$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۲۷- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین طیبی)*

فقط مورد (ب) نادرست است. موارد «آ»، «پ» و «ت» مطابق متن کتاب درسی درست‌اند.

بررسی مورد ب) اتانول به دلیل قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های خود، نقطهٔ جوش بیشتری نسبت به استون دارد.

بررسی مورد ث) در فرایند اسمز معکوس چون آب از محیط غلیظ به رقیق جابه‌جا می‌شود، در نتیجه یک طرف غشا مدام غلیظ‌تر و یک طرف غشا مدام رقیق‌تر می‌شود. در نتیجه اختلاف غلظت محلول‌های دو سوی غشا افزایش می‌یابد. (درست)

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۹)

۱۲۸- گزینهٔ «۱» *(آروین شجاعی)*

$$S_{40^\circ C} = (3/6 \times 40) + 26 = 170g$$

$$S_{10^\circ C} = (3/6 \times 10) + 26 = 62g$$

$$\text{گرم رسوب} = \frac{\text{جرم محلول} \times (S_{40} - S_{10})}{100 + S_{40}} = \frac{540 \times (170 - 62)}{270} = 216g$$

با توجه به انحلال‌پذیری، جرم محلول در دمای $10^\circ C$ برابر $162g$ است:

$$?\,L\,\text{محلول} = 162g \times \frac{1mL}{1/2g} \times \frac{1L}{1000mL} = 0/135L$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\frac{62}{186}mol}{0/135L} \simeq 2/47mol.L^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۱۲۹- گزینهٔ «۳» *(کتاب جامع آبی)*

غلظت مولی محلول‌ها را با M نمایش می‌دهیم.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:
$$M_3 = \frac{4 \times 0/005(mol)}{50 \times 10^{-3}(L)} = 0/4mol.L^{-1}$$

$$M_4 = \frac{4 \times 0/005(mol)}{50 \times 10^{-3}(L)} = 0/4mol.L^{-1}$$

$$M_5 = \frac{2 \times 0/005(mol)}{25 \times 10^{-3}(L)} = 0/4mol.L^{-1}$$

تلاشی درمسیر موفقیت

گزینهٔ «۲»: غلظت مولی محلول حاصل از اختلاط محلول‌های (۱)، (۲) و (۳) را با $M_{1,2,3}$ نمایش می‌دهیم.

$$M_{1,2,3}=\frac{24\times 0/005(mol)}{150\times 10^{-3}(L)}=0/8\,mol.L^{-1}$$

$$M_{6}=\frac{4\times 0/005(mol)}{25\times 10^{-3}(L)}=0/8\,mol.L^{-1}$$

گزینهٔ «۳»:

$$Fe^{2+}(aq)+2OH^{-}(aq)\rightarrow Fe(OH)_2(s)$$

در گزینه‌های بالا غلظت محلول‌های (۳) و (۶) را محاسبه کردیم. از آنجا که غلظت محلول (۶) دو برابر محلول (۳) است، پس یون‌ها به‌طور کامل با یکدیگر واکنش می‌دهند. از این رو برای محاسبهٔ جرم محصول می‌توان از حجم و غلظت یکی از محلول‌ها استفاده نمود. ما برای محاسبات از محلول (۳) استفاده می‌کنیم.

$$?gFe(OH)_2=50mL\,\text{محلول}\times\frac{1L}{10^3\,mL\,\text{محلول}}\times\frac{0/4\,mol\,Fe^{2+}}{1L\,\text{محلول}}\times\frac{1\,mol\,Fe(OH)_2}{1\,mol\,Fe^{2+}}\times\frac{90g\,Fe(OH)_2}{1\,mol\,Fe(OH)_2}=1/8g\,Fe(OH)_2$$

گزینهٔ «۴»:

$$M_5=\frac{2\times 0/005(mol)}{25\times 10^{-3}(L)}=0/4\,mol.L^{-1}$$

$$M'_5=\frac{(2\times 0/005)\times 3}{(25+95)\times 10^{-3}}=0/25\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow\frac{M'_5}{M_5}=\frac{0/25}{0/4}=\frac{5}{8}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰ و ۱۲۰)

۱۳۰- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین طیبی)*

می‌دانیم که از واکنش محلول کلسیم کلرید و سدیم فسفات مطابق واکنش زیر رسوب سفید رنگ کلسیم فسفات تشکیل می‌شود.

$$3CaCl_2(aq)+2Na_3PO_4(aq)\rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s)+6NaCl(aq)$$

$$?gCa_3(PO_4)_2=0/2L\,\text{محلول}\times\frac{0/6\,mol\,CaCl_2}{1L\,\text{محلول}}\times\frac{1\,mol\,Ca_3(PO_4)_2}{3\,mol\,CaCl_2}\times\frac{310g\,Ca_3(PO_4)_2}{1\,mol\,Ca_3(PO_4)_2}$$

$$=12/4g\,Ca_3(PO_4)_2$$

محلول $CaCl_2$ اولیه ۰/۶ مولار بوده در نتیجه غلظت یون Cl^- در آن ۱/۲ مولار است.

$$M_1\times V_1=M_2\times V_2\Rightarrow 1/2\times 0/2=M_2\times(0/2+0/1)$$

$$\Rightarrow M_2=0/8\,mol.L^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۹ تا ۱۰۰)

تاشنج درسیر موفقیت