

# دفترچه پاسخ

## آزمون ۲۶ خرداد ماه ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)



### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-سعید تن آرا-علی سلامت-علی شهبازی-پویان طهرانیان-کامیار علییون-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-امیررضا امینی-علی ایمانی-رضا توکلی-سعید ذبیح‌زاده-روشن-سوگند روشنی عطا صادقی-فرشاد صدیقی-فر-احمدرضا فلاح-بهنام کلاهی-علی منصف‌شکری	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
خسرو ارغوانی‌فرد-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل‌ارجمندی-محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی معصومه شریعت‌ناصری-سعید طاهری‌پروجنی-پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-مصطفی کیانی-محسن محمدی-امیراحمد میرسعید سیدعلی میرنوری	فیزیک	
امیرعلی برخورداریون-امیر حاتمیان-ایمان حسین‌نژاد-سینا رحمانی‌تبار-میلاذ شیخ‌الاسلامی-محمد عظیمیان‌زواره امیرحسین مسلمی	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم محبوبه بیک محمدی جواد سوری لکی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مصطفی کیانی	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

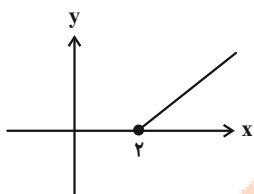
### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

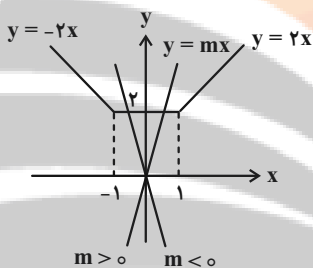


(مسئله ۱- تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

(پیمایش نیکلام)

گزینه «۴» -۳

نمودار تابع  $y = |x+1| + |x-1|$  و خط  $y = mx$  را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل برای این که خط و نمودار تابع یک نقطه برخورد داشته باشند، باید  $|m| > 2$  باشد.

(مسئله ۱- جبر و معادله، صفحه‌های ۱۴ و ۲۴)

(سیرضا اسلامی)

گزینه «۱» -۴

نقطه روی خط  $y + 2x = 0$  را  $M(\alpha, -2\alpha)$  در نظر می‌گیریم. داریم:

$$AM = 2MH \Rightarrow \sqrt{(\alpha-2)^2 + 4\alpha^2} = 2|\alpha+1|$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2 - 4\alpha + 4 = 4\alpha^2 + 8\alpha + 4$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 12\alpha = \alpha(\alpha-12) = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \text{ یا } 12$$

پس مختصات نقطه  $M$  می‌تواند  $M(0, 0)$  یا  $M(12, -24)$  باشد که

فاصله آن از خط  $y + 1 = 0$  به ترتیب برابر ۱ یا ۲۳ است.

(مسئله ۱- جبر و معادله، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

ریاضیات

گزینه «۲» -۱

(سعید تن آرا)

$$\sin 34^\circ = \sin(36^\circ - 2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

$$\cos 51^\circ = \cos(54^\circ - 3^\circ) = \cos(18^\circ - 3^\circ) = -\cos 3^\circ$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 43^\circ = \cos(36^\circ + 7^\circ) = \cos 7^\circ = \sin 2^\circ$$

$$\tan 84^\circ = \tan(90^\circ - 6^\circ) = \tan(18^\circ - 6^\circ)$$

$$= -\tan 6^\circ = -\sqrt{3}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{-\sin 2^\circ - 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\sin 2^\circ + (-\sqrt{3})} = \frac{-\sin 2^\circ + \sqrt{3}}{\sin 2^\circ - \sqrt{3}} = -1$$

(مسئله ۱- مثلثات، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(سعید تن آرا)

گزینه «۲» -۲

از رابطه  $y = 2 + \sqrt{x-1}$  به دست می‌آوریم:  $x = (y-2)^2 + 1$

و در نتیجه  $f^{-1}(x) = (x-2)^2 + 1$  که دامنه  $f^{-1}$  با برد  $f$  برابر

$$D_{f^{-1}} = R_f = [2, +\infty)$$

است.

پس ضابطه تابع  $g$  به صورت زیر است:

$$g(x) = \sqrt{f^{-1}(x)-1} = \sqrt{(x-2)^2 + 1 - 1} = |x-2|$$

$$\Rightarrow g(x) = x-2 ; x \geq 2$$

بنابراین نمودار  $g$  به صورت زیر خواهد بود، بنابراین نمودار گزینه «۲»

درست است.

$$\Rightarrow S_{2,10} = -55k + 50$$

حال داریم:

$$S_{10} = S_{1,10} + S_{2,10} = 2046 + 50 - 55k = 6$$

$$\Rightarrow 55k = 2090 \Rightarrow k = 38$$

(مسایان ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

(علی سلامت)

گزینه «۱»

برای آن تابع  $f$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  پیوسته باشد کافی است:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

راه‌حل اول:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left( \frac{\sqrt{2} \sin x - 1}{1 - \sqrt{\tan x}} \times \frac{\sqrt{2} \sin x + 1}{\sqrt{2} \sin x + 1} \times \frac{1 + \sqrt{\tan x}}{1 + \sqrt{\tan x}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sqrt{2} \sin^2 x - 1)(2)}{(1 - \tan x)(2)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\cos 2x}{1 - \tan x}$$

$$\frac{\cos x}{\cos x} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)(\cos x)}{\cos x - \sin x} = -1$$

پس مقدار تابع باید برابر ۱- باشد تا در  $x = \frac{\pi}{4}$  پیوسته شود.

راه‌حل دوم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \sin x - 1}{1 - \sqrt{\tan x}} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \cos x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{-1} = -1$$

(مسایان ۱ - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۵۱)

(کامیار عتیون)

گزینه «۲»

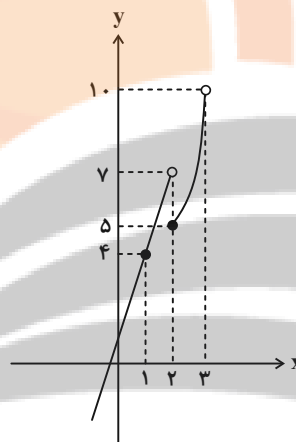
ابتدا محدوده تغییرات یا همان برد  $f$  را به دست می‌آوریم:

$$0 \leq 2x - |2x| < 1 \xrightarrow{-x^2} 0 \leq 4x - 2|2x| < 2 \xrightarrow{+1}$$

$$1 \leq 4x - 2|2x| + 1 < 3$$

حال برای به دست آوردن برد تابع  $gof$  کافی است، محدوده تغییرات

$g(x)$  در بازه  $[1, 3]$  را تعیین نمود، بنابراین با رسم نمودار آن داریم:



پس برد  $gof$  بازه  $[4, 10]$  و شامل ۶ عدد صحیح است.

(مسایان ۱ - تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(سیرضا اسلامی)

گزینه «۳»

دنباله داده شده از مجموع دو دنباله هندسی  $b_n = 2^n$  و حسابی

$c_n = -kn + 5$  به دست آمده است، بنابراین مجموع ۱۰ جمله ابتدایی

این دو دنباله را محاسبه کرده و با هم جمع می‌کنیم.

$$b_n = 2^n \Rightarrow S_{1,n} = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 2(2^n - 1)$$

$$\Rightarrow S_{1,10} = 2(2^{10} - 1) = 2046$$

$$c_n = -kn + 5 \Rightarrow S_{2,n} = -\frac{k}{2}n^2 + \left(-\frac{k}{2} + 5\right)n$$

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\beta+1}, \quad \beta' = \frac{\beta}{\alpha+1}$$

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{\alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1}$$

$$= \frac{S^2 - 2P + S}{P + S + 1} \Rightarrow S' = \frac{25 - 6 + 5}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

$$P' = \alpha'\beta' = \frac{\alpha}{\beta+1} \cdot \frac{\beta}{\alpha+1} = \frac{\alpha\beta}{\alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1} = \frac{P}{P + S + 1}$$

$$\Rightarrow P' = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

پس معادله جدید به صورت زیر است:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 8x + 1 = 0$$

(حسابان ۱ - جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

(ناظم اهلای)

۱۰- گزینه «۱»

اگر طول نقاط نمودار تابع  $f$  را نصف کنیم و آن را یک واحد به بالا ببریم:

نمودار تابع  $g(x) = f(2x) + 1$  به دست می‌آید. پس باید جواب‌های

معادله  $f(2x) + 1 = f(x)$  را معین کنیم:

$$\log_2 2x + \log_2 (2x + 1) = \log_2 x + \log_2 x$$

$$\log_2 2 + \log_2 x + \frac{1}{\log_2 2 + \log_2 x} + 1 = \log_2 x + \frac{1}{\log_2 x}$$

$$2 + \frac{1}{1 + \log_2 x} = \frac{1}{\log_2 x}$$

اگر فرض کنیم  $t = \log_2 x$  معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$2 + \frac{1}{1+t} = \frac{1}{t} \Rightarrow 2t(1+t) + t = 1+t$$

(علی شهرابی)

۸- گزینه «۳»

ریشه‌های دوم عدد  $a$  برابر با  $\pm\sqrt{a}$  و ریشه‌های چهارم برابر با  $\pm\sqrt[4]{a}$

است که باید بیشترین اختلاف  $\frac{15}{4}$  شود.

$$\sqrt{a} - (-\sqrt[4]{a}) = \frac{15}{4} \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt[4]{a} - \frac{15}{4} = 0$$

با فرض  $\sqrt[4]{a} = t$  داریم:

$$t^2 + t - \frac{15}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta=16} t = \frac{-1 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{3}{2} \text{ ق ق} \\ t_2 = -\frac{5}{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

چون  $\sqrt[4]{a}$  عددی نامنفی است، پس فقط  $\sqrt[4]{a} = \frac{3}{2}$  قبول است و داریم:

$$a = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

معادله  $\frac{x^2}{x-a} = 4a$  را حل می‌کنیم:

$$x^2 = 4ax - 4a^2 \Rightarrow x^2 - 4ax + 4a^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2a)^2 = 0 \Rightarrow x = 2a \Rightarrow x = 2\left(\frac{81}{16}\right) = \frac{81}{8} = 10\frac{1}{8}$$

نزدیک‌ترین عدد صحیح به  $10\frac{1}{8}$  عدد ۱۰ است.

(ریاضی ۱ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

(حسابان ۱ - جبر و معادله: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(میانپوش نیکنام)

۹- گزینه «۲»

$\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله  $x^2 - 5x + 3 = 0$  هستند. در این معادله

$$S = \alpha + \beta = 5, \quad P = \alpha\beta = 3$$

داریم:

حال معادله جدید را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

(لایف ابلانی)

۱۲- گزینه «۲»

توجه کنید که  $x = \frac{\pi}{2}$  و  $x = \frac{3\pi}{2}$  جواب‌های معادله هستند، زیرا:

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan\left(\frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \tan\frac{\pi}{4} = 1 + \tan\pi \Rightarrow 1 = 1 + 0$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan\left(2 \times \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \tan\frac{5\pi}{4} = 1 + \tan 3\pi \Rightarrow 1 = 1 + 0$$

اکنون با شرط  $x \neq \frac{\pi}{2}$  و  $x \neq \frac{3\pi}{2}$  می‌توان نوشت:

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x - \tan\frac{\pi}{4}}{1 + \tan x \tan\frac{\pi}{4}} = \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

بنابراین معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = 1 + \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

اگر فرض کنیم  $t = \tan x$  معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{t-1}{t+1} = 1 + \frac{2t}{1-t^2} \Rightarrow \frac{t-1}{t+1} = \frac{1-t^2+2t}{1-t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{t-1}{t+1} = \frac{-t^2+2t+1}{(1-t)(1+t)} \Rightarrow -(t-1)^2 = -t^2+2t+1$$

$$\Rightarrow -t^2+2t-1 = -t^2+2t+1 \Rightarrow -1=1$$
 غ ق

پس معادله جواب دیگری ندارد و فقط  $\frac{\pi}{2}$  و  $\frac{3\pi}{2}$  جواب‌های آن در بازه

(۰, ۲π) هستند.

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

$$2t^2 + 2t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{cases} \log_2 x = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2^{\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}} \\ \log_2 x = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2^{\frac{-1 - \sqrt{3}}{2}} \end{cases}$$

بنابراین حاصل ضرب جواب‌های معادله برابر است با:

$$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \times \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} = 2^{\left(\frac{-1 + \sqrt{3}}{2} - 1 - \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}\right)} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳)

(لایف ابلانی)

۱۱- گزینه «۴»

ماکزیمم تابع  $f$  برابر  $a+1$ ، می‌نیم آن برابر  $-a+1$  و دوره تناوب آن

برابر  $2a = \frac{2\pi}{a}$  است. بنابراین  $2a$  واسطه حسابی بین  $a+1$  و  $-a+1$

$$2a = a+1 - a+1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

است. بنابراین:

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \sin(2\pi x) + 1$$

از طرف دیگر داریم:

$$d = 2a - (1+a) = a - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{d}{6}\right) = f\left(-\frac{1}{12}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 1 = -\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه ۲۷)

۱۳- گزینه «۳»

(علی سلامت)

ابتدا تابع  $f$  را به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 2}{x^2 - 11} & ; x \geq 0 \\ \frac{2}{3x^2 - 11} & ; x < 0 \end{cases}$$

حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

پس خطوط  $y = 2$  و  $y = 0$  مجانب‌های افقی نمودار تابع هستند.

$$\text{هیچ کدام از معادلات } \frac{2}{3x^2 - 11} = 0 \text{ و } \frac{2x^2 + 2}{x^2 - 11} = 0 \text{ جواب ندارد.}$$

بنابراین تابع  $f(x)$  خط  $y = 0$  را قطع نمی‌کند.

$$\text{همچنین معادله } \frac{2x^2 + 2}{x^2 - 11} = 2 \text{ جواب ندارد، اما خط } y = 2 \text{ تابع } f \text{ را}$$

روی بازه  $(-\infty, 0)$  قطع می‌کند.

$$\frac{2}{3x^2 - 11} = 2 \Rightarrow 3x^2 - 11 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

پس نقطه تلاقی  $A(-2, 2)$  است که فاصله این نقطه از مبدأ مختصات

برابر است با:

$$|OA| = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

(مسابان ۲ - فرمهای نامتناهی - هر در پی نهایت، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۱۴- گزینه «۳»

(کاظم ایلالی)

چون  $f$  در  $x = 3$  مشتق‌پذیر است، پس در این نقطه پیوسته است. پس:

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

$$3(3b + c) = 2(3b + c) = 9 + 3a$$

واضح است که  $3b + c = 0$  است، پس  $9 + 3a$  نیز برابر صفر است، پس

داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ 3b + c = 0 \Rightarrow c = -3b \end{cases}$$

از طرف دیگر باید مشتق چپ و مشتق راست تابع  $f$  در  $x = 3$  با هم برابر

باشند. پس داریم:

$$x \rightarrow 3^+ : f(x) = x^2 + ax = x^2 - 3x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x - 3 \Rightarrow f'_+(3) = 3$$

$$x \rightarrow 3^- : f(x) = 2(bx + c) = 2bx + 2c$$

$$\Rightarrow 2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow c = -\frac{9}{2}$$

$$\text{در نهایت } a + b + c = -3 + \frac{3}{2} - \frac{9}{2} = -6 \text{ است.}$$

(مسابان ۲ - مشتق: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹)

۱۵- گزینه «۱»

(پویان طهرانیان)

ریشه ساده داخل قدرمطلق، طول نقطه گوشه‌ای تابع است:

$$\tan x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 1$$

پس  $(0, 1)$  نقطه گوشه‌ای تابع در بازه  $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$  است.

$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x + 2 \tan x & ; \tan x < 0 \\ \cos 2x - 2 \tan x & ; \tan x > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2 \sin 2x + 2(1 + \tan^2 x) & ; \tan x < 0 \\ -2 \sin 2x - 2(1 + \tan^2 x) & ; \tan x > 0 \end{cases}$$

پس  $f'_-(0) = 2$  و  $f'_+(0) = -2$ . با توجه به نقطه  $(0, 1)$  معادله‌های

نیم‌ماس‌های چپ و راست به ترتیب  $y = 2x + 1$  و  $y = -2x + 1$  به

دست می‌آید. هر کدام را با خط  $y = x$  تقاطع می‌دهیم:

$$2x + 1 = x \Rightarrow x = -1 \Rightarrow A(-1, -1)$$

مساحت در ریشه  $S'(y) = 0$  بیشترین مقدار خود را دارد.

$$S'(y) = 9 - 6y \xrightarrow{S'(y)=0} y = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = S\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \left(9 - \frac{9}{2}\right) = \frac{27}{4} = 6.75$$

(مسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(سیر رضا اسلامی)

۱۷ - گزینه «۴»

دو مماس رسم شده در نقاط عطف نمودار تابع هستند، زیرا خط مماس در نمودار عبور کرده است، که طول یکی از آنها برابر ۲ است:

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12x + 2a \xrightarrow{f''(x)=0} 4x^2 - 2x + a = 0$$

$$\Rightarrow 2a = -24 \Rightarrow a = -12$$

طول دیگر نقطه عطف را از معادله  $f''(x) = 0$  به دست می‌آوریم:

$$f''(x) = 12x^2 - 12x - 24 = 12(x^2 - x - 2)$$

$$= 12(x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -1, 2$$

این یعنی خط  $d$  در  $x = -1$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است که شیب این

خط مماس برابر ۳۴ است.

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 24x + b$$

$$\xrightarrow{f'(-1)=34} -4 - 6 + 24 + b = 34 \Rightarrow b = 20 \Rightarrow a + b = 8$$

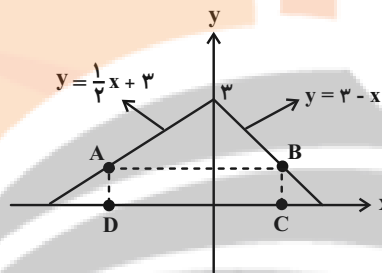
(مسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۳۱)

$$-2x + 1 = x \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow B\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

فاصله دو نقطه  $AB$  برابر است با:  $\frac{4}{3}\sqrt{2}$ .

(مسابان ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹ و ۹۵)

۱۶ - گزینه «۴» (پویان طهرانیان)



$A$  روی بخش  $y = \frac{1}{3}x + 3$  در ناحیه دوم و  $B$  روی بخش

$y = 3 - x$  در ناحیه اول قرار دارد، پس مختصات این دو نقطه را به

صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$A(x_D, \frac{1}{3}x_D + 3) \quad B(x_C, 3 - x_C)$$

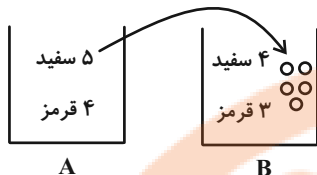
عرض مستطیل برابر  $AD = BC = y$  در نظر می‌گیریم و طول مستطیل را

که برابر  $x_C - x_D$  است، بر حسب  $y$  به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{3}x_D + 3 = y &\Rightarrow x_D = 3y - 6 \\ 3 - x_C = y &\Rightarrow x_C = 3 - y \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_C - x_D = 9 - 3y$$

پس مساحت مستطیل برابر است با:

$$\Rightarrow S(y) = y(9 - 3y) = 9y - 3y^2$$



$$\frac{7}{12} \times \frac{4}{7} + \frac{5}{12} \times \frac{5}{9} = \frac{1}{3} + \frac{25}{108} = \frac{61}{108}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(علی منصف شکری)

گزینه «۳» - ۲۱

داده‌ها را بدون در نظر گرفتن  $a$  مرتب می‌کنیم:

۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵, ۶, ۷, ۷, ۸, ۹

اگر مد بخواهد از میانه بزرگ‌تر باشد، باید  $a = 7$  باشد تا فراوانی ۷ در

نیمه دوم داده‌ها بیشتر شود، بنابراین داده‌ها به صورت زیر می‌شوند که میانه

۴/۵ است.

۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۴,  $\frac{4+5}{2} = 4.5$ , ۶, ۷, ۷, ۸, ۹

$$Q_2 = \frac{4+5}{2} = 4.5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

(سوگندر روشنی)

گزینه «۲» - ۲۲

ابتدا میانگین جامعه را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = 4.5$$

(علی منصف شکری)

گزینه «۲» - ۱۸

ارزش نقیض گزاره نادرست باشد، یعنی ارزش خود گزاره درست است. حال طرف اول را ساده می‌کنیم:

$$(p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q) \equiv \sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$$

$$\equiv \sim p \wedge (\sim q \vee q) \equiv \sim p \wedge T \equiv \sim p$$

حال گزاره به صورت  $p \Rightarrow x$  است که معادل با  $p \vee \sim x$  است و اگر

$x \equiv \sim p$  باشد ارزش گزاره همواره درست خواهد شد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

(علی منصف شکری)

گزینه «۱» - ۱۹

ارزش گزاره  $A \Rightarrow B$  زمانی نادرست است که  $A$  درست و  $B$

نادرست باشد. حال گزاره‌های  $A$  و  $B$  را می‌توان دو پیشامد مستقل به

حساب آورد. بنابراین احتمال نادرست بودن  $A \Rightarrow B$  برابر است با:

$$P(A \cap B') = P(A) \times P(B') = \frac{2}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$$

در نتیجه احتمال آن که ارزش این گزاره درست باشد  $\frac{2}{3}$  است.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۱)

(سوگندر روشنی)

گزینه «۱» - ۲۰

مهره‌ای که از ظرف  $B$  برداشته می‌شود یا از مهره‌هایی است که از ظرف

$A$  در این ظرف انداخته شده است و یا از مهره‌هایی است که از قبل داخل

ظرف بوده است:



$$\Rightarrow a^2 + a \equiv 13 \equiv 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 \equiv 0$$

$$\Rightarrow (a-1)(a+2) \equiv 0$$

پس  $a-1$  یا  $a+2$  بر ۱۱ بخش پذیر است. بنابراین:

$$a-1 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 1 \Rightarrow a = 11q + 1 \xrightarrow{q=0} a = 1$$

$$a+2 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -2 \Rightarrow a = 11q' - 2 \xrightarrow{q'=1} a = 9$$

$a$  یک رقم است، پس به ازای دو مقدار ۱ و ۹ رابطه برقرار است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

(رضا توکلی)

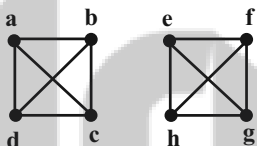
گزینه «۲» - ۲۵

می‌دانیم  $V(G) = N_G[a] \cup N_G[b]$  پس گراف از مرتبه

$p = 8$  - ۳ منتظم است. چون  $a$  به رئوس  $b, c, d$  وصل می‌باشد و

بین دو رأس  $a$  و  $f$  هیچ مسیری یافت نمی‌شود پس گراف  $G$  ناهمبند

است و تنها نمودار گرافی که می‌توان رسم کرد به فرم زیر است.



به  $\binom{8}{2} = 28$  حالت می‌توان دو رأس را انتخاب کرد و اگر بخواهیم دو

رأس احاطه‌گر مینیمال باشد باید از هر گراف  $K_2$  یک رأس را انتخاب

کنیم که به  $\binom{4}{1} \binom{4}{1} = 16$  روش این کار امکان پذیر است. بنابراین:

$$P = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی، صفحه ۴۶)

حال باید ببینیم به چند حالت می‌توانیم ۶ عضو  $a_1$  تا  $a_6$  را انتخاب کنیم

که جمع آن‌ها  $6 \times 4 / 5 = 27$  شود و یا با توجه به این که جمع هشت داده

۳۶ است. ببینیم به چند حالت می‌توانیم ۲ عضو انتخاب کنیم که جمع آن‌ها

$$36 - 27 = 9 \text{ است.}$$

$$\{1, 8\} \quad \{2, 7\} \quad \{3, 6\} \quad \{4, 5\}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

(امیررضا امینی)

گزینه «۳» - ۲۳

با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a = 24q + \frac{3}{5}q^2 \\ \frac{3}{5}q^2 < 24 \Rightarrow q^2 < 40 \Rightarrow q_{\max} = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 24 \times 5 + \frac{3}{5} \times 25 = 24 \times 5 + 15 \equiv 5$$

با توجه به این که یکان عدد  $a$  برابر ۵ است به هر توانی برسد همین یکان

را دارد.

توجه: چون  $\frac{3}{5}q^2$  عددی طبیعی است، پس  $q$  حتماً مضرب ۵ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه ۱۱۴)

(عطا صادقی)

گزینه «۳» - ۲۴

باقی‌مانده دو عدد در تقسیم به ۱۱ یکسان است، بنابراین:

$$a^2 \equiv 6a7 \Rightarrow a^2 \equiv 7 - a + 6$$

$$3^4 - 3 \times 2^4 + 3 = 81 - 48 + 3 = 36$$

بنابراین کل تعداد راه‌های انجام این کار برابر است با:  $15 \times 36 = 540$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(امیررضا امینی)

گزینه «۲» - ۲۸

اگر از درایه سوم ستون اول آن برای پر کردن مربع لاتین شروع کنیم، مطابق

شکل زیر تنها دو مربع لاتین وجود دارد.

۳	۴	۲	۱
۱	۳	۴	۲
۲	۱	۳	۴
۴	۲	۱	۳

۳	۴	۲	۱
۱	۳	۴	۲
۴	۲	۱	۳
۲	۱	۳	۴

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(سوگند روشنی)

گزینه «۴» - ۲۹

عددهایی که مجموع ۵۴ دارند به صورت

$\{7, 47\}$ ,  $\{11, 43\}$ ,  $\{15, 39\}$ ,  $\{19, 35\}$ ,  $\{23, 31\}$  هستند

و دو عدد  $\{27\}$  و  $\{3\}$  نیز در مجموعه وجود دارند. بنابراین اگر ۸ عدد

انتخاب کنیم مطمئن خواهیم بود حداقل ۲ عدد از اعداد انتخابی ما مجموع

۵۴ دارند.

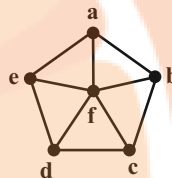
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۳» - ۲۶

نمودار گرافی با درجه رأس‌های ۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳ را به صورت زیر

می‌توان رسم کرد.



دوره‌های به طول ۶ در این گراف عبارتند از:

$afbcdca$ ,  $abfcdea$ ,  $abcfdea$ ,  $abcdfea$ ,  $abcdefa$

در واقع با حذف هر یک از یال‌های بیرونی، یک دور به طول ۶ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۸)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۳» - ۲۷

ابتدا ۲ جایزه از ۶ جایزه را انتخاب کرده و به آن نفر خاص می‌دهیم که این

کار به  $\binom{6}{2} = 15$  طریق امکان‌پذیر است. سپس ۴ جایزه باقی مانده را بین

۳ نفر دیگر تقسیم می‌کنیم. به گونه‌ای که به هر نفر حداقل یک جایزه برسد.

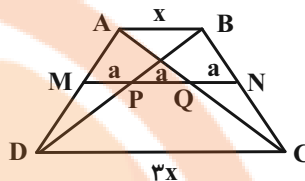
تعداد روش‌های انجام این کار، برابر تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴

عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی است. تعداد این توابع برابر است با:

۳۰- گزینه ۱

(فرشاد صدیقی غر)

مطابق شکل و طبق تعمیم قضیه تالس داریم:



$$\Delta ADC : MQ \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{MQ}{DC} = \frac{2a}{3x} \quad (1)$$

$$\Delta ABD : MP \parallel AB \Rightarrow \frac{DM}{AD} = \frac{MP}{AB} = \frac{a}{x} \quad (2)$$

با تقسیم طرفین رابطه (۱) بر رابطه (۲) داریم:

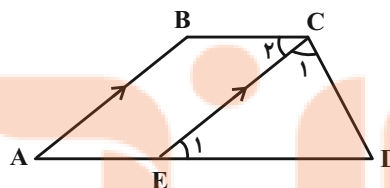
$$\frac{\frac{AM}{AD}}{\frac{DM}{AD}} = \frac{\frac{2a}{3x}}{\frac{a}{x}} \Rightarrow \frac{AM}{DM} = \frac{2}{3}$$

(هنرسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

۳۱- گزینه ۲

(سعید زیج زاده روشن)

از رأس C، خطی موازی با ساق AB رسم می‌کنیم تا قاعده AD را در نقطه E قطع کند. چهارضلعی ABCE متوازی‌الاضلاع است، پس AE = BC و در نتیجه داریم:



$$AD = BC + CD \Rightarrow AE + ED = BC + CD \Rightarrow ED = CD$$

بنابراین مثلث DCE متساوی‌الساقین است و  $\hat{C}_1 = \hat{E}_1$ . از طرفی طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$BC \parallel AD \text{ و مورب } CE \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{E}_1 \rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

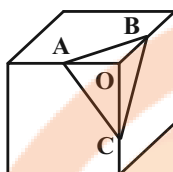
بنابراین  $\hat{C}_2 = \hat{C}_1 = 55^\circ$  است. از طرفی در متوازی‌الاضلاع ABCE، هر دو زاویه مجاور، مکمل یکدیگرند، پس داریم:

$$\hat{B} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

(هنرسه ۱ - هندسه‌های موازی؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۳۲- گزینه ۴

(بهنام کلاهی)



با توجه به این که نقاط A، B و C دقیقاً وسط یال‌های مکعب قرار دارند، سطح مقطع حاصل یعنی مثلث ABC، یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. اگر طول هر یال مکعب برابر a باشد، آن‌گاه داریم:

$$\Delta OAB : AB^2 = OA^2 + OB^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{a^2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} a^2$$

مساحت کل مکعبی به طول یال a، برابر  $6a^2$  است، پس داریم:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\text{مکعب}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{8} a^2}{6a^2} = \frac{\sqrt{3}}{48}$$

(هنرسه ۱ - تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۳۳- گزینه ۲

(شانه اتفافی)

اگر طول قاعده و ساق مثلث را به ترتیب با a و b نمایش دهیم، آن‌گاه نصف محیط این مثلث برابر است با:

$$P = \frac{a + 2b}{2} = \frac{a}{2} + b$$

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{S}{P} = \frac{30}{\frac{a}{2} + b} \\ r_b &= \frac{S}{P-b} = 10 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{S}{\frac{a}{2} + b} \\ r_b &= \frac{S}{P-b} = 10 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{r_b} = \frac{\frac{S}{\frac{a}{2} + b}}{\frac{S}{P-b}} \Rightarrow \frac{P-b}{\frac{a}{2} + b} = \frac{r}{10}$$

ابتدا با استفاده از قضیه هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می آوریم:

$$P = \frac{7+8+9}{2} = 12$$

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{12(12-9)(12-8)(12-7)} = \sqrt{12 \times 3 \times 4 \times 5} = 12\sqrt{5}$$

می دانیم اگر از نقطه همرسی میانه‌ها به سه رأس مثلث وصل کنیم، سه مثلث

هم مساحت پدید می آید، بنابراین داریم:

$$S_{\Delta GAC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} GH \times AC = \frac{1}{3} \times 12\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times GH \times 8 = 4\sqrt{5} \Rightarrow GH = \sqrt{5}$$

(هنر سه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(امیررضا خلاج)

گزینه «۱» -۳۶

فرض کنیم  $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ,  $A = \begin{bmatrix} \tan \theta & 1 \\ -1 & \tan \theta \end{bmatrix}$

و  $C = \begin{bmatrix} \tan \theta & -1 \\ 1 & \tan \theta \end{bmatrix}$  باشد. در این صورت داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \begin{bmatrix} \tan \theta & -1 \\ 1 & \tan \theta \end{bmatrix}$$

$$AB = C \Rightarrow A^{-1}(AB) = A^{-1}C$$

$$\Rightarrow B = A^{-1}C = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \begin{bmatrix} \tan \theta & -1 \\ 1 & \tan \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tan \theta & -1 \\ 1 & \tan \theta \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \begin{bmatrix} \tan^2 \theta - 1 & -2 \tan \theta \\ 2 \tan \theta & \tan^2 \theta - 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a + b + c - d$$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \underbrace{(\tan^2 \theta - 1 - 2 \tan \theta + 2 \tan \theta - \tan^2 \theta + 1)}_{\text{صفر}} = 0$$

(هنر سه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

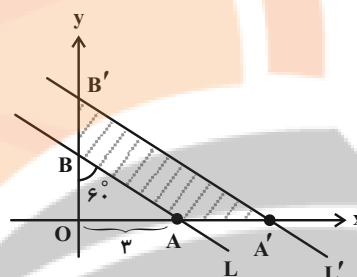
$$\Rightarrow \frac{P-b}{P} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2} + b} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{7a}{2} = \frac{3a}{2} + 3b$$

$$\Rightarrow 2a = 3b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$

(هنر سه ۲ - ایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(فرشاد صدیقی فر)

گزینه «۱» -۳۴



$$\tan 60^\circ = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{3}{OB} \Rightarrow OB = \sqrt{3}$$

می دانیم در یک تجانس با نسبت  $k$ ، طول پاره خطها  $|k|$  برابر و مساحت

$k^2$  برابر می شود، بنابراین داریم:

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

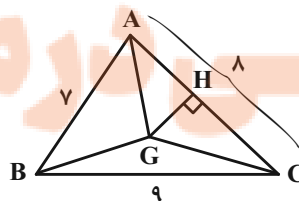
$$\frac{S_{\Delta OA'B'}}{S_{\Delta OAB}} = 2^2 \Rightarrow S_{\Delta OA'B'} = 4 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{مساحت ناحیه محصور} = S_{\Delta OA'B'} - S_{\Delta OAB} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

(هنر سه ۲ - تبدیل های هنر سی و کاربردها: صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱)

(علی ایمانی)

گزینه «۲» -۳۵





گزینه ۴» -۳۷

(امد رضا فلاح)

$$A = 2I - 4A^{-1} \xrightarrow{\times A} A^2 = 2A - 4I$$

$$\xrightarrow{\times A} A^3 = 2A^2 - 4A = 2(2A - 4I) - 4A$$

$$\Rightarrow A^3 = -8I \Rightarrow |A^3| = |-8I|$$

$$\Rightarrow |A|^3 = (-8)^3 \Rightarrow |A| = -8$$

(هنر سه ۳ - ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱)

گزینه ۳» -۳۸

(امیر حسین ایوبیوب)

ابتدا مرکز و شعاع دو دایره و سپس طول خط‌المركزین دو دایره را پیدا می‌کنیم.

$$C: x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$$

$$O(2, -1), R = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4(-3)} = 2\sqrt{2}$$

$$C': x^2 + y^2 - 2y - m = 0$$

$$O'(0, 1), R' = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 - 4(-m)} = \sqrt{1+m}$$

$$OO' = \sqrt{(0-2)^2 + (1+1)^2} = 2\sqrt{2}$$

حال شرط مماس بودن دو دایره را می‌نویسیم:

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow 2\sqrt{2} = |2\sqrt{2} - \sqrt{1+m}|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{1+m} \Rightarrow \sqrt{1+m} = 0 \\ 2\sqrt{2} = \sqrt{1+m} - 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{1+m} = 4\sqrt{2} \Rightarrow m = 31 \end{cases}$$

(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۶)

گزینه ۳» -۳۹

(امد رضا فلاح)

در یک سهمی با فاصله کانونی  $a$ ، طول وتر کانونی (پاره‌خطی که دو سر آن روی سهمی قرار دارد و در کانون سهمی بر محور تقارن سهمی عمود است) برابر  $4a$  است. بنابراین  $AF = 2a$  و در نتیجه داریم:

$$\Delta AFS: AS^2 = AF^2 + SF^2 \Rightarrow (2\sqrt{\Delta})^2 = (2a)^2 + a^2$$

$$\Rightarrow 20 = 5a^2 \Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{a>0} a = 2$$

بنابراین عرض رأس سهمی برابر  $k = -2$  است. با توجه به این‌که دهانه سهمی رو به بالا باز شده است، داریم:

$$y = k - a \Rightarrow y = -2 - 2 = -4$$

(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

گزینه ۴» -۴۰

(امد رضا فلاح)

مطابق شکل  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$  است. بنابراین داریم:

$$\vec{u} = \vec{a} \times \vec{b} + 2\vec{b} \times (\vec{a} - \vec{b}) - 2(\vec{a} - \vec{b}) \times \vec{a}$$

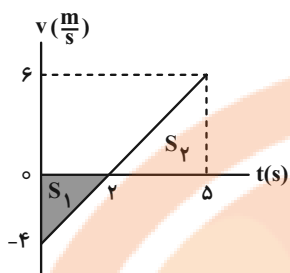
$$= \vec{a} \times \vec{b} + 2\vec{b} \times \vec{a} - 2\vec{b} \times \vec{b} - 2\vec{a} \times \vec{a} + 2\vec{b} \times \vec{a}$$

$$= \vec{a} \times \vec{b} - 4\vec{a} \times \vec{b} = -3\vec{a} \times \vec{b}$$

مساحت مثلث برابر  $S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$  است. در نتیجه داریم:

$$|\vec{u}| = |-3\vec{a} \times \vec{b}| = 3 |\vec{a} \times \vec{b}| = 3 \times \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = 3S$$

(هنر سه ۳ - بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)



(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(عبدالرضا امینی نسب)

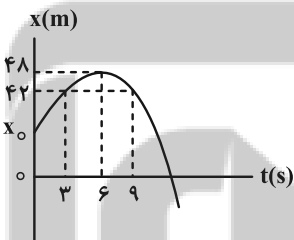
گزینه ۲

چون نمودار به صورت سهمی است و تقارن دارد، در بازه‌های زمانی یکسان در طرفین محور تقارن، جابه‌جایی‌ها قرینه یکدیگرند. بنابراین با توجه به شکل زیر، در بازه‌های زمانی ۳s تا ۶s و ۶s تا ۹s، اندازه جابه‌جایی ۶m و مکان متحرک در لحظه‌های ۳s و ۹s برابر ۴۲m می‌شود. در این صورت، با استفاده از جابه‌جایی در بازه زمانی ۳s تا ۶s، سرعت در لحظه  $t = 3s$  و شتاب متحرک را می‌یابیم. دقت کنید، سرعت متحرک در لحظه  $t = 6s$  صفر می‌شود (به علت اینکه شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه صفر است).

$$\Delta x = \frac{v_{3s} + v_{6s}}{2} \Delta t \rightarrow \frac{\Delta x = 6m}{v_{6s} = 0, \Delta t = 3s}$$

$$6 = \frac{v_{3s} + 0}{2} \times 3 \Rightarrow v_{3s} = 4 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v_{6s} - v_{3s}}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{3} = -\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$



اکنون با استفاده از معادله سرعت-زمان، سرعت اولیه متحرک و سرعت در لحظه  $t = 9s$  را می‌یابیم:

$$v_{6s} = at + v_0 \xrightarrow{t=6s, v_{6s}=0} 0 = -\frac{4}{3} \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 8 \frac{m}{s}$$

$$v_{9s} = at + v_0 \xrightarrow{t=9s} v_{9s} = -\frac{4}{3} \times 9 + 8 = -4 \frac{m}{s}$$

در آخر نمودار  $v-t$  را رسم می‌کنیم و با استفاده از مساحت سطح محصور بین نمودار  $v-t$  و محور  $t$ ، مسافت طی شده را حساب می‌کنیم و به دنبال آن تندی متوسط را می‌یابیم:

$$l = S_1 + |S_2| = \frac{8 \times 6}{2} + \left| \frac{-4 \times 3}{2} \right| = 30m$$

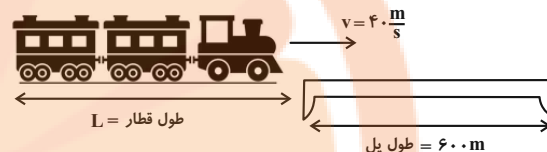
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 9s} s_{av} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \frac{m}{s}$$

فیزیک

گزینه ۱

(پوریا علاقه‌مند)

قطار باید مسافتی به اندازه طول قطار و طول پل را در مدت  $\Delta t = 25s$  طی کند تا از روی پل به طور کامل بگذرد. چون سرعت قطار ثابت است، با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت به صورت زیر، طول قطار را پیدا می‌کنیم:



$$\Delta x = v \Delta t \rightarrow \frac{\Delta x = (L + 600)m}{\Delta t = 25s, v = 40 \frac{m}{s}} \rightarrow L + 600 = 40 \times 25$$

$$\Rightarrow L = 400m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(فسرو ارغوانی فرد)

گزینه ۳

برای پاسخ دادن به این سؤال بهتر است معادله سرعت-زمان متحرک را به دست آورده و نمودار آن را رسم کنیم و سپس با استفاده از مساحت سطح محصور بین نمودار  $v-t$  و محور  $t$  که معرف جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک را بیابیم. به همین منظور از روی معادله حرکت،  $a$  و  $v_0$  را می‌یابیم و در رابطه  $v = at + v_0$  جایگذاری می‌کنیم تا معادله سرعت به دست آید:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 4t + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} 0 = 2t - 4 \Rightarrow t = 2s$$

$$v = 2t - 4 \xrightarrow{t=5s} v = 2 \times 5 - 4 = 6 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{-4 \times 2}{2} + \frac{2 \times 6}{2} = 5m$$

$$l = |S_1| + S_2 = \left| \frac{-4 \times 2}{2} \right| + \frac{2 \times 6}{2} = 13m$$

در آخر نسبت  $\frac{v_{av}}{s_{av}}$  را می‌یابیم:

$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 5 - (-2) = 7s} \frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{5}{13} = \frac{5}{13}$$

در آخر، نسبت مسافت طی شده در  $1/5$  ثانیه آخر حرکت به مسافت طی شده در ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{195}{4} = \frac{195}{5 \times 4} \Rightarrow \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{39}{4}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر فط، راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

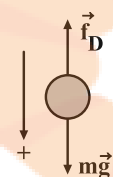
(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۳» - ۴۵

بر گوی‌های در حال سقوط نیروهای وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. بنابراین، با فرض این‌که جهت حرکت گوی‌ها مثبت باشد، با توجه به شکل زیر، داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m}$$

$$\Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$



رابطه  $a = g - \frac{f_D}{m}$  نشان می‌دهد، هرچه جرم جسم بیشتر باشد، نسبت

کمتر است، لذا مقدار  $a$  بیشتر خواهد شد. بنابراین، چون

$m_A > m_B$  است، باید  $a_A > a_B$  باشد. در این حالت داریم:

$$y = \frac{1}{2} at^2 \quad y_A = y_B = h \Rightarrow \frac{1}{2} a_A t_A^2 = \frac{1}{2} a_B t_B^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t_A}{t_B}\right)^2 = \frac{a_B}{a_A} \quad a_A > a_B \Rightarrow \left(\frac{t_A}{t_B}\right)^2 < 1 \Rightarrow t_A < t_B$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y \quad v_0 = 0 \Rightarrow v^2 = 2a\Delta y$$

$$\Rightarrow \frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{2a_A \Delta y_A}{2a_B \Delta y_B} \quad \Delta y_A = \Delta y_B \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{a_A}{a_B}$$

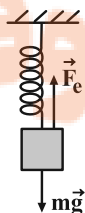
$$\xrightarrow{a_A > a_B} \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 > 1 \Rightarrow v_A > v_B$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

(محمدرعلی راست‌پیمان)

گزینه «۴» - ۴۶

ابتدا با استفاده از حالت اول، جرم جسم را پیدا می‌کنیم. در حالت اول، بر جسم نیروی وزن آن و نیروی کشسانی فنر وارد می‌شود. چون جسم در حال تعادل است، داریم:

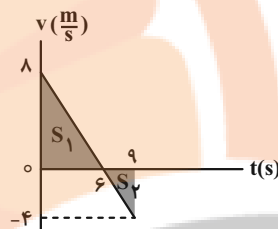


روش دوم: با محاسبه  $x_0$ ، مسافت طی شده را به دست می‌آوریم و به دنبال آن تندی متوسط را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_{3s}}{2} \times \Delta t \Rightarrow 42 - x_0 = \frac{8 + 4}{2} \times 3 \Rightarrow x_0 = 24 \text{ m}$$

$$l = (48 - 24) + (48 - 42) = 30 \text{ m}$$

$$s_{\text{av}} = \frac{l}{\Delta t} \quad \Delta t = 9 \text{ s} \Rightarrow s_{\text{av}} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \text{ m/s}$$

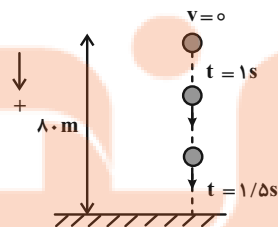


(فیزیک ۳ - حرکت بر فط، راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۴» - ۴۴ (زهره آقاممیری)

با انتخاب جهت مثبت به طرف پایین، ابتدا مسافت طی شده در ثانیه اول را پیدا می‌کنیم. دقت کنید چون گلوله تغییر جهت نمی‌دهد، مسافت طی شده برابر جابه‌جایی است.

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2} gt_1^2 \quad t_1 = 1 \text{ s} \Rightarrow \Delta y_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 5 \text{ m}$$



کل زمان سقوط گلوله برابر است با:

$$\Delta y = \frac{1}{2} gt_{\text{کل}}^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_{\text{کل}}^2 \Rightarrow t_{\text{کل}} = 2 \text{ s}$$

مسافت طی شده توسط گلوله در  $2/5$  ابتدایی سقوط برابر است با:

$$\Delta y' = \frac{1}{2} gt_{\text{کل}}^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (2/5)^2 = \frac{125}{4} \text{ m}$$

بنابراین مسافت طی شده توسط گلوله در  $1/5$  انتهای حرکت برابر است با:

$$\Delta y_2 = 10 - \frac{125}{4} = \frac{195}{4} \text{ m}$$

در آخر، با توجه به قانون گرانش عمومی داریم:

$$F = \frac{GmM_e}{r^2} \xrightarrow{\substack{\text{ثابت } m \\ \text{ثابت } M_e}} \frac{F_Y}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_Y}\right)^2 \xrightarrow{r_1=R_e+R_e=2R_e} \xrightarrow{r_Y=R_e+h}$$

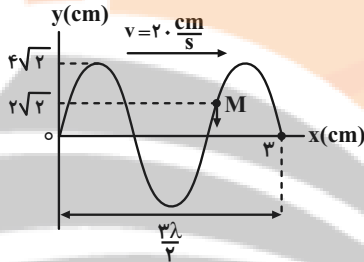
$$\frac{81}{100} = \left(\frac{2R_e}{R_e+h}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذری می‌گیریم}} \frac{9}{10} = \frac{2R_e}{R_e+h}$$

$$\Rightarrow 9R_e + 9h = 20R_e \Rightarrow 9h = 11R_e \Rightarrow h = \frac{11}{9}R_e$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۴۹- گزینه «۴» (زهره آقاممیری)

ابتدا طول موج و به دنبال آن دوره تناوب را می‌یابیم. با توجه به شکل زیر داریم:



$$\frac{3\lambda}{2} = 3 \Rightarrow \lambda = 2\text{cm}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} \xrightarrow{v=20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} T = \frac{2}{20} = 0.1\text{s}$$

حال  $t = \frac{11}{24}\text{s}$  را بر حسب دوره تناوب می‌یابیم:

$$\frac{t}{T} = \frac{11}{24 \cdot 0.1} = \frac{11}{2.4} \Rightarrow t = \frac{11}{24}T$$

ذره M در لحظه  $t = 0$  در مکان  $x = 2\sqrt{2}\text{cm} = \frac{A}{2}$  قرار دارد. با توجه

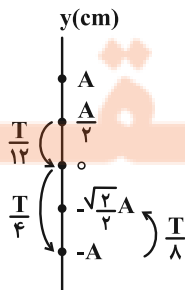
به جهت حرکت موج و با توجه به این که هر ذره تمایل دارد حرکت ذره

ماقبل خود را تکرار کند، ذره M بعد از لحظه  $t = 0$  به طرف پایین حرکت

می‌کند و در لحظه  $t = \frac{11}{24}\text{s}$  که برابر  $t = \frac{11}{24}T$  است، مطابق شکل

زیر، در مکان  $A - \frac{\sqrt{2}}{2}A$  قرار می‌گیرد. زیرا  $\frac{11}{24}T = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8}$

است که مکان‌های هر کدام معلوم است.



$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow mg - F_e = 0 \Rightarrow mg = F_e \xrightarrow{F_e=kx} mg = kx$$

$$\frac{x=4\text{cm}=\frac{1}{10}\text{m}}{k=400 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \rightarrow m \times 10 = 400 \times 0.04 \Rightarrow m = 1.6\text{kg}$$

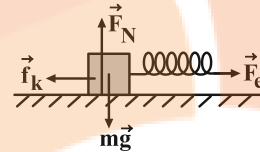
در حالت دوم، نیروی کشسانی فنر باعث شتاب جسم می‌شود. در این حالت با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F'_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 1.6 \times 10 \Rightarrow F_N = 16\text{N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k=0.4} f_k = 0.4 \times 16 = 6.4\text{N}$$

در آخر شتاب حرکت برابر است با:

$$F'_{\text{net},x} = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma \xrightarrow{F_e=kx} kx' - f_k = ma$$



$$\frac{k=400 \frac{\text{N}}{\text{m}}, x'=\frac{1}{10}\text{m}}{m=1.6\text{kg}} \rightarrow 400 \times 0.04 - 6.4 = 1.6a$$

$$\Rightarrow 9.6 = 1.6a \Rightarrow a = \frac{6}{1}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

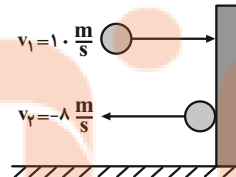
(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۴۷- گزینه «۳» (مسئله مموری)

اگر جهت برخورد توپ به دیوار را مثبت فرض کنیم، با استفاده از رابطه زیر، اندازه نیروی خالص متوسط را می‌یابیم:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{v_f=-8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, m=0.4\text{kg}} \xrightarrow{v_i=10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta t=0.1\text{s}}$$

$$F_{\text{av}} = \frac{0.4 \times (-8 - 10)}{0.1} = -72\text{N} \Rightarrow |F_{\text{av}}| = 72\text{N}$$



(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۴۸- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا شتاب جدید ماهواره را می‌یابیم:

$$a_Y = a_1 - \frac{19}{100}a_1 \Rightarrow a_Y = \frac{81}{100}a_1$$

از طرف دیگر، طبق قانون دوم نیوتون در مکان جدید، نیروی وارد بر ماهواره بر حسب نیروی وارد بر آن در مکان اول برابر است با:

$$F = ma \xrightarrow{\text{ثابت } m} \frac{F_Y}{F_1} = \frac{a_Y}{a_1} \Rightarrow \frac{F_Y}{F_1} = \frac{81}{100} \frac{a_1}{a_1}$$

$$\Rightarrow \frac{F_Y}{F_1} = \frac{81}{100}$$



$$\Rightarrow \Delta\beta = 10(\log 10^2 - \log 2^6) \Rightarrow \Delta\beta = 10(2 \log 10 - 6 \log 2)$$

$$\frac{\log 10^2 = 2}{\log 2 = 0.3} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \times (2 \times 1 - 6 \times 0.3) = 10 \times (2 - 1.8)$$

$$\Rightarrow \beta = 10 \times 0.2 = 2 \text{ dB}$$

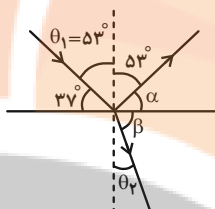
(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

(عبدالرضا امینی نسب)

۵۲ - گزینه «۲»

مطابق شکل زیر، ابتدا زاویه شکست را پیدا می‌کنیم و سپس با استفاده از

قانون شکست عمومی نسبت  $\frac{v_2}{v_1}$  را می‌یابیم:



$$\alpha + 53^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow 37^\circ + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 53^\circ$$

$$\beta + \theta_2 = 90^\circ \Rightarrow 53^\circ + \theta_2 = 90^\circ \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{0.6}{0.8} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4}$$

اکنون با استفاده از رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  و با توجه به این که  $f$  در هر دو محیط

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2} \quad f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۹)

(مصطفی کیانی)

۵۳ - گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$ ، تندی انتشار موج عرضی در تار را

می‌یابیم:

$$f_5 - f_3 = 600 \Rightarrow \frac{5v}{2L} - \frac{3v}{2L} = 600 \Rightarrow \frac{L=0.5m}{2L}$$

$$\frac{5v}{2 \times 0.5} - \frac{3v}{2 \times 0.5} = 600 \Rightarrow 5v - 3v = 600 \Rightarrow 2v = 600$$

$$\Rightarrow v = 300 \frac{m}{s}$$

اکنون به صورت زیر، جرم تار را پیدا می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad F=1800N, v=300 \frac{m}{s} \Rightarrow 300 = \sqrt{\frac{1800 \times 0.5}{m}}$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^4 = \frac{900}{m} \Rightarrow m = 10^{-2} kg \times 1000 \Rightarrow m = 10g$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

اکنون با داشتن مکان ذره  $M (y = -\frac{\sqrt{2}}{2} A)$  به صورت زیر شتاب آن را

می‌یابیم:

$$y = -\frac{\sqrt{2}}{2} A \xrightarrow{A=4\sqrt{2}cm} y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times 4\sqrt{2} = -4cm$$

$$= -0.04m$$

$$a = -\omega^2 y \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} a = -\frac{4\pi^2}{T^2} y \xrightarrow{\pi^2=10, T=0.1s} a = -\frac{4 \times 10}{(0.1)^2} \times (-0.04) = 160 \frac{m}{s^2}$$

$$a = -\frac{4 \times 10}{(0.1)^2} \times (-0.04) = 160 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۷۴)

(عبدالرضا امینی نسب)

۵۰ - گزینه «۴»

ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگر را می‌یابیم. دقت کنید، چون جسم را  $10cm$  از مکان تعادل خود کشیده و رها کرده‌ایم، دامنه نوسان آن  $A = 10cm = 0.1m$  است.

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \quad k = 400 \frac{N}{m} \xrightarrow{A=0.1m} E = \frac{1}{2} \times 400 \times 0.1^2 = 2J$$

اکنون انرژی جنبشی نوسانگر را در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل آن  $U = 80mJ$  است، پیدا می‌کنیم:

$$E = U + K \quad U = 80mJ \xrightarrow{E=2J} 2 = 0.08 + K \Rightarrow K = 1.92J$$

در آخر، با داشتن  $K$  و  $m$  به صورت زیر تندی جسم را می‌یابیم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad m = 6g = 6 \times 10^{-3} kg \xrightarrow{K=1.92J} 1.92 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-3} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(مسعود قره‌فانی)

۵۱ - گزینه «۳»

ابتدا باید مشخص کنیم با افزایش بسامد چشمه صوت، شدت صوت برای شخص چند برابر می‌شود. چون دامنه نوسان و فاصله شخص از چشمه ثابت است، داریم:

$$f_2 = f_1 + \frac{25}{100} f_1 = \frac{125}{100} f_1 \Rightarrow f_2 = \frac{5}{4} f_1 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{f_2}{f_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \quad r_1 = r_2 \xrightarrow{A_2 = A_1} \frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{5}{4} \times 1 \times 1 \right)^2$$

$$= \frac{25}{16} \times \frac{4}{4} \xrightarrow{I_1 = 100} \frac{I_2}{I_1} = \frac{100}{64} = \frac{10^2}{6^2}$$

اکنون تغییر تراز شدت صوت را می‌یابیم:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{10^2}{6^2}$$

۵۷- گزینه «۴» (امیرامیر میرسعید)

چون پس از مدت ۱۰ روز، ۲۰ درصد از هسته‌های ماده پرتوزا واپاشیده می‌شود، بنابراین، ۸۰ درصد آن فعال باقی می‌ماند. از طرف دیگر، پس از ۱۰ روز دیگر، مجدداً ۲۰ درصد از هسته‌های فعال باقیمانده واپاشیده خواهند شد، در نتیجه، تعداد هسته‌های فعال باقیمانده برابر  $\frac{\lambda_0}{100} \times (\frac{\lambda_0}{100} N_0)$  خواهد بود. یعنی، تعداد هسته‌های فعال باقیمانده پس از دو تا ۱۰ روز برابر است با:

$$N = \frac{\lambda_0}{100} \times (\frac{\lambda_0}{100} N_0) \Rightarrow N = \frac{64}{100} N_0 \Rightarrow N = 64\% N_0$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۵۸- گزینه «۴» (مجتبی ذلیل‌ارمندی)

اگر چند کمیت با یکدیگر جمع و یا تفریق شوند، الزاماً یکای یکسانی دارند. بنابراین، در رابطه  $A = BC + DE$ ، باید یکای کمیت‌های A، BC و DE یکسان باشد. در این صورت، چون کمیت A بیانگر شتاب می‌باشد، یکای کمیت‌های BC و DE با یکای کمیت شتاب یکسان است. بنابراین، گزینه «۲» الزاماً نادرست است و گزینه‌های «۱» و «۳» در شرایط خاصی ممکن است درست باشد، اما، الزاماً نمی‌توانند درست باشند.

گزینه «۴» درست است، زیرا کمیت‌های DE و BC یکسان است، لذا

$$[BC] = [DE] \Rightarrow \frac{[B]}{[D]} = \frac{[E]}{[C]}$$

داریم: (فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه ۱۱)

۵۹- گزینه «۲» (معمومه شریعت‌ناهری)

ابتدا فشار مایع بر سطح بالایی و سطح پایینی را به‌دست می‌آوریم:

$$P_1 = P_0 + \rho_{\text{ب}} g h_1 \xrightarrow{\rho_{\text{ب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h_1 = 4 \text{m}, P_0 = 10^5 \text{Pa}}$$

$$P_1 = 10^5 + 1000 \times 10 \times 4 = 140000 \text{Pa}$$

$$P_2 = P_0 + \rho_{\text{ب}} g h_2 \xrightarrow{h_2 = 4 + 14 = 18 \text{m}}$$

$$P_2 = 10^5 + 1000 \times 10 \times 18 = 280000 \text{Pa}$$

اکنون با استفاده از رابطه  $P = \frac{F}{A}$  و با توجه به اینکه اندازه نیروهای وارد

بر سطح بالایی و پایینی یکسان است، می‌توان نوشت:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow P_1 A_1 = P_2 A_2 \Rightarrow 140000 \times A_1 = 280000 \times A_2 \Rightarrow A_1 = 2A_2$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۰- گزینه «۳» (زهره آقاممیری)

می‌دانیم فشارسنج، فشار پیمان‌های ( $P_0 - P_{\text{باز}} = P_{\text{پیمان‌های}}$ ) را نشان می‌دهد. بنابراین، ابتدا فشار پیمان‌های را از cmHg به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

$$P_{\text{باز}} - P_0 = 1/25 \text{ cmHg} \Rightarrow h = 1/25 \text{ cm} = 1/25 \times 10^{-2} \text{ m}$$

۵۴- گزینه «۲» (عبدالرضا امینی‌نسب)

با توجه به نمودار داده شده به‌ازای  $f = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$  بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر  $2 \times 10^{-19} \text{ J}$  است، بنابراین، ابتدا تابع کار فلز را می‌یابیم:

$$K_{\text{max}} = hf - W_0 \xrightarrow{h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}, K_{\text{max}} = 2 \times 10^{-19} \text{ J}, f = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz}}$$

$$2 \times 10^{-19} = 6.6 \times 10^{-34} \times 0.5 \times 10^{15} - W_0$$

$$\Rightarrow W_0 = 3 \times 10^{-19} - 2 \times 10^{-19} = 1 \times 10^{-19} \text{ J}$$

اکنون طول‌موج نور تابشی را که به‌ازای آن  $K_{\text{max}} = 11 \times 10^{-19} \text{ J}$  می‌شود، پیدا می‌کنیم:

$$K_{\text{max}} = hf - W_0 \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} K_{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\xrightarrow{c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, K_{\text{max}} = 11 \times 10^{-19} \text{ J}, W_0 = 1 \times 10^{-19} \text{ J}}$$

$$\Rightarrow 12 \times 10^{-19} = \frac{18 \times 10^{-26}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 1.5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\xrightarrow{1 \text{ m} = 10^9 \text{ nm}} \lambda = 1.5 \times 10^{-7} \times 10^9 = 150 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۵- گزینه «۴» (سیدعلی میرنوری)

می‌دانیم در هر رشته معین (ثابت  $n'$ )، با افزایش شماره تراز (n)، انرژی فوتون‌های گسیلی افزایش، در نتیجه طول‌موج آن‌ها کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست‌اند.

از طرف دیگر، برای یک  $n'$  مشخص، با افزایش شماره تراز (n)، اختلاف طول‌موج‌های گسیلی کاهش می‌یابد. یعنی فاصله طول‌موج‌های گسیلی به‌ازای n های بزرگ‌تر، کمتر خواهد شد.

$$\lambda_{6 \rightarrow 2} - \lambda_{5 \rightarrow 2} < \lambda_{5 \rightarrow 2} - \lambda_{4 \rightarrow 2} < \lambda_{4 \rightarrow 2} - \lambda_{3 \rightarrow 2}$$

بنابراین گزینه «۴» درست است.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۵۶- گزینه «۲» (امیرامیر میرسعید)

با توجه به نمودار N برحسب Z، عنصر M تعداد ۱۴۵ نوترون ( $N = 145$ ) و تعداد ۹۴ پروتون ( $Z = 94$ ) دارد، لذا عدد جرمی عنصر A برابر  $239 = 145 + 94 = 239$  است. بنابراین ابتدا معادله واکنش را می‌نویسیم و سپس تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های عنصر B را به‌دست می‌آوریم و سپس مکان آن را مشخص می‌کنیم.

$${}_{94}^{239} \text{M} \rightarrow {}_Z^A \text{B} + {}_2^4 \alpha + {}_2^4 \beta + {}_1^1 \text{n}$$

$$\begin{cases} 239 = A + (3 \times 4) + (2 \times 4) + 1 \Rightarrow A = 226 \\ 94 = Z + (2 \times 2) + (2 \times 1) + 0 \Rightarrow Z = 86 \end{cases}$$

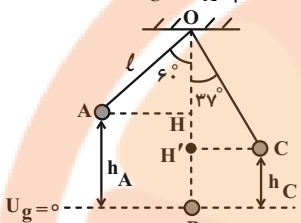
می‌بینیم عنصر B تعداد ۸۶ پروتون و  $Z = 86$  و  $226 - 86 = 140$  نوترون دارد. بنابراین با توجه به نمودار، این عنصر در مکان (۲) قرار دارد.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۵)

۶۲- گزینه «۳»

(مسعود قره‌فانی)

مطابق شکل زیر، پایین‌ترین نقطه مسیر حرکت گلوله آونگ را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، تندی گلوله آونگ را در هر یک از نقطه‌های B و C می‌یابیم. اگر طول آونگ را  $l$  در نظر بگیریم،  $h_A$  و  $h_C$  برابر است با:



$$\cos 60^\circ = \frac{OH}{l} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OH}{l} \Rightarrow OH = \frac{l}{2}$$

$$h_A = OB - OH \xrightarrow{OB=l} h_A = l - \frac{l}{2} = \frac{l}{2}$$

$$\cos 37^\circ = \frac{OH'}{l} \xrightarrow{\cos 37^\circ = 4/5} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{OH'}{l} \Rightarrow OH' = 0.8l$$

$$h_C = OB - OH' = l - 0.8l = 0.2l$$

اکنون اصل پایستگی انرژی مکانیکی را یک بار بین دو نقطه A و B و بار دیگر بین دو نقطه B و C می‌نویسیم:

$$E_B = E_A \Rightarrow U_B + K_B = U_A + K_A \xrightarrow{U_B=0, K_A=0} \Rightarrow$$

$$0 + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_A \xrightarrow{h_A=l/2} v_B^2 = 2g \times \frac{l}{2} = gl$$

$$E_C = E_B \Rightarrow U_C + K_C = U_B + K_B \xrightarrow{U_B=0, K_B=0} \Rightarrow$$

$$mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{h_C=0.2l, v_B^2=gl} \Rightarrow$$

$$mg \times 0.2l + \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mgl \xrightarrow{\text{حذف } m} \Rightarrow$$

$$\frac{v_C^2}{2} = 0.5gl - 0.2gl \Rightarrow v_C^2 = 0.6gl$$

در آخر داریم:

$$\frac{v_B^2}{v_C^2} = \frac{gl}{0.6gl} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{\frac{5}{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۶۳- گزینه «۴»

(مسعود قره‌فانی)

ابتدا مقدار گرمایی را که ظرف و آب می‌گیرند تا دمای آنها از  $0^\circ\text{C}$  به  $100^\circ\text{C}$  برسد، می‌یابیم. دقت کنید در فشار  $1\text{ atm}$  نقطه جوش آب  $100^\circ\text{C}$  است.

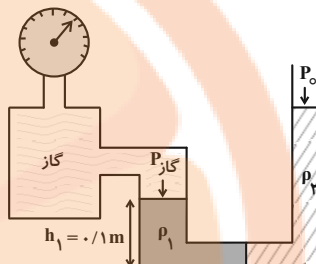
$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{ظرف}} + Q_{\text{آب}} \xrightarrow{Q_{\text{ظرف}} = C\Delta\theta, Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta} \Rightarrow$$

$$Q_{\text{کل}} = C\Delta\theta + mc\Delta\theta$$

$$P_{\text{کاز}} - P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \xrightarrow{\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 13.6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h = 1/25 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

$$P_{\text{کاز}} - P_0 = 13.6 \times 10^3 \times 10 \times 1 / 25 \times 10^{-2} = 1700 \text{ Pa}$$

از طرف دیگر، چون دو مایع در لوله U شکل در حال تعادل‌اند، فشار در سمت چپ و راست لوله یکسان خواهد بود، بنابراین، داریم:



$$P_{\text{کاز}} + P_{\text{مایع}(1)} = P_0 + P_{\text{مایع}(2)} \xrightarrow{P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}}$$

$$P_{\text{کاز}} + \frac{m_1 g}{A_1} = P_0 + \frac{m_2 g}{A_2} \xrightarrow{m_1 = m_2 = m, A_1 = A_2 = A}$$

$$P_{\text{کاز}} - P_0 = \frac{mg}{A} - \frac{mg}{2A} \Rightarrow 1700 = \frac{mg}{2A} = \frac{10m}{2A} \quad (1)$$

در آخر داریم:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} \xrightarrow{V_1 = A_1 h_1 = 2A h_1} \rho_1 = \frac{m}{2A h_1} \xrightarrow{h_1 = 0.1 \text{ m}}$$

$$\rho_1 = \frac{m}{2A \times 0.1} = \frac{10m}{2A} \xrightarrow{(1)} \rho_1 = 1700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\xrightarrow{+1000} \rho_1 = 1/7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۱- گزینه «۴»

(ممدعلی راست‌پیمان)

بر گلوله نیروهای وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. بنابراین، کار برآیند نیروهای وارد بر گلوله برابر مجموع کار این دو نیرو خواهد بود. با توجه به اینکه کار نیروی وزن در هنگام بالا رفتن منفی و در هنگام پایین آمدن مثبت و کار نیروی مقاومت هوا همواره منفی می‌باشد، به صورت زیر، ارتفاع  $h$  را می‌یابیم.

$$\begin{cases} W_{\text{بالا رفتن}} = -W_{\text{mg}} - W_{\text{fD}} \\ W_{\text{پایین آمدن}} = W_{\text{mg}} + W_{\text{fD}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -W_{\text{بالا رفتن}} = W_{\text{mg}} + W_{\text{fD}} \\ W_{\text{پایین آمدن}} = W_{\text{mg}} - W_{\text{fD}} \end{cases}$$

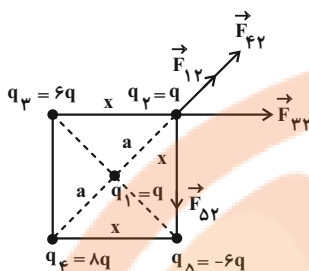
$$-W_{\text{بالا رفتن}} + W_{\text{پایین آمدن}} = 2W_{\text{mg}}$$

$$\xrightarrow{W_{\text{mg}} = mgh} \xrightarrow{W_{\text{بالا رفتن}} = -1000 \text{ J}, W_{\text{پایین آمدن}} = 800 \text{ J}}$$

$$-(-1000) + 800 = 2mgh \xrightarrow{m=4 \text{ kg}, g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$1800 = 2 \times 4 \times 10 \times h \Rightarrow h = 22.5 \text{ m}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)



$$r_{yy} = a + a = 2a$$

$$x^y + x^y = (2a)^y \Rightarrow 2x^y = 4a^y \Rightarrow x^y = 2a^y$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}a \Rightarrow r_{yy} = r_{dy} = x = \sqrt{2}a$$

$$F_{1y} = \frac{k |q_1| |q_y|}{r_{1y}^2} = \frac{k \times 1 \times q}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{kq}{2a^2}$$

$$F = \frac{k \times q \times q}{a^2} \Rightarrow F = \frac{kq^2}{a^2}$$

$$F_{yy} = \frac{k |q_1| |q_y|}{r_{yy}^2} = \frac{k \times 1 \times q}{(2a)^2} = \frac{kq}{4a^2} \Rightarrow F_{yy} = \frac{1}{2} F$$

$$F_{dy} = F_{yy} = \frac{k |q_1| |q_d|}{r_{dy}^2} = \frac{k \times 1 \times 6q}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{6kq}{2a^2} = 3F$$

$$F_{dy} = F_{yy} = \frac{k \times 6q \times q}{2a^2} = \frac{3kq^2}{a^2} \Rightarrow F_{dy} = F_{yy} = 3F$$

اکنون اندازه برایند نیروهای  $\vec{F}_{1y}$  و  $\vec{F}_{1d}$  را می‌یابیم. چون این دو نیرو هم‌جهت‌اند، داریم:

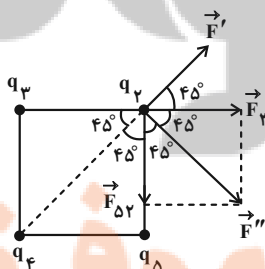
$$F' = F_{yy} + F_{1y} = 2F + F \Rightarrow F' = 3F$$

در این قسمت اندازه برایند نیروهای  $\vec{F}_{dy}$  و  $\vec{F}_{yy}$  را پیدا می‌کنیم. چون این دو نیرو بر یکدیگر عمودند، داریم:

$$F'' = \sqrt{F_{yy}^2 + F_{dy}^2} = \frac{F_{yy} + F_{dy}}{2} \Rightarrow F'' = F_{yy} \sqrt{2}$$

$$\frac{F_{yy} = 2F}{F''} \Rightarrow F'' = 3\sqrt{2}F$$

در آخر، برایند نیروهای وارد بر بار  $q_1$  را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، با توجه به شکل زیر، نیروهای  $\vec{F}'$  و  $\vec{F}''$  بر یکدیگر عمودند.



$$F_{\text{کل}} = \sqrt{F'^2 + F''^2} = \sqrt{9F^2 + 9F^2 \times 2}$$

$$F_{\text{کل}} = \sqrt{9F^2(1+2)} = 3\sqrt{3}F$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیکی ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

$$C_{\text{طرف}} = 3000 \frac{\text{J}}{\text{K}} \text{ یا } \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}, \Delta\theta = 100 - 10 = 90^\circ\text{C}$$

$$m = 1.0 \text{ kg}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \text{ یا } \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$Q_{\text{کل}} = 3000 \times 100 + 1.0 \times 4200 \times 100 = 45 \times 10^5 \text{ J}$$

اکنون با استفاده از رابطه  $P = \frac{Q}{t}$ ، مدت زمان به جوش آمدن آب را پیدا می‌کنیم:

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{45 \times 10^5}{1500} = 3 \times 10^3 \text{ s}$$

$$\frac{1 \text{ min} = 60 \text{ s}}{t} \Rightarrow t = \frac{3 \times 10^3}{60} = 50 \text{ min}$$

(فیزیک ۱ - رما و گرما، صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۶۴- گزینه «۳» (ممدعلی راست‌پیمان)

می‌دانیم در چرخه  $\Delta U = 0$  است. از طرف دیگر، چون چرخه ساعتگرد است، کار بر روی گاز در طی چرخه منفی است. بنابراین با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} 0 = Q + W \Rightarrow Q = -W$$

$$\xrightarrow{W < 0} Q > 0$$

می‌بینیم  $\Delta U = 0$ ،  $W < 0$  و  $Q > 0$  است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

۶۵- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

ابتدا به صورت زیر کار انجام شده در هر چرخه را با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی می‌یابیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{Q_H = |W| + |Q_L|} \eta = \frac{|W|}{|W| + |Q_L|}$$

$$\frac{\eta = 0.25 = \frac{1}{4}}{\frac{|Q_L| = 900 \text{ J}}{|W| + 900}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{|W|}{|W| + 900}$$

$$\Rightarrow 3|W| = 900 \Rightarrow |W| = 300 \text{ J}$$

می‌بینیم ماشین گرمایی در هر چرخه  $300 \text{ J}$  کار انجام می‌دهد، بنابراین،

$$1800 \text{ J کار را پس از طی } n = \frac{1800}{300} = 6 \text{ چرخه انجام خواهد داد.}$$

چرخه	کار انجام شده (J)
۱	۳۰۰
n	۱۸۰۰

$$\Rightarrow n = \frac{1800 \times 1}{300} = 6$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۷)

۶۶- گزینه «۴» (سعید طاهری بروفتی)

مطابق شکل زیر، اندازه و جهت نیروهایی را که از طرف هر یک از بارهای الکتریکی بر بار  $q_1$  وارد می‌شود برحسب  $F$  (نیروی بین دو بار  $q_1$  و  $q_2$ ) می‌یابیم و سپس اندازه برایند آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$C_2 = \frac{4}{1} \times 1 \times \frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 8$$

همچنین با ثابت ماندن Q و ۸ برابر شدن C، بنابه رابطه  $C = \frac{Q}{V}$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن  $\frac{1}{8}$  برابر می شود. زیرا:

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow{Q=\text{ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow 8 = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{8}$$

برای انرژی خازن، طبق رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، انرژی خازن  $\frac{1}{8}$  برابر خواهد شد. زیرا:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{Q=\text{ثابت}} \frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} = 8 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{8}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(مهمعلی راست پیمان)

گزینه «۱» - ۶۹

ابتدا با استفاده از رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$ ، نسبت مقاومت دو رسانا را پیدا می کنیم.

$$R_A = \pi r_1^2 - \pi r_2^2 \xrightarrow{r_2=2mm, r_1=4mm} R_A = \pi \times 16 - \pi \times 4 = 12\pi mm^2$$

$$R_B = \pi r_B^2 \xrightarrow{r_B=2mm} R_B = 4\pi mm^2$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\rho_A=\rho_B, L_A=L_B} \frac{R_A}{R_B} = 1 \times 1 \times \frac{4\pi}{12\pi}$$

$$\Rightarrow R_A = 3 R_B$$

اکنون با استفاده از رابطه  $V = RI$ ، مقاومت معادل مدار  $(R_{AB} = R_A + R_B)$  را می یابیم:

$$R_{AB} = \frac{V}{I} \xrightarrow{V=2V, I=2A} R_{AB} = \frac{2}{2} = 1 \Omega$$

در آخر داریم:

$$R_{AB} = R_A + R_B = 1 \Omega \xrightarrow{R_A=3R_B} R_A = 3 \Omega$$

$$3 \Omega + R_B = 1 \Omega \Rightarrow R_B = -2 \Omega$$

$$R_A = 3 \Omega \xrightarrow{R_B=1\Omega} R_A = 3 \Omega$$

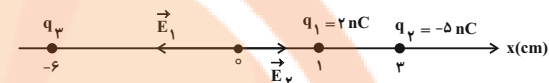
و اختلاف دو مقاومت برابر است با:

$$\Delta R = R_B - R_A = -2 \Omega - 3 \Omega = -5 \Omega$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه های ۳۹ تا ۶۶)

گزینه «۱» - ۶۷ (زهرا آقاممیری)

با توجه به مکان های بارهای  $q_1$  و  $q_2$  بر روی محور X، اندازه و جهت میدان های الکتریکی حاصل از این بارها را در مبدأ مختصات می یابیم و آن ها را بر حسب بردار یکه  $\vec{i}$  می نویسیم:



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow{r_1=1cm=10^{-2}m, |q_1|=2 \times 10^{-9}C}$$

$$E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{10^{-4}} = 18 \times 10^5 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_1 = (-18 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \xrightarrow{r_2=3cm=3 \times 10^{-2}m, |q_2|=5 \times 10^{-9}C}$$

$$E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-9}}{9 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^5 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_2 = (5 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

اکنون با داشتن میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$ ،  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$ ، میدان  $\vec{E}_t$  را می یابیم:

$$\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \xrightarrow{\vec{E}_3 = (-12 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{i}}$$

$$(-12 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{i} = (-18 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{i} + (5 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{i} + \vec{E}_3$$

$$\Rightarrow \vec{E}_3 = (1 \times 10^5 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

می بینیم جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}_3$  در جهت محور X و اندازه آن

$$E = 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} \xrightarrow{r_3=6cm=6 \times 10^{-2}m, E=10^5 \frac{N}{C}} 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_3|}{36 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow |q_3| = 4 \times 10^{-9} C = 4 nC \xrightarrow{q_3 > 0} q_3 = 4 nC$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه های ۱۰ تا ۱۷)

(بهنام رستمی)

گزینه «۱» - ۶۸

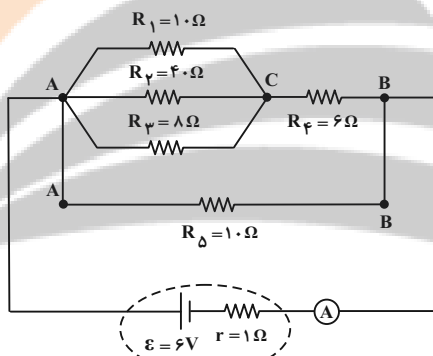
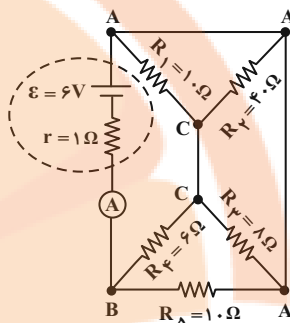
چون خازن را از باتری جدا نموده ایم بار الکتریکی آن ثابت می ماند. از طرف دیگر، چون فاصله بین دو صفحه خازن را نصف و دی الکتریک با ثابت ۴ بین صفحه های آن قرار داده ایم، بنابه رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت خازن ۸ برابر می شود. زیرا:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\kappa_2=4, \kappa_1=1, d_2=\frac{1}{2}d_1, A_2=A_1}$$

۷۰- گزینه «۱»

(معمومه شریعت ناصری)

ابتدا نقطه‌های هم‌پتانسیل را مشخص و سپس شکل ساده‌تری از مدار رسم می‌کنیم:



اکنون مقاومت معادل مدار را پیدا می‌کنیم. مقاومت‌های  $R_1$ ،  $R_2$  و  $R_3$  با هم موازی و مقاومت معادل آن‌ها با  $R_4$  متوالی و مقاومت معادل این چهار مقاومت با  $R_5$  موازی است. بنابراین داریم:

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{1.0} + \frac{1}{4.0} + \frac{1}{8} = \frac{4+1+\frac{1}{2}}{4.0} \Rightarrow R_{AC} = 4\Omega$$

$$R_{ABC} = R_{AC} + R_4 = 4 + 6 = 10\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_{ABC} \times R_5}{R_{ABC} + R_5} = \frac{10 \times 1.0}{10 + 1.0} = \frac{10}{11}\Omega$$

در آخر، جریان شاخه اصلی مدار که از آمپرسنج عبور می‌کند، برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{6}{\frac{10}{11} + 1} = \frac{6}{\frac{21}{11}} = \frac{6 \times 11}{21} = \frac{22}{7} \text{ A}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۹۱ تا ۷۷)

۷۱- گزینه «۲»

(مهم‌علی راست‌پیمان)

چون باتری  $\mathcal{E}_1$  توان خروجی دارد، این باتری انرژی مدار را تولید می‌کند و باتری  $\mathcal{E}_2$  مصرف‌کننده انرژی مدار خواهد بود. بنابراین، ابتدا با استفاده از توان مصرفی در مقاومت  $R$ ، جریان الکتریکی مدار را می‌یابیم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P}{R} = I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \text{ A}$$

اکنون با استفاده از توان خروجی باتری  $\mathcal{E}_1$ ، نیروی محرکه  $\mathcal{E}_1$  را پیدا می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}_1 I - r_1 I^2 \Rightarrow \frac{P_{\text{خروجی}}}{I} = \mathcal{E}_1 - r_1 I \Rightarrow \frac{1}{2} = \mathcal{E}_1 - 2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 1 \text{ V}$$

$$9 = \frac{1}{2} \mathcal{E}_1 \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 18 \text{ V}$$

در آخر، با توجه به اینکه  $\mathcal{E}_1$  تولیدکننده انرژی و  $\mathcal{E}_2$  مصرف‌کننده انرژی است،  $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$  می‌باشد. لذا به صورت زیر  $\mathcal{E}_2$  را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{18 - \mathcal{E}_2}{8 + 2 + 2} \Rightarrow 18 - \mathcal{E}_2 = 1 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 17 \text{ V}$$

$$6 = 18 - \mathcal{E}_2 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 12 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۹۱ تا ۷۰)

۷۲- گزینه «۳»

(امیرامیر میرسعید)

ابتدا جریان الکتریکی عبوری از سیم‌لوله را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، چون مقاومت هر متر سیم برابر  $2\Omega$  است، مقاومت  $6\text{m}$  آن برابر  $R = 6 \times 2 = 12\Omega$  خواهد بود.

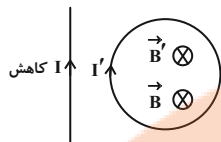
$$I = \frac{V}{R} = \frac{6}{12} = 0.5 \text{ A}$$

اکنون تعداد دورهای سیم‌لوله را می‌یابیم. چون سیم را به صورت سیم‌لوله درآورده‌ایم، داریم:

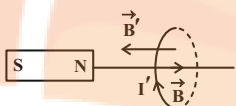
$$N = \frac{L}{2\pi r} = \frac{D}{2} \times \frac{1}{2\pi r} = \frac{4}{2} \times \frac{1}{2\pi \times 0.01} = \frac{2}{\pi} \approx 0.64$$

در آخر، میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 0.64 \times 0.5}{0.01} = 1.6 \times 10^{-5} \text{ T}$$



ب) درست است. با نزدیک شدن قطب N آهنربا به حلقه، میدان مغناطیسی القایی در خلاف جهت، یعنی به طرف چپ، در حلقه ایجاد می‌شود تا مانع افزایش شار مغناطیسی در حلقه شود، بنابراین، با توجه به جهت میدان مغناطیسی القایی، جهت جریان در حلقه رو به بالا است یا، می‌توان گفت، چون قطب N آهنربا به حلقه نزدیک می‌شود، در سمت چپ حلقه، قطب N ایجاد می‌شود تا از حرکت آهنربا به سمت حلقه جلوگیری نماید.



ب) درست است. میدان مغناطیسی سیم راست در حلقه درون سو است، اما، چون حلقه از سیم دور می‌شود، میدان مغناطیسی درون آن کاهش می‌یابد، در نتیجه، میدان مغناطیسی القایی هم جهت با میدان مغناطیسی سیم راست به صورت درون سو در حلقه ایجاد می‌شود تا از کاهش شار مغناطیسی جلوگیری نماید. بنابراین، جریان القایی در حلقه ساعتگرد است.

ت) درست است. با توجه به جهت حرکت حلقه، میدان مغناطیسی سیم راست در حلقه ثابت است، لذا، شار مغناطیسی تغییر نمی‌کند، بنابراین، جریان القایی در حلقه صفر است.

بنابراین، تعداد ۴ عبارت درست است.

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

(مهم‌علی راست‌پیمان)

گزینه «۴» - ۷۵

ابتدا با استفاده از رابطه  $U = \frac{1}{2} LI^2$ ، نسبت  $\frac{L_A}{L_B}$  را می‌یابیم. در این رابطه  $L$  ضریب القاوری است.

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{I_A}{I_B}\right)^2 \xrightarrow{I_A=I_B} \frac{U_A}{U_B} = \frac{L_A}{L_B} \times 1 \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{9}{4}$$

اکنون با استفاده از رابطه ضریب القاوری نسبت  $\frac{N_A}{N_B}$  را پیدا می‌کنیم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \xrightarrow{A_A=A_B, \ell_A=\ell_B} \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

$$B = \frac{12 \times 10^{-7} \times 50 \times 0 / 5}{0.1} = 300 \times 10^{-6} T = 3 \times 10^{-4} T$$

$$\xrightarrow{10^{-4} T = 1 G} B = 3 G$$

(فیزیک ۲ - مقناطیس: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

(مهم‌علی راست‌پیمان)

گزینه «۲» - ۷۳

بر ذره باردار نیروهای وزن و مغناطیسی وارد می‌شود. بنابراین، برای تعیین اندازه نیروی مغناطیسی ابتدا، اندازه نیروی وزن را می‌یابیم.

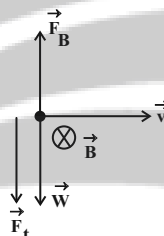
$$W = mg \xrightarrow{m=0.4g=0.4 \times 10^{-3} kg}$$

$$W = 0.4 \times 10^{-3} \times 10 = 4 \times 10^{-3} N$$

چون اندازه نیروی وزن  $W = 4 \times 10^{-3} N$  و اندازه نیروی

خالص  $F_t = 3 \times 10^{-3} N$  و آن هم رو به پایین است و  $W > F_t$

می‌باشد، لذا باید جهت نیروی مغناطیسی به طرف بالا باشد. بنابراین، داریم:



$$F_t = W - F_B \Rightarrow 3 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} - F_B \Rightarrow F_B = 10^{-3} N$$

در آخر، با داشتن  $q$ ،  $v$ ،  $F_B$  و  $\theta$  به صورت زیر  $B$  را می‌یابیم:

$$F_B = |q| v B \sin \theta \xrightarrow{|q|=1 \mu C = 1 \times 10^{-6} C, v=10^5 \frac{m}{s}, F_B=10^{-3} N, \theta=90^\circ}$$

$$10^{-3} = 1 \times 10^{-6} \times 10^5 \times B \times \sin 90^\circ$$

$$10^{-3} = 10^{-1} B \times 1 \Rightarrow B = 10^{-2} T \xrightarrow{1 T = 10^4 G}$$

$$B = 10^{-2} \times 10^4 = 100 G$$

(فیزیک ۲ - مقناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

(امیرامیر میرسعید)

گزینه «۴» - ۷۴

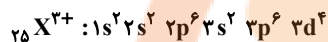
الف) درست است. میدان مغناطیسی سیم راست درون حلقه درون سو و در حال کاهش است. بنابراین، باید میدان مغناطیسی القایی ( $\vec{B}'$ ) درون حلقه هم سو با میدان مغناطیسی سیم راست و درون سو باشد تا از کاهش شار مغناطیسی جلوگیری کند. بنابراین، جریان القایی ( $I'$ ) در حلقه ساعتگرد است یا، می‌توان گفت، چون جریان سیم راست در حال کاهش است، باید جریان در حلقه هم سو با آن باشد.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ تعداد الکترون‌های با  $I=0$  برابر ۸ و تعداد الکترون‌های با  $I=2$  برابر ۵ است که داریم:

$$\frac{\text{تعداد الکترون‌های با } I=0}{\text{تعداد الکترون‌های با } I=2} = \frac{8}{5} = 1.6$$

ب) نادرست؛ آخرین زیرلایه  $3d^4$  می‌باشد که دارای  $\begin{cases} n=3 \\ l=2 \end{cases}$  است.



ب) نادرست؛ عنصر X در دوره ۴ جدول تناوبی قرار دارد که با عنصر K ۱۹ هم‌دوره است. چون K نیز در دوره چهارم جدول تناوبی است ولی عنصر X در گروه ۷ جدول تناوبی و عنصر Mo ۴۲ در گروه ۶ جدول تناوبی قرار دارد؛ لذا عنصر X با Mo هم‌گروه نیست.

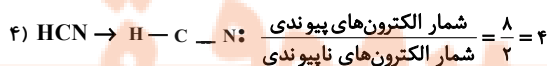
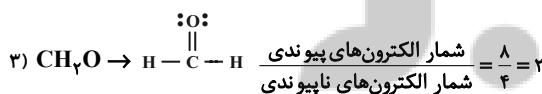
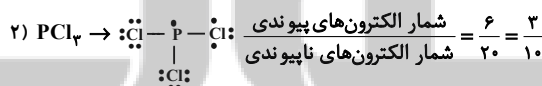
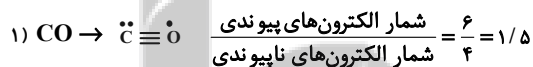
ت) نادرست؛ بیرونی‌ترین زیرلایه:  $\begin{cases} n=4 \\ l=0 \end{cases}$   $4s^2 \rightarrow$

$$e^- \text{ تعداد } n+1 \\ 2 \times (4+0) = 8$$

(شیمی ۱-کیهان زاگله الغبای هستی، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

(امیرمسین مسلمی)

۷۶- گزینه «۴»



همان‌طور که می‌بینیم نسبت به دست آمده در HCN ۲ برابر نسبت به دست آمده در  $SO_2$  است.

(شیمی ۱-رپای گازه در زندگی، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

شیمی

۷۶- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

چون فراوانی دو ایزوتوپ به صورت درصد داده شده و درصد فراوانی ایزوتوپ  $^{12}X$  برابر ۳۰ است، پس درصد فراوانی ایزوتوپ دیگر برابر  $100 - 30 = 70$  است.

$$\bar{M} = \frac{m_1 f_1 + m_2 f_2}{f_1 + f_2} = \frac{(12 \times 30) + (13 \times 70)}{100} = 12.7$$

$$\frac{13X \text{ اتم}}{1 \text{ mol } 13X} \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{13 \text{ g } 13X} \times \frac{1 \text{ mol } 13X}{95 \text{ g}} = 1.95$$

$$13X \text{ اتم} = 9.03 \times 10^{22}$$

(شیمی ۱-کیهان زاگله الغبای هستی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

(ممد عظیمیان زواره)

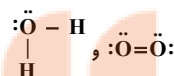
۷۷- گزینه «۴»

از عنصر Cu ۲۹ تا Kr ۳۶ (دوره چهارم) هر عنصر دارای ۱۰ الکترون با  $I=2$  می‌باشد. علاوه بر آن دو عنصر با عدد اتمی ۳۷ و ۳۸ نیز هر کدام دارای ۱۰ الکترون با  $I=2$  هستند و این دو عنصر در دوره پنجم جدول دوره‌ای قرار دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به فرمول شیمیایی آن‌ها ( $Mg_3N_2$  و  $Al_2O_3$ ) در هر واحد فرمولی از این ترکیب‌ها، ۵ یون وجود دارد.

گزینه «۲»: ساختار لوویس این مواد به صورت زیر است:



گزینه «۳»: اتم X، همان اتم He است که تنها دارای الکترون‌هایی با  $I=0$  (s) است.

(شیمی ۱، کیهان زاگله الغبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۱)

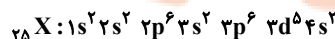
(امیرمسین مسلمی)

۷۸- گزینه «۳»

ابتدا عدد اتمی عنصر X را تعیین می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} n - e = 8 \xrightarrow{e=p-3} \\ n + p = 55 \end{array} \right\} \begin{array}{l} n - p = 5 \\ n + p = 55 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} p = 25 \\ n = 30 \end{array}$$

آرایش الکترونی عنصر:



دوره = ۴، گروه = ۷



(سینا رحمانی تبار)

۸۲- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ هیدروژن و نیتروژن به صورت گاز به محفظه واکنش بازگردانده می‌شود.

ب) درست؛ از آن جایی که در فرایند هابر پس از سرد کردن مخلوط آمونیاک خارج می‌شود، یعنی زودتر مایع می‌گردد، نقطه جوش آن از دیگر اجزا بالاتر است.

پ) درست؛

$$\left. \begin{array}{l} 21\% = \text{درصد اکسیژن در هوا} \\ 5\% = \text{درصد اکسیژن در } N_2 \text{ ناخالص} \end{array} \right\} \Rightarrow 21 - 5 = 16\%$$

ت) نادرست؛ از فلز آهن به عنوان کاتالیزگر در فرایند هابر استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(امیر شامیان)

۸۳- گزینه «۴»

ابتدا حجم ۱۰۰ گرم آب دریاچه را محاسبه می‌کنیم. هر مقداری به دست آید، همان مقدار آب رودخانه به آن اضافه شده است.

$$100 \text{ g آب دریاچه} \times \frac{1 \text{ mL آب دریاچه}}{2 \text{ g آب دریاچه}} = 50 \text{ mL آب دریاچه}$$

حال جرم ۵۰ mL آب رودخانه را محاسبه می‌کنیم:

$$50 \text{ mL آب رودخانه} \times \frac{1 \text{ g آب رودخانه}}{1 \text{ mL آب رودخانه}} = 55 \text{ g آب رودخانه}$$

$$100 = \frac{\text{جرم NaCl}}{\text{جرم محلول جدید}} \times 100$$

$$= \frac{0.008}{100 + 55} \times 100 = 5.1 \times 10^{-3}$$

$$\text{ppm} = 5.1 \times 10^{-3} \times 10^4 = 51 \text{ ppm}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۵ تا ۹۸)

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

۸۴- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»؛ پس از برقراری تعادل در فرایند اسمز، همچنان تبادل آب بین دو طرف غشا برقرار است اما چون تعداد مولکول‌های آب منتقل شده از هر طرف به طرف دیگر یکسان است، در ظاهر فرایند متوقف می‌شود.

(امیرعلی برغورداریون)

۸۰- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»؛ در شرایط یکسان، نسبت چگالی به جرم مولی گازها یکسان است. بدین ترتیب  $CO_2$  از  $CO$  چگالی بیش‌تری دارد.

گزینه «۲»؛ در هنگام سوختن گرد آهن، نور سفید آزاد نمی‌شود بلکه نور نارنجی رنگ پدید می‌آید.

گزینه «۳»؛ فرآورده آلی این واکنش محلول در آب است نه مایع!

(شیمی ۱، ردپای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۰ و ۸۱ تا ۸۴)

(امیر شامیان)

۸۱- گزینه «۴»

دما و حجم چهار ظرف با هم برابر است. در نتیجه هر چه تعداد ذره یا مول گاز درون ظرف بیشتر باشد، تعداد برخوردهای ذره‌ها با دیواره ظرف بیشتر شده و فشار افزایش می‌یابد. پس ابتدا تعداد مول‌های گازی موجود در هر ظرف را محاسبه می‌کنیم.

$$A \text{ ظرف: } 8 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} = 0.25 \text{ mol } O_2$$

$$B \text{ ظرف: } 16 \text{ g } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} = 1 \text{ mol } CH_4$$

$$C \text{ ظرف: } 22 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} = 0.5 \text{ mol } CO_2$$

$$D \text{ ظرف: } 3 \text{ g } He \times \frac{1 \text{ mol } He}{4 \text{ g } He} = 0.75 \text{ mol } He$$

گزینه «۱»؛  $B > D > C > A$ ؛ فشار درون ۴ ظرف

گزینه «۲»؛ ۲۴ گرم گاز  $O_2$  برابر ۰.۷۵ مول است.

$$24 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} = 0.75 \text{ mol}$$

$$0.25 \text{ mol } O_2 + 0.75 \text{ mol } O_2 = 1 \text{ mol } O_2$$

برابر با مول ظرف B اضافه شده موجود در ظرف

گزینه «۳»؛

$$\frac{P_C}{n_C} = \frac{P_D}{n_D} \rightarrow \frac{P_D}{P_C} = \frac{n_D}{n_C} = \frac{0.75}{0.5} = 1.5$$

$$\frac{1}{5} P_1 - P_1 \times 100 = 50\%$$

گزینه «۴»؛

$$A \text{ ظرف: } 0.25 \text{ mol } O_2 \times \frac{2 \text{ atm}}{1 \text{ mol } O_2} = 0.5 \text{ atm}$$

$$C \text{ ظرف: } 0.5 \text{ mol } CO_2 \times \frac{3 \text{ atm}}{1 \text{ mol } CO_2} = 1.5 \text{ atm}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

(ایمان حسین نژاد)

۸۷- گزینه «۱»

طبق قانون آووگادرو در شرایط یکسان از نظر دما و فشار یک مول از گازهای مختلف حجم برابری دارند، پس می‌توانیم به جای نسبت حجمی گازهای تولیدی در دو واکنش نسبت مولی آن‌ها را به کار ببریم. جرم اولیه منیزیم کربنات و کلسیم کربنات را  $m$  در نظر می‌گیریم.

$$? \text{ mol CO}_2 \text{ (I)} = m \text{ g CaCO}_3 \times \frac{50}{100} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{R_I}{100}$$

$$? \text{ mol CO}_2 \text{ (II)} = m \text{ g MgCO}_3 \times \frac{24}{100} \times \frac{1 \text{ mol MgCO}_3}{84 \text{ g MgCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol MgCO}_3} \times \frac{R_{II}}{100}$$

$$\text{mol CO}_2 \text{ (I)} = \text{mol CO}_2 \text{ (II)}$$

$$\Rightarrow m \times \frac{50}{100} \times \frac{1}{100} \times \frac{R_I}{100} = m \times \frac{24}{100} \times \frac{1}{84} \times \frac{R_{II}}{100}$$

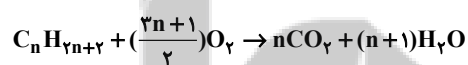
$$\frac{R_I}{R_{II}} = \frac{100 \times 24}{50 \times 84} = 0.6$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

(سینا رحمانی تبار)

۸۸- گزینه «۳»

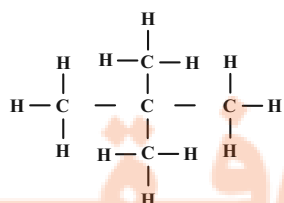
ابتدا واکنش سوختن کامل آلکان‌ها را می‌نویسیم.



$$\Rightarrow \frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم اولیه هیدروکربن}} = \frac{18(n+1)}{14n+2} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = 5$$

آلکان مورد نظر دارای ۵ کربن در ساختار خود می‌باشد. با توجه به گزینه‌ها.

پاسخ ۲ و ۲- دی متیل پروپان خواهد بود.



$$\frac{\text{تعداد پیوندهای (C-H)}}{\text{تعداد پیوندهای (C-C)}} = \frac{12}{4} = 3$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

گزینه «۲»: غشای نیمه‌تراوا علاوه بر آب، اجازه عبور برخی مولکول‌های کوچک دیگر و یون‌ها را نیز می‌دهد.

گزینه «۳»: از کاربردهای اسمز معکوس، تهیه آب شیرین از آب شور است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(امیر هاتمیان)

۸۵- گزینه «۳»

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) چون شیب معادله انحلال‌پذیری برحسب دما منفی است، با افزایش دما انحلال‌پذیری کاهش می‌یابد.

(ب) طبق معادله انحلال‌پذیری داریم:

$$\theta = 10^\circ C \rightarrow S = 38 - 0.2 \times 10 = 36$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{36}{100 + 36} \times 100 \approx 26.5\%$$

(پ) طبق معادله انحلال‌پذیری داریم:

$$\theta = 20 \rightarrow S = 38 - 0.2 \times 20 = 34$$

یعنی در ۱۰۰ گرم حلال حداکثر می‌توانیم ۳۴ گرم حل‌شونده از این نمک اضافه کنیم، در حالی که در عبارت گفته شده ۳۲ گرم از این نمک را حل کرده‌ایم که محلول سیرنشده می‌باشد.

(ت) با سرد کردن محلول (کاهش دما) انحلال‌پذیری (S) افزایش می‌یابد و نمک ته‌نشین نمی‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(امیرمسین مسلمی)

۸۶- گزینه «۳»

موارد (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت:

(الف) درست؛ در دمای اتاق گاز فلوئور ( $F_2$ ) به سرعت و گاز کلر ( $Cl_2$ ) به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

(ب) نادرست؛ در یک گروه از بالا به پایین با افزایش تعداد لایه‌های الکترونی شعاع اتمی افزایش می‌یابد. از طرفی افزایش شعاع در گروه‌های فلزی بیشتر از گروه‌های نافلزی است. پس اختلاف شعاع اتمی دو عنصر  $F$  و  $Cl$  کمتر از این اختلاف در عنصرهای  $Li$  و  $Na$  است.

(پ) نادرست؛  $Se$  (سلنیم) نخستین عنصر نارسای این تناوب است.

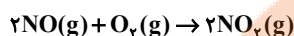
(ت) نادرست؛  $Cr$  ۲۴ در زیرلایه  $4s$  خود یک الکترون داشته ولی دارای ۶ الکترون ظرفیتی است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۷، ۸ و ۱۳ تا ۱۶)

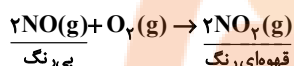
(سینا رحمانی تبار)

۹۱- گزینه «۱»

معادله واکنش گاز نیتروژن مونوکسید (NO) و گاز اکسیژن (O<sub>۲</sub>) به صورت زیر است:



گزینه «۱»: ضریب استوکیومتری NO دو برابر ضریب استوکیومتری O<sub>۲</sub> است. نمودار گاز قهوه‌ای رنگ NO<sub>۲</sub> برابر a، نمودار O<sub>۲</sub> برابر c و نمودار NO برابر b می‌باشد.



گزینه «۲»: از آنجا که ضریب استوکیومتری O<sub>۲</sub> نصف NO<sub>۲</sub> است، بنابراین سرعت مصرف O<sub>۲</sub> نصف سرعت تولید NO<sub>۲</sub> است.

$$\frac{\bar{R}_{\text{O}_2}}{\bar{R}_{\text{NO}_2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{1}{2} \bar{R}_{\text{NO}_2}$$

گزینه «۳»: در بازه زمانی ۳ تا ۷ ساعت سرعت مصرف گاز NO با سرعت تولید گاز NO<sub>۲</sub> برابر است. چون میزان تغییرات آن‌ها یکسان بوده و ضریب هر ۲ ماده با هم برابر است.

گزینه «۴»: با توجه به نمودار، طی ۱۴ ساعت ۰/۰۴ مول NO<sub>۲</sub> تولید شده است که از این مقدار ۰/۰۲ آن طی ۳ ساعت اول تولید شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در ۳ ساعت اول نیمی از NO<sub>۲</sub> تشکیل شده است. (شیمی ۲- در پی‌غزای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

(ایمان حسین‌نژاد)

۹۲- گزینه «۱»

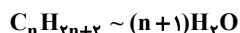
فقط مورد (ب) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ جرم مولی و شمار اتم‌های سازنده درشت مولکول‌ها بسیار زیاد است.

(ب) نادرست؛ پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده در واکنش‌های شیمیایی شرکت نمی‌کنند و تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارند. از این رو پوشاک و پوشش‌های تهیه شده از این مواد در طبیعت تجزیه نمی‌شوند.

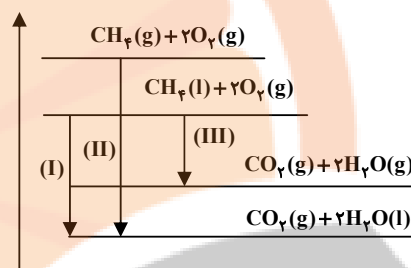
(پ) درست؛ فرمول مولکولی آلکان‌ها و الکل‌های یک عاملی سیرشده به صورت C<sub>n</sub>H<sub>۲n+۲</sub>O و C<sub>n</sub>H<sub>۲n+۲</sub>O است. پس شمار مول‌های H<sub>۲</sub>O تولید شده از سوختن یک مول از هر دو یکسان و برابر n+۱ است.



(امیر ماتمیان)

۸۹- گزینه «۴»

در واکنش‌های گرماده هر چه اختلاف انرژی فرآورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها بیشتر باشد، مقدار گرمای آزاد شده بیشتر خواهد بود. همان‌طور که در معادله واکنش‌های داده شده مشاهده می‌شود تفاوت واکنش‌ها در حالت فیزیکی CH<sub>۴</sub> و H<sub>۲</sub>O است. با رسم نمودار انرژی اختلاف انرژی فرآورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها را مقایسه می‌کنیم:



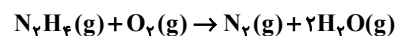
مقایسه مقدار گرمای آزاد شده Q: (II) > (I) > (III)

(شیمی ۲- در پی‌غزای سالم: صفحه ۶۲)

(امیرحسین مسلمی)

۹۰- گزینه «۱»

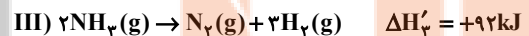
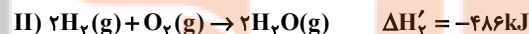
ابتدا آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:



(۱) واکنش I را معکوس می‌کنیم.

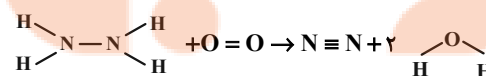
(۲) معادله واکنش (II) بدون تغییر.

(۳) معادله واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم.



$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 + \Delta H'_3 = -183 - 486 + 92 = -577 \text{ kJ}$$

فرمول ساختاری مولکول‌های موجود در معادله واکنش:



$$\Delta H_{\text{کل}} = [4\Delta H_{\text{N-H}} + \Delta H_{\text{N-N}} + \Delta H_{\text{O=O}}]$$

$$-577 = [4\Delta H_{\text{N-H}} + \Delta H_{\text{N-N}} + 495]$$

$$-577 = [4\Delta H_{\text{N-H}} + 162 + 495]$$

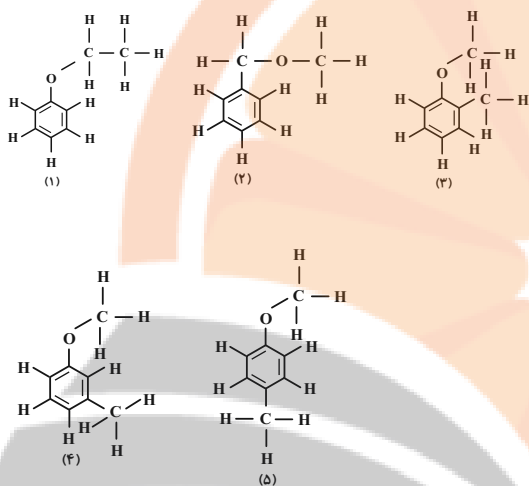
$$\Delta H_{\text{N-H}} = 390 / 4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی‌غزای سالم: صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۷۲ تا ۷۴)

(امیر ماثمیان)

۹۵- گزینه «۳»

در ترکیب مورد نظر اکسیژن نباید به هیدروژن متصل باشد تا پیوند هیدروژنی تشکیل ندهد. همچنین ۶ کربن در حلقه بنزنی قرار می‌گیرند و ۲ کربن باقی‌مانده است.



(شیمی ۲- ترکیبی، صفحه‌های ۳۲ و ۶۸ تا ۷۰)

(ایمان حسین‌نژاد)

۹۶- گزینه «۲»

صابون جامد از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی (مانند: روغن زیتون، نارگیل و ...) یا جانوری (مانند: دنبه) با سدیم هیدروکسید تهیه می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

(امیرمسین مسلمی)

۹۷- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

(الف) ثابت یونش یک اسید فقط به دما وابسته است و با تغییر  $\alpha$  در دمای ثابت نمی‌توان مقدار آن را تغییر داد.

(ب) با افزایش شعاع اتمی هالوژن‌ها، قدرت اسیدی ترکیب هیدروژن‌دار آن بیشتر می‌شود.

(پ) گل ادریسی در محیط‌های اسیدی به رنگ آبی و در محیط‌های بازی به رنگ سرخ یا صورتی رشد می‌کند.

$$[H^+] = 2 \times 10^{-4} \rightarrow pH = -\log(2 \times 10^{-4})$$

$$= -(\log 2 + \log 10^{-4}) = -(0.3 - 4) = 3.7$$

محیط اسیدی بوده و رنگ گل ادریسی آبی است.

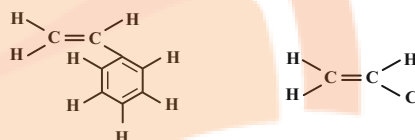
(ت) نادرست؛ زیرا نیروهای بین مولکولی در آب مایع از پرویان گازی قوی‌تر است. میان مولکول‌های آب برخلاف مولکول‌های پرویان، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر، صفحه‌های ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۱۰ و ۱۱۱)

(امیرمسین مسلمی)

۹۳- گزینه «۲»

بررسی گزینه «۱»: درست



تعداد  $H = 3$       تعداد پیوند دوگانه = ۴

بررسی گزینه «۲»: نادرست

فرمول مولکولی اتانول:  $C_2H_5OH$  یا  $C_2H_6O$

فرمول اتیل متیل اتر:  $C_3H_8O$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر، صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۵، ۱۰۹ و ۱۱۹)

(امیر ماثمیان)

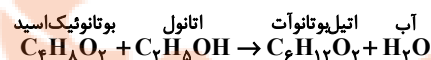
۹۴- گزینه «۴»

فرمول مولکولی عمومی کربوکسیلیک اسیدها با گروه آلکیل سیر شده به صورت  $C_nH_{2n}O_2$  است و ابتدا باید فرمول این کربوکسیلیک اسید را بیابیم.

$$\frac{(2 \times \text{تعداد } O + 1 \times \text{تعداد } H + 4 \times \text{تعداد } C)}{2} = \text{تعداد پیوند اشتراکی}$$

$$14 = \frac{fn + 2n + 2 \times 2}{2} \Rightarrow 28 = fn + 4 \Rightarrow n = \frac{24}{6} = 4$$

کربوکسیلیک اسید مورد نظر بوتانوئیک اسید ( $C_4H_8O_2$ ) است. مطابق واکنش استری شدن:



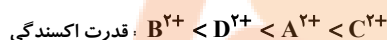
$$? g C_6H_{12}O_2 = 22 g C_4H_8O_2 \times \frac{116}{100}$$

$$= \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_2}{116 g C_6H_{12}O_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_8O_2}{88 g C_4H_8O_2} \times 22 g C_4H_8O_2 = 23 / 2 g$$

اتیل بوتانوآت در ساختار آناناس وجود دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر، صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

الف) درست؛ هر چه تغییر دمای محلول بیشتر باشد واکنش پذیری فلز قرار داده شده در محلول بیشتر است و اگر دمای محلول تغییر نکند یعنی واکنش انجام نگرفته است و قدرت کاهندگی آن فلز کمتر از فلز مس است.  
ب) نادرست؛ طبق مقایسه قدرت کاهندگی چون کاهندگی فلز B بیشتر از کاهندگی فلز D است، لذا فلز B با یون های  $D^{2+}$  واکنش می دهد و ظرف فلزی B برای نگهداری یون های  $D^{2+}$  مناسب نیست.  
پ) درست؛ طبق مقایسه انجام گرفته داریم:

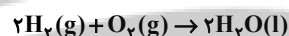


ت) درست؛ از آن جایی که واکنش پذیری A از C بیشتر است، لذا فلز A می تواند فلز C را از محلول  $C(NO_3)_2$  آزاد کند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۴۳)

۱۰۰- گزینه «۳» (امیر هاتمیان)

معادله کلی واکنش انجام شده در سلول سوختی که در آن به ازای مصرف هر مول  $O_2$ ، ۴ مول  $e^-$  مبادله می شود، به صورت زیر است:



$$e^- \text{ تعداد} = 224L O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4L O_2} \times \frac{4 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } O_2} = 40 \text{ mol } e^-$$

$$? g H_2O = 224L O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4L O_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$\times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 360 g H_2O$$

در سلول مورد نظر ۳۶۰ گرم آب تولید شده است. برای تهیه یک نمونه ۱۰۰ گرمی از محلول ۲۰٪ جرمی پتاسیم کلرید باید ۸۰ گرم آب خالص را با ۲۰ گرم از این نمک مخلوط کنیم. بر این اساس داریم:

$$? g \text{ محلول} = 360 g H_2O \times \frac{100 g \text{ محلول}}{80 g H_2O} = 450 g$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۵۰ تا ۵۳)

۱۰۱- گزینه «۴» (امیر هاتمیان)

لایه ای بودن ساختار گرافیت (۲ بعدی بودن ساختار) عامل نرم بودن این ماده است.

بررسی سایر گزینه ها:

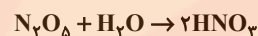
۱) درست؛ در ساختار الماس هر اتم کربن با ۴ پیوند کووالانسی یگانه به ۴ کربن دیگر متصل است و در ساختار گرافیت هر اتم کربن با ۳ پیوند کووالانسی (یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه) به ۳ کربن دیگر متصل است.

ت) شیر منیزی یکی از رایج ترین ضد اسیدها بوده و شامل منیزیم هیدروکسید است.

ث) PH محلول پتاسیم هیدروکسید برابر ۱۳ و PH محلول HCl برابر ۲/۷ است. محلول HF نیز خاصیت اسیدی دارد و فاصله PH آن با HCl کمتر از KOH است.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی؛ صفحه های ۱۴ تا ۲۴ و ۳۱)

۹۸- گزینه «۴» (امیر هاتمیان)



ابتدا مقدار مول KOH وارد شده به محلول را به دست می آوریم:

$$? \text{ mol KOH} = 224 \text{ mg KOH} \times \frac{1 \text{ g KOH}}{1000 \text{ mg KOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol KOH}}{56 \text{ g KOH}} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol KOH}$$

$$pH = 10 \rightarrow [H_3O^+] = 10^{-10} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\rightarrow [OH^-] = 10^{-4} \frac{\text{mol}}{L} = [KOH]_{\text{باقی مانده}}$$

$$[KOH]_{\text{مصرفی}} - [KOH]_{\text{اولیه}} = [KOH]_{\text{باقی مانده}}$$

$$\Rightarrow 10^{-4} = \frac{4 \times 10^{-3}}{4L} - x \Rightarrow x = 10^{-3} - 10^{-4}$$

$$= 10^{-3} \times \left(\frac{10-1}{10}\right) = 9 \times 10^{-4}$$

مقدار KOH مصرفی برابر  $9 \times 10^{-4}$  مولار بوده و توسط نیتریک اسید حاصل از انحلال  $N_2O_5$  خنثی شده است. بنابراین داریم:

$$\text{mol HNO}_3 \sim \text{mol KOH مصرفی} = 9 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{L} \times 4L$$

$$= 36 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

هر مول  $N_2O_5$ ، ۲ مول  $HNO_3$  تولید می کند. پس مول  $N_2O_5$  برابر است با  $18 \times 10^{-4} \text{ mol}$

$$? g N_2O_5 = 18 \times 10^{-4} \text{ mol } N_2O_5 \times \frac{108 g N_2O_5}{1 \text{ mol } N_2O_5}$$

$$= 0/1944 g N_2O_5$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی؛ صفحه های ۲۸، ۲۹، ۳۵ و ۳۶)

۹۹- گزینه «۳» (ایمان مسین نزار)

موارد الف)، ب) و ت) درست است.

بررسی عبارت ها:

$$\text{قدرت کاهندگی} \quad B > D > A > C$$

$$\text{قدرت اکسندگی} \quad B^{2+} < D^{2+} < A^{2+} < C^{2+}$$

۲) درست؛ مطابق شکل صفحه ۶۹

۳) درست؛ الماس یک جامد کووالانسی سه بعدی است و گرافیت ساختار ۲ بعدی دارد.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری، صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

۱۰۲- گزینه «۳»

(سینا رحمانی تبار)

موارد (الف)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ در برخی از ترکیب‌های یونی دوتایی مانند  $\text{CaBr}_2$  و  $\text{AlF}_3$  و ... بار یک آنیون موجود در شبکه بلوری با بار یک کاتیون شبکه برابر نیست.

(ب) درست؛ آنتالپی فروپاشی شبکه بلور با بار یون‌ها رابطه مستقیم و با شعاع یون‌ها رابطه عکس دارد.

$\text{LiCl} > \text{KF} > \text{NaCl}$

(پ) نادرست؛ جامدهای یونی شکننده‌اند در حالی که جامدهای فلزی شکننده نیستند.

(ت) نادرست؛ پروپان و دی‌اتیل اتر جرم مولی برابر ندارند.  
 $\text{C}_3\text{H}_8$  جرم مولی =  $\frac{44 \text{ g}}{\text{mol}}$   
 $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}$  جرم مولی =  $\frac{74 \text{ g}}{\text{mol}}$

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰ و ۸۲)

۱۰۳- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

همه عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ انرژی پیوند  $\text{A}-\text{C}$  بیشتر از مقدار  $\text{a}$  و  $\text{b}$  خواهد بود.

(ب) نادرست؛ استفاده از کاتالیزگر مناسب  $E_a$  و  $E'_a$  را به یک میزان (نه به یک نسبت) کاهش می‌دهد.

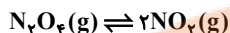
(پ) نادرست؛  $E_a$  به اندازه  $\text{a}$  کیلوژول از  $E'_a$  بیشتر است.

(ت) نادرست؛ ترکیب  $\text{BC}$  ناپایدارتر بوده (به دلیل سطح انرژی بالاتر) پس واکنش‌پذیری بیشتری دارد و واکنش‌پذیری  $\text{B}$  از  $\text{A}$  بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۹۳ و ۹۵)

۱۰۴- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)



مول اولیه	۱۰	۰
تغییرات مولی	-x	+2x
مول تعادلی	۱۰-x	2x

مجموع مول‌های گازی:  $10 - x + 2x = 15 \rightarrow 10 + x = 15 \rightarrow x = 5$

$$K = \frac{(\frac{2 \times 5}{2/5})^2}{(\frac{10-5}{2/5})^1} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{در لحظه تعادل} \frac{[\text{N}_2\text{O}_4]}{[\text{NO}_2]} = \frac{\text{mol N}_2\text{O}_4}{\text{mol NO}_2} = \frac{5}{10} = 0.5$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

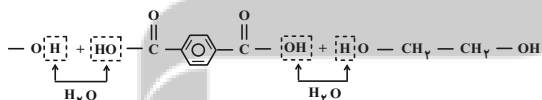
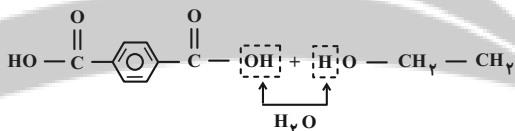
۱۰۵- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

موارد (الف)، (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

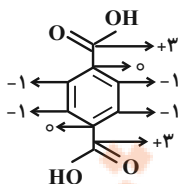
(الف) شکل درست.



از اسیدها  $\text{OH}$  برمی‌داریم و از الکل‌ها  $\text{H}$  برمی‌داریم. مطابق شکل بالا ۳ مولکول  $\text{H}_2\text{O}$  آزاد می‌شود.

(ب) شکل درست؛ پتاسیم پرمنگنات نقش اکسنده را دارد.

(پ) شکل درست؛



$+2 =$  مجموع عددهای اکسایش کربن‌ها

(ت) درست

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)