

فصل ۱: حرکت بر خط راست

صفحه ۲ و ۳ کتاب درسی

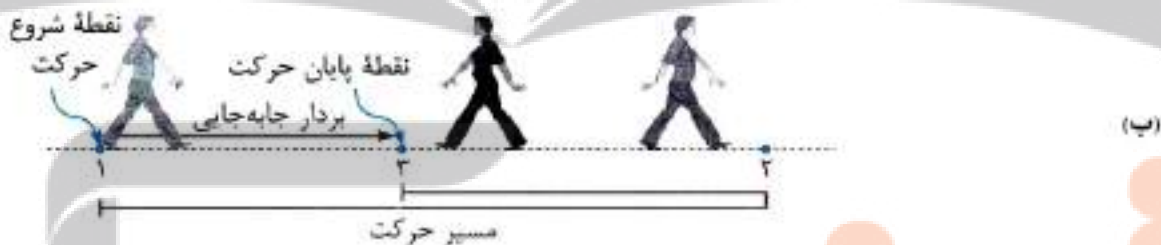
پرسش (۱-۱)

۱ شکل الف شخصی را در حال پیاده‌روی در راستای خط راست و بدون تغییر جهت، از مکان ۱ به مکان ۲ نشان می‌دهد. مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه‌جایی را با مسافت مقایسه کنید.



اندازه بردار جابه‌جایی با طول مسیر (مسافت) برابر است زیرا شخص (متحرک) در مسیر مستقیم بدون تغییر جهت (برگشتن) حرکت کرده است.

۲ شخص پس از رسیدن به مکان ۲، برمی‌گردد و روی همان مسیر به مکان ۳ می‌رود (شکل ب). مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه‌جایی آن را با مسافت پیموده‌شده مقایسه کنید.



اندازه بردار جابه‌جایی کمتر از مسافت طی شده است زیرا شخص تغییر جهت داشته است و در همان مسیر برگشته است.

۳ شکل پ مسیر حرکت ماه به دور زمین را نشان می‌دهد. وقتی ماه در جهت نشان داده‌شده در شکل، از مکان ۱ به مکان ۲ می‌رود مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی آن را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه‌جایی آن را با مسافت پیموده‌شده مقایسه کنید.



اندازه بردار جابه‌جایی کمتر از مسافت طی شده است زیرا حرکت ماه به دور زمین روی خط راست انجام نمی‌شود و جهت حرکت آن در هر نقطه از مسیر تغییر می‌کند.

در چه صورت اندازه سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن برابر است؟ برای پاسخ خود می‌توانید به شکل‌های پرسش ۱-۱ نیز توجه کنید. اگر اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط یک متحرک با هم برابر باشد، داریم:

$$|\bar{v}_{av}| = s_{av} \Rightarrow \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{d}| = s$$

بنابراین اندازه بردار جابه‌جایی با مسافت طی‌شده باید با هم برابر باشد. یعنی متحرک باید روی مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند.

تمرین (۱-۱)

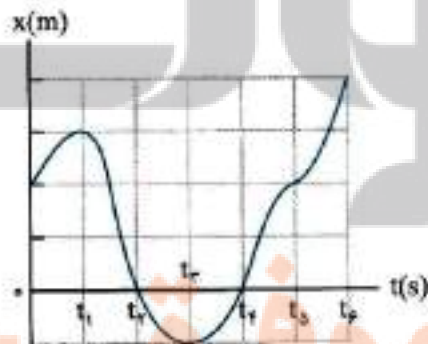
صفحه ۵ کتاب درسی

جدول زیر را کامل کنید. فرض کنید هر چهار متحرک در مدت زمان ۴/۰s فاصله بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند.

جهت حرکت	سرعت متوسط ($\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$)	بردار جابه‌جایی ($\Delta \vec{x} = (x_2 - x_1)\vec{i}$)	مکان پایانی ($x_2\vec{i}$)	مکان آغازین ($x_1\vec{i}$)	
در جهت محور X	$\frac{8/4}{4} = (2/1 \frac{m}{s})\vec{i}$	$(6/4 - (-2))\vec{i} = (8/4m)\vec{i}$	$(6/4m)\vec{i}$	$(-2/0m)\vec{i}$	متحرک A
در خلاف جهت محور X	$\frac{-5/6}{4} = (-1/4 \frac{m}{s})\vec{i}$	$(-5/6m)\vec{i}$	$(-2/5m)\vec{i}$	$((-2/5) - (-5/6))\vec{i} = (3/1m)\vec{i}$	متحرک B
در جهت محور X	$\frac{6/6}{4} = (1/6 \frac{m}{s})\vec{i}$	$(8/6 - 2)\vec{i} = (6/6m)\vec{i}$	$(8/6m)\vec{i}$	$(2/0m)\vec{i}$	متحرک C
در جهت محور X	$(2/4m/s)\vec{i}$	$(2/4)(4)\vec{i} = (9/6m)\vec{i}$	$(9/6 + (-1/4))\vec{i} = (8/2m)\vec{i}$	$(-1/4m)\vec{i}$	متحرک D

پرسش (۳-۱)

صفحه ۸ کتاب درسی



با توجه به نمودار مکان-زمان شکل روبه‌رو به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟ دو بار (در لحظه‌های t_2 و t_4)

ب) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟

در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_4 تا t_6 اندازه x (مکان متحرک) رو به افزایش است بنابراین در این بازه‌ها، متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

در بازه‌های زمانی t_2 تا t_4 و t_4 تا t_6 اندازه x (مکان متحرک) رو به کاهش است بنابراین در این بازه‌ها، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

ت) جهت حرکت چند بار تغییر کرده است؟ در چه لحظه‌هایی؟ دو بار در لحظه‌های t_2 و t_4

ث) جابه‌جایی کل در جهت محور x است یا خلاف آن؟ جابه‌جایی کل در جهت محور x است زیرا $\Delta x_T = x_6 - x_0 > 0$ است.

شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که

روی مسیری مستقیم در حال حرکت است.

الف) در کدام لحظه دوچرخه‌سوار بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟

در لحظه $t = 8s$

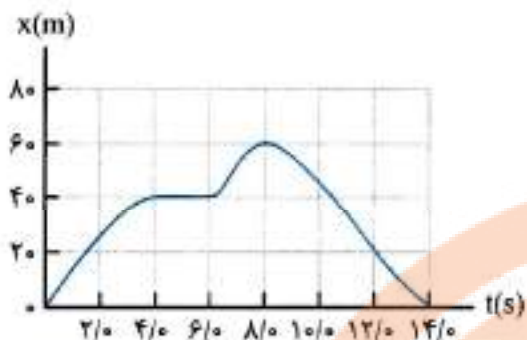
ب) در کدام بازه‌های زمانی دوچرخه‌سوار در جهت محور x حرکت می‌کند؟

در بازه‌های زمانی $0s$ تا $4s$ و $6s$ تا $8s$

پ) در کدام بازه زمانی دوچرخه‌سوار در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟ در بازه زمانی $8s$ تا $14s$

ت) در کدام بازه زمانی، دوچرخه‌سوار ساکن است؟ در بازه زمانی $4s$ تا $6s$

ث) تندی متوسط و سرعت متوسط دوچرخه‌سوار را در هر یک از بازه‌های زمانی $0s$ تا $2s$ ، $2s$ تا $4s$ ، $4s$ تا $6s$ ، $6s$ تا $8s$ و $8s$ تا $14s$ حساب کنید.



نکته

برای محاسبه مسافت طی شده در کل مسیر باید طول هر بخش از مسیر را به صورت جداگانه محاسبه کنیم.

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|20 - 0|}{2 - 0} = 10 \frac{m}{s} \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{2 - 0} = 10 \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی } 0s \text{ تا } 2s$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|40 - 40|}{6 - 4} = 0 \frac{m}{s} \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40 - 40}{6 - 4} = 0 \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی } 4s \text{ تا } 6s$$

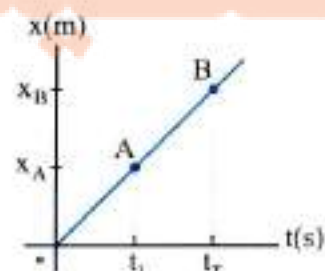
$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|40 - 20| + |40 - 40|}{8 - 2} = 5 \frac{m}{s} \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40 - 20}{8 - 2} = 5 \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی } 2s \text{ تا } 8s$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|0 - 60|}{14 - 8} = 10 \frac{m}{s} \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 60}{14 - 8} = -10 \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی } 8s \text{ تا } 14s$$

بازه زمانی $0s$ تا $14s$:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|40 - 0| + |40 - 40| + |60 - 40| + |0 - 60|}{14} = 8.57 \frac{m}{s} \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{14} = 0 \frac{m}{s}$$

از روی نمودار مکان-زمان توضیح دهید در چه صورت سرعت لحظه‌ای متحرک همواره با سرعت متوسط آن برابر است.



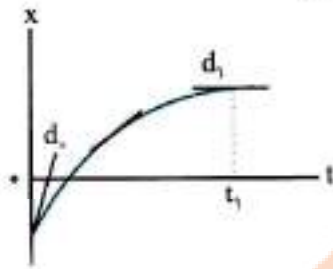
هرگاه نمودار مکان-زمان به صورت یک خط راست باشد، شیب نمودار همواره ثابت

است؛ بنابراین همواره سرعت لحظه‌ای متحرک با سرعت متوسط آن برابر است. برای

مثال نمودار مکان-زمان زیر را در نظر بگیرید. شیب خط مماس بر این نمودار در تمام

نقاط بین A و B با شیب خط عبوری از نقاط A و B (v_{av}) برابر است.

شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.



الف) از لحظه صفر تا لحظه t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

اگر در زمان‌های بین دو لحظه $t=0$ و $t=t_1$ بر نمودار مکان-زمان متحرک

مماس‌هایی رسم کنیم، می‌بینیم که با افزایش زمان، شیب خط مماس کمتر می‌شود؛

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت سرعت متحرک در حال کاهش است.

ب) اگر در لحظه t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چقدر است؟

با توجه به اینکه شیب خط موازی با محور زمان برابر صفر است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت سرعت متحرک در لحظه

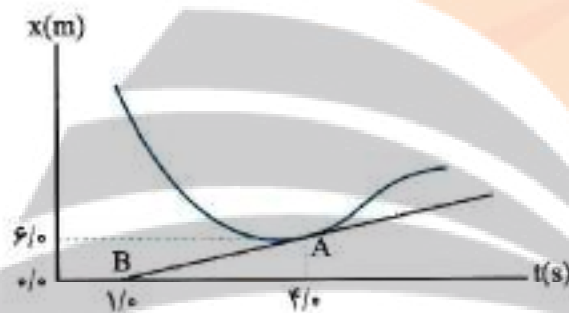
$t=t_1$ برابر با صفر است.

تمرین (۱-۳)

شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد. خط مماس

بر منحنی در لحظه $t=4/s$ رسم شده است. سرعت متحرک را در

این لحظه پیدا کنید.



شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان نشان‌دهنده سرعت

$$v = \frac{x_A - x_B}{t_A - t_B} = \frac{6 - 0.5}{4 - 1} = 2 \frac{m}{s}$$

پرستش (۱-۶)

شکل زیر نمودار سرعت-زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. جهت شتاب دوچرخه‌سوار

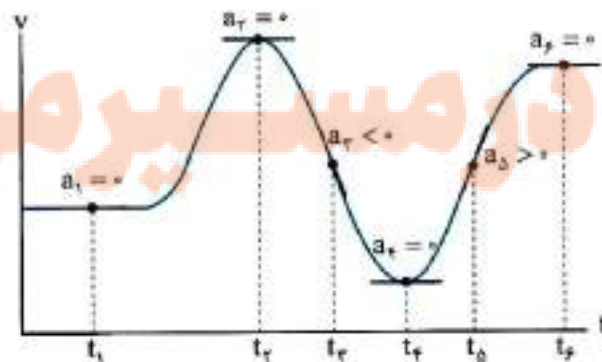
را در هر یک از لحظه‌های t_1 ، t_2 ، ... و t_6 تعیین کنید.

شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر لحظه، نشانگر شتاب لحظه‌ای است. در لحظه‌های t_1 ، t_2 ، t_3 و t_6 ،

شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ ، برابر با صفر و در نتیجه شتاب لحظه‌ای نیز برابر با صفر است. در لحظه t_3 ، شیب

خط مماس بر نمودار $v-t$ ، منفی است؛ در نتیجه شتاب لحظه‌ای منفی و در جهت منفی محور x است. در لحظه t_5 ،

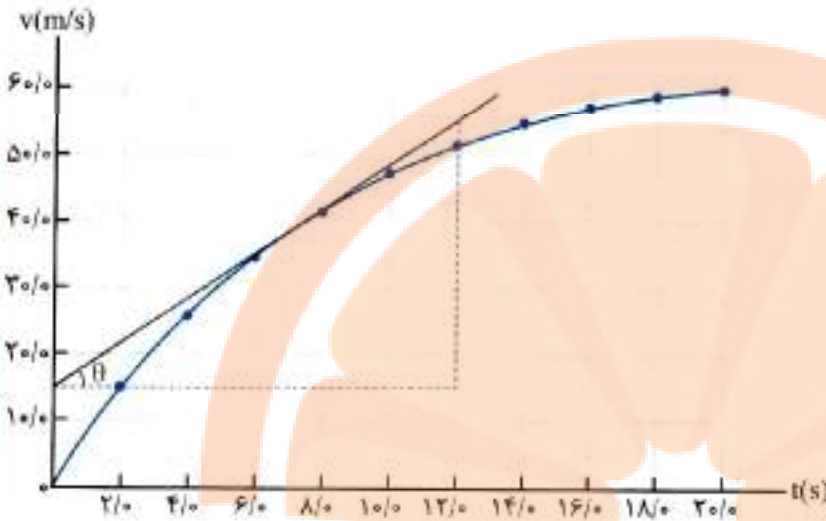
شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ ، مثبت است در نتیجه شتاب لحظه‌ای مثبت و در جهت مثبت محور x است.



تلاشی در مسیر موفقیت

نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی $0/s$ تا $20/s$ مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{60 - 0}{20 - 0} = 3 \frac{m}{s^2}$$

ب) شتاب خودرو را در لحظه $t = 8/s$ به دست آورید.

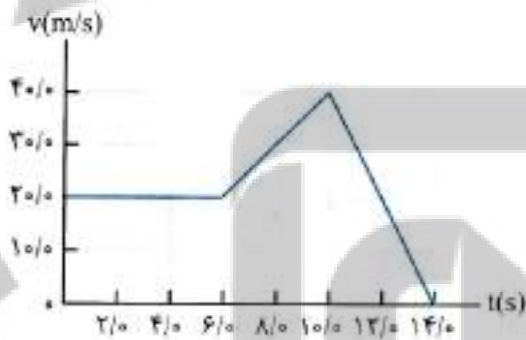
در لحظه $t = 8s$ ، خط مماس بر نمودار $v-t$ را رسم و شیب آن را محاسبه می‌کنیم.

$$a = \tan \theta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{55 - 15}{12 - 0} = 3 \frac{m}{s^2}$$

نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در

بازه زمانی صفر تا $14/s$ مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{14 - 0} = -1/42 \frac{m}{s^2}$$

ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = 2/s$ ، $t = 8/s$ و $t = 11/s$ به دست آورید.

شتاب در لحظه $t = 2s$ برابر با صفر است، زیرا شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در این لحظه صفر است. $a_2 = 0 \frac{m}{s^2}$

شتاب در لحظه $t = 8s$ برابر با شتاب متوسط در بازه زمانی $6s$ تا $11s$ است، زیرا شیب نمودار سرعت-زمان در این

بازه ثابت است.

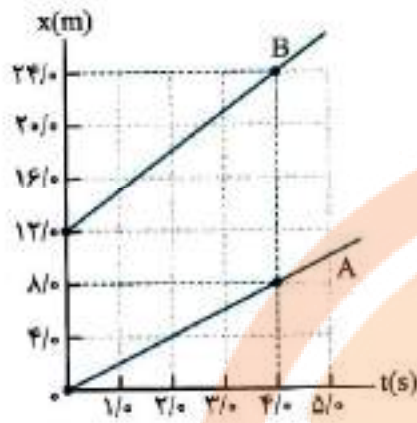
$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40 - 20}{11 - 6} = 4 \frac{m}{s^2}$$

شتاب در لحظه $t = 11s$ برابر با شتاب متوسط در بازه زمانی $11s$ تا $14s$ است، زیرا شیب نمودار سرعت-زمان در این

بازه زمانی ثابت است.

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 40}{14 - 11} = -10 \frac{m}{s^2}$$

شکل مقابل نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند. سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادله مکان-زمان آنها را بنویسید.



شیب نمودار مکان-زمان متحرک‌های A و B ثابت است، بنابراین حرکت هر دو متحرک از نوع حرکت با سرعت ثابت است و سرعت لحظه‌ای هر متحرک با سرعت متوسط آن در هر بازه زمانی برابر است.

با توجه به داده‌های نمودار و قرار دادن داده‌های یک نقطه دلخواه در معادله مکان-زمان می‌توانیم سرعت حرکت هر کدام را به دست آوریم:
برای متحرک A داریم:

$$x_0 = 0 \text{ m}, x = 8 \text{ m}, t = 4 \text{ s}$$

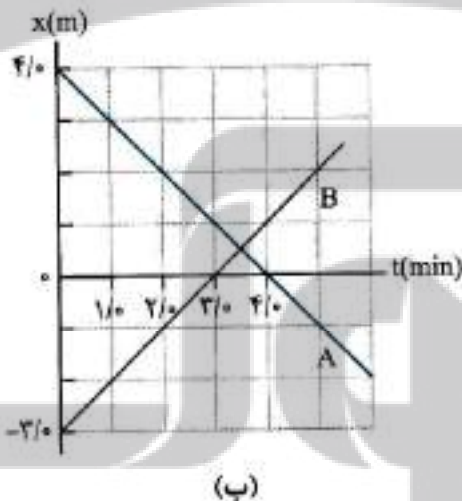
$$x = vt + x_0 \Rightarrow 8 = v(4) + 0 \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \text{معادله مکان-زمان: } x = 2t$$

$$x_0 = 12 \text{ m}, x = 24 \text{ m}, t = 4 \text{ s}$$

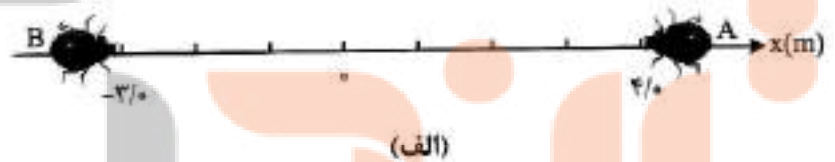
برای متحرک B داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 24 = v(4) + 12 \Rightarrow v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \text{معادله مکان-زمان: } x = 3t + 12$$

شکل الف، مکان دو کفش دوزک A و B را که در راستای محور x حرکت می‌کنند در لحظه $t = 0 \text{ s}$ نشان می‌دهد. نمودار مکان-زمان این کفش دوزک‌ها در شکل ب رسم شده است.



الف) از روی نمودار به طور تقریبی تعیین کنید کفش دوزک‌ها در چه لحظه و در چه مکانی به یکدیگر می‌رسند.



با توجه به نمودار، کفش دوزک‌ها به طور تقریبی در $t = 3/5 \text{ min}$ و $x = 0/5 \text{ m}$ به یکدیگر می‌رسند.

ب) با استفاده از معادله مکان-زمان، زمان و مکان هم‌رسی کفش دوزک‌ها را پیدا کنید.

ابتدا معادله مکان-زمان هر دو کفش دوزک را با استفاده از مختصات تقاطع نمودار با محور زمان به دست می‌آوریم.

$$x_0 = 4 \text{ m}, x = 0 \text{ m}, t = 4 \text{ min}$$

کفش دوزک A:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 0 = v(4) + 4 \Rightarrow v = -1 \frac{\text{m}}{\text{min}} \Rightarrow x_A = -t + 4$$

$$x_0 = -3 \text{ m}, x = 0 \text{ m}, t = 3 \text{ min}$$

کفش دوزک B:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 0 = v(3) - 3 \Rightarrow v = 1 \frac{\text{m}}{\text{min}} \Rightarrow x_B = t - 3$$

هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند $x_A = x_B$ خواهد بود به عبارت دیگر دو متحرک هم‌مکان می‌شوند بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -t + 4 = t - 2 \Rightarrow 2t = 7 \Rightarrow t = 3.5 \text{ min}$$

اکنون زمان به دست آمده را در یکی از معادلات مکان - زمان قرار می‌دهیم.

$$x_B = t - 2 \xrightarrow{t=3.5 \text{ min}} x_B = (3.5) - 2 = 1.5 \text{ m یا } x_A = -t + 4 \xrightarrow{t=3.5 \text{ min}} x_A = -3.5 + 4 = 0.5 \text{ m}$$

صفحة ۱۶ کتاب درسی

تمرین (۱-۸)

معادله سرعت-زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -1/8t + 2/2$ است.

الف) سرعت متحرک در لحظه $t = 4 \text{ s}$ چقدر است؟

با جایگذاری $t = 4 \text{ s}$ در معادله سرعت-زمان می‌توانیم سرعت متحرک را در آن لحظه به دست آوریم:

$$v = -1/8t + 2/2 \xrightarrow{t=4} v = -1/8(4) + 2/2 = -0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) سرعت متوسط متحرک و جابه‌جایی آن در بازه زمانی صفر تا $t = 4 \text{ s}$ چقدر است؟

متحرک با شتاب ثابت حرکت نموده است زیرا معادله سرعت - زمان آن از معادله $v = at + v_0$ پیروی می‌کند. با توجه به معادله سرعت-زمان می‌توان شتاب و سرعت اولیه متحرک را محاسبه کرد:

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \\ v &= -1/8t + 2/2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -1/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای محاسبه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \xrightarrow{v_0=2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v=-0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} v_{av} = \frac{2/2 - 0.5}{2} = -1/4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -1/4 = \frac{\Delta x}{4} \Rightarrow \Delta x = -1 \text{ m}$$

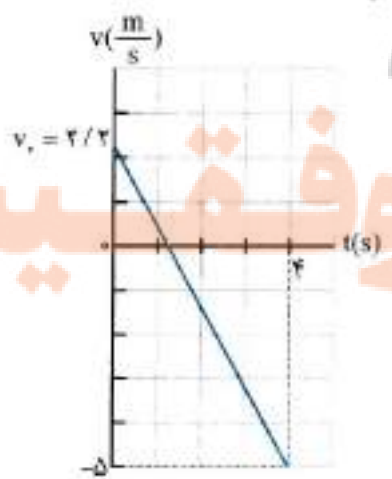
جابه‌جایی متحرک تا لحظه $t = 4 \text{ s}$ برابر است با:

پ) نمودار سرعت-زمان این متحرک را رسم کنید.

برای رسم نمودار سرعت-زمان کافی است سرعت متحرک را در دو زمان مختلف داشته باشیم.

$$t = 0 \text{ s} \Rightarrow v_0 = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

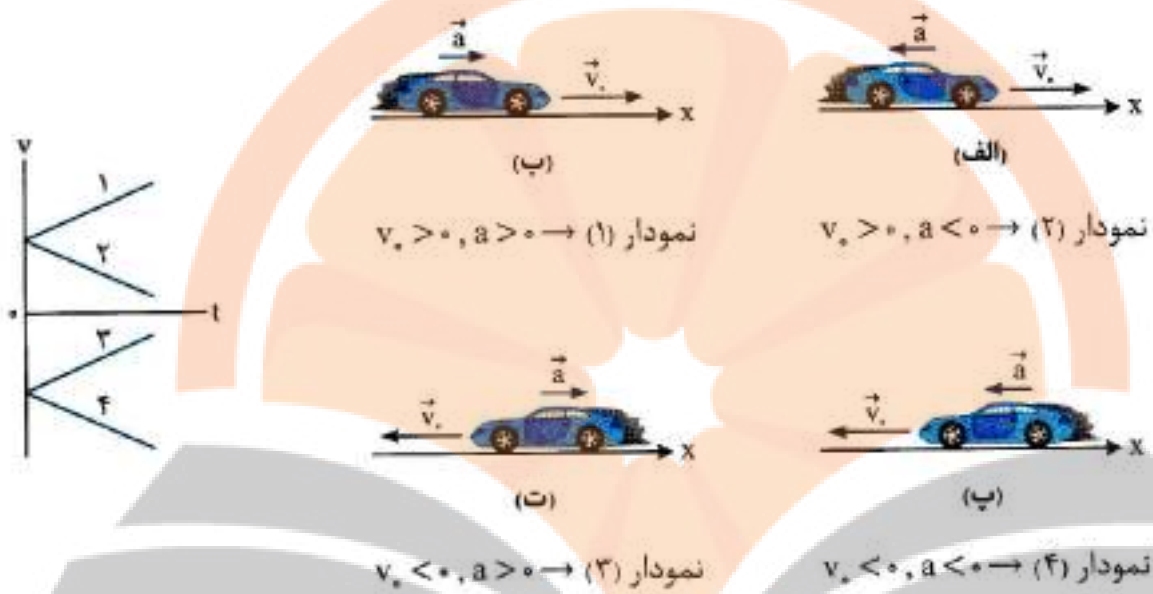
$$t = 4 \text{ s} \Rightarrow v = -0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



فیزیک

تلاشی در مسیر موفقیت

در تمامی حالت‌های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت‌اند. حرکت هر یک از خودروها، توسط کدام یک از نمودارهای $v-t$ توصیف می‌شود؟ همچنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت کندشونده) است.



هرگاه شتاب و سرعت هم‌علامت (هم‌جهت) باشند حرکت تندشونده ($av > 0$) و هرگاه مختلف‌العلامه (در خلاف جهت هم) باشند حرکت کندشونده است ($av < 0$) بنابراین حرکت خودرو در شکل‌های (ب) و (پ) تندشونده و در شکل‌های (الف) و (ت) کندشونده است.

تمرین (۱-۹)

خودرویی با سرعت $18/0 \text{ km/h}$ در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد تندی آن با شتاب $1/0 \text{ m/s}^2$ افزایش می‌یابد. سرعت خودرو پس از 300 m جابه‌جایی چقدر است؟

$$v_0 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{+2/6} \Delta \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \Delta x = 300 \text{ m}, v = ?$$

با استفاده از داده‌های مسئله و معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت، زمان لازم برای جابه‌جایی 300 متر را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 300 = \frac{1}{2} (1) t^2 + 5t \Rightarrow t^2 + 10t - 600 = 0 \Rightarrow (t + 30)(t - 20) = 0$$

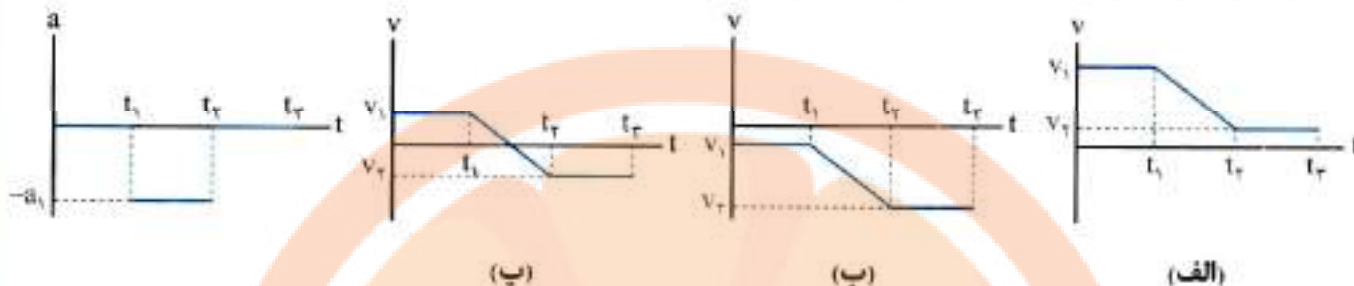
$$\Rightarrow \begin{cases} t = -30 \text{ s (غیر قابل قبول)} \\ t = 20 \text{ s (قابل قبول)} \end{cases}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت-زمان داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=20\text{s}} v = 1(20) + 5 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تلاشی در مسیر موفقیت

نمودار شتاب-زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. توضیح دهید چگونه هر یک از نمودارهای سرعت-زمان شکل‌های الف، ب و پ می‌تواند متناظر با این نمودار شتاب-زمان باشد.



همان‌طور که از نمودار شتاب-زمان پیداست، در بازه زمانی t_1 تا t_2 شتاب حرکت منفی است؛ بنابراین سرعت متحرک در این بازه زمانی کاهش می‌یابد. میزان کاهش سرعت با استفاده از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید. بنابراین:

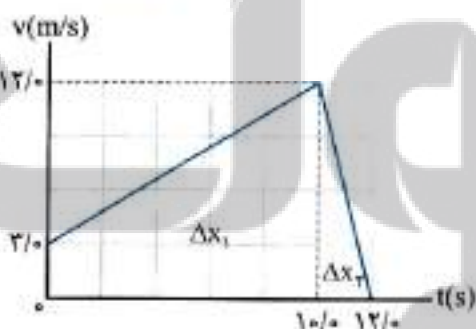
$$v_2 - v_1 = -a_1(t_2 - t_1) \Rightarrow v_2 = v_1 - a_1(t_2 - t_1)$$

۱- اگر سرعت اولیه متحرک (v_1) منفی باشد، در بازه زمانی t_1 تا t_2 از سرعت آن کاسته شده و در انتهای این بازه زمانی همچنان سرعت متحرک (v_2) منفی باقی خواهد ماند. (نمودار ب)

۲- اگر سرعت اولیه متحرک (v_1) مثبت و اندازه آن از $a_1(t_2 - t_1)$ کوچک‌تر باشد، در پایان بازه زمانی سرعت آن (v_2) منفی خواهد بود. (نمودار پ)

$$(v_2 < 0 \Rightarrow v_1 - a_1(t_2 - t_1) < 0 \Rightarrow v_1 < a_1(t_2 - t_1))$$

۳- اگر سرعت اولیه متحرک (v_1) مثبت و اندازه آن از $a_1(t_2 - t_1)$ بزرگ‌تر باشد، در پایان این بازه زمانی، علی‌رغم کاهش سرعت، سرعت آن (v_2) همچنان مثبت خواهد بود و متحرک در جهت محور x حرکت خواهد کرد. (نمودار الف)

$$(v_2 > 0 \Rightarrow v_1 - a_1(t_2 - t_1) > 0 \Rightarrow v_1 > a_1(t_2 - t_1))$$


آهویی در مسیری مستقیم در امتداد محور x می‌دود. نمودار سرعت-زمان آهو در بازه زمانی صفر تا $12/0$ مطابق شکل است. در این بازه زمانی الف) مسافت کل پیموده شده توسط آهو را به دست آورید. با توجه به اینکه آهو در مسیر مستقیم بدون تغییر جهت در حال حرکت است مسافت کل پیموده شده با جابه‌جایی متحرک برابر است. روش اول: می‌دانیم سطح زیر نمودار مکان-زمان با جابه‌جایی متحرک برابر است.

$$d = \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_{\text{مثلث}} + S_{\text{دورنگه}} = \left(\frac{3+12}{2} \times 10\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 12\right) = 75 + 12 = 87 \text{ m}$$

روش دوم: با استفاده از رابطه $\Delta x = v_{av} \Delta t$ می‌توان جابه‌جایی و در نتیجه مسافت پیموده شده را محاسبه نمود.

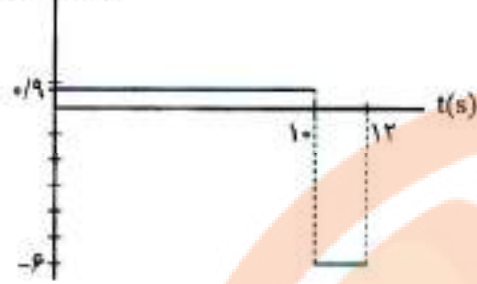
$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 \left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right) \Delta t = \left(\frac{3+12}{2}\right)(10) = 75 \text{ m} \\ \Delta x_2 &= v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta x_2 \left(\frac{v_2 + v_1}{2}\right) \Delta t = \left(\frac{0+12}{2}\right)(2) = 12 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 75 + 12 = 87 \text{ m}$$

در مسیر مستقیم به شرطی که متحرک تغییر جهت ندهد جابه جایی با مسافت طی شده برابر است؛ بنابراین $\Delta x = 87m$.

پ) نمودار شتاب-زمان آهو را رسم کنید.

ابتدا شتاب مربوط به هر مرحله را به دست می آوریم.

$a(m/s^2)$



$$\text{بازه زمانی صفر تا } 10s: a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{12 - 0}{10 - 0} = 0.9 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{بازه زمانی } 10s \text{ تا } 12s: a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 12}{12 - 10} = -6 \frac{m}{s^2}$$

صفحه ۲۱ کتاب درسی

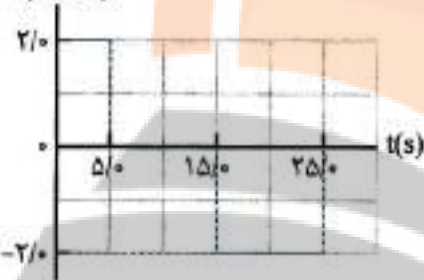
تمرین (۱-۱۱)

شکل مقابل نمودار شتاب-زمان یک ماشین اسباب بازی را نشان می دهد که در

امتداد محور x حرکت می کند. با فرض $v_0 = 0$ و $x_0 = 0$ در بازه زمانی صفر تا 0.25 ،

الف) نمودارهای سرعت-زمان و مکان-زمان این ماشین را رسم کنید.

$a(m/s^2)$



در بازه زمانی $0s$ تا $5s$ داریم: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{\Delta v}{5 - 0} \Rightarrow \Delta v = 10 \frac{m}{s}$

(سرعت در لحظه $t = 5s$) $\Delta v = v_5 - v_0 \Rightarrow 10 = v_5 - 0 \Rightarrow v_5 = 10 \frac{m}{s}$

در بازه زمانی $5s$ تا $15s$ داریم: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -2 = \frac{\Delta v}{15 - 5} \Rightarrow \Delta v = -20 \frac{m}{s}$

(سرعت در لحظه $t = 15s$) $\Delta v = v_{15} - v_5 \Rightarrow -20 = v_{15} - 10 \Rightarrow v_{15} = -10 \frac{m}{s}$

در تمام بازه ها چون شتاب حرکت ثابت است، نمودار سرعت-زمان به صورت یک خط راست است. برای رسم نمودار

مکان-زمان به این صورت عمل می کنیم:

در بازه $0s$ تا $5s$ حرکت با شتاب ثابت انجام می شود؛ بنابراین با توجه به اطلاعات داده شده و استفاده از معادله مکان-زمان

برای حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad \begin{matrix} v_0 = 0 \frac{m}{s}, x_0 = 0m \\ a = 2 \frac{m}{s^2} \end{matrix} \rightarrow x = t^2 \quad t = 5s \rightarrow x = 5^2 = 25m$$

بنابراین معادله مکان-زمان متحرک در بازه زمانی $0s$ تا $5s$ به صورت $x = t^2$ و مکان متحرک در لحظه $t = 5s$ برابر با

25 متر است.

در بازه $5s$ تا $15s$ حرکت با سرعت ثابت انجام می شود؛ بنابراین:

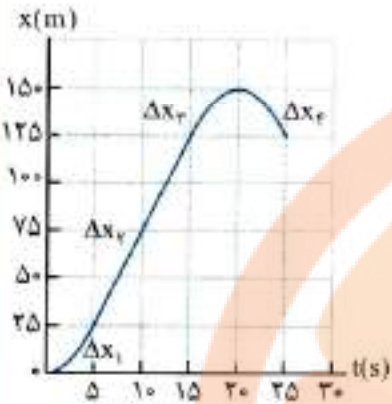
$$x = v\Delta t + x_0 \quad \begin{matrix} x_0 = 25m, v = 10 \frac{m}{s} \\ \Delta t = 15 - 5 = 10s \end{matrix} \rightarrow x = 10\Delta t + 25 \rightarrow x = 125m$$

بنابراین نمودار مکان-زمان در بازه زمانی $5s$ تا $15s$ به صورت خطی صاف خواهد بود و مکان متحرک در لحظه $t = 15s$

برابر 125 است.

در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۵s حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود. بنابراین با توجه به اطلاعات به دست آمده داریم:

$$x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v_0(\Delta t) + x_0 \quad \begin{matrix} x_0 = 125\text{m} , v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{matrix} \rightarrow x = -(\Delta t)^2 + 10\Delta t + 125$$



$$\Delta t = 20 - 15 = 5\text{s} \rightarrow x = -(5)^2 + 10(5) + 125 = 150\text{m} \quad \text{مکان در لحظه } 20\text{s}$$

$$\Delta t = 25 - 15 = 10\text{s} \rightarrow x = -(10)^2 + 10(10) + 125 = 125\text{m} \quad \text{مکان در لحظه } 25\text{s}$$

هنگام رسم نمودار به این نکته توجه کنید که سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 0\text{s}$ و $t = 20\text{s}$ برابر با صفر است؛ بنابراین خط مماس بر نمودار در این نقاط باید موازی با محور افقی باشد. علاوه بر این شیب خط مماس در لحظه‌های $t = 5\text{s}$ ، $t = 15\text{s}$ و تمام بازه زمانی ۵s تا ۱۵s باید یکسان باشد؛ بنابراین نمودار به صورت روبه‌رو خواهد بود.

ب) با توجه به نمودار سرعت-زمان، مشخص کنید در کدام یک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تندشونده، کندشونده یا با سرعت ثابت است.

در بازه زمانی صفر تا ۵s: تندی در حال افزایش، در نتیجه حرکت تندشونده است.

در بازه زمانی ۵s تا ۱۵s: حرکت با سرعت ثابت است.

در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۰s: تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کندشونده است.

در بازه زمانی ۲۰s تا ۲۵s: تندی در حال افزایش و در نتیجه حرکت تندشونده است.

پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید.

با توجه به نمودار سرعت-زمان داریم:

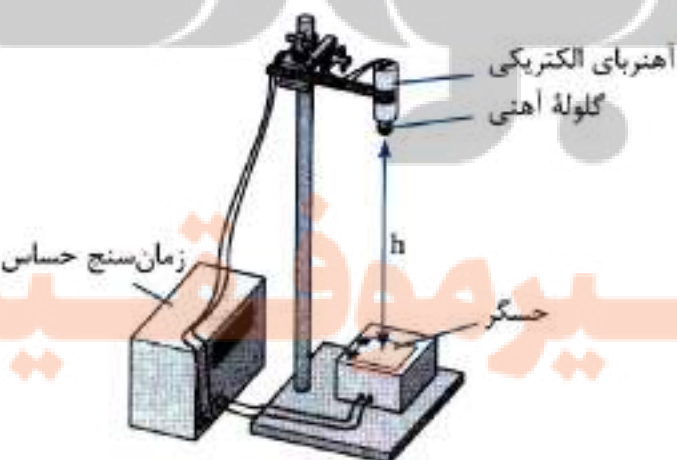
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10 - 0}{25 - 0} = -0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ت) جابه‌جایی ماشین را پیدا کنید.

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = +25 + 100 + 25 - 25 = 125\text{m}$$

صفحه ۲۴ کتاب درسی

شکل مقابل اسباب انجام آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد که به کمک آن می‌توان شتاب گرانش را در محل آزمایش اندازه گرفت.



تمرین (۱-۱۲)

الف، به نظر شما این وسیله آزمایش چگونه کار می‌کند؟

با قطع جریان الکتریکی، زمان سنج به کار می‌افتد. از

طرفی میدان مغناطیسی در آهنربای الکتریکی نیز از بین

رفته و گلوله از ارتفاع h رها می‌شود و آزادانه سقوط می‌کند.

هنگام عبور گلوله از داخل حسگر، یک پالس الکتریکی

ایجاد شده و به زمان سنج فرستاده می‌شود و آن را متوقف

می‌کند. به این طریق می‌توان زمان سقوط گلوله از ارتفاع h

و با استفاده از معادلات حرکت سقوط آزاد، شتاب گرانش

زمین را محاسبه کرد.

$h = 0 / 27 \text{ m}$ و $t = 0 / 23 \text{ s}$

ب) در یک آزمایش نوعی، داده‌های زیر به دست آمده است:

با توجه به این داده‌ها، اندازه شتاب گرانش در محل آزمایش چقدر به دست می‌آید؟

محل رها شدن گلوله را مبدأ حرکت $y_0 = 0$ در نظر می‌گیریم. آنگاه داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow -h = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow g = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \times (0 / 27)}{(0 / 23)^2} = 10 / 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

تمرین (۱-۱۳)

صفحه ۲۴ کتاب درسی



شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که ابتدا سنگی را از بالای پلی به داخل رودخانه‌ای رها کرده است. وقتی سنگ مسافت $4 / 0 \text{ m}$ را طی می‌کند سنگ دیگری دوباره از همان ارتفاع توسط شخص رها می‌شود. توضیح دهید آیا با گذشت زمان و تا قبل از برخورد سنگ اول به سطح آب رودخانه، فاصله بین دو سنگ کاهش یا افزایش می‌یابد یا تغییری نمی‌کند.

هنگامی که سنگ اول 4 متر سقوط می‌کند، سنگ دوم رها می‌شود؛

بنابراین با استفاده از معادلات حرکت سقوط آزاد می‌توانیم اختلاف زمان رها شدن دو سنگ را به دست آوریم. با در نظر گرفتن جهت مثبت روبه بالا و انتخاب محل و زمان رها شدن سنگ اول به عنوان مبدأ مکان و زمان، داریم:



$$y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad \frac{y_1 = -4 \text{ m}}{y_0 = 0} \rightarrow -4 = -\Delta t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow t = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ s}$$

بنابراین سنگ دوم $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ثانیه بعد از سنگ اول رها شده است. بنابراین معادله مکان-زمان سقوط آن به صورت زیر است:

$$y_2 = -\frac{1}{2}g\left(t - \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 + y_0 \quad \frac{y_0 = 0}{y_0 = 0} \rightarrow y_2 = -\Delta t^2 + 4\sqrt{5}\Delta t - 4$$

فاصله بین دو سنگ در هر لحظه برابر است با $y_2 - y_1$ ، بنابراین خواهیم داشت:

$$y_2 - y_1 = (-\Delta t^2 + 4\sqrt{5}\Delta t - 4) - (-\Delta t^2) = 4\sqrt{5}\Delta t - 4$$

همان‌طور که پیداست با افزایش زمان، فاصله بین دو سنگ با سرعت $4\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ افزایش پیدا می‌کند.

صفحه ۲۸ تا ۲۵ کتاب درسی

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل (۱)

۱) با توجه به داده‌های نقشه شکل زیر،



الف) تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.

$$t = 80 \text{ min} = 4 / 8 \times 10^2 \text{ s}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{88 \times 10^3}{4 / 8 \times 10^2} = 18 / 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{60 \times 10^3}{4 / 8 \times 10^2} = 12 / 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ به سمت شمال غرب}$$

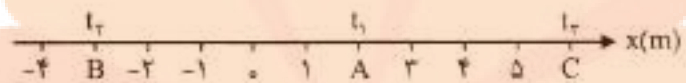
تلاشی در مسیر موفقیت

تندی متوسط مشخص می‌کند که متحرکی به طور متوسط در هر ثانیه چه مسافتی را پیموده است اما سرعت متوسط مشخص می‌کند متحرک در هر ثانیه چند متر از مبدأ حرکت دور شده است.

پ) در چه صورت تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط می‌توانست تقریباً با یکدیگر برابر باشد؟

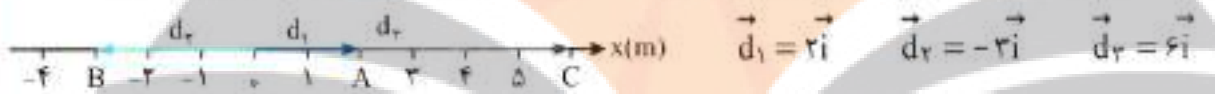
اگر مسیر حرکت خودرو روی خط واصل بین دو شهر باشد و خودرو بدون تغییر جهت فاصله مستقیم بین دو شهر را طی کند، اندازه مسافت طی شده و جابه‌جایی تقریباً با هم برابر و در نتیجه تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط تقریباً با هم برابر خواهد شد.

۲ متحرکی مطابق شکل در لحظه t_1 در نقطه A، در لحظه t_2 در نقطه B و در لحظه t_3 در نقطه C قرار دارد.



الف) بردارهای مکان متحرک را در هر یک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار بکه بنویسید.

برای رسم بردار مکان در هر لحظه کافی است برداری را از مبدأ محور به مکان جسم در هر لحظه وصل کنیم.



ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 ، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3 به دست آورید.

$\vec{d} = \vec{d}_3 - \vec{d}_1 = (-2 - 2)\vec{i} = -4\vec{i}$ بازه زمانی t_1 تا t_2

$\vec{d} = \vec{d}_3 - \vec{d}_2 = (6 - (-2))\vec{i} = 8\vec{i}$ بازه زمانی t_2 تا t_3

$\vec{d} = \vec{d}_3 - \vec{d}_1 = (6 - 2)\vec{i} = 4\vec{i}$ بازه زمانی t_1 تا t_3

۳ در شکل زیر نمودار سرعت-زمان سه متحرک نشان داده شده است.

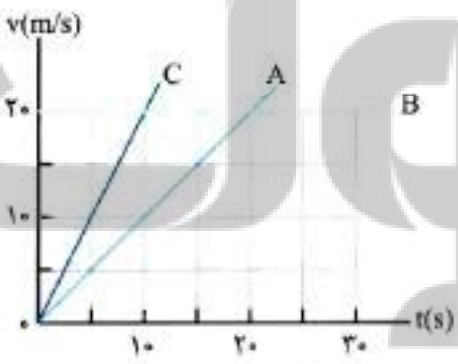
الف) شتاب سه متحرک را به طور کیفی با یکدیگر مقایسه کنید.

$a_C > a_A > a_B$ است، زیرا شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان

متحرک C بیشتر از شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان متحرک A است

و شیب خط مماس بر نمودار A بیشتر از شیب خط مماس بر نمودار B است.

ب) شتاب هر متحرک را به دست آورید.



شیب نمودار سرعت-زمان برای هر سه متحرک مقداری ثابت است؛ بنابراین شتاب لحظه‌ای هر کدام از متحرک‌ها با

شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه که روی نمودار رسم شده برابر است؛ بنابراین:

$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

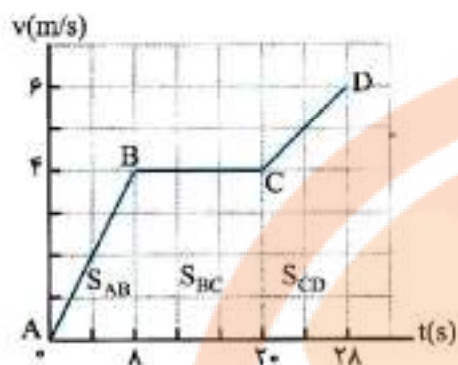
$a_A = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{20 - 0} = 1 \frac{m}{s^2}$

$a_B = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$

$a_C = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{10 - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$

پ) در بازه زمانی ۵s تا ۱۰s جابه‌جایی این سه متحرک را پیدا کنید. مساحت زیر نمودار ۲-۱ برابر با جابه‌جایی متحرک است؛ بنابراین برای هر یک از متحرک‌های A، B و C داریم:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}(10 \times 10) = 50 \text{ m} \quad \Delta x_B = 20 \times 10 = 200 \text{ m} \quad \Delta x_C = \frac{1}{2}(20 \times 10) = 100 \text{ m}$$



۴) شکل زیر نمودار سرعت-زمان متحرکی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند در مدت ۲۸ ثانیه نشان می‌دهد.

الف) شتاب در هر یک از مرحله‌های AB، BC و CD چقدر است؟
با توجه به اینکه شیب خط نمودار سرعت-زمان در مرحله AB ثابت است، شتاب متحرک در هر نقطه از بازه زمانی A تا B برابر با شتاب متوسط در این بازه است. به همین طریق برای مرحله‌های BC و CD نیز شرایط مشابهی داریم. در نتیجه:

در مرحله AB: $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{8-0} = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

شتاب مرحله BC برابر با صفر است زیرا سرعت ثابت است.

در مرحله CD: $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6-4}{28-20} = \frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

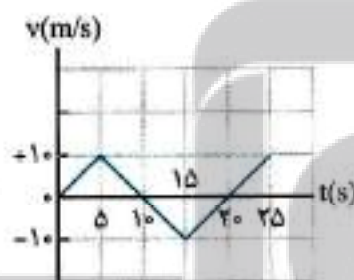
$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6-0}{28-0} = \frac{3}{14} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

ب) شتاب متوسط در بازه زمانی صفر تا ۲۸ ثانیه چقدر است؟
پ) جابه‌جایی متحرک را در این بازه زمانی پیدا کنید.

می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت-زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین داریم:

$$\Delta x_T = S_{AB} + S_{BC} + S_{CD} = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 8\right) + (4 \times 12) + \left(\frac{4+6}{2} \times 8\right) = 16 + 48 + 40 = 104 \text{ m}$$

۵) نمودار سرعت-زمان متحرکی مطابق شکل زیر است.



الف) نمودار شتاب-زمان این متحرک را رسم کنید.
ابتدا شتاب هر مرحله را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید که در هر یک از بازه‌های زمانی زیر شتاب ثابت و برابر با شتاب متوسط است.

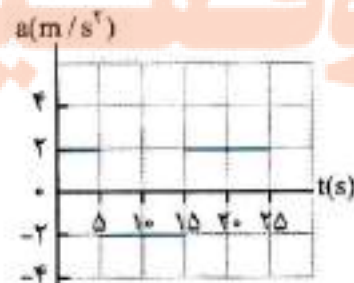
بازه زمانی ۵s تا ۵s: $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-0}{5} = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

بازه زمانی ۵s تا ۱۵s: $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10-10}{15-5} = \frac{-20}{10} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

بازه زمانی ۱۵s تا ۲۵s: $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-(-10)}{25-15} = \frac{20}{10} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

بازه زمانی ۱۵s تا ۲۵s: $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-(-10)}{25-15} = \frac{20}{10} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

اکنون می‌توانیم نمودار شتاب-زمان متحرک را رسم کنیم.



ب) اگر $x_0 = -10\text{m}$ باشد نمودار مکان-زمان متحرک را رسم کنید.

برای رسم نمودار مکان-زمان، از معادله مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت $(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)$ استفاده می‌کنیم. دقت داشته باشید که معادله $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ ، معادله مکان-زمان متحرکی است که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند و در $t=0$ در مکان x_0 و دارای سرعت v_0 است. اگر سرعت و مکان متحرک در $t=t_0$ به ترتیب برابر با v'_0 و x'_0 باشد، معادله مکان-زمان متحرک به صورت $x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v'_0\Delta t + x'_0$ خواهد بود که در این معادله Δt برابر $t-t_0$ است.

برای بازه زمانی ۰ تا ۵s داریم:

$$x_0 = -10\text{m}, v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 \times t - 10 \xrightarrow{t=5\text{s}} x = \Delta^2 - 10 = 15\text{m}$$

متحرک در $t=5\text{s}$ در $x=15\text{m}$ قرار می‌گیرد. دقت کنید که $x=15\text{m}$ به عنوان x_0 در مرحله ۵s تا ۱۰s محسوب می‌شود.

در بازه زمانی ۵s تا ۱۰s داریم:

$$x_0 = 15\text{m}, v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times (-2)(\Delta t)^2 + 10\Delta t + 15 \xrightarrow{\Delta t=5\text{s}} x = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 10(5) + 15 = 40\text{m}$$

در بازه زمانی ۱۰s تا ۱۵s داریم:

$$x_0 = 40\text{m}, v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times (-2)(\Delta t)^2 + 0 + 40 \xrightarrow{\Delta t=5\text{s}} x = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 40 = 15\text{m}$$

در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۰s داریم:

$$x_0 = 15\text{m}, v_0 = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2 \times (\Delta t)^2 - 10\Delta t + 15 \xrightarrow{\Delta t=5\text{s}} x = \frac{1}{2}(2)(5)^2 + (-10)(5) + 15 = -10\text{m}$$

در بازه زمانی ۲۰s تا ۲۵s داریم:

$$x_0 = -10\text{m}, v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

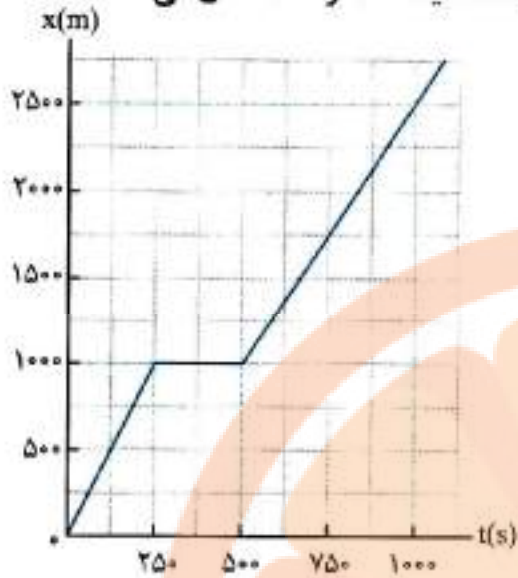
$$x = \frac{1}{2} \times 2 \times (\Delta t)^2 + 0 - 10 \xrightarrow{\Delta t=5\text{s}} x = \frac{1}{2}(2)(5)^2 - 10 = 15\text{m}$$

هنگام رسم نمودار مکان-زمان دقت کنید که مماس بر نمودار در لحظه‌هایی که سرعت متحرک صفر است، یعنی زمان‌های ۰s، ۱۰s و ۲۰s باید موازی با محور زمان باشد (شیب خط مماس بر نمودار صفر باشد).



تلاشی در مسیر موفقیت

شکل زیر نمودار مکان-زمان-دوی نیمه‌استقامت را در امتداد یک خط راست نشان می‌دهد.



الف) در کدام بازه زمانی دهنده سریع‌تر دویده است؟ در بازه زمانی ۰ تا ۲۵۰s سرعت دهنده بیشتر است، زیرا شیب نمودار $x-t$ در این بازه بیشتر است.

ب) در کدام بازه زمانی، دهنده ایستاده است؟ در بازه زمانی ۲۵۰s تا ۵۰۰s دهنده ایستاده است زیرا مقدار x ثابت است.

پ) سرعت دهنده را در بازه زمانی ۰s تا ۲۵۰s حساب کنید.

در این بازه نمودار به صورت خط راست است بنابراین سرعت دهنده ثابت و برابر با سرعت متوسط در این بازه است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1000 - 0}{250 - 0} = 4 \frac{m}{s}$$

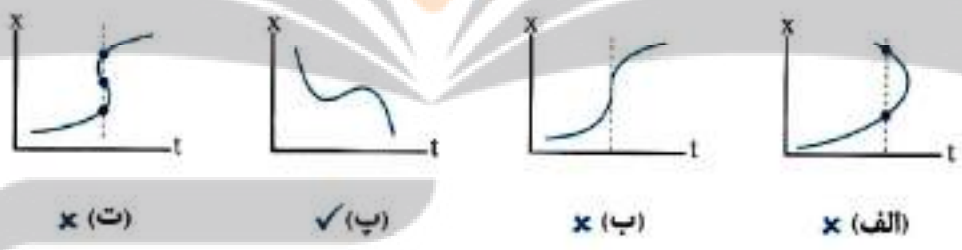
ت) سرعت دهنده را در بازه زمانی ۵۰۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2500 - 1000}{1000 - 500} = 3 \frac{m}{s}$$

ث) سرعت متوسط دهنده را در بازه زمانی ۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

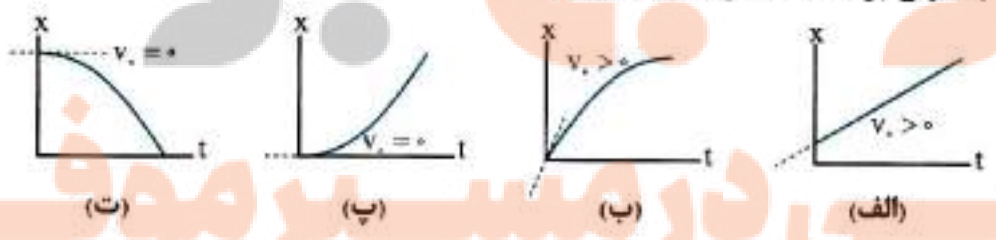
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2500 - 0}{1000 - 0} = 2.5 \frac{m}{s}$$

۷) توضیح دهید کدام یک از نمودارهای مکان-زمان شکل زیر می‌تواند نشان‌دهنده نمودار $x-t$ یک متحرک باشد.



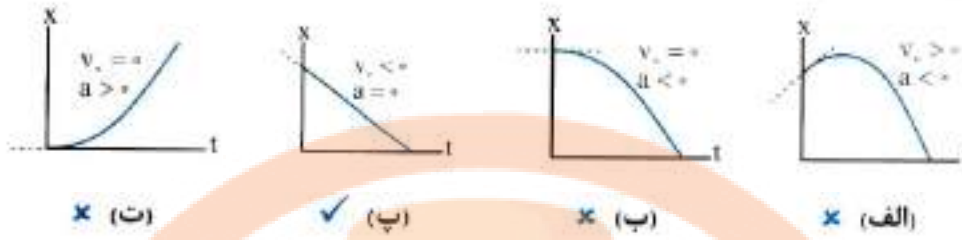
مکان یک متحرک در یک زمان مشخص، منحصر به فرد است، یعنی متحرک نمی‌تواند در یک زمان در دو مکان مختلف باشد. برای تشخیص این موضوع کافی است خطی موازی با محور مکان رسم کنیم. اگر نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند، نمودار نمی‌تواند مربوط به یک متحرک باشد.

۸) توضیح دهید از نمودارهای مکان-زمان شکل زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده شده است.



شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در $t=0$ نشانگر سرعت اولیه متحرک (v_0) است. شکل‌های (پ) و (ت) مربوط به متحرکی است که از حال سکون شروع به حرکت کرده است، زیرا مماس بر نمودار موازی با محور زمان و شیب آن برابر صفر است. علاوه بر این همان‌گونه که مشاهده می‌شود اندازه شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که نشان‌دهنده تندی حرکت متحرک است، در نمودارهای (پ) و (ت) در حال افزایش است.

در جهت محور x و شتاب آن برخلاف جهت محور x است.



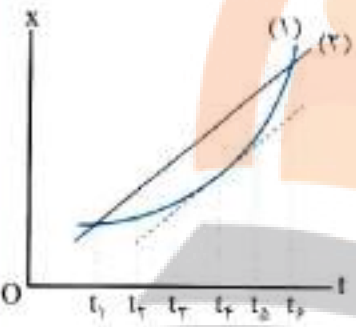
(ت) (ب) ✗

(پ) ✓

(ب) ✗

(الف) ✗

در نمودار الف، شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 0$ مثبت است یعنی سرعت اولیه در جهت مثبت محور x است ($v_0 > 0$). با توجه به اینکه تقعر نمودار روبه پایین است، شتاب در خلاف جهت محور x هاست ($a < 0$).



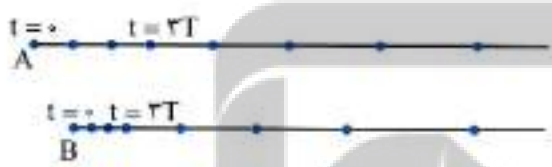
۱۰ شکل زیر نمودار مکان-زمان دو خودرو را نشان می دهد که در جهت محور x در حرکت اند.

الف) در چه لحظه هایی دو خودرو از کنار یکدیگر می گذرند؟ در لحظات t_1 و t_2 دو متحرک از کنار هم عبور می کنند زیرا هم مکان هستند.

ب) در چه لحظه ای تندى دو خودرو تقریباً یکسان است؟ شیب خط مماس بر نمودار (۱) در لحظه t_1 برابر با شیب نمودار (۲) است؛ بنابراین تندى دو خودرو در این لحظه تقریباً یکسان است.

پ) سرعت متوسط دو خودرو را در بازه زمانی t_1 تا t_2 با هم مقایسه کنید. در بازه t_1 تا t_2 ، جابه جایی (Δx) و مدت زمان جابه جایی (Δt) برای هر دو خودرو یکسان و در نتیجه سرعت متوسط آنها برابر است.

۱۱ هر یک از شکل های زیر مکان یک خودرو را در لحظه های $t = 0$ ، $t = T$ ، $t = 2T$ ، $t = 3T$ و ... نشان می دهد. هر دو خودرو در لحظه $t = 3T$ شتاب می گیرند. توضیح دهید.



الف) سرعت اولیه کدام خودرو بیشتر است.

هر دو خودرو تا زمان $t = 3T$ با سرعت ثابت حرکت کرده اند؛

بنابراین سرعت لحظه ای هر کدام از آنها در بازه زمانی 0 تا $3T$ برابر با سرعت متوسط آنها در این بازه است. با توجه به اینکه جابه جایی خودروی A در این بازه زمانی بیشتر از جابه جایی خودروی B است، بنابراین طبق رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت متوسط و در نتیجه سرعت اولیه آن بیشتر از سرعت اولیه خودروی B است.

ب) سرعت نهایی کدام خودرو بیشتر است. با توجه به اینکه جابه جایی خودروی B در بازه زمانی $6T$ تا $7T$ بیشتر از جابه جایی خودروی A در همین بازه زمانی است؛ بنابراین سرعت متوسط خودروی B در این بازه زمانی بیشتر از سرعت متوسط خودروی A است.

پ) کدام خودرو شتاب بیشتری دارد. با توجه به اینکه در زمان $t = 3T$ ، سرعت خودروی B کمتر از سرعت خودروی A بوده اما در زمان $t = 7T$ سرعت خودروی B بیشتر از سرعت خودروی A است؛ بنابراین افزایش سرعت (Δv) خودروی B در بازه زمانی $3T$ تا $7T$ بیشتر از خودروی A بوده و طبق رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، شتاب حرکت خودروی B بیشتر از شتاب حرکت خودروی A است.

تلاش کنید در مسیر موفقیت

۱۲) معادله حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است.

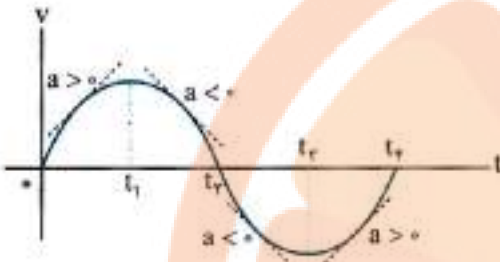
الف) مکان متحرک را در $t = 0$ s و $t = 2$ s به دست آورید.

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0^3 - 3(0)^2 + 4 = 4 \text{ m}$$

$$t_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 2^3 - 3(2)^2 + 4 = 0 \text{ m}$$

ب) سرعت متوسط جسم را در بازه زمانی صفر تا ۲ ثانیه پیدا کنید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۱۳) نمودار سرعت-زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده است. تعیین کنید در کدام بازه‌های زمانی بردار شتاب در جهت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x است.

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر نقطه نشانگر شتاب حرکت متحرک در آن نقطه است. اگر شیب این خط مثبت باشد، شتاب نیز مثبت و جهت آن در جهت محور x است و اگر شیب این خط منفی باشد، شتاب نیز منفی و جهت آن در خلاف جهت محور x است؛ بنابراین جهت شتاب در بازه‌های مختلف به این ترتیب است:

۰ تا t_1 : در جهت محور x t_1 تا t_2 : در خلاف جهت محور x t_2 تا t_3 : در جهت محور x

۱۴) جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظه $t_1 = 5$ s در مکان $x_1 = 6$ m و در لحظه $t_2 = 20$ s در مکان $x_2 = 36$ m باشد.

الف) معادله مکان-زمان جسم را بنویسید.

معادله مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ است. برای نوشتن این معادله باید v و x_0 معلوم باشند، ابتدا سرعت متوسط حرکت بین دو لحظه t_1 تا t_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$v = v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36 - 6}{20 - 5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = vt + x_0 = 2t + x_0$$

برای به دست آوردن x_0 می‌توان اطلاعات مربوط به یک لحظه را در معادله مکان-زمان قرار داد.

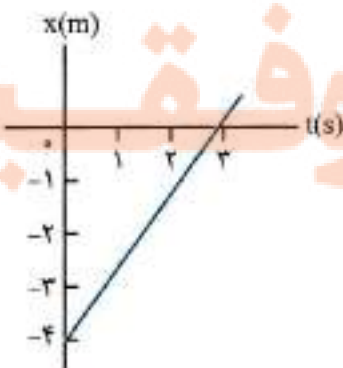
$$t_1 = 5 \text{ s}, x_1 = 6 \text{ m} \Rightarrow 6 = (2 \times 5) + x_0 \Rightarrow x_0 = -4 \text{ m}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 2t - 4$$

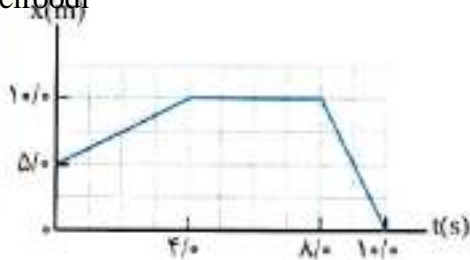
اکنون می‌توان معادله مکان-زمان را به صورت کامل نوشت:

ب) نمودار مکان-زمان جسم را رسم کنید.

برای رسم نمودار مکان-زمان می‌توان مکان‌های متحرک در لحظات مختلف را به دست آورد. بنابراین با استفاده از معادله $x = 2t - 4$ داریم:



x	t
-4	0
0	2



۱۵ شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می دهد که در امتداد محور x

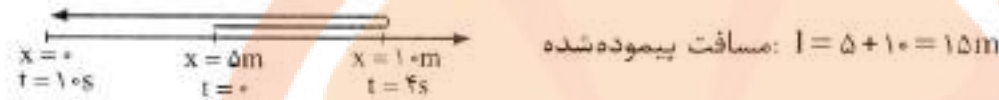
حرکت می کند.

الف) جابه جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک در کل زمان حرکت

چقدر است؟

جابه جایی: $\Delta x = 0 - 5 = -5m$

روش اول: برای پیدا کردن مسافت پیموده شده، مسیر حرکت متحرک را رسم می کنیم. می دانیم به مجموع طول های پیموده شده، مسافت پیموده شده (I) می گویند؛ بنابراین با توجه به شکل داریم:



روش دوم: حرکت متحرک را به بازه های زمانی ای که در آنها جهت حرکت متحرکی تغییر نکرده، تقسیم می کنیم. در این صورت مسافت پیموده شده در کل مسیر برابر است با مجموع اندازه های بردارهای جابه جایی در این بازه ها.

$$I = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = |10 - 5| + |10 - 10| + |0 - 10| = 5 + 0 + 10 = 15m$$

ب) سرعت متوسط متحرک را در هر یک از بازه های زمانی 0/0s تا 4/0s ، 4/0s تا 8/0s ، 8/0s تا 10/0s و همچنین در کل زمان حرکت به دست آورید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 5}{4 - 0} = \frac{5}{4} = 1/25 \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی 0s تا 4s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{8 - 4} = 0 \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی 4s تا 8s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{10 - 8} = \frac{-10}{2} = -5 \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی 8s تا 10s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 5}{10 - 0} = -0/5 \frac{m}{s} \quad \text{سرعت متوسط در کل زمان حرکت:}$$

پ) معادله حرکت متحرک را در هر یک از بازه های زمانی 0/0s تا 4/0s ، 4/0s تا 8/0s و 8/0s تا 10/0s بنویسید.

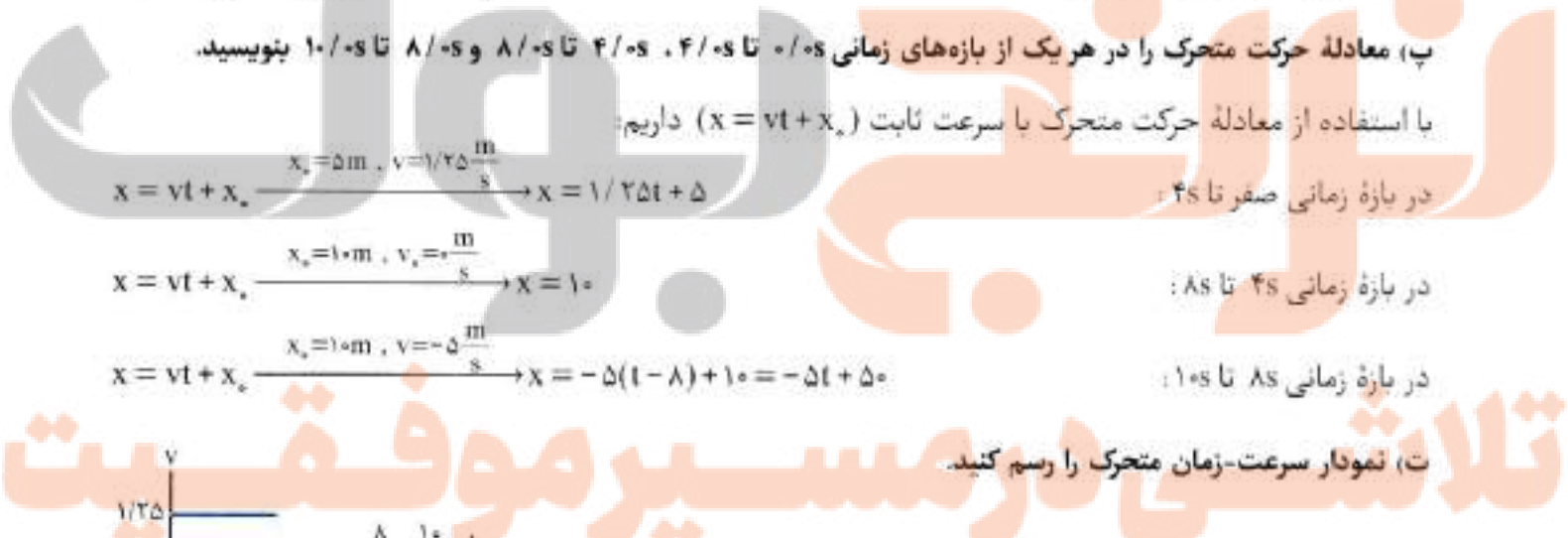
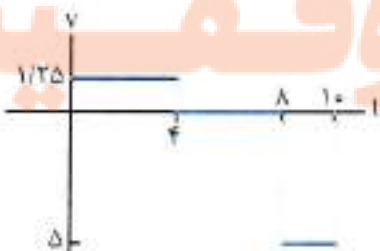
با استفاده از معادله حرکت متحرک با سرعت ثابت $(x = vt + x_0)$ داریم:

$$x = vt + x_0 \quad \begin{matrix} x_0 = 5m, v = 1/25 \frac{m}{s} \\ \rightarrow x = 1/25t + 5 \end{matrix} \quad \text{در بازه زمانی صفر تا 4s}$$

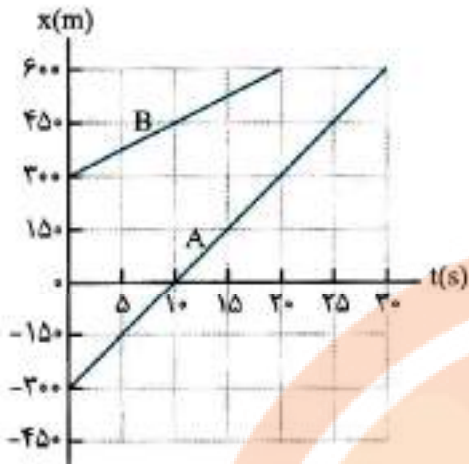
$$x = vt + x_0 \quad \begin{matrix} x_0 = 10m, v_0 = 0 \frac{m}{s} \\ \rightarrow x = 10 \end{matrix} \quad \text{در بازه زمانی 4s تا 8s}$$

$$x = vt + x_0 \quad \begin{matrix} x_0 = 10m, v = -5 \frac{m}{s} \\ \rightarrow x = -5(t - 8) + 10 = -5t + 50 \end{matrix} \quad \text{در بازه زمانی 8s تا 10s}$$

ت) نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم کنید.



حرکت می‌کنند.



الف) معادله حرکت هر یک از آنها را بنویسید. سرعت هر دو متحرک ثابت است بنابراین با توجه به معادله $x = vt + x_0$ برای متحرک A داریم:

$$v_A = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{600 - (-300)}{30 - 0} = \frac{900}{30} = 30 \frac{m}{s}$$

$$x_{A,0} = -300m, v_A = 30 \frac{m}{s} \rightarrow x_A = v_A t + x_{A,0} \rightarrow x_A = 30t - 300$$

برای متحرک B داریم:

$$v_B = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{600 - 300}{30 - 0} = 15 \frac{m}{s}$$

$$x_{B,0} = 300m, v_B = 15 \frac{m}{s} \rightarrow x_B = v_B t + x_{B,0} \rightarrow x_B = 15t + 300$$

ب) اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می‌رسند؟ وقتی دو متحرک به یکدیگر می‌رسند که مکان آنها یکسان باشد؛ بنابراین برای پیدا کردن زمان رسیدن دو خودرو به هم معادله مکان-زمان آنها را مساوی با هم قرار می‌دهیم:

برای به دست آوردن مکانی که دو خودرو به هم می‌رسند کافی است زمان به دست آمده ($t = 40s$) را معادله مکان-زمان یکی از خودروها قرار دهیم:

$$x = 30t - 300 \xrightarrow{t=40s} x = 30(40) - 300 = 900m$$

۱۷) دانستن محل قرارگیری یک ماهواره در مأموریت‌های فضایی و اطمینان از اینکه ماهواره در مدار پیش‌بینی شده قرار گرفته،

یکی از مأموریت‌های کارشناسان فضایی است. بدین منظور تپ‌های الکترومغناطیسی را که با سرعت نور در فضا حرکت می‌کنند، به طرف ماهواره مورد نظر می‌فرستند و بازتاب آن توسط ایستگاه زمینی دریافت می‌شود. اگر زمان رفت و برگشت یک تپ $0.24s$ ثانیه باشد، فاصله ماهواره از ایستگاه زمینی، تقریباً چقدر است؟ دقت کنید که $0.24s$ زمان رفت و برگشت یک تپ است. برای رسیدن تپ به ماهواره به نصف زمان فوق نیاز داریم بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_{نور} = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}, \Delta t_{رفت} = \frac{1}{2} \times 0.24 = 0.12s \quad \Delta x = v \Delta t = (3 \times 10^8)(0.12) = 3.6 \times 10^7 m$$

۱۸) نمودار $v-t$ متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق

شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $0s$ تا $5s$

چند برابر سرعت متوسط آن در بازه زمانی $25s$ تا $40s$ است؟

با توجه به اینکه حرکت در دو بازه $0s$ تا $10s$ و $10s$ تا $40s$ حرکت با شتاب ثابت است، برای به دست آوردن سرعت متوسط در هر دو

مرحله می‌توان از رابطه $v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$ استفاده کرد.

در بازه زمانی $0s$ تا $5s$:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{5 + 0}{2} = 2.5 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{0 + 5}{2} = 2.5 \frac{m}{s}$$

در بازه زمانی $25s$ تا $40s$:

بنابراین سرعت متوسط در هر دو بازه زمانی با هم برابر است.

۱۹ شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با

شتاب ثابت در حرکت است.

الف) سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا ۳/۰ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6-0}{3-0} = 2 \frac{m}{s}$$

ب) معادله مکان-زمان متحرک را بنویسید.

برای به دست آوردن معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت

باید مقدار x_0 ، v_0 و a مشخص باشد. با توجه به نمودار، در لحظه $t=0s$ متحرک در مبدأ است؛

بنابراین $x_0=0m$. برای پیدا کردن a و v_0 کافی است داده‌های مربوط به دو نقطه از نمودار را در معادله مکان-زمان

متحرک جایگذاری کنیم.

$$\left. \begin{aligned} t=1s, x=-2m &\Rightarrow -2 = \frac{1}{2}a(1)^2 + v_0(1) + 0 \rightarrow a + 2v_0 = -4 \\ t=2s, x=0m &\Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(2)^2 + v_0(2) + 0 \rightarrow 2a + 2v_0 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}, v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

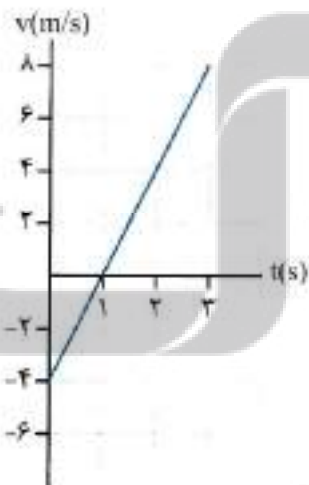
$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4t^2 - 4t + 0 \Rightarrow x = 2t^2 - 4t$$

ب) سرعت متحرک را در لحظه $t=3/0s$ پیدا کنید.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=4 \frac{m}{s^2}, v_0=-4 \frac{m}{s}} v = 4t - 4 \xrightarrow{t=3s} v = 4(3) - 4 = 8 \frac{m}{s}$$

ت) نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم کنید. برای رسم نمودار سرعت-زمان، کافی است داده‌های مربوط به دو زمان

مختلف را داشته باشیم.



$$t=0s \Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

$$t=3s \Rightarrow v = 8 \frac{m}{s}$$

۲۰ متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x=+10m$ سرعت متحرک $4m/s+$ و در مکان

$x=+19m$ سرعت متحرک $18km/h+$ است.

الف) شتاب حرکت آن چقدر است؟

$$x_1 = 10m, v_1 = 4 \frac{m}{s}, x_2 = 19m, v_2 = 18 \frac{km}{h} = 5 \frac{m}{s}$$

با استفاده از معادله سرعت-جابه‌جایی داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 5^2 - 4^2 = 2a(19 - 10) \Rightarrow 25 - 16 = 2a \times 9 \Rightarrow a = 5/18 \frac{m}{s^2}$$

$$v_f = at + v_i \Rightarrow 5 = 0/\Delta t + 4 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

۲۱) خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب 2m/s^2 شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت 36km/h از آن سبقت می‌گیرد.

الف) در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟ حرکت خودرو شتاب‌دار و حرکت کامیون با سرعت ثابت است. ابتدا با در نظر گرفتن سرعت اولیه صفر برای خودرو و انتخاب محل ایستادن خودرو به عنوان مبدأ مکان، معادله مکان-زمان هر دو متحرک را به دست آورده و مساوی با هم قرار می‌دهیم تا زمان رسیدن خودرو به کامیون به دست آید.

$$\text{معادله مکان-زمان خودرو: } x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_i t + x_0 \xrightarrow{x_0=0\text{m}, v_i=0\frac{\text{m}}{\text{s}}, a=2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} x_1 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 + 0 = t^2$$

$$\text{سرعت حرکت کامیون: } v = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{معادله مکان-زمان کامیون: } x_2 = vt + x_0 \xrightarrow{x_0=0\text{m}, v_i=10\frac{\text{m}}{\text{s}}} x_2 = 10t$$

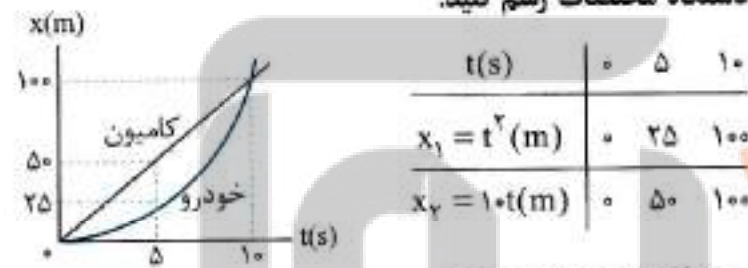
$$x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 = 10t \Rightarrow t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t(t - 10) = 0 \begin{cases} t = 0\text{s} \Rightarrow \text{در پشت چراغ هم مکان بوده‌اند.} \\ t = 10\text{s} \Rightarrow \text{پس از ۱۰ ثانیه خودرو به کامیون می‌رسد.} \end{cases}$$

برای به دست آوردن مکان رسیدن خودرو به کامیون، زمان به دست آمده را در معادله مکان-زمان خودرو یا کامیون قرار می‌دهیم:

$$x = 10t \xrightarrow{t=10\text{s}} x = 100\text{m}$$

بنابراین بعد از طی مسافت ۱۰۰ متر، خودرو به کامیون می‌رسد.

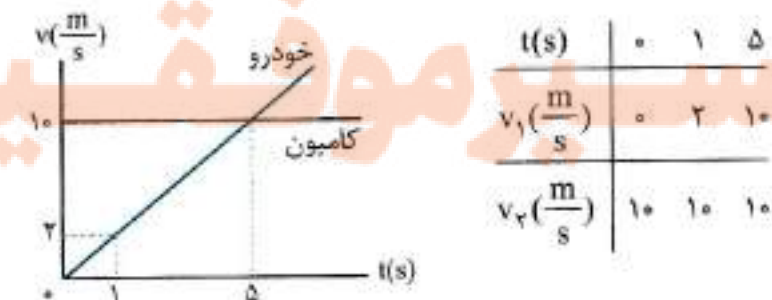
ب) نمودار مکان-زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.



ب) نمودار سرعت-زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

حرکت خودرو با شتاب ثابت انجام می‌شود؛ بنابراین معادله سرعت-زمان آن به صورت $v = at + v_i$ است؛ بنابراین:

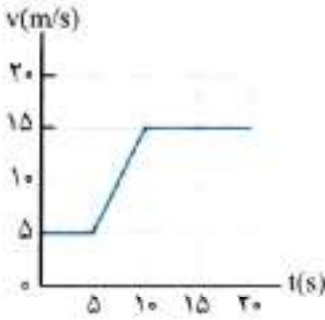
$$\text{خودرو: } v_1 = at + v_i \xrightarrow{v_i=0\frac{\text{m}}{\text{s}}, a=2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} v = 2t$$



۲۲ شکل نشان داده شده نمودار سرعت-زمان خودرویی را نشان می دهد که روی مسیری

مستقیم حرکت می کند.

الف) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه های $t = 3s$ ، $t = 8s$ ، $t = 11s$ و $t = 15s$ به دست آورید.



در بازه زمانی 5s تا 15s سرعت حرکت ثابت است بنابراین شتاب حرکت در این بازه زمانی و در $t = 3s$ صفر است.

در بازه زمانی 5s تا 10s شتاب حرکت ثابت و برابر با شتاب متوسط در این بازه زمانی است؛ بنابراین برای محاسبه شتاب در $t = 8s$ می توان نوشت:

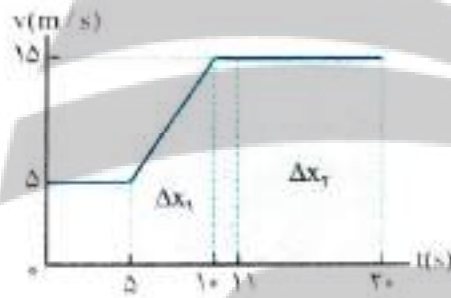
$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{10 - 5} = \frac{10}{5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

در بازه زمانی 10s تا 20s سرعت حرکت ثابت و شتاب برابر با صفر است؛ بنابراین شتاب در لحظه های $t = 11s$ و $t = 15s$ برابر صفر است.

ب) شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 20s$ را به دست آورید.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{15 - 5}{20 - 0} = \frac{10}{20} = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

پ) در هر یک از بازه های زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 11s$ و $t_1 = 11s$ تا $t_2 = 20s$ خودرو چقدر جابه جا شده است؟



سطح زیر نمودار سرعت-زمان برابر با جابه جایی است بنابراین داریم:

$$\Delta x_1 = S_{\text{مسطح}} + S_{\text{دورق}} = \left(\frac{5+15}{2} \times 5\right) + (5 \times 15) = 50 + 75 = 125 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 9 \times 15 = 135 \text{ m}$$

بازه زمانی 11s تا 20s:

ت) سرعت متوسط خودرو در بازه های زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 11s$ و $t_1 = 11s$ تا $t_2 = 20s$ را به دست آورید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{125}{11 - 5} = \frac{125}{6} = 20.8 \frac{m}{s}$$

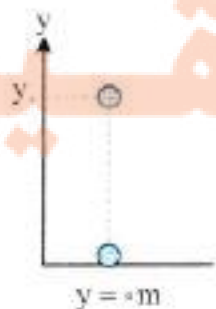
بازه زمانی 5s تا 11s:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{135}{20 - 11} = \frac{135}{9} = 15 \frac{m}{s}$$

بازه زمانی 11s تا 20s:

۲۳ گلوله ای را باید از چه ارتفاعی رها کنیم تا پس از $4/10$ ثانیه به زمین برسد؟ سرعت گلوله در نیمه راه و همچنین در لحظه برخورد به زمین چقدر است؟ مقاومت هوا را نادیده بگیرید. جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را روی زمین در نظر می گیریم. بنابراین در

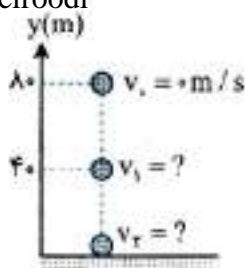
لحظه برخورد به زمین، $y = 0 \text{ m}$ است.



$$t = 4s, y = 0 \text{ m}, y_0 = ?$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 + y_0 \Rightarrow y_0 = 80 \text{ m}$$

تلاشی در مسیر موفقیت

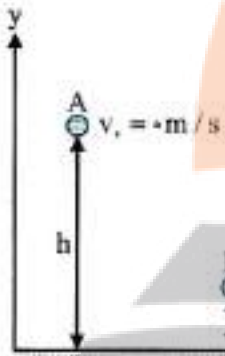


$$v_1^2 - v_i^2 = -2g(y - y_i) \Rightarrow v_1^2 - 0 = -2 \times 10 \times (40 - 80) \Rightarrow v_1^2 = 800$$

$$\Rightarrow v_1 = \pm \sqrt{800} = \pm 20\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

با توجه به اینکه سرعت به طرف پایین است، برای به دست آوردن سرعت برخورد به زمین از معادله سرعت-زمان استفاده می کنیم:

$$v_f = -gt + v_i \Rightarrow v_f = -10 \times 40 + 0 = -40 \frac{m}{s}$$



۲۴ الف) گلوله A را در شرایط خلأ از ارتفاع h و بدون سرعت اولیه رها می کنیم. سه ثانیه بعد گلوله B را از ارتفاع h/4 و بدون سرعت اولیه رها می کنیم. نسبت سرعت گلوله A به سرعت گلوله B در لحظه رسیدن به زمین چقدر است؟ جهت بالا را جهت مثبت و مبدأ مکان را روی زمین در نظر می گیریم.

برای گلوله A داریم:

$$v_A^2 - v_i^2 = -2g(y - y_i) \Rightarrow v_A^2 - 0 = -2g(0 - h)$$

$$\Rightarrow v_A^2 = 2gh \Rightarrow v_A = \pm \sqrt{2gh}$$

$v_A = -\sqrt{2gh}$ قابل قبول است زیرا سرعت به طرف پایین است. همچنین برای گلوله B می توان نوشت:

$$v_B^2 - v_i^2 = -2g(y - y_i) \Rightarrow v_B^2 - 0 = -2g(0 - \frac{h}{4}) \Rightarrow v_B^2 = \cancel{2}g \frac{h}{\cancel{4}} = \frac{gh}{2} \Rightarrow v_B = \pm \sqrt{\frac{1}{2}gh}$$

$v_B = -\sqrt{\frac{1}{2}gh}$ قابل قبول است زیرا سرعت به سمت پایین است.

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{-\sqrt{2gh}}{-\sqrt{\frac{1}{2}gh}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{gh}}{\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{gh}} = \sqrt{\frac{2}{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{4}{1}} = 2 \Rightarrow v_A = 2v_B$$

ب) اگر دو گلوله همزمان به زمین برسند، مدت زمان سقوط هر گلوله و ارتفاع h را پیدا کنید.

اگر زمان حرکت گلوله A را t_A بنامیم، زمان حرکت گلوله B برابر با $t_A - 3$ خواهد بود، زیرا گلوله B سه ثانیه بعد رها شده است؛ بنابراین با استفاده از معادله سرعت-زمان برای دو گلوله داریم:

$$v_A = -gt_A \quad (1)$$

$$v_A = -gt_B = -g(t_A - 3) \quad (2)$$

$$v_A = 2v_B \quad (3)$$

از معادله (1) و (3) داریم:

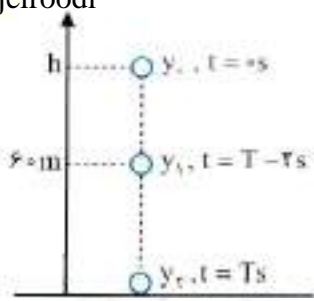
$$v_A = -gt_A \xrightarrow{v_A = 2v_B} 2v_B = -gt_A \xrightarrow{v_B = -g(t_A - 3)} 2(-g(t_A - 3)) = -gt \Rightarrow 2t_A - 6 = t_A \Rightarrow t_A = 6s$$

مدت زمان سقوط گلوله A، 6 ثانیه است؛ بنابراین برای مدت زمان سقوط گلوله B داریم:

$t_B = t_A - 3 = 3s$

برای به دست آوردن ارتفاع h کافی است زمان به دست آمده t_A را در معادله مکان-زمان گلوله A جایگذاری کنیم.

$$v = -\frac{1}{2}gt_A^2 + y_i \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 6^2 + h \Rightarrow h = 180m$$



۲۵ سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود. الف) اگر سنگ در ۲ ثانیه آخر حرکت خود ۶۰ متر طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ مدت زمان سقوط سنگ را T و ارتفاع ساختمان را h در نظر می‌گیریم. با در نظر گرفتن جهت بالا به عنوان جهت مثبت و سطح زمین به عنوان مبدأ مکان، داریم:

$$T-2s \text{ پس از ارتفاع سنگ } y_1 = 60m \Rightarrow -\frac{1}{2}g(T-2)^2 + h = 60 \quad (1)$$

$$\text{ارتفاع سنگ پس از } T \text{ ثانیه } y_2 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}gT^2 + h = 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} -\frac{1}{2}g(T^2 - 4T + 4) + h - (-\frac{1}{2}gT^2 + h) = 60 - 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}gT^2 + 2gT - 2g + h + \frac{1}{2}gT^2 - h = 60$$

$$\Rightarrow 2g(T-1) = 60 \Rightarrow T-1 = \frac{60}{20} = 3 \Rightarrow T = 4s$$

بنابراین کل زمان حرکت چهار ثانیه بوده است. برای محاسبه ارتفاع h می‌توان t را در یکی از معادلات (۱) یا (۲) قرار داد.

$$\xrightarrow{(2)} -\frac{1}{2}gT^2 + h = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 + h \Rightarrow h = 80m$$

ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چقدر است؟

$$v = -gT \xrightarrow{t=4s} v = -10 \times 4 = -40 \frac{m}{s}$$

با استفاده از معادله سرعت-زمان داریم:

نزدیج بوبک

تلاشی در مسیر موفقیت

پرسش (۱-۲)

صفحه ۳۱ کتاب درسی



نیروی شناوری

نیروی پیشران
نیروی وزن
نیروی مقاومت

در شکل روبه‌رو یک کشتی در حال حرکت را می‌بینید که نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند. کدام نیروها اثر یکدیگر را خنثی کرده‌اند؟

نیروی شناوری و نیروی وزن همدیگر را و همچنین نیروی پیشران و نیروی مقاومت نیز همدیگر را خنثی کرده‌اند.

پرسش (۲-۲)

صفحه ۳۱ کتاب درسی

در فیلمی علمی-تخیلی، موتور یک کشتی فضایی که در فضای تهی خارج از جو زمین و دور از هر سیاره و خورشید در حرکت است، از کار می‌افتد. در نتیجه حرکت کشتی فضایی کند می‌شود و می‌ایستد. آیا امکان وقوع چنین رویدادی وجود دارد؟ توضیح دهید.

امکان وقوع چنین رویدادی وجود ندارد زیرا در فضای تهی و دور از هر جرم آسمانی نیروی خالصی بر کشتی وارد نمی‌شود و طبق قانون اول نیوتون وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، سرعت جسم تغییری نمی‌کند. بنابراین با از کار افتادن موتور کشتی، کشتی باید با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد.

فعالیت (۱-۲)

صفحه ۳۱ کتاب درسی

درباره آزمایش ذهنی گالیله تحقیق کنید و به کلاس گزارش دهید.

گالیله با بیان اینکه «اگر در حرکت جسم تداخلی به وجود نیاید، جسم به حرکت خود در خط راست تا ابد ادامه می‌دهد» با ارسطو مخالفت کرد، گالیله فرضیه خود را با حرکت اجسام روی سطح شیب‌دار، با زاویه‌های شیب مختلف آزمود. او طی آزمایش‌هایش با سطوح شیب‌دار مختلف متوجه شد اگر دو سطح شیب‌دار روبه‌روی هم قرار داشته باشند و از روی یکی از سطوح و در ارتفاع معینی از آن، گلوله‌ای را رها کند، گلوله روی سطح شیب‌دار دوم دقیقاً به همان ارتفاع بالا می‌رود و این نتیجه مستقل از زاویه سطح شیب‌دار است. بر این اساس او آزمایشی ذهنی را ترتیب داد و فرض کرد زاویه سطح شیب‌دار دوم برابر با صفر باشد و در این صورت با توجه به مشاهدات خود در مورد سطوح شیب‌دار مختلف نتیجه گرفت که حرکت گلوله روی سطح افقی باید تا ابد ادامه داشته باشد.

به بیان دیگر او متوجه شد سرعت گلوله هنگامی که روی سطح شیب‌دار به پایین می‌غلتد، افزایش و هنگام بالا رفتن از سطح شیب‌دار، کاهش می‌یابد و نتیجه گرفت سرعت گلوله‌ای که روی سطح افق می‌غلتد نه افزایش می‌یابد و نه کاهش.



الف) چرا حرکت سریع مقوا در شکل الف، سبب افتادن سکه در لیوان می‌شود؟



(ب)

(الف)

وقتی سکه روی مقوا قرار دارد در راستای قائم به آن نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد می‌شود که با توجه به ساکن بودن سکه متوازن هستند. هنگام ضربه زدن به مقوا و حرکت آن زیر سکه، در راستای افقی به سکه نیروی اصطکاک وارد می‌شود ولی با

حرکت سریع مقوا، مقدار اثر این نیرو به حداقل می‌رسد. بنابراین چون تقریباً نیروی خالصی به سکه وارد نمی‌شود، سکه تمایل دارد حالت قبلی خود (سکون) را حفظ کند. بنابراین در راستای افقی حرکت نمی‌کند، اما چون مقوا از زیر آن کشیده شده، به دلیل حذف نیروی عمودی سطح و برهم خوردن توازن نیروها در راستای عمودی، سکه به دلیل نیروی وزنی که به آن وارد می‌شود، به داخل لیوان می‌افتد.

ب) چرا در شکل ب، اگر به آرامی نیروی وارد بر گوی سنگین را زیاد کنیم نخ بالای گوی پاره می‌شود، اما اگر ناگهان نخ را بکشیم، نخ پایین آن پاره می‌شود؟

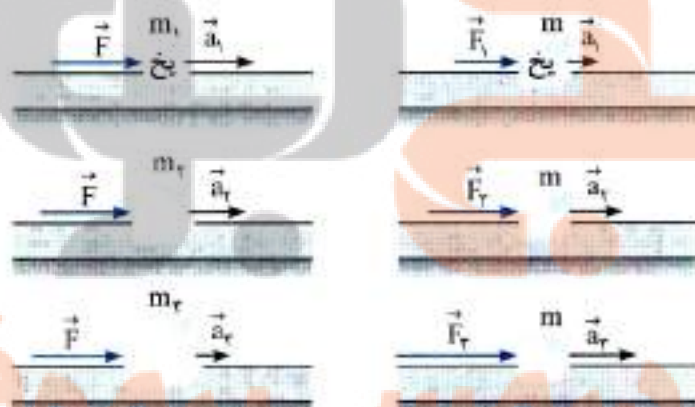


$$T = F_p$$

$$T' = F_p + W$$

هنگامی که نخ را به آرامی می‌کشیم، نیروی کشش نخ پایینی (\vec{T}) برابر با نیروی دست (F_p) و نیروی کشش نخ بالایی (\vec{T}') برابر با مجموع نیروی وزن گوی (\vec{W}) و نیروی کشش نخ پایینی (نیروی دست) است. بنابراین همواره نیروی کشش نخ بالایی از نیروی کشش نخ پایینی به اندازه نیروی وزن گوی بیشتر خواهد بود. در نتیجه با افزایش نیروی دست، نخ بالایی زودتر پاره می‌شود. اما اگر ناگهان نخ را بکشیم، نیروی وارد بر نخ پایینی فرصت انتقال به نخ بالایی را نداشته و فقط نخ پایین پاره می‌شود.

در شکل‌های زیر، قطعه‌یخ‌ها روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. استنباط خود را از این شکل‌ها بیان کنید.



شکل‌های سمت راست نشان می‌دهند هر چه نیروی خالص وارد بر جسم بزرگ‌تر باشد، شتابی که جسم می‌گیرد نیز بیشتر خواهد بود. (یعنی شتاب با نیرو نسبت مستقیم دارد).

شکل‌های سمت چپ نشان می‌دهند با یک نیروی خالص معین، هر چه جرم جسم بیشتر باشد، شتاب آن کمتر است. (شتاب با جرم نسبت وارون دارد).

شخصی در حال هل دادن جعبه‌ای سنگین روی سطح افقی است و این جعبه در جهت این نیرو حرکت می‌کند. با توجه به آنکه نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند با نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند هم‌اندازه است، توضیح دهید چگونه جعبه حرکت می‌کند؟ نیرویی که شخص وارد می‌کند به جعبه وارد می‌شود و عکس‌العمل آن، نیرویی است که از طرف جعبه به شخص وارد می‌شود. این نیروها به دو جسم مختلف وارد می‌شوند و در نتیجه اثربندیگر را خنثی نمی‌کنند. به عبارتی نمی‌توان برابری نیروهای کنش و واکنش را محاسبه کرد، زیرا به دو جسم مختلف وارد می‌شوند.

تمرین (۲-۱)

الف) وزن قطعه‌ای طلا به جرم ۱۰۰ گرم را روی سطح زمین به دست آورید.

$$m = 100g = 0.1kg \quad \vec{W}_{\text{زمین}} = m\vec{g}_{\text{زمین}} \Rightarrow W_{\text{زمین}} = 0.1 \times 9.8 = 0.98N$$

ب) وزن یک جسم در سطح یک سیاره برابر با نیروی گرانشی است که از طرف آن سیاره بر جسم وارد می‌شود. وزن این قطعه طلا را در سطح ماه و مریخ به دست آورید و با هم مقایسه کنید.

$$(g_{\text{مریخ}} = 3.7N/kg, g_{\text{ماه}} = 1.6N/kg, g_{\text{زمین}} = 9.8N/kg)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{W}_{\text{ماه}} = m\vec{g}_{\text{ماه}} &\Rightarrow W_{\text{ماه}} = 0.1 \times 1.6 = 0.16N \\ \vec{W}_{\text{مریخ}} = m\vec{g}_{\text{مریخ}} &\Rightarrow W_{\text{مریخ}} = 0.1 \times 3.7 = 0.37N \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_{\text{زمین}} > W_{\text{مریخ}} > W_{\text{ماه}}$$

تمرین (۲-۲)

اگر در مثال ۲-۵ از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، سرعت برخورد گوی‌ها با زمین را با هم مقایسه کنید.

در صورت صرف نظر کردن از مقاومت هوا می‌توان نوشت:

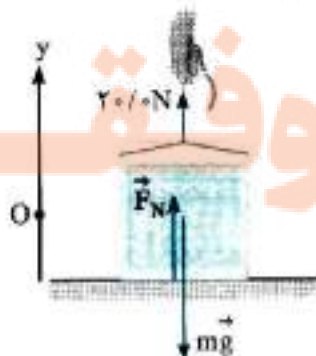
$$W - f_D = ma \xrightarrow{f_D=0} W = ma \Rightarrow a = \frac{W}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

در این صورت شتاب حرکت هر دو گوی با شتاب گرانش زمین برابر می‌شود ($a_1 = a_2 = g$)

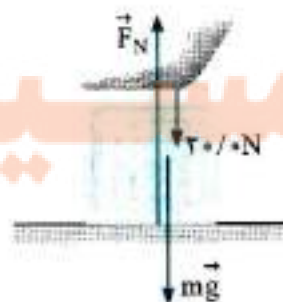
و مطابق با رابطه، هر دو گوی با سرعت یکسان $v = \sqrt{2gh}$ به زمین برخورد می‌کنند.

تمرین (۲-۳)

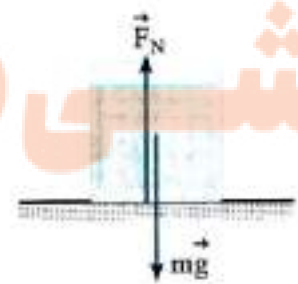
همانند شکل، جعبه‌ای به جرم $4.0kg$ روی میزی افقی قرار دارد. نیروی عمودی سطح را در حالت‌های نشان داده شده به دست آورید.



(پ)



(ب)



(الف)

الف) در این حالت بر جعبه فقط نیروی وزن و عمودی تکیه‌گاه وارد می‌شود.

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N + m\vec{g} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 4 \times 10 = 40 \text{ N}$$

ب) در این حالت نیروی $F = 20 \text{ N}$ به طور عمودی و به طرف پایین بر جعبه وارد می‌شود.

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N + m\vec{g} + \vec{F} = 0 \Rightarrow F_N - (mg + F) = 0 \Rightarrow F_N = mg + F = 40 + 20 = 60 \text{ N}$$

پ) در این حالت نیروی $F = 20 \text{ N}$ به طور عمودی و به طرف بالا بر جعبه وارد می‌شود.

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N + m\vec{g} + \vec{F} = 0 \Rightarrow F_N + F - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg - F = 40 - 20 = 20 \text{ N}$$

پرسش (۶-۲)

صفحه ۳۹ کتاب درسی

در مثال ۲-۶، در هر یک از حالت‌های زیر، عددی را که ترازوی فیزیکی نشان می‌دهد با وزن شخص مقایسه کنید.

الف) آسانسور به طرف بالا شروع به حرکت کند. اگر آسانسور به طرف بالا حرکت کند، جهت سرعت شخص نیز به طرف بالا خواهد بود و چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده است، بنابراین حرکت آن تندشونده و جهت شتاب آن نیز رو به بالا است، بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = ma \Rightarrow F_N - W = ma \Rightarrow F_N = ma + W \Rightarrow F_N > W$$

ب) آسانسور به طرف پایین شروع به حرکت کند.

اگر آسانسور به طرف پایین حرکت کند، جهت سرعت شخص نیز به طرف پایین خواهد بود و چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده، بنابراین حرکت آن تندشونده و جهت شتاب رو به پایین است، بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = ma \Rightarrow F_N - W = -ma \Rightarrow F_N = W - ma \Rightarrow F_N < W$$

پ) آسانسور در حالی که به طرف بالا حرکت می‌کند، متوقف شود. چون آسانسور به طرف بالا حرکت می‌کرده و متوقف می‌شود، پس جهت سرعت آن به سمت بالا و حرکت آن کندشونده است، در نتیجه جهت شتاب در خلاف جهت سرعت و به سمت پایین است، بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = ma \Rightarrow F_N - W = -ma \Rightarrow F_N = W - ma \Rightarrow F_N < W$$

ت) آسانسور در حالی که به طرف پایین حرکت می‌کند، متوقف شود. آسانسور به طرف پایین حرکت می‌کند و متوقف می‌شود، پس جهت سرعت آن به طرف پایین و حرکت آن کندشونده است، در نتیجه جهت شتاب در خلاف جهت سرعت و به طرف بالا است بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = ma \Rightarrow F_N - W = ma \Rightarrow F_N = W + ma \Rightarrow F_N > W$$

پرسش (۷-۲)

صفحه ۴۰ کتاب درسی

الف) براساس قانون سوم نیوتون و آنچه از اصطکاک آموختید، توضیح دهید راه رفتن با شروع از حالت سکون چگونه انجام می‌شود؟ هنگام راه رفتن به سمت جلو پایی را که روی زمین قرار دارد (پای تکیه‌گاه) به سمت عقب هل می‌دهیم، اما به دلیل وجود نیروی اصطکاک بین کف پا (کف کفش) و سطح زمین، پای تکیه‌گاه روی سطح زمین ثابت می‌ماند. عکس‌العمل این نیروی رو به عقب که از طرف کف پا به زمین وارد می‌شود، نیروی رو به جلویی است که از طرف زمین به کف پا وارد می‌شود. در نتیجه نیروی خالص رو به جلویی به بدن وارد شده و باعث حرکت رو به جلوی بدن می‌شود.

ب) چرا راه رفتن روی یک سطح سُر مانند سطح یخ به سختی ممکن است؟ هنگام راه رفتن روی یک سطح سُر، نیروی رو به عقبی که به پای تکیه‌گاه وارد می‌کنیم، بسیار بزرگ‌تر از نیروی اصطکاکی است که از طرف سطح به کف پا وارد می‌شود. بنابراین برآیند نیروهای وارد شده به پای تکیه‌گاه به سمت عقب خواهد بود و پای تکیه‌گاه به طرف عقب سُر می‌خورد. به همین دلیل برای جلوگیری از سُر خوردن باید نیروی وارد شده به پای تکیه‌گاه را تا حد ممکن (کمتر از نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بین کف پا و سطح سُر) کم کنیم. در نتیجه مجبور خواهیم بود با قدم‌های کوتاه و به آرامی روی سطح حرکت کنیم.

تمرین (۲-۴)

صفحه ۴۱ کتاب درسی

اگر در شکل ۲-۱۲، جرم جسم $4/0 \text{ kg}$ و بزرگی نیروها $F_1 = 4/0 \text{ N}$ ، $F_2 = 8/0 \text{ N}$ و $F_3 = 16/0 \text{ N}$ باشد،

الف) بزرگی نیروهای اصطکاک ایستایی در هر حالت چقدر است؟

جسم ساکن است.

جسم ساکن است.

$$\text{حالت دوم: } F_2 - f_s = ma \Rightarrow f_s = F_2 = 8 \text{ N}$$

$$\text{حالت اول: } F_1 - f_s = ma \Rightarrow f_s = F_1 = 4 \text{ N}$$

در حالت سوم جسم در آستانه حرکت قرار دارد، بنابراین هنوز ساکن است و حرکتی نکرده است.

$$\text{حالت سوم: } F_3 - f_{s,\max} = ma \Rightarrow f_{s,\max} = F_3 = 16 \text{ N}$$

ب) ضریب اصطکاک ایستایی را پیدا کنید. جسم ساکن است در نتیجه برآیند نیروها در راستای قائم و افقی برابر با صفر است بنابراین اندازه نیروی عمودی تکیه‌گاه با فرض $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ برابر است با:

$$F_N = mg = 4(10) = 40 \text{ N}$$

بنابراین برای به دست آوردن ضریب اصطکاک ایستایی (μ_s) می‌توان نوشت:

$$f_{s,\max} = \mu_s N \Rightarrow 16 = \mu_s (40) \Rightarrow \mu_s = 0/4$$

آزمایش (۲-۱)

صفحه ۴۱ کتاب درسی

اندازه‌گیری ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم

وسایل لازم: نیروسنج، قطعه چوبی به شکل مکعب مستطیل با وجوه یکنواخت، ترازو، خطکش

شرح آزمایش:

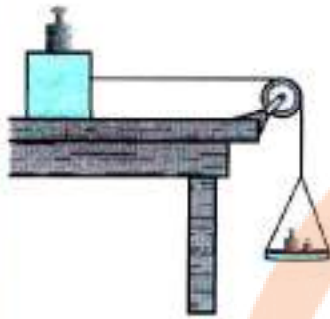
- ۱- مکعب چوبی را از طرف وجه بزرگ آن، روی سطح افقی میز قرار دهید.
- ۲- نیروسنج را مانند شکل به مکعب چوبی وصل کنید و سر دیگر نیروسنج را با دست بگیرید و به طور افقی بکشید.
- ۳- نیروی دستتان را به آرامی افزایش دهید تا جایی که مکعب چوبی در آستانه لغزیدن قرار گیرد. در این حالت عددی را که نیروسنج نشان می‌دهد، در جدول یادداشت کنید (برای اینکه دقت شما افزایش یابد لازم است آزمایش را چند بار تکرار کنید).
- ۴- اکنون مکعب چوبی را از طرف وجه کوچک‌تر روی سطح قرار دهید و مراحل ۲ و ۳ را تکرار کنید.
- ۵- با اندازه‌گیری جرم مکعب چوبی و با استفاده از رابطه ۲-۴ مقدار μ_s را در هر آزمایش محاسبه و در جدول یادداشت کنید.

وزن قطعه: ۱۲ N		مساحت سطح تماس قطعه با میز	شماره آزمایش
μ_s	عددی که نیروسنج نشان می‌دهد ($f_{s,\max}$)		
۰/۵۹	۷/۱ N	150 cm^2	۱
۰/۶	۷/۲ N	50 cm^2	۲

سطح تماس آن دو جسم بستگی ندارد.

فعالیت (۲-۲)

صفحه ۴۲ کتاب درسی



آزمایشی طراحی کنید که نشان دهد $f_{s, \max}$ متناسب با F_N است.

وسایل و مواد لازم: قرقره ثابت، نخ، وزنه‌های مختلف، کفه، قطعه چوبی
شرح آزمایش:

۱- مطابق شکل قرقره را روی لبه میز سوار می‌کنیم و نخ را که یک سر آن به قطعه چوب و سر دیگر آن به کفه وصل است، از روی قرقره عبور می‌دهیم.

۲- به کفه آویزان شده آنقدر وزنه اضافه می‌کنیم تا قطعه چوب روی میز شروع به حرکت کند. در این حالت مجموع وزن کفه و وزنه‌ها برابر با نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است.

۳- وزنه‌های مختلف را روی قطعه چوبی قرار می‌دهیم و مرحله ۲ را برای هر وزنه تکرار می‌کنیم.

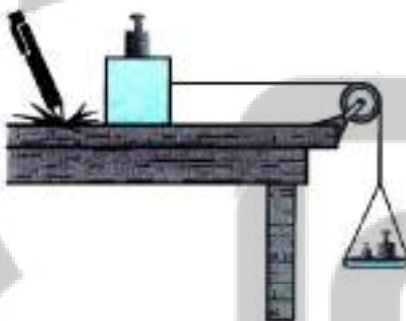
۴- نمودار تغییرات وزن وزنه‌های داخل کفه ($f_{s, \max}$) را بر حسب وزن وزنه‌های روی قطعه چوبی (F_N) رسم می‌کنیم. مشاهده می‌شود که نمودار به صورت یک خط راست است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت F_N با $f_{s, \max}$ متناسب است.

صفحه ۴۲ کتاب درسی

فعالیت (۳-۲)

آزمایشی طراحی کنید که با آن بتوانید:

الف) نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسمی مانند یک قطعه چوب در حال لغزش روی سطح را اندازه بگیرید و با استفاده از آن μ_k را به دست آورید.



وسایل لازم: قرقره ثابت، کفه، وزنه‌های متفاوت، قطعه چوبی با سطح زیرین صاف، نخ

شرح آزمایش:

۱- ابتدا دستگاهی مطابق شکل می‌بندیم.

۲- سپس با زدن ضربه‌های متوالی به سطح میز به آرامی در داخل کفه، وزنه

اضافه می‌کنیم تا جایی که قطعه چوبی با سرعت ثابت شروع به حرکت کند. در این حالت وزن وزنه‌های داخل کفه را یادداشت می‌کنیم. ($W = f_k$)

۳- وزنه‌های مختلف (W') را روی سطح قطعه چوبی قرار می‌دهیم و برای هر وزنه مرحله ۲ را تکرار می‌کنیم.

۴- نمودار W را بر حسب W' رسم می‌کنیم. در این حالت شیب نمودار برابر با μ_k خواهد بود.

ب) بستگی یا عدم بستگی نیروی اصطکاک جنبشی به مساحت سطح تماس دو جسم را تحقیق کنید.

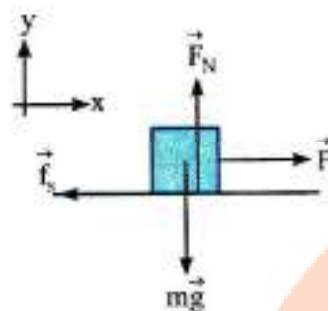
مکعب چوبی را از طرف وجه‌های دیگر نیز روی میز قرار می‌دهیم و مراحل آزمایش قسمت الف را انجام می‌دهیم. خواهیم

دید نمودار رسم شده در هر دو حالت (قسمت الف و ب) منطبق بر هم است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت نیروی

اصطکاک جنبشی به طور محسوسی به مساحت سطح تماس دو جسم بستگی ندارد.

تلاش کنید تا به فعالیت دست یابید

در مثال قبل اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جعبه و زمین $0/600$ و جسم در ابتدا ساکن باشد، حداقل نیروی افقی لازم



برای به حرکت درآوردن جعبه چقدر است؟ وقتی جسم در آستانه حرکت قرار دارد، نیروی اصطکاک ایستایی وارد شده به جسم، بیشینه است اما جسم حرکتی ندارد. یعنی برآیند نیروهای وارد شده بر آن صفر است. بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\text{در راستای محور } y: \vec{F}_{y,net} = 0 \Rightarrow F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W = mg = 75 \times 9/8 = 735 \text{ N}$$

$$\text{در راستای محور } x: \vec{F}_{x,net} = 0 \Rightarrow F - f_{s,max} = 0$$

$$\Rightarrow F = f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/6 \times 735 = 441 \text{ N}$$

بنابراین حداقل نیروی لازم برای به حرکت درآوردن جسم 441 N است.

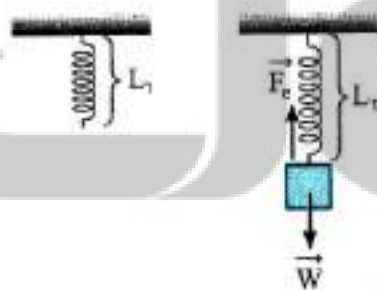
فعالیت (۲-۴)

تعدادی فنر متفاوت تهیه کنید. الف) سختی آنها را مقایسه کنید. برخی از فنرها به سختی و برخی به راحتی فشرده می‌شوند. بنابراین فنرهایی که سخت‌تر فشرده می‌شوند سختی بیشتری نیز دارند.

ب) با طراحی یک آزمایش، ثابت هر فنر را به دست آورید.

وسایل لازم: چند فنر متفاوت، وزنه، خط‌کش، ترازو، پایه

شرح آزمایش: ابتدا یکی از فنرها را به پایه آویزان می‌کنیم، طول آن را با خط‌کش اندازه گرفته و آن را L_1 می‌نامیم. سپس وزنه‌ای که قبلاً جرم (m) آن را با ترازو اندازه گرفته‌ایم به فنر متصل می‌کنیم و منتظر می‌مانیم تا فنر به حال سکون در آید. در این حالت طبق قانون دوم نیوتون نیروی کشسانی فنر برابر با وزن جسم است. اکنون مجدداً طول فنر را اندازه گرفته و آن را L_2 می‌نامیم. حال از طریق قانون هوک می‌توانیم ثابت فنر را محاسبه کنیم.



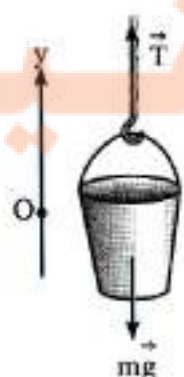
$$F_e - W = ma = 0 \Rightarrow F_e = W \Rightarrow k(L_2 - L_1) = mg \Rightarrow k = \frac{mg}{L_2 - L_1}$$

تمرین (۲-۶)

کارگری یک سطل محتوی مصالح به جرم $16/0 \text{ kg}$ را با طناب سبکی به طرف بالا می‌کشد. اگر شتاب رو به بالای سطل $1/2 \text{ m/s}^2$ باشد، نیروی کشش طناب چقدر است؟

جهت مثبت محور y را رو به بالا انتخاب می‌کنیم. بنابراین با توجه به نیروهای رسم شده و قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = mg + ma = m(g + a) = 16 \times (9/8 + 1/2) = 176 \text{ N}$$



نشان دهید بین اندازه تکانه (p) و انرژی جنبشی (K) جسمی به جرم m، رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ برقرار است.

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 \\ p &= mv \Rightarrow v = \frac{p}{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow K = \frac{1}{2}m\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m}$$

صفحه ۴۹ کتاب درسی

پرسش متن

با اینکه تندی جسم در این حرکت ثابت است، حرکت ذره شتاب‌دار است (چرا؟).

در حرکت شتاب‌دار، سرعت ذره تغییر می‌کند. با توجه به اینکه در حرکت دایره‌ای یکنواخت، جهت حرکت در هر لحظه تغییر می‌کند در نتیجه جهت سرعت ذره نیز در طول مسیر و در هر لحظه تغییر می‌کند. بنابراین حرکت دایره‌ای یکنواخت یک حرکت شتاب‌دار است.

صفحه ۴۹ کتاب درسی

پرسش (۲-۸)

چرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت، ذره در بازه‌های زمانی برابر، مسافت‌های یکسانی را طی می‌کند؟

زیرا در این نوع حرکت، تندی ثابت است؛ بنابراین در بازه‌های زمانی یکسان، مسافت‌های یکسانی طی می‌شود.

صفحه ۴۹ کتاب درسی

پرسش (۲-۹)

دوره عقربه ثانیه‌شمار، دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار یک ساعت عقربه‌ای چیست؟

۶۰s طول می‌کشد تا عقربه ثانیه‌شمار، یک دور کامل بزند، بنابراین:

$$T_s = 60s \text{ عقربه ثانیه‌شمار}$$

۶۰ دقیقه طول می‌کشد تا عقربه دقیقه‌شمار، یک دور کامل بزند، بنابراین:

$$T_m = 60 \times 60 = 3600s \text{ عقربه دقیقه‌شمار}$$

۱۲ ساعت طول می‌کشد تا عقربه ساعت‌شمار، یک دور کامل بزند، بنابراین: $T_h = 12 \times 3600 = 43200s$ عقربه ساعت‌شمار

صفحه ۵۱ کتاب درسی

تمرین (۲-۸)

مسافتی را که هر یک از افراد در مثال بالا در مدت $3/0s$ طی کرده‌اند محاسبه کنید.

$$r_1 = 1m, r_2 = 2m, r_3 = 3m, T = 12s, \Delta t = 3s$$

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{2\pi r}{T} \\ x &= v\Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \frac{2\pi r}{T} \Delta t$$

$$x_1 = \frac{2\pi r_1}{T} \Delta t = \frac{2 \times 3 / 14 \times 1}{12} \times 3 = 1/14m$$

$$x_2 = \frac{2\pi r_2}{T} \Delta t = \frac{2 \times 3 / 14 \times 2}{12} \times 3 = 2/14m$$

$$x_3 = \frac{2\pi r_3}{T} \Delta t = \frac{2 \times 3 / 14 \times 3}{12} \times 3 = 4/14m$$

تلاشی در مسیر موفقیت

نشان دهید در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب مرکزگرا از رابطه $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ نیز به دست می‌آید که در آن T و r به ترتیب دوره تناوب و شعاع دایره است.

$$v = \frac{2\pi r}{T} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow a_c = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

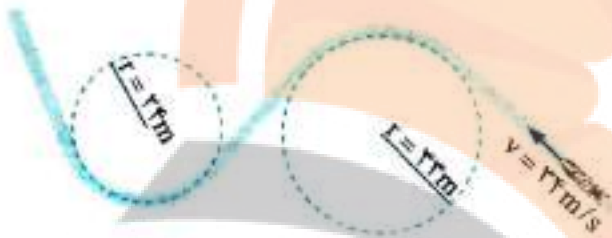
$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

تمرین (۲-۹)

صفحه ۵۲ کتاب درسی

شکل روبه‌رو مسیر حرکت سورت‌های را در مسابقه المپیک زمستانی نشان می‌دهد. سورت‌ها روی یک سطح افقی در حال حرکت است. اگر تندی حرکت سورت‌ها در کل مسیر 24 m/s باشد، شتاب مرکزگرای آن را در هر یک از پیچ‌ها به دست آورید.

$r_1 = 22 \text{ m}$, $r_2 = 24 \text{ m}$, $a_{c,1} = ?$, $a_{c,2} = ?$



$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \begin{cases} a_{c,1} = \frac{v^2}{r_1} = \frac{(24)^2}{22} = 25.09 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ a_{c,2} = \frac{v^2}{r_2} = \frac{(24)^2}{24} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases}$$

تمرین (۲-۱۵)

صفحه ۵۳ کتاب درسی



خودرویی به جرم 1500 kg را در نظر بگیرید که می‌خواهد در یک پیچ مسطح افقی به شعاع 50.0 m بدون آنکه بلغزد، دور بزند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیک و سطح جاده $1/0$ باشد، حداکثر تندی خودرو چقدر می‌تواند باشد؟ راهنمایی: با اینکه خودرو می‌خواهد یک‌چهارم دایره را طی کند، می‌توانیم خودرو را به صورت یک ذره در نظر بگیریم که در یک‌چهارم دایره، حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. در راستای عمود بر

سطح، نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر خودرو وارد می‌شود و نیروی اصطکاک ایستایی که عمود بر راستای حرکت است، مانع از لغزش خودرو شده و به طرف مرکز پیچ، بر خودرو وارد می‌شود. این نیرو شتاب مرکزگرای لازم را برای دور زدن تأمین می‌کند. مطابق شکل سه نیروی وزن، نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک بر خودرو وارد می‌شود. با استفاده از قانون دوم نیوتون برای راستای y داریم:

$$F_{y,net} = ma = 0 \Rightarrow F_N = W = mg$$

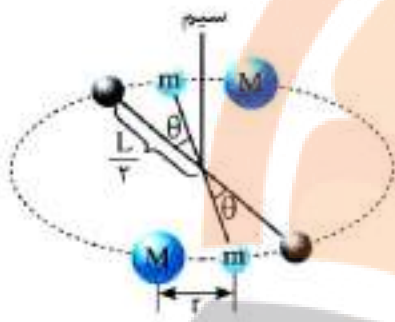
با توجه به اینکه نیروی وزن و نیروی عمودی سطح همدیگر را خنثی می‌کنند، خواهیم داشت:

$$F_{net} = f_s = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{r f_s}{m}}$$

بنابراین سرعت بیشینه‌ای که خودرو با آن می‌تواند بدون لغزیدن پیچ مسیر را طی کند، برابر است با:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{r f_{s,max}}{m}} = \sqrt{\frac{r \mu_s F_N}{m}} = \sqrt{\frac{r \mu_s mg}{m}} = \sqrt{r \mu_s g} = \sqrt{50 \times 1 \times 9.8} = 7\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 22 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

ثابت گرانشی G را اولین بار هنری کاوندیش در سال ۱۷۹۸ اندازه‌گیری کرد. در مورد روش اندازه‌گیری G توسط هنری کاوندیش تحقیق کنید و نتیجه را به کلاس گزارش دهید. کاوندیش برای بررسی تجربی قانون گرانش عمومی نیوتون و تعیین مقدار ثابت گرانش عمومی از یک ترازوی پیچشی بسیار حساس استفاده کرد. در این ترازو دو گلوله کوچک سربی به جرم $m = 0.73 \text{ kg}$ به دو انتهای یک میله سبک متصل‌اند و میله توسط سیمی که به مرکز جرم آن متصل است آویزان شده است. دو گلوله بزرگ سربی به جرم $M = 158 \text{ kg}$ نیز در نزدیک دو سر میله و در دو طرف مخالف قرار داده شده‌اند و در اطراف آن تلسکوپی تعبیه شده که به وسیله آن میزان انحراف یا زاویه چرخش میله قابل اندازه‌گیری است.



هرگاه گلوله‌های بزرگ در نزدیکی گلوله‌های کوچک قرار گیرند براساس قانون گرانش عمومی، بر گلوله‌های کوچک نیروی جاذبه‌ای وارد می‌شود که باعث چرخیدن میله و در نتیجه تاب خوردن رشته نازک می‌شود. چرخش میله تا زاویه‌ای ادامه می‌یابد که نیروی پیچشی واردشده از طرف سیم با نیروی گرانشی بین گلوله‌های سربی برابر شود.

$$(k\theta = \frac{GmM}{r^2})$$

با برداشتن گلوله‌های بزرگ سربی از داخل ترازو و اندازه‌گیری دوره تناوب نوسان‌های آزاد گلوله‌های کوچک متصل به میله، ثابت پیچشی سیم مورد استفاده در ترازو به دست می‌آید.

$$(T = 2\pi\sqrt{\frac{mL^2}{\tau k}})$$

$$G = \frac{\tau\pi^2 Lr^2\theta}{MT^2}$$

در نتیجه با ترکیب دو رابطه فوق ثابت گرانش عمومی به صورت زیر به دست می‌آید:

مدار همگام با زمین و ماهواره‌های مخابراتی: از دیدگاه مخابراتی، باقی ماندن ماهواره در یک محل نسبت به مکانی در روی زمین (مثلاً بالای ایران) امتیاز محسوب می‌شود. این در صورتی رخ می‌دهد که دوره گردش ماهواره به دور زمین با مدت زمان یک دور چرخش زمین به دور خودش، یعنی $24/0 \text{ h}$ یکسان باشد.

الف) در چه فاصله‌ای از زمین می‌توان این مدار همگام با زمین را یافت؟ جرم ماهواره را m و فاصله آن تا مرکز زمین را r در نظر می‌گیریم. تنها نیرویی که به ماهواره وارد می‌شود نیروی گرانشی است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{net}} &= \frac{mv^2}{r} \\ v &= \frac{2\pi r}{T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow G \frac{M_e m}{r^2} = m \frac{(\frac{2\pi r}{T})^2}{r} \Rightarrow G \frac{M_e m}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow r^3 = \frac{GM_e T^2}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GM_e T^2}{4\pi^2}}$$

اکنون با استفاده از رابطه به دست آمده می‌توان فاصله ماهواره از مرکز زمین را محاسبه نمود:

$$r = \sqrt[3]{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24} \times (86400)^2}{4\pi^2}} = 4.225 \times 10^7 \text{ m} \Rightarrow r = 42250 \text{ km}$$



$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 4 / 225 \times 10^7}{86400} = 3.072 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11000 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

پرسش (۲-۱۱) صفحه ۵۶ کتاب درسی

نشان دهید مربع دوره گردش ماهواره‌ها به دور زمین متناسب با مکعب فاصله ماهواره از مرکز زمین است. با توجه به اینکه تنها نیروی وارد شده به ماهواره نیروی گرانشی است، مطابق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = \frac{mv^2}{r} \quad \left. \begin{array}{l} \\ v = \frac{2\pi r}{T} \end{array} \right\} \Rightarrow G \frac{M_e m}{r^2} = \frac{m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2}{r} \Rightarrow G \frac{M_e m}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_e} \Rightarrow T^2 = kr^3$$

↑ ضرب ثابت = k

تمرین (۲-۱۲) صفحه ۵۶ کتاب درسی

نشان دهید شتاب گرانشی روی زمین برابر است با: $g = G \frac{M_e}{R_e^2}$

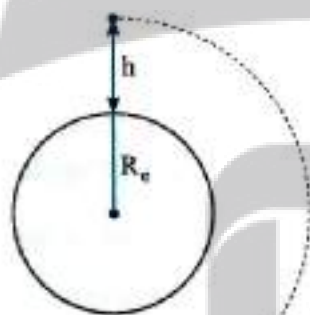
نیروی گرانشی که از طرف زمین به یک جسم که روی سطح زمین قرار دارد، وارد می‌شود برابر با وزن جسم روی سطح زمین است. بنابراین:

$$W = mg = G \frac{M_e m}{R_e^2} \Rightarrow g = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

تمرین (۲-۱۳) صفحه ۵۶ کتاب درسی

تلسکوپ فضایی هابل با تندی $7560 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ گرد زمین می‌چرخد.

الف) فاصله این تلسکوپ از سطح زمین چند کیلومتر است؟



$$v = 7560 \frac{\text{m}}{\text{s}}, G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}, M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_e = 6380 \times 10^3 \text{ m}$$

مطابق شکل فاصله تلسکوپ تا سطح زمین را h در نظر می‌گیریم. با توجه به اینکه تنها نیروی وارد شده به تلسکوپ، نیروی گرانشی زمین است، داریم:

$$F_{\text{net}} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow G \frac{mM_e}{(R_e + h)^2} = \frac{mv^2}{(R_e + h)} \Rightarrow R_e + h = \frac{GM_e}{v^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{(7560)^2}$$

$$= 6980 \times 10^3 \text{ m} = 6980 \text{ km} \Rightarrow h = 6980 - 6380 = 600 \text{ km}$$

ب) وزن این تلسکوپ در این ارتفاع چند برابر وزن آن روی زمین است؟

$$\frac{W_h}{W_e} = \frac{G \frac{mM_e}{(R_e + h)^2}}{G \frac{mM_e}{R_e^2}} \Rightarrow \frac{W_h}{W_e} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 = \left(\frac{6380}{6980} \right)^2 = 0.835$$

ب) دوره تناوب این تلسکوپ را پیدا کنید. ($R_e = 6380 \text{ km}$)

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R_e + h)}{v} = \frac{2\pi \times 6980 \times 10^3}{7560} = 5800 \text{ s}$$



۱ سیبی را در نظر بگیرید که به شاخه درختی آویزان است و سپس از درخت جدا می‌شود.

الف) با رسم شکل نیروهای وارد بر سیب را قبل و بعد از جدا شدن از درخت نشان دهید.

وقتی سیب به شاخه درخت آویزان است، نیروی وزن از طرف زمین به طرف پایین و نیروی F از طرف درخت و رو به بالا به آن وارد می‌شود. با توجه به اینکه سیب ساکن است، این دو نیرو متوازن‌اند و اندازه آنها با هم برابر است.

بعد از جدا شدن سیب از درخت، نیروی وزن رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالا به سیب وارد می‌شود و با توجه به اینکه سیب به سمت پایین شتاب می‌گیرد، اندازه نیروی وزن از نیروی مقاومت هوا بیشتر است.

ب) در هر حالت واکنش این نیروها بر چه اجسامی وارد می‌شود؟

واکنش نیروی وزن به زمین، واکنش نیروی مقاومت هوا به مولکول‌های هوای اطراف سیب و واکنش نیروی درخت به درخت وارد می‌شود.



۲ وقتی در خودروی ساکنی نشسته‌اید و خودرو ناگهان شروع به حرکت می‌کند، به صندلی

فشرده می‌شوید. همچنین اگر در خودروی در حال حرکتی نشسته باشید، در توقف ناگهانی به جلو پرتاب می‌شوید.

الف) علت این پدیده‌ها را توضیح دهید.

وقتی خودرو ساکن است، شخص نیز ساکن است. با حرکت ناگهانی خودرو روبه جلو، شخص تمایل دارد حالت سکون خود را حفظ کند بنابراین به صندلی فشرده می‌شود.

همچنین شخص درون خودروی در حال حرکت، تمایل دارد حرکت روبه جلوی خود را حفظ کند بنابراین وقتی خودرو ترمز می‌کند، شخص به سمت جلو پرتاب می‌شود.

ب) نقش کمربند ایمنی و کیسه هوا در کم شدن آسیب‌ها در تصادف‌ها را بیان کنید.

با توجه به اینکه اجسام دارای لختی هستند هنگامی که سرعت خودرو کم می‌شود سرنشینان داخل خودرو تمایل به ادامه حرکت خود را دارند بنابراین با ترمز زدن اتومبیل، به سمت جلو پرتاب می‌شوند. در این وضعیت کمربند ایمنی و کیسه هوا مانع آسیب رسیدن به افراد می‌شوند.

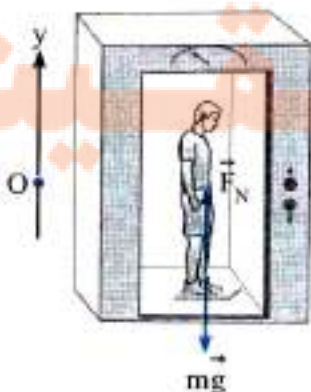
۳ دانش‌آموزی به جرم 50 kg روی یک ترازوی فنری در آسانسور ایستاده است. در هر یک از حالت‌های زیر این ترازو

چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g = 9.8 \text{ N/kg}$)

الف) آسانسور ساکن است.

جهت مثبت محور y را رو به بالا انتخاب می‌کنیم. هنگامی که آسانسور ساکن است شخص نیز ساکن است و نیروی خالص وارد بر او صفر است:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50 \times 9.8 = 490 \text{ N}$$



ب) آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

در حالتی که آسانسور با سرعت ثابت حرکت کند، شخص نیز با سرعت ثابت حرکت می‌کند بنابراین شتاب حرکت برابر صفر است. طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50 \times 9/8 = 490 \text{ N}$$

پ) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند.

اگر آسانسور با شتاب حرکت کند، حرکت شخص نیز شتاب‌دار خواهد بود. با توجه به اینکه جهت حرکت (سرعت) رو به بالا و حرکت تندشونده است (زیرا آسانسور شروع به حرکت کرده)، شتاب و سرعت هم جهت هستند. بنابراین:

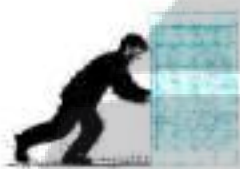
$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = mg + ma = m(g + a) \Rightarrow F_N = 50 \times (9/8 + 1/2) = 550 \text{ N}$$

ت) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند.

جهت حرکت (سرعت) رو به پایین است. با توجه به اینکه حرکت تندشونده است، شتاب و سرعت هم جهت هستند. شتاب روبه پایین را با علامت منفی در نظر می‌گیریم:

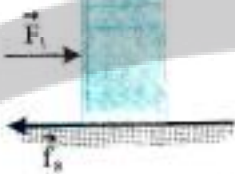
$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow F_N - mg = -ma \Rightarrow F_N = mg - ma = m(g - a) \Rightarrow F_N = 50 \times (9/8 - 1/2) \Rightarrow F_N = 430 \text{ N}$$

۴) در شکل نشان داده شده، شخص با نیروی 200 N جسم $90/0$ کیلوگرمی را هل می‌دهد، اما جسم ساکن می‌ماند. ولی وقتی با نیروی 300 N جسم را هل می‌دهد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد.



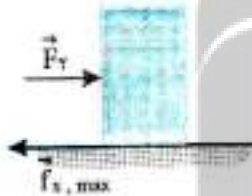
الف) نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح در هر حالت چقدر است؟

حالت اول: جسم ساکن است، بنابراین نیروی وارد شده به جسم متوازن‌اند:



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow F_1 - f_s = 0 \Rightarrow F_1 = f_s \Rightarrow f_s = 200 \text{ N}$$

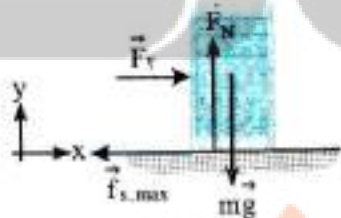
حالت دوم: جسم در آستانه حرکت قرار دارد و همچنان ساکن است بنابراین داریم:



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow F_2 - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F_2 = f_{s,max} \Rightarrow f_{s,max} = 300 \text{ N}$$

ب) ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح چقدر است؟

جسم در راستای قائم ثابت است در نتیجه داریم:



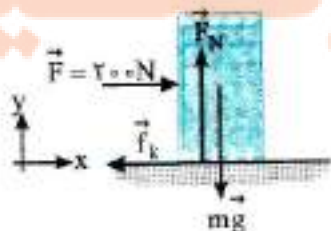
$$\vec{F}_{y,net} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 90 \times 10 = 900 \text{ N}$$

$$f_{s,max} = \mu_s N \Rightarrow 300 = \mu_s \times 900 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$

پ) اگر پس از حرکت، شخص با نیروی 200 N جسم را هل دهد و ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم $0/20$ باشد،

شتاب حرکت جسم چقدر خواهد شد؟

با بررسی قانون دوم نیوتون در راستای محور x داریم:



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

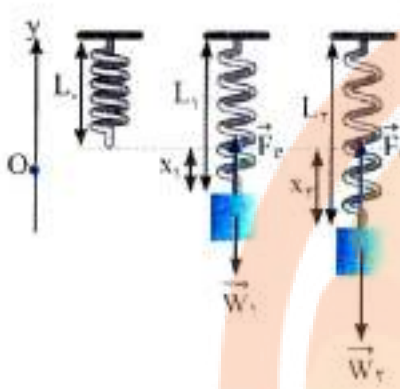
$$\Rightarrow 200 - (0/20 \times 900) = 90a \Rightarrow 200 - 180 = 90a \Rightarrow a = \frac{2}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۵ در شکل روبه‌رو وقتی وزنه $4/0\text{kg}$ را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر $14/0\text{cm}$ می‌شود، و وقتی وزنه $5/0\text{kg}$ را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر $15/0\text{cm}$ می‌شود.



الف) ثابت فنر چقدر است؟
 $m_1 = 4\text{kg}, L_1 = 14\text{cm}, m_2 = 5\text{kg}, L_2 = 15\text{cm}, k = ?$

با در نظر گرفتن جهت مثبت محور y ، رو به بالا و استفاده از قانون دوم نیوتون برای هر دو حالت داریم:



$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow F_e - W = 0 \Rightarrow kx = W$$

$$\Rightarrow \begin{cases} kx_1 = m_1g \Rightarrow k(L_1 - L_s) = m_1g & (1) \\ kx_2 = m_2g \Rightarrow k(L_2 - L_s) = m_2g & (2) \end{cases}$$

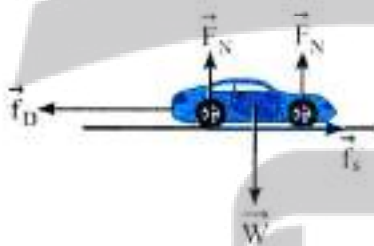
$$\xrightarrow{(1), (2)} k(L_2 - L_1) = (m_2 - m_1)g$$

$$\Rightarrow k = \frac{(m_2 - m_1)g}{L_2 - L_1} = \frac{5 - 4}{15 - 14} \times 10 = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

ب) طول عادی فنر (بدون وزنه) چند سانتی‌متر است؟ با جایگذاری k در یکی از معادله‌های (۱) یا (۲) داریم:

$$k(L_1 - L_s) = m_1g \xrightarrow{k=10 \frac{\text{N}}{\text{cm}}} 10(14 - L_s) = 4 \times 10 \Rightarrow L_s = 10\text{cm}$$

۶ در هر یک از موارد زیر، نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید. واکنش هر یک از این نیروها به چه جسمی وارد می‌شود؟



الف) خودرویی با سرعت ثابت در یک مسیر مستقیم افقی در حال حرکت است.

برخودروی در حال حرکت نیروی‌های مقابل وارد می‌شوند. واکنش نیروی وزن (W) به

زمین وارد می‌شود. واکنش نیروی عمودی تکیه‌گاه (\vec{F}_N) به سطح جاده وارد می‌شود.

واکنش نیروی اصطکاک ایستایی (F_s) نیروی رو به عقبی است که در راستای سطح

جاده وارد می‌شود. واکنش نیروی مقاومت هوا (\vec{f}_D) نیز به مولکول‌های هوا وارد می‌شود.

ب) کشتی‌ای با سرعت ثابت در حال حرکت است.

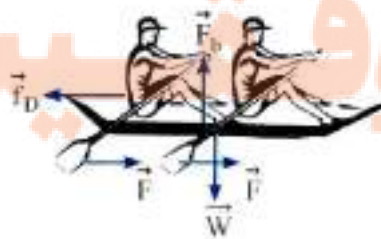
واکنش نیروی پیشران (\vec{F}) نیروی است که از طرف پروانه‌های چرخان داخل آب

به مولکول‌های آب وارد می‌شود. واکنش نیروی مقاومت (\vec{f}_D) به مولکول‌های

آب و هوایی که با بدنه کشتی برخورد می‌کند وارد می‌شود. واکنش نیروی وزن

(W) به زمین و واکنش نیروی شناوری (\vec{F}_b) نیز به آب وارد می‌شود.

پ) قایقرانی در حال پارو زدن است.



قایق و قایقران را به صورت یک جسم واحد در نظر می‌گیریم بنابراین نیروهای وارد

بر آنها به صورت روبه‌رو خواهد بود. عکس‌العمل نیروی (\vec{W}) به زمین وارد می‌شود

و عکس‌العمل نیروی پیشران (\vec{F}) به مولکول‌های آب که به پارو برخورد می‌کنند و

عکس‌العمل نیروی مقاومت (\vec{f}_D) به مولکول‌های آب و هوایی که با سطح قایق و

قایقران برخورد می‌کنند وارد می‌شود. عکس‌العمل نیروی شناوری (\vec{F}_b) هم به صورت عمودی به مولکول‌های آب وارد می‌شود.

ت) چتربازی در هوای آرام و در امتداد قائم در حال سقوط است.

نیروهای وزن (\vec{W}) و مقاومت هوا (\vec{f}_D) به چتر باز وارد می‌شوند. واکنش نیروی وزن به زمین و واکنش نیروی مقاومت هوا، به مولکول‌های هوا وارد می‌شود.



ث) هواپیمایی در یک سطح پروازی افقی با سرعت ثابت در حال حرکت است.

واکنش نیروی پیشران به مولکول‌های هوایی وارد می‌شود که با پروانه‌های موتور هواپیما در تماس هستند، واکنش نیروی بالابری (\vec{F}_U) به مولکول‌های هوای زیر و روی بال‌ها، واکنش نیروی مقاوم (\vec{f}_D) به مولکول‌های هوای در تماس با بدنه هواپیما و واکنش نیروی وزن به زمین وارد می‌شود.



ج) توپی در راستای قائم به زمین برخورد می‌کند و برمی‌گردد.

هنگام برخورد توپ با زمین نیروی عمودی سطح بر توپ اثر می‌کنند و عکس‌العمل هر دو نیرو به زمین وارد می‌شود.



۷) راننده خودرویی که با سرعت $72/0 \text{ km/h}$ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانعی اقدام به ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافت $20/0 \text{ m}$ متوقف می‌شود.

الف) شتاب خودرو در مدت ترمز چقدر است؟

$$v_0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta x = 20 \text{ m}, v = 0, a = ?$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2a(20) \Rightarrow a = -\frac{400}{40} = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ب) از لحظه ترمز تا توقف کامل خودرو، چقدر طول می‌کشد؟

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -10t + 20 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

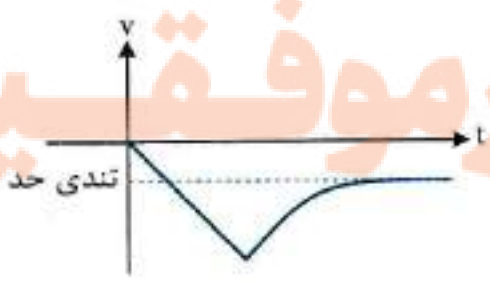
پ) نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چقدر است؟ اگر جرم خودرو و سرنشینانش را m در نظر بگیریم، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow f_k = ma = 10m$$

۸) چتربازی از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع نسبتاً زیادی قرار دارد، به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند و در امتداد قائم سقوط می‌کند. حرکت چتر باز را از لحظه پرش تا رسیدن به زمین تحلیل کنید و نموداری تقریبی از تندی آن بر حسب زمان رسم کنید.

تا قبل از باز شدن چتر، حرکت به صورت سقوط آزاد بوده و شتاب حرکت چتر باز، همان شتاب ثابت g (گرانش زمین) است. بعد از باز شدن چتر و با وارد شدن نیروی مقاومت هوا، شتاب حرکت به سمت بالا خواهد بود و سرعت حرکت چتر باز کاهش می‌یابد. در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز کم می‌شود تا اینکه نیروی مقاومت هوا و وزن با هم برابر شده و نیروهای

وارد بر چتر باز متوازن می‌شوند. بعد از آن، چتر باز با تندی ثابت موسوم به تندی حدی، به طرف پایین حرکت می‌کند.

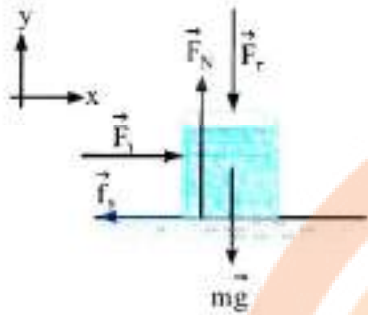


۹ در شکل زیر، نیروی F_1 به بزرگی 200 N بر جعبه وارد شده است، اما جعبه همچنان ساکن است. اگر در همین حالت

بزرگی نیروی قائم F_2 که جعبه را به زمین می‌فشارد از صفر شروع به افزایش کند، کمیت‌های زیر چگونه تغییر می‌کنند؟

چون جسم ساکن است، نیروی خالص وارد بر آن در راستای افقی و قائم برابر صفر است:

در راستای افق داریم:



$$\vec{F}_{x,\text{net}} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow F_1 - f_s = 0 \Rightarrow F_1 = f_s \quad \text{رابطه (۱)}$$

در راستای قائم می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{y,\text{net}} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow F_N - mg - F_2 = 0 \Rightarrow F_N = mg + F_2 \quad \text{رابطه (۲)}$$

الف) اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه

مطابق رابطه (۲) با افزایش F_2 ، نیروی عمودی سطح نیز افزایش می‌یابد.

ب) اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه

مطابق رابطه (۱)، نیروی اصطکاک تغییر نمی‌کند زیرا F_1 تغییر نمی‌کند.

پ) اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی

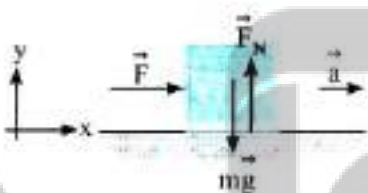
مطابق با رابطه $f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$ و با توجه به افزایش F_N ، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ($f_{s,\text{max}}$) نیز افزایش می‌یابد.

ت) نیروی خالص وارد بر جسم

مطابق رابطه $F = ma$ و با توجه به اینکه $a = 0$ است نیروی خالص برابر صفر بوده و تغییر نمی‌کند.

۱۰ می‌خواهیم به جسمی که جرم آن 5 kg است، شتاب 2 m/s^2 بدهیم. در هر یک از حالت‌های زیر، نیرویی را که باید

به جسم وارد کنیم محاسبه کنید.



با در نظر گرفتن جهت مثبت محور x به سمت راست و جهت مثبت محور y به

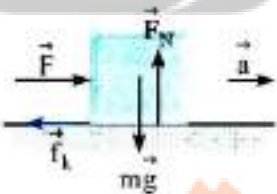
$$m = 5\text{ kg}, a = 2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

سمت بالا داریم:

الف) جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت کند.

$$\text{در راستای محور } x: \vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow F = ma = 5 \times 2 = 10\text{ N}$$

ب) جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک 0.2 به طرف راست حرکت کند، و شتابش نیز به طرف راست باشد.

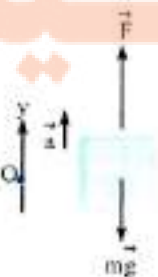


$$\text{در راستای محور } y: \vec{F}_{y,\text{net}} = m\vec{a}_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$\text{در راستای محور } x: \vec{F}_{x,\text{net}} = m\vec{a}_x \Rightarrow F - f_k = ma$$

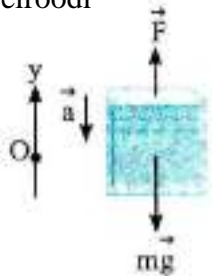
$$\Rightarrow F = \mu_k F_N + ma = \mu_k mg + ma \Rightarrow F = (0.2 \times 5 \times 10) + (5 \times 2) = 20\text{ N}$$

پ) جسم در راستای قائم با شتاب رو به بالا شروع به حرکت کند.



$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow F = mg + ma \Rightarrow F = m(g + a) = 5(10 + 2) = 60\text{ N}$$

ت) جسم در راستای قائم با شتاب رو به پایین شروع به حرکت کند.



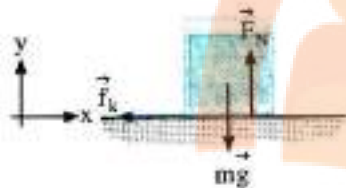
$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow F - mg = -ma \Rightarrow F = mg - ma = m(g - a)$$

$$\Rightarrow F = \Delta(1 - \gamma) = 40\text{N}$$

۱۱) قطعه چوبی را با سرعت افقی $10/0\text{m/s}$ روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح $0/20$ است.

$$v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \mu_k = 0/2, v = 0, \Delta x = ?$$

الف) چوب پس از پیمودن چه مسافتی می‌ایستد؟
ابتدا شتاب حرکت جسم را محاسبه می‌کنیم:



$$\text{در راستای محور } y: \vec{F}_{y,net} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$\text{در راستای محور } x: \vec{F}_{x,net} = m\vec{a} \Rightarrow 0 - f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow -\mu_k (mg) = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -0/2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با استفاده از معادله مستقل از زمان داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (10)^2 = 2 \times (-2) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 25\text{m}$$

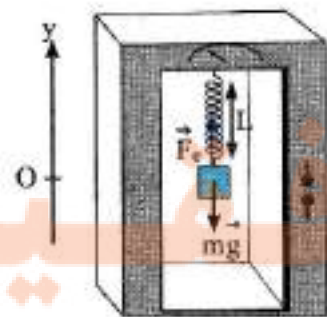
ب) اگر از یک قطعه چوب دیگر استفاده کنیم که جرم آن دو برابر جرم قطعه چوب اول و ضریب اصطکاک جنبشی آن با سطح افقی با اولی یکسان باشد و با همان سرعت پرتاب شود، مسافت پیموده شده آن چند برابر می‌شود؟
طبق قسمت قبل شتاب حرکت جسم مستقل از جرم جسم است. بنابراین داریم:

$$a_2 = -\mu_k g = -0/2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$(\Delta x_1 = \Delta x_2 = 25\text{m})$$

بنابراین جابه‌جایی در مرحله (الف) با جابه‌جایی در مرحله (ب) برابر است.

۱۲) وزنه‌ای به جرم $2/0\text{kg}$ را به انتهای فنری به طول 12cm که ثابت آن 20N/cm است می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. طول فنر را در حالت‌های زیر محاسبه کنید.
الف) آسانسور ساکن است.



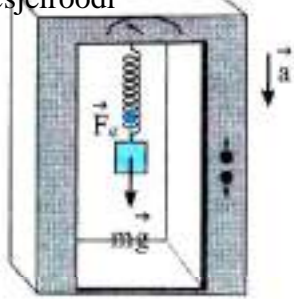
$$m = 2\text{kg}, L_0 = 12\text{cm}, k = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, L = ?$$

هنگامی که آسانسور ساکن است، وزنه نیز ساکن است بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow F_c - mg = 0 \Rightarrow kx = mg \Rightarrow 20x = 2 \times 10 \Rightarrow x = \frac{20}{20} = 1\text{cm}$$

$$L = L_0 + x = 12\text{cm}$$

ب) آسانسور با سرعت ثابت $2/0\text{m/s}$ رو به پایین در حرکت است. هنگامی که سرعت آسانسور ثابت است شتاب حرکت برابر با صفر است. در نتیجه همانند قسمت (الف) طول فنر برابر با 12cm خواهد شد.

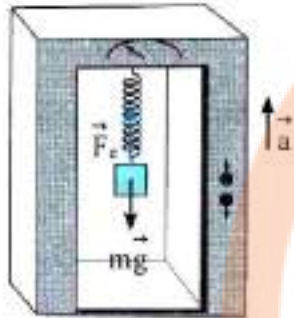


ب) آسانسور با شتاب ثابت $2/0 \text{ m/s}^2$ از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کند.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow F_c - mg = -ma \Rightarrow F_c = m(g - a) \Rightarrow kx = m(g - a)$$

$$\Rightarrow 20x = 2(10 - 2) \Rightarrow 20x = 16 \Rightarrow x = 0.8 \text{ cm}$$

$$L = L_0 + x = 12.8 \text{ cm}$$



ت) آسانسور با شتاب ثابت $2/0 \text{ m/s}^2$ از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت کند.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow F_c - mg = ma \Rightarrow F_c = m(g + a) \Rightarrow kx = m(g + a)$$

$$\Rightarrow 20x = 2(10 + 2) \Rightarrow x = 1.2 \text{ cm}$$

$$L = L_0 + x = 13.2 \text{ cm}$$

۱۳) برای یک راننده دانستن کل مسافت توقف خودرو اهمیت دارد. همان طور که شکل نشان می دهد کل مسافت توقف،

دو قسمت دارد: مسافت واکنش (مسافتی که خودرو از لحظه دیدن مانع تا ترمز گرفتن طی می کند) و مسافت ترمز (مسافتی



که خودرو از لحظه ترمز گرفتن تا توقف کامل طی می کند).

الف) دو عامل مؤثر در مسافت واکنش را بنویسید.

سرعت اتومبیل و زمان واکنش راننده

ب) زمان واکنش راننده ای 0.60 s است. در طی این زمان، خودرو مسافت 18 m را طی می کند. با فرض ثابت بودن سرعت

$$\Delta t = 0.6 \text{ s}, \Delta x = 18 \text{ m}, v = ?$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{18}{0.6} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در این مدت، اندازه آن را حساب کنید.

پ) اگر در این سرعت راننده ترمز کند و خودرو پس از $5/0 \text{ s}$ متوقف شود، مسافت ترمز و شتاب خودرو را حساب کنید.

خودرو پس از چند ثانیه می ایستد، بنابراین سرعت نهایی آن برابر با صفر است. با توجه به ثابت بودن شتاب می توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0 + 30}{2} \times 5 = 75 \text{ m}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 30}{5} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ت) وقتی خودرو ترمز می کند، نیروی خالص وارد بر آن چقدر است؟ جرم خودرو را 1500 kg فرض کنید.

با در نظر گرفتن جهت مثبت محور x در جهت حرکت خودرو با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow F_{net} = ma = 1500 \times (-6) = -9000 \text{ N}$$

علامت منفی نشان می دهد که نیرو در خلاف جهت حرکت خودرو به آن وارد می شود.

۱۴) یک خودروی باری با طناب افقی محکمی، یک خودروی سواری به جرم 1500kg را می‌کشد. نیروی اصطکاک و مقاومت

هوا در مقابل حرکت خودروی سواری 220N و 380N است.

الف) اگر سرعت خودرو ثابت باشد نیروی کشش طناب چقدر است؟



$$f_k = 220\text{N}, f_D = 380\text{N}, T = ?$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma = 0 \Rightarrow T - (f_D + f_k) = 0$$

$$\Rightarrow T = f_D + f_k = 380 + 220 = 600\text{N}$$

ب) اگر خودرو با شتاب ثابت 2 m/s^2 به طرف راست کشیده شود، نیروی کشش طناب چقدر است؟

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - (f_D + f_k) = ma \Rightarrow T = (f_D + f_k) + ma = 600 + (1500 \times 2) = 3600\text{N}$$

۱۵) کتابی را مانند شکل با نیروی عمودی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.



الف) نیروهای وارد بر کتاب را رسم کنید.

ب) اگر جرم کتاب $2/5\text{kg}$ باشد، اندازه نیروی اصطکاک را به دست آورید.

با توجه به اینکه کتاب ساکن است، برابری نیروها در راستای افقی و عمودی برابر صفر در نتیجه

در راستای قائم می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_s - mg = 0 \Rightarrow f_s = mg = 2/5 \times 10 = 25\text{N}$$

پ) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم، آیا نیروی اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیروهایی افزایش می‌یابد؟

خیر، زیرا نیروی اصطکاک با نیروی وزن جسم برابر است. نیروی F در راستای افقی بر جسم اثر می‌گذارد بنابراین با

افزایش F ، نیروی عمودی سطح (F_N) افزایش می‌یابد.

۱۶) توپی به جرم 280g با تندی 15 m/s به طور افقی به بازیکنی نزدیک می‌شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می‌زند

و باعث می‌شود توپ با تندی 22 m/s در جهت مخالف برگردد.

الف) اندازه تغییر تکانه توپ را محاسبه کنید.

جهت مثبت محور x را در جهت حرکت اولیه توپ در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$v_1 = (15 \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}, v_2 = (-22 \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}, m = 0.28\text{kg}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m(v_2 - v_1) = 0.28 \times (-22\vec{i} - 15\vec{i}) = 0.28(-37\vec{i}) = (-10.36\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$$

$$\Delta p = 10.36\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین اندازه تغییر تکانه برابر است با:

ب) اگر مشت بازیکن 0.06s با توپ در تماس باشد، اندازه نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ را به دست آورید.

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{10.36}{0.06} = 172.6$$

چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. تغییر تکانه توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را به دست آورید.

می‌دانیم سطح زیر نمودار نیرو- زمان برابر با تغییر تکانه است. بنابراین:

$$\Delta p = S_{\text{تکانه}} = \frac{(1/5 \times 10^{-3}) \times (20 \times 10^3)}{2} = 15 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای محاسبه نیروی خالص متوسط وارد بر توپ می‌توان نوشت:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{15}{1/5 \times 10^{-3}} = 10^4 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

۱۸ پره‌های یک بالگرد در هر دقیقه، ۱۰۰۰ دور می‌چرخند. طول پره‌ها را $4/0 \text{ m}$ فرض کنید و کمیت‌های زیر را برای پره‌ها محاسبه کنید.

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60 \text{ s}}{1000} = 0/06 \text{ s}$$

الف) دوره تناوب پره‌ها

ب) تندی در وسط و نوک پره‌ها

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = 2 \text{ m, در وسط پره‌ها, } \Rightarrow v_1 = \frac{2\pi r_1}{T} = \frac{2 \times \pi \times 2}{0/06} = 209 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ r_2 = 4 \text{ m, در نوک پره‌ها, } \Rightarrow v_2 = \frac{2\pi r_2}{T} = \frac{2\pi \times 4}{0/06} = 418 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

پ) شتاب مرکزگرا در وسط و نوک پره‌ها

$$a = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \begin{cases} \text{در وسط پره‌ها: } a_1 = \frac{v_1^2}{r_1} = \frac{(209)^2}{2} = 2/18 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ \text{در نوک پره‌ها: } a_2 = \frac{v_2^2}{r_2} = \frac{(418)^2}{4} = 4/36 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases}$$

۱۹ حداقل ضریب اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های خودرو و سطح جاده چقدر باشد تا خودرو بتواند با تندی 54 km/h پیچ

افقی مسطحی را که شعاع آن 50 m است، دور بزند؟

$$v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad r = 50 \text{ m}, \quad \mu_s = ?$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

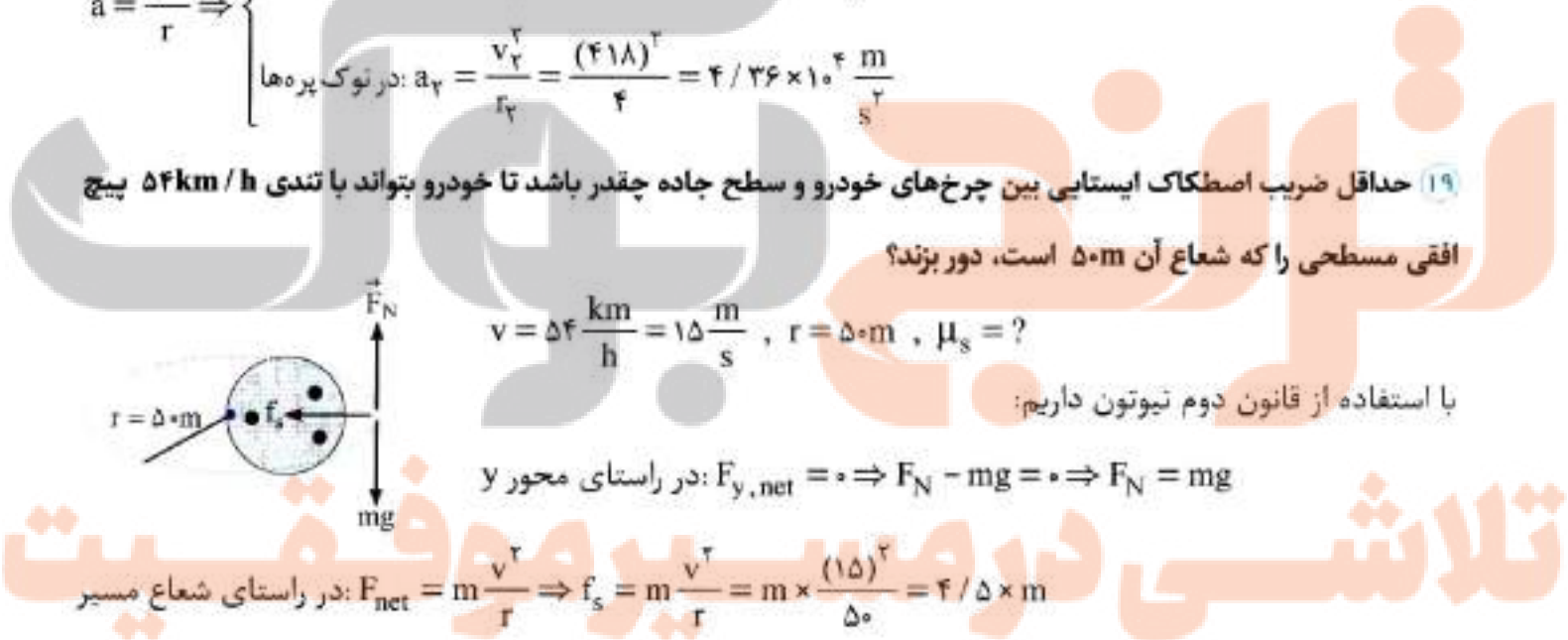
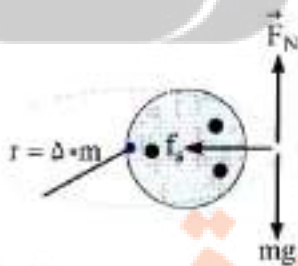
$$\text{در راستای محور } y: F_{y, \text{net}} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$\text{در راستای شعاع مسیر: } F_{\text{net}} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow f_s = m \frac{v^2}{r} = m \times \frac{(15)^2}{50} = 4/5 \times m$$

بنابراین برای اینکه خودرو روی جاده سر نخورد، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه باید از $f_s = 4/5 m$ بزرگ‌تر باشد،

بنابراین داریم:

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N = 4/5 m \Rightarrow \mu_s mg = 4/5 m \Rightarrow \mu_s = 0/45$$



۳۵) دو جسم در فاصله ۲۰/۰m از هم، یکدیگر را با نیروی گرانشی کوچک $1/۰۰ \times 10^{-۸}$ N جذب می‌کنند. اگر جرم یکی از اجسام

۵۰/۰kg باشد، جرم جسم دیگر چقدر است؟

$$r = ۲۰\text{m}, F = 1 \times 10^{-۸} \text{N}, m_1 = ۵۰\text{kg}, G = ۶/۶۷ \times 10^{-۱۱} \frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}, m_2 = ?$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow m_2 = \frac{Fr^2}{Gm_1} = \frac{10^{-۸} \times (۲۰)^2}{۶/۶۷ \times 10^{-۱۱} \times ۵۰} = 1/۲ \times 10^2 \text{kg}$$

۳۱) ماهواره‌ای به جرم ۶۰۰kg در مداری دایره‌ای به ارتفاع ۲۸۰۰ کیلومتر از سطح زمین، به دور آن می‌چرخد.

$$(M_e = ۵/۹۸ \times 10^{۲۴} \text{kg}, R_e = ۶۴۰۰\text{km})$$

الف) نیروی گرانشی وارد بر ماهواره

ماهواره را به صورت ذره و زمین را کره‌ای همگن که جرم آن در مرکزش قرار دارد در نظر می‌گیریم و نیروی گرانش بین آنها را محاسبه می‌کنیم:

$$r = R_e + h = ۶۴۰۰ + ۲۸۰۰ = ۹۲۰۰\text{km} = ۹/۲ \times 10^6 \text{m}$$

$$F = G \frac{M_e m}{r^2} = ۶/۶۷ \times 10^{-۱۱} \times \frac{۵/۹۸ \times 10^{۲۴} \times ۶۰۰}{(۹/۲ \times 10^6)^2} = ۲۸۲۷/۵ \text{N}$$

ب) شتاب ماهواره

تنها نیرویی که به ماهواره وارد می‌شود، نیروی گرانشی است. بنابراین:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow F = ma \Rightarrow ۲۸۲۷/۵ = ۶۰۰a \Rightarrow a = ۴/۷۱ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پ) تندی ماهواره

$$a = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{ra} = \sqrt{۹/۲ \times 10^6 \times ۴/۷۱} = ۶/۵۸ \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ت) دوره تناوب ماهواره را در این ارتفاع به دست آورید.

$$T = \frac{۲\pi r}{v} = \frac{۲ \times ۳/۱۴ \times ۹/۲ \times 10^6}{۶/۵۸ \times 10^3} = ۸/۷۸ \times 10^3 \text{s}$$

۳۲) الف) در چه ارتفاعی از سطح زمین، وزن یک شخص به نصف مقدار خود در سطح زمین می‌رسد؟

$$\text{وزن شخص در ارتفاع } h \text{ از سطح زمین: } W' = G \frac{mM_e}{(R_e + h)^2}$$

$$\text{وزن شخص در سطح زمین: } W = G \frac{mM_e}{R_e^2}$$

$$W' = \frac{1}{2} W \Rightarrow \frac{GmM_e}{(R_e + h)^2} = \frac{1}{2} \frac{GmM_e}{R_e^2} \Rightarrow 2R_e^2 = (R_e + h)^2 \Rightarrow \sqrt{2}R_e = (R_e + h)$$

$$\Rightarrow h = (\sqrt{2} - 1)R_e = (\sqrt{2} - 1) \times ۶۴۰۰ = ۲۶۵۰\text{km}$$

تلاشی در مسیر موفقیت

$$r = R_e + h \Rightarrow r = 6400 + 36000 = 42400 \text{ km} = 4/24 \times 10^7 \text{ m}$$

$$W = G \frac{mM_e}{r^2} = 6/67 \times 10^{-11} \times \frac{250 \times 5/98 \times 10^{24}}{(4/24 \times 10^7)^2} = 55/5 \text{ N}$$

۲۳ الف) شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین چقدر است؟ $M_{\text{ماه}} = 7/36 \times 10^{22} \text{ kg}$ و $M_{\text{خورشید}} = 1/99 \times 10^{30} \text{ kg}$

$$\text{فاصله زمین تا ماه} = 3/84 \times 10^8 \text{ km} \quad \text{فاصله زمین تا خورشید} = 149/6 \times 10^6 \text{ km}$$

با توجه به اینکه نیروی گرانشی وارد بر جسمی به جرم m برابر با وزن جسم ($W = mg$) است. بنابراین شتاب گرانشی ناشی از جرم M و فاصله r از آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = mg \Rightarrow G \frac{Mm}{r^2} = mg \Rightarrow g = \frac{MG}{r^2}$$

در نتیجه شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین برابر است با:


$$g_{\text{خورشید}} = \frac{M_{\text{خورشید}} \times G}{r^2} = \frac{1/99 \times 10^{30} \times 6/67 \times 10^{-11}}{(149/6 \times 10^6)^2} = 5/93 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

ب) شتاب گرانشی ناشی از ماه در سطح زمین چقدر است؟

$$g_{\text{ماه}} = \frac{M_{\text{ماه}} \times G}{r^2} = \frac{7/36 \times 10^{22} \times 6/67 \times 10^{-11}}{(3/84 \times 10^8)^2} = 3/33 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

۲۴ الف) سفینه‌ای به جرم $3/00 \times 10^4 \text{ kg}$ در وسط فاصله بین زمین و ماه قرار دارد. نیروی گرانشی خالصی را که از طرف زمین و ماه به این سفینه در این مکان وارد می‌شود به دست آورید (از داده‌های مسئله‌های قبل استفاده کنید).

سفینه، ماه و زمین را به صورت ذره در نظر می‌گیریم:



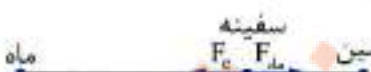
$$r = \frac{1}{2} \times 3/84 \times 10^8 = 1/92 \times 10^8 \text{ m}$$

بنابراین با توجه به شکل داریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{net}} &= \vec{F}_e + \vec{F}_{\text{ماه}} = F_e - F_{\text{ماه}} = G \frac{M_e m}{r^2} - G \frac{M_{\text{ماه}} m}{r^2} = G \frac{m}{r^2} (M_e - M_{\text{ماه}}) \\ &= 6/67 \times 10^{-11} \times \frac{3 \times 10^4}{(1/92 \times 10^8)^2} (5/98 \times 10^{24} - 7/36 \times 10^{22}) = 320/6 \text{ N} \end{aligned}$$

ب) در چه فاصله‌ای از زمین، نیروی گرانشی ماه و زمین بر سفینه، یکدیگر را خنثی می‌کنند؟

برای آنکه این دو نیرو یکدیگر را خنثی کنند، باید مساوی و مختلف‌الجهت باشند.



$$r = 3/84 \times 10^8 \text{ km}$$

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_{\text{ماه}} = F_e \Rightarrow G \frac{mM_e}{r^2} = G \frac{mM_{\text{ماه}}}{(r_0 - r)^2} \Rightarrow \left(\frac{r_0 - r}{r}\right)^2 = \frac{M_{\text{ماه}}}{M_e} \Rightarrow \frac{r_0 - r}{r} = \sqrt{\frac{M_{\text{ماه}}}{M_e}}$$

$$\Rightarrow \frac{r_0 - r}{r} = \sqrt{\frac{7/36 \times 10^{22}}{5/98 \times 10^{24}}} = 0/111 \Rightarrow 1/111 r = r_0 - r \Rightarrow r = \frac{r_0}{1/111} = \frac{3/84 \times 10^8 \text{ km}}{1/111} \Rightarrow r = 3/46 \times 10^8 \text{ km}$$

پرسش (۱-۳)

صفحه ۶۲ کتاب درسی

بسامد ضربان قلب مربوط به نمودار شکل ۲-۳ چقدر است؟

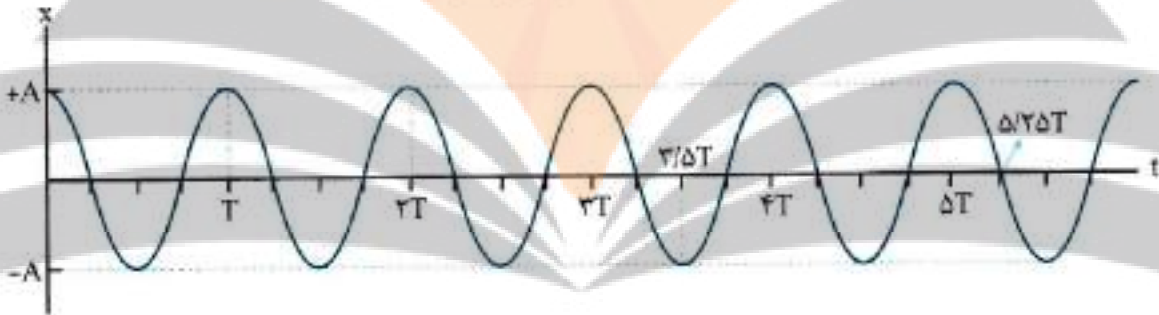
دوره تناوب ضربان قلب $T = 0.92s$ است؛ بنابراین برای محاسبه فرکانس (بسامد) ضربان قلب می‌توان نوشت:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.92} = \frac{100}{92} = 1.08 \text{ Hz}$$

تمرین (۱-۳)

صفحه ۶۴ کتاب درسی

ذره‌ای در حال نوسان هماهنگ ساده با دوره تناوب T است. با فرض اینکه در $t=0s$ ذره در $x=+A$ باشد، تعیین کنید در هر یک از لحظات زیر، آیا ذره در $x=-A$ ، در $x=+A$ ، یا در $x=0$ خواهد بود؟ الف) $t=2/50T$ ، ب) $t=2/50T$ ، پ) $t=5/25T$ (راهنمایی: برای پاسخ به این تمرین، ساده‌تر آن است که چند دوره از این نمودار کسینوسی را رسم کنید).
روش اول: نمودار مکان-زمان را برای مدت زمان ۶ دوره رسم می‌کنیم:



الف) $t = 2T \Rightarrow x = A$ ب) $t = 2/5T \Rightarrow x = -A$ پ) $t = 5/25T \Rightarrow x = 0$

روش دوم: با استفاده از معادله مکان-زمان در حرکت هماهنگ ساده $(x(t) = A \cos \omega t = A \cos(\frac{2\pi}{T}t))$ داریم:

الف) $t = 2T \Rightarrow x(2T) = A \cos(\frac{2\pi}{T} \times 2T) = A \cos 4\pi = A$

ب) $t = 2/5T \Rightarrow x(2/5T) = A \cos(\frac{2\pi}{T} \times 2/5T) = A \cos \frac{4\pi}{5} = -A$

پ) $t = 5/25T \Rightarrow x(5/25T) = A \cos(\frac{2\pi}{T} \times 5/25T) = A \cos(11/5\pi) = A \cos 2\pi = A$

تمرین (۲-۳)

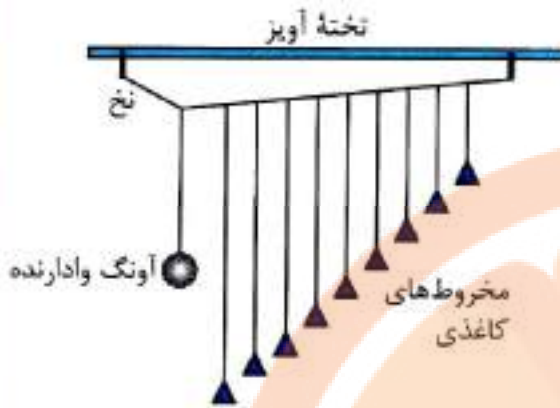
صفحه ۶۴ کتاب درسی

در حرکت هماهنگ ساده، مکان $x(t)$ باید پس از گذشت یک دوره تناوب برابر مقدار اولیه‌اش شود. یعنی اگر $x(t)$ مکان در زمان دلخواه t باشد، آن گاه نوسانگر باید در زمان $t+T$ دوباره به همان مکان بازگردد و بنابراین $A \cos \omega t = A \cos \omega(t+T)$.
بر این اساس نشان دهید $\omega = 2\pi/T$.

$$A \cos \omega t = A \cos \omega(t+T) \Rightarrow A \cos \omega t = A \cos(\omega t + \omega T) \Rightarrow \omega t + \omega T = 2k\pi + \omega t$$

$$\Rightarrow \omega T = 2k\pi \xrightarrow{k=1} \omega = \frac{2\pi}{T}$$

آونگ‌های بارتون: یک آونگ با وزنه سنگین و تعدادی آونگ سبک با طول‌های متفاوت را مطابق شکل سوار کنید. آونگ‌ها روی نخ‌ی سوار شده‌اند که هر دو انتهای آن توسط گیره‌هایی به تخته آویز متصل شده است. به آونگ سنگین اصطلاحاً آونگ وادارنده گفته می‌شود. زیرا به نوسان درآوردن این آونگ در صفحه عمود بر صفحه شکل، موجب تاب خوردن نخ آویز و در نتیجه به نوسان واداشتن سایر آونگ‌ها می‌شود. آونگ وادارنده را به نوسان درآوردید و آنچه را مشاهده می‌کنید توضیح دهید.



با انجام این فعالیت مشاهده می‌کنیم که آونگی که با آونگ وادارنده هم طول است با دامنه بسیار بزرگ‌تری نسبت به دیگر آونگ‌ها به نوسان در می‌آید، زیرا بسامد طبیعی این آونگ و آونگ وادارنده با هم برابر است و در نتیجه پدیده تشدید رخ می‌دهد و با دامنه بیشتری نوسان می‌کند.

تمرین (۳-۳)

صفحه ۶۹ کتاب درسی

طول تعدادی آونگ ساده که از میله‌ای افقی آویزان‌اند، عبارت‌اند از: $۰.۰/۴۰\text{m}$ ، $۰.۰/۸۰\text{m}$ ، $۰.۱/۲\text{m}$ ، $۰.۲/۸\text{m}$ ، $۰.۳/۵\text{m}$. فرض کنید میله دستخوش نوسان‌هایی افقی با بسامد زاویه‌ای در گستره $۲/۰\text{rad/s}$ تا $۴/۰\text{rad/s}$ بشود. کدام آونگ‌ها با دامنه بزرگ‌تری به نوسان در می‌آیند؟ (توجه کنید گرچه تشدید در بسامد مشخصی رخ می‌دهد، اما دامنه نوسان در نزدیک این بسامد همچنان بزرگ است).

می‌دانیم دوره تناوب آونگ ساده با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ محاسبه می‌شود؛ بنابراین با توجه به رابطه بین دوره تناوب و بسامد زاویه‌ای ($\omega = \frac{2\pi}{T}$)، بسامد زاویه‌ای آونگ ساده برابر با $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ خواهد بود. در نتیجه کافی است بسامد زاویه‌ای هر آونگ را با استفاده از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ به دست آوریم و با گستره بسامد زاویه‌ای میله مقایسه کنیم.

$$L_1 = 0.4\text{m} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{10}{0.4}} = 5\text{rad/s}, \omega_1 > 4\text{rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد.}$$

$$L_2 = 0.8\text{m} \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{10}{0.8}} = 3.5\text{rad/s}, 2\text{rad/s} < \omega_2 < 4\text{rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ می‌دهد.}$$

$$L_3 = 1.2\text{m} \Rightarrow \omega_3 = \sqrt{\frac{10}{1.2}} = 2.89\text{rad/s}, 2\text{rad/s} < \omega_3 < 4\text{rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ می‌دهد.}$$

$$L_4 = 2.8\text{m} \Rightarrow \omega_4 = \sqrt{\frac{10}{2.8}} = 1.89\text{rad/s}, \omega_4 < 2\text{rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد.}$$

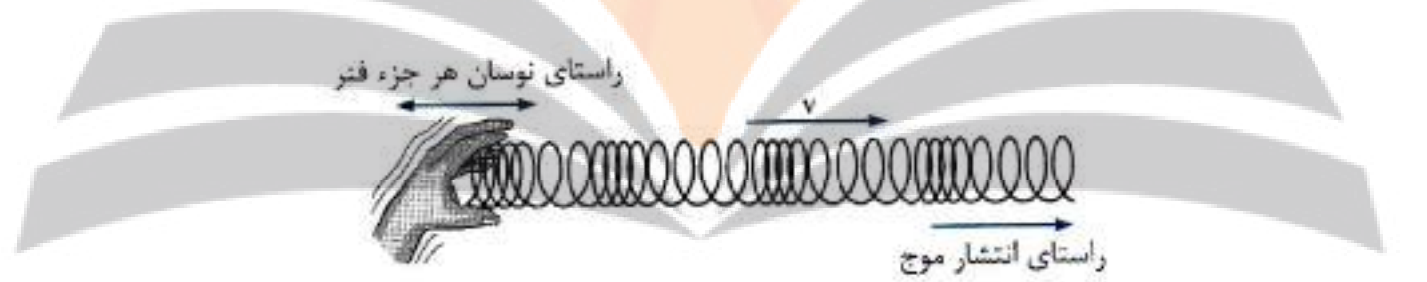
$$L_5 = 3.5\text{m} \Rightarrow \omega_5 = \sqrt{\frac{10}{3.5}} = 1.69\text{rad/s}, \omega_5 < 2\text{rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد.}$$

بنابراین آونگ‌های با طول 0.8m و 1.2m با دامنه بزرگ‌تری به نوسان در می‌آیند.

در پی زمین لرزه عظیمی (به بزرگی ۸/۱ در مقیاس ریشتر) که در ساحل غربی مکزیک در سال ۱۹۸۵ اتفاق افتاد ساختمان‌های نیمه بلند فرو ریختند، ولی ساختمان‌های کوتاه‌تر و بلندتر پابرجا ماندند. علت این پدیده را توضیح دهید. در هنگام زمین لرزه، ساختمان‌ها مانند یک نوسانگر به نوسان در می‌آیند. با توجه به اینکه بسامد طبیعی یک نوسانگر به مشخصات فیزیکی آن از جمله طول نوسانگر (ارتفاع ساختمان) وابسته است؛ پدیده تشدید برای یک فرکانس مشخص (بسامد امواج زمین لرزه) در گستره مشخصی از طول نوسانگر (ارتفاع ساختمان) رخ می‌دهد. بنابراین در هنگام وقوع زمین لرزه، ساختمان‌هایی که ارتفاع آنها خارج از این گستره قرار می‌گیرد، نوسان‌های کم‌دامنه‌ای انجام می‌دهند و از خطر فروریختن در امان می‌مانند.

پرسش (۳-۳)

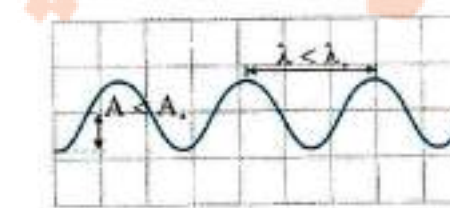
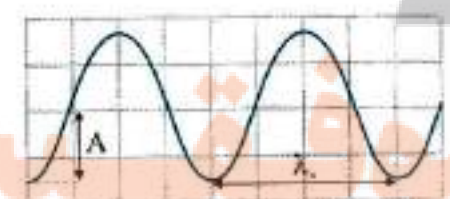
همان‌طور که گفتیم یکی از ویژگی‌های موج پیش‌رونده انتقال انرژی از یک نقطه به نقطه دیگر، در جهت انتشار موج است. با در نظر گرفتن یک تپ طولی در یک فنر بلند کشیده شده، این ویژگی را توضیح دهید.



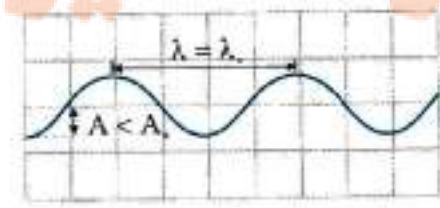
همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، با انتشار و حرکت یک تپ طولی در جهت راست، هر حلقه فنر هم‌راستا با حرکت تپ به چپ و راست نوسان می‌کند طوری که ناحیه‌های جمع‌شدگی و بازشدگی در فنر به وجود می‌آید. با توجه به اینکه تغییر طول فنر (فشرده یا کشیده شدن فنر) باعث ذخیره شدن انرژی پتانسیل کشسانی در فنر می‌شود، با حرکت تپ در طول فنر، این انرژی در طول فنر و در جهت انتشار تپ منتقل می‌شود.

پرسش (۳-۴)

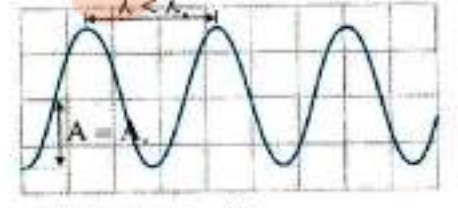
شکل روبه‌رو موجی عرضی را نشان می‌دهد. دامنه و طول موج هر کدام از شکل موج‌های الف، ب، و پ را با دامنه و طول موج این شکل مقایسه کنید.



(پ)



(ب)



(الف)

تلاش کنید در مسیر موفقیت

در سازه‌های زهی همانند تار، کمانچه و گیتار با سفت یا شُل کردن تار، تندی انتشار موج عرضی در تار تغییر می‌کند. در یک گیتار طول هر تار بین دو انتهای ثابت 0.628m است. برای نواختن بالاترین بسامد، جرم تار 0.208g و برای نواختن پایین‌ترین بسامد، جرم تار $3/32\text{g}$ است. تارها تحت کششی برابر 226N قرار دارند. تندی انتشار موج برای ایجاد این دو بسامد چقدر است؟ برای نواختن بالاترین بسامد داریم:

$$L = 0.628 \times 10^{-2} \text{ m}, m = 0.208 \times 10^{-3} \text{ kg}, F = 226 \text{ N}, v = ?$$

ابتدا چگالی خطی جرم تارها را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0.208 \times 10^{-3}}{0.628} = 3/3 \times 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

اکنون می‌توان تندی انتشار موج در یک تار را محاسبه نمود:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{226}{3/3 \times 10^{-2}}} = 8/27 \times 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

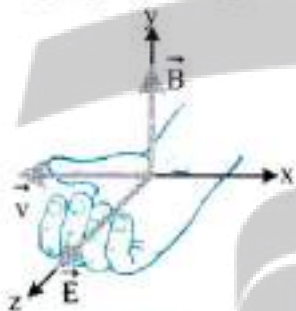
همچنین برای نواختن پایین‌ترین بسامد داریم:

$$L = 0.628 \text{ m}, m = 3/32 \times 10^{-3} \text{ kg}, F = 226 \text{ N}, v = ?$$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{3/32 \times 10^{-3}}{0.628} = 5/3 \times 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{226}{5/3 \times 10^{-2}}} = 6/52 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در یک لحظه خاص، میدان الکتریکی مربوط به یک موج الکترومغناطیسی در نقطه‌ای از فضا در جهت $+z$ و میدان مغناطیسی مربوط به آن در جهت $+y$ است. جهت انتشار در کدام سو است؟ (جهت‌های $+x$ ، $+y$ و $+z$ را مانند شکل ۳-۲۰ در نظر بگیرید.)



طبق قاعده دست راست برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان الکتریکی \vec{E} بگیریم به نحوی که جهت خم شدن چهار انگشت دست، جهت میدان مغناطیسی \vec{B} را نشان دهد، آنگاه جهت تست، جهت انتشار موج است. در نتیجه جهت انتشار موج در خلاف جهت محور x هاست.

طول آنتن یک گوشی تلفن همراه قدیمی معمولاً $\frac{1}{4}$ طول موج دریافتی است. اگر طول چنین آنتنی تقریباً برابر $8/5\text{cm}$ باشد، بسامدی را که این گوشی با آن کار می‌کند تعیین کنید.

$$L_{\text{آنتن}} = \frac{1}{4} \lambda = 8/5 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 8/5 \times 4 = 34 \text{ cm} = 0/34 \text{ m}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{0/34} = 8/8 \times 10^9 \text{ Hz}$$

مطابق شکل روبه‌رو (شکل صفحه ۷۶ کتاب درسی) یک گوشی تلفن همراه را در یک محفظه تخلیه هوای شیشه‌ای آویزان کنید. با برقراری تماس با گوشی، صدای آن را خواهید شنید. ولی با به کار افتادن پمپ تخلیه هوا، صدا به تدریج ضعیف و سرانجام خاموش می‌شود، در حالی که امواج الکترومغناطیسی همچنان به گوشی می‌رسند. از این آزمایش چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ امواج صوتی برای انتشار نیاز به یک محیط مادی مانند هوا، سطح مایعات یا جامدات دارند به همین علت با از بین رفتن محیط مادی منتشر نمی‌شوند. اما امواج الکترومغناطیسی برای انتشار نیازی به محیط مادی ندارند.

در مورد نواحی اصلی طیف امواج الکترومغناطیسی، چگونگی تولید و کاربردهای آنها تحقیق کنید.

نام و حدود طول موج	روش تولید	کاربرد
پرتو گاما (γ) 1pm	تشعشعات هسته مواد رادیواکتیو و واپاشی هسته‌ای	از بین بردن بافت‌های سرطانی، پیدا کردن ترک در فلزات، ضد عفونی کردن تجهیزات و وسایل
پرتو ایکس (X) 100pm	بمباران هدفی فلزی توسط باریکه‌ای از الکترون‌های سریع	استفاده در پرتو نگاری، استفاده در مطالعه ساختار بلورها، معالجه بیماری‌های پوستی، استفاده در پرتو درمانی
پرتو فرابنفش (uv) 10nm	عبور دادن جریان الکتریکی از کمی جیوه تبخیرشده یا سایر گازهای مشابه	لامپ‌های uv در پزشکی
نور مرئی $380\text{nm} - 750\text{nm}$	یونیزه شدن ماده به شیوه قوس یا تخلیه الکتریکی تشعشعات اجسام داغ	استفاده در سیستم‌های مخابراتی (لیزر و تارهای نوری)
فروسرخ $100\mu\text{m}$	گرم کردن اجسام	برای گرم کردن، فیلم برداری و عکاسی در مه و تاریکی، عکاسی IR توسط ماهواره‌ها
رادیویی $1\text{m} - 10^8\text{m}$	استفاده از مدارهای الکتریکی	در آشپزی، رادیو، تلویزیون، مخابرات ماهواره‌ای و در رادارها برای آشکارسازی هواپیما، موشک و کشتی

الف) چگونگی ایجاد صوت توسط دیپازون را توضیح دهید.



دیپازون وسیله‌ای فلزی دارای دو شاخه است که انتهای آنها به یک پایه مشترک وصل شده است. وارد شدن ضربه به یکی از شاخه‌ها، باعث ارتزش شاخه‌ها در خلاف جهت هم می‌شود. با لرزش شاخه‌ها مولکول‌های هوای اطراف شاخه‌ها نیز به حرکت واداشته می‌شوند و با ارتعاشات خود موجب تولید صدا می‌شوند.

ب) به نظر شما چه ساز و کاری موجب صدای وزوز حشرات هنگام پرواز می‌شود؟

بال زدن حشرات باعث ایجاد آشفته‌گی در هوا و تولید موج صوتی می‌شود. صدای وزوز ایجاد شده به علت سرعت زیاد بال زدن آنهاست که باعث ایجاد صوت با فرکانس نسبتاً زیاد می‌شود. مثلاً مگس در هر ثانیه ۲۵۰ بار، زنبور عسل ۴۵۰ بار

شخصی با چکش به انتهای یک میله باریک بلندی ضربه‌ای می‌زند. تندی صوت در این میله ۱۵ برابر تندی صوت در هوا است. شخص دیگری که گوش خود را نزدیک به انتهای دیگر میله گذاشته است، دو صدا را که یکی از میله می‌آید و دیگری از هوای اطراف میله، با اختلاف زمانی ۰/۱۲۸ می‌شنود. اگر تندی صوت در هوا 340 m/s باشد، طول میله چقدر است؟

$$v_1 = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{تندی صوت در میله} \quad v_2 = 15v_1 = 15 \times 340 = 5100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_1 = \text{مدت زمان عبور صوت از روی میله} \quad t_2 = t_1 - 0/128 \quad \text{مدت زمان عبور صوت از داخل میله}$$

با توجه به اینکه هر دو موج طول میله (L) را طی می‌کنند، داریم:

$$L = vt \Rightarrow v_1 t_1 = v_2 t_2 \Rightarrow v_1 t_1 = 15 v_1 (t_1 - 0/128) \Rightarrow t_1 = 15 t_1 - 1/8 \Rightarrow t_1 = \frac{9}{v_1}$$

حالا برای محاسبه طول میله کافی است مدت زمان عبور صوت از میله را در سرعت صوت در هوا ضرب کنیم.

$$L = v_1 t_1 = 340 \times \frac{9}{v_1} = 43/7 \text{ m}$$

با زیاد کردن صدای تلویزیونی، شدت صوتی که به گوش ما می‌رسد ۱۰۰ برابر می‌شود. تراز شدت صوتی که می‌شنویم چند دسی‌بل افزایش یافته است؟

$$I_2 = 100 I_1$$

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = (10 \text{ dB}) (\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)) = (10 \text{ dB}) \log \frac{100 I_1 / I_0}{I_1 / I_0} = (10 \text{ dB}) \log 10^2 = 20 \text{ dB}$$

تراز شدت صوت، ۲۰ dB افزایش می‌یابد. $\Rightarrow \beta_2 = \beta_1 + 20$

در هر ردیف شکل روبه‌رو، جبهه‌های موج متوالی حاصل از یک چشمه را می‌بینید.



الف) تندی چشمه‌ها را با هم مقایسه کنید.

در ردیف الف، فاصله بین جبهه‌های موج در تمام جهات با هم برابر است، بنابراین چشمه ساکن است. در ردیف‌های ب، پ و ت، تجمع جبهه‌های موج در قسمت پایین چشمه بیشتر از قسمت بالای چشمه است بنابراین هر سه چشمه به سمت پایین حرکت می‌کنند، هنگام

حرکت یک چشمه تولید موج هر چه تندی حرکت چشمه بیشتر باشد، فاصله بین جبهه‌های موج در پشت چشمه (خلاف جهت حرکت) بیشتر می‌شود. بنابراین تندی چشمه‌ها به صورت زیر است: $v_{\text{الف}} > v_{\text{ب}} > v_{\text{پ}} > v_{\text{ت}} = 0$.
ب) تندی هر چشمه را با تندی صوت مقایسه کنید.

بنابراین اگر تندی چشمه و صوت برابر باشند، چشمه روی جبهه‌های موج حرکت می‌کند و شکل جبهه‌های موج به صورت دایره‌های مماس خواهند بود. اگر تندی چشمه بیشتر از صوت باشد، چشمه از جبهه‌های موج جلو می‌افتد و اگر تندی چشمه از تندی موج کمتر باشد چشمه از جبهه‌های موج عقب می‌افتد در نتیجه: $v_{\text{ب}} > v_{\text{صوت}} = v_{\text{پ}} > v_{\text{ت}}$

شکل زیر چشمه نوری را نشان می دهد که در حال حرکت به طرف راست است. چشمه نوری با بسامد f_1 را گسیل می کند. بسامد

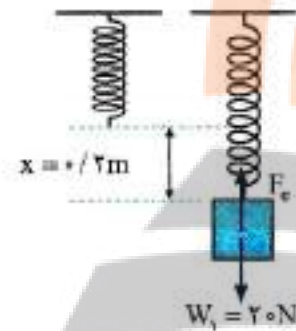


نوری که آشکارساز ساکن دریافت می کند بیشتر از f_1 است یا کمتر؟
وقتی چشمه نور از ناظر ساکن دور شود، طول موج افزایش و در نتیجه بسامد کاهش می یابد؛ بنابراین بسامد نور آشکارشده کمتر از f_1 است.

صفحة ۸۵ تا ۸۸ کتاب درسی

پرسش ها و مسئله های فصل (۳)

۱) یک وزنه 20N را از انتهای یک فنر قائم می آویزیم. فنر 20cm کشیده می شود. سپس این فنر را در حالی که به یک وزنه 5N متصل است روی میز بدون اصطکاک به نوسان درمی آوریم. دوره تناوب این نوسان چقدر است؟



$$W_1 = 20\text{N}, W_2 = 5\text{N}, x = 20\text{cm} = 0.2\text{m}, T = ?$$

وقتی فنر قائم است با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_c - W = ma = 0 \Rightarrow kx = W \Rightarrow k \times 0.2 = 20 \Rightarrow k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

حال با مشخص شدن ثابت فنر می توانیم دوره تناوب نوسان فنر را محاسبه کنیم:

$$W_2 = mg = 5 \Rightarrow m = \frac{5}{10} = 0.5\text{kg}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.5}{100}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{10}\text{s}$$

۲) هرگاه جسمی به جرم m فنری متصل شود و به نوسان درآید، با دوره تناوب $2/5\text{s}$ نوسان می کند. اگر جرم این جسم $2/5\text{kg}$ افزایش یابد، دوره تناوب $3/5\text{s}$ می شود. مقدار m چقدر است؟

$$m_1 = m, m_2 = m + 2, T_1 = 2\text{s}, T_2 = 3\text{s}, m = ?$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{\sqrt{\frac{m_2}{k}}} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \sqrt{\frac{m}{m+2}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{m}{m+2} \Rightarrow 4m + 8 = 9m \Rightarrow 8 = 5m$$

$$\Rightarrow m = \frac{8}{5} = 1.6\text{kg}$$

۳) جرم خودرویی همراه با سرنشینان آن 1600kg است. این خودرو روی چهار فنر با ثابت $2/00 \times 10^4 \text{ N/m}$ سوار شده است.

دوره تناوب، بسامد، و بسامد زاویه ای ارتعاش خودرو وقتی از چاله ای می گذرد چقدر است؟ فرض کنید وزن خودرو به طور یکنواخت روی فنرهای چهارچرخ توزیع شده است.

$$m = 1600\text{kg}, k = 2 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}, T = ?, f = ?, \omega = ?$$

چون وزن به طور یکنواخت روی فنرهای چهارچرخ توزیع شده است، جرم معادل متصل به هر فنر را $\frac{1}{4}$ جرم خودرو و سرنشینانش در نظر می گیریم و برای یکی از فنرها دوره تناوب، بسامد و بسامد زاویه ای را محاسبه می کنیم:

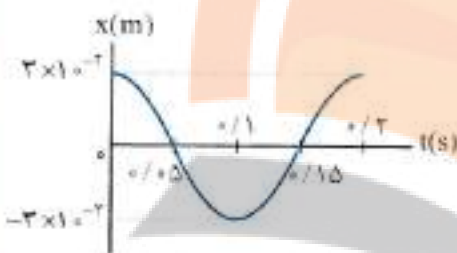
$$m' = \frac{1}{4} m = \frac{1}{4} \times 1600 = 400\text{kg}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \pi\sqrt{\frac{400}{2 \times 10^4}} = 2\pi \times \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{\pi\sqrt{2}}{5} \text{ s } (= 0.444 \text{ s})$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{\pi\sqrt{2}}{5}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\pi} \text{ Hz } (= 1.125 \text{ Hz})$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi\sqrt{2}}{5}} = 5\sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}} (= 7.07 \frac{\text{rad}}{\text{s}})$$

۴ دامنه نوسان یک حرکت هماهنگ ساده $3 \times 10^{-2} \text{ m}$ و بسامد آن 5 Hz هرتز است. معادله حرکت این نوسانگر را بنویسید و نمودار مکان-زمان آن را در یک دوره رسم کنید.



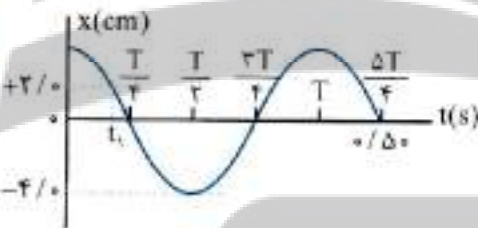
$$A = 3 \times 10^{-2} \text{ m}, f = 5 \text{ Hz}, x(t) = ?$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 5 = 10\pi$$

$$x(t) = A \cos \omega t = 3 \times 10^{-2} \cos 10\pi t$$

$$T = \frac{1}{f} = 0.2 \text{ s}$$

۵ نمودار مکان-زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است:



الف) معادله حرکت این نوسانگر را بنویسید.

با توجه به شکل داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta T}{4} = 0.4 \Rightarrow T = 1.6 \text{ s} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1.6} = 1.25\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ A = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x(t) = A \cos \omega t = 4 \times 10^{-2} \cos 1.25\pi t$$

ب) مقدار t_1 را به دست آورید.

مکان نوسانگر در لحظه t_1 برابر 2 cm است؛ بنابراین:

$$x(t_1) = 2 \times 10^{-2} \Rightarrow 4 \times 10^{-2} \cos 1.25\pi t_1 = 2 \times 10^{-2} \Rightarrow \cos 1.25\pi t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1.25\pi t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{15} \text{ s}$$

پ) اندازه شتاب نوسانگر را در لحظه t_1 محاسبه کنید.

دانش آموز عزیز برای حل این سؤال باید از مشتق توابع مثلثاتی استفاده کنیم که در صفحه ۹۵ کتاب درسی حسابان ۲ با آن آشنا می شوید.

شتاب، مشتق سرعت نسبت به زمان و سرعت مشتق مکان نسبت به زمان است. در نتیجه داریم:

$$x = A \cos \omega t \qquad v = -A\omega \sin \omega t \qquad a = -A\omega^2 \cos \omega t$$

$$\Rightarrow a = -4 \times 10^{-2} \times (1.25\pi)^2 \cos 1.25\pi t_1 = -4 \times 10^{-2} \times 2 \times 1.5625 \pi^2 \cos 1.25\pi \times \frac{1}{15} = -\pi^2 \cos \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶ دامنه نوسان وزنه‌ای که به یک فنر با ثابت فنر 74 N/m متصل است و در راستای افقی می‌کند، برابر با $8/0 \text{ cm}$ است. اگر انرژی پتانسیل این نوسانگر در نقطه‌ای از مسیر نوسان، $8/0 \times 10^{-2} \text{ J}$ باشد، انرژی جنبشی آن در این مکان چقدر است؟ (از نیروهای اتلافی چشم‌پوشی شود.)

$$k = 74 \frac{\text{N}}{\text{m}}, A = 8 \text{ cm} = 8 \times 10^{-2} \text{ m}, U = 8 \times 10^{-2} \text{ J}, K = ?$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times 74 \times (8 \times 10^{-2})^2 = 23/68 \times 10^{-1} \text{ J} = 23/68 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$E = K + U \Rightarrow 23/68 \times 10^{-2} = K + 8 \times 10^{-2} \Rightarrow K = 2 \times 3/68 \times 10^{-2} - 8 \times 10^{-2} = 15/6 \times 10^{-2} \text{ J}$$

۷ جسمی به جرم $1/0 \text{ kg}$ به فنری افقی با ثابت $6/0 \text{ N/cm}$ متصل است. فنر به اندازه $9/0 \text{ cm}$ فشرده و سپس رها می‌شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند. با چشم پوشی از اصطکاک

الف) دامنه نوسان و تندی بیشینه جسم چقدر است؟

$$m = 1 \text{ kg}, k = 6 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 6 \times 10^2 \frac{\text{N}}{\text{m}}, A = ?, v_{\text{max}} = ?$$

با توجه به اینکه فنر در ابتدا 9 cm فشرده شده و سپس بدون سرعت اولیه رها می‌شود، بنابراین دامنه نوسان برابر با 9 cm است. جسم در نقطه تعادل، بیشترین سرعت را دارد یعنی زمانی که انرژی پتانسیل کشسانی برابر صفر است و انرژی مکانیکی با انرژی جنبشی برابر است؛ بنابراین:

$$E = k_{\text{max}} \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 \Rightarrow v_{\text{max}}^2 = \frac{k}{m} A^2 \Rightarrow v_{\text{max}} = A \sqrt{\frac{k}{m}} = 9 \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{6 \times 10^2}{1}} = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) وقتی تندی جسم $1/6 \text{ m/s}$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چقدر است؟

$$v = 1/6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, U = ?$$

$$E = K + U \Rightarrow U = E - K = \frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^2 \times (9 \times 10^{-2})^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times (1/6)^2 = 1/5 \text{ J}$$

۸ معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = (0/050 \text{ m}) \cos 20\pi t$ است.

الف) در چه زمانی، پس از لحظه صفر، برای نخستین بار تندی نوسانگر به بیشترین مقدار خود می‌رسد؟

زمانی که تندی نوسانگر بیشینه است، انرژی جنبشی آن بیشینه و انرژی پتانسیل آن صفر است؛ بنابراین نوسانگر در حالت تعادل قرار دارد ($x = 0$). در نتیجه خواهیم داشت:

$$x = 0 \Rightarrow (0/05) \cos 20\pi t = 0 \Rightarrow \cos 20\pi t = \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow 20\pi t = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow t = \frac{n}{10} \pm \frac{1}{40}, n \in \mathbb{Z}$$

بنابراین در لحظه‌های $1/40 \text{ s}, 5/40 \text{ s}, 9/40 \text{ s}, \dots$ مکان نوسانگر برابر با صفر و تندی آن بیشینه است. پس برای اولین بار در لحظه $t = 1/40 \text{ s}$ ، تندی نوسانگر بیشینه می‌شود.

ب) در چه زمانی، پس از لحظه صفر، برای نخستین بار تندی نوسانگر به صفر می‌رسد؟

زمانی که تندی نوسانگر صفر است، انرژی جنبشی آن صفر و انرژی پتانسیل آن ماکزیمم است؛ بنابراین در $x = \pm A$ تندی نوسانگر صفر است.

$$x = \pm 0/05 \Rightarrow (0/05) \cos 20\pi t = \pm 0/05 \Rightarrow \cos 20\pi t = \pm 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2\pi t = \cos 0 \Rightarrow 2\pi t = 2n\pi \Rightarrow t = \frac{n}{10} \Rightarrow t = \left\{ \frac{1}{10} s, \frac{2}{10} s, \frac{3}{10} s, \dots \right\} \\ \cos 2\pi t = \cos \pi \Rightarrow 2\pi t = 2n\pi \pm \pi \Rightarrow t = \frac{n}{10} + \frac{1}{20} \Rightarrow t = \left\{ \frac{1}{20} s, \frac{3}{20} s, \frac{5}{20} s, \dots \right\} \end{cases}$$

بنابراین تندی نوسانگر برای اولین بار در لحظه $t = \frac{1}{20} s$ به صفر می‌رسد.

پ) تندی نوسانگر چقدر باشد تا انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی پتانسیل آن شود؟

$$\left. \begin{matrix} E = K + U \\ K = U \end{matrix} \right\} \Rightarrow E = 2K \Rightarrow \frac{1}{2} kA^2 = 2 \times \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow kA^2 = 2mv^2 \Rightarrow \frac{kA^2}{2m} = v^2 \Rightarrow v = \frac{A}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{A}{\sqrt{2}} \omega \Rightarrow v = \frac{0.05 \times 20\pi}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{m}{s}$$

۹ الف) ساعتی آونگ دار (با آونگ ساده) در تهران تنظیم شده است. اگر این ساعت به منطقه‌ای در استوا برده شود، عقب می‌افتد یا جلو؟ مقدار این عقب یا جلوافتادن در یک شبانه‌روز چقدر است؟

($g_{تهران} = 9.80 m/s^2$, $g_{استوا} = 9.78 m/s^2$)

دوره تناوب آونگ را در تهران با T_1 و در استوا با T_2 نشان می‌دهیم؛ بنابراین:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{تهران}}}}{2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{استوا}}}} = \sqrt{\frac{g_{استوا}}{g_{تهران}}} = \sqrt{\frac{9.78}{9.80}} < 1 \Rightarrow T_1 < T_2$$

بنابراین مدت زمان یک دور کامل در استوا بیشتر است و ساعت در استوا عقب می‌افتد. برای پیدا کردن مقدار عقب افتادن ساعت در استوا در یک شبانه‌روز به این صورت عمل می‌کنیم. هر شبانه‌روز معادل ۸۶۴۰۰ ثانیه است؛ بنابراین آونگ ساعت در تهران ۸۶۴۰۰ بار در هر شبانه‌روز نوسان می‌کند (به ازای هر نوسان کامل، ساعت ۱ ثانیه جلو می‌رود). کافی است تعداد نوسانات آونگ ساعت در استوا را محاسبه کنیم.

$$n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow n_2 = n_1 \frac{T_1}{T_2} = 86400 \sqrt{\frac{9.78}{9.80}} = 86312$$

بنابراین ساعت در استوا ۸۶۳۱۲ ثانیه در هر شبانه‌روز جلو می‌رود و ۸۸ ثانیه از زمان واقعی (ساعت در تهران) عقب می‌افتد.

ب) به نظر شما آیا با افزایش دما، یک ساعت آونگ دار جلو می‌افتد یا عقب؟

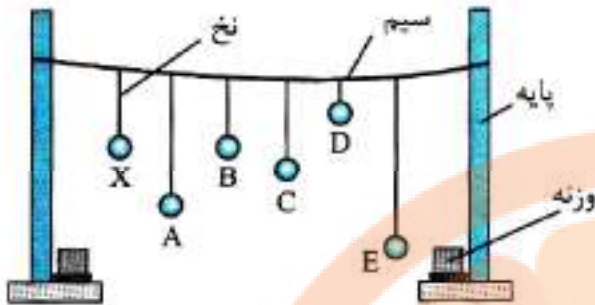
طبق رابطه $l' = l(1 + \alpha \Delta \theta)$ با افزایش دما، طول آونگ و دوره تناوب آن افزایش می‌یابد و مشابه قسمت قبل می‌توان نشان داد با افزایش دوره تناوب حرکت، ساعت عقب می‌افتد.

۱۰ هر فرد معمولاً با چرخش اندک بدنش به چپ و راست، راه می‌رود و بدین ترتیب نیروهای کوچکی به زمین زیر پایش وارد می‌کند. این نیروها بسامدی در حدود ۵/۰ Hz دارند. لرزش شدید پل هوایی میلینیوم در آغاز هزاره جدید را به عبور منظم

گروهی از افراد از این پل ربط داده‌اند. چگونه ممکن است نوسان‌های بدن این افراد موجب چنین لرزشی شده باشد؟

هرگاه بسامد نوسان بدن این افراد با بسامد طبیعی پل برابر شود، پدیده تشدید رخ داده و سبب ایجاد لرزش شدید می‌شود.

نوسان می‌کنند؟



دو آونگ X و B طول یکسانی دارند، بنابراین بسامد طبیعی آنها با یکدیگر برابر است، در نتیجه با نوسان آونگ X برای آونگ B پدیده تشدید رخ داده و این آونگ با دامنه زیادی نوسان می‌کند. اما آونگ‌های دیگر چون دارای بسامد طبیعی متفاوت با بسامد طبیعی آونگ X دارند، نوسان‌های کوچک‌تری انجام می‌دهند.

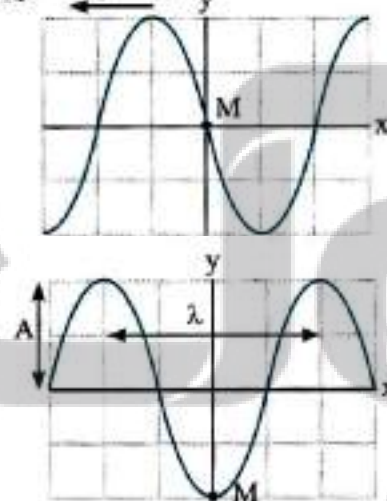
۱۲) یک نوسان‌ساز موج‌هایی دوره‌ای در یک ریسمان کشیده ایجاد می‌کند.

الف) با افزایش بسامد نوسان‌ساز کدام یک از کمیت‌های زیر تغییر نمی‌کند؟ بسامد موج، تندی موج، طول موج موج. تندی موج، زیرا تندی موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به شرایط چشمه موج مانند بسامد، دامنه و... بستگی ندارد.

ب) حال اگر به جای افزایش بسامد، کشش ریسمان را افزایش دهیم، هر یک از کمیت‌های زیر چه تغییری می‌کند؟ بسامد موج، تندی موج، طول موج موج.

تندی یک موج عرضی که در راستای یک ریسمان کشیده منتشر می‌شود از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به دست می‌آید؛ بنابراین با افزایش کشش ریسمان (F) تندی موج نیز افزایش می‌یابد. اما چون بسامد موج با بسامد نوسان‌ساز برابر است، بسامد موج تغییر نمی‌کند؛ بنابراین طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، طول موج نیز افزایش می‌یابد.

۱۳) شکل زیر یک تصویر لحظه‌ای از موجی عرضی در یک ریسمان کشیده شده را نشان می‌دهد. موج به سمت چپ حرکت می‌کند.



۱۳) شکل زیر یک تصویر لحظه‌ای از موجی عرضی در یک ریسمان کشیده شده را نشان می‌دهد. موج به سمت چپ حرکت می‌کند.

الف) با رسم این موج در زمان $T/4$ بعد، نشان دهید جزء M ریسمان در این مدت در چه جهتی حرکت کرده است. همچنین روی این موج، دامنه موج و طول موج را نشان دهید. موج در هر دوره (T) به اندازه طول موج خود (λ) پیش می‌رود؛ بنابراین در مدت زمان $T/4$ به اندازه $\lambda/4$ پیش می‌رود. در نتیجه شکل موج به صورت روبه‌رو خواهد بود و با توجه به شکل نقطه M در جهت منفی محور y حرکت کرده است.

ب) اگر طول موج $5/0\text{cm}$ و تندی موج 10cm/s باشد، بسامد موج را به دست آورید.

$$\lambda = 5\text{cm}, v = 10\frac{\text{cm}}{\text{s}}, f = ?$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 5 = \frac{10}{f} \Rightarrow f = 2\text{Hz}$$

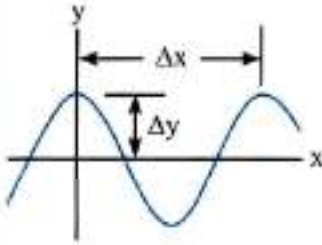
پ) تعیین کنید موج در مدت $T/4$ چه مسافتی را پیموده است؟

$$t = \frac{T}{4}, \lambda = 5\text{cm}, x = ?$$

$$\left. \begin{matrix} x = vt \\ v = \frac{\lambda}{T} \end{matrix} \right\} \Rightarrow x = \frac{\lambda}{T} t \xrightarrow{t = \frac{T}{4}} x = \frac{\lambda}{T} \times \frac{T}{4} = \frac{\lambda}{4} = \frac{5}{4} = 1/25\text{cm}$$

۱۴ در نمودار جابه‌جایی-مکان موج عرضی شکل زیر $\Delta x = 40 \text{ cm}$ و $\Delta y = 15 \text{ cm}$ است. اگر بسامد نوسان‌های چشمه

8 Hz باشد، طول موج، دامنه، تندی و دوره تناوب موج چقدر است؟



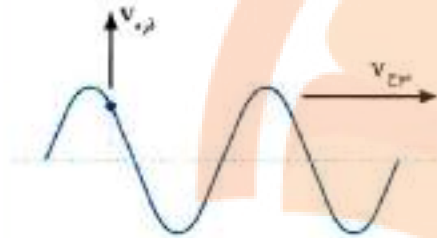
$$\lambda = \Delta x = 40 \text{ cm}, A = \Delta y = 15 \text{ cm}, f = 8 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = f\lambda = 8 \times 40 = 320 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ s}$$

۱۵ شکل زیر موجی عرضی در یک ریسمان را نشان می‌دهد که با تندی موج v به سمت راست حرکت می‌کند، در حالی که

تندی ذره نشان داده شده ریسمان v_0 است. آیا این دو تندی با هم برابرند؟ توضیح دهید.



خیر، هنگام پیشروی موج، ذره با موج حرکت نمی‌کند و در راستای عمود بر راستای انتشار موج نوسان می‌کند؛ بنابراین تندی سرعت آن در نقاط مختلف، متفاوت است در حالی که سرعت انتشار موج ثابت است.

۱۶ شکل زیر یک موج سینوسی را در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد که

در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند. چهار

جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه هر یک

از این چهار جزء بالا می‌روند یا پایین؟ نقش موج را در یک لحظه بعد

رسم می‌کنیم و با توجه به شکل مشاهده می‌کنیم که نقاط a و b

بالا و نقاط c و d پایین می‌آیند.

۱۷ سیمی با چگالی $7/80 \text{ g/cm}^3$ و سطح مقطع 50 mm^2 بین دو نقطه با نیروی 156 N کشیده شده است. تندی انتشار

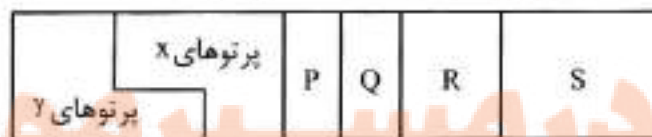
موج عرضی را در این سیم محاسبه کنید.

$$\rho = 7/80 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 7/80 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, A = 50 \text{ mm}^2 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^2, F = 156 \text{ N}, v = ?$$

ابتدا چگالی خطی جرم سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{m = \rho V}{V = AL} \rightarrow \mu = \frac{\rho A L}{L} = \rho A = 3/9 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{156}{3/9 \times 10^{-3}}} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۸ شکل زیر طیف موج‌های الکترومغناطیسی را با یک مقیاس تقریبی نشان می‌دهد.



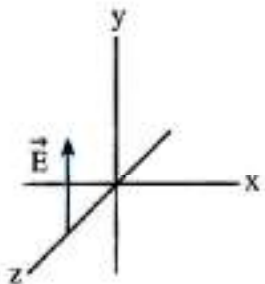
الف) نام قسمت‌هایی از طیف را که با حروف علامت‌گذاری شده‌اند، بنویسید.

قراینفش: P نور مرئی: Q فرورسرخ: R میکروموج: S

ب) اگر در طول طیف از چپ به راست حرکت کنیم، مقدار کدام مشخصه‌های موج افزایش یا کاهش می‌یابد و کدام ثابت می‌ماند؟

طول موج افزایش و بسامد موج کاهش می‌یابد و سرعت امواج ثابت می‌ماند.

می‌دهد. موج انرژی را در خلاف جهت محور z انتقال می‌دهد. جهت میدان مغناطیسی موج را در این نقطه و این لحظه تعیین کنید.



با توجه به قاعده دست راست، اگر دست راست را طوری نگه داریم که جهت چهار انگشت دست در جهت میدان الکتریکی \vec{E} (در جهت محور y) و شست در جهت انتشار موج (در خلاف جهت محور z) باشد، جهت خم شدن چهار انگشت دست در جهت میدان مغناطیسی \vec{B} است؛ بنابراین جهت میدان مغناطیسی در جهت محور x است.

۲۰ الف) طول موج نور نارنجی در هوا حدود $6/20 \times 10^{-7} \text{ m}$ است. بسامد این نور چند هرتز است؟

$$v = c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \lambda = 6/20 \times 10^{-7} \text{ m}, f = ? \quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{6/20 \times 10^{-7}} = 4/84 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

ب) بسامد نور قرمز در حدود $4/30 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است. طول موج این نور را در هوا و آب حساب کنید. (سرعت نور را در هوا $3/0 \times 10^8 \text{ m/s}$ و در آب $2/25 \times 10^8 \text{ m/s}$ فرض کنید.)

$$f = 4/30 \times 10^{14} \text{ Hz}, v_{\text{هوا}} = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_{\text{آب}} = 2/25 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{هوا: } \lambda = \frac{v_{\text{هوا}}}{f} = \frac{3 \times 10^8}{4/30 \times 10^{14}} = 6/98 \times 10^{-7} \text{ m} \quad \text{آب: } \lambda = \frac{v_{\text{آب}}}{f} = \frac{2/25 \times 10^8}{4/30 \times 10^{14}} = 5/23 \times 10^{-7} \text{ m}$$

۲۱ چشمه موجی با بسامد 10 Hz در یک محیط که تندی انتشار موج در آن 100 m/s است، نوسان‌هایی طولی ایجاد می‌کند. اگر دایره نوسان‌ها $4/0 \text{ cm}$ باشد.

$$f = 10 \text{ Hz}, v = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}, A = 4 \text{ cm}, \lambda = ?$$

الف) فاصله بین دو تراکم متوالی این موج چقدر است؟

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{10} = 10 \text{ m}$$

فاصله بین دو تراکم متوالی برابر با طول موج است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m}$$

ب) فاصله بین یک تراکم و یک انبساط متوالی چقدر است؟

فاصله بین یک تراکم و انبساط متوالی برابر با $\frac{\lambda}{4}$ است؛ بنابراین داریم:

۲۲ عقرب‌های ماسه‌ای وجود طعمه را با امواجی که بر اثر حرکت طعمه در ساحل شنی ایجاد

می‌شود، احساس می‌کنند. این امواج که در سطح ماسه منتشر می‌شوند، بر دو نوع‌اند: امواج

عرضی با تندی $v_T = 50 \text{ m/s}$ و امواج طولی با تندی $v_L = 150 \text{ m/s}$. عقرب ماسه‌ای می‌تواند

با استفاده از اختلاف زمانی بین زمان رسیدن این امواج به نزدیک‌ترین پای خود، فاصله خود

از طعمه را تعیین کند. اگر این اختلاف زمان برابر $\Delta t = 4/0 \text{ ms}$ باشد، طعمه در چه فاصله‌ای از

عقرب قرار دارد؟ زمان رسیدن هر دو موج به پای عقرب با استفاده از رابطه $|d| = vt$ به دست

می‌آید؛ بنابراین اختلاف زمان رسیدن این دو موج به پای عقرب برابر است با:

$$\Delta t = \frac{|d|}{v_T} - \frac{|d|}{v_L} = |d| \left(\frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_L} \right) = |d| \left(\frac{v_L - v_T}{v_T v_L} \right) \Rightarrow |d| = \left(\frac{v_T v_L}{v_L - v_T} \right) \Delta t = \left(\frac{150 \times 50}{150 - 50} \right) \times 4 \times 10^{-3} = 0/3 \text{ m}$$



الف) شکل موج ب) دامنه موج پ) بسامد موج ت) دمای هوا

تندی امواج مکانیکی به ویژگی‌های محیطی که در آن منتشر می‌شوند بستگی دارد؛ بنابراین عواملی مانند شکل موج، دامنه موج و بسامد موج بر تندی امواج مکانیکی مثل صوت بی‌تأثیرند. اما با افزایش دما، جنبش مولکول‌ها افزایش یافته و انتقال انرژی از یک مولکول به مولکول دیگر با سرعت بیشتر روی می‌دهد. در نتیجه صوت با سرعت بیشتری منتشر می‌شود.

۱۳۴) در سونوگرافی معمولاً از کاوهای دستی موسوم به تراگذار فراصوتی برای تشخیص پزشکی استفاده می‌شود که دقیقاً روی ناحیه موردنظر از بدن بیمار گذاشته و حرکت داده می‌شود. این کاوه در بسامد $6/7 \text{ MHz}$ عمل می‌کند.

الف) بسامد زاویه‌ای در این کاوه نوسان چقدر است؟

$$f = 6/7 \text{ MHz} = 6/7 \times 10^6 \text{ Hz}, \omega = ? \quad \omega = 2\pi f = 2\pi(6/7 \times 10^6) = 13/4\pi \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ب) اگر تندی موج صوتی در بافتی نرم از بدن 1500 m/s باشد، طول موج این موج در این بافت چقدر است؟

$$f = 6/7 \times 10^6 \text{ Hz}, v = 1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \lambda = ? \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{6/7 \times 10^6} = 2/238 \times 10^{-4} \text{ m}$$

۱۳۵) تندی صوت در یک فلز خاص، برابر فلز است. به یک سرلوله توخالی بلندی از جنس این فلز به طول L ضربه محکمی می‌زنیم. شنونده‌ای که در سر دیگر این لوله قرار دارد دو صدا را می‌شنود. یکی ناشی از موجی است که از دیواره لوله می‌گذرد و دیگری از موجی است که از طریق هوای داخل لوله عبور می‌کند.

الف) اگر تندی صوت در هوا $v_{\text{هوا}}$ باشد، بازه زمانی Δt بین دریافت این دو صدا در گوش شنونده چقدر خواهد بود؟ زمان رسیدن دو موج به سر دیگر لوله با استفاده از رابطه $L = vt$ به دست می‌آید؛ بنابراین اختلاف زمان رسیدن دو

$$\Delta t = \frac{L}{v_{\text{هوا}}} - \frac{L}{v_{\text{فلز}}} = L \left(\frac{1}{v_{\text{هوا}}} - \frac{1}{v_{\text{فلز}}} \right)$$

موج به سر دیگر میله برابر است با:

ب) اگر $\Delta t = 1/100 \text{ s}$ و فلز از جنس فولاد باشد، طول L لوله چقدر است؟ ($v_{\text{هوا}} = 340 \text{ m/s}$)

$$v_{\text{فولاد}} = 5941 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

یا استفاده از جدول ۳ - ۱ صفحه ۷۹ کتاب درسی داریم:

$$\Delta t = L \left(\frac{1}{v_{\text{هوا}}} - \frac{1}{v_{\text{فولاد}}} \right) \Rightarrow 1 = L \left(\frac{1}{340} - \frac{1}{5941} \right) \Rightarrow L = 360/6 \text{ m}$$

۱۳۶) موجی صوتی با توان $1/2 \times 10^{-4} \text{ W}$ عمود بر جهت انتشار از دو صفحه فرضی (شکل ۳-۲۶) می‌گذرد. با فرض اینکه مساحت صفحه‌ها به ترتیب $A_1 = 4/0 \text{ m}^2$ و $A_2 = 12 \text{ m}^2$ باشد، شدت صوت در دو سطح را تعیین کنید و توضیح دهید چرا شنونده در محل صفحه دوم، صدا را آهسته‌تر می‌شنود.

$$\bar{P} = 1/2 \times 10^{-4} \text{ W}, A_1 = 4 \text{ m}^2, A_2 = 12 \text{ m}^2, I_1 = ?, I_2 = ?$$

$$I_1 = \frac{\bar{P}}{A_1} = \frac{1/2 \times 10^{-4}}{4} = 0/3 \times 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad I_2 = \frac{\bar{P}}{A_2} = \frac{1/2 \times 10^{-4}}{12} = 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

در محل صفحه دوم شدت صوت کمتر است و انرژی کمتری در واحد زمان به گوش شخصی که در محل صفحه دوم قرار دارد منتقل می‌شود؛ بنابراین شخص صدا را آهسته‌تر می‌شنود.

۲۷ شدت صدای حاصل از یک مته سنگ‌شکن در فاصله 10.0m از آن $1/0 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2$ است. تراز شدت صوتی آن

برحسب dB چقدر می‌شود؟

$$I = 1/0 \times 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \beta = ? \text{ dB}$$

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{1/0 \times 10^{-2}}{10^{-12}}\right) = 10 \log 10^{10} = 100 \log 10 = 100 \text{ dB}$$

۲۸ اگر به مدت ۱۰ دقیقه در معرض صوتی با تراز شدت 120dB باشیم، آستانه شنوایی به طور موقت از 0dB به 28dB افزایش می‌یابد. مطالعات نشان داده است که به طور متوسط اگر به مدت ۱۰ سال در معرض صدایی با تراز شدت 92dB قرار بگیریم، آستانه شنوایی به طور دائم به 28dB افزایش می‌یابد. شدت‌های صوتی مربوط به 28dB و 92dB چقدر است؟ (راهنمایی: برای پاسخ دادن لازم است از ماشین حساب مناسب استفاده کنید.)

$$\beta_1 = 28\text{dB}, \beta_2 = 92\text{dB}, I_1 = ?, I_2 = ?$$

$$\beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow 28 = 10 \log\left(\frac{I_1}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 2/8 = \log\left(\frac{I_1}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 10^{2/8} = \frac{I_1}{10^{-12}} \Rightarrow I_1 = 10^{2/8} \times 10^{-12} = 10^{-9/4}$$

$$= 6/3 \times 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\beta_2 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \Rightarrow 92 = 10 \log\left(\frac{I_2}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 9/2 = \log\left(\frac{I_2}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 10^{9/2} = \frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow I_2 = 10^{9/2} \times 10^{-12} = 10^{-2/8}$$

$$= 1/58 \times 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

۲۹ یک دستگاه صوتی، صدایی با تراز شدت $\beta_1 = 90.0\text{dB}$ و دستگاه صوتی دیگر، صدایی با تراز شدت $\beta_2 = 95.0\text{dB}$ ایجاد می‌کند. شدت‌های مربوط به این دو تراز (برحسب W/m^2) به ترتیب I_1 و I_2 هستند. نسبت I_2/I_1 تعیین کنید.

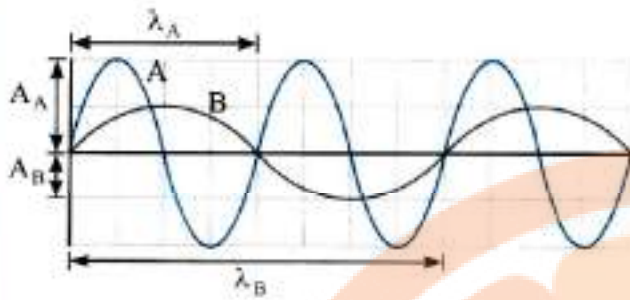
$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 95 - 90 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow 0/5 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{0/5} = 3/16$$

۳۰ در یک آتش‌بازی، موشکی در بالای آسمان منفجر می‌شود. فرض کنید صوت به طور یکنواخت در تمام جهات منتشر شود. از جذب انرژی صوتی در محیط و نیز از بازتابی که ممکن است امواج صوتی از زمین پیدا کند چشم‌پوشی کنید. با فرض اینکه صوت با شدت $I = 0.10 \text{ W/m}^2$ به شنونده‌ای برسد که به فاصله $r_1 = 640\text{m}$ از محل انفجار قرار دارد، این صوت به شنونده‌ای که در فاصله $r_2 = 160\text{m}$ از محل انفجار قرار دارد با چه شدتی می‌رسد؟

$$I_1 = 0.1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, r_1 = 640\text{m}, r_2 = 160\text{m}, I_2 = ?$$

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{P}{4\pi r_2^2}}{\frac{P}{4\pi r_1^2}} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{0.1} = \left(\frac{640}{160}\right)^2 \Rightarrow I_2 = 0.1 \times 16 = 1/6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$



بسامد و شدت این دو موج صوتی را با هم مقایسه کنید.
 محیط انتشار هر دو موج یکسان است، بنابراین $v_A = v_B$.
 با توجه به شکل داریم:

$$\lambda_B = 2\lambda_A \cdot A_A = 2A_B$$

از طرفی با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{\frac{v}{\lambda_A}}{\frac{v}{\lambda_B}} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 2 \Rightarrow f_A = 2f_B$$

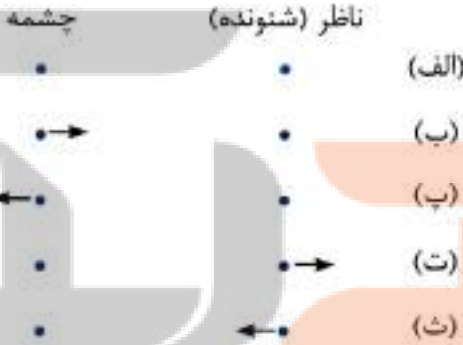
می‌دانیم مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) در یک موج سینوسی برای همه انواع امواج مکانیکی با مربع دامنه (A^2) و نیز مربع بسامد (f^2) موج متناسب است. از طرفی با توجه به اینکه شدت صوت (I) در یک سطح برابر است با آهنگ متوسط انرژی که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند

$$I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2}$$

می‌توان نوشت:

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{2f_B}{f_B}\right)^2 \left(\frac{2A_B}{A_B}\right)^2 (1) = 16 \Rightarrow I_A = 16I_B$$

شکل زیر جهت‌های حرکت یک چشمه صوتی و یک ناظر (شنونده) را در وضعیت‌های مختلف نشان می‌دهد.



بسامدی را که ناظر در حالت‌های مختلف می‌شنود با حالت الف مقایسه کنید.

در حالت (ب)، ناظر (شنونده) ساکن و چشمه در حال نزدیک شدن به ناظر است بنابراین بسامدی که ناظر دریافت می‌کند بیشتر از بسامد چشمه صوتی است.

در حالت (پ)، ناظر ساکن و چشمه در حال دور شدن از ناظر ساکن است، در این حالت بسامد موجی که ناظر می‌شنود کمتر از بسامد چشمه صوتی است.

در حالت (ت)، ناظر (شنونده) در حال دور شدن از چشمه ساکن است، در نتیجه بسامدی که ناظر می‌شنود کمتر از بسامد چشمه صوتی است.

در حالت (ث)، ناظر (شنونده) در حال نزدیک شدن به چشمه ساکن است بنابراین بسامدی که ناظر می‌شنود بیشتر از بسامد چشمه صوتی است.

فعالیت (۴-۱)

صفحه ۹۱ کتاب درسی



نمایشی از اسباب آزمایش بازتاب صوت

با اسباب نشان داده شده در شکل روبه‌رو، می‌توان زاویه تابش و زاویه بازتابش را در امواج صوتی اندازه‌گیری کرد. با استفاده از این اسباب، قانون بازتاب عمومی را برای امواج صوتی تحقیق کنید. این دستگاه شامل دو لوله متصل به دو دهانه است که یکی نقش ورودی صدا و دیگری نقش خروجی صوت یا گوشی را ایفا می‌کند. با تولید به صدا در دهانه ورودی، صوت از لوله

عبور کرده و پس از بازتاب از دیواره، از لوله دوم منعکس می‌شود و با عبور از لوله دوم وارد دهانه گوشی شده و شنیده می‌شود. برای جلوگیری از انتشار صوت به‌طور مستقیم از منبع به شنونده می‌توان مانعی روی گیره‌ها نصب نمود. اگر لوله دوم را به دوران در بیاوریم متوجه می‌شویم در زاویه معینی صوت شنیده شده از گوشی بیشترین بلندی را دارد. با ثابت نمودن مکان لوله دوم در این حالت و بررسی زاویه لوله ورودی و خروجی با خط عمود بر سطح مانع مشخص می‌شود که در این حالت زاویه تابش و بازتابش با هم برابر هستند.

فعالیت (۴-۲)

صفحه ۹۲ کتاب درسی

درباره میکروفون سهموی که از آن برای ثبت صداهای ضعیف و دستگاه لیتوتریپسی که از آن برای شکستن سنگ‌های کلیه، با کمک بازتابنده‌های بیضوی استفاده می‌شود تحقیق کنید.

یکی از ویژگی‌های مهم سطوح سهموی این است که اگر یک چشمه موج (مکانیکی یا الکترومغناطیسی) در کانون آن قرار داشته باشد، امواج تولیدشده پس از بازتاب از سطح داخلی سهمی به صورت موازی با هم در فضا منتشر می‌شوند. همچنین اگر امواج به صورت موازی به سطح داخلی سهمی برخورد کنند، در کانون سهمی متمرکز می‌شوند. بر این اساس می‌توان برای دریافت امواجی که چشمه تولید آنها در فاصله دوری قرار دارد و امواج تولیدشده توسط آنها تقریباً به صورت موازی با هم منتشر می‌شوند و همچنین امواجی که شدت آنها کم است از بازتابنده‌های سهموی استفاده کرد. در این بازتابنده‌ها، گیرنده موج را در کانون سهمی قرار می‌دهند تا شدت موجی که به آن می‌رسد تقویت شود. نوعی از این بازتابنده‌ها که در صداپردازی‌های خاص از آن استفاده می‌شود میکروفون سهموی است. این نوع میکروفون معمولاً برای ضبط صدای طبیعت، صدای میدان برای گزارشات ورزشی، استراق صمم، جاسوسی و... استفاده می‌شود. نوع دیگری از بازتاب‌دهنده‌ها، بازتاب‌دهنده‌های بیضوی هستند که براساس ویژگی‌های بازتابی سطوح بیضوی می‌توانند امواجی را که در یکی از کانون‌های بیضوی تولید شده‌اند، در کانون دیگر بیضی متمرکز کنند. از این بازتاب‌دهنده‌ها در درمان سنگ کلیه توسط تکنولوژی ESWH به عنوان روش سنگ شکنی برون اندامی مؤثر و نسبتاً بی‌خطر استفاده می‌شود. در دستگاه لیتوتریپسی امواج شوک توسط منبع انرژی به سه طریق مختلف انرژی الکتروهایدرولیک، پیزوالکتریک

یا الکترومغناطیسی تولید می‌شوند. امواج شوک تولیدی در نقطه کانون اول بازتابنده بیضوی در خارج از بدن هدایت می‌شوند و سپس به کانون دوم بیضی که در داخل بدن بیمار است و بر روی سنگ کلیه تنظیم شده است هدایت می‌شوند. موج شوک در این ناحیه کانونی متمرکز شده، بر سطح سنگ ضربه زده و آن را می‌شکاند.

صفحه ۹۳ کتاب درسی

تمرین (۱-۴)

کمترین فاصله بین شما و یک دیوار بلند چقدر باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تمیز دهید؟ تندی صوت در هوا را $340 \frac{m}{s}$ در نظر بگیرید.

اگر تأخیر زمانی بین صوت و پژواک آن بیشتر از $0.1s$ باشد شنونده می‌تواند پژواک را از صوت مستقیم تشخیص دهد. بنابراین حداقل زمان لازم برای رفت و برگشت صوت باید $0.1s$ باشد. اگر فاصله شخص با دیوار را برابر x و زمان لازم جهت رسیدن صوت به دیوار را t بنامیم به ازای $0.1s = 2t$ (زمان رفت و برگشت)، خواهیم داشت:

$$2x = v(2t) \Rightarrow 2x = (340)(0.1) \Rightarrow x = 17m$$

صفحه ۹۳ کتاب درسی

فعالیت (۳-۴)

رادار دوپلری: از امواج الکترومغناطیسی نیز می‌توان برای مکان‌یابی پژواکی استفاده کرد. در این مورد و کاربرد آن به خصوص در تعیین تندی خودروها تحقیق کنید.

حسن استفاده از امواج الکترومغناطیسی آن است که این امواج جهت انتشار به محیط مادی نیاز ندارند و برخلاف امواج صوتی که اثر کلی آنها به حرکت منبع، ماده و ناظر بستگی دارد، در امواج الکترومغناطیسی تنها تفاوت سرعت بین ناظر و منبع حایز اهمیت است.

رادارها سیستم‌هایی هستند که از فرستنده‌ها برای تولید امواج الکترومغناطیسی از جمله امواج مایکروویو یا رادیویی استفاده می‌کنند.

رادار دوپلری وسیله‌ای است که با استفاده از اثر دوپلر سرعت اجسام در فواصل دور را مشخص می‌کند. در واقع رادار با ارسال سیگنال‌های رادیویی به سمت هدف موردنظر و دریافت انعکاس آن این کار را انجام می‌دهد. رادار دوپلری تغییرات فرکانس سیگنال منعکس‌کننده را نسبت به سیگنال اصلی آنالیز می‌کند و به این ترتیب اندازه دقیق تندی متحرک موردنظر را نسبت به منبع رادار مشخص می‌کند.

صفحه ۹۵ کتاب درسی

پرسش (۱-۴)

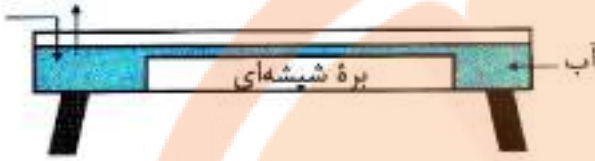
اگر موج سینوسی از قسمت ضخیم طناب به قسمت نازک آن وارد شود، بسامد، تندی، و طول موج موج عبوری در مقایسه با موج فرودی چه تغییری می‌کند؟

بسامد موج از ویژگی‌های چشمه تولید موج است و به محیط انتشار آن وابسته نیست در نتیجه بسامد تغییری نمی‌کند، اما هنگام عبور موج از قسمت ضخیم به بخش نازک طناب، جرم واحد طول طناب کاهش می‌یابد پس با توجه به

رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، تندی موج عبوری افزایش می‌یابد. بنابراین با ثابت ماندن بسامد، طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ طول موج نیز

در یک تشت موج به کمک یک نوسان ساز تیغه‌ای که با بسامد $5/0 \text{ Hz}$ کار می‌کند، امواجی تخت ایجاد می‌کنیم. به طوری که فاصله بین دو برآمدگی متوالی آن برابر با 10 cm می‌شود. اگر اکنون بُره‌ای شیشه‌ای را در کف تشت قرار دهیم، امواج در ورود به ناحیه کم عمق بالای بُره، شکست پیدا می‌کنند. اگر تندی امواج در ناحیه کم عمق، $0/40$ برابر تندی در ناحیه عمیق باشد، طول موج امواج در ناحیه کم عمق چقدر می‌شود؟

چشمه موج تخت



فاصله بین دو برآمدگی متوالی برابر طول موج است، بنابراین در ابتدا طول موج برابر 10 cm است ($\lambda = 10 \text{ cm}$). بنابراین برای محاسبه تندی موج داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f = 0/1 \times 5 = 0/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با قرارگیری بُره شیشه‌ای، از عمق آب کاسته شده و تندی امواج، $0/4$ برابر می‌شود. در نتیجه تندی نهایی و طول موج برابر است با:

$$v' = 0/4v = 0/4 \times 0/5 = 0/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda' = \frac{v'}{f} = \frac{0/2}{5} = 0/4 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

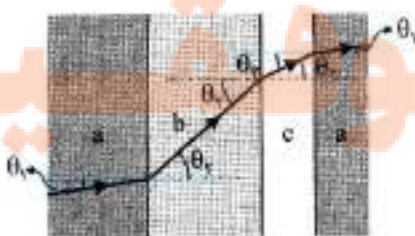
در تمرین ۲-۴ با فرض اینکه زاویه تابش امواج برابر 30° باشد، زاویه شکست چقدر می‌شود؟

$$v_2 = 0/4v_1, \theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = ?$$

با استفاده از قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin 30^\circ} = \frac{0/4v_1}{v_1} \Rightarrow \sin \theta_2 = \left(\frac{1}{4}\right)(0/4) = 0/2 \Rightarrow \theta_2 = 11/53^\circ$$

شکل روبه‌رو یک پرتوی موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که با عبور از محیط اولیه a ، از طریق محیط‌های b و c به محیط a بازمی‌گردد. این محیط‌ها را بر حسب تندی موج در آنها از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



هر چه پرتوی موج به خط عمود بر مرز جدایی دو محیط نزدیک‌تر باشد، تندی موج در آن محیط کمتر است و برعکس، هر چه پرتوی موج از خط عمود بر مرز جدایی دو محیط دورتر باشد، تندی موج در آن محیط بیشتر است. بنابراین با رسم خط عمود بر مرز جدایی دو محیط در نقطه ورود موج و مقایسه زاویه ورودی و خروجی خواهیم داشت:

$$\theta_4 > \theta_3 > \theta_1 \Rightarrow v_b > v_c > v_a$$

کدام یک از سه شکل زیر یک شکست را نشان می‌دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟

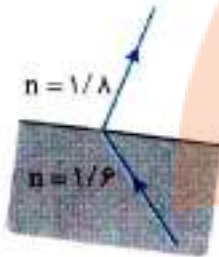
الف)



در شکل (الف) ضریب شکست محیط دوم بیشتر از محیط اول است ($1/4 < 1/6$)

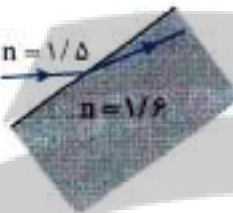
پس زاویه تابش باید بزرگ‌تر از زاویه شکست باشد و پرتوی نور به خط عمود نزدیک شود. بنابراین این اتفاق ممکن است.

ب)



در شکل (ب) پرتوی شکست و پرتوی تابش هر دو در یک طرف خط عمود هستند و از لحاظ فیزیکی امکان پذیر نیست.

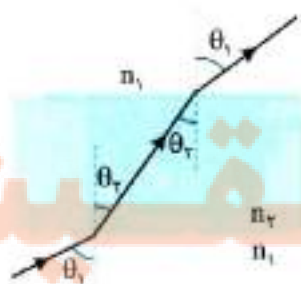
پ)



در شکل (پ) ضریب شکست محیط دوم بیشتر است ($1/5 < 1/6$) بنابراین زاویه شکست باید کوچک‌تر از زاویه تابش باشد اما در شکل پرتوی شکست از خط عمود دور شده است که از لحاظ فیزیکی ناممکن است.

اندازه‌گیری ضریب شکست: با توجه به مثال ۴-۲، آزمایشی را طراحی و اجرا کنید که به کمک آن بتوان ضریب شکست یک تیغه متوازی السطوح شفاف را اندازه گرفت.

تیغه متوازی السطوح را روی کاغذی قرار می‌دهیم، و با رسم اضلاع تیغه، مکان آن را روی کاغذ مشخص می‌کنیم. باریکه نوری را به طور مایل به وجه بلندتر تیغه می‌تابانیم به طوری که از وجه روبه‌رو خارج شود، مسیر باریکه نور فرودی و



خروجی را نیز روی کاغذ رسم می‌کنیم. سپس تیغه را بر می‌داریم و به کمک خط‌کش

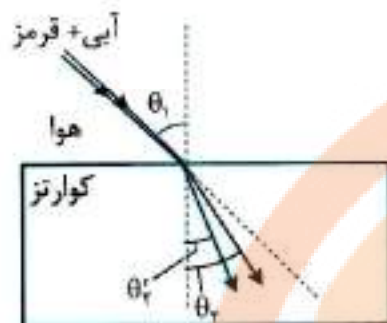
مسیر پرتوی نور در داخل تیغه را رسم می‌کنیم و با رسم خط عمود بر وجه‌های مقابل

تیغه در محل ورود و خروج پرتوی نور، زاویه شکست را اندازه می‌گیریم. اکنون با کمک

قانون شکست اسنل می‌توان ضریب شکست تیغه را محاسبه نمود.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow n_2 = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

شکل روبه‌رو باریکه نوری متشکل از دو پرتوی قرمز و آبی را نشان می‌دهد که از هوا و با زاویه تابش 45° بر سطح تیغه تختی از کوارتز می‌تابد. زاویه‌های شکست برای این دو پرتو را محاسبه کنید. ضریب شکست نورهای قرمز و آبی در کوارتز به ترتیب برابرند با $n_{\text{قرمز}} = 1/459$ و $n_{\text{آبی}} = 1/467$.



$$\theta_1 = 45^\circ, n_{\text{هوا}} = 1, \theta_r = ?, \theta_b = ?$$

با استفاده از قانون شکست اسنل برای پرتوی نور قرمز داریم:

$$n_{\text{هوا}} \sin \theta_1 = n_{\text{قرمز}} \sin \theta_r \Rightarrow 1 \times \sin 45^\circ = 1/459 \times \sin \theta_r$$

$$\Rightarrow \sin \theta_r = 0/485 \Rightarrow \theta_r = 28/99^\circ$$

همچنین برای پرتوی آبی می‌توان نوشت:

$$n_{\text{هوا}} \sin \theta_1 = n_{\text{آبی}} \sin \theta_b \Rightarrow 1 \times \sin 45^\circ = 1/467 \times \sin \theta_b \Rightarrow \sin \theta_b = 0/482 \Rightarrow \theta_b = 28/82^\circ$$

پرسش (۴-۴)

در تلویزیون‌های متداول، سیگنال‌ها از آنتن‌های روی دکل‌ها به گیرنده‌های تلویزیون فرستاده می‌شود. حتی وقتی گیرنده به دلیل وجود یک تپه یا ساختمان در معرض ارسال مستقیم امواج یک آنتن نباشد، همچنان سیگنال را به دلیل پراش امواج از لبه‌های مانع دریافت خواهد کرد (اگر سیگنال در اطراف آن مانع به حد کافی به داخل «ناحیه سایه» مانع پراشیده شود). سابق براین، طول موج سیگنال‌های تلویزیونی در حدود 50cm بود، ولی طول موج سیگنال‌های تلویزیونی دیجیتال که امروزه از آنتن‌ها فرستاده می‌شود بسیار کمتر است. آیا این تغییر طول موج، پراش سیگنال‌ها به داخل ناحیه سایه را افزایش می‌دهد یا کاهش؟ هرچه ابعاد مانع نسبت به طول موج بزرگ‌تر باشد میزان پراش و گسترده شدن امواج به داخل ناحیه سایه کاهش می‌یابد.

تمرین (۵-۴)

سنگین‌ترین تار یک گیتار الکتریکی دارای چگالی خطی جرمی $5/28 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$ است و تحت کشش 226N قرار دارد. این تار در هنگام ارتعاش، نثی با بسامد $164/8\text{Hz}$ را ایجاد می‌کند که بسامد اصلی تار است. الف) طول تار را به دست آورید.

$$\mu = 5/28 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}, F = 226\text{N}, f_1 = 164/8\text{Hz}, L = ?$$

با در نظر گرفتن بسامد اصلی $n = 1$ داریم:

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{v}{2L} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow L = \frac{1}{2f_1} \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 164/8} \times \sqrt{\frac{226}{5/28 \times 10^{-3}}} = 0/628\text{m}$$

ب) پس از مدتی که یک نوازنده، این گیتار را می‌نوازد، در نتیجه گرم شدن و شل شدن تارها، نیروی کشش تار مورد نظر کاهش می‌یابد و به 209N می‌رسد. در این حالت بسامد اصلی این تار چقدر شده است؟

$$F' = 209\text{N}, f_1' = ? \quad f_1' = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 0/628} \times \sqrt{\frac{209}{5/28 \times 10^{-3}}} = 158/4\text{Hz}$$

الف) چرا با سفت کردن سیم گیتار، بسامدی را که هنگام نواختن می شنوید زیاد می شود؟

با افزایش نیروی کشش سیم طبق رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ تندی انتشار موج در سیم افزایش یافته و طبق رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$

بسامد هماهنگ های سیم نیز افزایش می یابد.

ب) چرا نوازندگان گیتار پیش از نواختن روی صحنه نمایش، گیتار را به حد کافی می نوازند و سپس آن را مجدداً کوک می کنند؟ زیرا ممکن است سیم های گیتار در اثر اجزای قبلی و یا تفاوت دمای صحنه تمایش با محل قبلی که گیتار در آنجا کوک شده کمی شل یا سفت شده باشند و از کوک خارج شده باشند.

صفحه ۱۰۸ کتاب درسی

پرسش (۴-۶)

چرا وقتی آب را به درون ظرفی با دیواره های قائم مثل لیوان یا پارچ می ریزید، بسامد صدایی که می شنوید افزایش می یابد، یعنی صدای زیرتر و زیرتری را می شنوید؟ (راهنمایی: صدای حاصل از پرشدن ظرف گستره وسیعی از بسامدها را دارد که در هر لحظه، یکی از آنها با پایین ترین بسامد تشدید می شود - بسامد مد اول - منطبق است.)

با بالا آمدن سطح آب داخل ظرف طول لوله صوتی با یک انتهای باز کاهش می یابد. بنابراین پایین ترین بسامد تشدید می شود و صدای درون ظرف که از رابطه $f = \frac{v}{4L}$ به دست می آید بیشتر شده و صدای زیرتر شنیده خواهد شد.

صفحه ۱۰۹ کتاب درسی

فعالیت (۴-۶)

یک بلندگو را در برابر دهانه یک تشدیدگر هلمهولتز با بسامدهای تشدید معین قرار دهید و جلوی زائده خروجی آن یک شمع روشن یا یک فرفره کوچک و کم اصطکاک بگذارید. بسامد صوت ایجاد شده توسط بلندگو را در نزدیکی بسامد تشدید تشدیدگر آن قدر کم و زیاد کنید تا شعله شمع، منحرف شود و یا فرفره شروع به چرخیدن کند. در صورتی که منبع صوتی با بسامد قابل تنظیم ندارید می توانید از چند دیابازون با بسامدهای معلوم و متفاوت، که بسامد یکی از آنها با یکی از بسامدهای تشدید تشدیدگر برابر باشد، استفاده کنید. دلیل آنچه را که مشاهده می کنید در گروه خود به بحث بگذارید و نتیجه را به کلاس گزارش دهید. تشدیدگر هلمهولتز بسامدهای تشدید معینی دارد. با تغییر بسامد بلندگو، طیفی از بسامدها حاصل می شود و وقتی بسامد بلندگو با بسامد تشدید تشدیدگر برابر شود تشدید رخ می دهد و یک موج صوتی قوی تولید می گردد. هنگامی که این صوت از محیط اطراف شمع یا فرفره می گذرد مولکول های هوا را به شدت به حرکت وا می دارد و باعث انحراف شعله شمع یا حرکت فرفره می شود.

صفحه ۱۱۰ کتاب درسی

پرسش (۴-۷)

با دمیدن در بطری های یکسان با سطوح مختلف می توان آهنگی با بسامدهای متفاوت ایجاد کرد. دلیل آن چیست؟ بطری های نیمه پر با سطوح مختلف مایع مانند لوله صوتی با یک انتهای باز هستند که هر کدام بسامدهای تشدید معینی دارند و یک تشدیدگر هلمهولتز تشکیل می دهند. به این ترتیب با تنظیم میزان مایع درون بطری ها می توان بسامدهای مشخصی را با استفاده از دمیدن در بطری ها ایجاد کرد و آهنگ مورد نظر را نواخت.

تداخل در امواج الکترومغناطیسی (آزمایش هرتز): اگرچه ماکسول پیش از پایان قرن نوزدهم وجود امواج الکترومغناطیسی را پیش بینی کرده بود، این هرتز بود که با آزمایش‌های تداخلی خود که به تولید موج‌های الکترومغناطیسی ایستاده انجامید، وجود موج‌های الکترومغناطیسی را در گستره بسامد رادیویی اثبات کرد. هاینریش هرتز در سال ۱۸۸۸ میلادی با وسایل ابتدایی آن زمان این آزمایش را به انجام رسانید. در مورد چگونگی آزمایش هرتز تحقیق کنید.

هرتز مداری الکتریکی درگوشه‌ای از آزمایشگاه خود ترتیب داد که جرقه تولید می‌کرد. سپس مدار مشابه دیگری را در گوشه دیگری از اتاق تاریک آزمایشگاه خود مستقر کرد. به این ترتیب توانست به‌طور همزمان جرقه دیگری را در مدار مقابل ثبت کند که نشان‌دهنده وجود امواجی بود که با سرعت نور منتقل می‌شوند و برای انتقال به محیط مادی نیاز ندارند. براین اساس وی توانست وجود امواج نامرئی الکترومغناطیسی را اثبات کند.

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل (۴)

صفحه ۱۱۱ تا ۱۱۴ کتاب درسی

۱) دانش‌آموزی بین دو صخره قائم ایستاده است و فاصله او از صخره نزدیک تر 240m است. دانش‌آموز فریاد می‌زند و اولین پژواک صدای خود را پس از $1/5\text{s}$ و صدای پژواک دوم را $1/10\text{s}$ بعد از پژواک اول می‌شنود.

الف) تندی صوت در هوا چقدر است؟

صوت ایجادشده توسط دانش‌آموز پس از برخورد به دو صخره بازتاب شده و به گوش وی می‌رسد. اگر فاصله دانش‌آموز از صخره نزدیک تر را x_1 و زمان رفت یا برگشت صوت را t_1 بنامیم، خواهیم داشت:

$$2x_1 = v(2t_1) \Rightarrow 2 \times 240 = 1/5v \Rightarrow v = \frac{480}{1/5} = 2400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) فاصله بین دو صخره را بیابید.

اگر فاصله دانش‌آموز تا صخره دوم را x_2 و زمان رفت یا برگشت صوت را t_2 بنامیم، داریم:

$$2x_2 = v(2t_2) \Rightarrow 2x_2 = 2400 \times (1/10 + 1) \Rightarrow x_2 = \frac{2400 \times 2/5}{2} = 480\text{m}$$

به این ترتیب فاصله دو صخره برابر است با:

۲) اگر در فاصله مناسبی از یک رشته پلکان بلند بایستید و یک بار کف بزنید، پژواکی بیشتر از یک صدای برهم زدن دست می‌شنوید. نمونه جالبی از این پدیده در برابر رشته پله‌های معبد قدیمی کوکولکان در مکزیک رخ می‌دهد. این معبد از ۹۲ پله سنگی تشکیل شده است. در مورد چنین پژواکی توضیح دهید.

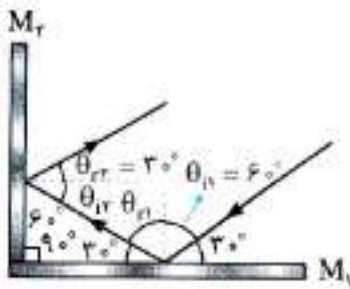
با توجه به اینکه پله‌ها در فواصل متفاوتی نسبت به شنونده قرار دارند و با ثابت بودن سرعت صوت طبق رابطه $x = \frac{v}{t}$ زمان رفت و برگشت صوت نسبت به هر پله متفاوت است و به این ترتیب پژواک‌های پی‌درپی حاصل از برخورد صوت با پله‌ها به گوش می‌رسد که با توجه به فاصله زمانی کوتاه بین آنها، به صورت مجزا قابل تشخیص نیستند.

۳) وقتی یک باریکه لیزر را به دیوار کلاس می‌تابانیم، همه دانش‌آموزان نقطه رنگی ایجاد شده روی دیوار را می‌بینند. دلیل آن چیست؟ سطح دیوار برای نور مرئی ناهموار محسوب می‌شود و بازتاب نامنظم دارد؛ یعنی نور تابیده شده را به تمام جهات بازتاب می‌کند. بنابراین چشم دانش‌آموزان در تمام نقاط کلاس بخشی از پرتوهای بازتاب شده را دریافت می‌کند و آنها می‌توانند نقطه رنگی را ببینند.

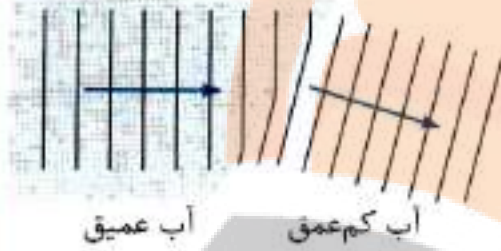
۴ در شکل زیر پرتوهای بازتابیده از آینه های تخت M_1 و M_2 را رسم کنید.

با استفاده از قانون بازتاب عمومی همواره $\theta_i = \theta_r$.

توجه داشته باشید که مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° درجه است.

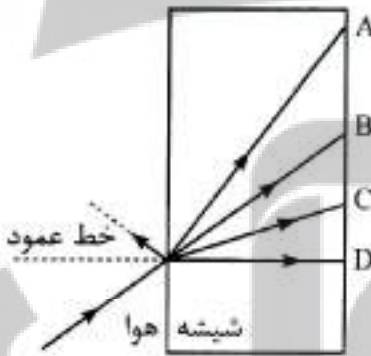


۵ با رسم شکلی از جبهه های موج توضیح دهید چگونه جهت انتشار جبهه های موج با رسیدن به یک ساحل شیب دار، تغییر می کند.



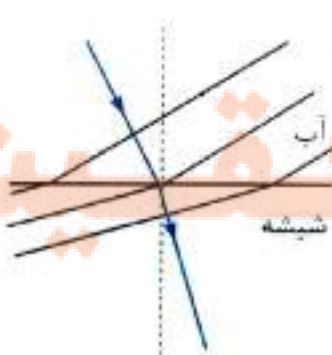
می دانیم تندی امواج روی سطح آب به عمق آب بستگی دارد. با ورود موج به ناحیه کم عمق، تندی موج سطحی کاهش یافته و بخشی که زودتر به این ناحیه رسیده چون با تندی کمتر حرکت می کند، از بقیه موج که هنوز وارد این ناحیه نشده عقب می افتد، بنابراین فاصله بین جبهه های موج در ناحیه کم عمق کاهش یافته و باعث تغییر جهت موج در مرز دو ناحیه می شود.

۶ شکل زیر پرتویی را نشان می دهد که از هوا وارد شیشه شده است. کدام گزینه های A تا D، می تواند پرتوی داخل شیشه را نشان دهد؟



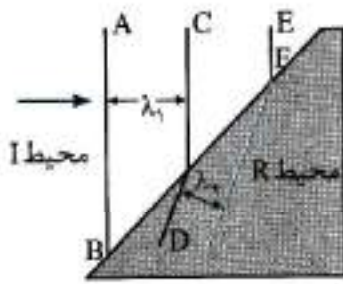
پرتوی C درست است زیرا پرتوی مایل پس از ورود از هوا به شیشه شکسته می شود و به دلیل اینکه ضریب شکست شیشه از هوا بیشتر است، پرتوی شکست به خط عمود بر مرز دو محیط نزدیک می شود. پرتوی A از خط عمود دور شده است، پرتوی B انحراف پیدا نکرده است و پرتوی D بر خط عمود منطبق است که تنها در مورد تابش عمودی می تواند درست باشد.

۷ ضریب شکست آب $1/3$ و ضریب شکست شیشه $1/5$ است. اگر نوری به طور مایل از آب به مرز شیشه با آب بتابد، با رسم نموداری، جبهه های موج را در دو محیط نشان دهید.



هنگام ورود موج از یک محیط به محیط دیگر تندی موج تغییر می کند و باعث تغییر جهت انتشار موج می گردد. با توجه به اینکه ضریب شکست آب کمتر از ضریب شکست شیشه است، تندی انتشار نور در شیشه کمتر از آب است، بنابراین با ورود نور از آب به شیشه از تندی آن کاسته شده و آن بخش از موج که زودتر به محیط غلیظ می رسد از بقیه موج که هنوز وارد این ناحیه نشده عقب می افتد و فاصله جبهه های موج و طول موج کاهش می یابد و به این ترتیب جبهه های موج مطابق شکل روبه رو در مرز بین دو ماده تغییر جهت می دهند.

۸) شکل زیر جبهه‌های موجی را نشان می‌دهد که بر مرز بین محیط I و محیط R فرود آمده‌اند.

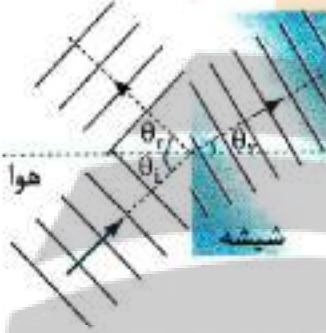


الف) ادامه جبهه موج EF را در محیط R رسم کنید. جبهه‌های موج تخت در یک محیط با هم موازی هستند بنابراین می‌توان سایر آنها را از نقاط برخورد با مرز جدایی دو محیط به صورت جبهه‌های موازی با امتداد جبهه موج CD در محیط R رسم کرد.
 ب) توضیح دهید در کدام محیط تندی موج بیشتر است. تندی موج در محیط I بیشتر است زیرا فواصل بین جبهه‌های موج و در نتیجه طول موج در این محیط بیشتر است.

پ) آیا با استفاده از این نمودار می‌توان نسبت تندی موج عبوری به موج فرودی را محاسبه کرد؟ بله، با اندازه‌گیری فاصله بین جبهه‌های موج در محیط‌های I و R یعنی λ_1 و λ_2 و با توجه به اینکه بسامد موج عبوری از هر دو محیط یکسان است. به کمک رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ نسبت سرعت موج در دو محیط برابر با نسبت طول موج در دو محیط است.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

۹) در شکل زیر موج نوری فرودی از هوا وارد شیشه می‌شود. بخشی از موج در سطح



جدایی دو محیط بازمی‌تابد و بخشی دیگر شکست می‌یابد و وارد شیشه می‌شود.

الف) مشخصه‌های موج بازتابیده و موج شکست‌یافته را با موج فرودی مقایسه کنید. موج بازتابیده از نظر سرعت، بسامد و طول موج کاملاً شبیه موج فرودی است زیرا چشمه موج تغییر نکرده و محیط انتشار آن نیز همچنان هواست. بنابراین با زاویه

$\theta_r = \theta_i$ از مرز شیشه باز می‌تابد و فواصل جبهه‌های موج آن با جبهه‌های موج فرودی برابر است. اما موج شکست‌یافته وارد محیط با ضریب شکست بیشتری شده و تندی آن کاهش می‌یابد. بنابراین طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ طول موج نیز کاهش یافته و جبهه‌های موج به هم نزدیک‌تر می‌شود. بنابراین زاویه شکست از زاویه تابش کوچک‌تر می‌شود ($\theta_r < \theta_i$).

ب) جبهه‌های موج بازتابیده و شکست‌یافته را رسم کنید.

۱۰) طول موج نور قرمز لیزر هلیوم-نئون در هوا حدود ۶۳۳nm است، ولی در زجاجیه چشم ۴۷۴nm است.

الف) بسامد این نور چقدر است؟

$$\lambda_1 = 633 \text{ nm} = 633 \times 10^{-9} \text{ m}, f_1 = ?$$

سرعت نور در هوا تقریباً برابر سرعت نور در خلأ است ($v_1 = c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$), پس بسامد نور لیزر برابر است با:

$$f = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \times 10^8}{633 \times 10^{-9}} = 4.74 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

ب) ضریب شکست زجاجیه برای این نور چقدر است؟

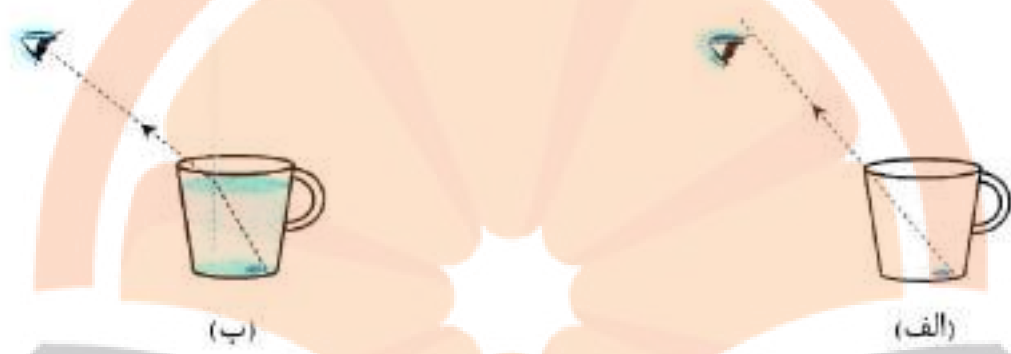
$$\lambda_1 = 633 \text{ nm}, \lambda_2 = 474 \text{ nm}, n_1 = 1, n_2 = ?$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{v = \frac{c}{n}} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{633}{474} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow n_2 = 1.335$$

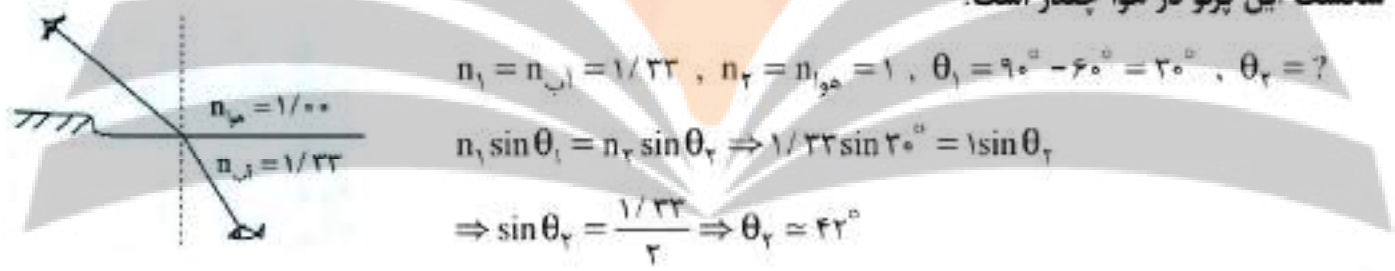
پ) تندی این نور در زجاجیه را محاسبه کنید.

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \times 10^8}{1.335} = 2.247 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

را حرکت دهید به آرامی در فنجان آب بریزید، به طوری که آب ریختن شما موجب جابه‌جایی سکه نشود. با پرشدن فنجان، سکه را خواهید دید. با رسم پرتوها علت دیده شدن سکه را توضیح دهید. همانطور که در شکل (الف) دیده می‌شود وقتی فنجان خالی است پرتوهایی که از سطح سکه بازتاب می‌شوند به چشم ناظر نمی‌رسند و سکه دیده نمی‌شود. اما با ریختن آب در فنجان طبق شکل (ب) پرتوهای نور بازتابیده شده از سطح سکه پس از خروج از آب شکسته شده و از خط عمود بر سطح آب دورتر می‌شوند، بنابراین می‌توانند به چشم ناظر برسند و ناظر سکه را در امتداد پرتوهای شکست و قدری بالاتر از مکان واقعی آن می‌بیند.



12) مطابق شکل، پرتو نوری که از ماهی به چشمان شخص می‌رسد تحت زاویه 60° به مرز آب-هوا برخورد کرده است. زاویه شکست این پرتو در هوا چقدر است؟



13) در شکل‌های زیر، پرتوی فرودی که شامل نورهای قرمز و آبی است در سطح مشترک دو ماده شکست پیدا کرده‌اند. کدام شکل، شکستی را نشان می‌دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟



ابتدا در هر یک از شکل‌ها خط عمود بر مرز جدایی دو محیط را در محل برخورد پرتوی تابش رسم می‌کنیم، در شکست نور همواره پرتوهای تابش و شکست دو طرف خط عمود قرار می‌گیرند. بنابراین شکست پرتوهای نور به صورت شکل (ب) از لحاظ فیزیکی غیرممکن است. علاوه بر این هنگام عبور نور از محیط با ضریب شکست کمتر به محیط با ضریب شکست بیشتر، پرتوی شکست به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود، بنابراین شکست پرتوهای نور به صورت شکل (ب) هم از لحاظ فیزیکی غیرممکن است. از طرفی می‌دانیم ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است، بنابراین ضریب شکست محیط دوم برای نور آبی بیشتر از نور قرمز است و با توجه به اینکه نور از محیط با ضریب شکست بیشتر به محیط با ضریب شکست کمتر وارد شده انحراف نور قرمز باید بیشتر از نور آبی باشد، بنابراین شکست پرتوهای نور به صورت شکل (ت) نیز نمی‌تواند از لحاظ فیزیکی ممکن باشد.

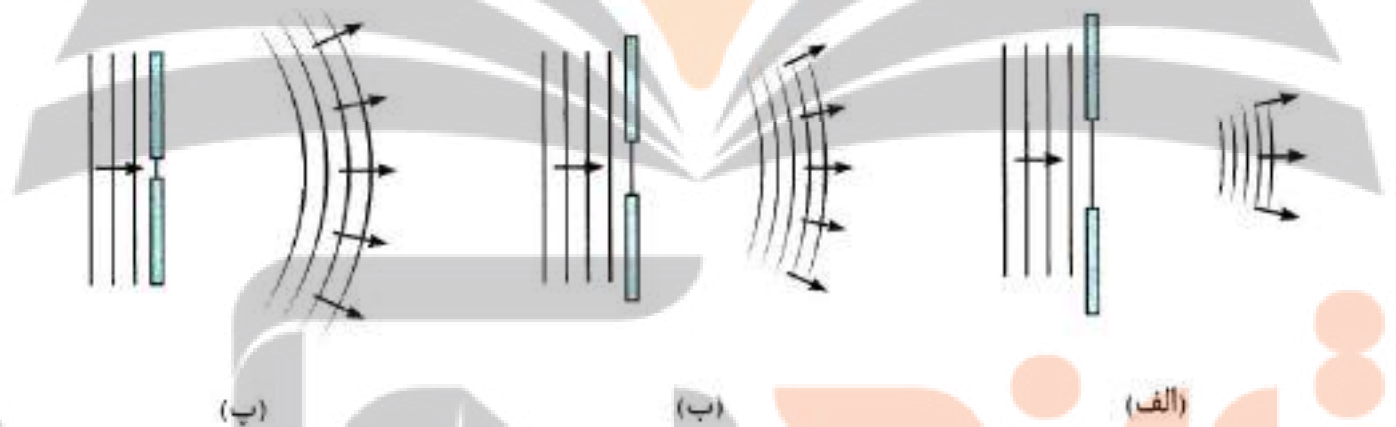
۱۴) دو دانش‌آموز به نور زرد نگاه می‌کنند. یکی از آنها نور زرد را ترکیب دو نور قرمز و سبز و دیگری آن را از یک نوع رنگ

می‌داند. به نظر شما با چه تجربه‌ای می‌توان بین این دو نظر، یکی را انتخاب کرد؟

می‌توانیم نور زرد را از یک منشور عبور دهیم؛ اگر پس از خروج از منشور نور تجزیه شد، نتیجه می‌گیریم که نور زرد ترکیبی از سایر نورهاست. اما اگر تجزیه نشد، مشخص می‌شود که نور زرد یک نور تک رنگ است.

۱۵) در یک تشت موج، مطابق شکل زیر، موج تختی ایجاد شده است. توضیح دهید با باریک کردن شکاف‌ها چه شکلی برای جبهه‌های موج خروجی از آنها حاصل می‌شود.

با اندازه‌گیری و مقایسه طول موج λ یعنی فاصله بین جبهه‌های موج فرودی و پهناى شکاف a می‌توان پیش‌بینی کرد که جبهه‌های موج پس از عبور از شکاف چگونه خواهند بود. در شکل (الف) پهناى شکاف خیلی بزرگ‌تر از طول موج است، بنابراین قسمتی از طول موج که از شکاف می‌گذرد تقریباً تخت باقی‌ماند. در شکل (ب) پهناى شکاف کمتر شده است اما همچنان از طول موج بیشتر است، بنابراین قسمتی از موج که از شکاف می‌گذرد از حالت تخت خارج شده و به اطراف گسترده می‌شود. در شکل (پ) پهناى شکاف تقریباً در حدود طول موج است، بنابراین موج عبوری کاملاً از حالت تخت خارج شده و به اطراف گسترده می‌شود. در واقع وقتی موج از شکافی با پهناى هم‌مرتبه با طول موج عبور می‌کند به اطراف گسترده شده و اصطلاحاً پراشیده می‌شود.



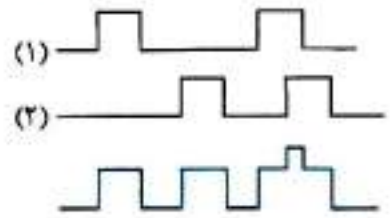
۱۶) گوشی‌های همراه با امواج رادیویی با بسامد حدود ۲GHz کار می‌کنند. توضیح دهید این امواج تحت چه شرایطی از موانع پراشیده می‌شوند و به منطقه سایه مانع می‌رسند.

هنگامی که اندازه مانع در حدود طول موج باشد بخشی از موج که از لبه‌ها عبور می‌کند به وضوح به اطراف مانع گسترده می‌شود. طول موج امواج رادیویی با بسامد ۲GHz برابر است با:

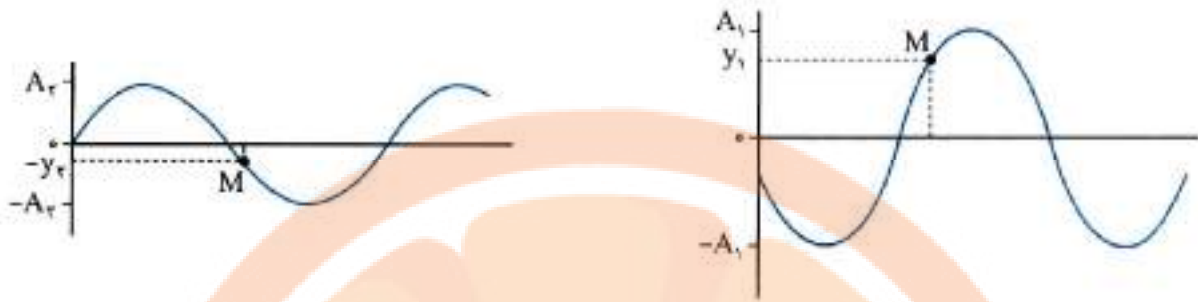
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^9} = 1/5 \times 10^{-1} \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

بنابراین اگر ابعاد مانع از مرتبه چند ده سانتی‌متر باشد، به خوبی از لبه‌ها پراشیده شده و به منطقه سایه مانع می‌رسد.

۱۷) در شکل‌های زیر، وقتی موج ۱ بر موج ۲ برهم نهاده شود شکل موج برهم نهاده را رسم کنید.

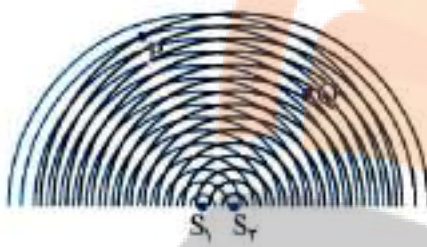


موج برهم نهاده از برآیند دو موج در هر نقطه حاصل می‌شود.



$$y = y_1 + (-y_r)$$

جابه‌جایی برآیند نقطه M جمع جبری جابه‌جایی‌های حاصل از دو موج است.



۱۹ دو چشمه نقطه‌ای S_1 و S_2 به طور هم‌زمان، با بسامد یکسان، و همگام با یکدیگر در یک تشت موج نوسان می‌کنند و جبهه‌های موجی را مطابق شکل زیر به وجود می‌آورند. توضیح دهید دامنه موج برآیند در نقطه‌های P و Q چگونه است؟ در نقطه P نقاط هم‌فاز دو موج بر هم نهاده شده‌اند بنابراین در این نقطه دو

موج اثر یکدیگر را تقویت کرده و تداخل سازنده ایجاد می‌شود دامنه موج در این نقطه برابر با مجموع دامنه هر یک از موج‌هاست. در نقطه Q نقاط غیر هم‌فاز دو موج بر هم نهاده شده‌اند بنابراین در این نقطه دو موج اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند و تداخل ویرانگر ایجاد می‌شود. دامنه موج در این نقطه از اختلاف دامنه دو موج به دست می‌آید.

۲۰ در آزمایش تداخل صوتی (شکل ۴-۳۱ کتاب)، فاصله بین هر نقطه با صدای بالا (L) تا نقطه با صدای ضعیف (S) مجاورش، متناسب با طول موج صوتی به کار رفته در این آزمایش است. برای آنکه این آزمایش به سادگی انجام‌پذیر باشد باید فاصله نقطه‌های S و L مجاور نه خیلی زیاد، و نه خیلی کم باشد.

الف) بسامد صوت گسیل شده از بلندگوها را چگونه تغییر دهیم تا نقطه‌های S و L مجاور به هم نزدیک شوند؟ برای نزدیک شدن نقاط S و L یا کم شدن فواصل نقاط تداخل سازنده و ویرانگر باید طول موج را کاهش داد پس بسامد باید افزایش یابد.

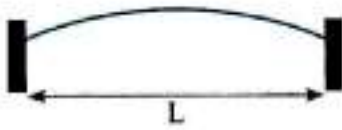
ب) بسامد صوت گسیل شده از بلندگوها را چگونه تغییر دهیم تا نقطه‌های S و L مجاور از هم دور شوند؟ برای دور شدن نقاط S و L یا افزایش فواصل نقاط تداخل سازنده و ویرانگر باید طول موج را افزایش داد، بنابراین طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ بسامد باید کاهش یابد.

۲۱ در آزمایش یانگ، الف) اگر آزمایش را به جای نور تکفام سبز با نور تکفام قرمز انجام دهیم پهنای هر نوار تاریک یا روشن چه تغییری می‌کند؟ در آزمایش تداخل یانگ، پهنای هر نوار تاریک و روشن متناسب با طول موج است. بنابراین توجه به اینکه طول موج نور قرمز بیشتر از طول موج نور سبز است، پهنای نوارها افزایش می‌یابد.

ب) اگر آزمایش را به جای آنکه در هوا انجام دهیم، در آب انجام دهیم، پهنای هر نوار تاریک یا روشن چه تغییری می‌کند؟ ضریب شکست آب از هوا بیشتر است، بنابراین تبدی انتشار نور و طول موج نور در آب کمتر از هوا خواهد بود و پهنای نوارها در آب کمتر از هوا خواهد شد.

۲۲) تار که بین دو تکیه‌گاه محکم شده است در هماهنگ اول خود با بسامد f به نوسان درمی‌آید. شکل زیر جابه‌جایی

تار در $t=0$ را نشان می‌دهد.



الف) جابه‌جایی تار را در $t = \frac{1}{4f}$ و $t = \frac{1}{2f}$ رسم کنید.

$$t_1 = \frac{1}{4f} = \frac{T}{4}, \quad t_2 = \frac{1}{2f} = \frac{T}{2}$$

در لحظه $t=0$ جابه‌جایی تمام نقاط روی تار بیشینه است. بنابراین در زمان $t_1 = \frac{T}{4}$ ثانیه، تمام نقاط روی تار در حالت تعادل (جابه‌جایی صفر) و در زمان $t_2 = \frac{T}{2}$ در مکان کمینه قرار می‌گیرند و شکل تار در این دو زمان به صورت زیر خواهد بود.



ب) فاصله بین تکیه‌گاه‌ها $1/0\text{m}$ است. اگر تندی موج عرضی در تار 240m/s باشد، بسامد نوسان تار چقدر می‌شود؟

$$L = 1\text{m}, \quad v = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad f_1 = ?$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{1 \times 240}{2 \times 1} = 120\text{Hz}$$

۲۳) تار ویولنی که طول آن $15/0\text{cm}$ است و در دو انتها بسته شده است، در $n=1$ خود نوسان می‌کند. تندی موج عرضی در این تار 250m/s و تندی صوت در هوا 348m/s است.

الف) بسامد

$$L = 15\text{cm} = 0/15\text{m}, \quad v = 250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{1 \times 250}{2 \times 0/15} = 833\text{Hz}$$

ب) طول موج امواج صوتی گسیل شده از تار چقدر است؟

$$f = 833\text{Hz}, \quad v = 348 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \lambda = ?$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{348}{833} = 0/4176\text{m} = 41/76\text{cm}$$

۲۴) اگر بسامد اصلی یک تار ویولن به جرم 800mg و طول $22/0\text{cm}$ برابر 920Hz باشد،

الف) تندی موج عرضی در این تار را به دست آورید.

$$f_1 = 920\text{Hz}, \quad L = 22\text{cm} = 0/22\text{m}, \quad v = ?$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 920 = \frac{1 \times v}{2 \times 0/22} \Rightarrow v = 404/8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) کشش تار چقدر است؟

$$L = 0/22\text{m}, \quad m = 800\text{mg} = 8 \times 10^{-4}\text{kg}, \quad v = 404/8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad F = ?$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow F = \mu v^2 \xrightarrow{\mu = \frac{m}{L}} F = \frac{mv^2}{L} = \frac{8 \times 10^{-4} \times (404/8)^2}{0/22} = 596\text{N}$$

پ) برای بسامد اصلی، طول موج عرضی در تار و طول موج صوتی امواج صوتی گسیل شده توسط تار چقدر است؟

در هوا را $340 \frac{m}{s}$ بگیری.

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{2 \times 0.22}{1} = 0.44m$$

طول موج عرضی در تار:

$$\lambda_1' = \frac{v_{\text{هوا}}}{f_1} = \frac{340}{920} = 0.37m$$

طول موج امواج صوتی گسیلی:

۲۵) تار ویولنی به طول $30.0cm$ و چگالی خطی جرمی $0.650g/m$ در نزدیکی بلندگویی قرار داده شده است که توسط یک نوسان ساز صوتی با بسامد متغیر به کار می‌افتد. معلوم شده است وقتی بسامد نوسان ساز در گستره $1500-500$ تغییر می‌کند تار فقط هنگامی به نوسان در می‌آید که بسامد آن $880Hz$ و $1320Hz$ باشد.

الف) چه پدیده‌ای سبب به نوسان درآمدن تار شده است؟

به ازای بسامدهای معینی از نوسانگر که بسامد تشدید نامیده می‌شوند، تداخل امواج تابیده شده و بازتابیده در تار منجر به ایجاد موج ایستاده می‌شود اگر تار در بسامدهایی غیر از بسامدهای تشدید نوسان کند موج ایستاده تشکیل نمی‌شود.

ب) بسامد اصلی تار چقدر است؟

بسامدهای $880Hz$ و $1320Hz$ مربوط به دو مد نوسانی متوالی یا دو هماهنگ متوالی از این سیم هستند. بنابراین با استفاده از رابطه بسامدهای تشدید تار مرتعش داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_{n+1} - f_n = \frac{(n+1)v}{2L} - \frac{nv}{2L} = \frac{v}{2L} \Rightarrow 1320 - 880 = \frac{v}{2L} \Rightarrow \frac{v}{2L} = 440Hz$$

$$f_n = n \frac{v}{2L} \xrightarrow{n=1} f_1 = 1 \times 440 = 440Hz$$

بنابراین بسامد اصلی تار ($n=1$) برابر است با:

پ) کشش تار چقدر است؟

$$L = 30cm = 0.3m, \mu = 0.65 \frac{g}{m} = 0.65 \times 10^{-3} \frac{kg}{m}, f_1 = 440Hz, F = ?$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{v}{2L} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_1 = \frac{\sqrt{F}}{2L} \Rightarrow F = \mu(2f_1L)^2 = 0.65 \times 10^{-3} \times (2 \times 440 \times 0.3)^2 = 45/3N$$

۲۶) ریسمان‌های A و B، طول و چگالی خطی جرمی یکسانی دارند. ولی ریسمان B تحت کشش بیشتری نسبت به ریسمان A قرار دارد. شکل زیر چهار وضعیت الف تا د را نشان می‌دهد که در آنها نقش‌های موج ایستاده در دو ریسمان وجود دارند. در کدام وضعیت‌ها، احتمال دارد که ریسمان‌های A و B در بسامد تشدید یکسانی نوسان کنند؟

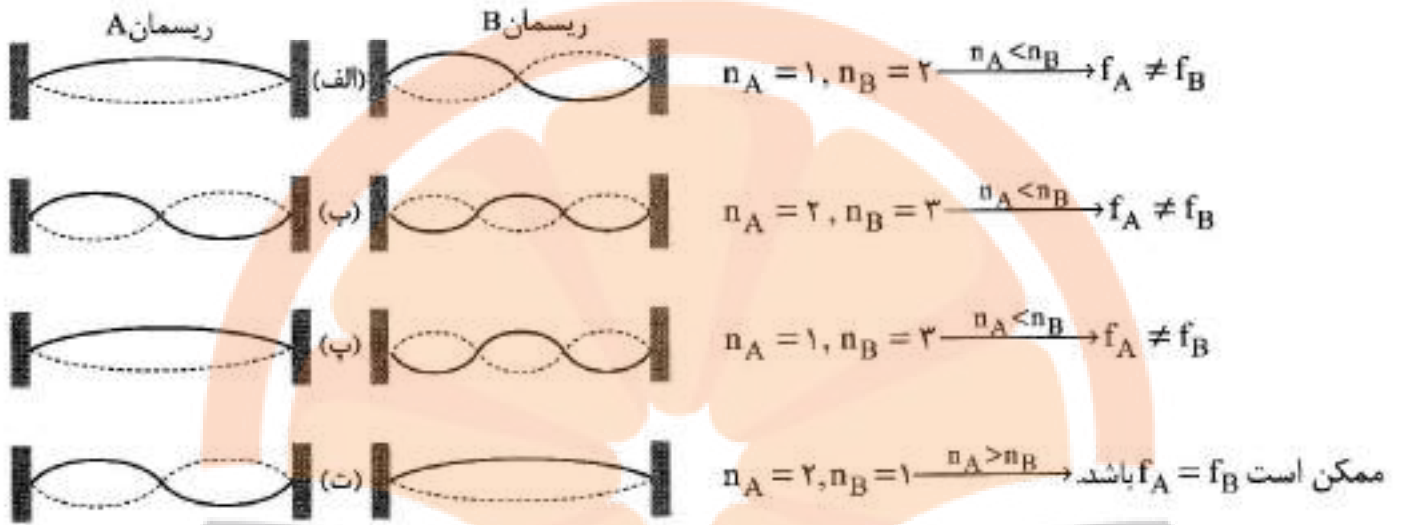
$$L_A = L_B = L, \mu_A = \mu_B = \mu, F_A < F_B$$

ارتباط بین بسامدهای تشدید ریسمان A و B به صورت زیر است:

$$\left. \begin{aligned} f_n &= \frac{nv}{2L} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{f_{nA}}{f_{nB}} = \left(\frac{n_A}{n_B}\right) \left(\frac{L_B}{L_A}\right) \sqrt{\left(\frac{F_A}{F_B}\right) \left(\frac{\mu_B}{\mu_A}\right)} \xrightarrow{L_A=L_B, \mu_A=\mu_B} \frac{f_{nA}}{f_{nB}} = \left(\frac{n_A}{n_B}\right) \sqrt{\frac{F_A}{F_B}}$$

$$\frac{f_{nA}}{f_{nB}} = 1 \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \sqrt{\frac{F_B}{F_A}} \xrightarrow{F_B > F_A} n_A > n_B$$

حال کافی است مشخص کنیم هر کدام از ریسمان‌ها در کدام هماهنگ خود نوسان می‌کنند.



۲۷) در یک تار دو سر بسته، یکی از بسامدهای تشدید ۳۲۵Hz و بسامد تشدید بعدی ۳۹۰Hz است. بسامد تشدیدی پس از ۱۹۵Hz این تار چیست؟

بسامدهای ۳۲۵Hz ، ۳۹۰Hz مربوط به هماهنگ‌های متوالی هستند بنابراین با توجه به رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ داریم:

$$\text{اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی} = f_{n+1} - f_n = \frac{(n+1)v}{2L} - \frac{nv}{2L} = \frac{v}{2L} \Rightarrow ۳۹۰ - ۳۲۵ = \frac{v}{2L} \Rightarrow \frac{v}{2L} = ۶۵\text{Hz}$$

حال باید مشخص کنیم بسامد ۱۹۵Hz متعلق به کدام هماهنگ است.

بنابراین بسامد تشدیدی پس از ۱۹۵Hz (هماهنگ سوم) بسامد هماهنگ چهارم است:

$$۱۹۵ = \frac{nv}{2L} = ۶۵n \Rightarrow n = 3$$

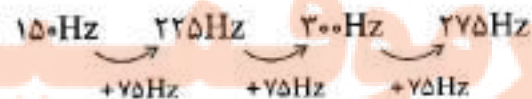
۲۸) رشته‌ای از بسامدهای تشدیدی یک تار با دو انتهای بسته عبارتند از: ۱۵۰Hz ، ۲۲۵Hz ، ۳۰۰Hz و ۳۷۵Hz . در این رشته یک بسامد (کمتر از ۴۰۰Hz) جا افتاده است.

الف) این بسامد کدام است؟

طبق رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ رشته بسامدهای تشدیدی یک تار با دو انتهای بسته یک تصاعد حسابی (عددی) تشکیل می‌دهند

که قدرنسبت آن $\frac{v}{2L}$ است. همان طور که در دنباله بسامدها مشاهده می‌شود تمامی بسامدهای حاضر به اندازه ۷۵Hz

با یکدیگر اختلاف دارند که همان قدرنسبت $\frac{v}{2L}$ را نشان می‌دهد.



چون بسامد جا افتاده کمتر از ۴۰۰ است، باید بسامد قبل از ۱۵۰Hz را به دست آوریم که همان هماهنگ اول است.

$$f_1 = ۱۵۰ - ۷۵ = ۷۵\text{Hz}$$

ب) بسامد هماهنگ هفتم چقدر است؟

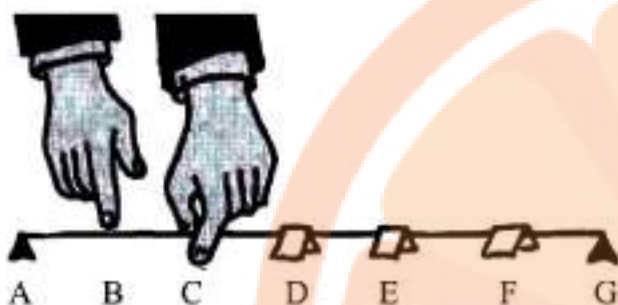
$$f_n = \frac{nv}{2L} = ۷۵n \Rightarrow f_7 = ۷۵ \times 7 = ۵۲۵\text{Hz}$$

۲۹ در شکل نشان داده شده، نقاط A، B، C، D، E، F و G در فاصله‌های یکسانی از هم قرار دارند. تار را در نقطه C به

آرامی می‌گیریم، طوری که نوسان‌های بخشی از تار که سمت چپ نقطه C است، بتواند به سمت راست این نقطه منتقل شود.

اکنون تار را در نقطه B می‌نوازیم. بدین ترتیب موج ایستاده‌ای در طول تار تشکیل می‌شود. به طوری که در نقطه‌های A و C

گره و در نقطه B شکم آن قرار دارد. به گمان شما برای کاغذهای تاشده‌ای که در نقاط E، D و F قرار دارند، چه رخ می‌دهد؟



چون در نقطه A گره و در نقطه B شکم ایجاد می‌شود، فاصله

نقاط A، B و همچنین نقاط B و C برابر با $\frac{\lambda}{4}$ است. از

طرفی با توجه به یکسان بودن فرکانس موج عبوری از هر دو

بخش، تار و همچنین نیروی کشش مساوی در این دو بخش،

طول موج عبوری از سمت راست تار با طول موج موج

تولیدشده در سمت چپ برابر است. به این ترتیب نقش گره و شکم به طور متوالی در طول تار ایجاد می‌شود و در

نقطه‌های D و F، شکم و در نقطه‌های E و G، گره ایجاد خواهد شد. بنابراین در نقطه‌های D و F کاغذها پرتاب

می‌شوند اما کاغذ در نقطه E ثابت خواهد ماند.

۳۰ وقتی گالن آبی را خالی می‌کنیم، با خالی شدن آب صدای گلوپ گلوبی را می‌شنویم. موقع خالی شدن گالن بسامد این

صدا کمتر می‌شود (صدای بم‌تر) یا بیشتر (صدای زیرتر)؟ چرا؟

وقتی گالن آب را به صورت وارونه نگه می‌داریم، موقع خالی شدن آب داخل آن، حباب‌های هوا درون آب تشکیل می‌شود.

وقتی این حباب‌ها در آب داخل گالن بالا می‌روند و به سطح آب می‌رسند می‌ترکند و در اثر ترکیدن آنها گستره وسیعی از

بسامدها ایجاد می‌شود. از طرفی فضای خالی بالای بطری مانند یک لوله صوتی با دو انتهای بسته می‌تواند باعث تشدید

صوت‌هایی شود که بسامد آنها با بسامدهای تشدید لوله برابر است. می‌دانیم بسامدهای تشدید در یک لوله صوتی

متناسب با معکوس طول لوله هستند، بنابراین با خالی شدن آب داخل بطری و افزایش طول لوله صوتی تشکیل شده در

بالای بطری، با ترکیدن حباب‌های هوا در داخل بطری صوت‌هایی با بسامد پایین‌تر دچار تشدید شده و صدای گلوپ گلوب

بم‌تر شنیده می‌شوند.

۳۱ در گذشته برای آگاه کردن کشتی‌ها از خطر صخره‌ها، در صدف‌های حلزونی می‌دمیدند. امروزه بیشتر برای جشن‌ها و شادی‌ها

در آنها می‌دمند. چگونه این صدف‌ها می‌توانند چنین صدایی ایجاد کنند؟

این صدف‌ها همانند یک لوله صوتی با یک انتهای باز عمل می‌کنند که بسامدهای تشدید معینی دارد. در واقع نوعی

تشدیدگر هلمهولتز تشکیل می‌دهند. با دمیدن در صدف گستره وسیعی از بسامدها ایجاد می‌شود. هنگامی که یکی از

این بسامدها با بسامدهای تشدید صدف برابر باشد تشدید رخ می‌دهد و یک موج صوتی بسیار قوی تولید می‌شود.

پرسش (۵-۱)

صفحه ۱۱۸ کتاب درسی

تابشی با بسامد معین باعث می‌شود تا فوتوالکترون‌هایی سطح فلز ۱ را ترک کنند، ولی از سطح فلز ۲ خارج نشوند. انرژی فوتون‌های فرودی را با تابع کار فلزها مقایسه کنید. هنگامی که اثر فوتوالکتریک رخ می‌دهد، انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های تولیدشده طبق معادله فوتوالکتریک برابر با $K_{\max} = hf - W_0$ خواهد بود، بنابراین با توجه به اینکه انرژی جنبشی یک جسم همواره مقدار مثبتی دارد، خواهیم داشت:

$$K_{\max} \geq 0 \Rightarrow hf \geq W_0$$

بنابراین تنها هنگامی اثر فوتوالکتریک رخ می‌دهد که انرژی فوتون‌های تابیده شده بزرگ‌تر یا مساوی تابع کار فلز باشد در نتیجه اگر $W_{0,2}$ و $W_{0,1}$ به ترتیب تابع کار فلزهای ۱ و ۲ و f بسامد نور تابیده شده باشند، خواهیم داشت:

$$W_{0,1} \leq hf < W_{0,2}$$

تمرین (۵-۱)

صفحه ۱۲۰ کتاب درسی

طول موج آستانه برای اثر فوتوالکتریک در یک فلز معین برابر 254nm است.

الف) تابع کار این فلز برحسب الکترون ولت چقدر است؟ ابتدا بسامد آستانه را با استفاده از رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ به دست می‌آوریم.

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^8}{254 \times 10^{-9}} = 1.18 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

همچنین برای محاسبه تابع کار فلز داریم:

$$f = \frac{W_0}{h} \Rightarrow W_0 = hf_0 = (4.14 \times 10^{-15}) \times (1.18 \times 10^{15}) = 4.89 \text{ eV}$$

ب) توضیح دهید که آیا اثر فوتوالکتریک به ازای طول موج‌های کوچک‌تر، مساوی یا بزرگ‌تر از 254nm مشاهده خواهد شد.

برای مشاهده اثر فوتوالکتریک بسامد موج فرودی باید از بسامد آستانه بیشتر باشد ($f > f_0$). با توجه به رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ خواهیم داشت:

$$\lambda_0 = 254\text{nm}$$

$$f > f_0 \Rightarrow \frac{c}{\lambda} > \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} > \frac{1}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda < \lambda_0 \Rightarrow \lambda < 254\text{nm}$$

بنابراین برای رخ دادن اثر فوتوالکتریک، طول موج فرودی باید کمتر از طول موج آستانه باشد و برای طول موج‌های برابر و یا بزرگ‌تر از طول موج آستانه، پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

تمرین (۵-۲)

صفحه ۱۲۰ کتاب درسی

در پدیده فوتوالکتریکی برای فلز روی.

الف) بلندترین طول موجی را پیدا کنید که سبب گسیل فوتوالکترون‌ها می‌شود. می‌دانیم بلندترین طول موج که سبب گسیل فوتوالکترون‌ها می‌شود متناظر با کمترین بسامد یعنی بسامد آستانه است؛ به این ترتیب با توجه به جدول

۱-۵ کتاب درسی داریم:

$$f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4.31}{4.14 \times 10^{-15}} = 1.04 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

طول موج آستانه از رابطه $f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ به دست می‌آید.

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \times 10^8}{1.04 \times 10^{15}} = 288\text{nm}$$

برای محاسبه بیشینه تندی فوتوالکترون‌ها ابتدا با استفاده از معادله فوتوالکتریک بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} K_{\max} &= hf - W_0 \\ f &= \frac{c}{\lambda} \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{1/24 \times 10^3}{220} - 4/31 = 1/22 \text{ eV}$$

با تبدیل یکای انرژی به دست آمده برحسب ژول داریم:

$$K_{\max} = (1/22 \text{ eV}) \left(\frac{1/60 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right) = 2/11 \times 10^{-19} \text{ J}$$

به این ترتیب با استفاده از رابطه $K_{\max} = \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2$ و قرار دادن مقدار جرم الکترون ($m_e = 9/11 \times 10^{-31} \text{ kg}$) در این رابطه، بیشینه تندی فوتوالکترون‌های خارج شده برابر است با:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2K_{\max}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 2/11 \times 10^{-19}}{9/11 \times 10^{-31}}} = 6/8 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

صفحه ۱۲۴ کتاب درسی

تمرین (۳-۵)

طول موج‌های اولین و دومین خط‌های طیفی اتم هیدروژن در رشته پاشن ($n' = 3$) را به دست آورید و تعیین کنید که این خط‌ها در کدام گستره طول موج‌های الکترومغناطیسی واقع‌اند.

در رشته پاشن $n' = 3$ و اولین و دومین خط طبیعی برای این رشته به ترتیب متناظر با $n = 4$ و $n = 5$ است در این صورت داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 0/011 \times (4/86 \times 10^{-2}) \Rightarrow \lambda = 1870 \text{ nm} \\ n = 5 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 0/011 \times (7/11 \times 10^{-2}) = 1278 \text{ nm} \end{cases}$$

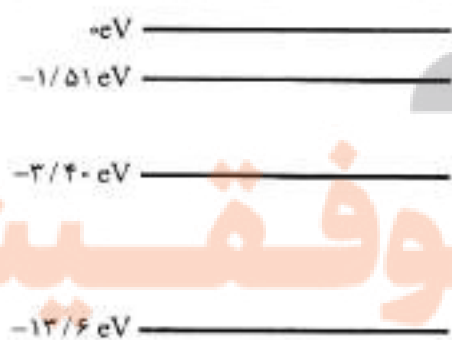
که با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی در فصل ۳، هر دو طول موج در ناحیه فرورسرخ قرار دارند.

صفحه ۱۲۸ کتاب درسی

تمرین (۴-۵)

شکل مقابل تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد.

الف) کمترین طول موج فوتونی را پیدا کنید که با گذار بین این ترازها به دست می‌آید.



کمترین طول موج متناظر با بیشترین بسامد است. برای گسیل فوتونی با بسامد بیشتر طبق رابطه $E_U - E_L = hf$ ، باید گذار بین دو تراز با بیشترین اختلاف انرژی صورت بگیرد. یعنی گذار از حالت پایه ($n = 1$) با کمترین سطح انرژی ($-13/6 \text{ eV}$) به خارج اتم ($n = \infty$) که دارای بیشترین سطح انرژی (0 eV) است.

$$E_U - E_L = E_{\infty} - E_1 = hf = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{\infty} - E_1} = \frac{1240}{0 - (-13/6)} = 91/2 \text{ nm}$$

ب) اگر الکترون از تراز انرژی $-1/51\text{eV}$ به تراز پایه جهش کند طول موج فوتون گسیلی را پیدا کنید.

برای گذار از تراز انرژی $1/51\text{eV}$ یعنی تراز سوم به تراز پایه (تراز اول) طول موج فوتون گسیلی به صورت زیر است:

$$\lambda = \frac{hc}{E_f - E_i} = \frac{1240}{-1/51 - (-13/6)} = 102\text{nm}$$

پ) کدام گذار بین دو تراز می‌تواند به گسیل فوتونی با طول موج 660nm منجر شود؟ توجه کنید که این طول موج‌ها در گستره مرئی است.

اگر گذار از تراز E_U به E_L رخ می‌دهد، خواهیم داشت:

$$E_U - E_L = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{660} = 1.88\text{eV}$$

با توجه به شکل این اختلاف انرژی مربوط به گذار بین تراز ۲ (تراز با انرژی $-3/4\text{eV}$) و تراز ۳ (تراز با انرژی $-1/51$) است

یعنی گذار از اولین حالت برانگیخته به دومین حالت برانگیخته رخ می‌دهد. $E_f - E_i = -1/51 - (-3/4) = 1.88\text{eV}$

پرسش (۵-۲) صفحه ۱۳۱ کتاب درسی

آیا معادله ۹-۵ برای فرایند جذب فوتون نیز برقرار است؟

بله، هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر، یک فوتون جذب یا گسیل می‌شود که انرژی آن دقیقاً برابر با اختلاف انرژی دو مدار اولیه و نهایی است. بنابراین برای به دست آوردن انرژی فوتون جذب شده یا گسیل شده می‌توان از معادله ۹-۵ استفاده کرد.

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل (۵) صفحه ۱۳۴ تا ۱۳۶ کتاب درسی

۱) یک لامپ حاوی گاز کم فشار سدیم، فوتون‌هایی با طول موج 589nm گسیل می‌کند.

الف) بسامد و انرژی فوتون‌های گسیلی را حساب کنید. انرژی را بر حسب ژول و همچنین الکترون‌ولت بیان کنید.

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{589 \times 10^{-9}} = 5.09 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E = hf = (4/14 \times 10^{-15}) \times (5.09 \times 10^{14}) = 2/1\text{eV}$$

$$E = (2/1\text{eV}) \left(\frac{1/60 \times 10^{-19} \text{ J}}{1\text{eV}} \right) = 3/36 \times 10^{-19} \text{ J}$$

ب) فرض کنید توان تابشی مفید لامپ $5/0\text{W}$ است. در هر دقیقه چند فوتون از این لامپ گسیل می‌شود؟

ابتدا انرژی تابشی لامپ در هر ثانیه را حساب می‌کنیم.

$$E = Pt = 5 \times 60 = 300 \text{ J}$$

نسبت این انرژی به انرژی هر فوتون ($3/36 \times 10^{-19} \text{ J}$)، تعداد فوتون‌های گسیلی در هر دقیقه است.

$$n = \frac{300}{3/36 \times 10^{-19}} = 8/92 \times 10^{20}$$

۲) توان باریکه نور خروجی یک لیزر گازی هلیم نئون $5/0\text{mW}$ است. اگر توان ورودی این لیزر $50/0\text{W}$ باشد،

الف) بازده لیزر را حساب کنید.

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{5 \times 10^{-3}}{50} = 1 \times 10^{-4}$$

بازده برابر با نسبت توان خروجی به توان ورودی لیزر است.

ب) اگر طول موج باریکه نورخروجی 633nm باشد، شمار فوتون‌هایی را پیدا کنید که در هر ثانیه از این لیزر گسیل می‌شود.
ابتدا انرژی هر فوتون را برحسب الکترون‌ولت حساب می‌کنیم:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{633} = 1/96\text{eV}$$

انرژی خروجی لیزر را در هر ثانیه به دست آورده و آن را برحسب یکای الکترون‌ولت می‌نویسیم.

$$E = Pt = 5 \times 10^{-3} \times 1 = 5 \times 10^{-3} \text{ J} = (5 \times 10^{-3} \text{ J}) \times \left(\frac{1\text{eV}}{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}} \right) = 3/125 \times 10^{16} \text{ eV}$$

نسبت این انرژی به انرژی هر فوتون، شمار فوتون‌های گسیل شده در هر ثانیه است.

$$n = \frac{3/125 \times 10^{16}}{1/96} = 1/59 \times 10^{16}$$

۳) یک لامپ رشته‌ای با توان 100W از فاصله یک کیلومتری دیده می‌شود. فرض کنید نور لامپ به طور یکنواخت در فضای اطراف آن منتشر می‌شود و بازده لامپ 5% درصد است (یعنی 5W تابش مرئی گسیل می‌کند) و فقط 1% درصد این تابش دارای طول موجی در حدود 550nm است. در هر ثانیه چه تعداد فوتون با این طول موج وارد مردمک‌های چشم ناظری می‌شود که در این فاصله قرار دارد؟ (قطر مردمک را $2/0\text{mm}$ در نظر بگیرید.)

توان تابش گسیلی لامپ 5W است. بنابراین در هر ثانیه 5J انرژی به طور یکنواخت در فضای اطراف لامپ منتشر می‌شود. ($E = 5\text{J}$) تمام این مقدار انرژی در فاصله 1km کیلومتری در سطح کره‌ای به مرکز لامپ و شعاع $R = 1\text{km}$ پخش می‌شود در نتیجه نسبت مقدار انرژی‌ای که در هر ثانیه به سطحی به اندازه دایره‌ای با شعاع $r = 1\text{mm}$ (مردمک چشم) وارد می‌شود به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{E_{\text{cyc}}}{\pi r^2} = \frac{5}{4\pi R^2} \Rightarrow E_{\text{cyc}} = \frac{5 \times (1 \times 10^{-3})^2}{4(10^3)^2} = 1/25 \times 10^{-12} \text{ J}$$

این مقدار را برحسب eV به صورت مقابل می‌توان نوشت:

$$E_{\text{eye}} = (1/25 \times 10^{-12} \text{ J}) \left(\frac{1\text{eV}}{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}} \right) = 7/81 \times 10^6 \text{ eV}$$

تنها 1% درصد از انرژی نوری که به چشم می‌رسد مربوط به تابش با طول موج 550nm است بنابراین انرژی ورودی به چشم مربوط به این طول موج برابر است با:

$$E'_{\text{eye}} = \frac{E_{\text{eye}}}{100} = 7/81 \times 10^4 \text{ eV}$$

از طرفی انرژی هر فوتون متناظر با طول موج 550nm برابر است با:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{550} = 2/25\text{eV}$$

نسبت انرژی ورودی به انرژی هر فوتون برابر با شمار فوتون‌های ورودی است. بنابراین:

$$n = \frac{E_{\text{eye}}}{E} = \frac{7/81 \times 10^4}{2/25} = 3/47 \times 10^4$$

۴) شدت تابشی خورشید در خارج جو زمین حدود $\frac{W}{m^2} = 1360$ است؛ یعنی در هر ثانیه به سطحی برابر $1m^2$ مقدار انرژی $1360J$ می‌رسد. وقتی این تابش به سطح زمین می‌رسد مقداری زیادی از شدت آن، به علت جذب در جو و ابرها از دست می‌رود. اگر شدت تابشی متوسط خورشید در سطح زمین به ازای هر متر مربع حدود $300 \frac{W}{m^2}$ باشد، در هر ثانیه چند فوتون به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد؟ طول موج متوسط فوتون‌ها را $570nm$ فرض کنید.

انرژی متوسط هر فوتون برابر است با:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{570} = 2.18eV$$

مقدار انرژی که در هر ثانیه به هر متر مربع از زمین می‌رسد برابر است با:

$$E = \frac{(300)(1)}{1/6 \times 10^{-19}} = 1.875 \times 10^{21} eV$$

نسبت این انرژی به انرژی هر فوتون، تعداد فوتون‌های ورودی را مشخص می‌کند:

$$n = \frac{1.875 \times 10^{21}}{2.18} = 8.6 \times 10^{20}$$

۵) الف) منظور از اثر فوتوالکتریک چیست؟

هنگامی که یک موج الکترومغناطیسی با بسامد مناسب بر سطح یک فلز می‌تابد الکترون‌هایی از آن گسیل می‌شوند. این پدیده فیزیکی اثر فوتوالکتریک نامیده می‌شود.

ب) توضیح دهید نظریه کوانتومی تابش که توسط اینشتین مطرح شد و در آن نور به صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفته شد چگونه به تبیین اثر فوتوالکتریک کمک کرد؟

بنابر نظریه کوانتومی اینشتین، امواج الکترومغناطیسی از بسته‌های انرژی به نام فوتون تشکیل شده‌اند به طوری که انرژی هر فوتون از یک موج با بسامد f ، برابر با hf است. بر اساس مدل اینشتین، وقتی نوری تکفام با سطح فلزی برخورد می‌کند، هر فوتون تنها با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند. اگر فوتون به اندازه کافی انرژی داشته باشد، در اثر برهم‌کنش بین الکترون و فوتون، الکترون به صورت آنی از فلز گسیل می‌شود. در این صورت بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز شده و بقیه آن به انرژی جنبشی الکترون خارج شده تبدیل می‌شود. به این ترتیب او توانست نشان دهد اگر انرژی لازم برای جدا شدن سست‌ترین الکترون‌ها از فلز (W_0)، بیشتر از انرژی فوتون فرودی باشد ($W_0 > hf$)، هیچ الکترونی از فلز خارج نمی‌شود و اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و برای شروع این اثر، بسامد نور فرودی حداقل باید برابر $f_0 = \frac{W_0}{h}$ باشد.

پ) معادله مربوط به اثر فوتوالکتریک به صورت $K_{max} = hf - W_0$ بیان می‌شود. سه بخش این معادله را به طور جداگانه توضیح دهید.

با جذب یک فوتون توسط یک الکترون انرژی فوتون به الکترون منتقل می‌شود. اگر این انرژی برای جدا کردن الکترون از فلز کافی باشد، بخشی از آن صرف جدا کردن الکترون از فلز می‌شود و مابقی آن انرژی جنبشی الکترون را افزایش می‌دهد. بنابراین هر چه انرژی موردنیاز برای جدا کردن الکترون از فلز کمتر باشد، انرژی جنبشی الکترون خارج شده بیشتر خواهد بود. با توجه به اینکه میزان مقید بودن الکترون‌ها در فلز متفاوت است بنابراین انرژی موردنیاز برای جدا کردن آنها از

فلز و در نتیجه انرژی جنبشی آنها بعد از جدا شدن از فلز در اثر دریافت مقدار معینی انرژی متفاوت است. در معادله فوتوالکتریک، W_e که تابع کار فلز نامیده می‌شود حداقل انرژی موردنیاز برای جدا کردن الکترون‌هایی را مشخص می‌کند که کمتر از هر الکترون دیگری در فلز به فلز مقیدند، بنابراین با جذب انرژی فوتون (hf) و جدا شدن از فلز، بیشترین انرژی جنبشی را خواهند داشت. (K_{max})

۶ توضیح دهید برای یک فلز معین، تغییر هر یک از کمیت‌های زیر چه تأثیری در نتیجه اثر فوتوالکتریک دارد.

الف) افزایش یا کاهش بسامد نور فرودی نسبت به بسامد آستانه

با توجه به معادله فوتوالکتریک ($K_{max} = hf - W_e$ یا $K_{max} = hf - hf_0$)، اگر آزمایش با بسامدی برابر با بسامد آستانه انجام شود ($f = f_0$) الکترون بدون هیچ انرژی جنبشی‌ای در آستانه ترک فلز قرار دارد. اگر بسامد نور فرودی را از بسامد آستانه کمتر کنیم ($f < f_0$)، به دلیل اینکه انرژی فوتون فرودی از تابع کار فلز کمتر شده ($hf < W_e$)، انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها فراهم نمی‌شود و اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. اما اگر بسامد نور فرودی را از بسامد آستانه بیشتر کنیم ($f > f_0$)، فوتون‌ها قادر به کندن الکترون‌ها خواهند بود و انرژی جنبشی بیشینه الکترون‌ها غیرصفر خواهد بود ($K_{max} \neq 0$) و هر چه بسامد فرودی بیشتر باشد انرژی فوتوالکتریک‌ها نیز بیشتر می‌شود.

ب) افزایش شدت نور فرودی در بسامدهای کوچک‌تر از بسامد آستانه

با افزایش شدت نور، فقط تعداد فوتون‌های فرودی در واحد زمان افزایش می‌یابد و انرژی هر فوتون (hf) ثابت می‌ماند. بنابراین با توجه به اینکه بسامد نور فرودی کمتر از بسامد آستانه است اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

پ) کاهش شدت نور فرودی در بسامدهای بزرگ‌تر از بسامد آستانه

با کاهش شدت نور فرودی، تعداد فوتون‌های فرودی در واحد زمان کاهش می‌یابد، اما انرژی هر فوتون (hf) بدون تغییر است. از آنجایی که بسامد نور فرودی بیشتر از بسامد آستانه است همچنان فوتون‌های فرودی، انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها از فلز را دارند، اما چون تعدادشان کاهش یافته است از تعداد فوتوالکتریک‌هایی که می‌توانند با جذب فوتون از فلز خارج شوند نیز کاسته می‌شود.

۷ حداقل انرژی لازم برای جدا کردن یک الکترون از سطح فلز سدیم برابر $2/28\text{eV}$ است.

الف) طول موج آستانه برای گسیل فوتوالکتریک از سطح فلز سدیم چقدر است و با مراجعه به شکل ۵-۶ معلوم کنید این طول موج مربوط به چه رنگی است؟

$$W_e = 2/28\text{eV} \cdot \lambda_0 = ?$$

طول موج آستانه متناظر با بسامد آستانه است که از رابطه $f_0 = \frac{W_e}{h}$ به دست می‌آید:

$$f_0 = \frac{W_e}{h} \Rightarrow \frac{c}{\lambda_0} = \frac{W_e}{h} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_e} = \frac{1240}{2/28} = 524\text{nm} \quad (\text{نور سبز})$$

ب) آیا فوتون‌هایی با طول موج 680nm قادر به جدا کردن الکترون از سطح این فلز هستند؟

انرژی فوتون‌هایی با طول موج 680nm برابر است با:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{680} = 1/82\text{eV} < 2/28\text{eV}$$

با توجه به اینکه $E < W_e$ است، فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

۸) تابش فرابنفشی با طول موج 200nm بر سطح تیغه‌ای از جنس نیکل با تابع کار $4/9\text{eV}$ تابیده می‌شود. بیشینه تندی

فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح نیکل را حساب کنید.

$$\lambda = 200\text{nm} \quad W_0 = 4/9\text{eV} \quad K_{\max} = ?$$

ابتدا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده را محاسبه می‌کنیم.

$$K_{\max} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{1240}{200} - 4/9 = 1/3\text{eV}$$

$$K_{\max} = (1/3\text{eV}) \left(\frac{1/6 \times 10^{-19}\text{J}}{1\text{eV}} \right) = 2/08 \times 10^{-19}\text{J}$$

با استفاده از رابطه $K_{\max} = \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2$ می‌توان بیشینه تندی را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2K_{\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 2/08 \times 10^{-19}}{9/11 \times 10^{-31}}} = 6/75 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۹) هرگاه بر سطح فلزی نوری با طول موج 420nm بتابد بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده حدود $0/5\text{eV}$

است. بسامد آستانه برای گسیل فوتوالکترون‌ها از سطح این فلز چقدر است؟

$$\lambda = 420\text{nm} \quad K_{\max} = 0/5\text{eV} \quad f_0 = ?$$

ابتدا با استفاده از معادله فوتوالکتریک، تابع کار فلز را به دست می‌آوریم.

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow W_0 = \frac{hc}{\lambda} - K_{\max} = \left(\frac{1240}{420} \right) - 0/5 = 2/45\text{eV}$$

$$f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{2/45}{4/14 \times 10^{-15}} = 5/92 \times 10^{14}\text{Hz}$$

۱۰) الف) طیف گسیلی یک جسم در چه مواردی پیوسته و در چه مواردی گسسته یا خطی است؟ منشأ فیزیکی این تفاوت

را توضیح دهید.

طیف حاصل از تابش گرمایی اجسام جامد همانند رشته داغ یک لامپ روشن، طیفی پیوسته است و شامل گستره پیوسته‌ای

از طول موج‌ها است. تشکیل این طیف ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازنده ماده جامد است. اما در گازهای کم

فشار و رقیق اتم‌ها منفرد بوده و خبری از برهم‌کنش قوی بین اتم‌ها مانند اجسام جامد نیست. بنابراین طیف اتمی، طیفی

گسسته است که تنها طول موج‌های معینی را شامل می‌شود و این طول موج‌ها برای هر اتمی منحصر به فرد است.

ب) توضیح دهید چگونه می‌توان طیف‌های گسیلی پیوسته و خطی را ایجاد کرد.

برای تشکیل طیف گسیلی خطی اتم‌های هر گاز نظیر هیدروژن، جیوه، سدیم و... معمولاً از یک لامپ باریک و بلند

شیشه‌ای که حاوی مقداری گاز رقیق و کم فشار است استفاده می‌شود. دو الکترود کاتد و آند که در دو طرف این

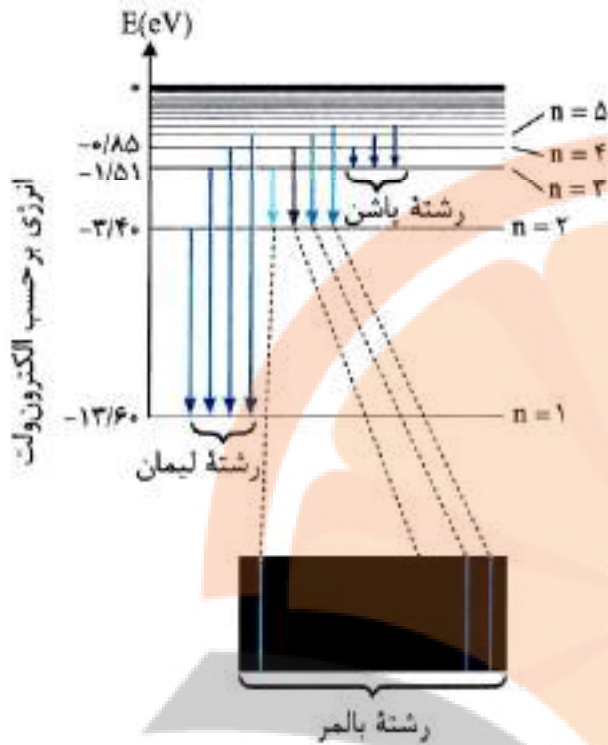
لامپ قرار دارند به پایانه‌های مثبت و منفی یک منبع تغذیه با ولتاژ بالا متصل‌اند. ولتاژ بالا باعث تخلیه الکتریکی در

گاز شده و اتم‌های گاز را وادار به گسیل نور می‌کند.

همه اجسام در هر دمایی که باشند از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند، که به آن تابش گرمایی می‌گویند.

این تابش گرمایی طیف پیوسته‌ای از امواج الکترومغناطیسی را شامل می‌شود.

شکل صفحه بعد سه رشته طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی را روی نمودار تراز انرژی نشان می‌دهد که بر اساس مدل اتمی بور رسم شده است.



الف) منظور از $n=1$ و انرژی $-13/60\text{eV}$ چیست؟

$n=1$ اولین مدار مانا در اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. در این حالت الکترون در حالت پایه است و کمترین سطح انرژی را دارد که مقدار آن $-13/60\text{eV}$ است و نشان می‌دهد اگر بخواهیم الکترون را از حالت پایه به بالاترین حالت برانگیخته ممکن ببریم (الکترون را از اتم جدا کنیم) باید $13/60\text{eV}$ انرژی مصرف کنیم.

ب) بر اساس مدل اتمی بور دلیل خطی بودن طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی را توضیح دهید.

مدل اتمی بور بر اساس سه فرض اساسی و اصلی پایه‌ریزی شد:
 ۱- مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسسته معینی مجاز هستند.

۲- وقتی یک الکترون در یکی از مدارهای مجاز است، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌شود.

۳- الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر برود. هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر به یک حالت با انرژی کمتر، یک فوتون تابش می‌شود که بسامد فوتون تابش شده متناسب با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است. ($hf = \Delta E$)

بنابراین با توجه به گسسته بودن مقادیر انرژی برای مدارهای مانای اتم‌ها در گاز هیدروژن، اختلاف انرژی بین مدارهای مختلف و در نتیجه بسامد فوتون‌های گسیلی نیز مقادیر گسسته‌ای خواهند داشت و طیف گسیلی اتم هیدروژن به صورت یک طیف خطی در خواهد آمد.

پ) اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول موج در هر رشته را، گستره طول موج‌های آن رشته می‌نامند. گستره طول موج‌های رشته لیمان، ($n'=1$) را پیدا کنید.

در رشته لیمان $n'=1$ است در نتیجه بلندترین و کوتاه‌ترین طول موج به ترتیب متناظر با $n=\infty$ و $n=2$ است. بنابراین با استفاده از شکل داریم:

$$n'=1, n=2 \Rightarrow \Delta E = E_U - E_L = -3/4 - (-13/6) = 10/2\text{eV}$$

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240}{10/2} = 121\text{nm}$$

$$n'=1, n=\infty \Rightarrow \Delta E = E_U - E_L = 0 - (-13/6) = 13/6\text{eV}$$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240}{13/6} = 91\text{nm}$$

بنابراین گستره طول موج‌های رشته لیمان برابر $91-121\text{nm}$ است.

الکترون‌ها می‌توانند از ترازهای انرژی پایین‌تر به ترازهای انرژی بالاتر بروند. در این حالت اتم فوتونی که دقیقاً انرژی لازم برای گذار بین این دو تراز را دارد جذب می‌کند.

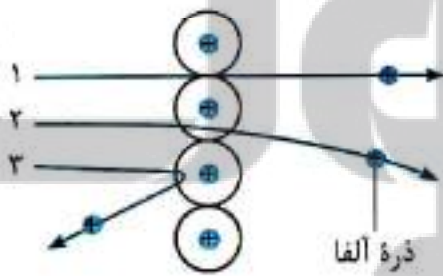
ب) با استفاده از مدل بور، چگونه می‌توانید خط‌های تاریک در طیف جذبی گاز هیدروژن اتمی را توجیه کنید؟

وقتی نور سفید به اتم‌های هیدروژن می‌تابد، آن دسته از فوتون‌هایی که انرژی آنها دقیقاً برابر اختلاف انرژی دو تراز مختلف باشد توسط اتم‌های هیدروژن جذب می‌شوند. به این ترتیب اگر طیف نوری که از گاز هیدروژن عبور می‌کند را تشکیل دهیم به جای طول‌موج‌های جذب‌شده خطوط سیاه به وجود می‌آید.

پ) وقتی که نور فرابنفش به بسیاری از مواد تابیده شود، تابش مرئی از خود گسیل می‌کنند. این پدیده فیزیکی نمونه‌ای از فلونورسانی است. آزمایش نشان می‌دهد در پدیده فلونورسانی طول‌موج‌های گسیل یافته معمولاً برابر همان طول‌موج نور فرودی یا بزرگ‌تر از آن است. این پدیده را چگونه به کمک مدل بور می‌توانید تبیین کنید؟

هنگامی که نور فرابنفش به یک جسم تابیده می‌شود الکترون‌های جسم با جذب فوتون به ترازهای منتقل می‌شوند که انرژی آن دقیقاً به اندازه انرژی فوتون جذب‌شده ($\Delta E = hf$) است. این الکترون‌ها تمایل دارند با تابش فوتون انرژی خود را از دست بدهند و دوباره به تراز قبلی خود برگردند. در اینجا ممکن است به جای اینکه مستقیماً به تراز قبلی برگردند با تابش یک یا چند فوتون با انرژی کمتر از hf به ترازهای میانی رفته و سپس به حالت اولیه خود برگردند. با توجه به اینکه انرژی فوتون‌های تابش‌شده کمتر از انرژی فوتون جذب‌شده است، دقت کنید که بنا به اصل پایستگی انرژی، مجموع انرژی فوتون‌های تابش‌شده باید با انرژی فوتون جذب‌شده برابر باشد. بنابراین بسامد آنها کوچک‌تر یا مساوی با بسامد فوتون جذب‌شده و طول‌موج آنها بزرگ‌تر یا مساوی با طول‌موج فوتون جذب‌شده خواهد بود.

۱۳) مبنای مدل رادرفورد، نتایج آزمایش‌هایی بود که از پراکندگی ذره‌های آلفا توسط یک ورقه نازک طلا به دست آمده بود (شکل الف).

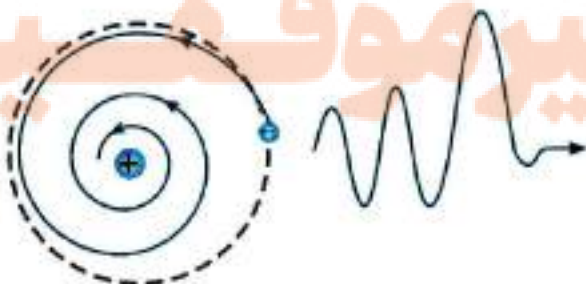


(الف)

الف) توضیح دهید چرا بیشتر ذره‌های آلفا مانند ذره‌های ۱ و ۲ یا اصلاً منحرف نمی‌شوند یا به مقدار کمی منحرف می‌شوند. بخش اعظمی از اتم را فضای خالی تشکیل می‌دهد. ب) تنها تعداد بسیار کمی از ذره‌ها مانند ذره ۳ منحرف می‌شوند.

این امر چه نکته‌ای را درباره ساختار اتم طلا نشان می‌دهد؟

ذره‌های با انحراف شدید از مراکز بسیار چگال با بار مثبت برگشته‌اند پس بار مثبت اتم باید در فضایی بسیار کوچک متمرکز شده باشد که آن را هسته اتم می‌نامیم؛ یعنی هسته‌ای چگال با بار مثبت در مرکز اتم قرار دارد.



(ب)

اگر ضخامت ورقه مورد استفاده زیاد باشد، به علت همپوشانی هسته اتم‌هایی که در لایه‌های مختلف ورقه در مسیر حرکت ذرات آلفا قرار می‌گیرند، هیچکدام از ذره‌های آلفا نمی‌توانند از ورقه عبور کنند، بنابراین در این شرایط نمی‌توان مدل اتمی تامسون را رد کرد. به همین علت ورقه مورد استفاده باید آنقدر نازک باشد که تنها چند ردیف از اتم‌های ماده در مسیر حرکت ذرات آلفا قرار گیرد.

یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد طلا چکش‌خواری بسیار بالای آن است، طوری که می‌توان ورقه‌های بسیار نازک به ضخامت چند اتم از آن ساخت بدون اینکه ورقه‌ها پاره شوند. علاوه بر این، عدد جرمی طلا بسیار زیاد است و می‌تواند به‌سادگی باعث پراکندگی ذرات آلفا شود. به همین دلیل آزمایش پراکندگی رادرفورد با ورقه‌های بسیار نازک از جنس طلا انجام می‌شود.

ت) شکل ب، به کدام مشکل مدل رادرفورد اشاره دارد؟ در مدل بور چگونه این مشکل رفع شده است؟

اگر الکترون‌ها به دور هسته در چرخش باشند به دلیل شتاب‌دار بودن این حرکت، بنا بر فیزیک کلاسیک باید امواج الکترومغناطیسی تابش کند که بسامد این امواج با بسامد حرکت مداری الکترون برابر است. با تابش موج الکترومغناطیسی توسط الکترون، از انرژی آن کاسته می‌شود. این کاهش انرژی باعث می‌شود که شعاع مدار الکترون به دور هسته به تدریج کوچک‌تر شده و بسامد حرکت آن بیشتر شود. این افزایش تدریجی بسامد حرکت مداری الکترون‌ها سبب می‌شود تا بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده نیز به تدریج زیاد شود. به این ترتیب باید طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل شده از اتم پیوسته باشد و الکترون پس از گسیل بی‌درپی امواج الکترومغناطیسی روی هسته فرو افتد. این نتیجه هم با پایداری اتم‌ها و هم طیف خطی گسیل شده توسط اتم‌ها مغایرت دارد.

اما بنا بر نظریه بور، الکترون‌ها روی مدارهای مانای مجاز با شعاع انرژی گسسته به دور هسته در حرکتند اما مادامی که روی این مدارهای مانا قرار دارند موج الکترومغناطیسی گسیل نمی‌کنند. در صورتی که الکترون از یک مدار مانا با انرژی بیشتر به مداری با انرژی کمتر گذار کند، یک فوتون تابش می‌شود که انرژی آن با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی برابر است. بنابراین مشکل ناپایداری اتم و پیوسته بودن طیف گسیلی آن مرتفع می‌گردد.

۱۴) با استفاده از رابطه بور برای انرژی الکترون در اتم هیدروژن،

الف) اختلاف انرژی $\Delta E(n_U \rightarrow n_L) = E_U - E_L$ را حساب کنید.

$$E_n = \frac{-13.6}{n^2} \Rightarrow \Delta E(n_U \rightarrow n_L) = E_U - E_L = \frac{-13.6}{n_U^2} - \frac{-13.6}{n_L^2} = -13.6 \left(\frac{1}{n_U^2} - \frac{1}{n_L^2} \right)$$

ب) نشان دهید که: $\Delta E(4 \rightarrow 2) = \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2)$

$$E_4 = \frac{-13.6}{4^2} = -0.85 \text{ eV} \quad E_3 = \frac{-13.6}{3^2} = -1.51 \text{ eV} \quad E_2 = \frac{-13.6}{2^2} = -3.4 \text{ eV}$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) = E_4 - E_2 = -0.85 - (-3.4) = 2.55 \text{ eV} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta E(4 \rightarrow 3) &= E_4 - E_3 = -0.85 - (-1.51) = 0.66 \text{ eV} \\ \Delta E(3 \rightarrow 2) &= E_3 - E_2 = -1.51 - (-3.4) = 1.89 \text{ eV} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2) = 2.55 \text{ eV} \quad (2)$$

$$\frac{(1) \cdot (2)}{(1) \cdot (2)} \rightarrow \Delta E(4 \rightarrow 2) = \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2)$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1)$$

$$E_1 = \frac{-13/6}{1^2} = -13/6 eV \quad E_2 = -3/4 eV \quad E_4 = -0.85 eV$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 1) = E_4 - E_1 = -0.85 - (-13/6) = 12/75 eV \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta E(4 \rightarrow 2) &= 2/55 eV \\ \Delta E(2 \rightarrow 1) &= E_2 - E_1 = -3/4 - (-13/6) = 10/2 eV \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1) = 12/75 eV \quad (4)$$

$$(3) \cdot (4) \rightarrow \Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1)$$

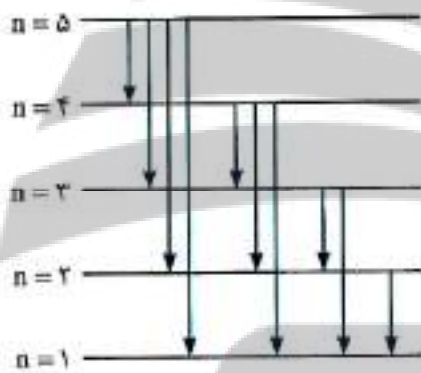
روش دوم:

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 2) = (E_4 - E_2) + (E_2 - E_2) = E_4 - E_2 + E_2 - E_2 = E_4 - E_2 = \Delta E(4 \rightarrow 2)$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1) = (E_4 - E_2) + (E_2 - E_1) = E_4 - E_2 + E_2 - E_1 = E_4 - E_1 = \Delta E(4 \rightarrow 1)$$

۱۵) الکترون اتم هیدروژنی در تراز $n = 5$ قرار دارد.

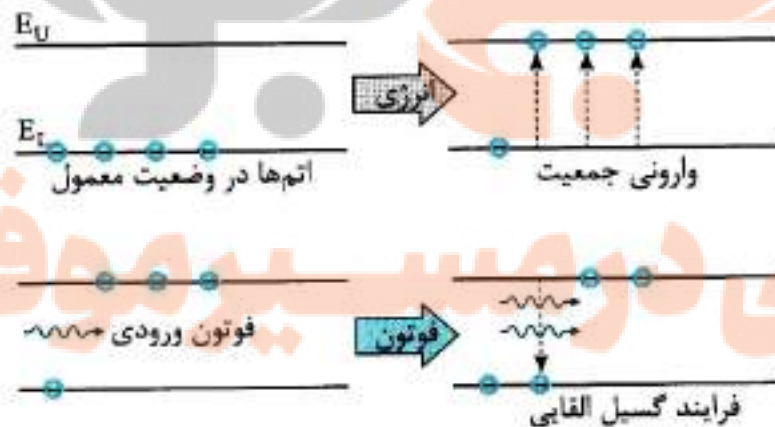
الف) با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این اتم به حالت پایه برود، امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد؟



در شکل مقابل احتمال گذار الکترون از تراز $n = 5$ به ترازهای دیگر با پیکان نمایش داده شده است. تعداد حالت‌های ممکن برای انرژی فوتون‌های گسیل شده برابر با تعداد پیکان‌هاست. یعنی ۴ نوع فوتون با انرژی مختلف وجود دارد.

ب) فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز باشند، در این صورت امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد؟ در این صورت تنها پیکان‌هایی با طول ۱ را به حساب می‌آوریم که مطابق شکل تعداد حالت‌ها برابر ۴ است.

۱۶) شکل زیر فرایند ایجاد باریکه لیزر را به طور طرح وار در ۴ مرحله نشان می‌دهد.



الف) منظور از عبارت «اتم‌ها در وضعیت معمول» چیست؟

به‌طور معمول و در دمای اتاق بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.

انرژی داده شده سبب منتقل شدن الکترون‌های اتم‌های ماده به ترازهای انرژی بالاتر می‌شود. این انرژی به روش‌های مختلفی از جمله درخش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم می‌شود.

پ) منظور از «وارونی جمعیت» چیست؟

وارونی جمعیت الکترون‌ها در محیط لیزری مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار نسبت به ترازهای پایین‌تر بیشتر باشد.

ت) انرژی فوتون ورودی چقدر باید باشد تا فرایند گسیل القایی انجام شود؟

برای گسیل القایی انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً برابر با اختلاف انرژی دو تراز باشد.

ث) فوتون‌هایی که بر اثر فرایند گسیل القایی و جهش الکترون‌ها به تراز پایین‌تر ایجاد می‌شوند چه ویژگی‌های مشترکی دارند؟ این فوتون‌ها هم بسامد، هم جهت و هم فازند.

۱۷) در شکل زیر نحوه گسیل فوتون‌ها از سه چشمه نور شامل لامپ رشته‌ای، چراغ قوه با لامپ رشته‌ای و لیزر با یکدیگر مقایسه شده است.



الف) با توجه به آنچه در این فصل فراگرفتید تفاوت فوتون‌های گسیل شده از هر چشمه را با یکدیگر بیان کنید.

نور تولیدشده توسط لامپ به علت داغ شدن رشته داخل آن به وجود می‌آید، بنابراین طیف گسیلی آن پیوسته است؛ یعنی فوتون‌های تولیدشده بسامدهای مختلف دارند. علاوه بر این، چون گسیل تابش به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود، راستای حرکت فوتون‌ها به صورت کاتوره‌ای بوده و در هر جهتی به صورت تصادفی منتشر می‌شوند.

نور تولیدشده توسط چراغ قوه مانند نور لامپ در اثر داغ شدن رشته سیم داخل آن و در اثر گسیل خودبه‌خودی تولید می‌شود، بنابراین بسامد فوتون‌های تولیدشده و جهت انتشار آنها هم متفاوت خواهد بود. البته در چراغ قوه با استفاده از آینه‌های بیضوی راستای انتشار فوتون‌ها تا حدی یکسان می‌شود.

اما در لیزر فوتون‌های گسیل شده کاملاً هم‌بسامد، هم‌فاز و هم‌جهت هستند.

ب) چرا توصیه جدی می‌شود که هیچ‌گاه به طور مستقیم به باریکه نور ایجاد شده توسط لیزر نگاه نکنید؟

فوتون‌های تولیدشده توسط لیزر به صورت موازی با هم منتشر می‌شوند. شدت موج تابشی حاصل از آنها و در نتیجه انرژی‌ای که در واحد زمان به واحد سطح منتقل می‌کنند، با افزایش فاصله از منبع تولید لیزر تغییری نمی‌کند. علاوه بر این، فوتون‌های تولیدشده در یک باریکه لیزری با یکدیگر هم‌فاز هستند و هنگام برخورد با یک جسم به علت تداخل سازنده‌ای که با هم ایجاد می‌کنند، می‌توانند بسیار مخرب باشند. به همین خاطر نگاه کردن به نور لیزر می‌تواند موجب تخریب اجزای چشم از جمله قرنیه، عدسی و شبکیه شده و باعث بروز مشکلات جدی در بینایی شود.

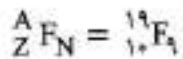
تمرین (۱-۶)

صفحه ۱۳۹ کتاب درسی

با توجه به آنچه تاکنون دیدید و همچنین با استفاده از جدول تناوبی عناصر، که در پیوست کتاب آمده است، نماد هسته را در هر یک از موارد زیر تعیین کنید.

الف) ایزوتوپ فلئور (F) با عدد نوترونی ۱۰

$$Z = 9, N = 10 \Rightarrow A = Z + N = 19$$

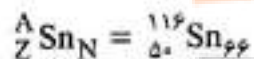


عدد اتمی عنصر فلئور برابر با ۹ است بنابراین داریم:

به این ترتیب نماد هسته فلئور به شکل روبه‌رو خواهد بود.

ب) ایزوتوپ قلع (Sn) با عدد نوترونی ۶۶

$$Z = 50, N = 66 \Rightarrow A = Z + N = 50 + 66 = 116$$



عدد اتمی عنصر قلع برابر ۵۰ است. بنابراین داریم:

به این ترتیب نماد هسته قلع به صورت روبه‌رو است.

پرسش (۱-۶)

صفحه ۱۴۱ کتاب درسی

هر نقطه آبی‌رنگ در نمودار شکل ۶-۳ نشان‌دهنده یک هسته پایدار است. با توجه به این نمودار به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف) نسبت تعداد نوترون به تعداد پروتون (N/Z) برای هسته‌های پایدار مختلف ثابت است یا متفاوت؟ توضیح دهید.

برای عناصر با عدد اتمی کوچک، نسبت N/Z برای هسته‌های پایدار تقریباً برابر با ۱ است. با افزایش عدد اتمی برای پایدار بودن هسته تعداد نوترون‌ها باید بیشتر از تعداد پروتون‌ها باشد، بنابراین نسبت N/Z برای هسته‌های پایدار با عدد اتمی بزرگ، کوچک‌تر از ۱ است؛ در نتیجه نسبت N/Z همواره ثابت نیست.

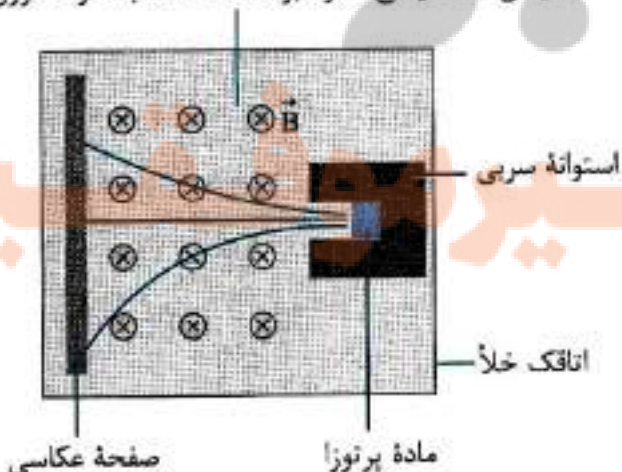
ب) ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر را چگونه می‌توان با استفاده از این نمودار تشخیص داد؟

ایزوتوپ‌ها هسته‌هایی با عدد اتمی (Z) یکسان هستند که عدد نوترونی (N) متفاوتی دارند. بنابراین تمام نقاطی که روی خطی افقی قرار می‌گیرند که محور عمودی را در نقطه‌ای مثل Z_0 قطع می‌کند، ایزوتوپ‌های مختلف عنصری با عدد اتمی Z_0 را نشان می‌دهند.

پرسش (۲-۶)

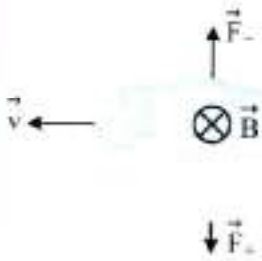
صفحه ۱۴۲ کتاب درسی

میدان مغناطیسی (عمود بر صفحه کاغذ به طرف درون)



شکل روبه‌رو طرح آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد که به کمک آن می‌توان سه نوع پرتوزایی طبیعی را مشاهده کرد و به تفاوت بار و جرم پرتوها از یکدیگری برد. قطعه‌ای از ماده پرتوزا را در ته حفره باریکی در یک استوانه سربی قرار می‌دهند. استوانه را درون اتاقکی می‌گذارند و هوای درون آن را تخلیه می‌کنند. سپس یک صفحه عکاسی مقابل حفره قرار می‌دهند و میدان مغناطیسی یکنواختی درون اتاقک برقرار می‌کنند. خطوط قرمز رنگ، مسیر حرکت پرتوها را نشان می‌دهد. نوع بار پرتوها را با هم مقایسه کنید.

با توجه به نیروی وارد بر ذرات باردار متحرک در میدان مغناطیسی و استفاده از قاعده دست راست برای تعیین جهت نیرو می‌توان نوع بار پرتوها را تعیین کرد. از آنجایی که مسیر حرکت اولیه پرتوها (\vec{v}) ابتدا به سمت چپ بوده و میدان مغناطیسی (\vec{B}) درون سو است، با قرار دادن چهار انگشت دست راست به طرف چپ (\vec{v}) به طوری که جهت خم شدن



انگشتان جهت میدان (\vec{B}) را نشان دهد، انگشت شست جهت نیروی وارد بر بار مثبت (\vec{F}_+) را مشخص می‌کند. بنابراین پرتویی که به طرف پایین منحرف شده بار مثبت دارد جهت نیروی وارد بر بار منفی (\vec{F}_-) برخلاف جهت بار مثبت است، بنابراین پرتوی منحرف شده به طرف بالا بار منفی دارد و پرتویی که اصلاً انحراف پیدا نکرده بدون بار است.

صفحه ۱۴۴ کتاب درسی

تمرین (۶-۲)

لوتیم (${}^{176}_{71}\text{Lu}$) عنصر پرتوزایی است که با گسیل بتای منفی، واپاشی می‌کند. معادله این واکنش را بنویسید و با استفاده از جدول تناوبی عنصرها که در پیوست آمده است، عنصر جدیدی را که تولید می‌شود تعیین کنید.



صفحه ۱۴۵ کتاب درسی

تمرین (۶-۳)

ایزوتوپ (${}^{15}_8\text{O}$) با گسیل پوزیترون، واپاشی می‌کند. معادله این واکنش را بنویسید و با استفاده از جدول تناوبی عنصرها که در پیوست آمده است، عنصر جدیدی را که تولید می‌شود تعیین کنید.



صفحه ۱۴۷ کتاب درسی

تمرین (۶-۴)

پس از گذشت ۹ روز، تعداد هسته‌های پرتوزای یک نمونه، به $\frac{1}{8}$ تعداد موجود در آغاز کاهش یافته است. نیمه عمر (برحسب روز) ماده چقدر است؟

$$N = \frac{1}{8} N_0 \quad t = 9 \text{ روز} \quad T_{1/2} = ?$$

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{8} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 3$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow 3 = \frac{9}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = 3 \text{ روز}$$

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل (۶)

۱ مرتبه بزرگی تعداد نوترون‌هایی را که می‌توان تنگ هم در یک توپ تنیس به شعاع $3/2 \text{ cm}$ جای داد، تخمین بزنید. در این صورت مرتبه بزرگی جرم این توپ چقدر است؟ (مرتبه بزرگی شعاع و جرم نوترون را به ترتیب 10^{-15} m و 10^{-27} kg در نظر بگیرید.)

$$r_N = 10^{-15} \text{ m}, r_B = 3/2 \text{ cm} = 3/2 \times 10^{-2} \text{ m}, m_N = 10^{-27} \text{ kg}, n = ?, M = ?$$

ابتدا مرتبه بزرگی حجم هر نوترون و توپ تنیس را تخمین می‌زنیم:

$$\text{حجم نوترون: } V_N = \frac{4}{3} \pi (r_N)^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (10^{-15})^3 = 4/19 \times 10^{-45} = 10^{-45} \text{ m}^3$$

$$\text{حجم توپ تنیس: } V_B = \frac{4}{3} \pi (r_B)^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (3/2 \times 10^{-2})^3 = 1/37 \times 10^{-4} = 10^{-4} \text{ m}^3$$

تعداد نوترون‌هایی که می‌توان در توپ جای داد از نسبت حجم توپ به حجم هر نوترون به دست می‌آید. بنابراین:

$$n = \frac{V_B}{V_N} = \frac{10^{-4}}{10^{-25}} = 10^{21}$$

مرتبه بزرگی جرم توپ برابر جرم تمام نوترون‌های موجود در آن است.

$$M = n \times m_N = 10^{21} \times 10^{-27} = 10^{-6} \text{ kg}$$

۲) برای ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ مطلوب است:

الف) تعداد نوکلئون‌ها

تعداد نوکلئون‌ها برابر با تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هسته است که همان عدد جرمی را نشان می‌دهد.

$$A = Z + N = 208$$

ب) تعداد نوترون‌ها

تعداد نوترون‌ها را می‌توان از اختلاف عدد جرمی و عدد اتمی به دست آورد.

$$N = A - Z = 208 - 82 = 126$$

پ) بار الکتریکی خالص هسته

بار خالص هسته برابر است با حاصل ضرب تعداد پروتون‌های هسته در بار الکتریکی پروتون:

$$q = Ze = 82 \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.312 \times 10^{-17} \text{ C}$$

۳) در هر یک از موارد زیر نماد X چه عنصری را نشان می‌دهد و در هسته هر یک چند نوترون وجود دارد؟ در صورت لزوم از جدول تناوبی استفاده کنید.

الف) ${}_{78}^{195}\text{X}$

$${}_{78}^{195}\text{X} \equiv {}_{78}^{195}\text{Pt}, N = A - Z = 195 - 78 = 117$$

ب) ${}_{16}^{32}\text{X}$

$${}_{16}^{32}\text{X} \equiv {}_{16}^{32}\text{S}, N = A - Z = 32 - 16 = 16$$

پ) ${}_{29}^{61}\text{X}$

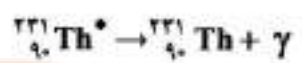
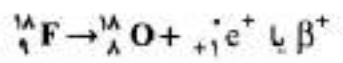
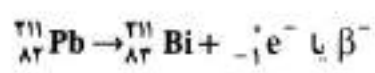
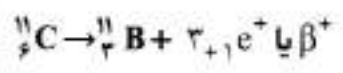
$${}_{29}^{61}\text{X} \equiv {}_{29}^{61}\text{Cu}, N = A - Z = 61 - 29 = 32$$

۴) آیا می‌توان ایزوتوپ ${}_{25}^{61}\text{X}$ را با روش شیمیایی از ایزوتوپ ${}_{25}^{59}\text{X}$ جدا کرد؟ از ایزوتوپ ${}_{26}^{61}\text{Y}$ چگونه؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

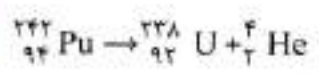
هسته‌های ${}_{25}^{61}\text{X}$ و ${}_{25}^{59}\text{X}$ ایزوتوپ‌های یک عنصر شیمیایی (${}_{25}\text{Mn}$) هستند زیرا عدد اتمی یکسانی دارند و تنها در تعداد نوترون‌ها و یا عدد جرمی تفاوت دارند. با توجه به اینکه خواص شیمیایی هسته را عدد اتمی یا تعداد پروتون‌های آن مشخص می‌کند، ایزوتوپ‌ها خواص شیمیایی یکسانی دارند و با روش‌های شیمیایی قابل تفکیک نیستند. اما دو عنصر ${}_{26}^{61}\text{Y}$ و ${}_{25}^{61}\text{X}$ عدد اتمی متفاوت دارند، بنابراین مرتبط با دو عنصر شیمیایی مختلف هستند (${}_{26}\text{Fe}$, ${}_{25}\text{Mn}$) و با روش‌های شیمیایی می‌توان آنها را جدا کرد.

جای خالی در فرایندهای واپاشی زیر نشان دهنده یک یا چند ذره α یا β^- است. در هر واکنش، جای خالی

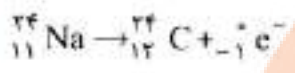
را کامل کنید.



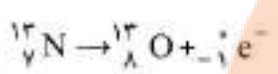
هسته دختر به دست آمده از هر یک از واپاشی‌های زیر را به صورت ${}^A_Z\text{X}$ مشخص کنید.



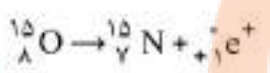
الف) ${}^{242}_{94}\text{Pu}$ واپاشی α انجام دهد.



ب) سدیم ${}^{24}_{11}\text{Na}$ واپاشی β^- انجام دهد.



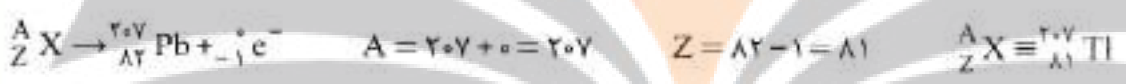
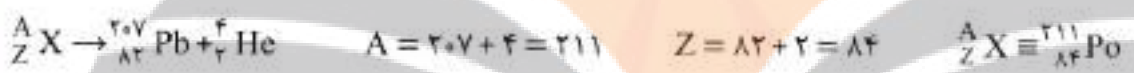
پ) نیتروژن ${}^{13}_7\text{N}$ واپاشی β^- انجام دهد.



ت) ${}^{15}_8\text{O}$ واپاشی β^+ انجام دهد.

۷) سرب ${}^{207}_{82}\text{Pb}$ هسته دختر پایدار است که می‌تواند از واپاشی α یا واپاشی β^- حاصل شود. فرایندهای مربوط به هر یک

از این واپاشی‌ها را بنویسید. در هر مورد هسته مادر را به صورت ${}^A_Z\text{X}$ مشخص کنید.



۸) نپتونیم ${}^{237}_{93}\text{Np}$ ایزوتوپی است که در راکتورهای هسته‌ای تولید می‌شود. این ایزوتوپ ناپایدار است و واپاشی آن از

طریق گسیل ذرات α ، β^- و α صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، عدد اتمی و عدد جرمی هسته نهایی

چقدر است؟

فرآیند این واپاشی به صورت ${}^{237}_{93}\text{Np} \rightarrow \text{X} + 3\alpha + \beta^-$ است و در واپاشی بتا ذره گسیل شده می‌تواند الکترون یا پوزیترون

باشد، بنابراین ۲ حالت مختلف خواهیم داشت:

حالت اول: واپاشی α ، β^- ، α و α

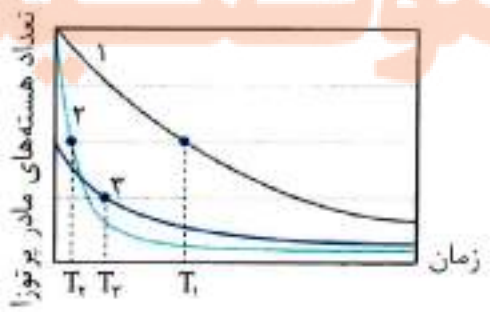
$${}^{237}_{93}\text{Np} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + 3({}^4_2\text{He}) + \nu_{-1}e^- \Rightarrow \begin{cases} 237 = A + (3 \times 4) + 0 \Rightarrow A = 225 \\ 93 = Z + (3 \times 2) - 1 \Rightarrow Z = 88 \end{cases}$$

حالت دوم: واپاشی α ، β^+ ، α و α

$${}^{237}_{93}\text{Np} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + 3({}^4_2\text{He}) + \nu_{+1}e^+ \Rightarrow \begin{cases} 237 = A + (3 \times 4) + 0 \Rightarrow A = 225 \\ 93 = Z + (3 \times 2) + 1 \Rightarrow Z = 86 \end{cases}$$

۹) شکل زیر نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونه را برحسب زمان نشان می‌دهد. نیمه‌عمر این سه

نمونه را با هم مقایسه کنید.



با توجه به نمودار، زمانی را که تعداد هسته‌های مادر پرتوزای هر نمونه، نصف

مقدار اولیه می‌شود پیدا می‌کنیم، بنابراین خواهیم داشت:

$$T_1 < T_2 < T_3$$

۱۰) هنگامی که نیتروژن جو زمین توسط پرتوهای کیهانی (که معمولاً از جنس پروتون، ذره‌های α و الکترون هستند) بمباران می‌شود، ایزوتوپ پرتوزای کربن ۱۴ با آهنگ ثابتی در لایه‌های فوقانی جو تولید می‌شود. این کربن پرتوزا، با کربن ۱۲ که به طور طبیعی در جو وجود دارد در هم می‌آمیزد. بررسی‌ها نشان داده است که به ازای هر ۱۰۰۰۰ میلیارد اتم پایدار کربن ۱۲، تقریباً یک اتم پرتوزای کربن ۱۴ از این طریق وارد جو می‌شود.

اتم‌های کربن جوئی از طریق فعالیت‌های بیولوژیکی از قبیل فتوسنتز و تنفس، به نحو کاتوره‌ای مکان خود را عوض می‌کنند و به بدن جانداران منتقل می‌شوند. به طوری که اتم‌های کربن هر موجود زنده شامل کسر کوچک و ثابتی از ایزوتوپ پرتوزای کربن ۱۴ است.

وقتی موجود زنده‌ای می‌میرد، مقدار کربن پرتوزای به تله افتاده در موجود غیرزنده، با نیمه‌عمر ۵۷۳۰ سال رو به کاهش می‌گذارد. کربن ۱۴ موجود در یک نمونه زغال قدیمی، ۱/۵۶ درصد (معادل $\frac{1}{64}$) مقدار عادی کربن ۱۴ موجود در زغالی است که تازه تولید شده است. سن تقریبی این زغال قدیمی چقدر است؟ ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای گذشته را محاسبه می‌کنیم:

$$N = \frac{N_0}{64} = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 6$$

با توجه به اینکه هر نیمه‌عمر ۵۷۳۰ سال است سن زغال را محاسبه می‌کنیم.

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow t = nT_{1/2} = 6 \times 5730 = 34380 \text{ سال}$$

۱۱) نیمه‌عمر بیسموت ۲۱۲ حدود ۶۰ دقیقه است. پس از گذشت چهار ساعت، چه کسری از ماده اولیه، در نمونه‌ای از این بیسموت، باقی می‌ماند؟

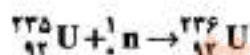
$$T_{1/2} = 60 \text{ min} = 1 \text{ h} \quad , \quad t = 4 \text{ h}$$

ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده را محاسبه می‌کنیم.

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{4}{1} = 4$$

به این ترتیب مقدار ماده باقی‌مانده به صورت روبه‌رو محاسبه می‌شود. در نتیجه مقدار ماده باقی‌مانده $\frac{1}{16}$ ماده اولیه خواهد بود.

۱۲) معادله زیر بخشی از واکنشی را نشان می‌دهد که در یک راکتور هسته‌ای روی می‌دهد.



الف) اهمیت عددهای ۲۳۵ و ۹۲ را توضیح دهید. نیمه‌عمر اورانیوم بسیار طولانی است و واپاشی آن به کندی انجام می‌شود اما از آنجایی که هسته این ماده سنگین است توازن بین نیروی هسته‌ای قوی بین ۲۳۵ نوکلئون و نیروی دافعه الکتریکی بین ۹۲ پروتون شکننده است. هسته اورانیوم ۲۳۵ تمایل زیادی به جذب نوترون دارد. وقتی یک نوترون کند به آن برخورد می‌کند جذب هسته می‌شود و با افزایش انرژی باعث نوسان هسته می‌شود. هنگام انبساط هسته نیروی دافعه الکتریکی بین پروتون‌ها بر نیروی هسته‌ای قوی غلبه کرده و باعث شکافت هسته‌ای و آزاد شدن

زیادی انرژی واپاشیده می‌شود. این فرایند چه نام دارد و انرژی آزادشده در این فرایند چگونه تعیین می‌شود؟

این واکنش شکافت هسته‌ای نام دارد. در واکنش‌های شکافت هسته‌ای، جرم محصولات شکافت کمتر از جرم هستهٔ مرکب است. این اختلاف جرم (Δm) بنا به رابطهٔ $E = mc^2$ سبب آزاد شدن انرژی گرمایی زیادی می‌شود. بنابراین مقدار انرژی آزادشده برابر است با: $E = (\Delta m)c^2$.

پ) اورانیم ۲۳۵ عمدتاً نوترون‌های با تندی کم را جذب می‌کند تا نوترون‌های سریع را. توضیح دهید چگونه تندی نوترون‌ها را در قلب راکتور کم می‌کنند.

برای کاهش سرعت نوترون‌ها از مواد کندساز مانند آب معمولی، (H_2O) آب سنگین (D_2O) یا گرافیت (اتم‌های کربن) استفاده می‌شود زیرا هستهٔ موادی مانند کربن سبک است و وقتی نوترون به یک هستهٔ کوچک برخورد می‌کند بخش قابل ملاحظه‌ای از انرژی جنبشی خود را به آن منتقل کرده و با سرعت و انرژی بسیار کمتری باز می‌گردد.

ت) چگونه تولید انرژی را در قلب راکتور کنترل می‌کنند؟

برای کنترل انرژی آزادشده در راکتور باید سرعت فرایند شکافت را با استفاده از میله‌های کنترل کاهش داد. میله‌های کنترل، میله‌هایی از جنس مواد جاذب نوترون مثل کادمیم یا بور هستند که در قلب راکتور فرو برده می‌شوند و با کنترل تعداد نوترون‌های آزاد شده آهنگ انجام فرایند را می‌کاهند تا از انفجار یا ذوب شدن راکتور بر اثر انرژی بسیار زیاد آزادشده جلوگیری شود.

ث) واکنش زنجیری را توضیح دهید.

فرایند شکافت اورانیوم با جذب یک نوترون کند آغاز می‌شود. پس از شکافت اورانیوم تعدادی نوترون (۳ یا ۵) آزاد می‌شود چون نوترون‌ها بار الکتریکی ندارند توسط هسته‌های دیگر دفع نمی‌شوند. این نوترون‌ها پس از کند شدن توسط هسته‌های دیگر جذب شده و واکنش‌های شکافت دیگری را شکل می‌دهند که در هر کدام از آنها نیز تعدادی نوترون به وجود می‌آید. با ادامهٔ این روند واکنش زنجیری انجام می‌شود.

ج) انرژی به صورت گرما در قلب راکتور تولید می‌شود. چگونه گرما از قلب راکتور گرفته و به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود؟ گرمای تولیدشده توسط جریانی از آب با فشار بالا جذب می‌شود و آب بدون جوشیدن به دمای بالایی می‌رسد. سپس جریان آب از راکتور خارج شده و به سامانهٔ دیگری که شامل آب کم‌فشار است منتقل می‌شود و آن را گرم می‌کند از این گرما برای تولید بخار استفاده می‌شود و بخار حاصل توربین را به کار می‌اندازد که باعث راه اندازی مولد الکتریسیته می‌شود.

چ) هنگامی که میله‌های سوخت از مرکز راکتور بیرون کشیده می‌شوند، آنها «پرتوزا» و «ایزوتوپ»هایی با «نیمه‌عمر» طولانی هستند. واژه‌های داخل گیومه را توضیح دهید.

به عناصری که با گسیل خودبه‌خودی پرتو از هسته، به عناصر دیگری تبدیل می‌شوند، پرتوزا می‌گوییم.

هسته‌هایی که عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوتی دارند ایزوتوپ نامیده می‌شوند.

مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه به نصف برسد، نیمه‌عمر نام دارد.

۱۳ الف) حدود ۰/۷ درصد اورانیوم موجود در سنگ معدن طبیعی اورانیوم از ایزوتوپ ۲۳۵ تشکیل شده است. در هر واکنش شکافت حدود ۲۰۰ MeV انرژی آزاد می‌شود. فرض کنید تمامی ایزوتوپ ۲۳۵ موجود در یک کیلوگرم از این اورانیوم بتواند بر اثر شکافت، انرژی خود را آزاد کند. مقدار این انرژی برحسب مگاالکترون ولت (MeV) و ژول (J) چقدر است؟

$$m = 0.7\% \times 1 = 7g$$

جرم اورانیوم ۲۳۵ موجود در ۱kg اورانیوم

$$n = \frac{m}{M} = \frac{7}{235}$$

تعداد مول‌های اورانیوم

$$N = nN_A = \frac{7}{235} \times 6.02 \times 10^{23} = 1.79 \times 10^{22}$$

تعداد اتم‌های اورانیوم

انرژی که از شکافت این تعداد هسته آزاد می‌شود برابر حاصل ضرب تعداد هسته‌ها در انرژی هر واکنش است بنابراین:

$$E = 1.79 \times 10^{22} \times 200 = 3.58 \times 10^{24} \text{ MeV}$$

$$E = 3.58 \times 10^{24} \times 1.6 \times 10^{-19} = 5.728 \times 10^5 \text{ MJ} = 5.728 \times 10^{11} \text{ J}$$

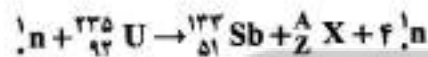
میزان این انرژی بر حسب ژول برابر است با:

ب) با سوختن هر کیلوگرم زغال سنگ، حدود ۳۰ MJ انرژی گرمایی آزاد می‌شود. چند کیلوگرم زغال سنگ باید بسوزد تا معادل انرژی به‌دست‌آمده در قسمت الف، انرژی تولید شود؟

کافی است انرژی به‌دست‌آمده را بر انرژی حاصل از سوختن هر کیلوگرم زغال سنگ به دست آوریم.

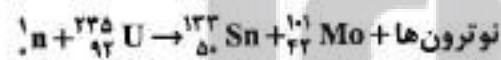
$$m_{\text{زغال سنگ}} = \frac{5.728 \times 10^{11}}{30} = 1.9 \times 10^7 \text{ kg}$$

۱۴ یکی از واکنش‌های ممکن در شکافت ${}_{92}^{235}\text{U}$ داده شده است. در این واکنش عدد اتمی Z، عدد جرمی A و عنصر X را در ${}_Z^A\text{X}$ تعیین کنید. در صورت لزوم از جدول تناوبی کمک بگیرید.



$$\left. \begin{aligned} 1 + 235 &= 132 + A + (4 \times 1) \Rightarrow A = 99 \\ 0 + 92 &= 51 + Z + 0 \Rightarrow Z = 41 \end{aligned} \right\} \Rightarrow {}_{41}^{99}\text{X} \equiv {}_{41}^{99}\text{Nb}$$

۱۵ در واکنش زیر چه تعداد نوترون تولید می‌شود؟



$${}_0^1\text{n} + {}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{50}^{132}\text{Sn} + {}_{42}^{101}\text{Mo} + x({}_0^1\text{n}) \Rightarrow 1 + 235 = 132 + 101 + (x \times 1) \Rightarrow x = 2$$

۱۶ بازده نیروگاه هسته‌ای بوشهر حدود ۳۵ درصد است. یعنی ۶۵ درصد انرژی حاصل از شکافت ایزوتوپ اورانیوم ۲۳۵، به صورت گرما تلف و حدود ۳۵ درصد آن، به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. با توجه به اینکه در هر شکافت حدود ۲۰۰ MeV انرژی آزاد می‌شود، چند کیلوگرم اورانیوم ۲۳۵ در سال شکافت پیدا می‌کند؟ (فرض کنید نیروگاه در طول سال با پایدار ۱۰۰۰ مگاوات کار می‌کند).

$$P = 1000 \text{ MW} = 10^9 \text{ W}$$

توان نیروگاه

$$E_n = 200 \text{ MeV} = 2/10^8 \text{ eV} = 2 \times 10^8 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 3.2 \times 10^{-11} \text{ J}$$

انرژی آزاد شده در هر واکنش شکافت

$$Ra = 0.35$$

بازده نیروگاه

$$M_U = 235g$$

جرم مولی اورانیوم

$$N_A = 6.02 \times 10^{23}$$

عدد آووگادرو

$$Ra = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \Rightarrow 0.35 = \frac{Pt}{NE_p} = \frac{10^9 \times 1}{N \times 3/2 \times 10^{-11}} \Rightarrow N = 8/92 \times 10^{19}$$

بنابراین برای تولید چنین توان خروجی در نیروگاه، در هر ثانیه باید $N = 8/92 \times 10^{19}$ واکنش شکافت رخ دهد. با استفاده از عدد آووگادرو تعداد مول های اورانیوم شکافته شده در یک ثانیه را محاسبه می کنیم.

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{8/92 \times 10^{19}}{6/02 \times 10^{23}} = 1/48 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

جرم اورانیوم مصرف شده در هر ثانیه در نیروگاه برابر است با:

$$m = nM_U = 1/48 \times 10^{-4} \times 235 = 3/478 \times 10^{-2} \text{ g}$$

بنابراین مقدار اورانیوم مصرف شده در یک سال برابر است با:

$$m_{\text{سال}} = mt = 3/478 \times 10^{-2} \times (365 \times 24 \times 3600) = 1/09 \times 10^6 \text{ g} = 1/09 \text{ kg}$$

۱۷ انرژی آزاد شده در هر واکنش شکافت اورانیوم 235 با یک نوترون کند حدود $202/5 \text{ MeV}$ و در هر واکنش گداخت دوتریم با ترتییم حدود $17/6 \text{ MeV}$ است.

الف) تعداد نوکلئون های شرکت کننده در هر واکنش شکافت چقدر است؟ انرژی آزاد شده به ازای هر نوکلئون را حساب کنید. در واکنش شکافت اورانیوم 235 یک نوترون جذب می کند. بنابراین تعداد کل نوکلئون های شرکت کننده برابر 236 است. به این ترتیب انرژی آزاد به ازای هر نوکلئون برابر است با:

$$\frac{202/5}{236} = 0/86 \text{ MeV}$$

ب) تعداد نوکلئون های شرکت کننده در هر واکنش گداخت چقدر است؟ انرژی آزاد شده به ازای هر نوکلئون را حساب کنید. در واکنش گداخت هسته دوتریم شامل یک پروتون و یک نوترون و هسته ترتییم شامل یک پروتون و دو نوترون است بنابراین در مجموع 5 نوکلئون در واکنش شرکت می کنند. انرژی آزاد شده در واکنش گداخت به ازای هر نوکلئون برابر است با:

$$\frac{17/6}{5} = 3/52 \text{ MeV}$$

پ) نتیجه های قسمت الف) و ب) را با یکدیگر مقایسه کنید. با توجه به نیاز روزافزون بشر به انرژی، و با توجه به اینکه مواد قابل شکافت مانند ^{235}U به مقدار بسیار کمی در طبیعت وجود دارد ولی دوتریم به طور فراوان در آب اقیانوس ها و دریاها موجود است و جدا کردن آن از هیدروژن معمولی آسان و کم هزینه است، اهمیت این مقایسه را توضیح دهید.

مقایسه مقادیر به دست آمده در قسمت الف) و ب) نشان می دهد که انرژی آزاد شده به ازای هر نوکلئون در انجام واکنش گداخت بسیار بیشتر از واکنش شکافت است. بنابراین با توجه به منابع فراوان و در دسترس بودن مواد شرکت کننده در واکنش گداخت و همچنین انرژی بیشتری که در این واکنش تولید می شود، سرمایه گذاری برای تولید انرژی با استفاده از راکتورهای گداخت مورد توجه بسیاری از کشورها قرار گرفته است.