



فصل اول آمار و احتمال

درس اول شمارش

اصل جمع

اگر بتوان عملی را به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد، به طوری که این دو عمل را نتوانیم با هم انجام دهیم، در این صورت به $m+n$ طریق می توان عمل او یا عمل دوم را انجام داد. (اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است).

اصل ضرب

اگر عملی در دو مرحله او و دوم انجام یابد، طوری که در هر مرحله او به m طریق و در هر مرحله دوم هر کدام از این عمل به n طریق انجام یابد، در کل n عمل به m طریق انجام می یابد. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیشتر از دو مرحله است).

نماد فاکتوریل

برای هر یک از اعداد طبیعی و بزرگتر از ۱ در مام اعداد طبیعی کوچکتر از خودش از نماد فاکتوریل (!) استفاده کنیم.

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

قرار داد برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $0! = 1$ و $1! = 1$ تعریف می کنیم.

عمل فاکتوریل را وانیم هر جا که به شرط نکه در جلوی جمله هر جمله فاکتوریل را قرار دهیم.

$$15! = 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times \dots$$

$$\frac{7!}{5!} = \frac{7 \times 6 \times \cancel{5!}}{\cancel{5!}} = 7 \times 6 = 42$$

جایگشت

هر حالت از کنار هم قرار گرفتن n متمایز را یک جایگشت n از n عناصر نامیده و تعداد این جایگشتها برابر است با $n!$.

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1 = n!$$

اگر در سبب جایگشت ایاء بخواهیم چند عناصر کنار هم باند، آنها را داخل یک مجموعه قرار داده و یک عدد در نظر بگیریم، سپس جایگشت آنها را با پای دیگر سبب کنیم.

روش متمم

اگر در له‌ای از فعل منف استفاده بود، خواسته بود که ۲ نفر خا کنار هم نیاشند، در این صورت بهتر است e اد جایگشت‌ها که n نفر کنار هم با n را اسبه کنیم و جوابش را از e اد کل جایگشت‌ها کم کنیم.

ترتیب

e اد جایگشت‌های r که r ی قرار گرفتن نها در کنار هم هم با (r) ی های t با هم فر داته با n را r ی n گویند و با نماد $p(n,r)$ یا $(n)_r$ نشان دهند که از رابه زیر اسبه بود:

$$p(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ترکیب

e اد رایش‌های t از n که r ی قرار گرفتن نها در کنار هم هم نبا (r) ی های t با هم فرق داته با n را r ی n گویند و با نماد $c(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ یا c_n^r نشان دهند که از رابه زیر اسبه بود:

$$c(n,r) = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

خواص مهم ترکیب

$$۱) \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \xrightarrow{\text{مشکل}} \binom{7}{0} = \binom{7}{7} = 1$$

$$۲) \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n \xrightarrow{\text{مشکل}} \binom{5}{1} = \binom{5}{4} = 5$$

$$۳) \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \xrightarrow{\text{مشکل}} \binom{10}{6} = \binom{10}{10-6} = \binom{10}{4}$$

$$۴) \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1} \xrightarrow{\text{مشکل}} \binom{10}{7} + \binom{10}{8} = \binom{11}{8}$$

$$۵) p(n,r) = c(n,r) \times r! \xrightarrow{\text{مشکل}} p(6,4) = c(6,4) \times 4!$$

نمودار درختی

یکی از راه‌های نمایش فای ایل از انجام چند زایش که که به دفعات متوالی است سرهم انجام داد، رسم نمودار درختی است. برای رسم این نمودار ابتدا تمام نتایج ممکن زایش او را به صورت شاخه‌های یک درخت رسم کنیم. سپس تمام نتایج ممکن زایش‌های بعدی را با توجه به فرجه در انتهای شاخه‌های رسم شده به عنوان شاخه‌های جدید رسم کنیم. در این صورت تعداد شاخه‌های انتها این نمودار درخت همان تعداد ادعای فای نمونه‌ای است.

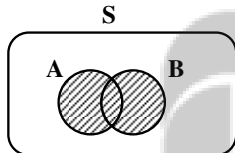
پیشامد تصادفی

هر یک از زیر مجموعه‌های فای نمونه S را یک پیشامد گویند. از آنجا که $\emptyset \subseteq S$ و S است و S را **پیشامد غیرممکن (نشدنی)** و $S \subseteq S$ را **پیشامد حتمی** نامیدیم.

اعمال روی پیشامدها

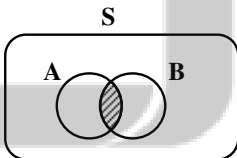
فای نمونه‌ای و پیشامدهای یک مجموعه S را از چند مجموعه‌ها تشکیل می‌دهند، بنابراین ما این عملیات اجتماع (\cup)، اشتراک (\cap)، مکمل ($-$) و متمم ($'$) را روی آنها تعریف می‌کنیم.

الف) اجتماع دو پیشامد:



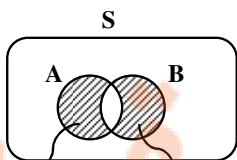
اگر A و B دو پیشامد از فای نمونه‌ای S باشند، $A \cup B$ پیشامد در صورتی است که A یا B یا هر دو اتفاق بیفتند. (حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد).

ب) اشتراک دو پیشامد:



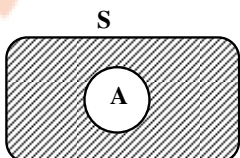
اگر A و B دو پیشامد از فای نمونه‌ای S باشند، $A \cap B$ پیشامد در صورتی است که A و B هر دو اتفاق بیفتند.

پ) تفاضل دو پیشامد:

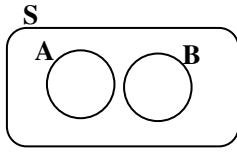


اگر A و B دو پیشامد از فای نمونه‌ای S باشند، $A - B$ پیشامد هنگامی است که A اتفاق بیفتد اما B اتفاق نیفتد. (فقط پیشامد A رخ دهد).

ت) متمم دو پیشامد:



اگر A یک پیشامد از فای نمونه‌ای S باشد، نگاه متمم پیشامد A را با A' نشان دهیم. پیشامد A' در صورتی است که A اتفاق نیفتد.

پیشامدهای ناسازگار


دو پیشا A و B از ف ای نمونه S را ناسازگار گوئیم هر گاه اشتراک آنها تهی باشد،
یع (پیشا های ناسازگار هرگز با هم رخ ن دهند).

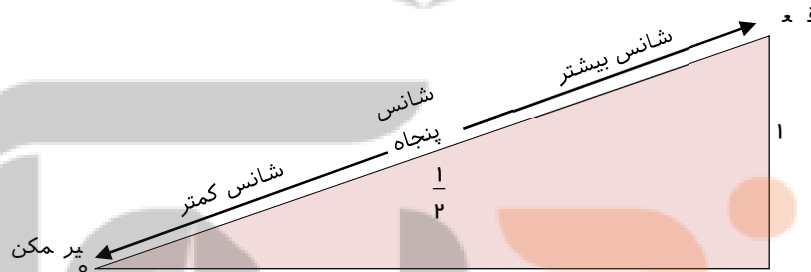
احتمال یک پیشامد

اگر $S \neq \emptyset$ ف ای نمونه ای یک زایش ادف و $A \subseteq S$ یک پیشا با ، نگاه ا تما رخ اد پیشا A را با
P(A) نشان دهیم و برای اسبه $P(A)$ کاف است اء اء ای A یه $n(A)$ را بر اء اء ای ف ای
نمونه ای یه $n(S)$ تقیم کنیم.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{ء اء الت های لمو}}{\text{ء اء الت های مکن}}$$

قوانین احتمال

(الف) $P(A)$ ء دی قیق ء است که همیشه $0 \leq P(A) \leq 1$ با و هر چه قء ار $P(A)$ به ء د ۱ نزدیک ر با ،
از رخ اد بیشتر و هر چه به ء د فر نزدیک ر با ، از رخ اء ن کمر است.



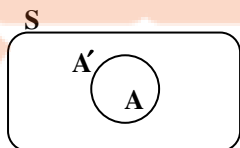
$$0 \leq P(A) \leq 1, \quad P(\emptyset) = 0, \quad P(S) = 1$$

(ب) هر گاه A و B دو پیشا ناسازگار در ف ای نمونه ای S با ن .



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(پ) اگر $P(A)$ ا تما وقو پیشا A در ف ای نمونه ای S با ، در این ورت ا تما واقع نشن ن پیشا
را با نمایش $P(A')$ دهیم و داریم:



$$P(A') = 1 - P(A) \text{ یا } P(A) + P(A') = 1$$

در این الت A و A' را دو پیشا تمام گوئیم.

درس دوم چرخه آمار در حل مسائل

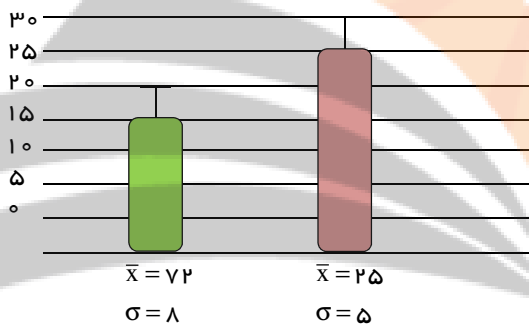
چرخه آمار در حل مسائل

۱. حل مسأله‌های مرتبط با آمار به صورت چرخهای کامل شامل گام‌های:

۱) بیان (۲ له طر و برنا هریزی ۳) گرد وری و ۱ سازی داده‌ها (۴) لیل داده‌ها (۵) ب و نتیجه‌گیری

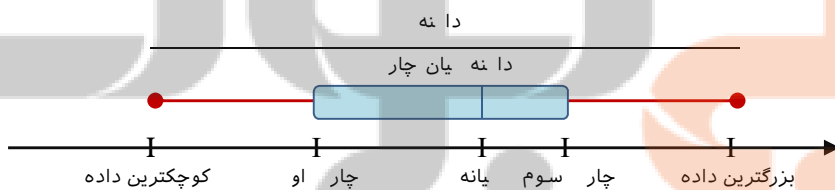
۲. ع ا د ا ع ای ج ا ع ه را **اندازه جامعه** و ع ا د ا ع ای نمونه را **اندازه نمونه** نایم و هر چه راکند تیر ورد بررسی در ج ا ع ه بیشتر با ، برای و اطمینان از ورنو در نمونه، به از ازه نمونه بزرگتری نیاز داریم.

۳. در داده‌ها که یانگین و از را عیار اخ های ناس برای و ی نه ه تن ، وانیم از نموداری استفاده کنیم که بلنی (ارفا) تیل ن نشان دهند ی یانگین و یله خ ای ن به از ازه از را عیار، روی تیل بالا ه با .



۴. نمودار جعبه‌ای:

رو سود ن برای نمایش دانه‌ها و چار های داده‌ها است و بر اساس ن ق ا ر کوچکترین داده- چار او - یانه- چار سوم- بزرگترین داده، رسم ود. نمودار جعبه‌ای به سوالا از قبیل یا داده‌ها به هم نزدیک ه تن ؟ یا داده‌ها بیشتر در اطرا یانگین تمرکز یا بیشتر اطرا کمترین داده یا بیشترین داده تمرکز ، اس ده و در هر ق مت ۲۵ در داده‌ها قرار گیرز . در یک نمودار جعبه‌ای بیش از یک جموعه داده را وان نشان داد، این نمودار برای قای ه ناس است.



۵. برای و ی داده‌های کیف ، گزارش در بای همیشه با گزارش ع ا د همراه با . افزایش ۲۰۰ در ی یرفته گان کنکور و ۲۰ در ی دو دبیرستان ب ون اعلام ع ا د قبولی‌های این دو رسه گمراه کنذ ه است.

فصل دوم الگوها و دنباله

درس اوله مدل سازی و دنباله

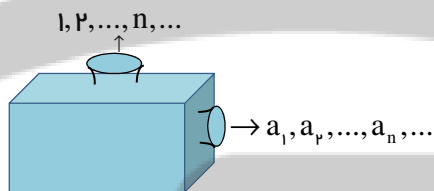
مدل سازی

۱. بیان المی از دنیای واقع به زبان ریاضی را سازی گوییم، هر چه ر فاهیم ریاضی به کار برده ه ساده تر و ابتر و نتیجه کار به یه خوردن نزدیک تر با ، سازی با ارزش تر است. (مثلاً سبب قب بر یک خانه، میزان دارو در بدن بیمار، ریاضی چرا راهنما و رانند و ...)

۲. در تعیین دنباله وابسته که اسبها وابسته به بررسی له در بر له، یا گام او ، دوم و ... و n ام است، از مجموعه اعداد طبیعی استفاده کنیم.

۳. اگر a ابع از N به R با ابع ای برد این ابع اوز دنباله ای از اعداد را اوز تولید کند که به ریاضی جمله او $a(1)$ و جمله دوم $a(2)$ و ... جمله n ام را $a(n)$ در نظر بگیریم.

عمومیت جملات دنباله را به جای $a(n)$ با a_n نشان دهند که n ام جمله a_n ، جمله عمومی دنباله یا ضابطه دنباله نامند.



۴. رابطه بازگشتی: اگر در دنباله ای بین هر جمله و جمله یا جملات قبل از آن رابطه ای برقرار کنیم و جملات دنباله را به کمک آن رابطه بیان نماییم، رابطه a_n را رابطه بازگشتی گوییم. در رابطه بازگشتی باید جمله او و یا گاهی دو جمله او (یا بیشتر) معلوم باشد.

دنباله حسابی

۱. دنباله a (عددی) دنباله‌ای است که در آن هر جمله با اضافه کردن یک عدد ثابت به جمله قبلی به دست می‌آید.

۲. در دنباله a (اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی برابر ثابت است). این ثابت را **اختلاف مشترک** نامیم و با d نشان دهیم.

$$d = a_n - a_{n-1}$$

این رابطه بین دو جمله متوالی را رابطه بازگشت دنباله a نامیم.

۳. اگر دو جمله دلخواه از یک دنباله a را داشته باشیم، اختلاف مشترک برابر است با: $d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$

۴. اگر d مثبت باشد، دنباله a افزایشی و اگر d منفی باشد، دنباله کاهشی و اگر d صفر باشد، دنباله ثابت است.

۵. **نکته** شرط اینکه جمله‌های a_1, a_2, a_3, \dots تشکیل دنباله a دهند، این است که اختلاف هر دو جمله متوالی

$$a_p - a_1 = a_3 - a_2 = \dots$$

۶. اگر a, b, c سه جمله متوالی از یک دنباله a باشند، a, b, c را واسه (یانگین) a و d و c و a نامیم و داریم:

$$2b = a + c \text{ یا } b = \frac{a+c}{2}$$

۷. اگر بین دو عدد a و b n واسه a در کنیم، اختلاف مشترک برابر است با:

$$d = \frac{b-a}{n+1}$$

۸. اگر a_1 جمله اول دنباله a و d اختلاف مشترک دنباله باشد، جمله‌های دنباله به صورت زیر است:

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots$$

و به همین صورت جمله n ام یا جمله عمومی دنباله برابر است با:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

۹. اگر x جمله دلخواه از دنباله a و d اختلاف مشترک آنها باشد، داریم:

$$\dots, x - 2d, x - d, \overset{+d}{x}, \underset{-d}{x} + d, x + 2d, \dots$$

۱۰. اگر a_m جمله دلخواه m ام و d اختلاف مشترک دنباله a باشد، داریم: $a_n = a_m + (n-m)d$

۱۱. معادله هر ابع x ، جمله عمومی یک دنباله a است که در آن x همان اختلاف مشترک است و بالعکس یعنی جمله عمومی هر دنباله a ، معادله یک x است.

۱۲. جموع n جمله او یک دنباله $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ برابر است با:

$$\begin{cases} S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) & \text{(با داده‌ها و جمله او و آخر)} \\ S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] & \text{(با داده‌ها و اختلاف شتر)} \end{cases}$$

۱۳. در هر دنباله a ، برای جموع جملات دنباله داریم: $S_n - S_{n-1} = a_n$

نشر نیجه بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

فصل سوم الگوهاک غیرخطی

درس اول دنباله هندسی

دنباله هندسی

۱. دنباله a دنباله‌ای است که در n به‌جز جمله او هر جمله برابر با a ل r جمله قبلا از n در یک a ثابت است.

۲. در هر دنباله هندسی a ل r هم هر جمله به جمله قبل از n ، r ثابت است که n را نسبت مشترک r با n نشان دهیم.

$$r = \frac{\text{جمله}}{\text{جمله قبلی}} \Rightarrow r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

این رابطه را با r بازگشت دنباله هندسی r نامیم.

۳. اگر دو جمله دلخواه از یک دنباله هندسی را داشته باشیم، نسبت مشترک دنباله برابر است با:

$$r^{n-m} = \frac{a_n}{a_m} \quad (n > m)$$

۴. در یک دنباله هندسی:

- اگر $r > 1$ با ، دنباله افزایشی است.

- اگر $0 < r < 1$ با ، دنباله کاهشی است.

- اگر $r = 1$ با ، دنباله ثابت است.

- اگر $r < 0$ با ، دنباله نوسانی است.

۵. شرط اینکه جمله‌های a_1, a_2, a_3, \dots تشکیل دنباله هندسی دهند، این است که نسبت هر دو جمله متوالی برابر

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$$

۶. اگر a, b, c سه جمله متوالی از یک دنباله a با b ، c و d دو a و c

$$b^2 = ac \quad \text{یا} \quad b = \pm\sqrt{ac}$$

۷. اگر a_1 جمله او دنباله هندسی r نسبت مشترک دنباله r باشد، جمله‌های دنباله به صورت زیر است:

$$a_1, a_1 r, a_1 r^2, \dots$$

$$a_n = a_1 \left(\frac{1-r^n}{1-r} \right)$$

و به همین صورت جمله n ام یا جمله عمومی دنباله برابر است با:

۹. اگر در دنباله هندسی $|r| < 1$ با ، مجموع n جمله از این دنباله هندسی (مجموعه) برابر است با:

$$S = \frac{a_1}{1-r}$$

۱۰. دنباله‌ای که هم a با و هم هندسی، دنباله ثابت است.

۱۱. هر اربع‌نما ، جمله عمومی یک دنباله هندسی است که در n ایه همان نسبت مشترک است و بالعکس ،

یعنی جمله عمومی هر دنباله هندسی، به صورت یک اربع‌نما است.

درس دوم ریشه n ام و توان گویا

ریشه‌ی n ام و توان گویا

۱. برای عدد طبیعی n بزرگتر از ۱، اگر $b^n = a$ با a و b را توان n ام عدد b و عدد a را ریشه n ام عدد a نامیم.

۲. هر عدد حقیق a دارای ی ریشه فرد به $\sqrt[n]{a}$ است.

۳. هر عدد حقیق بت دارای دو ریشه زو به $\sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$ است که قرینه یک دیگر هستند.

۴. اعداد منفی ریشه زو ندارند.

۵. تمام ریشه‌های زو و فرد عدد برابر فرست. $\sqrt[n]{0} = 0$.

۶. ریشه‌های n ام عدد a در واقع ریشه‌های معادله $x^n = |a|$ هستند.

۷. اگر عددی فرد با $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$

اگر عددی زو با $\sqrt[n]{a^n} = |a|$: (n زو)
 $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & (n \text{ زو}) \\ a & (n \text{ فرد}) \end{cases}$

۸. رابطه $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ همواره برقرار نیست.

۹. اگر عدد طبیعی بزرگتر از ۱ با $\frac{1}{n}$ عدد حقیق و بت a برابر است با: $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

۱۰. اگر m و n دو عدد طبیعی باشند، توان گویای عدد حقیق و بت a برابر است با:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad x^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

۱۱. برای اعداد حقیق و بت a و اعداد طبیعی m داریم:

۱۲. اگر m و n اعداد طبیعی باشند، روابط زیر برای اعداد حقیق a و b برقرار هستند.

۱) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

۲) $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

۳) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$

۴) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad (b \neq 0)$

۵) $(a^m)^n = a^{mn}$

۶) $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$

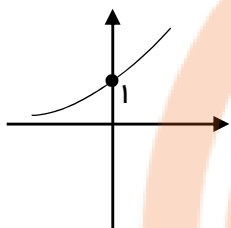
۷) $a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad (a \neq 0)$

۱۳. در مورد توان‌های گویا، $(m, n \in \mathbb{Q})$ روابط بالا فقط برای اعداد حقیق بت برقرار خواهد بود.

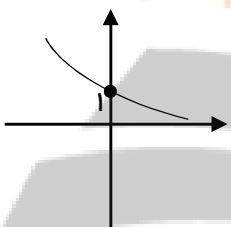
دروس سوم تابع نمایی

تابع نمایی

۱. برای هر عدد حقیقی a و x تابع $y = a^x$ را **تابع نمایی** نامیم که در آن a پایه و x توان یا **نمای** ه x است. (تغییر تابع باید در توان باشد)



۲. اگر پایه بزرگتر از ۱ باشد ($a > 1$) نمودار تابع به صورت قابل است که با افزایش x (عودی) است.



۳. اگر پایه بین ۰ و ۱ باشد ($0 < a < 1$) نمودار تابع به صورت قابل است که با کاهش x (نزولی) است.

۴. در هر دو حالت تابع (نزولی یا عودی) دامنه تابع تمام اعداد حقیقی \mathbb{R} و بردن برابر اعداد حقیقی مثبت \mathbb{R}^+ یا $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 0\}$ است.

۵. هر نقطه تقاطع نمودار تابع با محورهای x و y همواره برابر ۱ است و این نقطه $(0, 1)$ است.

۶. اگر c از اولیه t برابر c و میزان پیرات t در زمان t برابر r باشد، c از زمان t برابر است با: $f(t) = c(1+r)^t$

۷. تابع $f(t) = c(1+r)^t$ را **معادله زوال نمایی** نامیم که در آن c از اولیه، r میزان نزول بر اعشار و t زمان است.

سوال

- ۱- ۲۰ کتاب روان‌شناسی و ۲۵ کتاب علوم تربیتی مختلف در یک کتابخانه موجود است.
 الف) به چند طریق می‌توان یک کتاب روان‌شناسی یا یک کتاب علوم تربیتی را انتخاب کرد.
 ب) به چند طریق می‌توان یک کتاب روان‌شناسی و یک کتاب تربیتی انتخاب کرد.

سوال

- ۲- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ مفروض است.
 الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟
 ب) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۷۰۰۰۰ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟
 ج) چند زیر مجموعه سه عضوی از مجموعه A می‌توان نوشت؟

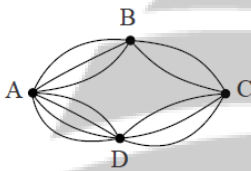
سوال

- ۳- مجموعه $A = \{3, 7, 4, 5, 9, 1\}$ مفروض است.
 الف) چند زیر مجموعه سه عضوی متشکل از اعضای فرد A می‌توان نوشت؟
 ب) چند زیر مجموعه سه عضوی شامل ۹ و فاقد ۴ می‌توان نوشت؟

سوال

- ۴- روی محیط یک دایره ۱۰ نقطه وجود دارد.
 الف) چه تعداد مثلث با این ۱۰ نقطه می‌توان نوشت؟
 ب) چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟

سوال



- ۵- مطابق شکل رویه‌رو بین چهار شهر A, B, C, D راه‌هایی وجود دارد. به چند طریق می‌توان:
 الف) از شهر A به شهر C از طریق B مسافرت کرد؟
 ب) از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟

سوال

- ۶- حاصل را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف) $۲! \times ۴!$

ب) $\frac{۵!}{۳!}$

پ) $\frac{۱۱!}{۵! \times ۲!}$

ت) $\frac{۶!}{۴! \times ۵!}$

سوال

۷- یک تاس را پرتاب می‌کنیم. مطلوب است:

(الف) فضای نمونه.

(ب) پیشامد A که عدد روشده زوج باشد.

(ج) پیشامد B که عدد روشده بیشتر از ۴ باشد.

(د) پیشامد $B - A$.

سوال

۸- یک سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم، مطلوب است محاسبه:

(الف) فضای نمونه.

(ب) پیشامد A که حداقل یک بار رو بیاید.

(پ) پیشامد B که تعداد رو و پشت‌ها یکسان باشد.

(ت) پیشامد $A \cap B$.

سوال

۹- ۵ نفر در یک تاکسی سوار شده‌اند. احتمال اینکه:

(الف) هر ۵ نفر در ماه خرداد متولد شده باشند.

(ب) هر ۵ نفر در یک ماه خاص از سال متولد شده باشند.

(ج) تولد هیچ دوتای آن‌ها در یک ماه نباشد.

سوال

۱۰ - خانواده‌ای دارای سه فرزند است. مطلوب است:

(الف) فضای نمونه.

(ب) پیشامد A که هر سه فرزند از یک جنسیت باشند.

(پ) پیشامد B که فقط یک دختر داشته باشند.

(ت) پیشامد C که حداقل دو پسر داشته باشند.

(ث) پیشامد D که حداکثر یک پسر داشته باشند.

سوال

۱۱ - از جعبه‌ای که دارای ۷ سیب سالم و ۶ سیب لکه‌دار است، ۳ سیب به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است اینکه:

(الف) هر سه سیب سالم باشند.

(ب) دو سیب سالم و یکی لکه‌دار باشد.

(پ) تعداد سیب‌های سالم بیشتر باشد.

سوال

۱۲ - ۶ پرچم روی شش میله پرچم با شماره‌های ۱ تا ۶ نصب شده‌است. اگر پرچم‌ها به تصادف کنارهم قرار بگیرند، مطلوب است احتمال اینکه

میله پرچم‌های غیر اول در مکان‌های زوج باشد.



سوال

۱۳- از بین ۹ عضو انجمن مدرسه سه نفر در موردی رأی مثبت و ۲ نفر رأی منفی و ۴ نفر رأی ممتنع داده‌اند. سه نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه:
الف) هر سه رأی مثبت یا هر سه رأی ممتنع داده باشند.
ب) دو نفر رأی مثبت و یکی رأی منفی داده باشد.

سوال

۱۴- برای داده‌های زیر نمودار میانگین و انحراف معیار را رسم کنید.

۳ و ۷ و ۴ و ۶ و ۵

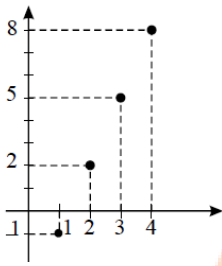
سوال

۱۵- در داده‌های زیر نمودار جعبه‌ای رسم کنید.

۲ و ۱۶ و ۱ و ۱۷ و ۱۵ و ۱۰ و ۹ و ۶ و ۴ و ۷ و ۳

سوال

۱۶- با توجه به نمودار مقابل، ضابطه دنباله را بیابید.



سوال

۱۷- جمله $2n + 1$ ام یک دنباله بر حسب n به صورت $\frac{n+2}{2n-3}$ می باشد، جمله ۱۱ ام را بیابید.

سوال

۱۸- جمله چهارم دنباله $a_n = \frac{n^2 + n}{n - 3}$ با جمله چندم برابر است؟

سوال

۱۹- چندمین جمله از دنباله $a_n = \frac{2n+3}{5n}$ برابر $\frac{1}{2}$ می‌باشد؟

سوال

۲۰- جمله سوم یک دنباله حسابی ۱۱ و جمله ششم آن ۲۹ است، دنباله حسابی را مشخص کنید.

سوال

۲۱- اگر تابع f مدل ریاضی هر کدام از مسائل زیر باشد، دامنه هر کدام از آن‌ها را مشخص کنید.

\mathbb{N} \mathbb{R}

الف) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ کیلومتر

\mathbb{N} \mathbb{R}

ب) میزان استفاده دانش‌آموزان یک مدرسه از اینترنت در هر ساعت

\mathbb{N} \mathbb{R}

ج) حجم مکعبی به ضلع x

\mathbb{N} \mathbb{R}

د) تغییرات سطح دریاچه ارومیه در بیست سال اخیر

\mathbb{N} \mathbb{R}

ه) میزان مصرف ماهیانه آب در یک واحد مسکونی



سوال

۲۲- براساس رابطه به دست آمده در مسئله ۶، سه عدد را به گونه‌ای میان اعداد ۱۰ و ۱۸ قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند.

سوال

۲۳- با نوشتن جملات رابطه‌های بازگشتی، مشخص کنید کدام یک دنباله حسابی است.

الف

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} \quad a_1 = 2$$

ب

$$a_{n+1} = a_n + 5 \quad a_1 = -1$$

پ

$$a_{n+1} = 5a_n + 1 \quad a_1 = -1$$

سوال

۲۴- هشتمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۶۵ و جمله شانزدهم آن برابر ۱۰۵ است. جمله بیست و نهم این دنباله را به دست آورید.



سوال

۲۵- مجموع چند جمله از دنباله حسابی $۲, ۷, ۱۲, ۰۰۰$ برابر ۸۷ است؟

سوال

۲۶- اگر مجموع n جمله اول دنباله‌ای به صورت $S_n = 3n^2 - 8n$ باشد، جمله عمومی دنباله را به دست آورید.

سوال

۲۷- بین دو عدد ۵ و ۲۱ ، هفت واسطه حسابی درج کرده‌ایم، مجموع کل جملات را بیابید.



سوال

۲۸- در دنباله حسابی $-21, 000, x, -27$ مجموع جملات منفی را بیابید.

سوال

۲۹- مجموع عددهای زیر را به دست آورید.

۱۳ و ۰۰۰ و ۸۱ و ۸۵ و ۸۹ (ب) ۴۰۱ و ۰۰۰ و ۹ و ۵ و ۱ (الف)

سوال

۳۰- در دنباله $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -2$ و $a_1 = -3$ واسطه هندسی بین جملات چهارم و هشتم را به دست آورید.

سوال

۳۱- در دنباله هندسی $8 - x, x, 12 + x, \dots$ جمله پنجم را به دست آورید. (می دانیم x عددی مثبت است)

سوال

۳۲- حاصل $\frac{1 + x + x^2 + \dots + x^{11}}{1 + x^3 + x^6 + x^9}$ را به ازای $x = \sqrt{2}$ به دست آورید.

سوال

۳۳- در یک دنباله هندسی، جمله سوم $-\frac{1}{4}$ و جمله هشتم 8 است. جمله دهم را به دست آورید.

سوال

۳۴- حاصل $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{320}$ را به دست آورید.

سوال

۳۵- بین ۶ و ۱۹۲ چهار عدد را به گونه‌ای قرار داده‌ایم که این ۶ عدد با هم تشکیل دنباله هندسی دهند. آن جملات کدام اند؟

سوال

۳۶- اولین جمله از یک دنباله هندسی ۲۵۶ و نسبت مشترک $\frac{1}{2}$ است. چندمین جمله برابر ۲ است؟

سوال

۳۷- بین دو عدد ۶ و ۹۶ سه واسطه هندسی درج کنید که این ۵ عدد با هم تشکیل دنباله هندسی بدهند.

سوال

۳۸- واسطه هندسی بین دو عدد $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ و $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ را به دست آورید.

سوال

۳۹- جمله‌های پنجم و هشتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ هستند. جمله یازدهم را به دست آورید.

تلاشی در مسیر موفقیت

سوال

۴۰- اگر $2x - 1, x + 1, 2x + 1$ جملات متوالی دنباله هندسی باشند، x را به دست آورید.

سوال

۴۱- حاصل $81^{\frac{1}{4}} \times 16^{\frac{3}{4}} \times (0,04)^{-\frac{3}{2}}$ را بدست آورید.

سوال

۴۲- حاصل $\sqrt[4]{\frac{1}{9}} \times (27^{\frac{5}{3}})^{\frac{2}{5}}$ را بدست آورید.

سوال

۴۳- حاصل $\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{2}$ را بدست آورید.

سوال

۴۴- حاصل $A = \frac{35^y \times 49 \times 10^z}{14 \times \frac{1}{5} \times \sqrt[3]{128} \times 5^{10}}$ را بدست آورید.

سوال

۴۵- مقدار x را در تساوی $(3^x)^y = \frac{1}{9^5} \times 27$ بدست آورید.

سوال

۴۶- $f(x) = \begin{cases} 2^x & x \geq 0 \\ 3^x & x \leq 0 \end{cases}$ باشد. $f(3) \cdot f(-2)$ را بدست آورید.

سوال

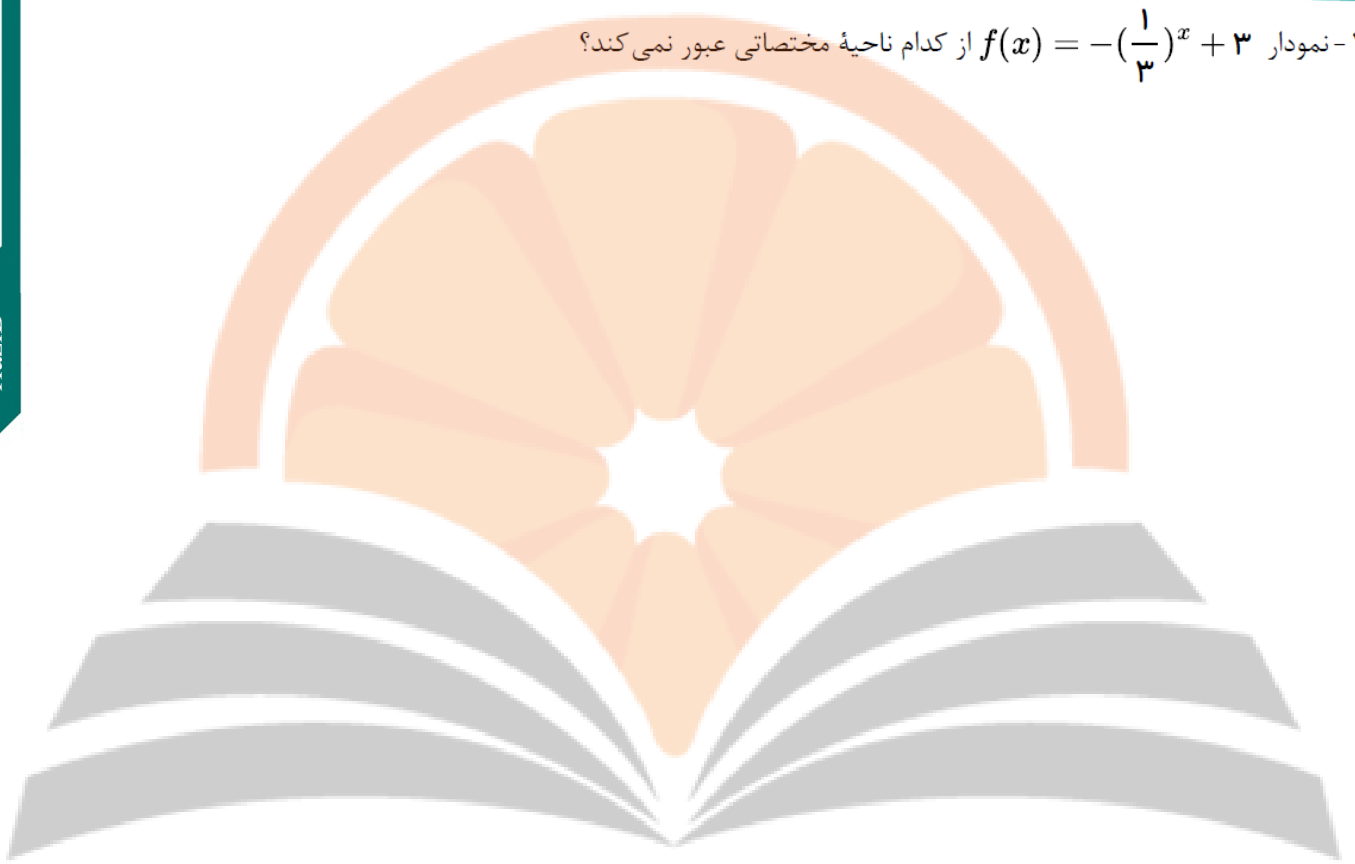
۴۷- حاصل $2 \cdot 243^{-2} + \left(\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$ را بدست آورید.

سوال

۴۸- اگر $f(x) = (k+2)x + 5^x$ تابعی نمایی باشد. آنگاه مقدار $[(k+4)^x]$ را به ازای $x = 2$ به دست آورید.

تلاشی در مسیر موفقیت

۴۹- نمودار $f(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$ از کدام ناحیه مختصاتی عبور نمی کند؟



نزد ننگ بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

آزمون (۱)

سوال

۱. جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

(الف) با حروف کلمه (flower) و بدون تکرار حرف..... کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که به ۲ ختم شوند.

(ب) در فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس، پیشامد.....، یک پیشامد نشدنی و پیشامد.....، یک پیشامد حتمی است.

(پ) احتمال آنکه ناهید فردا به سفر برود برابر $\frac{۳}{۵}$ است. احتمال آنکه او فردا به سفر نرود..... است.

(ت) در مطالعه «رنگ مورد علاقه جوانان شهر شیراز برای لباس» جامعه آماری..... و متغیر تصادفی..... است که در آن نوع متغیر تصادفی و مقیاس اندازه‌گیری آن..... می‌باشد.

(ث) در دنباله بازگشتی $a_1 = a_p = 1$ و $a_n = a_{n-1} - a_{n-p} - (n-3)$ مقدار a_6 است.

سوال

۲. گزینه درست را انتخاب کنید.

(الف) چند عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۵ و متشکل از رقم‌های فرد وجود دارد؟ (خارج کشور انسانی - ۹۱)

(۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

(ب) از ۱۲ نفر دانش‌آموز نمونه، به چند راه می‌توان ۳ نفر را جهت مشارکت در سه مورد متمایز امور مدرسه، انتخاب کرد؟ (خارج کشور انسانی - ۹۱)

(۱) ۱۳۲۰ (۲) ۶۶۰ (۳) ۳۳۰ (۴) ۲۲۰

(پ) اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار گرفتن ارقام متمایز ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ به وجود آید، احتمال آنکه این عدد زوج باشد، کدام است؟ (کنکور ریاضی - ۸۵)

(۱) $\frac{۳}{۸}$ (۲) $\frac{۱}{۲}$ (۳) $\frac{۵}{۸}$ (۴) $\frac{۳}{۵}$

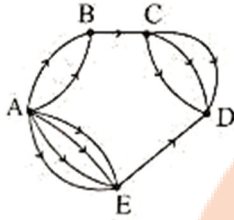
(ت) جمله عمومی کدام دنباله اشتباه بیان شده است؟

(۱) $\sqrt{۳}, \sqrt{۵}, \sqrt{۷}, \dots \Rightarrow a_n = \sqrt{۲n+1}$ (۲) $۱, -۱۶, ۸۱, -۲۵۶, \dots \Rightarrow a_n = (-1)^n - n^4$

(۳) $۱, ۲\sqrt{۲}, \sqrt{۲۷}, ۸, \dots \Rightarrow a_n = \sqrt{n^3}$ (۴) $۱, ۰/۲, ۰/۰۴, ۰/۰۰۸, \dots \Rightarrow a_n = (۰/۲)^{n-1}$

سوال

۳. الف) اگر تمام جاده‌های یک طرفه بین شهرهای A, B, C, D, E به صورت زیر باشد، مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر D رفت؟



ب) تعداد جاده‌های یک‌طرفه از شهر B به C و از شهر E به D را طوری تغییر دهید که بتوان به ۲۲ طریق از شهر A به D مسافرت کرد.

سوال

۴. کدامیک از تساوی‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟ (با ذکر دلیل) (نهایی کشوری - خرداد ۹۶)

الف) $(3!)^2 = 9!$

ب) $3 \times 4 = 4!$

سوال

۵. از فهرست نام ۱۲ دانش‌آموز، ۴ نام را برای بازدید از موزه انتخاب می‌کنیم. تعداد راه‌های ممکن برای انتخاب این ۴ نفر را به دست آورید. (نهایی کشوری - خرداد ۹۵)

سوال

۶. اگر فردی یکی از خانه‌هایی را که برای فروش در روزنامه آگهی کرده‌اند، خریداری کند و پیشامدهای زیر را داشته باشیم:

T پیشامدی است که خانه ۳ اتاق یا بیشتر داشته باشد.

U پیشامدی است که خانه دارای شومینه باشد.

V پیشامدی است که خانه بیش از ۶۰۰ میلیون تومان ارزش داشته باشد.

هر یک از پیشامدهای $T \cup V$, $T \cap V$, $T \cap V'$ را توصیف کنید.

سوال

۷. دو تاس را با هم می‌ریزیم. احتمال آن را بیابید که مجموع اعداد ظاهر شده روی تاس‌ها برابر ۶ شود. (نهایی کشوری- خرداد ۹۵)

سوال

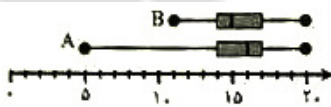
۸. از یک جعبه محتوی ۴ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب، ۳ لامپ به طور تصادفی بیرون می‌آوریم. مطلوب است احتمال آنکه:
 الف) هر سه لامپ معیوب باشند.
 ب) حداقل دو لامپ سالم باشد.
 (نهایی کشوری- دی ۹۶)

سوال

۹. «اشاعه اعتقادات مذهبی یکی از راه‌های کاهش جرائم است.»
 با انتخاب یکی جامعه آماری محدود و انتخاب متغیر تصادفی مناسب این مسأله را به صورت دقیق و شفاف بیان کنید.

سوال

۱۰. نمره درس عربی پایه دهم دو دبیرستان هیات امنایی شهر اصفهان به صورت زیر است:



الف) از مقایسه میانه دبیرستان A با میانه دبیرستان B چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
 ب) در کدام دبیرستان گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه کننده باشد؟ چرا؟
 پ) کدام مدرسه وضعیت بهتری دارد؟ چرا؟
 ت) نتایج این مطالعه را به چه جامعه‌ای می‌توان تعمیم داد؟

سوال

۱۱. اگر در حل مسأله آماری، اندازه‌گیری وزن افراد نمونه با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شود، مشخص کنید کدام گام در چرخه آمار نادرست اجرا شده و چگونه به گام‌های دیگر اثر می‌گذارد؟

سوال

۱۲. اگر تابع f مدل ریاضی هر کدام از مسائل زیر باشد، دامنه‌ی هر کدام از آنها را مشخص کنید.
 الف) تعداد افرادی که در هر طبقه از طبقات یک برج، از آسانسور پیاده می‌شوند. ($\square N, \square R$)
 ب) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ کیلومتر. ($\square N, \square R$)

سوال

۱۳. با توجه به دنباله‌های $a_n = \frac{n^2 - n}{1 + n}$, $b_n = 2 + (-1)^n$, $c_n = (-1)^{n+1}$ ، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.

الف) $b_{10} - c_8 + 5a_6$

ب) $\frac{c_{2n}}{n \cdot b_{2n}}$

سوال

۱۴. جمله اول دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2} a_n & n \text{ زوج} \\ 3a_n - n & n \text{ فرد} \end{cases}$ را با فرض $a_1 = -2$ نوشته و صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید.

◀◀ آزمون (۲)

سوال

۱. کدامیک از عبارتهای زیر درست و کدام نادرست است؟
 الف) یک نمونه خوب، نمایانگر خصوصیات جامعه آماری است.
 ب) هر چه جامعه بزرگتر باشد، نمونه مقدار ثابتی است.
 پ) اختلاف مشترک دنباله حسابی عددی منفی است.
 ت) در هر دنباله هندسی، نسبت دو جمله متوالی عددی ثابت است.

- درست / نادرست
- درست / نادرست
- درست / نادرست
- درست / نادرست

سوال

۲. کدامیک از عبارتهای زیر درست و کدامیک نادرست است؟ (با ذکر دلیل) (نهایی کشوری- خرداد ۹۷)

الف) $P(2, 1) = 1$

ب) $2 \times 3! = 12$

سوال

۳. به چند طریق می‌توان از بین ۱۲ نفر داوطلب نمایندگی شورای شهر، ۴ نفر را انتخاب کرد؟ (نهایی کشوری- دی ۹۵)

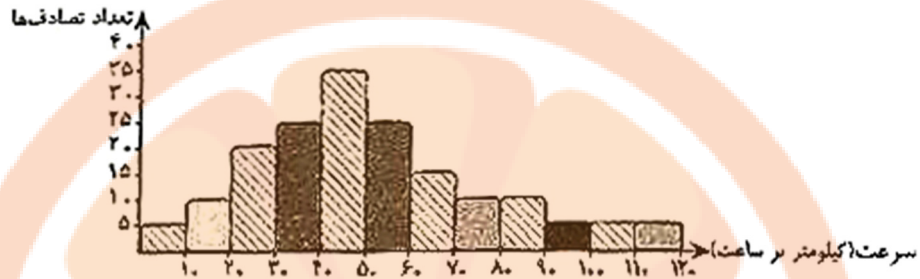
سوال

۴. الف) اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، با رسم نمودار ون، پیشامد «تنها یکی از دو پیشامد A یا B اتفاق بیفتد» را نمایش دهید. (نهایی کشوری- خرداد ۹۵)

ب) اگر عدد ۴ رقمی (بدون تکرار ارقام) کمتر از ۷۰۰۰ به صورت تصادفی با ارقام ۱، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۹ بوجود آید، احتمال آنکه عدد ساخته شده روح باشد را بیابید. (نهایی کشوری- دی ۹۵)

سوال

۵. نمودار زیر نشان دهنده تعداد تصادف‌های اتومبیل‌ها و سرعت حرکت آنها در زمان تصادف است.



همانطور که دیده می‌شود تعداد تصادفات اتومبیل‌هایی که با سرعت بالاتر از ۹۰ کیلومتر در ساعت رفته‌اند کمتر است. پس «هر چه سریع‌تر بروید، مطمئن‌تر و امن‌تر است.» نتیجه‌گیری فوق چه اشکالی دارد؟ برای رفع این مشکل چه پیشنهادی دارید؟

سوال

۶. رابطه بازگشتی دنباله‌ای به صورت $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 2a_n - 3n$ است. این دنباله را با نوشتن چهار جمله اول مشخص کنید.

سوال

۷. در یک دنباله حسابی، جملات هفتم و چهاردهم به ترتیب ۱۱ و ۳۹ است. این دنباله چند جمله منفی دارد؟

سوال

۸. ضابطه بازگشتی یک دنباله حسابی به صورت $a_1 = 4$ و $a_n = a_{n-1} - 5$ است. جمله عمومی دنباله را مشخص کنید.

سوال

۹. مجموع بیست جمله اول دنباله حسابی $1, -3, -5, \dots$ را بیابید.

سوال

۱۰. مقدار m را چنان بیابید که $a_1 = \sqrt{2} - 1$ و $a_p = 2m - 3$ و $a_m = \sqrt{2} + 1$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند.

سوال

۱۱. جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است.

الف) این دنباله را با نوشتن سه جمله اول آن مشخص کنید.

ب) ضابطه بازگشتی این دنباله را بنویسید.

سوال

۱۲. مجموع ۷ جمله اول دنباله هندسی $\dots, 8, -4, 2$ را حساب کنید.



سوال

۱۳. از تساوی $(\frac{5}{6})^x = 4 \times 2^{x+1}$ ، عدد x کدام است؟ (کنکور انسانی - ۹۶)

سوال

۱۴. عبارتهای سمت راست را به عدد مربوط در سمت چپ وصل کنید:

(الف) نسبت مشترک دنباله هندسی $a = 3^{-x}$ (a) ۳

(ب) ریشه چهارم ۸۱ (b) ± 3

(پ) ریشه سوم ۲۷ (c) $\frac{1}{3}$

(ت) عرض از مبدأ تابع نمایی $y = 3^{x-2}$ (d) $\frac{1}{9}$

سوال

۱۵. آیا $\sqrt[4]{16}$ و ریشه‌های چهارم ۱۶ یکی است؟

سوال

۱۶. حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

(الف) $64^{\frac{1}{2}} + 64^{\frac{1}{3}} + 64^{\frac{1}{6}}$

(ب) $(\sqrt{6} \times 216) \div \sqrt[3]{36}$

سوال

۱۷. نمودار دو تابع $f(x) = 3^x$ و $g(x) = 3^{-x}$ را رسم کرده و با هم مقایسه کنید.

سوال

۱۸. اگر جمعیت شهری در حال حاضر ۶۰۰ هزار نفر باشد و سالانه ۳ درصد به جمعیت آن اضافه شود، آیا پس از ۱۰ سال، جمعیت این شهر به یک میلیون نفر خواهد رسید؟

نزد ننگ بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

پاسخ تشریحی آزمون (۱)

سوال ۱

(ب) آمدن عدد بزرگتر از ۶ - آمدن یک عدد طبیعی (پاسخ باز است)
 (ت) جوانان شهر شیراز - رنگ مورد علاقه جوانان - کیفی، اسمی

- الف) ۶۰
 پ) $\frac{۲}{۵}$
 ث) -۲

سوال ۲

الف) گزینه (۴) چون در مسأله عنوان نشده که تکرار مجاز است، تکرار ارقام را مجاز می‌گیریم و برای ساخت این عدد باید از ارقام فرد ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ استفاده نماییم.

$$۵ \times ۵ \times ۱ = ۲۵$$

ب) گزینه (۱) به علت متمایز بودن سه کار، ترتیب اهمیت دارد.

$$P(۱, ۲, ۳) = \frac{۱۲!}{۹!} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰ \times ۹!}{۹!} = ۱۳۲۰$$

پ) گزینه (۳)

$$\left. \begin{array}{l} n(s) = ۴ \times ۴ \times ۳ = ۴۸ \\ n(A) = \underbrace{۴ \times ۳ \times ۱}_{\text{یکان}} + \underbrace{۳ \times ۳ \times ۲}_{\text{یکان ۲ یا ۴}} = ۱۲ + ۱۸ = ۳۰ \end{array} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{۳۰}{۴۸} = \frac{۵}{۸}$$

ت) گزینه (۲)

سوال ۳

الف)

$$\underbrace{۲}_{B \text{ به } A} \times \underbrace{۱}_{C \text{ به } B} \times \underbrace{۳}_{D \text{ به } C} + \underbrace{۴}_{E \text{ به } A} \times \underbrace{۱}_{D \text{ به } E} = ۶ + ۴ = ۱۰$$

ب) اگر تعداد مسیرهای B به C را x و E به D را y در نظر بگیریم:

$$۲ \times x \times ۳ + ۴ \times y = ۲۲ \Rightarrow ۶x + ۴y = ۲۲$$

برای یافتن مقدار x و y، به کمک راهبرد الگوسازی خواهیم داشت:

x	۱	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۳
y	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۱
6x + 4y	۱۰	۱۴	۱۸	۲۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۲

بنابراین اگر تعداد جاده‌های B به C را ۱ و E به D را ۴ تعریف کنیم یا اینکه تعداد جاده‌های B به C را ۳ و E به D را یک تعریف کنیم، می‌توان به ۲۲ طریق از شهر A به D رفت.



سوال ۴

الف) نادرست

$$۳! = ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶ \Rightarrow (۳!)^۲ = ۶^۲ = ۳۶ \text{ و } ۹! = ۳۶۲۸۸۰$$

ب) درست

$$۳! \times ۴ = ۶ \times ۴ = ۲۴ \text{ و } ۴! = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۴$$

سوال ۵

$$C(۱۲, ۴) = \frac{۱۲!}{۸! \times ۴!} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰ \times ۹!}{۸! \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۴۹۵$$

سوال ۶

T' پیشامد آن است که خانه کمتر از سه اتاق داشته باشد.

$T \cap V$ پیشامد آن است که خانه دارای شومینه بوده و سه اتاق یا بیشتر داشته باشد.

TUV' پیشامد آن است که خانه سه اتاق یا بیشتر داشته یا بیش از ۶۰۰ میلیون تومان ارزش نداشته باشد.

سوال ۷

$$n(s) = ۳۶, A = \{(۱, ۵), (۲, ۴), (۳, ۳), (۴, ۲), (۵, ۱)\} \Rightarrow P(A) = \frac{۵}{۳۶}$$

سوال ۸

$$n(s) = C(۹, ۳) = \frac{۹!}{۶! \times ۳!} = ۸۴$$

$$\text{الف) } n(A) = C(۴, ۳) = ۴ \Rightarrow P(A) = \frac{۱}{۲۱}$$

$$\text{ب) } n(B) = C(۴, ۲) \times C(۵, ۱) + C(۴, ۳) = ۳۴ \Rightarrow P(B) = \frac{۳۴}{۸۴} = \frac{۱۷}{۴۲}$$

سوال ۹

با انتخاب جامعه آماری، افراد شهر خود با سن ۱۶ تا ۵۰ سال که در محله‌های مذهبی یا در نزدیکی مساجد و اماکن مذهبی هستند و بررسی متوسط تعداد تخلفات اتفاق افتاده یا گزارش شده در آنجا و مقایسه آن با سایر جاهای دیگر، می‌توان مسأله را شفافتر بیان کرد.

سوال ۱۰

الف) نیمی از دانش‌آموزان دبیرستان A نمره بالاتر از ۱۶ در حالی که نیمی از دانش‌آموزان دبیرستان B نمره بالاتر از ۱۵ دارند.
 ب) دبیرستان A - وجود داده دور افتاده با توجه به کشیدگی سیل چپ.
 پ) مدرسه B - پراکندگی کمتر داده‌ها ($R_B = 9$, $R_A = 15$) و داشتن حداقل نمره ۱۱.
 ت) دانش‌آموزان پایه دهم مدارس هیأت امنایی اصفهان.

سوال ۱۱

طرح و برنامه‌ریزی - باعث می‌شود در تحلیل داده‌ها و رسم نمودارها دچار خطا شویم و نتیجه‌گیری و تفسیر نادرستی از نتایج به دست آمده داشته باشیم.

سوال ۱۲

الف) \mathbb{N} ب) \mathbb{R}

سوال ۱۳

الف) $b_{10} = 2 + (-1)^{10} = 2 + 1 = 3$, $c_8 = (-1)^8 \times 16 = -16$,

$$a_5 = \frac{16 - 4}{1 + 4} = \frac{12}{5} \Rightarrow b_{10} - c_8 + 5a_5 = 3 + 16 + 5\left(\frac{12}{5}\right) = 31$$

ب) $c_{pn} = (-1)^{pn+1} \times 2(pn) = (-1)(4n) = -4n$, $b_{pn} = 2 + (-1)^{pn} \Rightarrow 2 + 1 = 3 \Rightarrow \frac{c_{pn}}{n \times b_{pn}} = \frac{-4n}{n \times 3} = -\frac{4}{3}$

سوال ۱۴

$$n = 1 \Rightarrow a_p = 3a_1 - 1 = 3(-2) = -7$$

$$n = 2 \Rightarrow a_p = \frac{1}{2}a_p = \frac{-7}{2}$$

$$n = 3 \Rightarrow a_p = 3a_p - 3 = 3\left(\frac{-7}{2}\right) - 3 = \frac{-27}{2}$$

$$n = 4 \Rightarrow a_p = \frac{1}{2}a_p = \frac{1}{2}\left(\frac{-27}{2}\right) = \frac{-27}{4}$$

$$n = 5 \Rightarrow a_p = 3a_p - 5 = 3\left(\frac{-27}{4}\right) - 5 = \frac{-101}{4}$$

دنباله نه صعودی و نه نزولی است زیرا دنباله از ۲ به ۷ کاهش و از ۷ به ۳/۵ افزایش و به همین صورت ادامه پیدا می‌کند.

پاسخ تشریحی آزمون (۲)

سوال ۱

الف) درست (ب) نادرست (پ) نادرست (ت) درست

سوال ۲

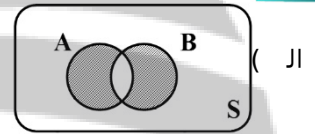
الف) نادرست $P(2, 2, 1) = \frac{22!}{21!} = \frac{22 \times 21!}{21!} = 22$ (ب) درست $2 \times 3 = (2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 2 \times 6 = 12$

سوال ۳

$$C(12, 4) = \frac{12!}{4!8!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 8!} = 495$$

سوال ۴

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3 \times 4 \times 3 \times 2}{4 \times 5 \times 4 \times 3} = \frac{3}{10}$$



سوال ۵

از آنجا که a_n بین‌ها که با سرعت بالا حرکت کند کم است، در این a_n کم نیز a_n بین‌های a_n کرده به نسبت سایر a_n بین‌ها کم به نظر رسد. در حالی که a_n زیادی از a_n بین‌ها با سرعت توسعه حرکت کنند و در این a_n زیاد نیز بالابعد a_n ادفات بیشتر است. برای رفع شکل کاف است فراوانی a_n ادفات را با یکدیگر مقایسه کنیم.

سوال ۶

$$\left. \begin{aligned} a_p &= 2a_1 - 3(1) = 2(2) - 3 = 1 \\ a_m &= 2a_1 - 3(2) = 2(1) - 6 = -4 \\ a_f &= 2a_1 - 3(3) = 2(-4) - 9 = -17 \end{aligned} \right\} \text{ دنباله: } 2, -4, -17, \dots$$

سوال ۷

$$\begin{cases} a_v = 11 \\ a_{1f} = 39 \end{cases} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} \begin{cases} a_1 + 6d = 11 \\ a_1 + 13d = 39 \end{cases} \rightarrow vd = 28 \Rightarrow d = 4 \quad a_1 + 6(4) = 11 \Rightarrow a_1 = -13$$

دنباله: $-13, -9, -5, -1, 3, \dots$

این دنباله ۴ جمله منفی دارد.

سوال ۸

$$a_p = a_1 - 0/5 = 4 - 0/5 = 3/5$$

$$d = a_p - a_1 = 3/5 - 4 = -0/5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 4 + (n-1)(-0/5) = 4 - 0/5n + 0/5 = -0/5n + 4$$

سوال ۹

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow{d=a_p-a_1=3-4=-1} S_{p_0} = \frac{p_0}{2} [2(-1) + 19(1)] \Rightarrow S_{p_0} = 10[-10 + 19] = 10[9] = 90$$

سوال ۱۰

هندسی : $a_p = \pm \sqrt{a_1 a_m} \Rightarrow 2m - 3 = \pm \sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \Rightarrow 2m - 3 = \pm \sqrt{(\sqrt{2})^2 - (1)^2} \Rightarrow 2m - 3 = \pm 1$

$$a_p = \pm \sqrt{a_1 a_m} \Rightarrow 2m - 3 = \pm \sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \Rightarrow 2m - 3 = \pm \sqrt{(\sqrt{2})^2 - (1)^2} \Rightarrow 2m - 3 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m - 3 = 1 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2 \\ 2m - 3 = -1 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \end{cases}$$

سوال ۱۱

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 2^{(1)-1} = 2^0 = 1 \\ \text{الف) } a_p &= 2^{p(p)-1} = 2^3 = 8 \\ a_m &= 2^{p(p)-1} = 2^5 = 32 \end{aligned} \right\} \text{ دنباله : } 1, 8, 32, \dots$$

ب) $r = \frac{a_p}{a_1} = \frac{8}{1} = 8 \Rightarrow a_n = 8a_{n-1}, a_1 = 1$

سوال ۱۲

$$S_n = a_1 \left(\frac{1-r^n}{1-r} \right) \xrightarrow{r=\frac{a_p}{a_1}=\frac{-4}{2}=-2} S_v = a_1 \left(\frac{1-(-2)^v}{1-(-2)} \right) = 2 \left(\frac{1-2^9}{3} \right) = 86$$

سوال ۱۳

$$4 \times 2^{x+1} = (0/5)^x \Rightarrow 2^p \times 2^{x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow 2^{x+3} = 2^{-x} \Rightarrow x+3 = -x \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

سوال ۱۴

الف) c ب) b پ) a ت) d

سوال ۱۵

خیر زیرا $\sqrt[4]{16}$ عددی مثبت (۲) است ولی ریشه‌های چهارم ۱۶ برابر ± 2 می‌باشد.

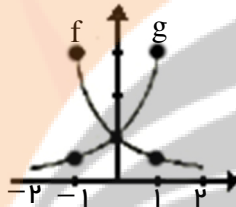
سوال ۱۶

الف) $64^{\frac{1}{2}} + 64^{\frac{1}{3}} + 64^{\frac{1}{6}} = (2^6)^{\frac{1}{2}} + (2^6)^{\frac{1}{3}} + (2^6)^{\frac{1}{6}} = 8 + 4 + 2 = 14$

ب) $(\sqrt{6 \times 216}) \div \sqrt[3]{36} = (6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{3}{2}}) \div 6^{\frac{2}{3}} = 6^2 \div 6^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{4}{3}}$

سوال ۱۷

x	-1	0	1
$f(x) = 3^x$	$\frac{1}{3}$	1	3
$y(x) = 3^{-x}$	3	1	$\frac{1}{3}$



قرینه همدیگر نسبت به محور عرض‌ها هستند. f صعودی و g نزولی است. دامنه هر دو تابع R و برد هر دو تابع R^+ است.

سوال ۱۸

$$f(t) = c(1+r)^t \Rightarrow f(10) = 6.000.000(1+0/03)^{10} \Rightarrow f(10) \simeq 6.000.000(1/344) \Rightarrow f(10) \approx 806350$$

۸۰۶۳۵۰ هزار نفر، بنابراین جمعیت این شهر به یک میلیون نفر خواهد رسید.