دفترچهٔ پاسخ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون هدیهٔ ۱۴ مهر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی پایه	علی ایمانی-شاهین پروازی-عادل حسینی-محمدرضا راسخ-میلاد سجادی‌لاریجانی-علی سرآبادانی-علی شهرابی-حمید علیزاده حمید مام‌قادری-جهانبخش نیکنام-بنیامین یعقوبی
	هندسه و آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی‌امیرآبادی-علی ایمانی-سعید جعفری‌کافی‌آباد-جواد حاتمی-عادل حسینی محمدحسین حشمت‌الواعظین-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-یاسین سپهر-رضا عباسی‌اصل علی فتح‌آبادی-مرتضی فهیم‌علوی-داریوش ناظمی-فرهاد وفایی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-اسماعیل امارم-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-محمد بهلولی-مجتبی خلیل ارجمندی محمدعلی راست‌پیمان-محمد ساکی-مهدی شریفی-پوریا علاقه‌مند-بهادر کامران-مصطفی کیانی-احسان محمدی-حسین مخدومی مهرداد مردانی
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-امیر حاتمیان-ارژنگ خانلری-یاسر راش-سیدرضا رضوی-منصور سلیمانی‌ملکان-رسول عابدینی‌زواره محمد عظیمیان زواره-محمد فلاح‌نژاد-سیدرحیم هاشمی‌دهکردی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه	هندسه و آمارواحتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی حسنا شاه‌حیدری بنیامین یعقوبی	کیارش صانعی	کیارش صانعی دانیال راستی حمید زرین‌کفش	ماهان زواری محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت‌نیا
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین‌نژاد
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا راسخ)*

ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+x-۴=۰$ اعداد $\frac{-۱\pm\sqrt{۱۷}}{۲}$ هستند. می‌دانیم در معادلهٔ درجهٔ دوم با ضرایب گویا اگر یکی از ریشه‌ها به صورت $m+\sqrt{n}$ باشد، ریشهٔ دیگر به صورت $m-\sqrt{n}$ است. اگر $x_۱$ را هر کدام از ریشه‌های به دست آمده فرض کنیم چون $x_۱$ ریشهٔ معادلهٔ دومی است، پس $x_۳=x_۲$ در واقع معادلهٔ دومی ضریبی از معادلهٔ اول است.

$$x^۲+x-۴=۰\Rightarrow ۲x^۲+۲x-۸=۰$$
$$\Rightarrow a=۲\ ,\ \ b=-۸\Rightarrow a-b=۱۰$$

حال در این معادله داریم:

$$S=x_۱+x_۳=-۱\quad ,\quad P=x_۱x_۳=-۴$$

ریشه‌های معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس داریم:

$$x_۱^۲+x_۱=۴\Rightarrow x_۱+۱=\frac{۴}{x_۱}$$

مشابهاً داریم:

$$x_۳+۱=\frac{۴}{x_۳}$$

پس می‌خواهیم معادله‌ای را پیدا کنیم که جواب‌های آن $\alpha=\frac{۱۰}{(\frac{۴}{x_۱})^۳}=\frac{۵}{۳۲}x_۱^۳$ و $\beta=\frac{۱۰}{(\frac{۴}{x_۳})^۳}=\frac{۵}{۳۲}x_۳^۳$ باشد.

$$S'=\alpha+\beta=\frac{۵}{۳۲}(x_۱^۳+x_۳^۳)=\frac{۵}{۳۲}(S^۳-۳PS)$$
$$=\frac{۵}{۳۲}\times(-۱۳)=-\frac{۶۵}{۳۲}$$
$$P'=\alpha\beta=\frac{۵x_۱^۳}{۳۲}\times\frac{۵x_۳^۳}{۳۲}=\frac{۲۵}{۱۰۲۴}(x_۱x_۳)^۳=-\frac{۲۵}{۱۶}$$

در نتیجه معادلهٔ مورد نظر به صورت زیر است:

$$\xrightarrow{x^۲-S'x+P'=۰}x^۲+\frac{۶۵}{۳۲}x-\frac{۲۵}{۱۶}=۰\Rightarrow ۳۲x^۲+۶۵x-۵۰=۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$|\sqrt{x}-\frac{۱}{x}|=\frac{۱}{\sqrt{x}}$$

با تغییر متغیر $\sqrt{x}=t$ نیز داریم:

$$|t-\frac{۱}{t^۲}|=\frac{۱}{t}$$

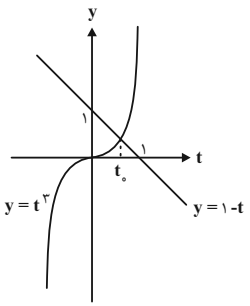
واضح است که $t>۰$ است. حال برای دو حالت $۰<t<۱$ و $t\geq ۱$ مسئله را بررسی می‌کنیم:

الف) $۰<t<۱: t<\frac{۱}{t^۲}\Rightarrow \frac{۱}{t^۲}-t=\frac{۱}{t}$

$$\xrightarrow{\times t^۲}۱-t^۳=t\Rightarrow t^۳=۱-t$$

نمودارهای دو تابع $y_۱=t^۳$ و $y_۲=۱-t$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. طول نقطهٔ برخورد اگر در بازهٔ $(۰,۱)$ باشد قابل قبول است:

واضح است که $t_۰\in(۰,۱)$ است.

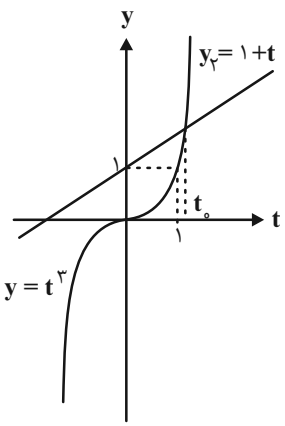


ب) $t\geq ۱: t>\frac{۱}{t^۲}\Rightarrow t-\frac{۱}{t^۲}=\frac{۱}{t}\xrightarrow{\times t^۲}t^۳-۱=t$

$$\Rightarrow t^۳=t+۱$$

مشابه حالت قبلی، نمودارهای $y_۱=t^۳$ و $y_۲=t+۱$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. طول نقطهٔ برخورد باید بزرگتر از ۱ باشد.

واضح است که $t_۰>۱$ است.



پس دو عدد حقیقی با شرایط مذکور موجود است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۳- **گزینهٔ «۱»** *(بنیامین یعقوبی)*

مختصات نقطهٔ A را به صورت $(a\ ,\ ۳a-۱)$ در نظر می‌گیریم و مساحت مثلث برابر $S=\frac{۱}{۲}BC.AH$ است که AH فاصلهٔ نقطهٔ A از خط شامل ضلع BC است. داریم:

$$BC=\sqrt{(۲-(-۳))^۲+(-۱-۲)^۲}=\sqrt{۳۴}$$

$$S=۴=\frac{۱}{۲}\sqrt{۳۴}.AH\Rightarrow AH=\frac{۸}{\sqrt{۳۴}}$$

معادلهٔ ضلع BC به صورت $۳x+۵y=۱$ است. حال فاصلهٔ AH را می‌یابیم:

$$AH=\frac{|۳a+۵\times(۳a-۱)-۱|}{\sqrt{۳۴}}=\frac{۸}{\sqrt{۳۴}}$$

$$\Rightarrow|۱۸a-۶|=۸\Rightarrow\begin{cases}۱۸a-۶=۸\Rightarrow a=\frac{۷}{۹}\\ ۱۸a-۶=-۸\Rightarrow a=-\frac{۱}{۹}\end{cases}$$

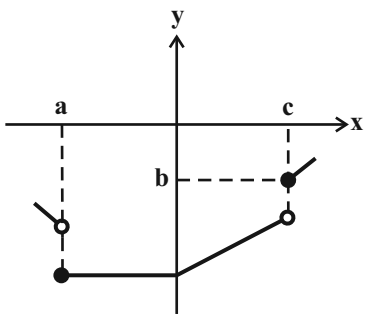
پس A می‌تواند نقطهٔ $(\frac{۷}{۹},\frac{۴}{۳})$ یا $(-\frac{۱}{۹},-\frac{۴}{۳})$ باشد که مجموع عرض دو نقطه برابر صفر است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۴- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

برای رسم نمودار تابع f، دامنهٔ آن را به بازه‌هایی تقسیم می‌کنیم که عبارت $۲x$، بین دو مقدار صحیح متوالی قرار بگیرد:

$$\begin{cases}-۱\le ۲x<۰\Rightarrow[۲x]=-۱\Rightarrow-\frac{۱}{۲}\le x<۰;f(x)=\frac{x-۱}{-x+۱}=-۱\\ ۰\le ۲x<۱\Rightarrow[۲x]=۰\Rightarrow ۰\le x<\frac{۱}{۲};f(x)=\frac{x-۱}{۱}=x-۱\end{cases}$$



با توجه به ضابطه‌های بالا و نمودار f، مشخص است که $a=-\frac{۱}{۲}$ و $c=\frac{۱}{۲}$ است. هم‌چنین برای محاسبهٔ b، باید $f(c)$ را محاسبه کنیم:

$$b=f(c)=f(\frac{۱}{۲})=\frac{\frac{۱}{۲}-۱}{[۱]\frac{۱}{۲}+۱}=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow ab=\frac{۱}{۶}$$

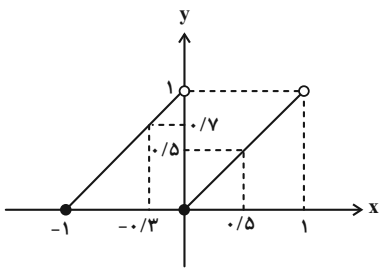
(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(بنیامین یعقوبی)*

دامنهٔ هر دو تابع و در نتیجه دامنهٔ تابع fog نیز $\mathbb{R}$ است. برد تابع g را نیز می‌یابیم:

$$g(x)=\frac{۱}{۲}-\frac{۲}{۲(x^۲-x+\frac{۳}{۲})}=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{x^۲-x+\frac{۳}{۲}}$$

برد سهمی $y=x^۲-x+\frac{۳}{۲}$ بازهٔ $[\frac{۵}{۴},+\infty)$ است، پس برد تابع $y=\frac{۱}{x^۲-x+\frac{۳}{۲}}$ بازهٔ $(۰,\frac{۴}{۵}]$ است. در نتیجه برد تابع g بازهٔ $[-۰/۳,۰/۵)$ است. حال برای محاسبهٔ برد تابع fog، برد تابع f را با دامنهٔ $R_g=[-۰/۳,۰/۵)$ حساب می‌کنیم. نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است:



با توجه به شکل بالا، برد تابع fog مجموعهٔ $[۰,۰/۵)\cup[۰/۷,۱)$ است که این مجموعه شامل عدد $\frac{\sqrt{۳}}{۳}\simeq ۰/۵۷$ نیست.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۶- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

$$\log_۹ ۱۵=\log_{۳^۲} ۱۵=\frac{۱}{۲}\log_۳(۳\times۵)=\frac{۱}{۲}(۱+\log_۳ ۵)$$

$$\log_۵\sqrt{۴۵}=\frac{۱}{۲}\log_۵(۵\times۹)=\frac{۱}{۲}(۱+۲\log_۵ ۳)$$

حال اگر $\log_۳ ۵$ را x در نظر بگیریم، داریم:

$$T=\log_۹ ۱۵\times\log_۵\sqrt{۴۵}=\frac{۱}{۴}(۱+x)(۱+\frac{۲}{x})$$

$$=\frac{۱}{۴}(۳+x+\frac{۲}{x})=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}(x+\frac{۲}{x})$$

این را هم می‌دانیم که $x>۰$ است، پس طبق نامساوی $a+b\ge ۲\sqrt{ab}$ برای اعداد مثبت a و b، می‌توانیم بگوییم:

$$x+\frac{۲}{x}>۲\sqrt{۲}\Rightarrow T>\frac{۳+۲\sqrt{۲}}{۴}$$

ذکر این نکته هم ضروری است که مقدار عبارت صورت سؤال با تقریب ۴ رقم اعشار برابر ۱/۴۵۷۵ و مقدار عبارت $\frac{۳+۲\sqrt{۲}}{۴}$ با همین تقریب ۱/۴۵۷۱ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۷- **گزینهٔ «۳»** *(علی شهرابی)*

$$a\sin(۲\pi+\frac{۵\pi}{۶})+۴\sqrt{۳}\tan(۳\pi-\frac{\pi}{۳})$$

$$=\sqrt{۳}\cos(-۲\pi+\frac{\pi}{۶})+۷\cot(۴\pi-\frac{\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow a\sin(\frac{۵\pi}{۶})+۴\sqrt{۳}\tan(-\frac{\pi}{۳})=\sqrt{۳}\cos(\frac{\pi}{۶})+۷\cot(\frac{-\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow a(\frac{۱}{۲})+۴\sqrt{۳}(-\sqrt{۳})=\sqrt{۳}(\frac{\sqrt{۳}}{۲})+۷(-۱)$$

$$\xrightarrow{\times ۲} a-۲۴=۳-۱۴\Rightarrow a=۱۳$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- **گزینهٔ «۲»** *(علی ایمانی)*

$$۱+\sin ۲x=\sin^۲x+\cos^۲x+۲\sin x\cos x$$

$$=(\sin x+\cos x)^۲$$

$$\Rightarrow \sqrt{۱+\sin ۲x}=|\sin x+\cos x|\xrightarrow{x\text{ در ربع سوم}}-(\sin x+\cos x)$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x\cos x}{۱-(\sin x+\cos x)}=a+b(\sin x+\cos x)$$

$$\Rightarrow \sin x\cos x=[۱-(\sin x+\cos x)][a+b(\sin x+\cos x)]$$

$$=a+(b-a)(\sin x+\cos x)-b(\sin x+\cos x)^۲$$

$$=-۲b\sin x\cos x+(b-a)(\sin x+\cos x-۱)$$

با متحد قرار دادن طرفین تساوی به دست می‌آید که:

$$\begin{cases}-۲b=۱\Rightarrow b=-\frac{۱}{۲}\\ b-a=۰\Rightarrow a=b=-\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b=-۱$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- **گزینهٔ «۴»** *(میلاد سپاری‌لاریجانی)*

روش اول: هوپیتال

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{۲-\sqrt{x+۳}}{\sqrt{x-۱}}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{-\frac{۱}{۲\sqrt{x+۳}}}{\frac{۱}{۲\sqrt{x-۱}}}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{-\sqrt{x-۱}}{\sqrt{x+۳}}=۰$$

روش دوم: صورت و مخرج کسر داده شده را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{۲-\sqrt{x+۳}}{\sqrt{x-۱}}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{۲-\sqrt{x+۳}}{\sqrt{x-۱}}\times\frac{۲+\sqrt{x+۳}}{۲+\sqrt{x+۳}}$$

$$=\lim_{x\to ۱^+}\frac{۱-x}{۴\sqrt{x-۱}}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{-(\sqrt{x-۱})^۲}{۴\sqrt{x-۱}}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{-\sqrt{x-۱}}{۴}=۰$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(جهانبخش نیکنام)*

حد چپ را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}^-}\frac{۱-\sin^۳x}{۳\cos^۲x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}^-}\frac{(۱-\sin x)(۱+\sin x+\sin^۲x)}{۳(۱-\sin x)(۱+\sin x)}$$

$$=\lim_{x\to(\frac{\pi}{۲})^-}\frac{۱+\sin x+\sin^۲x}{۳(۱+\sin x)}=\frac{۳}{۳\times ۲}=\frac{۱}{۲}$$

$$f(\frac{\pi}{۲})=a=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}f(x)=\frac{۱}{۲}$$

و برای حد راست تابع f در $x=\frac{\pi}{۲}$ با انتخاب $\pi-۲x=t$ داریم:

$$x=\frac{\pi}{۲}-\frac{t}{۲}$$

$$\Rightarrow\lim_{t\to ۰^-}\frac{b(۱-\sin(\frac{\pi}{۲}-\frac{t}{۲}))}{t^۲}=\lim_{t\to ۰^-}\frac{b(۱-\cos\frac{t}{۲})}{t^۲}$$

$$=\lim_{t\to ۰^-}\frac{b(۲\sin^۲\frac{t}{۴})}{t^۲}=۲b\lim_{t\to ۰^-}(\frac{\sin\frac{t}{۴}}{t})^۲=۲b(\frac{۱}{۴})^۲$$

$$=\frac{b}{۸}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow b=۴$$

$$\Rightarrow ab=۲$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

هندسه ۲

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(داریوش ناظمی)*

$$\hat{E}=\frac{\overset{\frown}{AD}-\overset{\frown}{BC}}{۲}\Rightarrow \overset{\frown}{AD}-\overset{\frown}{BC}=۲x \qquad (۱)$$

$$\hat{A}=\frac{\overset{\frown}{DC}+\overset{\frown}{BC}}{۲}\Rightarrow \overset{\frown}{DC}+\overset{\frown}{BC}=۶x \xrightarrow{\overset{\frown}{DC}=۲x} \overset{\frown}{BC}=۴x \quad (۲)$$

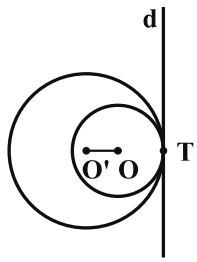
$$(۱),(۲)\Rightarrow \overset{\frown}{AD}=۶x$$

$$\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{DC}+\overset{\frown}{BC}=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۱۲x=۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow x=۱۵^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(سعید جعفری کافی‌آباد)*



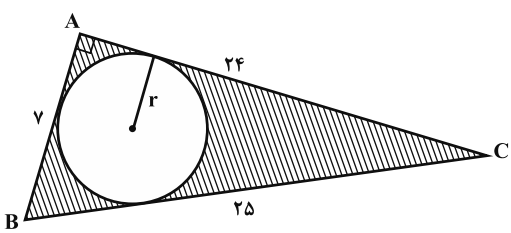
فقط در حالتی دو دایره دارای یک مماس مشترک‌اند که مماس درون باشند، در این حالت $d=|R-R'|$ است. بنابراین داریم:

$$|(۳a-۱)-(a+۵)|=۳a\Rightarrow |۲a-۶|=۳a$$

$$\begin{cases} ۲a-۶=۳a\Rightarrow a=-۶ & \text{غ ق ق} \\ ۲a-۶=-۳a\Rightarrow ۵a=۶\Rightarrow a=\frac{۶}{۵} \end{cases}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(رضا عباسی‌اصل)*



مثلث مفروض قائم‌الزاویه است، زیرا:

$$۲۵^۲=۲۴^۲+۷^۲$$

در مثلث ABC داریم:

$$S=\frac{۱}{۲}\times ۷\times ۲۴=۸۴$$

$$P=\frac{۷+۲۴+۲۵}{۲}=۲۸$$

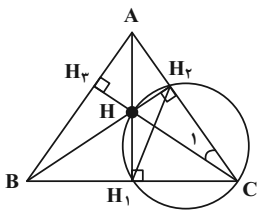
$$r=\frac{S}{P}=\frac{۸۴}{۲۸}=۳$$

مساحت محصور $=S_{\overset{\Delta}{ABC}}-S_{\text{دایره}}=۸۴-\pi\times ۳^۲\xrightarrow{\pi=۳}$

مساحت محصور $=۵۷$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدحسین حشمت‌الواعظین)*



مطابق شکل $\hat{H}_۱+\hat{H}_۲=۹۰^\circ+۹۰^\circ=۱۸۰^\circ$ است، پس چهارضلعی $HH_۲CH_۱$ محاطی است و در نتیجه دایره‌ای از این چهار رأس عبور می‌کند.

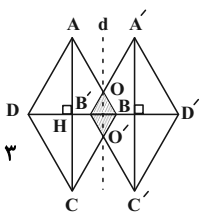
$$\overset{\Delta}{AC}H_۳ : \hat{H}_۳=۹۰^\circ\Rightarrow \hat{C}_۱=۹۰^\circ-\hat{A}$$

زوایای $\hat{C}_۱$, $HH_۱H_۲$ هر دو زاویهٔ محاطی روبه‌رو به کمان $\overset{\frown}{HH_۲}$ هستند، پس داریم:

$$H\hat{H}_۱H_۲=\hat{C}=۹۰^\circ-\hat{A}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۲۷)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*



$$\overset{\Delta}{AHB} : AB^۲=AH^۲+BH^۲$$

$$\Rightarrow ۵^۲=۴^۲+BH^۲\Rightarrow BH^۲=۹\Rightarrow BH=۳$$

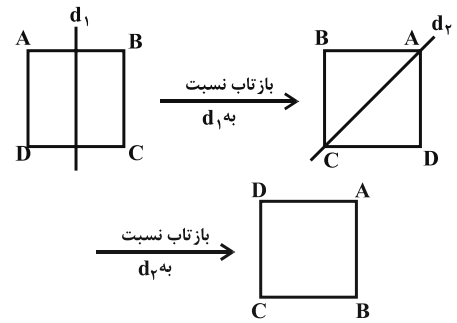
بازتاب تبدیلی طولپاست. از طرفی خط d (محور بازتاب) موازی قطر بزرگ لوزی $ABCD$ است، بنابراین چهارضلعی $OBO'B'$ یک لوزی بوده که زوایای آن برابر زوایای لوزی $ABCD$ است، پس این دو لوزی متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{OBO'B'}}{S_{ABCD}}=\left(\frac{OB}{AB}\right)^۲\Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{\frac{۱}{۲}\times ۸\times ۶}=\left(\frac{۱}{۵}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{۲۴}=\frac{۱}{۲۵}\Rightarrow S_{OBO'B'}=\frac{۲۴}{۲۵}=۰/۹۶$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(رضا عباسی‌اصل)*

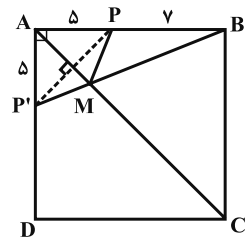


در واقع مربع نسبت به دو خط متقاطع بازتاب یافته است، پس مطابق شکل، مربع به اندازهٔ دو برابر زاویهٔ بین دو خط یعنی به اندازهٔ ۹۰° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران یافته است. در نتیجه تنها نقطهٔ ثابت تبدیل، مرکز دوران (محل برخورد خطوط $d_۱$ و $d_۲$ یعنی مرکز مربع) است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰ و ۴۵)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمد خندان)*

اگر رأس دیگر مثلث را M فرض کنیم، برای یافتن نقطهٔ M به‌طوری که محیط مثلث PBM حداقل باشد، باید کم‌ترین مقدار $PM+BM$ را پیدا کنیم. (مقدار $PB=۷$ مشخص است.) برای این‌کار از روش هرون کمک می‌گیریم. نقطهٔ P را نسبت به AC بازتاب داده و P' می‌نامیم. نقطهٔ M محل برخورد $P'B$ با AC است.



با توجه به شکل داریم:

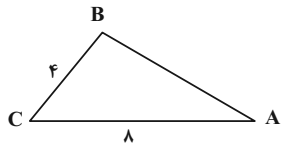
$$PM+BM=P'M+BM=P'B$$

$$\overset{\Delta}{BAP'}: P'B^۲=\underbrace{AP'^۲}_{۵}+\underbrace{AB^۲}_{۱۲}\Rightarrow P'B=۱۳$$

$$\text{محیط مثلث } PBM=\underbrace{PM+BM}_{۱۳}+\underbrace{PB}_{۷}=۲۰$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*



طبق رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AC\times BC\times\sin\hat{C}$$

$$\Rightarrow ۸\sqrt{۳}=\frac{۱}{۲}\times ۸\times ۴\times\sin\hat{C}\Rightarrow\sin\hat{C}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\hat{C}=۶۰^\circ\\ \hat{C}=۱۲۰^\circ\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

(اگر $\hat{C}=۱۲۰^\circ$ باشد، آن‌گاه AB بزرگ‌ترین ضلع مثلث است.)

حال طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^۲=AC^۲+BC^۲-۲AC\times BC\times\cos\hat{C}$$

$$=۸^۲+۴^۲-۲\times ۸\times ۴\times\frac{۱}{۲}=۶۴+۱۶-۳۲=۴۸$$

$$\Rightarrow AB=۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

فرض کنید $۳a=۴b=۶c=۱۲t$ باشد. در این صورت داریم:

$$a=۴t\ ,\ b=۳t\ ,\ c=۲t$$

طبق قضیه هرون داریم:

$$P=\frac{a+b+c}{۲}=\frac{۹t}{۲}$$

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{\frac{۹t}{۲}\times\frac{t}{۲}\times\frac{۳t}{۲}\times\frac{۵t}{۲}}=\frac{۳\sqrt{۱۵}t^۲}{۴}$$

$$\Rightarrow\frac{۳\sqrt{۱۵}t^۲}{۴}=\frac{۳\sqrt{۱۵}}{۴}\Rightarrow t^۲=۱\xrightarrow{t>۰}t=۱$$

بنابراین اندازهٔ کوچک‌ترین ضلع مثلث، برابر $c=۲$ است.

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ هرون برای مثلث BDC داریم:

$$P=\frac{۳+۵+۷}{۲}=\frac{۱۵}{۲}$$

$$S_{BDC}=\sqrt{\frac{۱۵}{۲}\left(\frac{۱۵}{۲}-۳\right)\left(\frac{۱۵}{۲}-۵\right)\left(\frac{۱۵}{۲}-۷\right)}$$

$$=\sqrt{\frac{۱۵}{۲}\times\frac{۹}{۲}\times\frac{۵}{۲}\times\frac{۱}{۲}}=\frac{۱۵\sqrt{۳}}{۴}$$

با توجه به این‌که ارتفاع رسم شده از رأس C در دو مثلث ABC و BDC یکسان است، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت قاعده‌های آنها است. داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BDC}}=\frac{AB}{BD}\Rightarrow\frac{S_{ABC}}{\frac{۱۵\sqrt{۳}}{۴}}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow S_{ABC}=۵\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

طبق جدول ارزش گزاره‌ها، اگر $r \equiv [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$ و $s \equiv [(q \Rightarrow p) \Rightarrow q]$ باشند، آنگاه داریم:

p	q	$q \Rightarrow p$	r	s	$r \wedge s$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

همان‌طور که مشاهده می‌شود، گزارهٔ مورد نظر هم‌ارز منطقی با گزارهٔ q است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

از آن‌جایی که $n(A_i) = 2i + 1$ است، داریم:

$$n(A_3) = 7 \, , \, n(A_7) = 15$$

مجموعهٔ X لزوماً شامل تمام اعضای مجموعهٔ A_3 است. همچنین مجموعهٔ X می‌تواند شامل اعضایی از مجموعهٔ A_7 باشد که در مجموعهٔ A_3 وجود ندارند. بنابراین تعداد مجموعه‌های ممکن برای X، برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ $A_7 - A_3$ است. با توجه به این که $A_3 \subseteq A_7$، پس $A_7 - A_3$ دارای ۸ عضو و در نتیجه $2^8 = 256$ زیرمجموعه است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(فرهاد وفایی)*

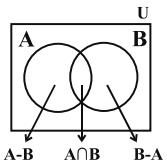
$$A' - B' = A' \cap B = B \cap A' = B - A$$

$$(A \cup B') \cap B = (A \cap B) \cup (B' \cap B) = (A \cap B) \cup \varnothing = A \cap B$$

بنابراین داریم:

$$(A' - B') \cup (A - B) \cup [(A \cup B') \cap B]$$

$$= (B - A) \cup (A - B) \cup (A \cap B) = A \cup B$$



(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(عباس اسدی امیرآبادی)*

$$P(\{a,d\}) = 3P(\{c,b,e\}) = 6P(a)$$

$$P(\{a,d\}) + P(\{c,b,e\}) = 1 \Rightarrow 6P(a) + 2P(a) = 1$$

$$\Rightarrow P(a) = \frac{1}{8} \Rightarrow P(\{a,d\}) = \frac{6}{8}$$

$$P(d) = P(\{a,d\}) - P(a) = \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین سپهر)*

پیشامد آن که محمد به هدف بزند را A و پیشامد آن که مرتضی به هدف بزند را B در نظر می‌گیریم، بنابراین پیشامد این که حداقل یک تیر به هدف اصابت کند $A \cup B$ خواهد بود. داریم:

$$P(A \mid A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)}$$

$$= \frac{0/6}{0/6 + 0/3 - 0/6 \times 0/3} = \frac{5}{6}$$

توجه داشته باشید که A و B مستقل از یکدیگر هستند.

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶ و ۶۸)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

روش اول: اگر لامپ سالم را با حرف «س» و لامپ معیوب را با حرف «م» نمایش دهیم، پیشامد مطلوب به صورت زیر است:

$$A = \{(م , م , س) , (س , س , م) , (س , س , س)\}$$

$$P(A) = \frac{۴}{۶}\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۴} + \frac{۲}{۶}\times\frac{۴}{۵}\times\frac{۳}{۴} + \frac{۴}{۶}\times\frac{۲}{۵}\times\frac{۱}{۴}$$

$$= \frac{۲۴}{۱۲۰} + \frac{۲۴}{۱۲۰} + \frac{۸}{۱۲۰} = \frac{۵۶}{۱۲۰} = \frac{۷}{۱۵}$$

روش دوم: چون از نوع لامپ اول خارج شده با خبر نیستیم، پیشامد اینکه لامپ دوم و سوم هر دو سالم یا هر دو معیوب باشند، دقیقاً مانند آن است که لامپ اول و دوم هر دو سالم یا هر دو معیوب باشند که در این صورت داریم:

$$P(A) = \frac{۴}{۶}\times\frac{۳}{۵} + \frac{۲}{۶}\times\frac{۱}{۵} = \frac{۱۲}{۳۰} + \frac{۲}{۳۰} = \frac{۱۴}{۳۰} = \frac{۷}{۱۵}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(اخشین خاصه‌خان)*

اگر پیشامد A سیاه بودن مهرهٔ سوم و پیشامدهای $B_۱$ و $B_۲$ به‌ترتیب سفید بون و سیاه بودن دو مهرهٔ اول باشند، آنگاه طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B_۱)P(A \mid B_۱) + P(B_۲)P(A \mid B_۲)$$

$$= \frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۷}{۲}}\times\frac{۴}{۵} + \frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۷}{۲}}\times\frac{۲}{۵} = \frac{۱}{۷}\times\frac{۴}{۵} + \frac{۲}{۷}\times\frac{۲}{۵} = \frac{۸}{۳۵}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(فرهاد وفایی)*

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، چون تعداد کل داده‌ها برابر یازده است، پس میانهٔ پنج دادهٔ اول برابر چارک اول و میانهٔ پنج دادهٔ آخر برابر چارک سوم است.

$$۳,۵,\underset{\uparrow}{۶},۸,۹,۱۲,۱۳,۱۴,\underset{\uparrow}{۱۵},۱۵,۲۳$$

چارک اول چارک سوم

پس میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم، برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{۸+۹+۱۲+۱۳+۱۴}{۵} = \frac{۵۶}{۵} = ۱۱/۲$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(اخشین خاصه‌خان)*

$$\text{واریانس اولیه} = \frac{(x_۱-\bar{x})^۲ + (x_۲-\bar{x})^۲ + \ldots + (x_{۲۴}-\bar{x})^۲}{۲۴} = ۵$$

$$\Rightarrow (x_۱-\bar{x})^۲ + (x_۲-\bar{x})^۲ + \ldots + (x_{۲۴}-\bar{x})^۲ = ۱۲۰$$

با افزودن داده‌ای برابر با میانگین به ۲۴ دادهٔ اولیه، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند.

$$\text{واریانس جدید} = \frac{(x_۱-\bar{x})^۲ + (x_۲-\bar{x})^۲ + \ldots + (x_{۲۴}-\bar{x})^۲ + (\bar{x}-\bar{x})^۲}{۲۵}$$

$$= \frac{۱۲۰+۰}{۲۵} = ۴/۸ \Rightarrow \frac{۴/۸}{۵} = ۰/۹۶$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

برابری اندازهٔ طبقات از ویژگی‌های نمونه‌گیری سیستماتیک است. در نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه صرفاً به زیرجامعه‌های مجزا تقسیم می‌شود و از هر طبقه، یک نمونهٔ تصادفی ساده انتخاب می‌گردد.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

فیزیک ۲

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(مجتبی خلیل‌ارجمندی)*

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، انتهای مثبت سری در بالا قرار دارد و با حرکت به سمت پایین از آن دور می‌شویم.

ب) نادرست؛ واژهٔ الکتریسیته از واژهٔ یونانی الکترون گرفته شده است.

پ) درست؛ دو کره بعد از تماس، دارای بار هم‌نام می‌شوند، پس نیروی الکتریکی بین آن‌ها دافعه می‌شود. (فقط دقت کنید که بارها نباید قرینه باشند.)

ت) نادرست؛ زیرا:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|}\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow[r'=3r]{|q_1'|=3|q_1|\ ,\ |q_2'|=3|q_2|}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{3|q_1|\times|3q_2|}{|q_1|\times|q_2|}\frac{r^2}{9r^2} = 1$$ تغییری نمی‌کند.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲ تا ۸)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

وقتی دو گلوله را با هم تماس می‌دهیم، بعد از تماس بارهای آن‌ها هم‌علامت می‌شود و اندازهٔ هر یک برابر نصف مجموع بارهایی است که قبل از تماس داشته‌اند. بنابراین بارهای بعد از تماس برابر است با:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1+q_2}{2}$$

$$\xrightarrow[q_2=24\mu C]{q_1=-12\mu C} q_1' = q_2' = \frac{-12+24}{2} = 6\mu C$$

اکنون نیروی بعد از تماس بین دو گلوله را پیدا می‌کنیم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|}{|q_1|}\times\frac{|q_2'|}{|q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\xrightarrow[r=3m]{r'=\frac{3\sqrt{2}}{2}m} \frac{F'}{F} = \frac{6}{12}\times\frac{6}{24}\times\left(\frac{3}{\frac{3\sqrt{2}}{2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{4} \Rightarrow F' = 0/25F$$

$$\Rightarrow \Delta F = F' - F = 0/25F - F = -0/75F \Rightarrow \Delta F = -\%75F$$

۷۵ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به ثابت بودن ظرفیت خازن، طبق رابطهٔ $Q = CV$ اگر بار روی صفحات خازن ۲۰ درصد افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن نیز ۲۰ درصد افزایش خواهد یافت. در نتیجه داریم:

$$\begin{cases}\Delta V = V_2 - V_1 = 1/5V\\ V_2 = V_1 + 0/2V_1 = \frac{6}{5}V_1\end{cases} \Rightarrow \frac{1}{5}V_1 = 1/5 \Rightarrow \begin{cases}V_1 = 7/5V\\ V_2 = 9V\end{cases}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ انرژی خازن می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2}C(V_2^2 - V_1^2)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2}C(V_2 - V_1)(V_2 + V_1) \xrightarrow[V_1=7/5V\ ,\ V_2=9V]{\Delta U=49/5\mu J}$$

$$49/5 = \frac{1}{2}C(9-7/5)(9+7/5)$$

$$\Rightarrow 3\times16/5 = \frac{1}{2}C(1/5\times16/5) \Rightarrow C = \frac{6}{1/5} = 4\mu F$$

اکنون بار نهایی خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_۲ = CV_۲ = ۴\times۹ = ۳۶\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

بنابه قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow[I=۱۰A]{V=۱۰۰V} R = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰\Omega$$

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow{\rho=۴\times۱۰^{-۸}\Omega.m} ۱۰ = ۴\times۱۰^{-۸}\frac{L}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{A} = ۲/۵\times۱۰^{۸}\frac{۱}{m} \qquad (۱)$$

از طرفی بنابه رابطهٔ چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[m=۱۰g=۱۰^{-۲}kg]{\rho=۴۰۰۰\frac{kg}{m^۳}} ۴۰۰۰ = \frac{۱۰^{-۲}}{V}$$

$$\Rightarrow V = ۲/۵\times۱۰^{-۶}m^۳$$

دقت کنید، کمیت‌های رابطهٔ چگالی را برحسب **SI** جای‌گذاری کرده‌ایم.

$$V = ۲/۵\times۱۰^{-۶} = AL \qquad (۲)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases}\frac{L}{A} = ۲/۵\times۱۰^{۸}\\ LA = ۲/۵\times۱۰^{-۶}\end{cases} \Rightarrow \frac{L}{(\frac{۲/۵\times۱۰^{-۶}}{L})} = ۲/۵\times۱۰^{۸}$$

$$\Rightarrow L^۲ = (۲/۵)^۲\times۱۰^۲ \Rightarrow L = ۲/۵\times۱۰ = ۲۵m$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

از شاخهٔ ولت‌سنج به علت مقاومت بسیار زیاد جریانی نمی‌گذرد. عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، تفاضل اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲ اهمی و ۲۰ اهمی است. ابتدا شدت جریان را محاسبه می‌کنیم:

$$R' = ۱۲+۸ = ۲۰\Omega$$

$$R'' = ۲۰+۱۰ = ۳۰\Omega$$

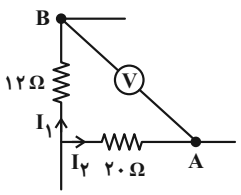
$$R_{eq} = \frac{R'R''}{R'+R''} = \frac{۲۰\times۳۰}{۲۰+۳۰} = ۱۲\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{۲۸}{۱۲+۲} = ۲A$$

$$IR_{eq} = I_۱R' \Rightarrow ۲\times۱۲ = I_۱\times۲۰ \Rightarrow I_۱ = ۱/۲A$$

$$IR_{eq} = I_۲R'' \Rightarrow ۲\times۱۲ = I_۲\times۳۰ \Rightarrow I_۲ = ۰/۸A$$

اکنون از نقطهٔ A به طرف نقطهٔ B می‌رویم و اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را که ولت‌سنج نشان می‌دهد، حساب می‌کنیم:



$$V_A + ۲۰I_۲ - ۱۲I_۱ = V_B$$

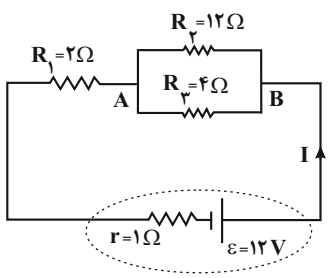
$$\Rightarrow V_A + ۲۰\times۰/۸ - ۱۲\times۱/۲ = V_B$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = ۱۶ - ۱۴/۴ = ۱/۶V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(اسماعیل امارم)*

ابتدا مدار را به‌صورت ساده‌تر رسم می‌کنیم و سپس با محاسبهٔ مقاومت معادل مدار، جریان اصلی مدار را می‌یابیم:



$$R_{۲,۳}=\frac{۱۲\times۴}{۱۲+۴}=۳\Omega$$

$$R_{eq}=R_۱+R_{۲,۳}=۲+۳=۵\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۲}{۵+۱}=۲A$$

اکنون اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را می‌یابیم:

$$V_{AB}=R_{۲,۳}.I=۳\times۲=۶V$$

در آخر با داشتن V_{AB} و $R_۳$ توان مقاومت را حساب می‌کنیم:

$$P_۳=\frac{V_۳^۲}{R_۳}\xrightarrow[R_۳=۴\Omega]{V_۳=V_{AB}=۶V}P_۳=\frac{۳۶}{۴}=۹W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد مردانی)*

با توجه به جهت خطوط میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان و با کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود که جهت جریان هر دو سیم رو به پایین است و چون جریان هر دو سیم در یک جهت است، لذا نیروی بین دو سیم ربایشی است.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(بهادر کامران)*

با استفاده از رابطهٔ $B=\frac{\mu_۰NI}{\ell}$ و با توجه به این‌که، $\ell=N\times d$ (طول سیملوله برابر است با تعداد حلقه‌ها در قطر مقطع سیم) می‌توان نوشت.

$$B=\frac{\mu_۰NI}{\ell}\xrightarrow[\ell=N\times d]{\text{قطر سیم: } d,\ \text{تعداد حلقه‌ها: } N,\ \text{طول سیملوله: } \ell}$$

$$B=\frac{\mu_۰NI}{Nd}=\frac{\mu_۰I}{d}$$

$$\Rightarrow\frac{B_۲}{B_۱}=\frac{I_۲}{I_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲}\xrightarrow[I_۲=۲I_۱]{d:\text{ثابت}}\frac{B_۲}{B_۱}=۲$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی شریفی)*

در حالتی که همهٔ کلیدها بسته هستند، مقاومت معادل مدار برابر $\frac{R}{۴}$ است، ولی هنگامی‌که کلیدها تماماً باز شوند، مقاومت معادل برابر R می‌شود. یعنی، مقاومت کل مدار افزایش یافته است. بنابه رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ با افزایش مقاومت کل مدار جریان الکتریکی کاهش یافته و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد. از طرفی بنابه رابطهٔ $V=\varepsilon-Ir$، با کاهش جریان الکتریکی مدار، افت پتانسیل (Ir) مولد کاهش یافته و ولت‌سنج ایده‌آل که اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

انرژی ذخیره شده در القاگر از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}LI^۲$ به‌دست می‌آید.

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow ۰/۰۸=\frac{۱}{۲}\times L\times(۲)^۲$$

$$\Rightarrow ۰/۰۸=\frac{۱}{۲}\times L\times۴\Rightarrow L=۰/۰۴H=۴۰mH$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

شیمی ۲

۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

تنها عبارت (ت) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): عناصر A و B در یک دوره قرار دارند و شعاع اتمی از چپ به راست کاهش می‌یابد؛ بنابراین شعاع اتمی A بیشتر از شعاع اتمی B است.

عبارت (ب): اتم B با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب کریپتون (چهارمین گاز نجیب) می‌رسد.

عبارت (پ): از آن‌جا که عناصر A و B در یک دوره قرار دارند، شمار لایه‌های الکترونی آن‌ها برابر است.

$$_{19}A: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^1$$

$$_{35}B: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^2\ 4p^5$$

عبارت (ت): واکنش‌پذیری فلزات قلیایی از بالا به پایین افزایش می‌یابد. واکنش‌پذیری دو عنصر هم‌گروه A، یعنی لیتیم و سدیم از واکنش‌پذیری عنصر A (پتاسیم)، کمتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)*

$$X^{2+}: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^6 \Rightarrow X: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^6\ 4s^2$$

اتم X از دستهٔ عناصر d (عناصر واسطه) است که در آن:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌ها در زیرلایهٔ d}}{\text{شمار الکترون‌ها در زیرلایه‌های s}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$4KNO_3(s) \rightarrow 2K_2O(s) + 2N_2(g) + 5O_2(g)$$
$$K_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2KOH(aq)$$
$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow n_{KOH} = 2 \times 0/5 = 1\,mol\,KOH$$
$$?\,mol\,K_2O = 1\,mol\,KOH \times \frac{1\,mol\,K_2O}{2\,mol\,KOH} = 0/5\,mol\,K_2O$$
$$?\,gKNO_3 = 0/5\,mol\,K_2O \times \frac{4\,mol\,KNO_3}{2\,mol\,K_2O} \times \frac{101\,g\,KNO_3}{1\,mol\,KNO_3}$$
$$= 101\,gKNO_3$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times 100 = \frac{101}{126/25} \times 100 = \%80$$

$$?\,LN_2 = 0/5\,mol\,K_2O \times \frac{2\,mol\,N_2}{2\,mol\,K_2O} \times \frac{22/4\,LN_2}{1\,mol\,N_2}$$
$$= 11/2\,LN_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

از سوختن کامل هر مول آلکان (C_nH_{2n+2}) مقدار (n مول CO_2) $n \times 22/4\,L$ کربن‌دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود.

$$C_nH_{2n+2} \sim nCO_2$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 75 = \frac{33/6}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{مقدار نظری} = 44/8\,L$$

$$28/8\,g\ \text{آلکان} \times \frac{1\,mol\ \text{آلکان}}{(14n+2)\,g\ \text{آلکان}} \times \frac{n\,mol\,CO_2}{1\,mol\ \text{آلکان}}$$
$$\times \frac{22/4\,LCO_2}{1\,molCO_2} = 44/8\,LCO_2 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow C_5H_{12}\ \text{پنتان}$$

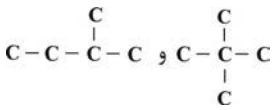
بررسی عبارت‌ها:

آ) نادرست، تنها چهار آلکان نخست در دما و فشار اتاق گازی‌اند.

ب) درست، با توجه به فرمول مولکولی نفتالن $(C_{10}H_8)$ و پنتان (C_5H_{12}) درست است.

پ) درست، در فرمول مولکولی گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) همانند پنتان، ۱۲ اتم H وجود دارد.

ت) درست



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹ و ۴۲)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

عبارت‌های «پ»، «ت» و «ث» درست هستند.

بررسی برخی از عبارت‌ها:

آ) نادرست؛ هنگامی که بدن دچار کمبود آهن (نه هر عنصر واسطه‌ای) باشد، می‌توان با خوردن اسفناج و عدسی بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.

ب) نادرست؛ الکل جزو سوخت‌های فسیلی محسوب نمی‌شود.

ث) درست؛ به عنوان مثال گرمای ویژهٔ فلزهایی مانند نقره یا طلا کمتر از گرمای ویژهٔ اکسیژن یا کربن دی‌اکسید می‌باشد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۸)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

دو ترکیب (I) و (II) با یکدیگر ایزومر هستند و فرمول مولکولی هر دوی آن‌ها به‌صورت $C_6H_{12}O$ است.

$$2C_6H_{12}O(g)+17O_2(g)\rightarrow 12CO_2(g)+12H_2O(g)$$

ترکیب (I) دارای ۵ پیوند $(C-C)$، ۱۲ پیوند $(C-H)$ و یک پیوند $(C=O)$ و ترکیب (II) دارای ۴ پیوند $(C-C)$، ۱۱ پیوند $(C-H)$، یک پیوند $(C-O)$، یک پیوند $(O-H)$ و یک پیوند $(C=C)$ است.

اختلاف نوع پیوندهای این دو ترکیب در یک پیوند $C-C$ و یک پیوند $C-H$ است و پیوندهای $C=O$، $O-H$، $C=C$ و $C-O$ در هر کدام منحصر به فرد است، پس اختلاف ΔH سوختن این دو ترکیب برابر است با:

$$|\Delta H \text{ اختلاف}| = |(\Delta H_{(C-C)}+\Delta H_{(C-H)}+\Delta H_{(C=O)})-(\Delta H_{(O-H)}+\Delta H_{(C=C)}+\Delta H_{(C-O)})|$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} |\Delta H \text{ اختلاف}| = |(348+415+799)-(463+614+380)|$$

$$=105\,kJ$$

این اختلاف آنتالپی سوختن به‌دست آمده به ازای یک مول از هر کدام از ترکیب‌های (I) و (II) است، پس ابتدا باید مول مصرفی هر کدام از ترکیب‌ها را به‌دست آوریم، سپس اختلاف آنتالپی را به ازای مول مصرفی از هر کدام به‌دست آوریم:

$$\text{mol(I)},\text{mol(II)}=?$$

$$\xrightarrow{\text{دوترکیب ایزومرند}} \text{mol(I)}=\text{mol(II)}=\frac{25}{100}=0/25\,mol$$

پس اختلاف آنتالپی سوختن دو ترکیب (I) و (II) به ازای ۰/۲۵ مول از هر یک از آن‌ها برابر خواهد بود با:

$$\text{اختلاف } \Delta H \text{ سوختن ۲۵ گرم از ترکیب‌های (I) و (II)} = 0/25\times105=26/25\,kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۷۲)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(ارژنگ خاندری)*

$$\frac{2}{3}A_3B_4(s)+\frac{2}{3}DB(g)\rightarrow 2AB(s)+\frac{2}{3}DB_2(g) \qquad \Delta H=\frac{2}{3}a\,kJ$$

$$2AB(s)+2DB(g)\rightarrow 2A(s)+2DB_2(g) \qquad \Delta H=-2b\,kJ$$

$$A_2B_4(s)+\frac{1}{3}DB(g)\rightarrow \frac{2}{3}A_3B_4(s)+\frac{1}{3}DB_2(g) \qquad \Delta H=\frac{1}{3}c\,kJ$$

$$A_2B_4(s)+3DB(g)\rightarrow 2A(s)+3DB_2(g) \qquad \Delta H=\frac{2}{3}a-2b+\frac{1}{3}c$$

چون در این واکنش ۳ مول فراوردهٔ گازی تولید شده است، پس برای تولید هر مول فراوردهٔ گازی داریم:

$$\frac{۱}{۳}\times(\frac{۲}{۳}a-۲b+\frac{۱}{۳}c)=\frac{۲a}{۹}-\frac{۲}{۳}b+\frac{c}{۹}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(سیدرمیم هاشمی‌دهکردی)*

همهٔ عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در مقابل کاهش هر دو ذرهٔ سیاه (A)، یک ذرهٔ سفید (B) تولید می‌شود، پس معادلهٔ واکنش به‌صورت $۲A \rightarrow B$ بوده و به همین سبب سرعت متوسط مصرف A، دو برابر سرعت متوسط تولید B است.

عبارت دوم:

$$t_۱=۰, t_۲=۸\,min \Rightarrow \Delta t=t_۲-t_۱=۸-۰=۸\,min$$
$$n_۱B=۰$$
$$n_۲B=۴\times ۰/۲=۰/۸\,mol$$
$$\Rightarrow \Delta n_B=n_۲-n_۱=۰/۸-۰=۰/۸\,mol$$
$$\Delta[B]=\frac{\Delta n_B}{V}=\frac{۰/۸}{۲}=۰/۴\,mol.L^{-۱}$$
$$\bar{R}_B=\frac{\Delta[B]}{\Delta t}=\frac{۰/۴}{۸}=۰/۰۵\,mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

عبارت سوم: همواره سرعت متوسط واکنش نسبت به مصرف هر یک از واکنش‌دهنده‌ها یا تولید هر یک از فراورده‌ها، مقداری برابر است.

عبارت چهارم: در مقابل مصرف هر دو ذرهٔ سیاه A، یک ذرهٔ سفید B تولید می‌شود، ضریب استوکیومتری A، دو برابر ضریب استوکیومتری B و واکنش به‌صورت $۲A \rightarrow B$ است.

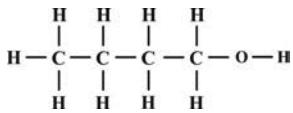
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: خط D نشان می‌دهد که این گروه از هیدروکربن‌ها در آب نامحلول هستند؛ بنابراین گشتاور دوقطبی آن‌ها تقریباً صفر است و این مواد نمی‌توانند پیوند هیدروژنی داشته باشند.

گزینهٔ «۲»: ترکیب A الکلی است که انحلال‌پذیری مشخصی دارد و چهار کربنه است؛ بنابراین با توجه به ساختار آن در زیر، این الکل، ۲۸ الکترون پیوندی دارد.



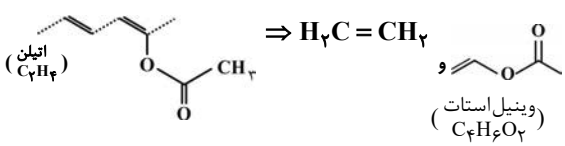
گزینهٔ «۳»: انحلال‌پذیری الکل B بیشتر از یک گرم در ۱۰۰ گرم آب است، پس در آب محلول است و در مولکول آن بخش قطبی بر ناقطبی غالب می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: متانول، اتانول، ۱- پروپانول و ۲- پروپانول به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر ؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

این پلیمر، نوعی پلی‌استر محسوب نمی‌شود.



بررسی گزینهٔ «۴»: اگر $\frac{m}{n}=۲$ باشد، فرض می‌کنیم $m=۲$ و $n=۱$ است.

$$۱C_۲H_۴ + ۲C_۴H_۶O_۲$$
$$\Rightarrow \%C=\frac{(۱(۲)+۲(۴))\times ۱۲}{۱(۲۸)+۲(۸۶)}\times ۱۰۰=\frac{۱۲۰}{۲۰۰}\times ۱۰۰=\%۶۰$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴ و ۱۱۲ تا ۱۱۴)

ریاضی ۱

۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(حمید علیزاده)*

با فرض اینکه a جملهٔ اول دنباله باشد، داریم:

$$a, \underbrace{\text{۷ واسطه هندسی}}, b$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{جمله سوم} = \text{دومین واسطه هندسی} \Rightarrow a_۳ = aq^۲ = ۲ \\ \text{جمله هفتم} = \text{ششمین واسطه هندسی} \Rightarrow a_۷ = aq^۶ = ۳۲ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{aq^۶}{aq^۲} = q^۴ = ۱۶ \xrightarrow[q>۰]{\text{جملات دنباله مثبت‌اند}} q = ۲$$

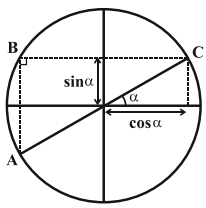
$$a_۳ = aq^۲ = ۲ \xrightarrow{q=۲} a = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow a_۴ = aq^۳ = \frac{۱}{۲}(۲)^۳ = ۴$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(علی شهرابی)*

اضلاع مثلث ABC را برحسب نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ α می‌نویسیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} BC = ۲\cos\alpha \\ BA = ۲\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{BC \times BA}{۲} \Rightarrow \frac{۷}{۹} = \frac{۲\cos\alpha ۲\sin\alpha}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲\sin\alpha\cos\alpha = \frac{۷}{۹}$$

در نتیجه مختصات نقطهٔ A به صورت زیر است:

$$A = \big(\cos(\pi+\alpha), \sin(\pi+\alpha)\big) = (-\cos\alpha, -\sin\alpha)$$

$$\text{مجموع طول و عرض نقطهٔ } A = -\sin\alpha - \cos\alpha = -(\sin\alpha + \cos\alpha)$$

حال با کمک اتحادها داریم:

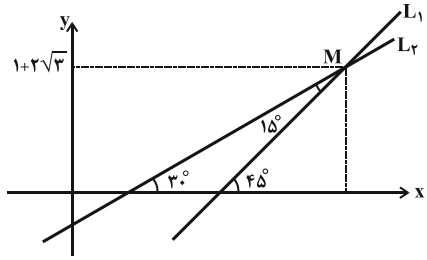
$$(\sin\alpha + \cos\alpha)^۲ = \underbrace{\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha}_{۱} + \underbrace{۲\sin\alpha\cos\alpha}_{\frac{۷}{۹}} = \frac{۱۶}{۹}$$

$$\xrightarrow[\cos\alpha>۰]{\sin\alpha>۰} \sin\alpha + \cos\alpha = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع طول و عرض نقطهٔ } A = -(\sin\alpha + \cos\alpha) = \frac{-۴}{۳}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*



شیب خط $L_۱$ برابر یک است، بنابراین با قسمت مثبت محور xها زاویهٔ ۴۵° می‌سازد، حال نقطهٔ M روی هر دو خط $L_۱$ و $L_۲$ قرار دارد، عرض آن برابر $۱+۲\sqrt{۳}$ و طول آن برابر $۶+۲\sqrt{۳}+۵=۱+۲\sqrt{۳}$ است. از طرفی با توجه به شکل بالا، زاویهٔ خط $L_۲$ با قسمت مثبت محور xها، ۳۰° است، بنابراین شیب آن برابر است با $\tan ۳۰^\circ = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$. حال با استفاده از شیب خط و مختصات نقطهٔ M برای معادلهٔ خط $L_۲$ داریم:

$$y - (۱+۲\sqrt{۳}) = \frac{۱}{\sqrt{۳}}(x - ۶ - ۲\sqrt{۳})$$

$$\Rightarrow L_۲ : y = \frac{x}{\sqrt{۳}} - ۱ \Rightarrow x - \sqrt{۳}y = \sqrt{۳}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحهٔ ۴۰)

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(حمید مام‌قادری)*

داریم:

$$(\alpha^۲ + ۲\beta^۲ - ۲\alpha\beta)(\alpha^۲ + ۲\beta^۲ + ۲\alpha\beta)$$

$$= (\alpha^۲ + ۲\beta^۲)^۲ - ۴(\alpha^۲\beta^۲) = \alpha^۴ + ۴\beta^۴ + ۴(\alpha^۲\beta^۲) - ۴(\alpha^۲\beta^۲)$$

$$= \alpha^۴ + ۴\beta^۴ = ۴\pi - ۱۰ + ۴(۵ - \pi) = ۱۰$$

(ریاضی ۱ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

با توجه به بازه‌های دامنه و برد، می‌فهمیم که تابع f از نقاط $(۵\ ,\ -۱)$ و $(۰\ ,\ ۲)$ می گذرد، پس ضابطهٔ آن به صورت زیر به دست می‌آید:

شیب خط: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۵-۰}{-۱-۲} = -\frac{۵}{۳}$

معادلهٔ خط: $y - y_۰ = m(x - x_۰)$

$$\Rightarrow y - ۰ = -\frac{۵}{۳}(x-۲) \Rightarrow y = f(x) = -\frac{۵}{۳}(x-۲)$$

در نتیجه $f(۱) = \frac{۵}{۳}$ است.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحهٔ ۱۰۳)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

ضابطهٔ تابع خطی g را $g(x) = \alpha x + \beta$ در نظر می‌گیریم. همچنین ضابطهٔ f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۴x - ۴ & ;\ x < ۱ \\ x^۲ - ۴x + ۴ & ;\ x \geq ۱ \end{cases}$$

برای پیدا کردن مقادیر α و β، ضابطهٔ g را با هر کدام از ضابطه‌های f برابر قرار می‌دهیم و چون در پی این کار به یک معادلهٔ درجهٔ دوم می‌رسیم، لازم است Δی آن‌ها را برابر صفر قرار دهیم. داریم:

$$x^۲ + ۴x - ۴ = \alpha x + \beta \Rightarrow x^۲ - (\alpha - ۴)x - (\beta + ۴) = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{شرط مماس بودن}} \Delta = (\alpha - ۴)^۲ + ۴(\beta + ۴) = ۰ \qquad (I)$$

$$x^۲ - ۴x + ۴ = \alpha x + \beta \Rightarrow x^۲ - (\alpha + ۴)x - (\beta - ۴) = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{شرط مماس بودن}} \Delta = (\alpha+4)^2 + 4(\beta-4) = 0 \qquad (II)$$

اگر معادلهٔ (I) را از معادلهٔ (II) کم کنیم:

$$(\alpha+4)^2 - (\alpha-4)^2 - 32 = 0 \Rightarrow 16\alpha = 32 \Rightarrow \alpha = 2$$

و در نتیجه $\beta = -5$ به دست می‌آید.

پس $g(x) = 2x - 5$ است و برای حاصل مطلوب مسئله داریم:

$$f(g(1)) = f(-3) = 9 - 16 = -7$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۹)

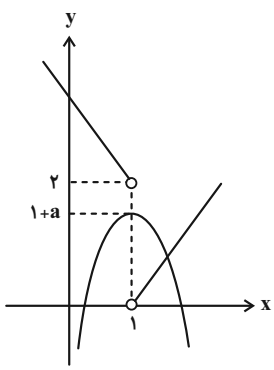
۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & ; \quad x < 0 \\ x-1 & ; \quad x > 0 \end{cases}$$

نمودار f را یک واحد به راست و یک واحد به بالا می‌بریم:

$$g(x) = f(x-1)+1 = \begin{cases} 3-x & ; \quad x < 1 \\ x-1 & ; \quad x > 1 \end{cases}$$

نمودار تابع g و همچنین سهمی $y = 2x - x^2 + a$ در شکل زیر رسم شده است:



با توجه به شکل، برای این‌که سهمی و نمودار تابع g یک نقطهٔ مشترک داشته باشند، لازم است که عرض رأس سهمی یعنی مقدار $a+1$ در بازهٔ $[0, 2)$ تغییر کند.

$$\Rightarrow 0 < 1+a \leq 2 \Rightarrow -1 < a \leq 1$$

این بازه شامل ۲ عدد صحیح است.

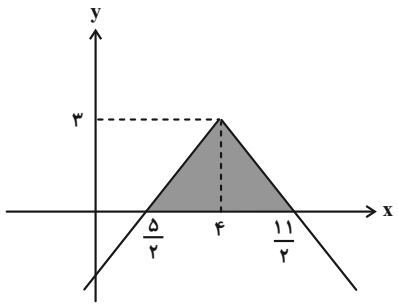
(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(علی سرآبادانی)*

دامنهٔ تابع f مجموعه جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{x^2 - ax - 4}{x+2} \geq 0$ است که با توجه به مجموعهٔ ذکر شده در صورت سؤال، درمی‌یابیم که ۱- و c ریشه‌های عبارت صورت و b ریشهٔ عبارت مخرج است. $\Rightarrow b = -2$

$$x^2 - ax - 4 = 0 \xrightarrow{x=-1} 1 + a - 4 = 0 \Rightarrow a = 3$$

ریشهٔ دیگر این معادله $c = 4$ است. پس ضابطهٔ تابع g به صورت $g(x) = 3 - 2|x-4|$ است و نمودار آن نیز در شکل زیر رسم شده است.



مساحت مثلث مشخص شده در شکل بالا برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}(3)(3) = \frac{9}{2}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها و تابع؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰ و ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

مجموعهٔ حروف صدادار کلمهٔ استیصال {آ، ی} و مجموعهٔ حروفی بی‌صدای آن {س، ت، ص، ل} است. برای اینکه حروف بی‌صدا و صدادار یک در میان کنار هم باشند دو حالت کلی زیر امکان‌پذیر است:

الف) ۳ حرف بی‌صدا و ۲ حرف صدادار باشد:

بی‌صدا صدادار بی صدا صدادار بی‌صدا

$$\left.\begin{cases} \text{جایگشت حروف بی‌صدا} : \binom{4}{3}3! = 4\times 6 = 24 \\ \text{۳ حالت : (آ ی) و (ی آ) و (آ آ) : جایگشت حروف صدادار} \end{cases}\right\} 24\times 3 = 72$$

ب) ۲ حرف بی‌صدا و ۳ حرف صدادار باشد:

صدادار بی‌صدا صدادار بی‌صدا صدادار

$$\left.\begin{cases} \text{جایگشت حروف بی‌صدا} : \binom{4}{2}2! = 6\times 2 = 12 \\ \text{۳ حالت : (آ آ ی) و (ی آ آ) و (آ ی آ) : جایگشت حروف صدادار} \end{cases}\right\} 12\times 3 = 36$$

حال طبق اصل جمع، تعداد کل کلمات مطلوب برابر $108 = 36 + 72$ است.

(ریاضی ۱ — شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

از خانواده‌ای با $2n$ فرزند، در $\binom{2n}{n}$ حالت، تعداد فرزندان پسر و دختر برابراند.

پس در خانوادهٔ ۴ فرزندی، در $\binom{4}{2} = 6$ حالت، تعداد فرزندان پسر و دختر برابرند.

تعداد کل حالات برای فرزندان این خانواده نیز، برابر $2^4 = 16$ است. پس احتمال موردنظر برابر است با:

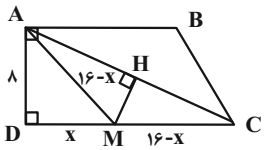
$$P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

(ریاضی ۱ — آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

هندسه ۱

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(بهواد حاتمی)*

نقطهٔ M روی عمودمنصف قطر AC قرار دارد، بنابراین فاصلهٔ آن از نقاط، A و C برابر است. اگر $MD = x$ فرض شود، آن‌گاه $MA = MC = ۱۶ - x$ است و در نتیجه داریم:



$$\overset{\Delta}{ADM}: AM^۲ = AD^۲ + MD^۲$$

$$\Rightarrow (۱۶-x)^۲ = ۸^۲ + x^۲$$

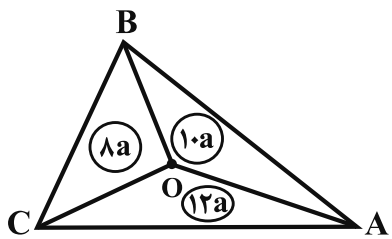
$$\Rightarrow ۲۵۶ - ۳۲x + x^۲ = ۶۴ + x^۲$$

$$\Rightarrow ۳۲x = ۱۹۲ \Rightarrow x = ۶$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** *(رضا عباسی‌اصل)*

نقطهٔ تلاقی نیمسازهای داخلی از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. پس در مثلث‌های AOB، AOC و BOC، ارتفاع‌هایی که از O بر ضلع مقابل رسم می‌شوند، طول یکسانی دارند. در نتیجه نسبت مساحت‌های این سه مثلث با نسبت قاعده‌هایشان مساوی است.



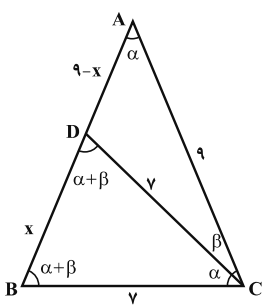
حال:

$$S_{AOB} = S \Rightarrow ۱۰a = S \Rightarrow a = \frac{۱}{۱۰}S$$

$$S_{ABC} = ۳۰a = ۳۰ \times \frac{۱}{۱۰}S = ۳S$$

(هندسه ۱ - ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(رضا عباسی‌اصل)*



فرض کنیم: $\widehat{DAC} = \widehat{DCB} = \alpha$ و $\widehat{ACD} = \beta$ داریم:

$$\widehat{BDC} = \hat{A} + \widehat{ACD} = \alpha + \beta$$

$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \widehat{ACB} \Rightarrow \hat{B} = \alpha + \beta$$

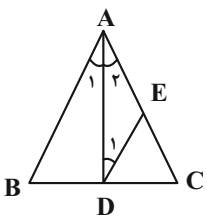
پس مثلث BDC متساوی‌الساقین و $DC = ۷$ است.

دو مثلث BCD و ABC به حالت تساوی دو زاویه، متشابه‌اند. داریم:

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{BD}{۷} = \frac{۷}{۹} \Rightarrow BD = \frac{۴۹}{۹} \Rightarrow AD = ۹ - \frac{۴۹}{۹} = \frac{۳۲}{۹}$$

(هندسه ۱ - قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



$$AB \parallel DE \text{ , مورب } AD \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{D}_۱ \xrightarrow{\hat{A}_۱ = \hat{A}_۲}$$

$$\hat{A}_۲ = \hat{D}_۱ \Rightarrow \overset{\Delta}{ADE} \text{ متساوی‌الساقین است} \Rightarrow AE = DE \qquad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{CAB}: DE \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

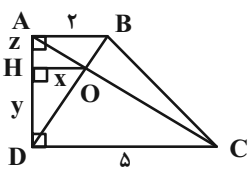
$$\xrightarrow{(۱)} \frac{AE}{AB} = \frac{CE}{AC} \Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{AC}{AB}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{CE}{AC} = \frac{AC}{AC + AB} \Rightarrow \frac{CE}{۲۵} = \frac{۲۵}{۴۵}$$

$$\Rightarrow CE = \frac{۲۵ \times ۲۵}{۴۵} = \frac{۱۲۵}{۹}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*



مطابق شکل اگر فاصلهٔ تلاقی قطرها از ساق قائم را با x و اندازهٔ قطعات ایجاد شده روی این ساق را با y و z نمایش دهیم، داریم:

$$\overset{\Delta}{DAB}: HO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{HO}{AB} = \frac{DH}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۲} = \frac{y}{y+z}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{x}{۲-x} = \frac{y}{z} \qquad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{ADC}: HO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{HO}{DC}=\frac{AH}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5}=\frac{z}{y+z}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{x}{5-x}=\frac{z}{y} \Rightarrow \frac{5-x}{x}=\frac{y}{z} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{x}{2-x}=\frac{5-x}{x} \Rightarrow x^2=10-7x+x^2$$

$$\Rightarrow 7x=10 \Rightarrow x=\frac{10}{7}$$

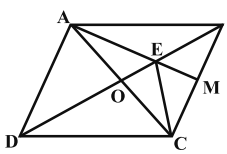
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

چهارضلعی‌ای که فقط دو ضلع مقابل موازی دارد، لزوماً ذوزنقه است و در صورتی که قطرهای آن برابر یکدیگر باشند، قطعاً ذوزنقه متساوی‌الساقین است. چهارضلعی گزینهٔ «۱» مربع است و در گزینه‌های «۲» و «۳»، مستطیل نیز از ویژگی‌های مشابه برخوردار است.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۳)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(علی فتح‌آبادی)*



قطر AC را رسم می‌کنیم تا قطر BD را در نقطهٔ O قطع نماید. در مثلث ABC، AM و BO میانه‌های نظیر اضلاع BC و AC هستند.

اگر نقاط C و E را به هم وصل کنیم، مساحت هر یک از دو مثلث EOC و EMC، $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ABC است.

$$S_{\overset{\Delta}{EOC}}=S_{\overset{\Delta}{EMC}}=\frac{1}{6}S_{\overset{\Delta}{ABC}}=\frac{1}{12}S_{ABCD}=\frac{1}{12}\times 30=2/5$$

از طرفی با رسم دو قطر یک متوازی‌الاضلاع، ۴ مثلث هم مساحت پدید می‌آید، بنابراین داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{DOC}}=\frac{1}{4}S_{ABCD}=\frac{1}{4}\times 30=7/5$$

$$\text{مساحت ناحیهٔ هاشورخورده}=S_{DOC}+S_{EOC}+S_{EMC}$$

$$=7/5+2/5+2/5=12/5$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** *(خرزانه خاکپاش)*

با توجه به فرض، $b'=2b$ و $i'=2i$ است. طبق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای داریم:

$$S=\frac{b}{2}+i-1$$

$$S'=\frac{b'}{2}+i'-1=\frac{2b}{2}+2i-1$$

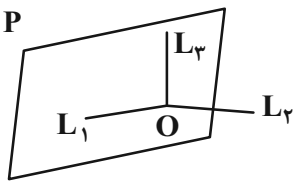
$$\frac{2b}{2}+2i-1>\frac{2b}{2}+2i-2=2(\frac{b}{2}+i-1)$$

$$\Rightarrow S'>2S$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** *(رضا عباسی‌اصل)*

فرض کنید خط L_3 درون صفحهٔ P نباشد. در این صورت بر دو خط متقاطع L_1 و L_3، صفحه‌ای مانند P' می‌گذرد.

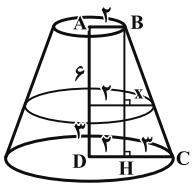


چون خط L_2 بر دو خط متقاطع از صفحهٔ P' در محل تقاطع عمود است، پس $L_2 \perp P'$. از طرفی $L_2 \perp P$، پس $P \parallel P'$. با توجه به اینکه دو صفحهٔ P و P' هر دو شامل خط L_1 هستند، پس نمی‌توانند موازی یکدیگر باشند و در نتیجه طبق برهان خلف، خط L_3 لزوماً درون صفحهٔ P قرار دارد.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*

از دوران ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه حول ارتفاع، یک مخروط ناقص به‌وجود می‌آید. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای موازی با قاعده‌های ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه با این مخروط ناقص، یک دایره است.



طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث BHC داریم:

$$\frac{x}{3}=\frac{6}{9} \Rightarrow 9x=18 \Rightarrow x=2$$

بنابراین مطابق شکل، شعاع دایرهٔ مورد نظر برابر ۴ است و در نتیجه مساحت سطح مقطع برابر است با:

$$S=\pi(4)^2=16\pi$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

فیزیک ۱

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(پوریا علاقه‌مند)*

کمیت‌های تندی- سرعت و بار الکتریکی فرعی هستند و بقیهٔ اصلی هستند، بنابراین، تعداد ۳ کمیت فرعی است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۷)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(احسان محمدی)*

جرم انگشتر برابر مجموع جرم‌های طلا و مس است. بنابراین داریم:

$$m_{Au}=\rho_{Au}V_{Au} \text{ و } m_{Cu}=\rho_{Cu}V_{Cu} \text{ و } ۱۶=m_{Au}+m_{Cu}$$

$$\Rightarrow ۱۶=۲۰V_{Au}+۸V_{Cu}$$

از طرفی حجم این انگشتر نیز برابر حجم مقدار آبی است که از ظرف بیرون می‌ریزد. بنابراین داریم:

$$۱/۱=V_{Au}+V_{Cu}\Rightarrow\begin{cases}۱۶=۲۰V_{Au}+۸V_{Cu}\\ ۱/۱=V_{Au}+V_{Cu}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۱۶=۲۰V_{Au}+۸V_{Cu}\\ ۲۲=۲۰V_{Au}+۲۰V_{Cu}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}V_{Cu}=۰/۵cm^۳\\ V_{Au}=۰/۶cm^۳\end{cases}$$

و جرم هر کدام برابر است با:

$$m_{Cu}=\rho_{Cu}V_{Cu}=۸\times۰/۵=۴g$$

$$m_{Au}=\rho_{Au}V_{Au}=۲۰\times۰/۶=۱۲g$$

در آخر اختلاف جرم آن‌ها برابر است با: $\Delta m=۱۲-۴=۸g$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(حسین مفرومی)*

ابتدا ارتفاع مایع‌ها را می‌یابیم:

$$h_۱+h_۲=۵۰cm$$

$$m_۱=m_۲\Rightarrow\rho_۱V_۱=\rho_۲V_۲\Rightarrow ۰/۸\times A\times h_۱=۱/۲\times A\times h_۲$$

$$\Rightarrow h_۱=\frac{۳}{۲}h_۲\Rightarrow\frac{۳}{۲}h_۲+h_۲=۵۰cm\Rightarrow\frac{۵}{۲}h_۲=۵۰$$

$$\Rightarrow h_۲=۲۰cm \quad , \quad h_۱=۳۰cm$$

$$P_{\text{کف ظرف}}=P_۰+\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲$$

$$\Rightarrow P=۹۵۰۰۰+۸۰۰\times۱۰\times۰/۳+۱۲۰۰\times۱۰\times۰/۲$$

$$\Rightarrow P=۹۵۰۰۰+۲۴۰۰+۲۴۰۰=۹۹۸۰۰Pa=۹۹/۸kPa$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمد ساکی)*

با استفاده از معادلهٔ پیوستگی برای شاره تراکم‌ناپذیر، به صورت زیر تندی آب در مقطع B را می‌یابیم:

$$A_Av_A=A_Bv_B\xrightarrow{A=\pi r^۲=\pi\frac{D^۲}{۴}}\frac{\pi D_A^۲}{۴}\times v_A=\frac{\pi D_B^۲}{۴}\times v_B$$

$$\Rightarrow D_A^۲v_A=D_B^۲v_B\xrightarrow[v_A=۵\frac{m}{s}]{D_A=۲D_B}۴D_B^۲\times۵=D_B^۲\times v_B$$

$$\Rightarrow v_B=۲۰\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا باید تندی اولیهٔ خودرو را به‌دست آوریم. با توجه به نمودار داده شده به ازای $v_۱$، انرژی جنبشی برابر $K_۱$ و به ازای $v_۲=v_۱+۳۰(\frac{m}{s})$، انرژی جنبشی $K_۲=۱۶K_۱$ است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ می‌توان نوشت:

$$\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{m_۲}{m_۱}\times(\frac{v_۲}{v_۱})^۲\xrightarrow[v_۲=v_۱+۳۰(\frac{m}{s})]{K_۲=۱۶K_۱,m_۱=m_۲}$$

$$\frac{۱۶K_۱}{K_۱}=۱\times(\frac{v_۱+۳۰}{v_۱})^۲\Rightarrow ۱۶=(\frac{v_۱+۳۰}{v_۱})^۲\xrightarrow{\text{جذرمی‌گیریم}}$$

$$۴=\frac{v_۱+۳۰}{v_۱}\Rightarrow ۴v_۱=v_۱+۳۰\Rightarrow ۳v_۱=۳۰\Rightarrow v_۱=۱۰\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توان انرژی جنبشی اولیه را به‌دست آورد:

$$K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲\xrightarrow[v_۱=۱۰\frac{m}{s}]{m=۴۰۰kg}K_۱=\frac{۱}{۲}\times۴۰۰\times۱۰۰$$

$$K_۱=۲۰۰۰۰J\xrightarrow{\div۱۰۰۰}K_۱=۲۰kJ$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمد بحلولی)*

پس از پاره شدن زنجیر، نیروی پیشران روی تراکتور کار انجام می‌دهد. بنابراین طبق قضیه کار- انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow Fd\cos 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$1440 \times 40 = \frac{1}{2} \times 800 \times (v_2^2 - 25) \Rightarrow v_2^2 = 169$$

$$\Rightarrow v_2 = 13\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

ابتدا انبساط حجمی ظرف را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_1(3\alpha)\Delta T$$

$$\Delta V = 200 \times (3 \times 10^{-5}) \times (120 - 20) = 0/6\,cm^3$$

اکنون افزایش حجم واقعی گلیسیرین را می‌یابیم:

$$\Delta V_{\text{گلیسیرین}} = 9/2 + 0/6 = 9/8\,cm^3$$

$$\Delta V_{\text{گلیسیرین}} = V_1\beta\Delta T \Rightarrow 9/8 = 200\beta \times (120 - 20)$$

$$\beta = \frac{9/8}{200 \times 100} = 4/9 \times 10^{-4} = 49 \times 10^{-5}\,\frac{1}{K}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۵)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمد سالکی)*

ابتدا انرژی لازم برای رسیدن یخ به دمای صفر درجهٔ سلسیوس و انرژی که آب از دست می‌دهد تا به دمای صفر درجهٔ سلسیوس برسد را محاسبه می‌کنیم.

$Q_1 = mc\Delta\theta = 230 \times c_{\text{یخ}} \times 20 = 4600c_{\text{یخ}} = 2300c_{\text{آب}}$ لازم برای یخ

$Q_1 = mc\Delta\theta = 300 \times c_{\text{آب}} \times 5 = 1500c_{\text{آب}}$ آب تا صفر درجهٔ سلسیوس

چون گرمای مورد نیاز یخ، از گرمایی که آب از دست می‌دهد بزرگ‌تر است، نیاز است تا مقداری آب به یخ تبدیل شود. پس:

$$Q_1 - Q_2 = 2300c_{\text{آب}} - 1500c_{\text{آب}} = 800c_{\text{آب}}$$

این گرما باعث می‌شود تا m' گرم آب به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود:

$$m'L_F = 800c_{\text{آب}} \Rightarrow m' \times 80c_{\text{آب}} = 800c_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow m' = 10\,g$$

پس ۱۰ گرم از آب به یخ تبدیل می‌شود.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

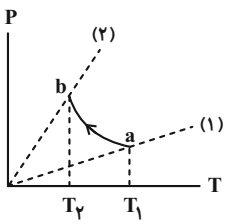
اگر به این ماده گرما بدهیم دمایش افزایش می‌یابد به شرط آن‌که گرمای داده شده، تغییر حالت در ماده ایجاد نکند.

در خلال تغییر حالت مثلاً ذوب یا تبخیر، ماده گرما دریافت می‌کند و انرژی درونی آن افزایش می‌یابد، اما دما ثابت می‌ماند.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

دو فرایند هم‌حجم (۱) و (۲) را رسم می‌کنیم.



با توجه به معادلهٔ حالت گازهای آرمانی داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{\text{V ثابت}} P = \frac{nR}{V}T$$

این رابطه نشان می‌دهد، شیب نمودار یعنی $\frac{nR}{V}$ با حجم رابطهٔ عکس دارد.

بنابراین، حجم گاز در فرایند هم‌حجم (۲) از حجم آن در فرایند (۱) کمتر است.

$$V_2 < V_1 \Rightarrow \Delta V < 0$$

از طرفی با توجه به این‌که از a تا b دمای مطلق گاز کاهش می‌یابد، لذا انرژی درونی گاز که تابع دمای مطلق است، کاهش خواهد یافت.

$$T_2 < T_1 \Rightarrow \Delta U < 0$$

بنابراین، تغییرات انرژی درونی و حجم گاز، هر دو منفی است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

شیمی ۱

۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(سیدرضا رضوی)*

لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی ^{6}Li و ^{7}Li بوده که مقایسه فراوانی و پایداری آن‌ها به‌صورت $^{7}Li > {}^{6}Li$ است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳ تا ۶)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

در زیرلایه‌های $4p$ و $3d$ مجموع n و l برابر ۵ می‌باشد.

$$X: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^5$$

این عنصر در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای قرار دارد.

در این اتم ۸ زیرلایه از الکترون اشغال شده است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

الکترون‌هایی که دارای اعداد کوانتومی $n = 3$ و $l = 2$ هستند، در زیرلایهٔ $3d$ قرار دارند. در چنین عنصری حتماً زیرلایه $4s$ نیز دارای الکترون است. حال اگر ۲۵٪ از الکترون‌های ظرفیتی در $4s$ بوده و ۷۵٪ در $3d$ جای داشته باشند، آرایش الکترونی آن به‌صورت زیر خواهد بود:

$$X: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: این عنصر دارای عدد اتمی ۲۶ بوده و در گروه ۸ از دورهٔ ۴ جدول دوره‌ای جای دارد.

گزینهٔ «۲»: لایه‌های اول و دوم در این اتم به‌طور کامل پر شده است اما چون زیرلایهٔ $3d$ کاملاً پر نیست، نمی‌توان گفت که ۳ لایه از الکترون به‌طور کامل پُر شده است.

گزینهٔ «۳»: عنصری که ۲ الکترون با $n = 3$ و $l = 1$ دارد، دارای آرایش الکترونی زیر بوده و عدد اتمی آن ۱۴ است:

$$_{14}Y: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2 \Rightarrow \frac{26}{14} \neq 2$$

گزینهٔ «۴»: آخرین عنصر دورهٔ چهارم جدول تناوبی، دارای عدد اتمی ۳۶ بوده و بین این عنصر $(_{26}X)$ و عنصر آخر دورهٔ چهارم، ۹ عنصر جای دارند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ و ۲۷ تا ۳۴)

۸۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$C_2H_5OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده برابر ۴ می‌باشد.

بررسی گزینهٔ «۲»:

$$\frac{\text{جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{1}{2}$$

(O_2) $:\ddot{O}=\ddot{O}:$ $\quad$ (O_3) $:\ddot{O}-\ddot{O}=\ddot{O}:$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۴ تا ۵۷، ۶۲ تا ۶۴ و ۷۴)

۸۵- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

$$0/95gX = 3/01\times10^{22}atomX \times \frac{1molX}{6/02\times10^{23}atomX} \times \frac{BgX}{1molX}$$

$$\Rightarrow B = 19gX$$

جرم مولی X برابر ۱۹ گرم بر مول است. عنصر X (همان $_9F$) دارای مولکول‌های دو اتمی X_2 می‌باشد.

$$?mLX_2 = 0/05molX \times \frac{1molX_2}{2molX} \times \frac{22400mLX_2}{1molX_2}$$

$$= 560mLX_2$$

$$_9^AX: A = n + p \Rightarrow 19 = n + 9 \Rightarrow n = 10$$

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۱۶ تا ۱۹ و ۷۷ تا ۸۱)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ساختار لوویس گونه‌های داده شده عبارتند از:

$:\ddot{S}=C=\ddot{O}:$ $\quad$ $:\ddot{O}=N-\ddot{O}:$ ($:\ddot{Cl}:$) $\quad$ $:\ddot{Br}-C(=\ddot{O})-\ddot{Br}:$

$[:\ddot{O}-\ddot{Cl}(-\ddot{O}:)-\ddot{O}:]^-$ $\quad$ $[:N\equiv O:]^+$

۸ جفت الکترون ناپیوندی در $COBr_2$ و NO_2Cl وجود دارد و نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ClO_3^- برابر $\frac{3}{10}$ می‌باشد.

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶، ۵۴ تا ۵۶ و ۸۹ تا ۹۲)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ث» درست‌اند.

بررسی برخی عبارت‌ها:

آ) دگرشکل (آلوتروپ) به شکل‌های گوناگون مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود. تغییر حالت فیزیکی سبب تشکیل یک آلوتروپ نمی‌شود؛ بنابراین یخ آلوتروپ آب نیست.

ب) برخی کشاورزان آهک را برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی به خاک می‌افزایند و باعث می‌شود تا مقدار و نوع مواد معدنی در دسترس گیاه تغییر کند.

ت) ردپای کربن دی‌اکسید تولید شده در تولید برق با استفاده از انرژی خورشید از باد، بیشتر است.

ث) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده از خورشید را به‌صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد و گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده می‌شوند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰، ۶۶، ۶۹ و ۷۳)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمد فلاح‌نژاد)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ۲۰۵ گرم شکر در ۱۰۰ گرم آب محلول است؛ بنابراین ۹۵ گرم رسوب باقی‌مانده در ۴۶/۳ گرم آب محلول سیرشده و در ۶۰ گرم آب یک محلول سیرنشده تشکیل می‌دهد.

گزینهٔ «۲»: اتانول برخلاف شکر به هر نسبتی در آب حل می‌شود و نمی‌توان برای آن انحلال‌پذیری درنظر گرفت.

گزینهٔ «۳»: در ساختار اتانول گروه $-OH$ وجود دارد و در بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی، نیروی بین مولکولی غالب است.

گزینهٔ «۴»: در روغن همانند هگزان $\mu \simeq 0$ و در اتانول همانند استون $\mu > 0$ است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹ و ۱۲۱)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

عبارت‌های (آ) و (ب) نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

آ) جرم محلول نیز افزایش می‌یابد؛ در نتیجه درصد جرمی آن محلول کمتر از دو برابر می‌شود.

ب) در شرایط یکسان انحلال‌پذیری گاز O_2 بیشتر از گاز N_2 می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶، ۹۸، ۱۱۳ تا ۱۱۵ و ۱۱۹)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

محلول (۱): $8/4\,g\ NaHCO_3 \times \frac{1\,mol\ NaHCO_3}{84\,g\ NaHCO_3}$

$= 0/1\,mol\ NaHCO_3$

$M = \frac{0/1}{0/2} = 0/5\ mol \cdot L^{-1}$

$\Rightarrow$ غلظت یون‌ها: $0/5 \times 2 = 1\,mol.L^{-1}$

محلول (۲): $5/85\,g\ NaCl \times \frac{1\,mol\ NaCl}{58/5\,g\ NaCl} = 0/1\,mol\ NaCl$

$M = \frac{0/1}{0/1} = 1\,mol \cdot L^{-1}$

$\Rightarrow$ غلظت یون‌ها: $1 \times 2 = 2\,mol.L^{-1}$

پس محلول سمت راست یعنی $NaCl$ غلیظ‌تر است. فرایند اسمز تا جایی که غلظت دو محلول تقریباً برابر شود ادامه می‌یابد و فرایند جابه‌جایی مولکول‌های آب فقط تا رسیدن به تعادل و یکسان شدن غلظت در دو طرف غشاء ادامه می‌یابد و نیازی به انتقال کامل آب از یک ظرف به ظرف دیگر نیست.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)