دفترچه پاسخ

آزمون ۱۳ مرداد ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی-کاظم اجلالی-عباس اشرفی-امیرهوشنگ انصاری-رحمان پوررحیم-محمدسجاد پیشوایی-محمدابراهمیم توزنده‌جانی عادل حسینی-وحید راحتی-بابک سادات-سهیل ساسانی-علی اصغر شریفی-پویان طهرانیان-حمید علیزاده-احسان غنی‌زاده معین کرمی-لیلا مرادی-مهدی ملارمضانی-سروش موئینی-حامد نصیری
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-علی ایمانی-محبوبه بهادری-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش سوگند روشنی-سیدمحسن فاطمی-مهرداد ملوندی-سرژ یقیازاریان تبریزی
	آمارو احتمال وریاضیات گسسته	محمدمهدی ابوترابی- امیرحسین ابومحبوب- جواد حاتمی-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-امیرهوشنگ خمسه-سیدوحید ذوالفقاری سوگند روشنی-نیلوفر مهدوی-سروش موئینی-محمدعلی نادرپور-امیر وفائی
	فیزیک	هاشم زمانیان-محمد ساکی-معصومه شریعت‌ناصری-مریم شیخ‌مو-پوریا علاقه‌مند-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-محمود منصوری امیراحمد میرسعید-مجتبی نکوئیان
	شیمی	هدی بهاری‌پور-امیرحاتمیان-ایمان حسین‌نژاد-سینا رحمانی‌تبار-علی طرفی-امیرحسین طیبی-محمدپارسا فراهانی-علیرضا کیانی‌دوست امیرحسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمارو احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	حمید زرین‌کفش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳، ۰۲۱

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۲»** *(وحید رامتی)*

$$\left.\begin{matrix} f(2)+g(2)=3 \\ f(2)-g(2)=7 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2f(2)=10 \Rightarrow \begin{cases} f(2)=5 \\ g(2)=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^2(2)-3g(2)=25-3(-2)=31$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۲- **گزینهٔ «۳»** *(احسان غنی‌زاده)*

با توجه به دامنهٔ تابع f داریم:

$$D_f : ax-b \geq 0$$

$$\xrightarrow[D_f=[-2,+\infty)]{a>0} x \geq \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a}=-2 \Rightarrow b=-2a$$

$$3y-2x=9 \xrightarrow{x=0} 3y=9 \Rightarrow y=3 \Rightarrow A(0,3)$$

نقطهٔ $A(0,3)$ در ضابطهٔ f صدق می‌کند، پس داریم:

$$f(0)=3 \Rightarrow 1+\sqrt{-b}=3 \Rightarrow \sqrt{-b}=2 \Rightarrow b=-4$$

$$\xrightarrow{b=-2a} -4=-2a \Rightarrow a=2$$

$$\Rightarrow f(x)=1+\sqrt{2x+4}$$

$$\Rightarrow f(a-b)=f(2-(-4))=f(6)=1+\sqrt{2\times 6+4}$$

$$\Rightarrow 1+\sqrt{16}=1+4=5$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۳- **گزینهٔ «۳»** *(حمید علیزاده)*

برای هر ضابطه برد را حساب می‌کنیم:

$$0<x\leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x}\geq 2 \Rightarrow -\frac{1}{x}\leq -2 \Rightarrow R_1=(-\infty\ ,-2]$$

$$x<0 \Rightarrow -x>0 \Rightarrow 1-x>1 \Rightarrow \sqrt{1-x}>1$$
$$\Rightarrow R_2=(1\ ,+\infty)$$

برد تابع f اجتماع دو بازهٔ بالا است:

$$R_f=R_1\cup R_2=(-\infty\ ,-2]\cup(1\ ,+\infty)=\mathbb{R}-(-2\ ,1]$$

در نتیجه $a=-2$ و $b=1$ و $b-a=3$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۴- **گزینهٔ «۴»** *(سهیل ساسانی)*

شرط تابع بودن: $(4,n-3)=(4,-1) \Rightarrow n-3=-1 \Rightarrow n=2$

شرط یک‌به‌یک بودن: $(m^2-m,3)=(2,3)$

$$\Rightarrow m^2-m=2 \Rightarrow m^2-m-2=0$$

$$\begin{cases} m=-1 \text{ ق‌ق} \\ m=2 \Rightarrow (1,5),(-2,5) \Rightarrow \text{غ‌ق‌ق} \end{cases} \quad \text{(غیر یک به یک)}$$

$$\Rightarrow n=2, m=-1 \Rightarrow (m,n)=(-1,2)$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۵- **گزینهٔ «۱»** *(عباس اشرفی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع f را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x)=x^2-3x+1=(x-\frac{3}{2})^2-\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow y=(x-\frac{3}{2})^2-\frac{5}{4}$$

و داریم:

$$y+\frac{5}{4}=(x-\frac{3}{2})^2 \Rightarrow \sqrt{y+\frac{5}{4}}=|x-\frac{3}{2}| \xrightarrow{x\leq \frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{y+\frac{5}{4}}=-x+\frac{3}{2} \Rightarrow x=-\sqrt{y+\frac{5}{4}}+\frac{3}{2}$$

جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$y=-\sqrt{x+\frac{5}{4}}+\frac{3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x)=-\sqrt{x+\frac{5}{4}}+\frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$a=-1, b=\frac{5}{4}, c=\frac{3}{2} \Rightarrow 2a+b-c=2(-1)+\frac{5}{4}-\frac{3}{2}=-\frac{9}{4}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۶- **گزینهٔ «۲»** *(پویان طهرانیان)*

حال داریم:

$$f(x)=\frac{۲-x}{۳x+۵}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{-۵x+۲}{۳x+۱}$$

$$f^{-۱}(-۲f^{-۱}(k))=-۱\Rightarrow -۲f^{-۱}(k)=f(-۱)\xrightarrow{f(-۱)=\frac{۳}{۲}}$$

$$-۲f^{-۱}(k)=\frac{۳}{۲}\Rightarrow f^{-۱}(k)=-\frac{۳}{۴}\Rightarrow \frac{-۵k+۲}{۳k+۱}=-\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow -۹k-۳=-۲۰k+۸\Rightarrow ۱۱k=۱۱\Rightarrow k=۱$$

$$\Rightarrow f(۱)=\frac{۲-۱}{۳(۱)+۵}=\frac{۱}{۸}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۷- **گزینهٔ «۱»** *(بابک سادات)*

دامنه و برد تابع f برابر $\mathbb{R}$ است. با توجه به این موضوع که برد f محدودیتی برای gof ایجاد نمی‌کند، بیشترین مقدار g همان بیشترین مقدار $gof(x)=-۳x^{۲}+۱$ است؛ یعنی $y=۱$ است. از طرفی تغییرات $g(۲x+۷)$ صرفاً در مورد دامنه بوده ، محدودیت برای برد ایجاد نمی‌کند و روی بیشترین مقدار (عرض) تأثیری ندارد.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمدسجاد پیشوایی)*

طبق تعریف دامنهٔ $gof(x)$ داریم:

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$$

با توجه به دامنهٔ f و خروجی آن، داریم:

$$\{[۰,۱]\in D_f \mid [۱,۲]\in D_g\}\rightarrow \text{قق}$$

$$\{(۱,۲]\in D_f \mid [۰,۱)\notin D_g\}\rightarrow \text{غقق}$$

$$\{(۲,۳)\in D_f \mid (۰,۱)\notin D_g\}\rightarrow \text{غقق}$$

$$\{[۳,۴]\in D_f \mid [۱,۲]\in D_g\}\rightarrow \text{قق}$$

بنابراین دامنهٔ تابع gof برابر $[۰,۱]\cup[۳,۴]$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمدسجاد پیشوایی)*

کافی است در دو طرف تساوی زیر تابع f را اعمال کنیم.

$$f^{-۱}(۲x+۵)=g(x+۲)\xrightarrow{f}۲x+۵=f(g(x+۲))$$

حال کافی است برای یافتن $(fog)(۳)$ مقدار $x=۱$ را قرار دهیم.

$$\xrightarrow{x=۱}(fog)(۳)=۲(۱)+۵=۷$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

ابتدا مقدار k و در نتیجه ضابطهٔ f را به دست می‌آوریم:

$$f(f(۱))=-۱\Rightarrow f\left(\frac{۱}{k-۲}\right)=-۱$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{۱}{k-۲}}{\frac{k}{k-۲}-۲}=\frac{۱}{k-۲k+۴}=-۱$$

$$\Rightarrow -k+۴=-۱\Rightarrow k=۵\Rightarrow f(x)=\frac{x}{۵x-۲}$$

حال برای دامنهٔ تابع fof داریم:

$$D_{fof}=\{x \mid x\in D_f\ ,\ f(x)\in D_f\}=\{x \mid x\neq \frac{۲}{۵}\ ,\ \frac{x}{۵x-۲}\neq \frac{۲}{۵}\}$$

$$\frac{x}{۵x-۲}\neq \frac{۲}{۵}\Rightarrow ۵x\neq ۱۰x-۴\Rightarrow x\neq \frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow D_{fof}=\mathbb{R}-\left\{\frac{۲}{۵},\frac{۴}{۵}\right\}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

هندسه ۲

۱۱- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصّه‌خان)*

چهارضلعی‌های محاطی عبارتند از: مربع، مستطیل و ذوزنقهٔ متساوی الساقین

چهارضلعی‌های محیطی عبارتند از: مربع، لوزی و کایت

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

در صورتی که دو دایره مماس درون یا متداخل باشند، داریم:

$$OO' \le |R - R'| \Rightarrow ۳ \le |۲m - ۱|$$

$$\xrightarrow{m>۰} ۲m - ۱ \ge ۳ \Rightarrow ۲m \ge ۴ \Rightarrow m \ge ۲$$

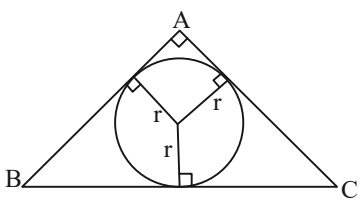
$$\min(m) = ۲ \Rightarrow \min(r) = ۴$$

$$S_{min} = \pi r^۲ = \pi(۴)^۲ = ۱۶\pi$$

(هندسه ۲- دایره: صفحهٔ ۲۰)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

می‌دانیم نقطه همرسی نیمسازهای داخلی هر مثلث، مرکز دایرهٔ محاطی داخلی آن مثلث است. بنابراین مجموع فواصل این نقطه از سه ضلع، سه برابر شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث است.



از طرفی مثلث ABC قائم‌الزاویه است پس داریم:

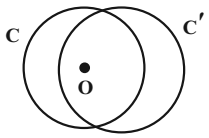
$$\left.\begin{array}{l} S = \frac{۱}{۲}(۵)(۱۲) = ۳۰ \\ P = \frac{۵+۱۲+۱۳}{۲} = ۱۵ \end{array}\right\} \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{۳۰}{۱۵} = ۲ \Rightarrow ۳r = ۶$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

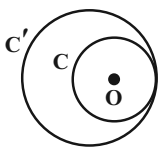
۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

در هر یک از حالت‌های زیر، مرکز دایرهٔ C می‌تواند درون دایرهٔ C' باشد.

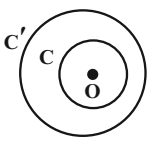
الف) متقاطع: دو دایره دو نقطهٔ مشترک دارند.



ب) مماس داخل: دو دایره یک نقطهٔ مشترک دارند.



پ) متداخل: دو دایره نقطهٔ مشترک ندارند.



(هندسه ۲- دایره: صفحهٔ ۲۰)

۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

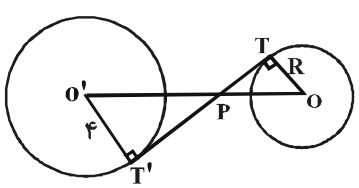
اگر a و b به ترتیب طول اضلاع n ضلعی منتظم محاطی و محیطی دایره‌ای به شعاع r باشند، آن‌گاه داریم:

$$\left.\begin{array}{l} a = ۲r\sin\frac{۱۸۰^\circ}{n} \\ b = ۲r\tan\frac{۱۸۰^\circ}{n} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin\frac{۱۸۰^\circ}{n}}{\tan\frac{۱۸۰^\circ}{n}} = \frac{\sin\frac{۱۸۰^\circ}{n}}{\frac{\sin\frac{۱۸۰^\circ}{n}}{\cos\frac{۱۸۰^\circ}{n}}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \cos\frac{۱۸۰^\circ}{n} \xrightarrow{n=۶} \frac{a}{b} = \cos\frac{۱۸۰^\circ}{۶} = \cos ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحسن فاطمی)*



$$\overset{\Delta}{OPT} \sim \overset{\Delta}{O'PT'} \Rightarrow \frac{O'P}{OP} = \frac{O'T'}{OT} \quad \text{(تساوی زاویه‌ها)}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۱} = \frac{۴}{R} \Rightarrow R = ۲$$

$$TT' = \sqrt{OO'^{۲} - (R+R')^{۲}} \text{ : مماس مشترک داخلی}$$

$$= \sqrt{۸^{۲} - (۲+۴)^{۲}} = \sqrt{۲۸} = ۲\sqrt{۷}$$

تذکر: دقت کنید که قطعاً $R < ۴$ است، چون در غیر این‌صورت دو دایره نمی‌توانند خارج یکدیگر باشند.

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** (فرزانه شاکپاش)

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^{۲} - (R+R')^{۲}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{۱۰})^{۲} - (R+۲R)^{۲}} = \sqrt{۱۰ - ۹R^{۲}}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^{۲} - (R-R')^{۲}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{۱۰})^{۲} - (R-۲R)^{۲}} = \sqrt{۱۰ - R^{۲}}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\sqrt{۱۰ - R^{۲}} = ۳\sqrt{۱۰ - ۹R^{۲}}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۱۰ - R^{۲} = ۹(۱۰ - ۹R^{۲})$$

$$\Rightarrow ۱۰ - R^{۲} = ۹۰ - ۸۱R^{۲}$$

$$\Rightarrow ۸۰R^{۲} = ۸۰ \Rightarrow R^{۲} = ۱ \Rightarrow R = ۱$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** (فرزانه شاکپاش)

اگر شعاع دایرهٔ محاطی داخلی را با r، شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر قاعده را با r_a و شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ساق‌ها را با r_b و r_c نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

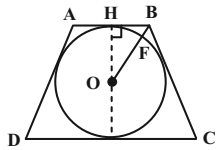
$$\frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c} = \frac{۱}{r} \xrightarrow{r_b = r_c} \frac{۱}{\frac{۱۵}{۲}} + \frac{۲}{r_b} = \frac{۱}{\frac{۱۰}{۳}}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{r_b} = \frac{۳}{۱۰} - \frac{۲}{۱۵} = \frac{۹-۴}{۳۰} = \frac{۵}{۳۰} \Rightarrow \frac{۲}{r_b} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow r_b = ۱۲$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۲۹)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (سوگند روشنی)

در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین محیط بر دایره‌ای به شعاع R داریم:



$$(۲R)^{۲} = AB \times CD \Rightarrow ۴R^{۲} = ۴ \times ۲۵ \Rightarrow R = ۵$$

مثلث OHB قائم‌الزاویه است، پس داریم:

$$OB^{۲} = BH^{۲} + OH^{۲}$$

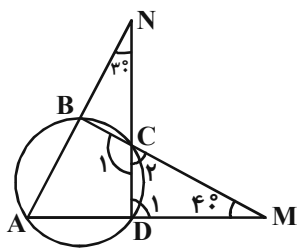
$$OB^{۲} = (۲)^{۲} + ۵^{۲}$$

$$OB^{۲} = ۲۹ \Rightarrow OB = \sqrt{۲۹}$$

$$\Rightarrow BF = OB - R = \sqrt{۲۹} - ۵$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملوندی)



مطابق شکل، چهارضلعی ABCD محاطی است، پس:

$$\hat{A} + \hat{C}_۱ = ۱۸۰^\circ \quad (۱)$$

از طرفی $\hat{C}_۱$ و $\hat{C}_۲$ مکمل‌اند، پس:

$$\hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = ۱۸۰^\circ \quad (۲)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$\hat{C}_۲ = \hat{A}$$

هم‌چنین $\hat{D}_۱$ زاویهٔ خارجی مثلث AND است، پس:

$$\hat{D}_۱ = \hat{A} + ۳۰^\circ$$

در مثلث CDM داریم:

$$\hat{C}_۲ + \hat{D}_۱ + \hat{M} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} + (\hat{A} + ۳۰^\circ) + ۴۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۲\hat{A} = ۱۱۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۵۵^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحهٔ ۲۷)

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(سیدوحید ذوالفقاری)*

$$\left.\begin{matrix} A=\{۱,۲,۳,۴,۵\} \\ B=\{۱,۳,۵,۷,۹\} \\ C=\{۲,۳,۵,۷\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow B\cup C=\{۱,۲,۳,۵,۷,۹\}$$

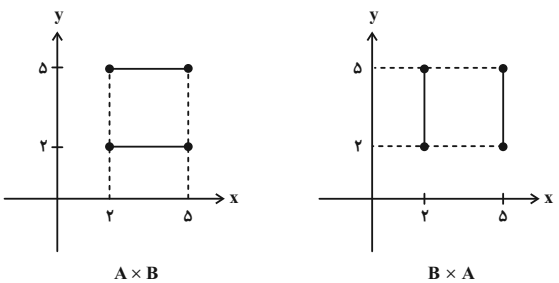
$$A-(B\cup C)=\{۴\}$$

بنابراین مجموعهٔ $\{۴\}$ معادل پیشامد $A-(B\cup C)$ است، یعنی آن که A اتفاق بیفتد ولی B و C هیچ کدام اتفاق نیفتند.

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا نمودارهای $A\times B$ و $B\times A$ را رسم می‌کنیم و سپس اجتماع آن‌ها را بررسی می‌کنیم.



و در نهایت اجتماع دو شکل برابر محیط مربعی به ضلع ۳ است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

چون A و B مجموعه‌هایی ناتهی هستند، لذا با توجه به فرض داریم:

$$A\times B\subseteq (A-C)\times (B\cap C)\Rightarrow \begin{cases} A\subseteq A-C & (۱) \\ B\subseteq B\cap C & (۲) \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} A-C\subseteq A\xrightarrow{(۱)} A-C=A\Rightarrow A\cap C=\varnothing \\ B\cap C\subseteq B\xrightarrow{(۲)} B\cap C=B\Rightarrow B\subseteq C \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow A\cap B=\varnothing$$

با توجه به رابطهٔ فوق داریم:

$$(A\times B)\cap (B\times A)=(A\cap B)\times (A\cap B)=\varnothing\times\varnothing=\varnothing$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(خرزانه خاکپاش)*

$$A\subseteq B\Rightarrow A\cap B=A\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)=۰/۲$$

$$A\subseteq B\Rightarrow B'\subseteq A'\Rightarrow A'\cap B'=B'$$

$$\Rightarrow P(B')=P(A'\cap B')=۰/۶$$

$$\Rightarrow P(B)=۱-۰/۶=۰/۴$$

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=۰/۴-۰/۲=۰/۲$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرهوشنگ خمسه)*

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از فضای نمونهٔ اعداد طبیعی دو رقمی باشندکه اعضای آن‌ها به ترتیب مضرب ۴ و ۶ هستند. خواستهٔ سؤال محاسبهٔ احتمال پیشامد $A'\cap B'$ است. داریم:

$$n(S)=۹۰$$

$$n(A)=[\frac{۹۹}{۴}]-[\frac{۹}{۴}]=۲۴-۲=۲۲$$

$$n(B)=[\frac{۹۹}{۶}]-[\frac{۹}{۶}]=۱۶-۱=۱۵$$

$$n(A\cap B)=[\frac{۹۹}{۱۲}]-[\frac{۹}{۱۲}]=۸-۰=۸$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=\frac{۲۲}{۹۰}+\frac{۱۵}{۹۰}-\frac{۸}{۹۰}=\frac{۲۹}{۹۰}$$

$$P(A'\cap B')=P[(A\cup B)']$$

$$=۱-P(A\cup B)=۱-\frac{۲۹}{۹۰}=\frac{۶۱}{۹۰}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیر وفائی)*

برای دو پیشامد A و C داریم:

$$A\cup C=\{a\ ,\ b\ ,\ c\ ,\ d\}=S\Rightarrow P(A\cup C)=P(S)=1$$

$$A\cap C=\{c\}$$

$$P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)$$

$$\Rightarrow 1=0/4+0/8-P(c)\Rightarrow P(c)=0/2$$

$$P(B)=P(\{a\ ,\ b\ ,\ d\})=1-P(c)=1-0/2=0/8$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۱)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

فضای نمونه: $S=\{1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ ...\ ,\ 99\}$

پیشامد تصادفی: $A=\{2\ ,\ 3\ ,\ 5\ ,\ 7\ ,\ 11\ ,\ 13\ ,\ 17\ ,\ 19\}$

اگر احتمال انتخاب هر عدد یک رقمی را با x نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$P(1)+...+P(9)+P(10)+...+P(99)=1$$

$$\Rightarrow \underbrace{x+...+x}_{\text{۹ عدد}}+\underbrace{2x+...+2x}_{\text{۹۰ عدد}}=1$$

$$\Rightarrow 9x+90(2x)=1\Rightarrow 189x=1\Rightarrow x=\frac{1}{189}$$

$$P(A)=4x+4(2x)=12x=\frac{12}{189}=\frac{4}{63}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(نیلوفر مهدوی)*

$$P(a)+P(b)+P(c)=1$$

از طرفی داریم:

$$P(b)=\frac{P(a)+P(c)}{2}\Rightarrow P(a)+P(c)=2P(b)$$

$$\Rightarrow 2P(b)+P(b)=1\Rightarrow 3P(b)=1\Rightarrow P(b)=\frac{1}{3}$$

در نتیجه دنباله حسابی $P(c)$ ، $P(b)$ ، $P(a)$ به صورت زیر است:

$$\frac{1}{3}-d,\frac{1}{3},\frac{1}{3}+d$$

احتمال یک پیشامد همواره عددی بین صفر و یک است، پس داریم:

$$\begin{cases}\frac{1}{3}-d\geq 0\Rightarrow d\leq\frac{1}{3}\\ \frac{1}{3}+d\leq 1\Rightarrow d\leq\frac{2}{3}\end{cases}\Rightarrow d\leq\frac{1}{3}$$

بنابراین مقدار $d=\frac{4}{9}$ قابل قبول نیست.

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(نیلوفر مهدوی)*

$$B\subseteq A, C\subseteq A\Rightarrow B\cup C\subseteq A\Rightarrow (B\cup C)\cap A=B\cup C$$

$$B\subseteq A\Rightarrow B\cup A=A\ ,\ B\cap A=B$$

$$\left[A\cup(A\cup B)'\right]\cap\left[(B\cup C)\cap A\right]=(A\cup A')\cap(B\cup C)$$

$$=U\cap(B\cup C)=B\cup C$$

متمم مجموعه $(B\cup C)$ به صورت $(B'\cap C')$ است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمدعلی نادرپور)*

$$(A\cap B)'\cap(A\cup B')\cap C=C$$

$$\Rightarrow\left[(A'\cup B')\cap(A\cup B')\right]\cap C=C$$

$$\Rightarrow\left[\underbrace{(A'\cap A)}_{\varnothing}\cup B'\right]\cap C=C$$

$$\Rightarrow B'\cap C=C\Rightarrow C\subseteq B'$$

$$\Rightarrow B\text{ و }C\text{ جدا از هم هستند}\Rightarrow B\cap C=\varnothing$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

فیزیک ۲

۳۱- **گزینهٔ «۲»** (مریم شیخ‌ممو)

اگر فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن را نصف نماییم، با توجه به رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$، ظرفیت خازن دو برابر می‌شود. بنابراین چون بار الکتریکی خازن ثابت می‌ماند، با دو برابر شدن ظرفیت آن، با توجه به رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$، انرژی خازن نصف خواهد شد؛ در نتیجه وقتی دو صفحهٔ آن را به هم وصل می‌کنیم، نسبت به حالت قبلی، جرقهٔ حاصل کوچک‌تر می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** (مریم شیخ‌ممو)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست؛ طبق رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$، چون A و d ثابت‌اند، با خارج کردن دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن، مقدار κ (ثابت دی‌الکتریک) کم می‌شود (زیرا به جای آن هوا با ثابت دی‌الکتریک $\kappa=1$ که کمترین مقدار است، قرار می‌گیرد)، لذا ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۲»: نادرست؛ چون خازن به باتری متصل است، V ثابت می‌ماند. بنابراین طبق رابطهٔ $Q=CV$، با کاهش C، بار الکتریکی نیز کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: نادرست؛ چون خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ آن همواره مقدار ثابتی است.

گزینهٔ «۴»: نادرست؛ بنابه رابطهٔ $U=\frac{1}{2}QV$، چون V ثابت و Q کاهش یافته است، لذا، انرژی خازن نیز کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی کیانی)

برای محاسبهٔ طول ضلع هر صفحهٔ خازن باید از رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ استفاده کنیم. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$، ظرفیت خازن را می‌یابیم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow[U=2/5\mu J=2/5\times10^{-6}J]{V=10^3V}$$

$$2/5\times10^{-6}=\frac{1}{2}C\times10^6\Rightarrow C=5\times10^{-12}F$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ و با توجه به این‌که $A=a^2$ است، می‌توان نوشت:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow[d=2mm=2\times10^{-3}m]{\kappa=10\ ,\ A=a^2\ ,\ \varepsilon_0=10^{-11}\frac{F}{m}}$$

$$5\times10^{-12}=10\times10^{-11}\frac{a^2}{2\times10^{-3}}\Rightarrow a^2=10^{-4}m^2$$

$$\Rightarrow a=10^{-2}m\xrightarrow{\times100}a=1cm$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۳۴- **گزینهٔ «۴»** (امیراحمد میرسعید)

چون ظرفیت خازن ثابت و انرژی آن افزایش یافته است، با توجه به رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$، بار خازن باید افزایش یافته باشد.

$$U_2=U_1+46\xrightarrow{U=\frac{Q^2}{2C}}\frac{Q_2^2}{2C}=\frac{Q_1^2}{2C}+46$$

$$\xrightarrow[C=3\mu F]{Q_1=20\mu C}\frac{Q_2^2}{2\times3}=\frac{20^2}{2\times3}+46$$

$$\frac{Q_2^2}{6}=\frac{400}{6}+46\Rightarrow Q_2^2=400+6\times46=676\Rightarrow Q_2=26\mu C$$

$$\text{درصد تغییر بار الکتریکی}=\frac{Q_2-Q_1}{Q_1}\times100=\frac{26-20}{20}\times100=30\%$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** (معصومه شریعت‌ناصری)

چون بار $+q$ از صفحهٔ منفی جدا و به صفحهٔ مثبت اضافه شده است، بار خازن افزایش می‌یابد، بنابراین، با توجه به رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$، انرژی خازن نیز افزایش خواهد یافت. در این حالت داریم:

$$U_۲ = U_۱ + ۸ \Rightarrow U_۲ - U_۱ = ۸ \Rightarrow \frac{Q_۲^۲}{۲C} - \frac{Q_۱^۲}{۲C} = ۸$$

$$\xrightarrow[Q_۱=۲۷\mu C\ ,\ C=۷\mu F]{Q_۲=۲۷+q(\mu C)} \frac{(۲۷+q)^۲}{۲\times۷} - \frac{۲۷^۲}{۲\times۷} = ۸$$

$$\Rightarrow q^۲ + ۵۴q = ۱۴\times۸$$

$$q^۲ + ۵۴q - ۱۱۲ = ۰ \Rightarrow (q+۵۶)(q-۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} q = +۲\mu C \\ q = -۵۶\mu C \end{cases}$$

چون $q > ۰$ است، $q = ۲\mu C$ قابل قبول می‌باشد.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

با استفاده از رابطه‌های $I = \frac{q}{t}$ و $q = ne$ داریم:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t} \Rightarrow n = \frac{It}{e} \xrightarrow[t=۱ms=۱۰^{-۳}s]{I=۱nA=۱۰^{-۹}A\ ,\ e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}$$

$$n = \frac{۱۰^{-۹}\times۱۰^{-۳}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۶/۲۵\times۱۰^{۶}$$ الکترون

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا بار الکتریکی شارش شده در مدار ساعت دیواری را می‌یابیم. به همین منظور با داشتن ΔU و ΔV از رابطهٔ $\Delta U = q.\Delta V$ استفاده می‌کنیم:

$$q = \frac{\Delta U}{\Delta V} \xrightarrow[\Delta V=۱/۵V]{\Delta U=۲/۷J} q = \frac{۲/۷}{۱/۵} = ۱/۸C$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $q = It$، جریان الکتریکی عبوری از مدار را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، زمان یک دور چرخش عقربهٔ دقیقه‌شمار ساعت برابر ۶۰ دقیقه یا $t = ۶۰\times۶۰ = ۳۶۰۰s$ است.

$$I = \frac{q}{t} \xrightarrow[t=۳۶۰۰s]{q=۱/۸C} I = \frac{۱/۸}{۳۶۰۰} = ۰/۵\times۱۰^{-۳}A$$

$$\xrightarrow{۱۰^{-۳}A=۱mA} I = ۰/۵mA$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۴ ،

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

با استفاده از قانون اهم $(R = \frac{V}{I})$ و با توجه به این‌که $V_۲ = V_۱ + ۵$ و $I_۲ = I_۱ + ۰/۲۵I_۱ = ۱/۲۵I_۱$ است، به صورت زیر $V_۱$ را می‌یابیم. دقت کنید، مقاومت R ثابت است.

$$R = \frac{V_۲}{I_۲} = \frac{V_۱}{I_۱} \Rightarrow \frac{V_۱+۵}{۱/۲۵I_۱} = \frac{V_۱}{I_۱}$$

$$\Rightarrow \frac{V_۱+۵}{۱/۲۵} = V_۱ \Rightarrow V_۱ + ۵ = ۱/۲۵V_۱$$

$$\Rightarrow ۵ = ۰/۲۵V_۱ \Rightarrow V_۱ = ۲۰V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا مقاومت سیم را می‌یابیم:

$$V = RI \xrightarrow[I=۲۰A]{V=۴۰V} ۴۰ = R\times۲۰ \Rightarrow R = ۲\Omega$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ زیر، مقاومت ویژهٔ سیم را حساب می‌کنیم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow[A=۱mm^۲=۱\times۱۰^{-۶}m^۲]{L=۵۰m\ ,\ R=۲\Omega}$$

$$۲ = \rho\times\frac{۵۰}{۱\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow \rho = ۴\times۱۰^{-۸}\Omega.m$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۶)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

چون جرم سیم تغییر نمی‌کند، می‌توان نوشت:

$$m_۱ = m_۲ \Rightarrow \rho V_۱ = \rho V_۲ \Rightarrow V_۱ = V_۲ \Rightarrow A_۱L_۱ = A_۲L_۲$$

$$\frac{A_۱}{A_۲} = \frac{L_۲}{L_۱}$$

$$\frac{R_۲}{R_۱} = \frac{\rho\frac{L_۲}{A_۲}}{\rho\frac{L_۱}{A_۱}} = \frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲} = (\frac{A_۱}{A_۲})^۲$$

$$\xrightarrow[R_۱=۱۵\Omega]{A_۲=A_۱-\frac{۴}{۱۰}A_۱=\frac{۶}{۱۰}A_۱} \frac{R_۲}{۱۵} = (\frac{A_۱}{\frac{۶}{۱۰}A_۱})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{R_۲}{۱۵} = \frac{۱۰۰}{۳۶} \Rightarrow R_۲ = \frac{۱۲۵}{۳}\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

شیمی ۲

۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

موارد (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) غلظت بیشتر گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی، بهره‌برداری از این منابع را نوید می‌دهد.

ت) از بازگردانی هفت قوطی فولادی انرژی لازم برای روشن نگه‌داشتن یک لامپ ۶۰ واتی به مدت ۲۵ ساعت تأمین می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

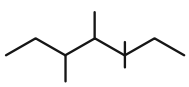
گرانروی آلکان‌ها با افزایش جرم مولی افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

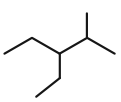
۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین طیبی)*

بررسی گزینه‌ها:

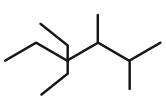
۱) ۶ گروه CH_3، ۲ گروه CH_2، ۴ شاخهٔ‌فرعی ⟹ $۶-۲=۴$



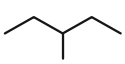
۲) ۴ گروه CH_3، ۲ گروه CH_2، ۲ شاخهٔ‌فرعی ⟹ $۴-۲=۲$



۳) ۶ گروه CH_3، ۳ گروه CH_2، ۴ شاخهٔ‌فرعی ⟹ $۶-۳\neq۴$



۴) ۳ گروه CH_3، ۲ گروه CH_2، ۱ شاخهٔ‌فرعی ⟹ $۳-۲=۱$



(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) درست؛

نفتالن ⟸ فرمول مولکولی $C_{۱۰}H_۸$ ، جرم مولی $= ۱۲۸\,g.mol^{-۱}$

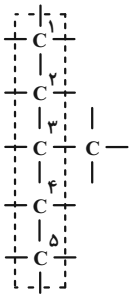
ساده‌ترین ترکیب آروماتیک بنزن ⟸ فرمول مولکولی $C_۶H_۶$ ، جرم مولی $= ۷۸\,g.mol^{-۱}$

اختلاف جرم مولی $= ۱۲۸-۷۸=۵۰$

۲) درست؛ سنگین‌ترین آلکان که در دما و فشار اتاق حالت فیزیکی گازی دارد بوتان $(C_۴H_{۱۰})$ می‌باشد که ۱۰ اتم هیدروژن دارد.

۳) درست؛ ۳ – متیل پنتان که در کل ۶ کربن دارد که ایزومر هگزان است.

$C_۶H_{۱۴}$



۴) نادرست

$C_۶H_{۱۰}$ هگزین ⇒ پنجمین عضو خانوادهٔ آلکین ⇒ جرم مولی $= ۸۲\,g.mol^{-۱}$

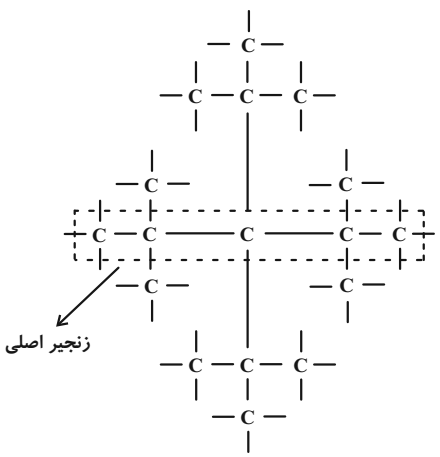
$C_۵H_{۱۲}$ پنتان ⇒ پنجمین عضو خانوادهٔ آلکان ⇒ جرم مولی $= ۷۲\,g.mol^{-۱}$

$\Rightarrow ۸۲-۷۲=۱۰$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۶، ۳۷، ۳۸ و ۴۲)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا زنجیر اصلی را که ۵ کربن دارد رسم می‌کنیم و به کربن‌هایی که می‌توانند شاخهٔ فرعی داشته باشند کربن اضافه می‌کنیم. شکل و ساختار زیر به دست می‌آید که دارای ۱۷ عدد کربن می‌باشد.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

گاز متان به فرمول $CH_۴$ و جرم مولی ۱۶ ساده‌ترین و اولین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها است. بنابراین جرم مولی آلکن A که ۳/۵ برابر جرم مولی متان است برابر ۵۶ گرم است.

۱۴n : جرم مولی آلکن C_nH_{2n} : فرمول عمومی آلکن‌ها

$\Rightarrow 14n = 56 \Rightarrow n = 4 \qquad C_4H_8$

معادلهٔ سوختن C_4H_8 :

$$1\,C_4H_8 + 6O_2 \rightarrow 4CO_2 + 4H_2O$$

$$?g\,CO_2 = 1mol\,C_4H_8 \times \frac{4mol\,CO_2}{1mol\,C_4H_8} \times \frac{44g\,CO_2}{1mol\,CO_2}$$

$$= 4 \times 44g\,CO_2$$

واکنش موازنه شده تخمیر گلوکز برای تولید سوخت سبز (اتانول):

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2$$

$$?g\,C_2H_5OH = 90g\,C_6H_{12}O_6 \times \frac{1mol\,C_6H_{12}O_6}{180g\,C_6H_{12}O_6}$$

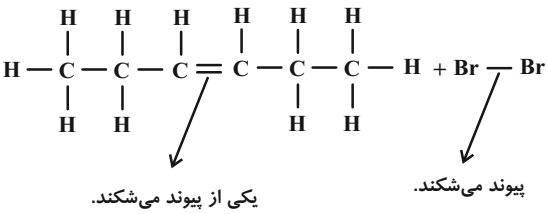
$$\times \frac{2mol\,C_2H_5OH}{1mol\,C_6H_{12}O_6} \times \frac{46g\,C_2H_5OH}{1mol\,C_2H_5OH} = 46g\,C_2H_5OH$$

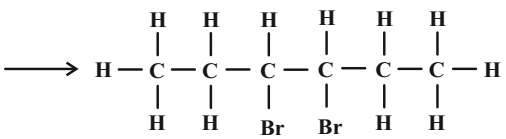
بنابراین داریم:

$$\frac{\text{جرم } CO_2}{\text{جرم اتانول}} = \frac{4 \times 44}{46} \simeq 3/8$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۳۶ و ۳۹)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین مسلمی)*





درصد جرمی کربن $= \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم کل}} \times 100$

$$= \frac{6 \times 12}{6 \times 12 + 2 \times 80 + 12 \times 1} \times 100 \simeq 29/5\%$$

(شیمی ۲- صفحهٔ ۴۸)

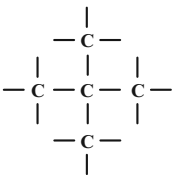
۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(سینا رحمانی‌تبار)*

واکنش سوختن آلکان:

$$C_nH_{2n+2} + \frac{3n+1}{2}O_2 \rightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$$

$$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم هیدروکربن اولیه}} = \frac{18(n+1)}{14n+2} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = 5 \qquad C_5H_{12}$$

فقط گزینهٔ «۳» دارای ۵ کربن در ساختار خود می‌باشد.



۲، ۲ – دی متیل پروپان

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین مسلمی)*

گاز هیدروژن به صورت H_2 می‌باشد.

فرمول آلکان‌ها $= C_nH_{2n+2}$

تعداد پیوندهای آلکان‌ها $= \overbrace{2n+2}^{C-H} + \overbrace{n-1}^{C-C} = 3n+1 = 19 \Rightarrow n = 6$

جرم مولی آلکان $= 14n + 2 = 14(6) + 2 = 86\,g.mol^{-1}$

$$\frac{\text{جرم مولی آلکان}}{\text{جرم مولی } H_2} = \frac{86}{2} = 43$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۵۰- **گزینهٔ «۴»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ سوخت هواپیما به‌طور عمده از نفت سفید تهیه می‌شود که شامل آلکان‌هایی از ده تا پانزده اتم کربن است.

۲) نادرست؛ متان گازی سبک، بی‌بو و بی‌رنگ است که هرگاه مقدار آن در هوای معدن به بیش از ۵ درصد برسد احتمال انفجار وجود دارد.

۳) نادرست، یکی از راه‌های بهبود کارایی زغال سنگ به دام انداختن گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها با عبور گازهای خروجی از روی کلسیم اکسید است.

$$SO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaSO_3(s)$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

ریاضی ۱

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(رحمان پوررحیم)*

شیب خط برابر با $\tan\alpha$ می‌باشد. بنابراین:

$$\tan\alpha = -3 \quad (*)$$

برای یافتن حاصل عبارت $\frac{-\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}$، صورت و مخرج را بر $\cos\alpha$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{-\tan\alpha+1}{1+\tan\alpha} \overset{(*)}{=} \frac{-(-3)+1}{1+(-3)} = \frac{4}{-2} = -2$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

با توجه به رابطهٔ $\sin x \tan x < 0$ مشخص است که $\sin x$ و $\tan x$ غیرهم‌علامت‌اند، پس یکی مثبت و دیگری منفی است. از رابطهٔ $\sin x - \tan x > 0$ هم نتیجه می‌شود که $\sin x$ از $\tan x$ بزرگ‌تر است. این یعنی $\sin x > 0$ و $\tan x < 0$ است، پس انتهای کمان x در ربع دوم دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد.

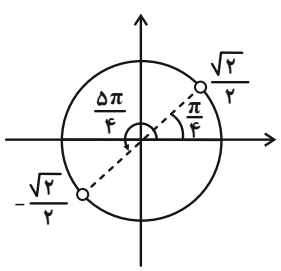
(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی ملارمضانی)*

با توجه به محدودهٔ α داریم:

$$\frac{\pi}{12} < \alpha < \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{\times 3} \frac{\pi}{4} < 3\alpha < \frac{5\pi}{4}$$

با توجه به دایرهٔ مثلثاتی داریم:



$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 3\alpha \le 1 \qquad (\sin\frac{\pi}{2} = 1)$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{2m-1}{4} \le 1 \Rightarrow \frac{1-2\sqrt{2}}{2} < m \le \frac{5}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(دانیال ابراهیمی)*

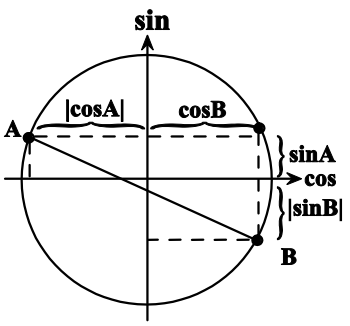
برای نقطهٔ A داریم:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \xrightarrow{\sin A = \frac{1}{3}} \cos^2 A = \frac{8}{9} \Rightarrow |\cos A| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

برای نقطهٔ B داریم:

$$\sin^2 B + \cos^2 B = 1 \xrightarrow{\cos B = \frac{\sqrt{2}}{3}} \sin^2 B = \frac{7}{9} \Rightarrow |\sin B| = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

حال با توجه به دایرهٔ مثلثاتی، طول پاره‌خط AB را به‌دست می‌آوریم، طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:



$$AB = \sqrt{(|\cos A| + \cos B)^2 + (\sin A + |\sin B|)^2}$$

$$= \sqrt{(\frac{3\sqrt{2}}{3})^2 + (\frac{1+\sqrt{7}}{3})^2} = \frac{\sqrt{26+2\sqrt{7}}}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(حامد نصیری)*

$$\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1-\sin x}{\cos x} \times \frac{1+\sin x}{1+\sin x}$$

$$= \frac{1-\sin^2 x}{\cos x(1+\sin x)} = \frac{\cos^2 x}{\cos x(1+\sin x)} = \frac{\cos x}{1+\sin x} = \frac{2}{5} = 0/4$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(معین کرمی)*

ابتدا دو طرف رابطه را به توان دو می‌رسانیم:

$$\sin^2 x + 4\cos^2 x + 4\sin x\cos x = 1$$

در نتیجه اگر به‌جای $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ قرار دهیم رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$3\cos^2 x + 4\sin x\cos x = 0$$

از $\cos x$ فاکتور می‌گیریم:

$$\cos x(3\cos x + 4\sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow \tan x : \text{تعریف نشده} \\ 3\cos x = -4\sin x \Rightarrow \tan x = \dfrac{-3}{4} \end{cases}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(علی‌اصغر شریفی)*

$$A = (5^{-2})^{-\frac{7}{16}} = 5^{\frac{7}{8}}$$

$$(5A)^{-\frac{4}{15}} = (5\times 5^{\frac{7}{8}})^{-\frac{4}{15}} = (5^{\frac{15}{8}})^{-\frac{4}{15}} = 5^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرهوشنگ انصاری)*

$$(a^2 - 4ab + 4b^2) + (4a^2 - 4a + 1) = 0$$

$$(a-2b)^2 + (2a-1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2b = 0 \Rightarrow a = 2b \\ 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین: $a = \frac{1}{2}$ و $b = \frac{1}{4}$ است.

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(وحید رامتی)*

$$\underbrace{(a^2+b^2-ab)(a^2+b^2+ab)}_{\text{اتحاد مزدوج}} = (a^2+b^2)^2 - (ab)^2$$

$$= a^4 + 2(ab)^2 + b^4 - (ab)^2$$

$$= a^4 + b^4 + (ab)^2 = 14 + 3\sqrt{3} + 14 - 3\sqrt{3}$$

$$+\left(\sqrt[4]{\underbrace{(14+3\sqrt{3})(14-3\sqrt{3})}_{196-27}}\right)^2 = 28 + \sqrt{169} = 28 + 13 = 41$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

از اتحاد موسوم به چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

(*)

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2) \Rightarrow a^2 + ab + b^2 = 2$$

حال برای محاسبهٔ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ کافی است مقدار ab را حساب کنیم. برای این کار $a - b = 1$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$a^2 - 2ab + b^2 = 1$$

از این معادله داریم $a^2 + b^2 = 2ab + 1$ و این تساوی را در معادلهٔ (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$3ab + 1 = 2 \Rightarrow ab = \frac{1}{3}$$

پس داریم:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

فیزیک ۱

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمد ساکی)*

بررسی موارد نادرست:

ب) شیشه جامد بی‌شکل است.

پ) مولکول‌های مایع نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرارگرفته‌اند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد ساکی)*

در حالت طبیعی نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و مولکول‌های شیشه بیشتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. پس آب درون لوله‌های مویین بالا می‌رود و می‌دانیم هر چه قطر لولهٔ مویین کمتر باشد، ارتفاع ستون آب در آن بیشتر است. از طرفی به دلیل چرب بودن سطح خارجی لوله‌های مویین و سطح داخلی ظرف، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و مولکول‌های شیشه، کمتر از نیروی هم‌چسبی بین خود مولکول‌های آب می‌باشد. در نتیجه آب سطح شیشه‌های چرب شده را خیس نمی‌کند و آب در مجاور سطوح خارجی لوله‌ها و سطح داخلی ظرف پایین می‌آید. با این توضیحات نحوهٔ قرارگیری آب داخل ظرف و لوله‌های مویین در گزینهٔ «۲» به درستی نشان داده شده است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا فشار ناشی از آب را برحسب سانتی‌متر جیوه می‌یابیم و سپس مشخص می‌کنیم، چه عمقی از آب، چنین فشاری را ایجاد می‌کند.

$$\text{فشار کل} = 120\text{cmHg} \xrightarrow{\text{فشار هوا} = 70\text{cmHg}} \text{فشار آب}$$

$$120 = 70 + P'_{\text{آب}} \Rightarrow P'_{\text{آب}} = 50\text{cmHg}$$

می‌بینیم فشار ناشی از آب برابر 50cmHg است. یعنی فشار آب معادل فشار ستونی از جیوه به ارتفاع 50cm است. اکنون مشخص می‌کنیم فشار ستونی از جیوه به ارتفاع 50cm، معادل فشار چند سانتی‌متر آب می‌شود.

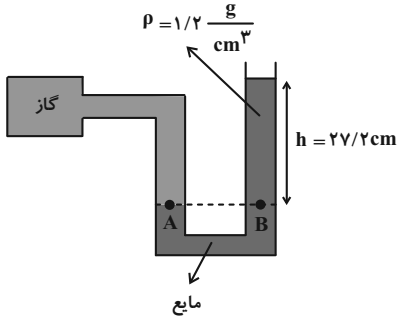
$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho'_{\text{آب}} h'_{\text{آب}} \xrightarrow[h_{\text{جیوه}}=50\text{cm}]{\rho_{\text{جیوه}}=13/6\frac{g}{cm^3},\ \rho_{\text{آب}}=1\frac{g}{cm^3}}$$

$$50\times 13/6 = 1\times h'_{\text{آب}} \Rightarrow h'_{\text{آب}} = 680\text{cm} = 6/8\text{m}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۴- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز درون مخزن و فشار هوا است. بنابراین، با توجه به شکل زیر، فشار پیمانه‌ای برابر $P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh$ است. با توجه به این‌که فشار پیمانه‌ای را برحسب سانتی‌متر جیوه خواسته است، کافی است، مشخص کنیم فشار ستونی از مایع به ارتفاع $27/2\text{cm}$ معادل فشار چند سانتی‌متر از جیوه است.



$$(\rho h)_{\text{مایع}} = (\rho' h')_{\text{جیوه}} \xrightarrow[h=27/2\text{cm}]{\rho=1/2\frac{g}{cm^3},\ \rho'=13/6\frac{g}{cm^3}}$$

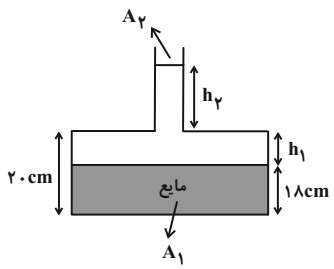
$$1/2\times 27/2 = 13/6\times h' \Rightarrow h' = 2/4\text{cm}$$

بنابراین فشار $27/2\text{cm}$ از مایع، معادل فشار $2/4\text{cm}$ جیوه است. یعنی فشار پیمانه‌ای برابر $P_g = 2/4\text{cmHg}$ می‌باشد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمود منصوری)*

مطابق شکل، در ابتدا حجم قسمت خالی قسمت پایین ظرف را می‌یابیم تا محاسبه کنیم که چقدر از 12cm^3 آب اضافه شده در قسمت باریک لوله قرار می‌گیرد تا ارتفاع ستون آب در لولهٔ باریک را محاسبه کنیم. بنابراین:



$$h_1 = 20 - 18 = 2\text{cm}$$

$$V_1 = A_1 h_1 \Rightarrow V_1 = 4\times 2 = 8\text{cm}^3$$

$$V_2 = V_{\text{کل آب}} - V_1 = 12 - 8 = 4\text{cm}^3$$

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow 4 = 0/5\times h_2 \Rightarrow h_2 = 8\text{cm}$$

اکنون تغییر فشار ناشی از آب را محاسبه می‌کنیم و سرانجام نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = \rho g(h_1 + h_2)$$

$$\xrightarrow[h_1=۲\times۱۰^{-۲}m\ ,\ h_۲=۸\times۱۰^{-۲}m]{\rho=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}\ ,\ g=۱۰\frac{N}{kg}}$$

$$\Delta P=۱۰۰۰\times۱۰\times(۲+۸)\times۱۰^{-۲}=۱۰۰۰Pa$$

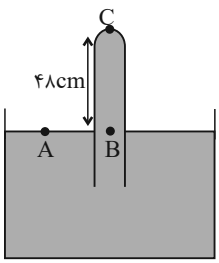
$$\Delta F=\Delta P\times A_۱\xrightarrow[A_۱=۴\times۱۰^{-۴}m^۲]{\Delta P=۱۰۰۰Pa}$$

$$\Delta F=۱۰۰۰\times۴\times۱۰^{-۴}=۰/۴N$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به اینکه در مایعات ساکن، فشار در نقاط هم‌تراز برابر است، داریم:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_۰=P_{جیوه}+P_C$$

$$\Rightarrow P_C=P_۰-P_{جیوه}$$

بنابراین فشار وارد بر ته لوله در دو حالت زیر به‌دست می‌آید:

$$P_{C_۱}=P_۰-۴۸(cmHg)\ و\ P_{C_۲}=P_۰-۴۵/۶(cmHg)$$

طبق رابطهٔ $F=PA$ و با توجه به ثابت بودن قطر مقطع لوله (A)، برای اینکه نیروی وارد بر ته لوله ۱۰ درصد افزایش یابد، باید فشار بر ته لوله ۱۰ درصد افزایش یابد، یعنی:

$$P_{C_۲}=۱/۱P_{C_۱}\Rightarrow P_۰-۴۵/۶=۱/۱(P_۰-۴۸)$$

$$\Rightarrow ۰/۱P_۰=۱/۱\times۴۸-۴۵/۶\Rightarrow P_۰=۷۲cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(محمود منصوری)*

هر کدام از مایعات ته‌نشین‌تر باشد، چگالی آن بیشتر است. بنابراین:

$$\rho_۱>\rho_۳>\rho_۲$$

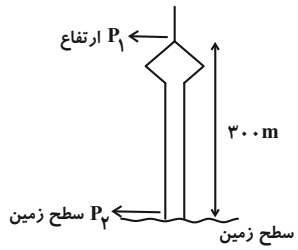
همچنین برای فشار $(P=\rho gh)$ هر چقدر که ارتفاع از سطح بیشتر باشد، فشار نیز بیشتر خواهد بود، از طرفی ارتفاع نقطهٔ A و B از سطح یکسان است، ولی چون چگالی مایع $(\rho_۳)$ بیشتر از چگالی مایع $(\rho_۲)$ است، بنابراین فشار در نقطهٔ B بیشتر از فشار در نقطهٔ A است. بنابراین:

$$P_A<P_B$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** *(محمود منصوری)*

ابتدا این اختلاف فشار را برحسب Pa به‌دست می‌آوریم: (دقت کنید که در این ارتفاع، تغییرات چگالی بسیار ناچیز است.)



$$P_۲=۷۴cmHg$$

$$P_۲=P_۱+\rho gh\Rightarrow P_۲-P_۱=\rho gh$$

$$\Delta P=\rho_{هوا}gh_{هوا}=۰/۸۵\times۱۰\times۳۰۰=۲۵۵۰Pa$$

حال اختلاف فشار را برحسب $cmHg$ محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P=\rho_{جیوه}gh_{جیوه}\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{\Delta P=۲۵۵۰Pa\ ,\ \rho_{جیوه}=۱۳۶۰۰\frac{kg}{m^۳}}$$

$$۲۵۵۰=۱۳۶۰۰\times۱۰\times h_{جیوه}\Rightarrow h_{جیوه}=۱/۸۷cm$$

$$\Delta P=P_۲-P_۱\xrightarrow[P_۲=۷۴cmHg]{\Delta P=۱/۸۷cmHg}۱/۸۷=۷۴-P_۱$$

$$\Rightarrow P_۱=۷۲/۱۳cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(هاشم زمانیان)*

با مقایسهٔ طول بردارهای نیروی شناوری و نیروی وزن، وضعیت هر جسم را مشخص می‌کنیم.

A : طول دو بردار با یکدیگر برابر است و جسم نیز روی سطح مایع شناور است، پس این جسم روی سطح مایع شناور می‌ماند.

B : طول بردار نیروی شناوری بزرگتر از طول بردار نیروی وزن است، لذا نیروی خالص رو به بالا بر جسم وارد می‌شود و در نتیجه جسم به طرف بالا حرکت می‌کند.

C : طول دو بردار با یکدیگر برابر است، لذا جسم C داخل مایع غوطه‌ور می‌ماند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمد سالکی)*

طبق متن کتاب درسی، اصل برنولی برای همهٔ شاره‌ها شامل مایع‌ها و گازها، به شرط تراکم‌ناپذیر بودن آن‌ها برقرار است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

حسابان ۲

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

$$y=f(x)\xrightarrow[x\to -x]{\text{قرینه نسبت به محور } y\text{ها}} y=f(-x)$$

$$\xrightarrow[x\to x-1]{\text{یک واحد به راست}} g(x)=f(-(x-1))=f(1-x)$$

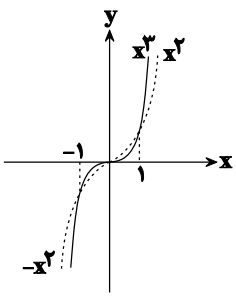
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(سهیل ساسانی)*

می‌دانیم تابع $g(x)=x|x|$ به فرم زیر به شکل دو ضابطه‌ای نوشته می‌شود.

$$g(x)=x|x|=\begin{cases}x^2 & ;\ x\geq 0\\ -x^2 & ;\ x<0\end{cases}$$

حال با رسم دو تابع داریم:



نمودار تابع f در مجموعهٔ $(-1,0)\cup(1,+\infty)$ بالای نمودار تابع g قرار می‌گیرد.

(حسابان۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(سهیل ساسانی)*

از روی شکل معلوم است که ضابطه تابع به فرم $f(x)=-(x+2)^3+8$ می‌باشد. بعد از ساده‌سازی داریم:

$$-(x^3+6x^2+12x+8)+8=-x^3-6x^2-12x$$

حال با فاکتورگیری از $-x$ عبارت را به فرم صورت سؤال درمی‌آوریم:

$$-x(x^2+6x+12)=(0-x)(x^2+6x+12)$$

و از مساوی قرار دادن عبارت اخیر و ضابطهٔ سوال:

$$k=0, m=6, n=12\Rightarrow \frac{k+n}{m}=\frac{0+12}{6}=2$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم ابلالی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع وارون را پیدا می‌کنیم.

$$y=k-\sqrt[3]{x-k}\Rightarrow \sqrt[3]{x-k}=k-y\Rightarrow x-k=(k-y)^3$$

$$\Rightarrow x=k-(y-k)^3\Rightarrow f^{-1}(x)=k-(x-k)^3$$

اکنون باید معادلهٔ $f(x)=f^{-1}(x)$ را حل کنیم تا طول نقاط مشترک نمودار تابع f با نمودار تابع f^{-1} به دست آید:

$$k-\sqrt[3]{x-k}=k-(x-k)^3\Rightarrow \sqrt[3]{x-k}=(x-k)^3$$

$$\Rightarrow (x-k)=(x-k)^9\Rightarrow (x-k)((x-k)^8-1)=0$$

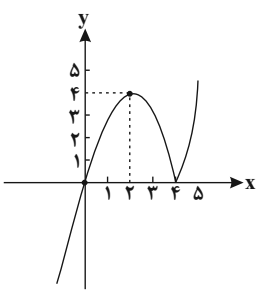
$$\begin{cases}x-k=0\Rightarrow x=k\\ (x-k)^8=1\Rightarrow x-k=\pm 1\Rightarrow x=k+1,\ x=k-1\end{cases}$$

بنابراین این نمودارها سه نقطهٔ مشترک به طول‌های k، $k-1$ و $k+1$ دارند که مجموع آن‌ها برابر $3k$ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(لیلا مرادی)*

ابتدا قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم و تابع را رسم می‌کنیم:



$$y = x|x-۴| = \begin{cases} x^۲ - ۴x & ; \ x \geq ۴ \\ -x^۲ + ۴x & ; \ x < ۴ \end{cases}$$

تابع در بازهٔ $[۲,۴]$ و هر زیرمجموعه‌ای از آن نزولی است، بنابراین $Max(b-a) = ۴-۲ = ۲$.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۷۶- **گزینهٔ «۴»** *(عباس اشرفی)*

ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم.

$$f(x) = (k^۲-۴)((-x^۳+۳x^۲-۳x+۱)+k-۱)$$

$$= (k^۲-۴)(-(x^۳-۳x^۲+۳x-۱)+k-۱)$$

$$\Rightarrow f(x) = (k^۲-۴)(-(x-۱)^۳+k-۱)$$

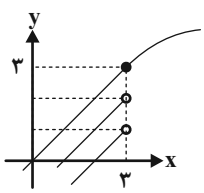
تابع $y = -(x-۱)^۳ + k - ۱$ اکیداً نزولی است و اگر $k^۲ - ۴ \leq ۰$ باشد تابع $f(x)$ صعودی می‌شود:

$$k^۲ - ۴ \leq ۰ \Rightarrow k^۲ \leq ۴ \Rightarrow -۲ \leq k \leq ۲ \Rightarrow k = \{-۲,-۱,۰,۱,۲\}$$

به‌ازای پنج مقدار صحیح، تابع f می‌تواند تابعی صعودی باشد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(وحید رامتی)*



در رسم تابع f، جایگاه نقطهٔ توخالی $(۳,۱۵-m)$ معلوم نیست. برای آن که تابع صعودی شود (طبق نمودار)، کافی است شرط زیر برقرار باشد:

$$۱۵ - m \leq f(۳) = ۳ \Rightarrow \boxed{m \geq ۱۲}$$

پس در محدودهٔ m، ۱۱ عدد طبیعی قرار ندارد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۷۸- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

تابع $f+g$ اکیداً نزولی است. پس تابع $-۲\times(f+g) = -۲f-۲g$ اکیداً صعودی است. حال اگر دو تابع اکیداً صعودی $-۲f-۲g$ و $۲f-۳g$ را با هم جمع کنیم، تابع $-۵g$ به دست می‌آید که همچنان اکیداً صعودی است، پس تابع g اکیداً نزولی است. حال چون g و $f+g$ اکیداً نزولی است، در مورد وضعیت یکنوایی تابع f نمی‌توان اظهارنظر قطعی کرد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(سروش موئینی)*

با فرض $f(x) = ax+b$ داریم:

$$(fof)(x) = a(ax+b)+b = a^۲x + ab + b$$

$$y = a^۲x + ab + b \xrightarrow[\text{ضریب ۴}]{\text{انبساط با}} y = a^۲\left(\frac{x}{۴}\right) + ab + b$$

$$\xrightarrow{\text{۵ واحد به پایین}} y = \frac{a^۲}{۴}x + ab + b - ۵ = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ab + b - ۵ = ۰ \\ \frac{a^۲}{۴} = ۱ \end{cases}$$

حال چون f نزولی است، داریم:

$$\begin{cases} a = -۲ \\ -b - ۵ = ۰ \Rightarrow b = -۵ \end{cases} \Rightarrow f(x) = -۲x - ۵$$

$$\Rightarrow f(۱) = -۷$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمد ابراهیم توزنده‌جانی)*

تابع $g(x) = -x^۳$ تابعی اکیداً نزولی است. بنابراین داریم:

$$g(x^۲) - g(۳x-۲) \geq ۰ \Rightarrow g(x^۲) \geq g(۳x-۲) \Rightarrow x^۲ \leq ۳x - ۲$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۳x + ۲ \leq ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۲) \leq ۰ \Rightarrow ۱ \leq x \leq ۲$$

$$\Rightarrow b - a = ۲ - ۱ = ۱$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

هندسه ۳

۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصّه‌خان)*

مطابق تمرینات ۳ و ۴ صفحهٔ ۲۰ و کار در کلاس صفحه ۱۸ کتاب هندسه (۳) برای گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) مثال نقض وجود دارد.

گزینهٔ «۴»: از ویژگیهای ضرب ماتریسها بوده (توزیع‌پذیری ضرب نسبت به جمع ماتریس‌ها) و مثال نقض ندارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۸۲- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

در جمع و تفریق ماتریس‌ها، ماتریس‌ها حتماً هم‌مرتبه هستند و حاصل نیز ماتریسی هم‌مرتبه با ماتریس‌های اولیه است.

$$\left.\begin{matrix} m=p=۲ \\ n=q=۴ \end{matrix}\right\} \Rightarrow m+n+p+q=۱۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصّه‌خان)*

$$A\times B=\begin{bmatrix} ۲ & a-۱ \\ ۳b & ۱ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳a-۱ & ۲a-۶ \\ ۳b+۳ & ۲-۶b \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} ۲a-۶=۰\Rightarrow a=۳ \\ ۳b+۳=۰\Rightarrow b=-۱ \end{cases} \Rightarrow a+b=۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها مشابه تمرین ۶؛ صفحهٔ ۲۱)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

ماتریس $B^۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$B^۲=\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}=I$$

پس $B^۲=I$ بوده که در ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی دارد، یعنی:

$$AB^۲=B^۲A=A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۸۵- **گزینهٔ «۴»** *(جواد هاتمی)*

طبق تعریف ماتریس A داریم:

$$A=\begin{bmatrix} ۲ & ۵ & ۸ \\ ۰ & ۸ & ۱۴ \\ ۰ & ۰ & ۱۸ \end{bmatrix}$$

برای به‌دست آوردن درایه‌های قطر اصلی ماتریس $A^۲$، کافی است سطر iام A را در ستون iام آن ضرب کنیم $(۱\le i\le ۳)$. داریم:

$$A^۲=\begin{bmatrix} ۲ & ۵ & ۸ \\ ۰ & ۸ & ۱۴ \\ ۰ & ۰ & ۱۸ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & ۵ & ۸ \\ ۰ & ۸ & ۱۴ \\ ۰ & ۰ & ۱۸ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۴ & & \\ & ۶۴ & \\ & & ۳۲۴ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی $A^۲$ $=۴+۶۴+۳۲۴=۳۹۲$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۷ تا ۲۰)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

طبق تعریف ماتریس A داریم:

$$A=\begin{bmatrix}۲m & ۰ & ۰\\ -۱ & ۲m & ۳\\ -۲ & ۱ & ۲m\end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌های } A = ۶m+۱=۱۳ \Rightarrow ۶m=۱۲ \Rightarrow m=۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۸۷- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا ماتریس $A^۲$ را به دست می‌آوریم:

$$A^۲=\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ -۱ & -۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ -۱ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ -۱ & -۱\end{bmatrix}$$

از رابطهٔ $A^۲=A$ به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که به ازای هر عدد طبیعی n، $A^n=A$ است، پس داریم:

$$A^{۱۴۰۲}=A=\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ -۱ & -۱\end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = ۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$AB=\begin{bmatrix}۱ & ۱ & ۰\\ ۱ & ۱ & ۱\\ -۱ & ۲ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۱\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۱ & ۰ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۲ & -۱\end{bmatrix}$$

$$AB-C=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۲ & -۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-۳ & ۱ & ۱\\ ۱ & -۲ & ۱\\ ۱ & ۲ & -۴\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}۳ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۳ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۳\end{bmatrix}=۳I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۸۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$A^۲=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ -۳ & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ -۳ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۵ & ۱۰\\ -۱۵ & ۱۰\end{bmatrix}$$

$$A^۲=mA+nI \Rightarrow \begin{bmatrix}-۵ & ۱۰\\ -۱۵ & ۱۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}m & ۲m\\ -۳m & ۴m\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}n & ۰\\ ۰ & n\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}m+n & ۲m\\ -۳m & ۴m+n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۵ & ۱۰\\ -۱۵ & ۱۰\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}۲m=۱۰ \Rightarrow m=۵\\ m+n=-۵ \Rightarrow ۵+n=-۵ \Rightarrow n=-۱۰\end{cases}$$

$$m-n=۵-(-۱۰)=۱۵$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۹۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

دو ماتریس مربعی A و B تعویض‌پذیر هستند، هرگاه $AB=BA$ باشد، بنابراین داریم:

$$AB=\begin{bmatrix}۳ & ۴\\ a & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & -۲\\ -۱ & b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & -۶+۴b\\ ۲a-۳ & -۲a+۳b\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}۲ & -۲\\ -۱ & b\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳ & ۴\\ a & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶-۲a & ۲\\ -۳+ab & -۴+۳b\end{bmatrix}$$

$$AB=BA \Rightarrow \begin{cases}۶-۲a=۲ \Rightarrow ۲a=۴ \Rightarrow a=۲\\ -۶+۴b=۲ \Rightarrow ۴b=۸ \Rightarrow b=۲\end{cases}$$

$$a+b=۲+۲=۴$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

ریاضیات گسسته

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(نیلوفر مهدوی)*

نکته: میانگین پنج عدد طبیعی و متوالی همان عدد وسطی است.

پس میانگین اعداد $a_1, a_2, \ldots, a_5$ برابر a_3 است و در نتیجه a_3 عددی فرد است. به همین ترتیب a_1 و a_5 اعدادی فرد و a_2 و a_4 اعدادی زوج هستند. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $5a_1 + 7a_5$ = فرد + فرد = زوج

۲) $2a_3 + a_5$ = فرد + زوج = فرد

۳) $4a_2 + 2a_4$ = زوج + زوج = زوج

۴) $a_2 + 6a_3$ = زوج + زوج = زوج

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۵ و ۸)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصّه‌خان)*

اگر $0 < a < 1$ و $(a \in \mathbb{R})$ می‌توان نتیجه گرفت که $0 < a^2 < 1$ امّا از رابطه $0 < a^2 < 1$ نتیجه می‌شود $0 < a < 1$ یا $-1 < a < 0$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق اثبات به روش بازگشتی داریم:

$$x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2 - 2z$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (z^2 + 2z + 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 + (z+1)^2 \geq 0$$

رابطهٔ اخیر بدیهی است و تمامی روابط برگشت‌پذیر هستند، پس حکم ثابت می‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$a \mid m+7 \xrightarrow{\times 3} \left.\begin{matrix} a \mid 3m+21 \\ a \mid 3m+1 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a \mid 20$$

$$\xrightarrow{a>0} a = 1, 2, 4, 5, 10, 20$$

پس ۶ مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

باقی‌ماندهٔ تقسیم مربع هر عدد صحیح فرد بر ۸، برابر ۱ است، زیرا داریم:

$$a = 2k+1 \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$= 4\underbrace{k(k+1)}_{\text{دو عدد صحیح متوالی}} + 1 = 4 \times 2q + 1 = 8q + 1$$

بنابراین برای دو عدد صحیح و فرد a و b داریم:

$$a^۲+b^۲+۵=۸q+۱+۸q'+۱+۵$$

$$=۸\underbrace{(q+q')}_{q''}+۷ \Rightarrow r=۷$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۹۶- **گزینهٔ «۴»** *(فرزانه خاکپاش)*

با توجه به قضیهٔ تقسیم داریم:

$$\left.\begin{array}{l} a=۴q+۳ \xrightarrow{\times ۵} ۵a=۲۰q+۱۵ \\ a=۵q'+۴ \xrightarrow{\times ۴} ۴a=۲۰q'+۱۶ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}}$$

$$a=۲۰(q-q')-۱=۲۰(q-q')-۲۰+۲۰-۱$$

$$=۲۰\underbrace{(q-q'-۱)}_{q''}+۱۹$$

پس باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر ۲۰، برابر ۱۹ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(جواد حاتمی)*

اگر قضیهٔ تقسیم را به‌صورت $a=۱۷q+۹ \ (q\in\mathbb{Z})$ بنویسیم، آنگاه داریم:

$$a+۵۰=۱۷q+۵۹=۱۷q+۵۱+۸=۱۷(q+۳)+۸$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم ۳ واحد افزایش یافته و باقی‌ماندهٔ آن به اندازه $۱=۸-۹$ واحد کاهش می‌یابد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

برای اعداد طبیعی a، b و c، طبق فرض سؤال داریم:

$$\left.\begin{array}{l} a\mid b \xrightarrow{\times c} ac\mid bc \\ b^۲\mid ac \end{array}\right\} \Rightarrow b^۲\mid bc \xrightarrow{\div b} b\mid c$$

اعداد $a=۱$، $b=۲$ و $c=۸$ مثال نقضی برای نادرستی سه گزینهٔ دیگر هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(سروش موئینی)*

$$\left.\begin{array}{l} x+۳\mid ۴x-۱ \\ x+۳\mid ۴x+۱۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} x+۳\mid ۱۳ \Rightarrow x+۳=۱۳ \text{ یا } ۱ \text{ یا } -۱ \text{ یا } -۱۳$$

بنابراین تنها مقدار طبیعی ممکن برای x، عدد ۱۰ است و $A=(۱۰,۳)$ تنها نقطه با مختصات طبیعی روی نمودار این تابع است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمدمهدی ابوترابی)*

$$\left.\begin{array}{l} d\mid n^۲-۴n \xrightarrow{\times ۵} d\mid ۵n^۲-۲۰n \\ d\mid ۵n+۶ \xrightarrow{\times n} d\mid ۵n^۲+۶n \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d\mid ۲۶n$$

$$\left.\begin{array}{l} d\mid ۲۶n \xrightarrow{\times ۵} d\mid ۱۳۰n \\ d\mid ۵n+۶ \xrightarrow{\times ۲۶} d\mid ۱۳۰n+۱۵۶ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d\mid ۱۵۶$$

$$\Rightarrow d\mid ۲^۲\times ۳\times ۱۳$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای d به‌شرط آنکه عدد اول باشد، برابر ۱۳ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

فیزیک ۳

۱۰۱- گزینهٔ «۱» *(پوریا علاقه‌مند)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در لحظهٔ t_1 سرعت صفر است.

ب) درست؛ در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است، بنابراین، سرعت نیز در حال کاهش می‌باشد، لذا حرکت کندشونده خواهد بود.

پ) نادرست؛ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. زیرا سرعت (شیب خط مماس بر نمودار) منفی می‌باشد.

ت) نادرست؛ در بازهٔ زمانی t_4 تا t_5 متحرک ساکن است، لذا، سرعت آن صفر می‌باشد.

بنابراین، یک عبارت درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۱۰۲- گزینهٔ «۲» *(غلامرضا محبی)*

حل: ابتدا به کمک رابطهٔ مربوط به محاسبهٔ شتاب متوسط $\vec{v}_{20}-\vec{v}_{10}$ را می‌یابیم:

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\xrightarrow[t_1=0,t_2=10s]{\vec{a}_{av}=-10\vec{i}\,\frac{m}{s^2}}-10\vec{i}=\frac{\vec{v}_{10}-\vec{v}_0}{10-0}$$

$$\vec{v}_{10}-\vec{v}_0=-100\vec{i}\,(\frac{m}{s})\ (1)$$

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\xrightarrow[t_1=0\,,\,t_3=20s]{\vec{a}_{av}=-4\vec{i}\,\frac{m}{s^2}}-4\vec{i}=\frac{\vec{v}_{20}-\vec{v}_0}{20-0}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{20}-\vec{v}_0=-80\vec{i}\,(\frac{m}{s})\ (2)$$

از تفریق رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\vec{v}_{20}-\vec{v}_{10}=-80\vec{i}-(-100\vec{i})=20\vec{i}\,(\frac{m}{s})$$

بنابراین، شتاب متوسط در ۱۰ ثانیهٔ دوم برابر است با:

$$\vec{a}_{av}=\frac{\vec{v}_{20}-\vec{v}_{10}}{20-10}=\frac{20\vec{i}}{10}=2\vec{i}\,(\frac{m}{s^2})\Rightarrow|\vec{a}_{av}|=2\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۳- گزینهٔ «۴» *(معصومه شریعت‌ناصری)*

در بازهٔ زمانی صفر تا $3s$، نمودار بالای محور زمان قرار دارد و در نتیجه $v>0$ و متحرک در جهت محور x در حال حرکت است و در بازهٔ زمانی $3s$ تا $15s$ که نمودار زیر محور زمان قرار دارد، سرعت منفی بوده، در نتیجه متحرک در خلاف جهت محور x در حرکت است. بنابراین داریم:

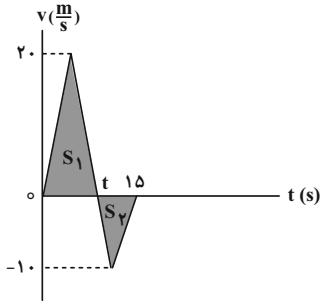
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av(0\,,3s)}=\frac{0-12}{3}=-\frac{12}{3}=-4\frac{m}{s^2}$$

$$a'_{av(3s\,,15s)}=\frac{-3-0}{15-3}=-\frac{1}{4}\frac{m}{s^2}$$

$$\frac{|a'_{av}|}{|a_{av}|}=\frac{|-\frac{1}{4}|}{|-4|}=\frac{\frac{1}{4}}{4}=\frac{1}{16}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۴- گزینهٔ «۱» *(علیرضا گونه)*



$$\ell_1=S_1=\frac{20t}{2}=10t$$

$$\ell_2=S_2=\frac{(15-t)(10)}{2}=5(15-t)$$

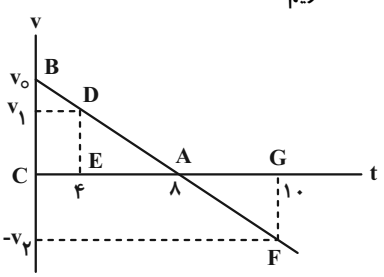
اکنون با استفاده از رابطهٔ $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$، تندی متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی (صفر تا t) و (t تا $15s$) به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} s_{av_1}=\frac{\ell_1}{\Delta t_1}\xrightarrow[\Delta t_1=t]{\ell_1=10t} \\ s_{av_1}=\frac{10t}{t}=10\frac{m}{s} \\ s_{av_2}=\frac{\ell_2}{\Delta t_2}\xrightarrow[\Delta t_2=(15-t)]{\ell_2=5(15-t)} \\ s_{av_2}=\frac{5(15-t)}{(15-t)}=5\frac{m}{s} \end{cases}\Rightarrow\frac{s_{av_1}}{s_{av_2}}=\frac{10}{5}=2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲، ۳ و ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۵- گزینهٔ «۱» *(امیراحمد میرسعید)*

یکی از روش‌های حل تست‌های نمودار مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست رسم نمودار $v-t$ آن است. با توجه به نمودار $x-t$، $v_0>0$ و $a<0$ است و در لحظهٔ $t=8s$ سرعت صفر شده است. بنابراین، نمودار $v-t$ را رسم نموده و با استفاده از تشابه دو مثلث ABC و ADE داریم:



$$\frac{v_0}{v_1}=\frac{8}{4}\Rightarrow v_1=\frac{1}{2}v_0$$

برای محاسبهٔ v_2 با استفاده از تشابه در مثلث‌های ABC و AFG داریم:

$$\frac{v_0}{v_2}=\frac{8}{2}\Rightarrow v_2=\frac{1}{4}v_0$$

در آخر داریم:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\frac{۱}{۴}v_۰}{\frac{۱}{۲}v_۰}=\frac{۱}{۲}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۶- **گزینهٔ «۱»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

چون در لحظهٔ $t=۰$ شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر صفر است، لذا سرعت در این لحظه صفر می‌باشد $(v_۰=۰)$. بنابراین ابتدا با استفاده از رابطهٔ $\Delta x=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t$، سرعت در لحظهٔ $t=۵s$ را می‌یابیم:

$$\Delta x=\frac{v_{۵s}+v_۰}{۲}\Delta t\Rightarrow(-۱۵-۵)=\frac{v_{۵s}+۰}{۲}\times(۵-۰)$$

$$\Rightarrow v_{۵s}=-۸\frac{m}{s}$$

اکنون شتاب متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v=at+v_۰\Rightarrow-۸=a\times۵+۰\Rightarrow a=-\frac{۸}{۵}\frac{m}{s^۲}$$

در آخر داریم:

$$v^۲=v_۰^۲+۲a(x-x_۰)\xrightarrow[x_۰=۵m]{x=۰}$$

$$v^۲=۰+۲\times(-\frac{۸}{۵})\times(۰-۵)\Rightarrow v^۲=۱۶\Rightarrow v=\pm۴\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

چون سرعت ثابت است، با استفاده از معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت، سرعت متحرک را می‌یابیم:

$$\Delta x-\Delta x'=-۱۲۰\xrightarrow{\Delta x=v\Delta t}v\Delta t-v\Delta t'=-۱۲۰$$

$$\xrightarrow[\Delta t'=۱۵s]{\Delta t=۳s}v\times۳-v\times۱۵=-۱۲۰$$

$$-۱۲v=-۱۲۰\Rightarrow v=۱۰\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۸- **گزینهٔ «۴»** *(مریم شیخ‌ممو)*

می‌دانیم بیشترین فاصلهٔ دو متحرک در لحظه‌ای است که متحرک A به مقصد برسد. بنابراین، ابتدا مدت زمان حرکت متحرک A، تا لحظه‌ای که به مقصد برسد را می‌یابیم. چون سرعت ثابت است، داریم:

$$v_A=\frac{\Delta x_A}{\Delta t}\xrightarrow[v_A=۲۴\frac{m}{s}]{\Delta x_A=۴۸۰m}۲۴=\frac{۴۸۰}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=۲۰s$$

در مدت $۲۰s$، متحرک B به اندازهٔ $\Delta x_B=۴۸۰-۸۰=۴۰۰m$ طی می‌کند. بنابراین، تندی این متحرک برابر است با:

$$v_B=\frac{\Delta x_B}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta x_B=۴۰۰m]{\Delta t=۲۰s}v_B=\frac{۴۰۰}{۲۰}=۲۰\frac{m}{s}$$

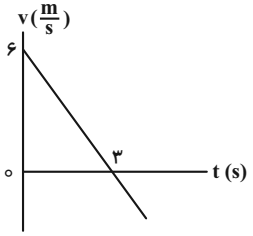
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا معادلهٔ سرعت- زمان متحرک را می‌یابیم و سپس نمودار سرعت- زمان آن را رسم می‌کنیم.

$$x=-t^۲+۶t-۱۲\Rightarrow\begin{cases}v_۰=۶\frac{m}{s}\\\frac{۱}{۲}a=-۱\Rightarrow a=-۲\frac{m}{s^۲}\end{cases}$$

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=-۲t+۶\xrightarrow{v=۰}۰=-۲t+۶\Rightarrow t=۳s$$



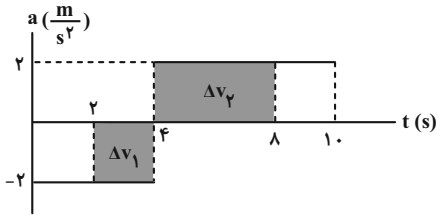
می‌بینیم، در بازهٔ زمانی صفر تا $۳s$ حرکت متحرک کندشونده است. در این بازهٔ زمانی سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{v+v_۰}{۲}\xrightarrow[v=۰]{v_۰=۶\frac{m}{s}}v_{av}=\frac{۰+۶}{۲}=۳\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(مریم شیخ‌ممو)*

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار $a-t$ و محور t برابر Δv است. بنابراین، با محاسبهٔ این سطح به صورت زیر شتاب متوسط را می‌یابیم:



$$\Delta v_۱=(۴-۲)\times(-۲)=-۴\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_۲=(۸-۴)\times۲=۸\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{(۲s\,,\,۸s)}=\Delta v_۱+\Delta v_۲=-۴+۸=۴\frac{m}{s}$$

$$a_{av}=\frac{\Delta v_{۲s\,,\,۸s}}{\Delta t}=\frac{۴}{۸-۲}=\frac{۲}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

شیمی ۳

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

امید به زندگی در شهرهای مختلف یک کشور با هم متفاوت است. زیرا این شاخص به عوامل مختلفی بستگی دارد و در کل شاخص امید به زندگی در مناطق توسعه یافته و برخوردار در مقایسه با مناطق کم‌برخوردار بیشتر است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ث) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) فرمول اوره به صورت $CO(NH_2)_2$ است.

$$\text{جرم مولی اوره}: 12+16+2(14)+4(1)=60\,g.mol^{-1}$$

درصد جرمی نیتروژن: $\frac{28}{60}\times 100$

درصد جرمی اکسیژن: $\frac{16}{60}\times 100$

$$\frac{\text{درصد جرمی N}}{\text{درصد جرمی O}}=\frac{\frac{28}{60}\times 100}{\frac{16}{60}\times 100}=\frac{28}{16}=\frac{7}{4}=1/75$$

ب) بازها در سطح پوست همانند صابون احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به پوست نیز آسیب وارد می‌کنند.

پ) پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند و با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند.

ت) فرمول مولکولی تقریبی وازلین به صورت $C_{25}H_{52}$ است. لذا داریم:

$$8/8\,g\ C_{25}H_{52}\times\frac{1\,mol\,C_{25}H_{52}}{352\,g\,C_{25}H_{52}}=?\ \text{تعداد اتم C}$$

$$\times\frac{25\,mol\,C}{1\,mol\,C_{25}H_{52}}\times\frac{N_A\ \text{اتم C}}{1\,mol\,C}=0/625N_A\ \text{اتم}$$

ث) ساده‌ترین راه پیشگیری (نه درمان) رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۴)

۱۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

صابون مراغه یک صابون طبیعی است و افزودنی شیمیایی ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) از پاک‌کننده‌های خورنده به دلیل توانایی واکنش دادن با آلاینده‌ها برای باز کردن مجاری مسدود شده با چربی‌ها استفاده می‌شود.

۳) صابون به دلیل داشتن بخش ناقطبی توانایی انحلال در چربی و به دلیل داشتن بخش قطبی توانایی انحلال در آب را دارد.

۴) پارچه‌های نخی از الیاف طبیعی تشکیل شده‌اند و به علت داشتن تعداد زیادی گروه‌های هیدروکسیل $(-OH)$ جاذبهٔ کمتری با لکه‌های چربی که ناقطبی هستند برقرار می‌کنند و جدا شدن آن‌ها توسط صابون راحت‌تر انجام می‌شود. در نتیجه میزان چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های نخی کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است.

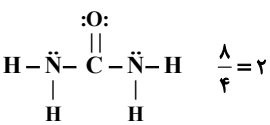
(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۹ و ۱۱ تا ۱۳)

۱۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین مسلمی)*

موارد ب و ت درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

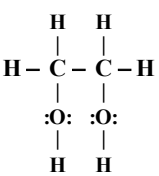
آ) اوره دارای ۸ جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی است. بنابراین نسبت جفت‌الکترون پیوندی به ناپیوندی برابر با ۲ است.



$$\frac{8}{4}=2$$

ب) فرمول شیمیایی روغن زیتون و چربی ذخیره شده در کوهان شتر به‌ترتیب به‌صورت $C_{57}H_{104}O_6$ و $C_{57}H_{110}O_6$ و اختلاف جرم مولی آن‌ها به‌دلیل اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن در آن‌هاست که برابر ۶ گرم بر مول می‌باشد.

پ) مولکول اتیلن گلیکول دارای ۹ پیوند اشتراکی است.



ت) فرمول متوسط بنزین به‌صورت C_8H_{18} است:

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}}=\frac{8\times 12}{18\times 1}\simeq 5/33$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ و ۵)

۱۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین طیبی)*

می‌دانیم فرمول کلی یک پاک‌کنندهٔ صابونی جامد با زنجیر هیدروکربنی سیرشده به صورت $C_nH_{2n+1}COONa$ می‌باشد.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های نافلزی}}{\text{شمار اتم‌های فلزی}} = \frac{3n+4}{1} = 52 \Rightarrow 3n = 48 \Rightarrow n = 16$$

فرمول اسید چرب سازندهٔ این پاک‌کنندهٔ صابونی $C_{16}H_{33}COOH$ یا $C_{17}H_{34}O_2$ می‌باشد.

= جفت الکترون پیوندی

$$\frac{(17\times4)+(34\times1)+(2\times2)}{2} = \frac{68+34+4}{2} = \frac{106}{2} = 53$$

$= 2\times2 = 4$ جفت الکترون ناپیوندی

$= 53-4 = 49$ اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی طرفی)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

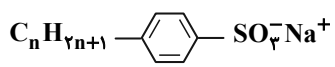
آ) صابون‌های مایع نمک‌های پتاسیم و آمونیوم اسید چرب هستند.

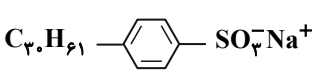
ب) در پاک‌کننده‌های غیرصابونی گروه « SO_3^- » وجود دارد.

پ) پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب‌های سخت رسوب تشکیل نمی‌دهند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۹ تا ۱۲)

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(هدی بهاری‌پور)*





بخش قطبی بخش ناقطبی

$1+3=4$ $\qquad$ $30+61+6+4=101$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

بررسی برخی موارد:

مورد چهارم) نادرست؛ خورنده نیست

مورد پنجم) درست

$$(CH_3-(CH_2)_{11}-C_6H_4SO_3Na)$$

$$\Rightarrow M = 348\,g.mol^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ صابون، نمک سدیم یا پتاسیم اسیدهای چرب است که بخش هیدروکربنی آن چربی دوست است.

ب) نادرست؛ در کلوییدها با وجود ناهمگن بودن و داشتن ظاهری کدر و مات مسیر عبور نور قابل دیدن است.

پ) درست؛ در هر کدام به ازای یک مول واکنش‌دهنده، ۲ مول کاتیون تولید می‌شود.

$$Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH(2Li^+ + 2OH^-)$$

$$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3(2H^+ + 2NO_3^-)$$

ت) درست؛ افزودن نمک‌های فسفات‌دار به صابون‌ها باعث واکنش فسفات با یون‌های کلسیم و منیزیم شده و از سختی آب می‌کاهد. بنابراین از این صابون‌ها در آب‌های سخت می‌توان استفاده کرد و نیاز به تولید پاک‌کننده‌های غیرصابونی برای استفاده در آب سخت کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۷، ۱۱، ۱۲، ۱۴ و ۱۵)

۱۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمدپارسا خراهانی)*

مخلوط ظرف (۲) کلوئید است که حاوی توده‌های مولکولی است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ تا ۸)

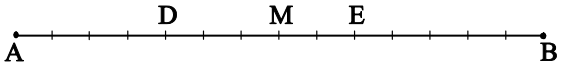
هندسه ۱

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌خرد)*

با ترکیب در مخرج کسرهای داده شده داریم:

$$\frac{AD}{DB}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow\frac{AD}{AB}=\frac{۲}{۷}=\frac{۴}{۱۴}$$

$$\frac{BE}{AE}=\frac{۵}{۹}\Rightarrow\frac{BE}{AB}=\frac{۵}{۱۴}$$



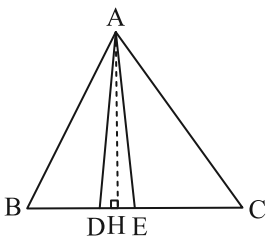
مطابق شکل M وسط پاره‌خط AB است و داریم:

$$\frac{DM}{ME}=\frac{۳}{۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

مطابق شکل، ارتفاع AH در همه‌ی مثلث‌ها مشترک است. اگر ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن‌ها، می‌توان نوشت:



$$S_{ACE}=\frac{۵}{۲}S_{ADE}\Rightarrow\frac{EC}{DE}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow DE=\frac{۲}{۵}EC$$

$$S_{ACE}=\frac{۳}{۲}S_{ABD}\Rightarrow\frac{EC}{BD}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow BD=\frac{۲}{۳}EC$$

$$BE=BD+DE=\frac{۲}{۵}EC+\frac{۲}{۳}EC=\frac{۱۶}{۱۵}EC$$

$$BC=BE+EC=\frac{۱۶}{۱۵}EC+EC=\frac{۳۱}{۱۵}EC$$

$$\Rightarrow\frac{BC}{DE}-\frac{BE}{BD}=\frac{\frac{۳۱}{۱۵}EC}{\frac{۲}{۵}EC}-\frac{\frac{۱۶}{۱۵}EC}{\frac{۲}{۳}EC}=\frac{۳۱}{۶}-\frac{۸}{۵}=\frac{۱۰۷}{۳۰}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(هنانه اتفاقی)*

حالت‌های ممکن برای تشابه دو مثلث عبارتند از:

۱) $\frac{۴}{x}=\frac{۶}{۱۲}=\frac{۹}{۱۸}\Rightarrow\frac{۴}{x}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=۸$

۲) $\frac{۹}{x}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۶}{۱۸}\Rightarrow\frac{۹}{x}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow x=۲۷$

بنابراین اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار x، برابر $۱۹=۸-۲۷$ است.

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحهٔ ۳۸)

۱۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ تالس داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{AFB}:DE\parallel BF\Rightarrow\frac{AE}{EF}=\frac{AD}{DB}\\ \overset{\Delta}{ABC}:DF\parallel BC\Rightarrow\frac{AF}{FC}=\frac{AD}{DB}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{AE}{EF}=\frac{AF}{FC}$$

فرض کنید $EF=x$ باشد، در این صورت $AE=۲x$ است و داریم:

$$AF=AE+EF=۳x$$

$$\frac{AE}{EF}=\frac{AF}{FC}\Rightarrow\frac{FC}{EF}=\frac{AF}{AE}=\frac{۳x}{۲x}=\frac{۳}{۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(محبوبه بهادری)*

چهارضلعی $ADEF$ متوازی‌الاضلاع است، پس $DE=AF=۳$ و $EF=AD=۵$ است. با فرض $BD=x$ داریم:

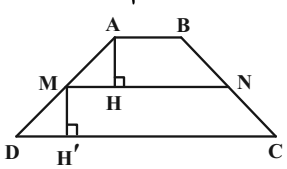
$$\overset{\Delta}{ABC}:DE\parallel AC\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}\frac{DE}{AC}=\frac{BD}{AB}$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{۷}=\frac{x}{x+۵}\Rightarrow ۳x+۱۵=۷x\Rightarrow ۴x=۱۵\Rightarrow x=۳/۷۵$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(هنانه اتفاقی)*

می‌دانیم اگر M و N به ترتیب وسط ساق‌های AD و BC باشند، آن‌گاه $MN\parallel AB\parallel DC$ و $MN=\frac{AB+DC}{۲}$ است.



از طرفی مطابق شکل $AH=MH'$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{MNCD}}{S_{ABNM}}=\frac{\frac{۱}{۲}MH'(MN+DC)}{\frac{۱}{۲}AH(AB+MN)}\Rightarrow\frac{MN+DC}{AB+MN}=\frac{۵}{۳}$$

$$\Rightarrow ۳(MN+DC)=۵(AB+MN)$$

$$\Rightarrow ۳(\frac{AB+DC}{۲}+DC)=۵(AB+\frac{AB+DC}{۲})$$

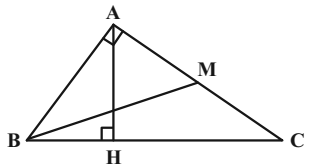
$$\xrightarrow{\times ۲} ۳AB+۹DC=۱۵AB+۵DC$$

$$\Rightarrow ۴DC=۱۲AB\Rightarrow\frac{DC}{AB}=۳$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۲۷- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:



$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 3^2 = BH \times 3BH$$

$$\Rightarrow BH^2 = 3 \Rightarrow BH = \sqrt{3} \Rightarrow CH = 3\sqrt{3}$$

بنابراین $BC = 4\sqrt{3}$ است و داریم:

$$AB^2 = BH \times BC = \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 12$$

$$AC^2 = CH \times BC = 3\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 36$$

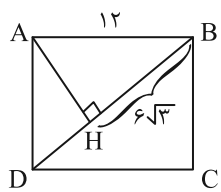
$$\overset{\Delta}{ABM} : BM^2 = AB^2 + AM^2 = AB^2 + \frac{AC^2}{4}$$

$$= 12 + 9 = 21 \Rightarrow BM = \sqrt{21}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۲۸- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

مطابق شکل طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویهٔ ABD داریم:



$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 12^2 = 6\sqrt{3} \times BD$$

$$\Rightarrow BD = \frac{12 \times 12}{6\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABD داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow (8\sqrt{3})^2 = 12^2 + AD^2$$

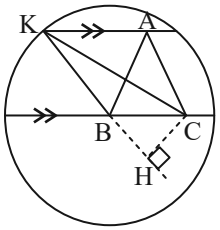
$$\Rightarrow AD^2 = 192 - 144 = 48 \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** (سرژ یقیازاریان تبریزی)

مطابق شکل زیر، $AK \parallel BC$ می‌باشد، بنابراین دو نقطهٔ A و K از ضلع BC به یک فاصله‌اند. از آنجا که قاعده و ارتفاع دو مثلث ABC و BKC با هم برابر هستند، لذا دو مثلث هم ارز (هم مساحت) می‌باشند.

می‌توان نوشت:



$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}(AB)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(5)^2 = \frac{25}{4}\sqrt{3}$$

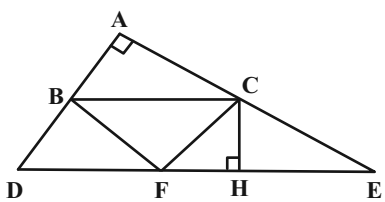
$$\left.\begin{array}{l} S_{ABC} = S_{BKC} \Rightarrow \frac{BK \times CH}{2} = \frac{25}{4}\sqrt{3} \\ \text{(شعاع دایره) } BK = \frac{30}{2} = 15 \end{array}\right\} \Rightarrow 15 \times CH = \frac{25}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow CH = \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

از نقطهٔ C، عمودی بر DE رسم می‌کنیم. طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب، $A\hat{C}B = \hat{E}$ است.



بنابراین دو مثلث ABC و CHE بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.

پس:

$$\frac{CH}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow \frac{CH}{5} = \frac{8}{BC} \Rightarrow BC \times CH = 8 \times 5 = 40$$

$$S_{BCF} = \frac{1}{2}BC \times CH = \frac{1}{2} \times 40 = 20$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

شیمی ۱

۱۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

مورد (پ) درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

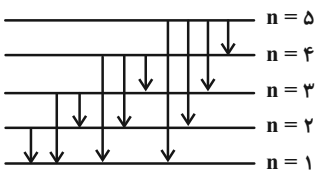
الف) با افزایش فاصلهٔ لایهٔ الکترونی از هسته، انرژی الکترون‌های موجود در آن افزایش می‌یابد.

ب) اگر در طیف نشری خطی دو فلز متمایز x و y خط مشاهده شود در طیف آلیاژ این ۲ فلز به تعداد $x+y$ یا کمتر خط مشاهده می‌شود چون امکان دارد خط طیفی مشترکی بین ۲ عنصر وجود داشته باشد.

ت) اولین بار بور توانست با ارائهٔ مدل اتمی طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند ولی توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر اتم‌ها را نداشت.

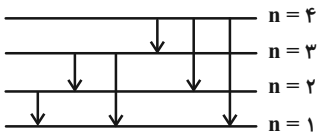
(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*



۵ لایه

۱۰ خط در طیف نشری وجود دارد.



۴ لایه

۶ خط در طیف نشری وجود دارد.

$$\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۳}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین مسلمی)*

موارد (ب) و (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

الف) هر چه لایه‌های الکترون از هسته دورتر باشد انرژی بیشتر است پس بین فاصلهٔ الکترون از هسته و سطح انرژی آن رابطهٔ مستقیم وجود دارد.

ت) گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطهٔ $۴l+۲$ به دست می‌آید. مثال:

$$l=۰ \xrightarrow{\text{زیرلایهٔ s}} ۴(۰)+۲=۲e^-$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست

$$X:۱s^۲\ ۲s^۲\ ۲p^۶\ \underbrace{۳s^۲}_{۲e^-}\ \underbrace{۳p^۶\ ۳d^۲}_{۱۰e^-}\ \underbrace{۴s^۲}_{۲e^-} \Rightarrow Z=۲۲$$

۲) نادرست؛ در دستهٔ d قرار دارد.

۳) درست

$l=۱$ تعداد الکترون‌ها با $\Rightarrow ۶+۶=۱۲$

$l=۲$ تعداد الکترون‌های با $\Rightarrow ۲$

$$\frac{۱۲}{۲}=۶$$

۴) نادرست؛ آخرین زیرلایه‌ای که الکترون در آن وارد می‌شود (طبق اصل آفبا) زیرلایهٔ $3d$ با $l=2$ و $n=3$ است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(سینا رحمانی‌تبار)*

عبارت‌های (الف)، (ت) و (ث) درست هستند.

ابتدا عدد اتمی عنصر مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} n+p=55 \\ n-e=7 \end{cases} \xrightarrow{e=p-2} \begin{cases} n+p=55 \\ n-p=5 \end{cases} \xrightarrow{+} 2n=60 \Rightarrow n=30\ ,\ p=25$$

آرایش الکترونی عنصر:

$$_{25}X: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ \underbrace{3d^5\ 4s^2}_{\text{لایهٔ ظرفیت}} \Rightarrow \begin{matrix} \text{دوره} = 4 \\ \text{گروه} = 7 \end{matrix}$$

بررسی عبارت‌ها:

الف) این عنصر در دورهٔ ۴ و گروه ۷ جدول تناوبی قرار دارد.

ب) آرایش الکترونی اتم این عنصر از قاعدهٔ آفبا پیروی می‌کند.

پ) در یون X^{2+} چون $4s^2$ های e^- برداشته شده است.

$$X^{2+}: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^5$$

$$n+l=4 \Rightarrow 3p^6 \Rightarrow 6e^-$$

ت) در آرایش الکترونی اتم عنصر X فقط زیرلایهٔ $3d^5$ به صورت نیمه پر می‌باشد.

ث)

$$X^{2+}: \underbrace{1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6}_{\text{پر}}\ \underbrace{3d^5}_{\text{نیمه‌پر}}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۱۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

$$_{30}A: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^2 \Rightarrow A \text{ عنصر} : {}_{30}Zn$$

$$_{15}X^{3-}: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6 \Rightarrow B \text{ عنصر} : {}_{15}P$$

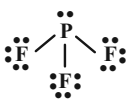
$$_{29}M^{2+}: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^9 \Rightarrow C \text{ عنصر} : {}_{29}Cu$$

$$_{31}D^{3+}: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10} \Rightarrow D \text{ عنصر} : {}_{31}Ga$$

بررسی عبارت‌ها در ردیف‌های مورد نظر:

۱) نادرست؛ بیرونی‌ترین زیرلایه گونهٔ $A \Leftarrow 4s^2$ می‌باشد سایر موارد درست است.

۲) درست؛ تمامی موارد درست است.



۳) درست؛ تمامی موارد درست است.

$$Cu^{2+}F^- \Rightarrow CuF_2 = CF_2$$

۴) نادرست؛ بیرونی‌ترین زیرلایه گونهٔ D^{3+} برابر $3d^{10}$ می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین مسلمی)*

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

عنصری که بیرونی‌ترین زیرلایهٔ آن $3p^5$ است یعنی در دورهٔ سوم قرار دارد پس عنصر X نیز در دورهٔ سوم و گروه ۱۶ قرار دارد. در نتیجه این عنصر دارای عدد اتمی ۱۶ بوده که همان گوگرد است.

$$_{16}X: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^4$$

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در بیرونی‌ترین لایهٔ اتم آن ۶ الکترون وجود دارد.

ب) درست

پ) نادرست

$$Al^{3+} \quad X^{2-} \Rightarrow Al_2X_3$$

ت) درست؛ تعداد الکترون‌ها با $l = 0$ برابر ۶ الکترون و تعداد الکترون‌ها با $l = 1$ برابر ۱۰ الکترون می‌باشد، در نتیجه نسبت آن‌ها $\frac{6}{10}$ می‌شود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۴، ۳۶ و ۳۸ تا ۴۱)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

بررسی موارد:

الف) درست

$$\left.\begin{array}{l} \text{آلومینیم فلوئورید } AlF_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{3}{1} = 3 \\ \text{کلسیم اکسید } CaO \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{1}{1} = 1 \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{1} = 3$$

ب) رفتار شیمیایی هر اتم به تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت بستگی دارد. به‌طوری که می‌توان دستیابی به آرایش گاز نجیب را مبنای رفتار آن‌ها دانست.

پ)

$$\left.\begin{array}{ll} {}_{p_1}X^{+} & {}_{p_2}Y^{3-} \\ \downarrow & \downarrow \\ e_1 = p_1 - 1 & e_2 = p_2 - (-3) \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow e_1 = e_2 \Rightarrow p_1 - 1 = p_2 + 3 \Rightarrow p_1 - p_2 = 4$$

جواب درست ۴ است. لذا در گزینهٔ «۲» چون اختلاف عدد اتمی را ۲ داده است که غلط است انتخاب می‌کنیم.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

آلومینیم اکسید $Al_2O_3 \Rightarrow \frac{\text{تعداد کاتیون}}{\text{تعداد آنیون}} = \frac{2}{3}$

منیزیم اکسید $Mg^{2+} \quad S^{2-} \Rightarrow MgS$

جرم مولی $\Leftarrow 24 + 32 = 56\,g.mol^{-1}$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

عنصر C همان آرگون است. بنابراین عنصر A گوگرد، B کلر، D پتاسیم و E کلسیم است.

چون A از گروه ۱۶ بوده یون پایدار آن به صورت A^{2-} و D عنصری از گروه ۱ می‌باشد که یون پایدار آن به صورت D^{+} است. لذا داریم:

$$D^{+} \quad A^{2-} \Rightarrow D_2A$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست؛ چون عناصر D و E در گروه ۱ و ۲ جدول تناوبی قرار دارند لذا از عناصر دستهٔ s می‌باشند.

۲) درست؛ A در گروه ۱۶ و B در گروه ۱۷ قرار دارد و در مولکول AB_2 عنصر A اتم مرکزی می‌باشد.

۳) درست؛ عنصر B همان ${}_{17}Cl$ می‌باشد که با رسم آرایش الکترونی آن داریم:

$${}_{17}Cl : 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^5$$

در آخرین زیرلایهٔ آن $5e^{-}$ وجود دارد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)