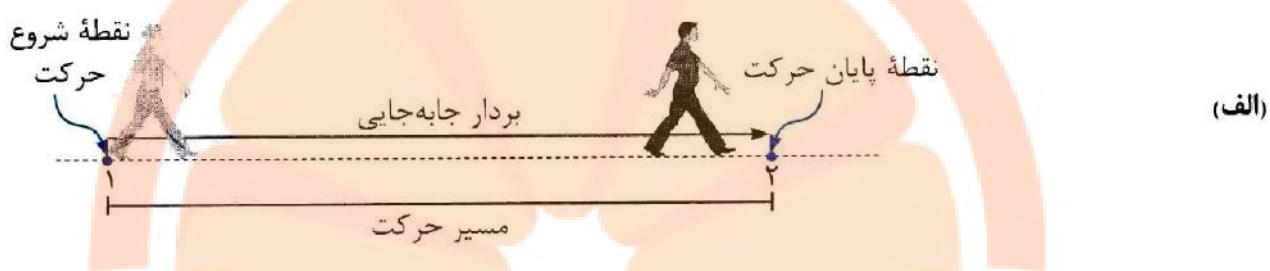


فصل ۱: حرکت بر خط راست

صفحه ۲ و ۳ کتاب درسی

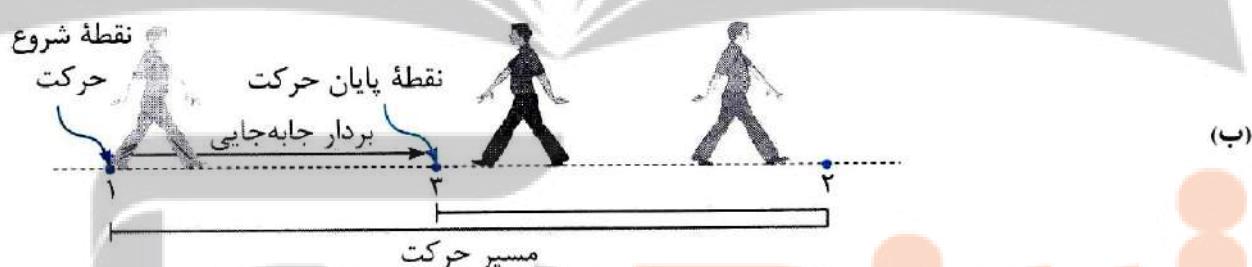
پرسش (۱-۱)

- ۱) شکل الف شخصی را در حال پیاده روی در راستای خط راست و بدون تغییر جهت، از مکان ۱ به مکان ۲ نشان می دهد.
مسیر حرکت و بردار جابه جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه جایی را با مسافت مقایسه کنید.



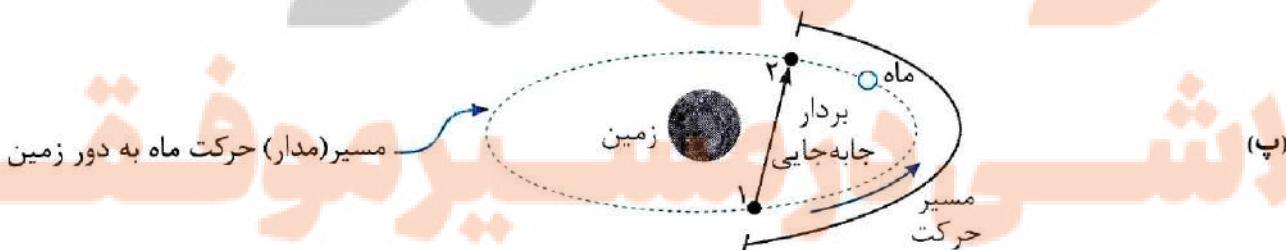
اندازه بردار جابه جایی با طول مسیر (مسافت) برابر است زیرا شخص (متحرک) در مسیر مستقیم بدون تغییر جهت (برگشتن) حرکت کرده است.

- ۲) شخص پس از رسیدن به مکان ۲، بر می گردد و روی همان مسیر به مکان ۳ می رود (شکل ب). مسیر حرکت و بردار جابه جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه جایی آن را با مسافت پیموده شده مقایسه کنید.



اندازه بردار جابه جایی کمتر از مسافت طی شده است زیرا شخص تغییر جهت داشته است و در همان مسیر برگشته است.

- ۳) شکل پ مسیر حرکت ماه به دور زمین را نشان می دهد. وقتی ماه در جهت نشان داده شده در شکل، از مکان ۱ به مکان ۲ می رود مسیر حرکت و بردار جابه جایی آن را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه جایی آن را با مسافت پیموده شده مقایسه کنید.



اندازه بردار جابه جایی کمتر از مسافت طی شده است زیرا حرکت ماه به دور زمین روی خط راست انجام نمی شود و جهت حرکت آن در هر نقطه از مسیر تغییر می کند.

در چه صورت اندازه سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن برابر است؟ برای پاسخ خود می‌توانید به شکل‌های پرسش

۱-۱ نیز توجه کنید. اگر اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط یک متحرک با هم برابر باشد، داریم:

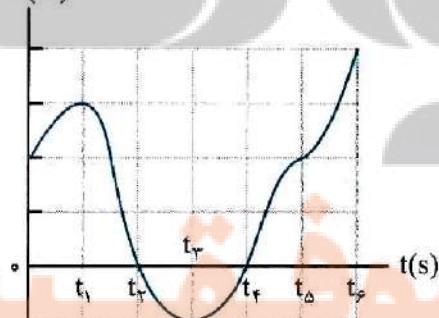
$$|\bar{v}_{av}| = s_{av} \Rightarrow \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{d}| = s$$

بنابراین اندازه بردار جایه‌جایی با مسافت طی شده باید با هم برابر باشد. یعنی متحرک باید روی مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند.

جدول زیر را کامل کنید. فرض کنید هر چهار متحرک در مدت زمان $s = 4$ فاصله بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند.

جهت حرکت	سرعت متوسط $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$	بردار جایه‌جایی $(\Delta \vec{x}) = (\vec{x}_f - \vec{x}_i)$	مکان پایانی (\vec{x}_f)	مکان آغازین (\vec{x}_i)	متحرک
در جهت محور x	$\frac{8/4}{4} = (2/1) \frac{m}{s} \vec{i}$	$(6/4 - (-2)) \vec{i} = (8/4) \vec{m} \vec{i}$	$(6/4) \vec{m} \vec{i}$	$(-2/0) \vec{m} \vec{i}$	A
در خلاف جهت محور x	$\frac{-5/6}{4} = (-1/4) \frac{m}{s} \vec{i}$	$(-5/6) \vec{m} \vec{i}$	$(-2/5) \vec{m} \vec{i}$	$((-2/5) - (-5/6)) \vec{i} = (3/1) \vec{m} \vec{i}$	B
در جهت محور x	$\frac{6/6}{4} = (1/65) \frac{m}{s} \vec{i}$	$(8/6 - 2) \vec{i} = (6/6) \vec{m} \vec{i}$	$(8/6) \vec{m} \vec{i}$	$(2/0) \vec{m} \vec{i}$	C
در جهت محور x	$(2/4) \frac{m}{s} \vec{i}$	$(2/4)(4) \vec{i} = (9/6) \vec{m} \vec{i}$	$(9/6 + (-1/4)) \vec{i} = (1/2) \vec{m} \vec{i}$	$(-1/4) \vec{m} \vec{i}$	D

$x(m)$



با توجه به نمودار مکان-زمان شکل روبرو به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟ دو بار (در لحظه‌های t_2 و t_4)

ب) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟

در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 ، t_2 تا t_3 و t_4 تا t_5 اندازه x (مکان متحرک) رو به

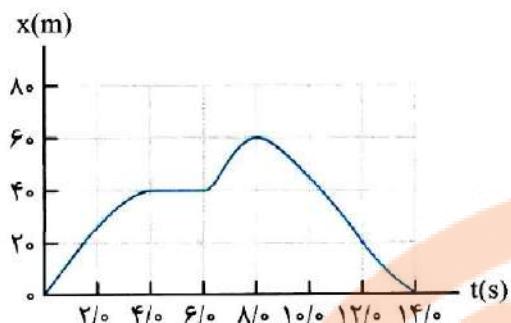
افزایش است بنابراین در این بازه‌ها، متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4 اندازه x (مکان متحرک) رو به کاهش است بنابراین در این بازه‌ها، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

ت) جهت حرکت چند بار تغییر کده است؟ در چه لحظه‌هایی؟ دو بار در لحظه‌های t_1 و t_3

ث) جایه‌جایی کل در جهت محور x است یا خلاف آن؟ جایه‌جایی کل در جهت محور x است زیرا $\Delta x_T = x_6 - x_0 > 0$ است.



شکل روبرو نمودار مکان-زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم در حال حرکت است.

الف) در کدام لحظه دوچرخه‌سوار بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟

در لحظه $t = 8\text{ s}$

ب) در کدام بازه‌های زمانی دوچرخه‌سوار در جهت محور x حرکت می‌کند؟

در بازه‌های زمانی $0\text{ s} \leq t \leq 4\text{ s}$ و $6\text{ s} \leq t \leq 12\text{ s}$

پ) در کدام بازه زمانی دوچرخه‌سوار در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟ در بازه زمانی $8\text{ s} \leq t \leq 14\text{ s}$

ت) در کدام بازه زمانی، دوچرخه‌سوار ساکن است؟ در بازه زمانی $4\text{ s} \leq t \leq 6\text{ s}$

ث) تندی متوسط و سرعت متوسط دوچرخه‌سوار را در هر یک از بازه‌های زمانی $0\text{ s} \leq t \leq 2\text{ s}$ ، $2\text{ s} \leq t \leq 4\text{ s}$ ، $4\text{ s} \leq t \leq 6\text{ s}$ ، $6\text{ s} \leq t \leq 8\text{ s}$ ، $8\text{ s} \leq t \leq 10\text{ s}$ ، $10\text{ s} \leq t \leq 12\text{ s}$ ، $12\text{ s} \leq t \leq 14\text{ s}$ حساب کنید.

۱-۱۰

برای محاسبه مسافت طی شده در کل مسیر باید طول هر بخش از مسیر را به صورت جداگانه محاسبه کنیم.

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|25 - 0|}{2 - 0} = 12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25 - 0}{2 - 0} = 12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad : ۲/۰\text{ s} \leq t \leq ۲/۵\text{ s}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|40 - 25|}{2 - 0} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40 - 25}{2 - 0} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad : ۲/۵\text{ s} \leq t \leq ۳/۰\text{ s}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|40 - 40| + |40 - 60|}{5 - 2} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40 - 25}{5 - 2} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad : ۳/۰\text{ s} \leq t \leq ۵/۰\text{ s}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|60 - 40|}{14 - 8} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60 - 40}{14 - 8} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad : ۸/۰\text{ s} \leq t \leq ۱۴/۰\text{ s}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|40 - 0| + |40 - 40| + |60 - 40| + |60 - 0|}{14} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 0}{14} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad : ۰/۰\text{ s} \leq t \leq ۱۴/۰\text{ s}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|40 - 0| + |40 - 40| + |60 - 40| + |60 - 0|}{14} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 0}{14} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad : ۰/۰\text{ s} \leq t \leq ۱۴/۰\text{ s}$$

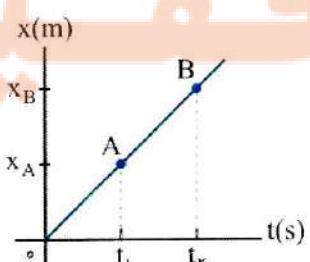
از روی نمودار مکان-زمان توضیح دهید در چه صورت سرعت لحظه‌ای متحرک همواره با سرعت متوسط آن برابر است.

هرگاه نمودار مکان-زمان به صورت یک خط راست باشد، شیب نمودار همواره ثابت

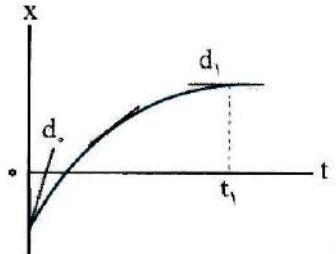
است؛ بنابراین همواره سرعت لحظه‌ای متحرک با سرعت متوسط آن برابر است. برای

مثال نمودار مکان-زمان زیر را در نظر بگیرید. شیب خط مماس برای نمودار در تمام

نقاط بین A و B با شیب خط عبوری از نقاط A و B (v_{av}) برابر است.



شکل روبرو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.



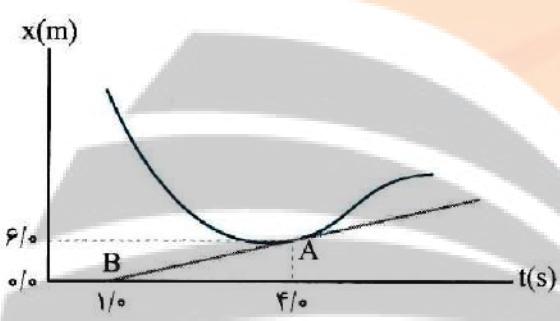
الف) از لحظه صفر تا لحظه t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

اگر در زمان‌های بین دو لحظه $t=0$ و $t=t_1$ ، بر نمودار مکان-زمان متحرک مماس‌هایی رسم کنیم، می‌بینیم که با افزایش زمان، شیب خط مماس کمتر می‌شود؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت سرعت متحرک در حال کاهش است.

ب) اگر در لحظه t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چقدر است؟

با توجه به اینکه شیب خط موازی با محور زمان برابر صفر است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت سرعت متحرک در لحظه $t=t_1$ برابر با صفر است.

تمرین(۱-۳)



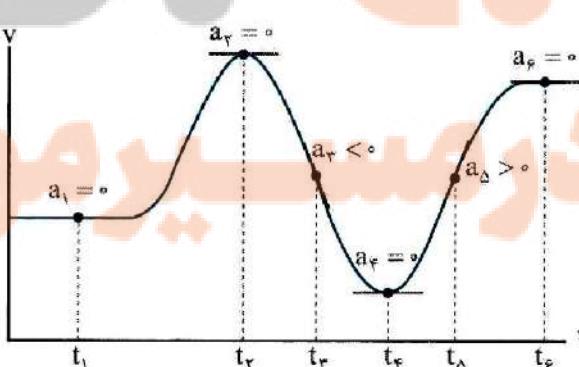
شکل روبرو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد. خط مماس بر منحنی در لحظه $t=4$ ، رسم شده است. سرعت متحرک را در این لحظه پیدا کنید.

شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان نشان‌دهنده سرعت $v = \frac{x_A - x_B}{t_A - t_B} = \frac{6 - 0}{4 - 1} = 2 \text{ m/s}$ در لحظه‌ای است.

پرسش(۱-۶)

شکل زیر نمودار سرعت-زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. جهت شتاب دوچرخه‌سوار را در هر یک از لحظه‌های t_1, t_2, \dots, t_n تعیین کنید.

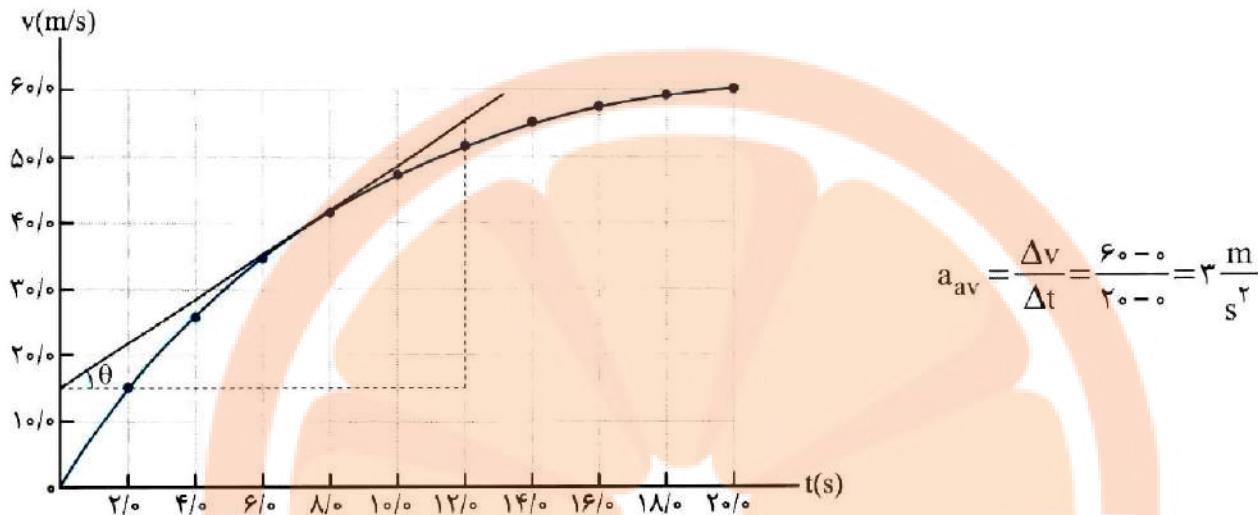
شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر لحظه، نشان‌گر شتاب لحظه‌ای است. در لحظه‌های t_1, t_2, t_3, t_4 و t_5 ، شیب خط مماس بر نمودار $s-v$ ، برابر با صفر و در نتیجه شتاب لحظه‌ای نیز برابر با صفر است. در لحظه t_3 ، شیب خط مماس بر نمودار $s-v$ ، منفی است؛ در نتیجه شتاب لحظه‌ای منفی و در جهت منفی محور x است. در لحظه t_5 ، شیب خط مماس بر نمودار $s-v$ ، مثبت است در نتیجه شتاب لحظه‌ای مثبت و در جهت مثبت محور x است.



تلاشی در معرفه مفهوم قیمت

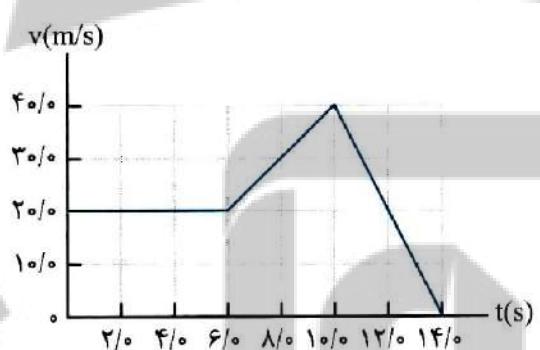
نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی 8 s تا 20 s مطابق شکل رو به رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟



نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی صفر تا 14 s مطابق شکل رو به رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{14 - 0} = -1.42 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = 2\text{ s}$ ، $t = 8\text{ s}$ ، $t = 11\text{ s}$ و $t = 14\text{ s}$ به دست آورید.

شتاب در لحظه $t = 2\text{ s}$ برابر با صفر است، زیرا شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در این لحظه صفر است.

شتاب در لحظه $t = 8\text{ s}$ برابر با شتاب متوسط در بازه زمانی 6 s تا 14 s است، زیرا شیب نمودار سرعت-زمان در این بازه ثابت است.

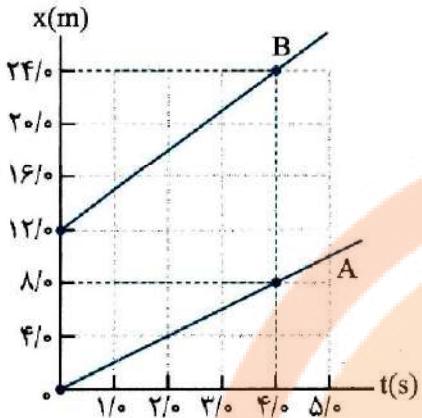
$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40 - 20}{10 - 6} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

شتاب در لحظه $t = 11\text{ s}$ برابر با شتاب متوسط در بازه زمانی 10 s تا 14 s است، زیرا شیب نمودار سرعت-زمان در این بازه زمانی ثابت است.

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 40}{14 - 10} = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

تلاشی در مسیر مثبت

شکل مقابل نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند. سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادله مکان-زمان آنها را بنویسید.



شیب نمودار مکان-زمان متحرک‌های A و B ثابت است، بنابراین حرکت هر دو متحرک از نوع حرکت با سرعت ثابت است و سرعت لحظه‌ای هر متحرک با سرعت متوسط آن در هر بازه زمانی برابر است.

با توجه به داده‌های نمودار و قرار دادن داده‌های یک نقطه دلخواه در معادله مکان-زمان می‌توانیم سرعت حرکت هر کدام را به دست آوریم:

برای متحرک A داریم:

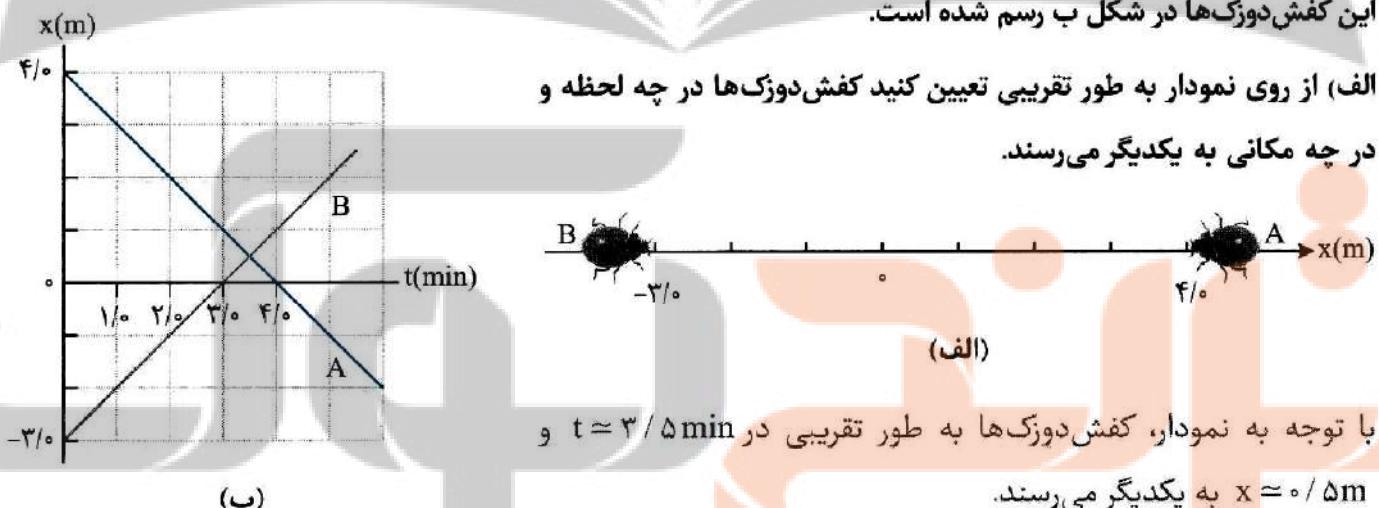
$$x = vt + x_0 \Rightarrow 8 = v(5) + 0 \Rightarrow v = \frac{8 \text{ m}}{5 \text{ s}} \Rightarrow x = 2t$$

$$x_0 = 0 \text{ m}, x = 8 \text{ m}, t = 5 \text{ s}$$

برای متحرک B داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 24 = v(5) + 12 \Rightarrow v = \frac{12 \text{ m}}{5 \text{ s}} \Rightarrow x = 3t + 12$$

شکل الف، مکان دو کفش‌دوزک A و B را که در راستای محور x حرکت می‌کنند در لحظه $t=0$ نشان می‌دهد. نمودار مکان-زمان این کفش‌دوزک‌ها در شکل ب رسم شده است.



با توجه به نمودار، کفش‌دوزک‌ها به طور تقریبی تعیین کنید کفش‌دوزک‌ها در چه لحظه و در چه مکانی به یکدیگر می‌رسند.

ب) با استفاده از معادله مکان-زمان، زمان و مکان هم‌رسی کفش‌دوزک‌ها را پیدا کنید.

ابتدا معادله مکان-زمان هر دو کفش‌دوزک را با استفاده از مختصات تقاطع نمودار با محور زمان به دست می‌آوریم.

$$x_0 = 4 \text{ m}, x = 0 \text{ m}, t = 4 \text{ min}$$

کفش‌دوزک A:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 0 = v(4) + 4 \Rightarrow v = -\frac{1 \text{ m}}{\text{min}} \Rightarrow x_A = -t + 4$$

$$x_0 = -3 \text{ m}, x = 0 \text{ m}, t = 4 \text{ min}$$

کفش‌دوزک B:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 0 = v(4) - 3 \Rightarrow v = \frac{3 \text{ m}}{\text{min}} \Rightarrow x_B = t - 3$$

هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند $x_A = x_B$ خواهد بود به عبارت دیگر دو متحرک هم‌مکان می‌شوند بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -t + 4 = t - 3 \Rightarrow 2t = 7 \Rightarrow t = 3.5 \text{ min}$$

اکنون زمان به دست آمده را در یکی از معادلات مکان-زمان قرار می‌دهیم.

$$x_B = t - 3 \xrightarrow{t=3.5 \text{ min}} x_B = (3.5) - 3 = 0.5 \text{ m} \quad \text{یا} \quad x_A = -t + 4 \xrightarrow{t=3.5 \text{ min}} x_A = -3.5 + 4 = 0.5 \text{ m}$$

صفحه ۱۶ کتاب درسی

تمرین (۸-۱)

معادله سرعت-زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $\frac{x}{t} = -1/8t + 2/2$ است.

الف) سرعت متحرک در لحظه $t = 4/0 \text{ s}$ چقدر است؟

با جایگذاری $t = 4 \text{ s}$ در معادله سرعت-زمان می‌توانیم سرعت متحرک را در آن لحظه به دست آوریم:

$$v = -1/8t + 2/2 \xrightarrow{t=4} v = -1/8(4) + 2/2 = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) سرعت متوسط متحرک و جابه‌جایی آن در بازه زمانی صفر تا $4/0 \text{ s}$ $t = 4/0 \text{ s}$ چقدر است؟

متحرک با شتاب ثابت حرکت نموده است زیرا معادله سرعت - زمان آن از معادله $v = at + v_0$ پیروی می‌کند. با توجه به معادله سرعت-زمان می‌توان شتاب و سرعت اولیه متحرک را محاسبه کرد:

$$\left. \begin{array}{l} v = at + v_0 \\ v = -1/8t + 2/2 \end{array} \right\} \Rightarrow a = -1/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای محاسبه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

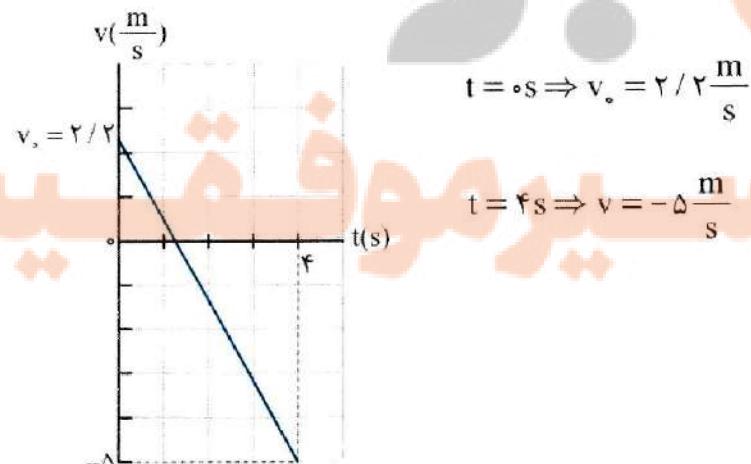
$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \xrightarrow{v_0 = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} v_{av} = \frac{2/2 - 5}{2} = -1/4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -1/4 = \frac{\Delta x}{4} \Rightarrow \Delta x = -5/4 \text{ m}$$

جابه‌جایی متحرک تا لحظه $4/0 \text{ s}$ برابر است با:

پ) نمودار سرعت-زمان این متحرک را رسم کنید.

برای رسم نمودار سرعت-زمان کافی است سرعت متحرک را در دو زمان مختلف داشته باشیم.

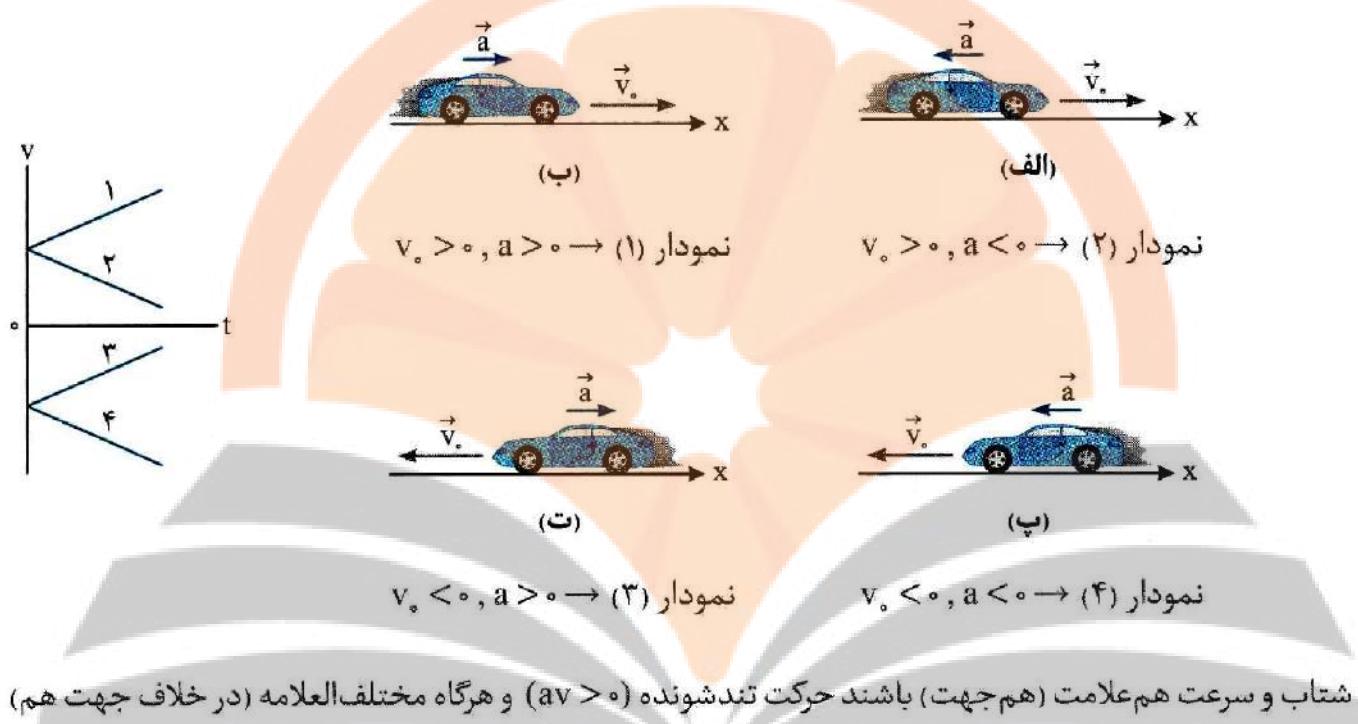


$$t = 0 \text{ s} \Rightarrow v_0 = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 4 \text{ s} \Rightarrow v = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تلاشی در معرفه بیت

در تمامی حالت‌های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت‌اند. حرکت هر یک از خودروها، توسط کدام یک از نمودارهای $t - v$ توصیف می‌شود؟ همچنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت گندشونده) است.



هرگاه شتاب و سرعت هم علامت (هم جهت) باشند حرکت تندشونده ($av > 0$) و هرگاه مختلف العلامه (در خلاف جهت هم) باشند حرکت گندشونده است ($av < 0$)؛ بنابراین حرکت خودرو در شکل‌های (ب) و (پ) تندشونده و در شکل‌های (الف) و (ت) گندشونده است.

تعریف (۹-۱)

خودرویی با سرعت 18.0 km/h در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد تندی آن با شتاب 1.0 m/s^2 افزایش می‌یابد. سرعت خودرو پس از 300 m جایه‌جایی چقدر است؟

$$v_0 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{\div 3/6} 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \Delta x = 300 \text{ m}, v = ?$$

با استفاده از داده‌های مسئله و معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت، زمان لازم برای جایه‌جایی 300 متر را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 300 = \frac{1}{2}(1)t^2 + 5t \Rightarrow t^2 + 10t - 600 = 0 \Rightarrow (t+30)(t-20) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -30 \text{ s} \\ t = 20 \text{ s} \end{cases}$$

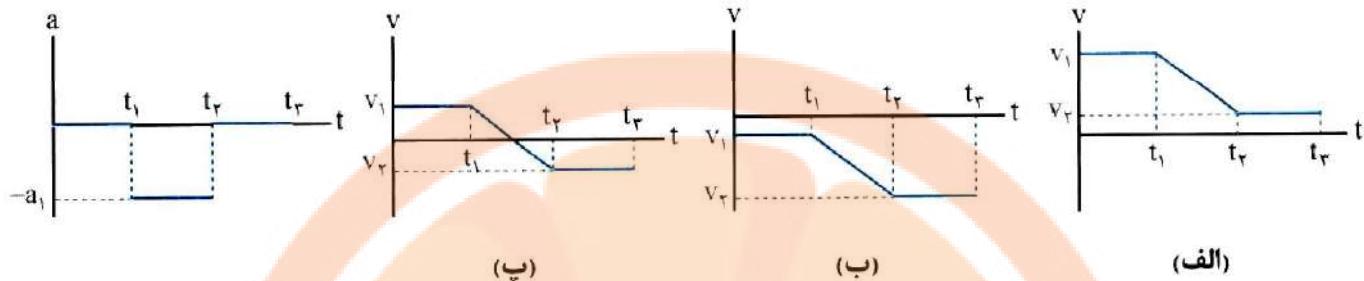
(غیرقابل قبول)
(قابل قبول)

اکنون با استفاده از معادله سرعت-زمان داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=20 \text{ s}} v = 1(20) + 5 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تلاشی در مسیرهای مختلف

نمودار شتاب-زمان متحركة که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. توضیح دهید چگونه هر یک از نمودارهای سرعت-زمان شکل‌های الف، ب و پ می‌تواند متناظر با این نمودار شتاب-زمان باشد.



همان‌طور که از نمودار شتاب-زمان پیداست، در بازه زمانی t_1 تا t_2 ثانیه شتاب حرکت منفی است؛ بنابراین سرعت متحرك در این بازه زمانی کاهش می‌یابد. میزان کاهش سرعت با استفاده از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$v_2 - v_1 = -a_1(t_2 - t_1) \Rightarrow v_2 = v_1 - a_1(t_2 - t_1)$$

۱- اگر سرعت اولیه متحرك (v_1) منفی باشد، در بازه زمانی t_1 تا t_2 از سرعت آن کاسته شده و در انتهای این بازه زمانی همچنان سرعت متحرك (v_2) منفی باقی خواهد ماند. (نمودار ب)

۲- اگر سرعت اولیه متحرك (v_1) مثبت و اندازه آن از $a_1(t_2 - t_1)$ کوچک‌تر باشد، در پایان بازه زمانی سرعت آن (v_2) منفی خواهد بود. (نمودار پ)

۳- اگر سرعت اولیه متحرك (v_1) مثبت و اندازه آن از $a_1(t_2 - t_1)$ بزرگ‌تر باشد، در پایان این بازه زمانی، علی‌رغم کاهش سرعت، سرعت آن (v_2) همچنان مثبت خواهد بود و متحرك در جهت محور x ‌ها حرکت خواهد کرد. (نمودار الف)

$$(v_2 > 0 \Rightarrow v_1 - a_1(t_2 - t_1) > 0 \Rightarrow v_1 > a_1(t_2 - t_1))$$

صفحه ۲۱ کتاب درس

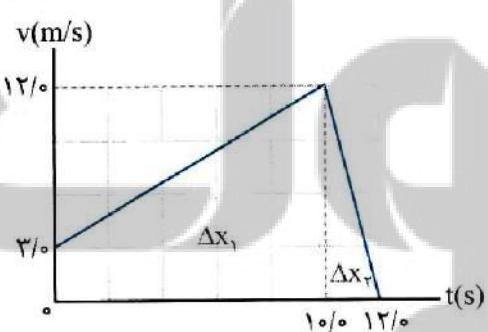
تقرین (۱۵-۱)

آهوبی در مسیری مستقیم در امتداد محور x می‌دود. نمودار سرعت- زمان آهو در بازه زمانی صفرتا ۱۲ مطابق شکل است. در این بازه زمانی

الف) مسافت کل پیموده شده توسط آهو را به دست آورید.

با توجه به اینکه آهو در مسیر مستقیم بدون تغییر جهت در حال حرکت است مسافت کل پیموده شده با جایه‌جایی متحرك برابر است.

روش اول: می‌دانیم سطح زیر نمودار مکان-زمان با جایه‌جایی متحرك برابر است.



$$d = \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_{ذوزنقه} + S_{مثلث} = \left(\frac{3+12}{2} \times 10 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 12 \right) = 75 + 12 = 87 \text{ m}$$

روش دوم: با استفاده از رابطه $\Delta x = v_{av} \Delta t$ می‌توان جایه‌جایی و در نتیجه مسافت پیموده شده را محاسبه نمود.

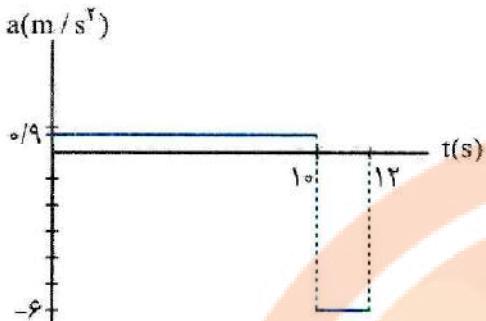
$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) \Delta t = \left(\frac{12+3}{2} \right) (10) = 75 \text{ m} \\ \Delta x_2 &= v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta x_2 = \left(\frac{v_2 + v_1}{2} \right) \Delta t = \left(\frac{12+3}{2} \right) (2) = 12 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 75 + 12 = 87 \text{ m}$$

ب) جابه‌جایی اهو را پیدا کنید.

در مسیر مستقیم به شرطی که متحرک تغییر جهت ندهد جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است؛ بنابراین $\Delta x = 87\text{m}$.

پ) نمودار شتاب-زمان آهو را رسم کنید.

ابتدا شتاب مربوط به هر مرحله را به دست می‌آوریم.



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{12 - 3}{10 - 0} = 0.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

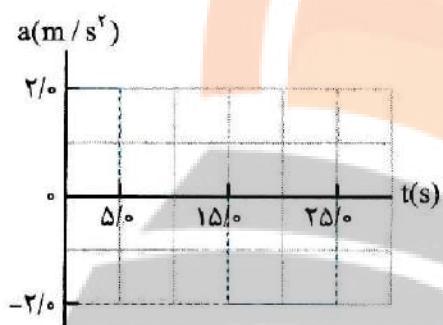
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 12}{12 - 10} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

صفحة ۲۱ کتاب درسن

تمرین (۱۱-۱)

شکل مقابل نمودار شتاب-زمان یک ماشین اسباب بازی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. با فرض $v_0 = 0$ در بازه زمانی صفرتا 5s ،

الف) نمودارهای سرعت-زمان و مکان-زمان این ماشین را رسم کنید.



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{\Delta v}{5 - 0} \Rightarrow \Delta v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v = v_5 - v_0 \Rightarrow 10 = v_5 - 0 \Rightarrow v_5 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (t = 5\text{s})$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -2 = \frac{\Delta v}{25 - 15} \Rightarrow \Delta v = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v = v_{25} - v_{15} \Rightarrow -20 = v_{25} - 10 \Rightarrow v_{25} = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (t = 25\text{s})$$

در تمام بازه‌ها چون شتاب حرکت ثابت است، نمودار سرعت-زمان به صورت یک خط راست است. برای رسم نمودار مکان-زمان به این صورت عمل می‌کنیم:

در بازه 0s تا 5s حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود؛ بنابراین با توجه به اطلاعات داده شده و استفاده از معادله مکان-زمان

برای حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_0 = 0 \text{m}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} x = t^2 \xrightarrow{t = 5\text{s}} x = 5^2 = 25\text{m}$$

بنابراین معادله مکان-زمان متحرک در بازه زمانی 0s تا 5s به صورت $x = t^2$ و مکان متحرک در لحظه $t = 5\text{s}$ برابر با 25m است.

در بازه 5s تا 15s حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود؛ بنابراین:

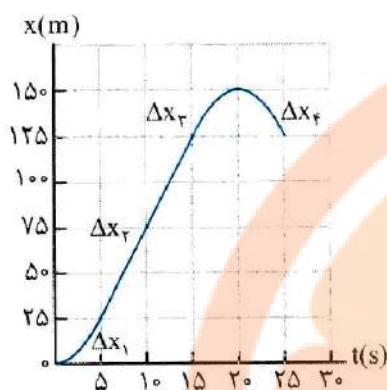
$$x = v \Delta t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 25\text{m}, v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x = 10 \Delta t + 25 \xrightarrow{\Delta t = 15 - 5 = 10\text{s}} x = 125\text{m}$$

بنابراین نمودار مکان-زمان در بازه زمانی 5s تا 15s به صورت خطی صاف خواهد بود و مکان متحرک در لحظه $t = 15\text{s}$ برابر 125m است.

تلارشی در مسیر موقوفه قیمت

در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۵s حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود. بنابراین با توجه به اطلاعات به دست آمده داریم:

$$x = \frac{1}{2} a(\Delta t)^2 + v_0(\Delta t) + x_0 \quad \begin{aligned} x_0 &= 125 \text{ m}, v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ a &= -\frac{m}{s^2} \end{aligned} \rightarrow x = -(\Delta t)^2 + 10\Delta t + 125$$



$$\Delta t = 20 - 15 = 5 \text{ s} \rightarrow x = -(5)^2 + 10(5) + 125 = 150 \text{ m}$$

$$\Delta t = 25 - 15 = 10 \text{ s} \rightarrow x = -(10)^2 + 10(10) + 125 = 125 \text{ m}$$

هنگام رسم نمودار به این نکته توجه کنید که سرعت متحرک در لحظه‌های $s = 0$ و $t = 20s$ برابر با صفر است؛ بنابراین خط مماس بر نمودار در این نقاط باید موازی با محور افقی باشد. علاوه براین شبیه خط مماس در لحظه‌های $s = 5s, t = 5s$ و $t = 15s$ بازه زمانی ۱۵s تا ۱۵s باید یکسان باشد؛ بنابراین نمودار به صورت روبرو خواهد بود.

ب) با توجه به نمودار سرعت-زمان، مشخص کنید در کدامیک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تندشونده، گندشونده یا با سرعت ثابت است.

در بازه زمانی صفر تا ۵s: تندی در حال افزایش، در نتیجه حرکت تندشونده است.

در بازه زمانی ۵s تا ۱۵s: حرکت با سرعت ثابت است.

در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۰s: تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت گندشونده است.

در بازه زمانی ۲۰s تا ۲۵s: تندی در حال افزایش و در نتیجه حرکت تندشونده است.

پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10 - 0}{25 - 0} = -0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به نمودار سرعت-زمان داریم:

ت) جایه جایی ماشین را پیدا کنید.

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = +25 + 100 + 25 - 25 = 125 \text{ m}$$

صفحه ۲۲ تا ۲۶ کتاب درسی



$$t = 80 \text{ min} = 4 / 8 \times 10^3 \text{ s}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{88 \times 10^3}{4 / 8 \times 10^3} = 18 / 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{60 \times 10^3}{4 / 8 \times 10^3} = 12 / 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟

تندی متوسط مشخص می‌کند که متحرکی به طور متوسط در هر ثانیه چه مسافتی را پیموده است اما سرعت متوسط مشخص می‌کند متحرک در هر ثانیه چند متر از مبدأ حرکت دور شده است.

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل (۱)

۱) با توجه به داده‌های نقشه شکل زیر،

الف) تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.

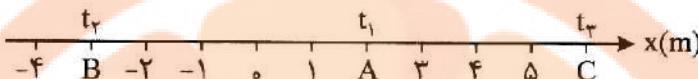
به سمت شمال غرب

$\frac{m}{s}$

پ) در چه صورت تندی متوسط و انداره سرعت متوسط می‌توانست شرایط با یکدیگر برابر باشد؟

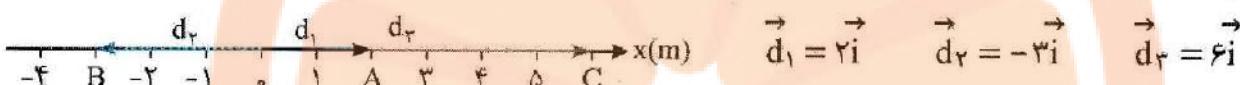
اگر مسیر حرکت خودرو روی خط واصل بین دو شهر باشد و خودرو بدون تغییر جهت فاصله مستقیم بین دو شهر را طی کند، اندازه مسافت طی شده و جابه‌جایی تقریباً با هم برابر و در نتیجه تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط تقریباً با هم برابر خواهد شد.

۲) متحركی مطابق شکل در لحظه t_1 در نقطه A، در لحظه t_2 در نقطه B و در لحظه t_3 در نقطه C قرار دارد.



الف) بردارهای مکان متحرك را در هر یک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه بنویسید.

برای رسم بردار مکان در هر لحظه کافی است برداری را از مبدأ محور به مکان جسم در هر لحظه وصل کنیم.



ب) بردار جابه‌جایی متحرك را در هر یک از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 ، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3 به دست آورید.

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = (-3 - 2)\vec{i} = -5\vec{i}$$

بازه زمانی t_1 تا t_2 :

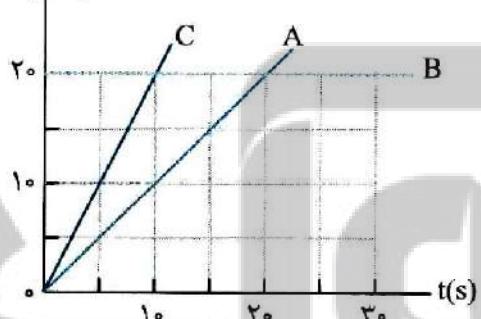
$$\vec{d} = \vec{d}_3 - \vec{d}_2 = (6 - (-3))\vec{i} = 9\vec{i}$$

بازه زمانی t_2 تا t_3 :

$$\vec{d} = \vec{d}_3 - \vec{d}_1 = (6 - 2)\vec{i} = 4\vec{i}$$

بازه زمانی t_1 تا t_3 :

۳) در شکل زیر نمودار سرعت-زمان سه متحرك نشان داده شده است.



الف) شتاب سه متحرك را به طور کیفی با یکدیگر مقایسه کنید.

است، زیرا شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان متحرك C بیشتر از شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان متحرك A است و شیب خط مماس بر نمودار A بیشتر از شیب خط مماس بر نمودار B است.

ب) شتاب هر متحرك را به دست آورید.

شیب نمودار سرعت-زمان برای هر سه متحرك مقداری ثابت است؛ بنابراین شتاب لحظه‌ای هر کدام از متحرك‌ها با شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه که روی نمودار رسم شده برابر است؛ بنابراین:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_A = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-0}{20-0} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \frac{m}{s^2}$$

$$a_C = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-0}{10-0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

پ) در بازه زمانی ۰ تا ۱۰ جابه‌جایی این سه متحرك را پیدا کنید. مساحت سطح زیر نمودار $v-t$ برابر با جابه‌جایی متحرك است؛ بنابراین برای هر یک از متحرك‌های A، B و C داریم:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}(10 \times 10) = 50m$$

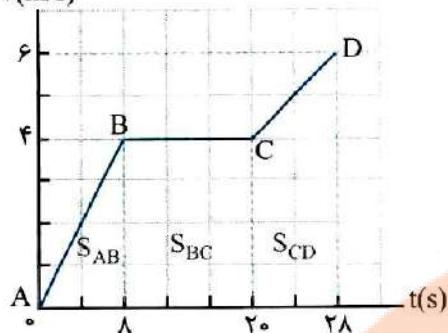
$$\Delta x_B = 20 \times 10 = 200m$$

$$\Delta x_C = \frac{1}{2}(20 \times 10) = 100m$$

تلاش در معرفه بیت

۴ شکل زیر نمودار سرعت-زمان متحركی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند

در مدت ۲۸ ثانیه نشان می‌دهد.



الف) شتاب در هر یک از مرحله‌های AB، BC و CD چقدر است؟

با توجه به اینکه شیب خط نمودار سرعت-زمان در مرحله AB ثابت است، شتاب متحرك در هر نقطه از بازه زمانی A تا B برابر با شتاب متوسط در این بازه است. به همین طریق برای مرحله‌های BC و CD نیز شرایط مشابهی داریم. در نتیجه:

$$AB: a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 - 0}{8 - 0} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

شتاب مرحله BC برابر با صفر است زیرا سرعت ثابت است.

$$CD: a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 - 4}{28 - 20} = \frac{1}{4} \frac{m}{s^2}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 - 0}{28 - 0} = \frac{3}{14} \frac{m}{s^2}$$

ب) شتاب متوسط در بازه زمانی صفر تا ۲۸ ثانیه چقدر است؟

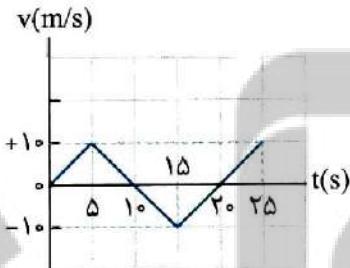
پ) جایه‌جایی متحرك را در این بازه زمانی پیدا کنید.

می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت-زمان برابر با جایه‌جایی متحرك است، بنابراین داریم:

$$\Delta x_T = S_{AB} + S_{BC} + S_{CD} = (\frac{1}{2} \times 4 \times 8) + (4 \times 12) + (\frac{4+6}{2} \times 8) = 16 + 48 + 40 = 104 \text{ m}$$

۵ نمودار سرعت-زمان متحركی مطابق شکل زیر است.

الف) نمودار شتاب-زمان این متحرك را رسم کنید.



ابتدا شتاب هر مرحله را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید که در هر یک از بازه‌های زمانی زیر شتاب ثابت و برابر با شتاب متوسط است.

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{5 - 0} = \frac{10}{5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

: بازه زمانی ۰ تا ۵s

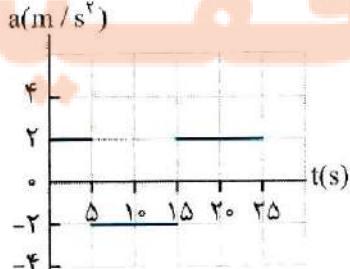
$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10 - 10}{15 - 5} = \frac{-20}{10} = -2 \frac{m}{s^2}$$

: بازه زمانی ۵s تا ۱۵s

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - (-10)}{25 - 15} = \frac{20}{10} = 2 \frac{m}{s^2}$$

: بازه زمانی ۱۵s تا ۲۵s

اکنون می‌توانیم نمودار شتاب-زمان متحرك را رسم کنیم.



تلاشی در شیر موفقیت

برای رسم نمودار مکان-زمان، از معادله مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت ($x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$) استفاده می‌کنیم. دقت داشته باشید که معادله $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ ، معادله مکان-زمان متحرکی است که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند و در $t = 0$ در مکان x_0 و دارای سرعت v_0 است. اگر سرعت و مکان متحرک در $t = 0$ به ترتیب برابر با v_0 و x_0 باشد، معادله مکان-زمان متحرک به صورت $x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v_0' \Delta t + x_0'$ خواهد بود که در این معادله $v_0' = v_0$ و $x_0' = x_0$ است.

$$x_0 = -10m, v_0 = 0 \frac{m}{s}, a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 \times t - 10 \xrightarrow{t=5s} x = 5^2 - 10 = 15m$$

متحرک در $t = 5s$ در $x = 15m$ قرار می‌گیرد. دقت کنید که $x = 15m$ به عنوان x در مرحله $5s$ تا $10s$ محسوب می‌شود.

$$x_0 = 15m, v_0 = 10 \frac{m}{s}, a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times (-2)(\Delta t)^2 + 10\Delta t + 15 \xrightarrow{\Delta t=5s} x = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 10(5) + 15 = 40m$$

$$x_0 = 40m, v_0 = 0 \frac{m}{s}, a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times (-2)(\Delta t)^2 + 0 + 40 \xrightarrow{\Delta t=5s} x = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 40 = 15m$$

$$x_0 = 15m, v_0 = -10 \frac{m}{s}, a = 2 \frac{m}{s^2}$$

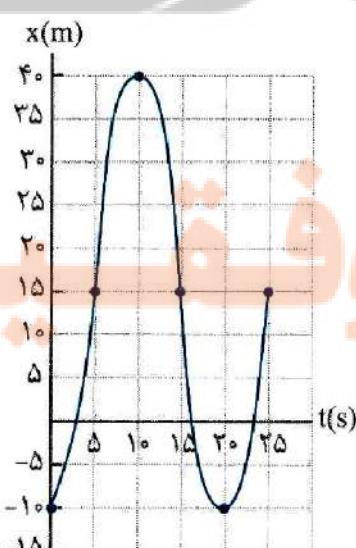
$$x = \frac{1}{2} \times 2 \times (\Delta t)^2 - 10\Delta t + 15 \xrightarrow{\Delta t=5s} x = \frac{1}{2}(2)(5)^2 + (-10)(5) + 15 = -10m$$

$$x_0 = -10m, v_0 = 0 \frac{m}{s}, a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2 \times (\Delta t)^2 + 0 - 10 \xrightarrow{\Delta t=5s} x = \frac{1}{2}(2)(5)^2 - 10 = 15m$$

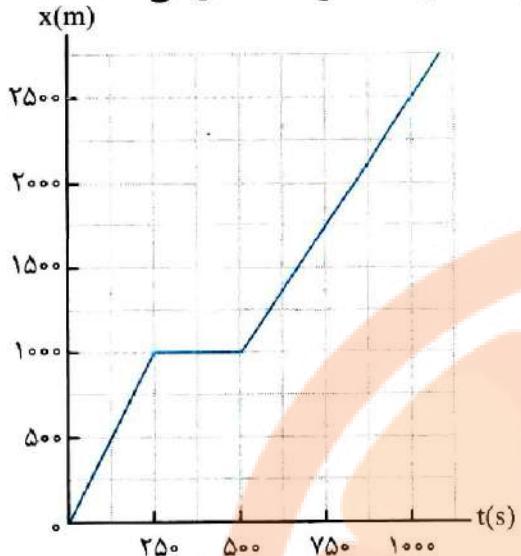
هنگام رسم نمودار مکان-زمان دقت کنید که مماس برنمودار در لحظه‌هایی که سرعت

متحرک صفر است، یعنی زمان‌های $5s$ ، $10s$ و $20s$ باید موازی با محور زمان باشد (شیب خط مماس برنمودار صفر باشد).



تلاشی در مسیر موافقت

شکل زیر نمودار مکان-زمان حرکت یک دونده دوی نیمه استقامت را در امتداد یک خط راست نشان می‌دهد.



الف) در کدام بازه زمانی دونده سریع‌تر ترددیده است؟ در بازه زمانی ۰ تا ۲۵۰s سرعت دونده بیشتر است، زیرا شیب نمودار $t - x$ در این بازه بیشتر است.

ب) در کدام بازه زمانی، دونده ایستاده است؟ در بازه زمانی ۲۵۰s تا ۵۰۰s دونده ایستاده است زیرا مقدار x ثابت است.

پ) سرعت دونده را در بازه زمانی ۵۰۰s تا ۲۵۰s حساب کنید.

در این بازه نمودار به صورت خط راست است بنابراین سرعت دونده ثابت و برابر با سرعت متوسط در این بازه است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1000 - 0}{250 - 0} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

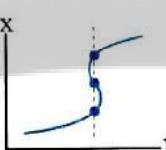
ت) سرعت دونده را در بازه زمانی ۵۰۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2500 - 1000}{1000 - 500} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

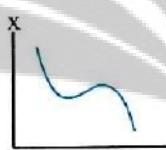
ث) سرعت متوسط دونده را در بازه زمانی ۵۰۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2500 - 0}{1000 - 0} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

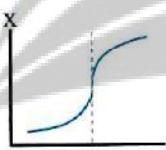
توضیح دهید کدامیک از نمودارهای مکان-زمان می‌تواند نشان‌دهنده نمودار $t - x$ یک متحرک باشد.



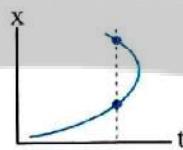
(ت) ✗



(پ) ✓



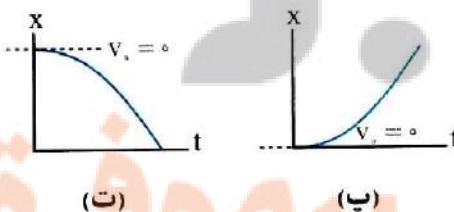
(ب) ✗



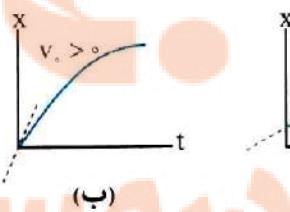
(الف) ✗

مکان یک متحرک در یک زمان مشخص، منحصر به فرد است، یعنی متحرک نمی‌تواند در یک زمان در دو مکان مختلف باشد. برای تشخیص این موضوع کافی است خطی موازی با محور مکان رسم کنیم. اگر نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند، نمودار نمی‌تواند مربوط به یک متحرک باشد.

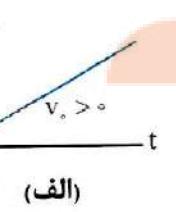
توضیح دهید از نمودارهای مکان-زمان شکل زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده شده است.



(ت)



(پ)

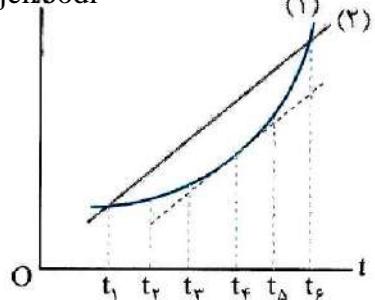


(ب)

(الف)

شیب خط مماس بر نمودار $t - x$ در $t = 0$ نشان‌گر سرعت اولیه متحرک (۷) است. شکل‌های (پ) و (ت) مربوط به متحرکی است که از حال سکون شروع به حرکت کرده است، زیرا مماس بر نمودار موازی با محور زمان و شیب آن برابر صفر است. علاوه بر این همان‌گونه که مشاهده می‌شود اندازه شیب خط مماس بر نمودار $t - x$ که نشان‌دهنده تندی حرکت متحرک است، در نمودارهای (پ) و (ت) در حال افزایش است.

حرکت آند.

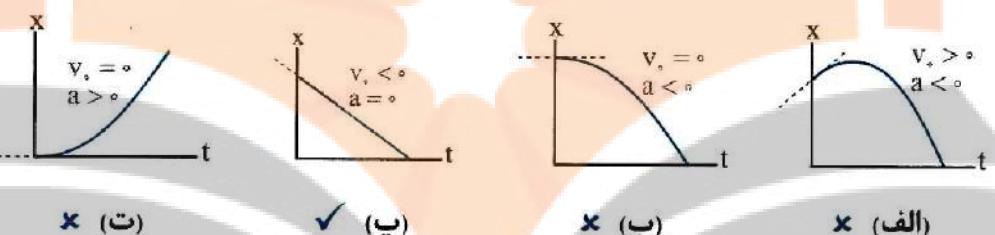


الف) در چه لحظه‌هایی دو خودرو از کنار یکدیگر می‌گذرند؟ در لحظات t_1 و t_6 دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند زیرا هم مکان هستند.

ب) در چه لحظه‌ای تندی دو خودرو تقریباً یکسان است؟ شیب خط مماس بر نمودار (۱) در لحظه t_4 برابر با شیب نمودار (۲) است؛ بنابراین تندی دو خودرو در این لحظه تقریباً یکسان است.

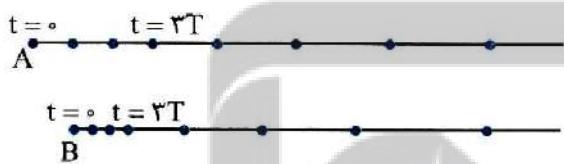
پ) سرعت متوسط دو خودرو را در بازه زمانی t_1 تا t_6 با هم مقایسه کنید. در بازه t_1 تا t_6 ، جابه‌جایی (Δx) و مدت زمان جابه‌جایی (Δt) برای هر دو خودرو یکسان و در نتیجه سرعت متوسط آنها برابر است.

توضیح دهید کدامیک از نمودارهای مکان-زمان نشان داده شده، حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که سرعت اولیه آن در جهت محور x و شتاب آن برخلاف جهت محور x است.



در نمودار الف، شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t=0$ مثبت است یعنی سرعت اولیه در جهت مثبت محور x است ($v_0 > 0$). با توجه به اینکه تغیر نمودار روبه پایین است، شتاب در خلاف جهت محور x هاست ($a < 0$).

هر یک از شکل‌های زیر مکان یک خودرو را در لحظه‌های $t=0$ ، $t=T$ ، $t=2T$ ، $t=3T$ ، ... و $t=7T$ نشان می‌دهد. هر دو خودرو در لحظه $t=3T$ شتاب می‌گیرند. توضیح دهید.



الف) سرعت اولیه کدام خودرو بیشتر است.

هر دو خودرو تا زمان $t=3T$ با سرعت ثابت حرکت کرده‌اند؛ بنابراین سرعت لحظه‌ای هر کدام از آنها در بازه زمانی 0 تا $3T$ برابر با سرعت متوسط آنها در این بازه است. با توجه به اینکه جابه‌جایی خودروی A در این بازه زمانی بیشتر از جابه‌جایی خودروی B است؛ بنابراین طبق رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت متوسط و در نتیجه سرعت اولیه آن بیشتر از سرعت اولیه خودروی B است.

ب) سرعت نهایی کدام خودرو بیشتر است. با توجه به اینکه جابه‌جایی خودروی B در بازه زمانی $4T$ تا $7T$ بیشتر از جابه‌جایی خودروی A در همین بازه زمانی است؛ بنابراین سرعت متوسط خودروی B در این بازه زمانی بیشتر از سرعت متوسط خودروی A است.

پ) کدام خودرو شتاب بیشتری دارد. با توجه به اینکه در زمان $t=3T$ ، سرعت خودروی B کمتر از سرعت خودروی A بوده اما در زمان $t=7T$ سرعت خودروی B بیشتر از سرعت خودروی A است؛ بنابراین افزایش سرعت (Δv) خودروی B در بازه زمانی $3T$ تا $7T$ بیشتر از خودروی A بوده و طبق رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، شتاب حرکت خودروی B بیشتر از شتاب حرکت خودروی A است.

معادله حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است. (۱۲)

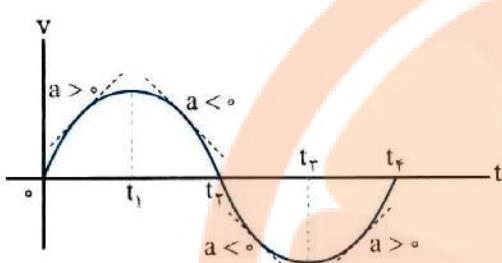
الف) مکان متحرك را در $t = 0$ و $t = 2$ به دست آورید.

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0^3 - 3(0)^2 + 4 = 4 \text{ m}$$

$$t_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 2^3 - 3(2)^2 + 4 = 0 \text{ m}$$

ب) سرعت متوسط جسم را در بازه زمانی صفر تا ۲ ثانیه پیدا کنید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



نمودار سرعت-زمان متحركی در شکل زیر نشان داده شده است. تعیین کنید در کدام بازه های زمانی بردار شتاب در جهت محور x و در کدام بازه های زمانی در خلاف جهت محور x است.

می دانیم شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر نقطه نشانگر شتاب حرکت متحرك در آن نقطه است. اگر شیب این خط مثبت باشد، شتاب نیز مثبت و جهت آن در جهت محور x است و اگر شیب این خط منفی باشد، شتاب نیز منفی و جهت آن در خلاف جهت محور x است؛ بنابراین جهت شتاب در بازه های مختلف به این ترتیب است:

t_1 : در جهت محور x t_2 : در خلاف جهت محور x t_3 : در جهت محور x t_4 : در خلاف جهت محور x

(۱۳) جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظه $t_1 = 5/0 \text{ s}$ در مکان $x_1 = 6/0 \text{ m}$ و در لحظه $t_2 = 20/0 \text{ s}$ در مکان $x_2 = 36/0 \text{ m}$ باشد،

الف) معادله مکان-زمان جسم را بنویسید.

معادله مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ است. برای نوشتن این معادله باید v و x_0 معلوم باشند، ابتدا سرعت متوسط حرکت بین دو لحظه t_1 تا t_2 را محاسبه می کنیم:

$$v = v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36 - 6}{20 - 5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = vt + x_0 = 2t + x_0$$

برای به دست آوردن x_0 می توان اطلاعات مربوط به یک لحظه را در معادله مکان-زمان قرار داد.

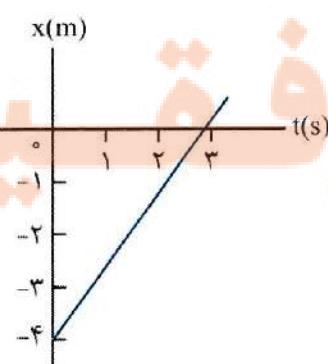
$$t_1 = 5 \text{ s}, x_1 = 6 \text{ m} \Rightarrow 6 = (2 \times 5) + x_0 \Rightarrow x_0 = -4 \text{ m}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 2t - 4$$

اکنون می توان معادله مکان-زمان را به صورت کامل نوشت:

ب) نمودار مکان-زمان جسم را رسم کنید.

برای رسم نمودار مکان-زمان می توان مکان های متحرك در لحظات مختلف را به دست آورد. بنابراین با استفاده از معادله $x = 2t - 4$ داریم:



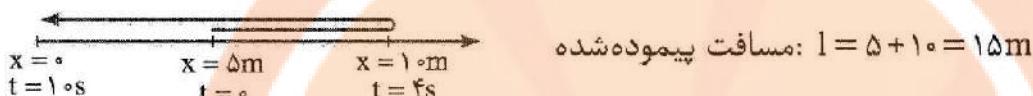
x(m)	t(s)
-4	0
0	3

حرکت می‌کند.

الف) جابه‌جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک در کل زمان حرکت چقدر است؟

$$\Delta x = 0 - 5 = -5 \text{ m}$$

روش اول: برای پیدا کردن مسافت پیموده شده، مسیر حرکت متحرک را رسم می‌کنیم. می‌دانیم به مجموع طول‌های پیموده شده، مسافت پیموده شده (I) می‌گویند؛ بنابراین با توجه به شکل داریم:



روش دوم: حرکت متحرک را به بازه‌های زمانی‌ای که در آنها جهت حرکت متحرکی تغییر نکرده، تقسیم می‌کنیم. در این صورت مسافت پیموده شده در کل مسیر برابر است با مجموع اندازه‌های بردارهای جابه‌جایی در این بازه‌ها.

$$I = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = |10 - 5| + |10 - 10| + |0 - 10| = 5 + 0 + 10 = 15\text{m}$$

ب) سرعت متوسط متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی $0/0$ تا $4/0\text{s}$ ، $4/0\text{s}$ تا $8/0\text{s}$ ، $8/0\text{s}$ تا $10/0\text{s}$ و همچنین در کل زمان حرکت به دست آورید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 5}{4 - 0} = \frac{5}{4} = 1/25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بازه زمانی 0s تا 4s :

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{8 - 4} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بازه زمانی 4s تا 8s :

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{10 - 8} = \frac{-10}{2} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بازه زمانی 8s تا 10s :

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 5}{10 - 0} = -0/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سرعت متوسط در کل زمان حرکت:

پ) معادله حرکت متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی $0/0$ تا $4/0\text{s}$ ، $4/0\text{s}$ تا $8/0\text{s}$ و $8/0\text{s}$ تا $10/0\text{s}$ بنویسید.

با استفاده از معادله حرکت متحرک با سرعت ثابت ($x = vt + x_0$) داریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 5\text{m}, v = 1/25 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x = 1/25t + 5$$

در بازه زمانی صفر تا 4s :

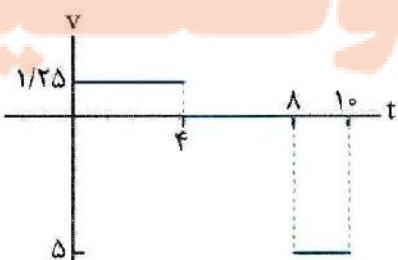
$$x = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 10\text{m}, v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x = 10$$

در بازه زمانی 4s تا 8s :

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 10\text{m}, v = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x = -5(t - 4) + 10 = -5t + 50$$

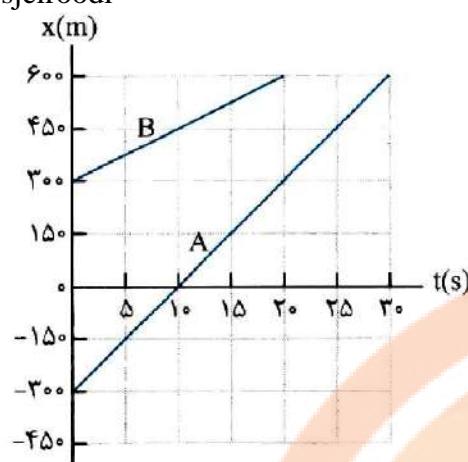
در بازه زمانی 8s تا 10s :

ت) نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم کنید.



۱۶ شکل زیر نمودار مکان-زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی خط راست

حرکت می‌کنند.



الف) معادله حرکت هر یک از آنها را بنویسید. سرعت هر دو متحرک ثابت است بنابراین با توجه به معادله $x = vt + x_0$ ، برای متحرک A داریم:

$$v_A = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{600 - (-300)}{30 - 0} = \frac{900}{30} = 30 \frac{m}{s}$$

$$x_A = v_A t + x_0 \xrightarrow{x_0 = -300 \text{ m}, v_A = 30 \frac{m}{s}} x_A = 30t - 300$$

برای متحرک B داریم:

$$v_B = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{600 - 300}{20 - 0} = 15 \frac{m}{s}$$

$$x_B = v_B t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 300 \text{ m}, v_B = 15 \frac{m}{s}} x_B = 15t + 300$$

ب) اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می‌رسند؟ وقتی دو متحرک به یکدیگر می‌رسند که مکان آنها یکسان باشد؛ بنابراین برای پیدا کردن زمان رسیدن دو خودرو به هم معادله مکان-زمان آنها را مساوی با هم قرار می‌دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 30t - 300 = 15t + 300 \Rightarrow 15t = 600 \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

برای به دست آوردن مکانی که دو خودرو به هم می‌رسند کافی است زمان به دست آمده ($t = 40 \text{ s}$) را معادله مکان-زمان یکی از خودروها قرار دهیم:

۱۷ دانستن محل قرارگیری یک ماهواره در مأموریت‌های فضایی و اطمینان از اینکه ماهواره در مدار پیش‌بینی شده قرار گرفته، یکی از مأموریت‌های کارشناسان فضایی است. بدین منظور تپ‌های الکترومغناطیسی را که با سرعت نور در فضا حرکت می‌کنند، به طرف ماهواره مورد نظر می‌فرستند و بازتاب آن توسط ایستگاه زمینی دریافت می‌شود. اگر زمان رفت و برگشت یک تپ $\frac{1}{24}$ ثانیه باشد، فاصله ماهواره از ایستگاه زمینی، تقریباً چقدر است؟ دقت کنید که $24 \text{ s} / \text{c} = 2.4 \times 10^8 \text{ m}$

برای رسیدن تپ به ماهواره به نصف زمان فوق نیاز داریم بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta t_{\text{رفت}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{24} = \frac{1}{48} \text{ s} \quad \Delta x = v \Delta t = (3 \times 10^8)(\frac{1}{48}) = 6.25 \times 10^6 \text{ m}$$

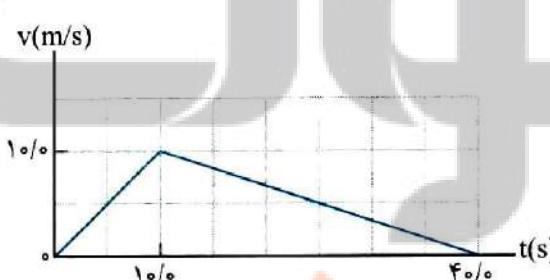
۱۸ نمودار $v-t$ متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق

شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی 0 s تا 5 s

چند برابر سرعت متوسط آن در بازه زمانی 25 s تا 40 s است؟

با توجه به اینکه حرکت در دو بازه 0 s تا 10 s و 10 s تا 40 s حرکت با شتاب ثابت است، برای به دست آوردن سرعت متوسط در هر دو مرحله می‌توان از رابطه $v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$ استفاده کرد.

در بازه زمانی 0 s تا 5 s :



$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{5 + 0}{2} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

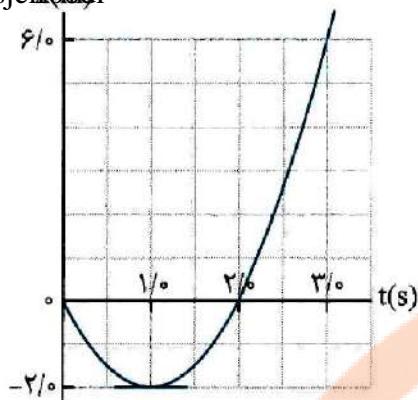
$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{10 + 0}{2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در بازه زمانی 25 s تا 40 s :

بنابراین سرعت متوسط در هر دو بازه زمانی با هم برابر است.

تلارشی در مسیر مفهومی

۱۹ شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.



الف) سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفرتاً $0 / ۳$ ثانیه، چند متبرثانیه است؟

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 - 0}{3 - 0} = 2 \frac{m}{s}$$

ب) معادله مکان-زمان متحرک را بنویسید.

برای به دست آوردن معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت

($x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$) باید مقدار x , a , v_0 مشخص باشد. با توجه به نمودار، در لحظه $t = 0$ متحرک در مبدأ است؛ بنابراین $x_0 = 0$. برای پیدا کردن a و v_0 کافی است داده‌های مربوط به دو نقطه از نمودار را در معادله مکان-زمان متحرک جایگذاری کنیم.

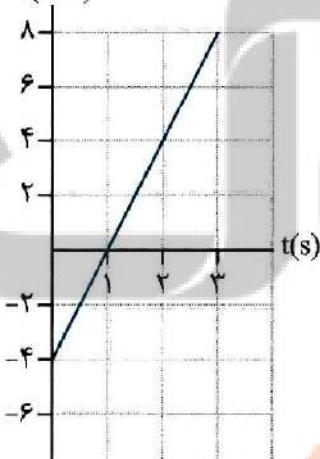
$$\left. \begin{array}{l} t = 1s, x = -2m \Rightarrow -2 = \frac{1}{2}a(1)^2 + v_0(1) + 0 \longrightarrow a + 2v_0 = -4 \\ t = 2s, x = 0m \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(2)^2 + v_0(2) + 0 \longrightarrow 2a + 2v_0 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}, v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4t^2 - 4t + 0 \Rightarrow x = 2t^2 - 4t$$

پ) سرعت متحرک را در لحظه $t = 3s$ پیدا کنید.

$$v = at + v_0 \quad \left. \begin{array}{l} a = 4 \frac{m}{s^2}, v_0 = -4 \frac{m}{s} \\ \rightarrow v = 4t - 4 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} t = 3s \\ \rightarrow v = 4(3) - 4 = 8 \frac{m}{s} \end{array} \right.$$

ت) نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم کنید. برای رسم نمودار سرعت-زمان، کافی است داده‌های مربوط به دو زمان مختلف را داشته باشیم.



$$\begin{aligned} t = 0s &\Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s} \\ t = 3s &\Rightarrow v = 8 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

۲۰ متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x = +10m$ سرعت متحرک $+4m/s$ و در مکان $x = +19m$ سرعت متحرک $+18km/h$ است.

$$x_1 = 10m, v_1 = 4 \frac{m}{s}, x_2 = 19m, v_2 = 18 \frac{km}{h} = 5 \frac{m}{s}$$

الف) شتاب حرکت آن چقدر است؟

با استفاده از معادله سرعت-جایه جایی داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 5^2 - 4^2 = 2a(19 - 10) \Rightarrow 25 - 16 = 2a \times 9 \Rightarrow a = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

ب) پس از چه مدتی سرعت متحرک از $s = 4m/s$ به سرعت $s = 18km/h$ می‌رسد؟

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow 18 = 2t + 4 \Rightarrow t = 7s$$

۲۱ خودرویی پشت چراغ قمزایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب $2m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $h = 36km/h$ از آن سبقت می‌گیرد.

الف) در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟ حرکت خودرو شتاب دار و حرکت کامیون با سرعت ثابت است. ابتدا با در نظر گرفتن سرعت اولیه صفر برای خودرو و انتخاب محل ایستادن خودرو به عنوان مبدأ مکان، معادله مکان-زمان هر دو متحرک را به دست آورده و مساوی با هم قرار می‌دهیم تا زمان رسیدن خودرو به کامیون به دست آید.

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \quad \text{معادله مکان-زمان خودرو} \\ \frac{x_0 = 0, v_0 = \frac{m}{s}}{a = 2} \rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 + 0 = t^2$$

$$v = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s} \quad \text{سرعت حرکت کامیون}$$

$$x_2 = vt + x_0 \quad \text{معادله مکان-زمان کامیون}$$

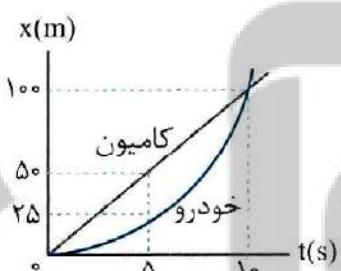
$$x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 = 10t \Rightarrow t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t(t - 10) = 0 \quad \begin{cases} t = 0 \text{s} \Rightarrow \text{در پشت چراغ هم مکان بوده‌اند.} \\ t = 10s \Rightarrow \text{پس از 10 ثانیه خودرو به کامیون می‌رسد.} \end{cases}$$

برای به دست آوردن مکان رسیدن خودرو به کامیون، زمان به دست آمده را در معادله مکان-زمان خودرو یا کامیون قرار می‌دهیم:

$$x = 10t \xrightarrow{t=10s} x = 100m$$

بنابراین بعد از طی مسافت ۱۰۰ متر، خودرو به کامیون می‌رسد.

ب) نمودار مکان-زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

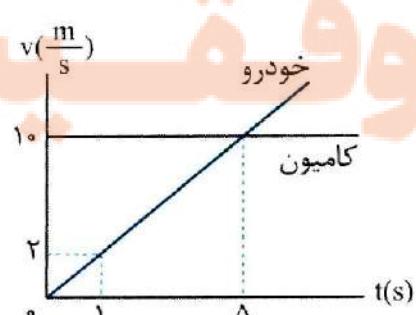


$t(s)$	0	5	10
$x_1 = t^2 (m)$	0	25	100
$x_2 = 10t (m)$	0	50	100

پ) نمودار سرعت-زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

حرکت خودرو با شتاب ثابت انجام می‌شود؛ بنابراین معادله سرعت-زمان آن به صورت $v = at + v_0$ است؛ بنابراین:

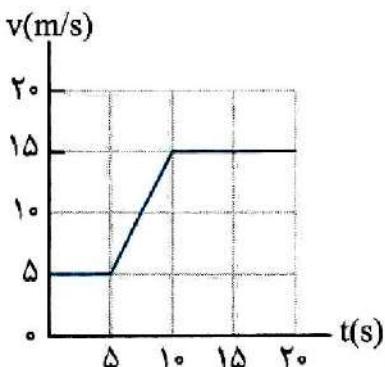
$$v_0 = \frac{m}{s}, a = 2 \frac{m}{s^2} \rightarrow v = 2t$$



$t(s)$	0	1	5
$v_1 (\frac{m}{s})$	0	2	10
$v_2 (\frac{m}{s})$	10	10	10

تلاشی در میان موقوفت

مستقیم حرکت می‌کند.



الف) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = 3\text{s}$, $t = 8\text{s}$, $t = 11\text{s}$ و $t = 15\text{s}$ به دست آورید.

در بازه زمانی 0s تا 5s سرعت حرکت ثابت است بنابراین شتاب حرکت در این بازه زمانی و در $t = 3\text{s}$, صفر است.

در بازه زمانی 5s تا 10s شتاب حرکت ثابت و برابر با شتاب متوسط در این بازه زمانی است؛ بنابراین برای محاسبه شتاب در بازه زمانی $t = 8\text{s}$ می‌توان نوشت:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{10 - 5} = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در بازه زمانی 10s تا 20s سرعت حرکت ثابت و شتاب برابر با صفر است؛ بنابراین شتاب در لحظه‌های $t = 11\text{s}$ و $t = 15\text{s}$ برابر صفر است.

ب) شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 5\text{s}$ تا $t_2 = 20\text{s}$ را به دست آورید.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{15 - 5}{20 - 5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پ) در هر یک از بازه‌های زمانی $t_1 = 5\text{s}$ تا $t_2 = 11\text{s}$, $t_2 = 11\text{s}$ تا $t_3 = 20\text{s}$ و $t_3 = 20\text{s}$ تا $t_4 = 5\text{s}$ خودرو چقدر جابه‌جا شده است؟

سطح زیر نمودار سرعت-زمان برابر با جابه‌جایی است بنابراین داریم:

بازه زمانی 5s تا 11s :

$$\Delta x_1 = S_{ذوزنقه} + S_{مستطیل} = \left(\frac{5+15}{2} \times 5\right) + (1 \times 15) = 50 + 15 = 65 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 9 \times 15 = 135 \text{ m}$$

بازه زمانی 11s تا 20s :

ت) سرعت متوسط خودرو در بازه‌های $t_1 = 5\text{s}$ تا $t_2 = 11\text{s}$, $t_2 = 11\text{s}$ تا $t_3 = 20\text{s}$ و $t_3 = 20\text{s}$ تا $t_4 = 5\text{s}$ را به دست آورید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{65}{11 - 5} = \frac{65}{6} = 10.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بازه زمانی 5s تا 11s :

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{135}{20 - 11} = \frac{135}{9} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بازه زمانی 11s تا 20s :

تلاش برای معرفی

پرسش (۱-۲)

صفحة ۲۹ کتاب درسی



در شکل روبرو یک کشتی در حال حرکت را می‌بینید که نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند. کدام نیروها اثر یکدیگر را خنثی کرده‌اند؟

نیروی شناوری و نیروی وزن هم‌دیگر را و همچنین نیروی پیشران و نیروی مقاومت نیز هم‌دیگر را خنثی کرده‌اند.

صفحة ۲۹ کتاب درسی

در فیلمی علمی-تخیلی، موتور یک کشتی فضایی که در فضای تهی خارج از جو زمین و دور از هر سیاره و خورشید در حرکت است، از کار می‌افتد. در نتیجه حرکت کشتی فضایی گند می‌شود و می‌ایستد. آیا امکان **وقوع چنین رویدادی وجود دارد؟** توضیح دهید.

امکان **وقوع چنین رویدادی وجود ندارد** زیرا در فضای تهی و دور از هر جرم آسمانی نیروی خالصی برکشته وارد نمی‌شود و طبق قانون اول نیوتون وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، سرعت جسم تغییری نمی‌کند. بنابراین با از کار افتادن موتور کشتی، کشتی باید با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد.

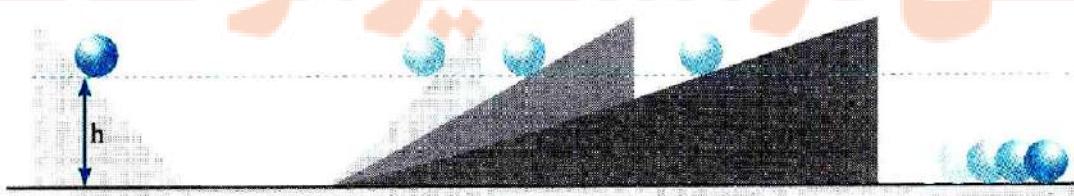
صفحة ۲۹ کتاب درسی

فعالیت (۱-۲)

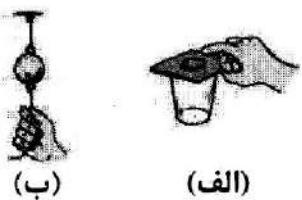
درباره آزمایش ذهنی گالیله تحقیق کنید و به کلاس گزارش دهید.

گالیله با بیان اینکه «اگر در حرکت جسم تداخلی به وجود نیاید، جسم به حرکت خود در خط راست تا ابد ادامه می‌دهد» با ارسطو مخالفت کرد، گالیله فرضیه خود را با حرکت اجسام روی سطح شیب‌دار، با زاویه‌های شیب مختلف آزمود. او طی آزمایش‌هایش با سطوح شیب‌دار مختلف متوجه شد اگر دو سطح شیب‌دار روبروی هم قرار داشته باشند و از روی یکی از سطوح و در ارتفاع معینی از آن، گلوله‌ای را رها کند، گلوله روی سطح شیب‌دار دوم دقیقاً به همان ارتفاع بالا می‌رود و این نتیجه مستقل از زاویه سطح شیب‌دار است. براین اساس او آزمایشی ذهنی را ترتیب داد و فرض کرد زاویه سطح شیب‌دار دوم برابر با صفر باشد و در این صورت با توجه به مشاهدات خود در مورد سطوح شیب‌دار مختلف نتیجه گرفت که حرکت گلوله روی سطح افقی باید تا ابد ادامه داشته باشد.

به بیان دیگر او متوجه شد سرعت گلوله هنگامی که روی سطح شیب‌دار به پایین می‌غلند، افزایش و هنگام بالا رفتن از سطح شیب‌دار، کاهش می‌یابد و نتیجه گرفت سرعت گلوله‌ای که روی سطح افق می‌غلند نه افزایش می‌یابد و نه کاهش.



الف) چرا حرکت سریع مقوا در شکل الف، سبب افتادن سکه در لیوان می‌شود؟



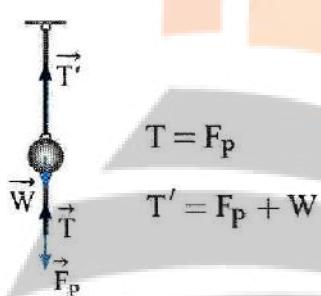
(ب)



(الف)

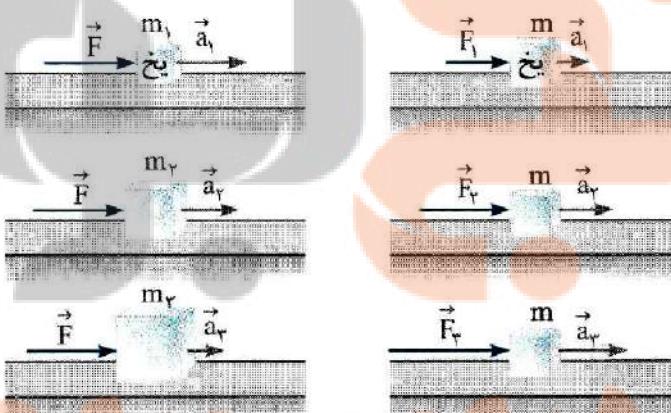
وقتی سکه روی مقوا قرار دارد در راستای قائم به آن نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد می‌شود که با توجه به ساکن بودن سکه متوازن هستند. هنگام ضربه زدن به مقوا و حرکت آن زیر سکه، در راستای افقی به سکه نیروی اصطکاک وارد می‌شود ولی با حرکت سریع مقوا، مقدار اثر این نیرو به حداقل می‌رسد. بنابراین چون تقریباً نیروی خالصی به سکه وارد نمی‌شود، سکه تمایل دارد حالت قبلی خود (سکون) را حفظ کند. بنابراین در راستای افقی حرکت نمی‌کند. اما چون مقوا از زیر آن کشیده شده، به دلیل حذف نیروی عمودی سطح و برهم خوردن توازن نیروها در راستای عمودی، سکه به دلیل نیروی وزنی که به آن وارد می‌شود، به داخل لیوان می‌افتد.

ب) چرا در شکل ب، اگر به آرامی نیروی وارد بر گوی سنگین را زیاد کنیم نخ بالای گوی پاره می‌شود، اما اگر ناگهان نخ را بکشیم، نخ پایین آن پاره می‌شود؟



هنگامی که نخ را به آرامی می‌کشیم، نیروی کشش نخ پایینی (\vec{T}) برابر با نیروی دست (\vec{F}_P) و نیروی کشش نخ بالایی (\vec{T}') برابر با مجموع نیروی وزن گوی (\vec{W}) و نیروی کشش نخ پایینی (نیروی دست) است. بنابراین همواره نیروی کشش نخ بالایی از نیروی کشش نخ پایینی به اندازه نیروی وزن گوی بیشتر خواهد بود. در نتیجه با افزایش نیروی دست، نخ بالایی زودتر پاره می‌شود. اما اگر ناگهان نخ را بکشیم، نیروی وارد بر نخ پایین فرست انتقال به نخ بالایی را ندادته و فقط نخ پایین پاره می‌شود.

در شکل‌های زیر، قطعه‌یخ‌ها روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. استنباط خود را از این شکل‌ها بیان کنید.



شکل‌های سمت راست نشان می‌دهند هر چه نیروی خالص وارد بر جسم بزرگ‌تر باشد، شتابی که جسم می‌گیرد نیز بیشتر خواهد بود. (یعنی شتاب با نیرو نسبت مستقیم دارد.)

شکل‌های سمت چپ نشان می‌دهند با یک نیروی خالص معین، هر چه جرم جسم بیشتر باشد، شتاب آن کمتر است. (شتاب با جرم نسبت وارون دارد.)

شخصی در حال هل دادن جعبه‌ای سنگین روی سطح افقی است و این جعبه در جهت این نیرو حرکت می‌کند. با توجه به آنکه نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند با نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند هماندازه است، توضیح دهد چگونه جعبه حرکت می‌کند؟ نیرویی که شخص وارد می‌کند به جعبه وارد می‌شود و عکس العمل آن، نیرویی است که از طرف جعبه به شخص وارد می‌شود. این نیروها به دو جسم مختلف وارد می‌شوند و در نتیجه اثر یکدیگر را خنثی نمی‌کنند. به عبارتی نمی‌توان برایند نیروهای کنش و واکنش را محاسبه کرد، زیرا به دو جسم مختلف وارد می‌شوند.

صفحة ۳۴ کتاب درسی

تمرین(۱-۲)

الف) وزن قطعه‌ای طلا به جرم ۱۰۰ گرم را روی سطح زمین به دست آورید.

$$m = 100\text{g} = 0.1\text{kg}$$

$$\vec{W}_{\text{زمین}} = m\vec{g} = 0.1 \times 9.8 = 0.98\text{N}$$

ب) وزن یک جسم در سطح یک سیاره برابر با نیروی گرانشی است که از طرف آن سیاره بر جسم وارد می‌شود. وزن این قطعه طلا را در سطح ماه و مریخ به دست آورید و با هم مقایسه کنید.

$$(g_{\text{زمین}} = 9.8\text{N/kg}, g_{\text{ماه}} = 1.6\text{N/kg}, g_{\text{مریخ}} = 3.7\text{N/kg})$$

$$\vec{W}_{\text{ماه}} = m\vec{g}_{\text{ماه}} \Rightarrow W_{\text{ماه}} = 0.1 \times 1.6 = 0.16\text{N}$$

$$\vec{W}_{\text{مریخ}} = m\vec{g}_{\text{مریخ}} \Rightarrow W_{\text{مریخ}} = 0.1 \times 3.7 = 0.37\text{N}$$

$$\Rightarrow W_{\text{ماه}} > W_{\text{زمین}} > W_{\text{مریخ}}$$

صفحة ۳۵ کتاب درسی

تمرین(۲-۲)

اگر در مثال ۵-۲ از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، سرعت برخورد گوی‌ها با زمین را با هم مقایسه کنید.

در صورت صرف نظر کردن از مقاومت هوا می‌توان نوشت:

$$W - f_D = ma \xrightarrow{f_D=0} W = ma \Rightarrow a = \frac{W}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

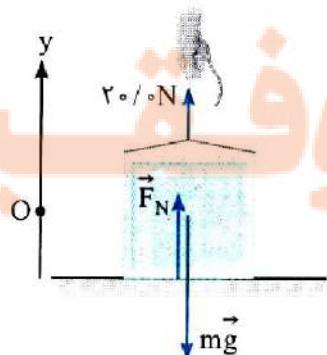
در این صورت شتاب حرکت هر دو گوی با شتاب گرانش زمین برابر می‌شود ($a_2 = a_1 = g$)

و مطابق با رابطه، هر دو گوی با سرعت یکسان $v = \sqrt{2gh}$ به زمین برخورد می‌کنند.

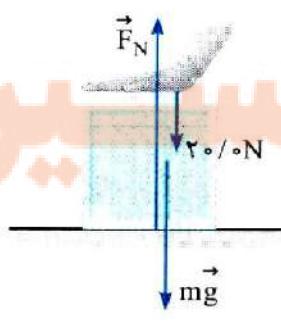
صفحة ۳۶ کتاب درسی

تمرین(۳-۲)

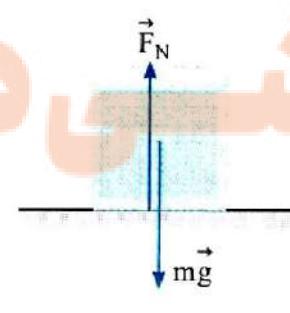
همانند شکل، جعبه‌ای به جرم ۰.۴ رُوی میزی افقی قرار دارد. نیروی عمودی سطح را در حالت‌های نشان داده شده به دست آورید.



(ب)



(ب)



(الف)

تلاش در معرفه مفهوم

الف) در این حالت بر جعبه فقط نیروی وزن و عمودی تکیه‌گاه وارد می‌شود.

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{mg} = \vec{0} \Rightarrow F_N - mg = \vec{0} \Rightarrow F_N = mg = 4 \times 10 = 40\text{ N}$$

ب) در این حالت نیروی $F = 20\text{ N}$ به طور عمودی و به طرف پایین بر جعبه وارد می‌شود.

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{mg} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_N - (mg + F) = \vec{0} \Rightarrow F_N = mg + F = 40 + 20 = 60\text{ N}$$

پ) در این حالت نیروی $N = 20\text{ N}$ به طور عمودی و به طرف بالا بر جعبه وارد می‌شود.

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{mg} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_N + F - mg = \vec{0} \Rightarrow F_N = mg - F = 40 - 20 = 20\text{ N}$$

پرسش (۶-۲)

صفحه ۳۷ کتاب درسی

در مثال ۲-۶، در هر یک از حالت‌های زیر عددی را که ترازوی فنی نشان می‌دهد با وزن شخص مقایسه کنید.

الف) آسانسور به طرف بالا شروع به حرکت کند. اگر آسانسور به طرف بالا حرکت کند، جهت سرعت شخص نیز به طرف بالا خواهد بود و چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده است، بنابراین حرکت آن تندشونده و جهت شتاب آن نیز رو به بالا است، بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = ma \Rightarrow F_N - W = ma \Rightarrow F_N = ma + W \Rightarrow F_N > W$$

ب) آسانسور به طرف پایین شروع به حرکت کند.

اگر آسانسور به طرف پایین حرکت کند، جهت سرعت شخص نیز به طرف پایین خواهد بود و چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده، بنابراین حرکت آن تندشونده و جهت شتاب رو به پایین است، بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = ma \Rightarrow F_N - W = -ma \Rightarrow F_N = W - ma \Rightarrow F_N < W$$

پ) آسانسور در حالی که به طرف بالا حرکت می‌کند، متوقف شود. چون آسانسور به طرف بالا حرکت می‌کرده و متوقف می‌شود، پس جهت سرعت آن به سمت بالا و حرکت آن کندشونده است، در نتیجه جهت شتاب در خلاف جهت سرعت و به سمت پایین است، بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = ma \Rightarrow F_N - W = -ma \Rightarrow F_N = W - ma \Rightarrow F_N < W$$

ت) آسانسور در حالی که به طرف پایین حرکت می‌کند، متوقف شود. آسانسور به طرف پایین حرکت می‌کند و متوقف می‌شود، پس جهت سرعت آن به طرف پایین و حرکت آن کندشونده است، در نتیجه جهت شتاب در خلاف جهت سرعت و به طرف بالا است بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = ma \Rightarrow F_N - W = ma \Rightarrow F_N = W + ma \Rightarrow F_N > W$$

پرسش (۷-۲)

صفحه ۳۸ کتاب درسی

الف) براساس قانون سوم نیوتون و آنچه از اصطکاک آموختید، توضیح دهید راه رفتن با شروع از حالت سکون چگونه انجام می‌شود؟

هنگام راه رفتن به سمت جلو پایی را که روی زمین قرار دارد (پای تکیه‌گاه) به سمت عقب هل می‌دهیم، اما به دلیل وجود نیروی اصطکاک بین کف پا (کف کفش) و سطح زمین، پای تکیه‌گاه روی سطح زمین ثابت می‌ماند. عکس العمل این نیروی رو به عقب که از طرف کف پا به زمین وارد می‌شود، نیروی رو به جلویی است که از طرف زمین به کف پا وارد می‌شود. در نتیجه نیروی خالص رو به جلویی به بدن وارد شده و باعث حرکت رو به جلوی بدن می‌شود.

ب) چرا راه رفتن روی یک سطح سرمهاند سطح یعنی به معنی ممکن است؟ هندا راه رفتن روی یک سطح سرمهاند از نیروی اصطکاکی است که از طرف سطح به کف پا وارد می‌شود. عقبی که به پای تکیه‌گاه وارد می‌کنیم، بسیار بزرگ‌تر از نیروی اصطکاکی است که از طرف سطح به کف پا وارد می‌شود. بنابراین برایند نیروهای واردشده به پای تکیه‌گاه به سمت عقب خواهد بود و پای تکیه‌گاه به طرف عقب سُر می‌خورد. به همین دلیل برای جلوگیری از سُرخوردن باید نیروی واردشده به پای تکیه‌گاه را تا حد ممکن (کمتر از نیروی اصطکاک ایستایی) بیشینه بین کف پا و سطح سُر کم کنیم. در نتیجه مجبور خواهیم بود با قدم‌های کوتاه و به آرامی روی سطح حرکت کنیم.

صفحة ۳۹ کتاب درسی

تمرین (۱۴-۲)

اگر در شکل ۱۲-۲، جرم جسم $4/0 \text{ kg}$ و بزرگی نیروها $F_1 = 4/0 \text{ N}$ ، $F_2 = 8/0 \text{ N}$ و $F_3 = 16/0 \text{ N}$ باشد،

الف) بزرگی نیروهای اصطکاک ایستایی در هر حالت چقدر است؟

جسم ساکن است.

جسم ساکن است.

$$F_1 - f_s = m\ddot{a} \Rightarrow f_s = F_1 = 4 \text{ N}$$

$$F_2 - f_s = m\ddot{a} \Rightarrow f_s = F_2 = 8 \text{ N}$$

در حالت سوم جسم در آستانه حرکت قرار دارد، بنابراین هنوز ساکن است و حرکتی نکرده است.

$$F_3 - f_{s,\max} = m\ddot{a} \Rightarrow f_{s,\max} = F_3 = 16 \text{ N}$$

ب) ضریب اصطکاک ایستایی را پیدا کنید. جسم ساکن است در نتیجه برایند نیروها در راستای قائم و افقی برابر با صفر

$$F_N = mg = 4(10) = 40 \text{ N} \quad g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

بنابراین برای به دست آوردن ضریب اصطکاک ایستایی (μ_s) می‌توان نوشت:

$$f_{s,\max} = \mu_s N \Rightarrow 16 = \mu_s (40) \Rightarrow \mu_s = 0.4$$

صفحة ۳۹ کتاب درسی

آزمایش (۱۴-۳)

اندازه‌گیری ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم

وسایل لازم: نیروسنجد، قطعه چوبی به شکل مکعب مستطیل با وجوده یکنواخت، ترازو، خطکش

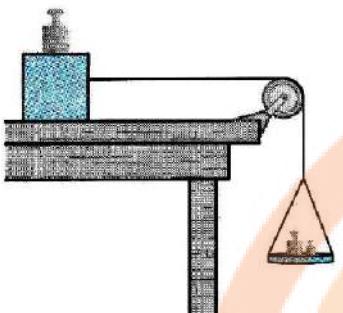
شرح آزمایش:

- مکعب چوبی را از طرف وجه بزرگ آن، روی سطح افقی میز قرار دهید.
- نیروسنجد را مانند شکل به مکعب چوبی وصل کنید و سر دیگر نیروسنجد را با دست بگیرید و به طور افقی بکشید.
- نیروی دستتان را به آرامی افزایش دهید تا جایی که مکعب چوبی در آستانه لغزیدن قرار گیرد. در این حالت عددی را که نیروسنجد نشان می‌دهد، در جدول یادداشت کنید (برای اینکه دقت شما افزایش یابد لازم است آزمایش را چند بار تکرار کنید).
- اکنون مکعب چوبی را از طرف وجه کوچک‌تر روی سطح قرار دهید و مراحل ۲ و ۳ را تکرار کنید.
- با اندازه‌گیری جرم مکعب چوبی و با استفاده از رابطه $4-2$ مقدار μ_s را در هر آزمایش محاسبه و در جدول یادداشت کنید.

μ_s	وزن قطعه: 12 N	مساحت سطح تماس قطعه با میز	شماره آزمایش
0.59	$7/1 \text{ N}$	150 cm^2	۱
0.6	$7/2 \text{ N}$	50 cm^2	۲

همراه با اعضای گروه خود، نتیجه‌های به دست‌آمده را تفسیر کنید. نیروی اصطکاک ایستایی وارد شده به دو جسم، به مساحت سطح تماس آن دو جسم بستگی ندارد.

صفحة ۴۰ کتاب درس



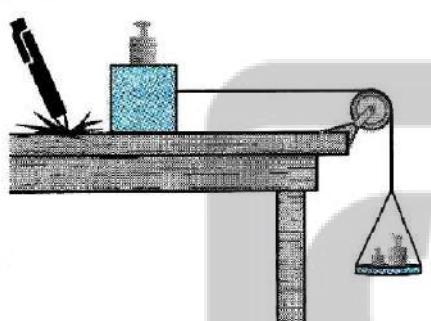
آزمایشی طراحی کنید که نشان دهد $f_{s,\max}$ متناسب با F_N است.

وسایل و مواد لازم: قرقره ثابت، نخ، وزنهای مختلف، کفه، قطعه چوبی
شرح آزمایش:

- 1- مطابق شکل قرقره را روی لبه میز سوار می‌کنیم و نخی را که یک سرآن به قطعه چوب و سر دیگر آن به کفه وصل است، از روی قرقره عبور می‌دهیم.
- 2- به کفه آویزان شده آنقدر وزنه اضافه می‌کنیم تا قطعه چوب روی میز شروع به حرکت کند. در این حالت مجموع وزن کفه و وزنهای برابر با نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است.
- 3- وزنهای مختلف را روی قطعه چوبی قرار می‌دهیم و مرحله ۲ را برای هر وزن تکرار می‌کنیم.
- 4- نمودار تغییرات وزن وزنهای داخل کفه ($f_{s,\max}$) را بر حسب وزن وزنهای روی قطعه چوبی (F_N) رسم می‌کنیم. مشاهده می‌شود که نمودار به صورت یک خط راست است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت $f_{s,\max}$ با F_N متناسب است.

صفحة ۴۰ کتاب درس

آزمایشی طراحی کنید که با آن بتوانید:
الف) نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسمی مانند یک قطعه چوب در حال لغزش روی سطح را اندازه بگیرید و با استفاده از آن μ_m را به دست آورید.



وسایل لازم: قرقره ثابت، کفه، وزنهای مختلف، قطعه چوبی با سطح زیرین
صفاف، نخ

شرح آزمایش:

- 1- ابتدا دستگاهی مطابق شکل می‌بندیم.
- 2- سپس با زدن ضربه‌های متواالی به سطح میز به آرامی در داخل کفه، وزنه اضافه می‌کنیم تا جایی که قطعه چوبی با سرعت ثابت شروع به حرکت کند. در این حالت وزن وزنهای داخل کفه را یادداشت می‌کنیم. ($W = f_k$)
- 3- وزنهای مختلف (W') را روی سطح قطعه چوبی قرار می‌دهیم و برای هر وزن مرحله ۲ را تکرار می‌کنیم.
- 4- نمودار W را بر حسب W' رسم می‌کنیم. در این حالت شب نمودار برابر با μ_m خواهد بود.

ب) بستگی یا عدم بستگی نیروی اصطکاک جنبشی به مساحت سطح تماس دو جسم را تحقیق کنید.

مکعب چوبی را از طرف وجههای دیگر نیز روی میز قرار می‌دهیم و مراحل آزمایش قسمت الف را انجام می‌دهیم. خواهیم دید نمودار رسم شده در هر دو حالت (قسمت الف و ب) منطبق بر هم است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت نیروی اصطکاک جنبشی به طور محسوسی به مساحت سطح تماس دو جسم بستگی ندارد.

در مثال قبل اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جعبه و زمین 600% و جسم در ابتدا ساکن باشد، حداقل نیروی افقی لازم

برای به حرکت درآوردن جعبه چقدر است؟ وقتی جسم در آستانه حرکت قرار دارد، نیروی اصطکاک ایستایی واردشده به جسم، بیشینه است اما جسم حرکتی ندارد. یعنی برایند نیروهای واردشده بر آن صفر است. بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{y,\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W = mg = 75 \times 9.8 = 735 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{x,\text{net}} = 0 \Rightarrow F - f_{s,\text{max}} = 0$$

$$\Rightarrow F = f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = 0.6 \times 735 = 441 \text{ N}$$

بنابراین حداقل نیروی لازم برای به حرکت درآوردن جسم 441 N است.

صفحه ۴۱ کتاب درسی

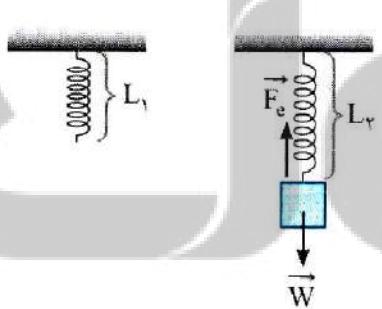
فعالیت (۲-۴)

تعدادی فنر متفاوت تهیه کنید. الف) سختی آنها را مقایسه کنید. برخی از فنرها به سختی و برخی به راحتی فشرده می‌شوند، بنابراین فنرهایی که سخت‌تر فشرده می‌شوند سختی بیشتری نیز دارند.

ب) با طراحی یک آزمایش، ثابت هر فنر را به دست آورید.

وسایل لازم: چند فنر متفاوت، وزنه، خطکش، ترازو، پایه

شرح آزمایش: ابتدا یکی از فنرها را به پایه آویزان می‌کنیم، طول آن را با خطکش اندازه گرفته و آن را L_1 می‌نامیم. سپس وزنه‌ای که قبل از جرم (m) آن را با ترازو اندازه گرفته‌ایم به فنر متصل می‌کنیم و منتظر می‌مانیم تا فنر به حال سکون در آید. در این حالت طبق قانون دوم نیوتون نیروی کشسانی فنر برابر با وزن جسم است. اکنون مجددًا طول فنر را اندازه گرفته و آن را L_2 می‌نامیم. حال از طریق قانون هوك می‌توانیم ثابت فنر را محاسبه کنیم.



$$F_e - W = ma = 0 \Rightarrow F_e = W \Rightarrow k(L_2 - L_1) = mg \Rightarrow k = \frac{mg}{L_2 - L_1}$$

صفحه ۴۳ کتاب درسی

تمرین (۲-۶)

کارگری یک سطل محتوی مصالح به جرم $kg/16$ را با طناب سبکی به طرف بالا می‌کشد. اگر شتاب رو به بالای سطل $2/1 \text{ m/s}^2$ باشد، نیروی کشش طناب چقدر است؟

جهت مثبت محور y را رو به بالا انتخاب می‌کنیم. بنابراین با توجه به نیروهای رسم شده و قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = mg + ma = m(g + a) = 16 \times (9.8 + 1/2) = 176 \text{ N}$$

تلشتر و طناب موقت

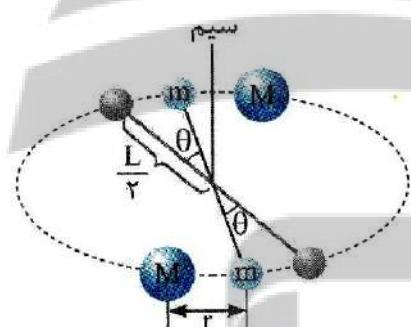
نشان دهید بین اندازه تکانه (p) و انرژی جنبشی (K) جسمی به جرم m ، رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ برقرار است.

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 \\ p &= mv \Rightarrow v = \frac{p}{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow K = \frac{1}{2}m\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m}$$

ثابت گرانشی G را اولین بار هنری کاوندیش در سال ۱۷۹۸ اندازه‌گیری کرد. در مورد روش اندازه‌گیری G توسط هنری کاوندیش تحقیق کنید و نتیجه را به کلاس گزارش دهید.

اوندیش برای بررسی تجربی قانون گرانش عمومی نیوتون و تعیین مقدار ثابت گرانش عمومی از یک ترازوی پیچشی بسیار حساس استفاده کرد. در این ترازو دو گلوله کوچک سربی به جرم $m = 0.73\text{ kg}$ به دو انتهای یک میله سبک متصل‌اند و میله توسط سیمی که به مرکز جرم آن متصل است آویزان شده است. دو گلوله بزرگ سربی به جرم $M = 158\text{ kg}$ نیز در نزدیک دو سر میله و در دو طرف مخالف قرار داده شده‌اند و در اطراف آن تلسکوپی تعییه شده که به وسیله آن میزان انحراف یا زاویه چرخش میله قابل اندازه‌گیری است.



هرگاه گلوله‌های بزرگ در نزدیکی گلوله‌های کوچک قرار گیرند براساس قانون گرانش عمومی، بر گلوله‌های کوچک نیروی جاذبه‌ای وارد می‌شود که باعث چرخیدن میله و در نتیجه تاب خوردن رسته نازک می‌شود. چرخش میله تا زاویه‌ای ادامه می‌یابد که نیروی پیچشی وارد شده از طرف سیم با نیروی گرانشی بین گلوله‌های سربی برابر شود.

با برداشتن گلوله‌های بزرگ سربی از داخل ترازو و اندازه‌گیری دوره تناوب نوسان‌های آزاد گلوله‌های کوچک متصل به میله، ثابت پیچشی سیم مورد استفاده در ترازو به دست می‌آید.

$$(T = 2\pi\sqrt{\frac{mL^2}{2k}})$$

$$G = \frac{2\pi^2 L r^2 \theta}{MT^2}$$

در نتیجه با ترکیب دو رابطه فوق ثابت گرانش عمومی به صورت زیر به دست می‌آید:

نشان دهید که شتاب گرانشی در سطح زمین از رابطه $G \frac{M_e}{R_e^2} = g$ به دست می‌آید.

نیروی گرانشی که از طرف زمین به یک جسم که روی سطح زمین قرار دارد، وارد می‌شود برابر با وزن جسم روی سطح

زمین است. بنابراین:

$$W = mg = G \frac{M_e m}{R_e^2} \Rightarrow g = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

تلویزیون در معرفت

تلسکوپ فضایی هابل در ارتفاع تقریبی ۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین به دور زمین می‌چرخد.

الف) شتاب گرانشی در این فاصله چقدر است؟

$$h = 600 \text{ km}, G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}, M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_e = 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

شتاب گرانشی در فاصله r از مرکز زمین از رابطه $g = G \frac{M_e}{r^2}$ محاسبه می‌شود. با در نظر گرفتن $r = R_e + h$ می‌توانیم بنویسیم:

$$r = R_e + h = 6400 + 600 = 7000 \text{ km} = 7 \times 10^6 \text{ m}$$

$$g' = G \frac{M_e}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{5.98 \times 10^{24}}{(7 \times 10^6)^2} = 8.14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ب) وزن این تلسکوپ در این ارتفاع چند برابر وزن آن روی زمین است؟

اگر وزن تلسکوپ در ارتفاع ۶۰۰ کیلومتری را با W_h و در سطح زمین با W_e نشان دهیم، داریم:

$$\frac{W_h}{W_e} = \frac{G \frac{m M_e}{(R_e + h)^2}}{G \frac{m M_e}{R_e^2}} \Rightarrow \frac{W_h}{W_e} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 = \left(\frac{6400}{7000}\right)^2 = 0.836$$

صفحة ۵۰ تا ۵۲ کتاب درسی

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل (۲)

۱) سیبی را در نظر بگیرید که به شاخه درختی آویزان است و سپس از درخت جدا می‌شود.

الف) با رسم شکل نیروهای وارد بر سیب را قبل و بعد از جدا شدن از درخت نشان دهید.

وقتی سیب به شاخه درخت آویزان است، نیروی وزن از طرف زمین به طرف پایین و نیروی F از طرف درخت و رو به بالا به آن وارد می‌شود. با توجه به اینکه سیب ساکن است، این دو نیرو متوatzن‌اند و اندازه آنها با هم برابر است.



بعد از جدا شدن سیب از درخت، نیروی وزن رو به پایین و نیروی مقاومت هوای رو به بالا به سیب وارد می‌شود و با توجه به اینکه سیب به سمت پایین شتاب می‌گیرد، اندازه نیروی وزن از نیروی مقاومت هوای بیشتر است.



ب) در هر حالت واکنش این نیروها بر چه اجسامی وارد می‌شود؟

واکنش نیروی وزن به زمین، واکنش نیروی مقاومت هوای اطراف سیب و واکنش نیروی درخت به درخت وارد می‌شود.



وقتی در خودروی ساکنی نشسته‌اید و خودرو ناگهان شروع به حرکت می‌نماید، به صندلی فشرده می‌شوید. همچنین اگر در خودروی در حال حرکتی نشسته باشید، در توقف ناگهانی به جلو پرتاب می‌شوید.

الف) علت این پدیده‌ها را توضیح دهید.

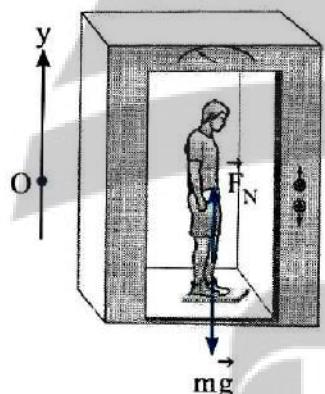
وقتی خودرو ساکن است، شخص نیز ساکن است. با حرکت ناگهانی خودرو روبه جلو، شخص تمایل دارد حالت سکون خود را حفظ کند بنابراین به صندلی فشرده می‌شود.

همچنین شخص درون خودروی در حال حرکت، تمایل دارد حرکت روبه جلوی خود را حفظ کند بنابراین وقتی خودرو ترمز می‌کند، شخص به سمت جلو پرتاب می‌شود.

ب) نقش کمربند ایمنی و کیسه هوا در کم شدن آسیب‌ها در تصادف‌ها را بیان کنید.

با توجه به اینکه اجسام دارای لختی هستند هنگامی که سرعت خودرو کم می‌شود سرنوشت‌ها داخل خودرو تمایل به ادامه حرکت خود را دارند بنابراین با ترمز زدن اتومبیل، به سمت جلو پرتاب می‌شوند. در این وضعیت کمربند ایمنی و کیسه هوا مانع آسیب رسیدن به افراد می‌شوند.

۳) دانش‌آموزی به جرم 50 kg روی یک ترازوی فنری در آسانسور ایستاده است. در هر یک از حالت‌های زیر این ترازو



$$\text{چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ } (g = 9.8 \text{ m/s}^2)$$

الف) آسانسور ساکن است.

جهت ثابت محور y را رو به بالا انتخاب می‌کنیم. هنگامی که آسانسور ساکن است شخص نیز ساکن است و نیروی خالص وارد براو صفر است:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} = \vec{0} \Rightarrow F_N - mg = \vec{0} \Rightarrow F_N = mg = 50 \times 9.8 = 490 \text{ N}$$

ب) آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

در حالتی که آسانسور با سرعت ثابت حرکت کند، شخص نیز با سرعت ثابت حرکت می‌کند بنابراین شتاب حرکت برابر صفر است. طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} = \vec{0} \Rightarrow F_N - mg = \vec{0} \Rightarrow F_N = mg = 50 \times 9.8 = 490 \text{ N}$$

پ) آسانسور با شتاب $\frac{1}{2} \text{ m/s}^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند.

اگر آسانسور با شتاب حرکت کند، حرکت شخص نیز شتاب دار خواهد بود. با توجه به اینکه جهت حرکت (سرعت) رو به بالا و حرکت تندشونده است (زیرا آسانسور شروع به حرکت کرده)، شتاب و سرعت هم جهت هستند. بنابراین:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = mg + ma = m(g + a) \Rightarrow F_N = 50 \times (9.8 + 1/2) = 550 \text{ N}$$

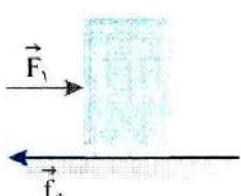
ت) آسانسور با شتاب $\frac{1}{2} \text{ m/s}^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند.

جهت حرکت (سرعت) رو به پایین است. با توجه به اینکه حرکت تندشونده است، شتاب و سرعت هم جهت هستند. شتاب روبه پایین را با علامت منفی در نظر می‌گیریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow F_N - mg = -ma \Rightarrow F_N = mg - ma = m(g - a) \Rightarrow F_N = 50 \times (9.8 - 1/2) \Rightarrow F_N = 430 \text{ N}$$

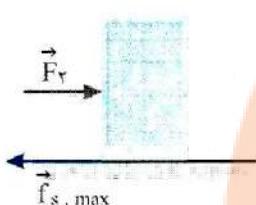


۴ در شکل نشان داده شده، شخص با نیروی 200 N جسم با وزن 90 kg را هُل می‌دهد، اما جسم ساکن می‌ماند. ولی وقتی با نیروی 300 N جسم را هُل می‌دهد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد.



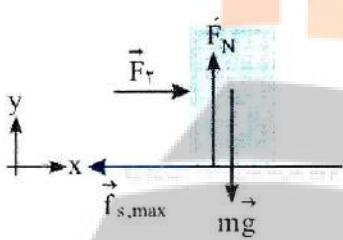
الف) نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح در هر حالت چقدر است؟
حالت اول: جسم ساکن است، بنابراین نیروی واردشده به جسم متوازن است:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 - \vec{f}_s = \vec{0} \Rightarrow F_1 = f_s \Rightarrow f_s = 200\text{ N}$$



حالت دوم: جسم در آستانه حرکت قرار دارد و همچنان ساکن است بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_2 - \vec{f}_{s,\text{max}} = \vec{0} \Rightarrow F_2 = f_{s,\text{max}} \Rightarrow f_{s,\text{max}} = 300\text{ N}$$

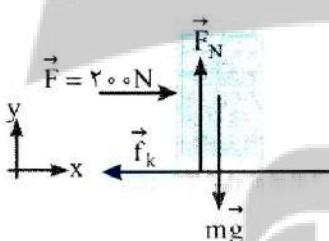


ب) ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح چقدر است؟

جسم در راستای قائم ثابت است در نتیجه داریم:

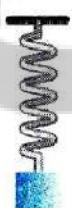
$$\begin{aligned} \vec{F}_{y,\text{net}} &= \vec{ma} = \vec{0} \Rightarrow F_N - mg = \vec{0} \Rightarrow F_N = mg = 90 \times 10 = 900\text{ N} \\ f_{s,\text{max}} &= \mu_s N \Rightarrow 300 = \mu_s \times 900 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

پ) اگر پس از حرکت، شخص با نیروی 200 N جسم را هُل دهد و ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم $20/0$ باشد، شتاب حرکت جسم چقدر خواهد شد؟



$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{net}} &= \vec{ma} \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma \\ &\Rightarrow 200 - (0.2 \times 900) = 90a \Rightarrow 200 - 180 = 90a \Rightarrow a = \frac{2}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

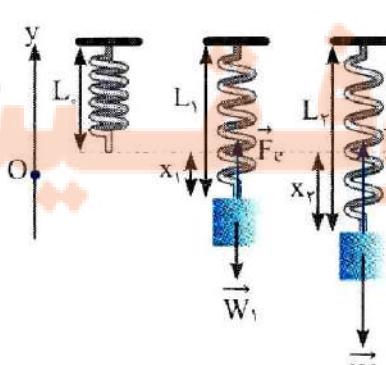
۵ در شکل روبرو وقتی وزنه 40 kg را به فتر آویزان می‌کنیم، طول فتر 14 cm می‌شود، و وقتی وزنه 50 kg را به فتر آویزان می‌کنیم، طول فتر 15 cm می‌شود.



$$m_1 = 4\text{ kg}, L_1 = 14\text{ cm}, m_2 = 5\text{ kg}, L_2 = 15\text{ cm}, k = ?$$

الف) ثابت فتر چقدر است؟

با در نظر گرفتن جهت مثبت محور y ، رو به بالا و استفاده از قانون دوم نیوتون برای هر دو حالت داریم:



$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{net}} &= \vec{ma} = \vec{0} \Rightarrow F_c - W = \vec{0} \Rightarrow kx = W \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} kx_1 = m_1 g \Rightarrow k(L_1 - L_0) = m_1 g \quad (1) \\ kx_2 = m_2 g \Rightarrow k(L_2 - L_0) = m_2 g \quad (2) \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} k(L_2 - L_1) = (m_2 - m_1)g$$

$$\Rightarrow k = \frac{(m_2 - m_1)g}{L_2 - L_1} = \frac{5 - 4}{15 - 14} \times 10 = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

تلاش دریس

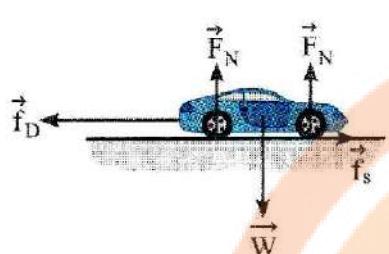
ب) طول عادی فنر (بدون وزنه) چند سانتی‌متر است؟ با جایگذاری k در یکی از معادله‌های (۱) یا (۲) داریم:

$$k(L_1 - L_0) = m_1 g \quad \text{ک} = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \rightarrow 10(14 - L_0) = 4 \times 10 \Rightarrow L_0 = 10 \text{ cm}$$

۶ در هر یک از موارد زیر، نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید. واکنش هر یک از این نیروها به چه جسمی وارد می‌شود؟

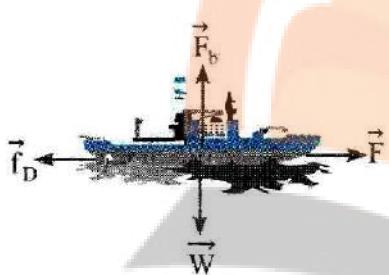
الف) خودرویی با سرعت ثابت در یک مسیر مستقیم افقی در حال حرکت است.

بر خودروی در حال حرکت نیروی‌های مقابله وارد می‌شوند. واکنش نیروی وزن (W) به زمین وارد می‌شود. واکنش نیروی عمودی تکیه‌گاه (\vec{F}_N) به سطح جاده وارد می‌شود. واکنش نیروی اصطکاک ایستایی (F_S) نیروی رو به عقبی است که در راستای سطح جاده وارد می‌شود. واکنش نیروی مقاومت هوا (\vec{f}_D) نیز به مولکول‌های هوا وارد می‌شود.



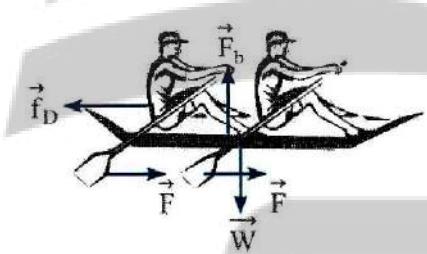
ب) کشتی‌ای با سرعت ثابت در حال حرکت است.

واکنش نیروی پیشران (\vec{F}) نیروی است که از طرف پروانه‌های چرخان داخل آب به مولکول‌های آب وارد می‌شود. واکنش نیروی مقاومت (\vec{f}_D) به مولکول‌های آب و هوایی که با بدنه کشتی برخورد می‌کند وارد می‌شود. واکنش نیروی وزن (W) به زمین و واکنش نیروی شناوری (\vec{F}_b) نیز به آب وارد می‌شود.



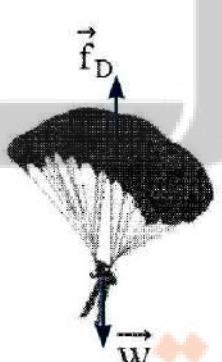
پ) قایقرانی در حال پارو زدن است.

قایق و قایقران را به صورت یک جسم واحد در نظر می‌گیریم بنابراین نیروهای وارد برآنها به صورت رو به رو خواهد بود. عکس العمل نیروی (W) به زمین وارد می‌شود و عکس العمل نیروی پیشران (\vec{F}) به مولکول‌های آب که به پارو برخورد می‌کنند و عکس العمل نیروی مقاومت (\vec{f}_D) به مولکول‌های آب و هوایی که با سطح قایق و قایقران برخورد می‌کنند وارد می‌شود. عکس العمل نیروی شناوری (\vec{F}_b) هم به صورت عمودی به مولکول‌های آب وارد می‌شود.



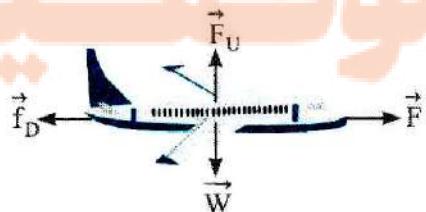
ت) چتر بازی در هوای آرام و در امتداد قائم در حال سقوط است.

نیروهای وزن (W) و مقاومت هوا (\vec{f}_D) به چتر باز وارد می‌شوند. واکنش نیروی وزن به زمین و واکنش نیروی مقاومت هوا، به مولکول‌های هوا وارد می‌شود.



ث) هوایپیمایی در یک سطح پروازی افقی با سرعت ثابت در حال حرکت است.

واکنش نیروی پیشران به مولکول‌های هوایی وارد می‌شود که با پروانه‌های موتور هوایپیما در تماس هستند، واکنش نیروی بالابری (\vec{F}_U) به مولکول‌های هوای زیر و روی بال‌ها، واکنش نیروی مقاوم (\vec{f}_D) به مولکول‌های هوای در تماس با بدنه هوایپیما و واکنش نیروی وزن به زمین وارد می‌شود.



تلاش موفقیت

ج) توبی در راستای قائم به زمین برخورد می‌کند و برمی‌گردد.



هنگام برخورد توب با زمین نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر توب اثر می‌کنند و عکس العمل هر دو نیرو به زمین وارد می‌شود.

- ۷ راننده خودرویی که با سرعت 72 km/h در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانع اقدام به ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافت 20 m متوقف می‌شود.

$$v_0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta x = 20\text{m}, v = 0, a = ?$$

الف) شتاب خودرو در مدت ترمز چقدر است؟

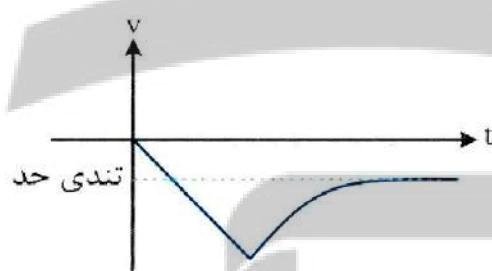
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2a(20) \Rightarrow a = -\frac{400}{40} = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -10t + 20 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

ب) از لحظه ترمز تا توقف کامل خودرو، چقدر طول می‌کشد؟

پ) نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چقدر است؟ جرم خودرو را 1200kg در نظر بگیرید. اگر جرم خودرو و سرنشینانش را m در نظر بگیریم، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

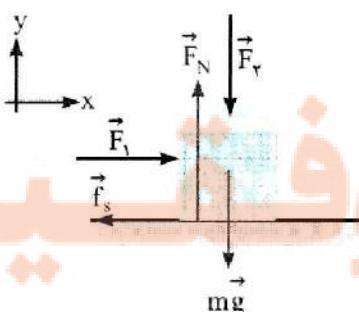
- ۸ چتریازی از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع نسبتاً زیادی قرار دارد، به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند و در امتداد قائم سقوط می‌کند. حرکت چتریاز را از لحظه پرش تا رسیدن به زمین تحلیل کنید و نموداری تقریبی از تندی آن بر حسب زمان رسم کنید.



تا قبل از باز شدن چتر، حرکت به صورت سقوط آزاد بوده و شتاب حرکت چتر باز، همان شتاب ثابت (گرانش زمین) است. بعد از باز شدن چtero با وارد شدن نیروی مقاومت هوا، شتاب حرکت به سمت بالا خواهد بود و سرعت حرکت چتر باز کاهش می‌یابد. در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز کم می‌شود تا اینکه نیروی مقاومت هوا و وزن با هم برابر شده و نیروهای

وارد بر چتر باز متوازن می‌شوند. بعد از آن، چتریاز با تندی ثابت موسوم به تندی حدی، به طرف پایین حرکت می‌کند.

- ۹ در شکل زیر، نیروی F_1 به بزرگی 20 N بر جعبه وارد شده است، اما جعبه همچنان ساکن است. اگر در همین حالت بزرگی نیروی قائم F_2 که جعبه را به زمین می‌فشارد از صفر شروع به افزایش کند، کمیت‌های زیر چگونه تغییر می‌کنند؟
- چون جسم ساکن است، نیروی خالص وارد بر آن در راستای افقی و قائم برابر صفر است:



در راستای افق داریم:

$$F_{x,\text{net}} = ma = 0 \Rightarrow F_1 - f_s = 0 \Rightarrow F_1 = f_s \quad \text{رابطه (1)}$$

در راستای قائم می‌توان نوشت:

$$F_{y,\text{net}} = ma = 0 \Rightarrow F_N - mg - F_2 = 0 \Rightarrow F_N = mg + F_2 \quad \text{رابطه (2)}$$

الف) اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه

مطابق رابطه (2) با افزایش F_2 ، نیروی عمودی سطح نیز افزایش می‌یابد.

مطابق رابطه (۱)، نیروی اصطکاک تغییر نمی‌کند زیرا F تغییر نمی‌کند.

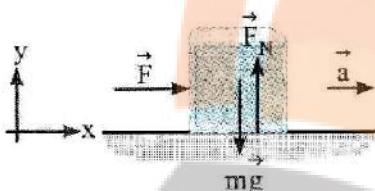
پ) اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی

مطابق با رابطه $f_{s,\max} = \mu_s F_N$ و با توجه به افزایش F_N ، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ($f_{s,\max}$) نیز افزایش می‌یابد.

ت) نیروی خالص وارد بر جسم

مطابق رابطه $F = ma$ و با توجه به اینکه $a = ۰$ است نیروی خالص برابر صفر بوده و تغییر نمی‌کند.

(۱۵) می‌خواهیم به جسمی که جرم آن ۵ kg است، شتاب $۲/\text{s}^2$ بدheim. در هر یک از حالت‌های زیر، نیرویی را که باید به جسم وارد کنیم محاسبه کنید.



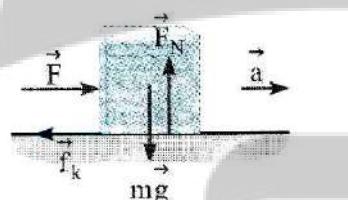
با در نظر گرفتن جهت مثبت محور x به سمت راست و جهت مثبت محور y به سمت بالا داریم:

$$m = ۵\text{ kg}, a = \frac{۲}{\text{s}^2}$$

الف) جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت کند.

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow \vec{F} = \vec{ma} = ۵ \times ۲ = ۱۰\text{ N}$$

ب) جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $۰/۲$ به طرف راست حرکت کند، و شتابش نیز به طرف راست باشد.

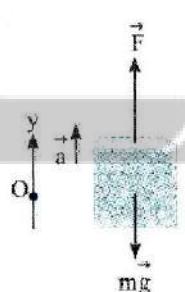


$$\vec{F}_{y,\text{net}} = \vec{ma}_y = ۰ \Rightarrow F_N - mg = ۰ \Rightarrow F_N = mg$$

$$\vec{F}_{x,\text{net}} = \vec{ma}_x \Rightarrow F - f_k = ma$$

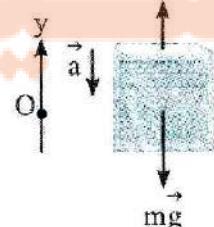
$$\Rightarrow F = \mu_k F_N + ma = \mu_k mg + ma \Rightarrow F = (۰/۲ \times ۵ \times ۱۰) + (۵ \times ۲) = ۲۰\text{ N}$$

پ) جسم در راستای قائم با شتاب رو به بالا شروع به حرکت کند.



$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow F = mg + ma \Rightarrow F = m(g + a) = ۵(۱۰ + ۲) = ۶۰\text{ N}$$

ت) جسم در راستای قائم با شتاب رو به پایین شروع به حرکت کند.



$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow F - mg = -ma \Rightarrow F = mg - ma = m(g - a)$$

$$\Rightarrow F = ۵(۱۰ - ۲) = ۴۰\text{ N}$$

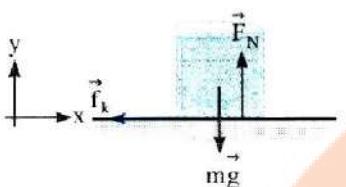
۲۰٪ است.

قطعه چوبی را با سرعت افقی $s = 10 \text{ m/s}$ روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح

$$v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \mu_k = 0.2, v = 0, \Delta x = ?$$

الف) چوب پس از پیمودن چه مسافتی می‌ایستد؟

ابتدا شتاب حرکت جسم را محاسبه می‌کنیم:



$$\rightarrow \vec{F}_{y,\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$\rightarrow \vec{F}_{x,\text{net}} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow -\mu_k (mg) = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با استفاده از معادله مستقل از زمان داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (10)^2 = 2 \times (-2) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 25 \text{ m}$$

ب) اگر از یک قطعه چوب دیگر استفاده کنیم که جرم آن دو برابر جرم قطعه چوب اول و ضریب اصطکاک جنبشی آن با سطح افقی با اولی یکسان باشد و با همان سرعت پرتاب شود، مسافت پیموده شده آن چند برابر می‌شود؟

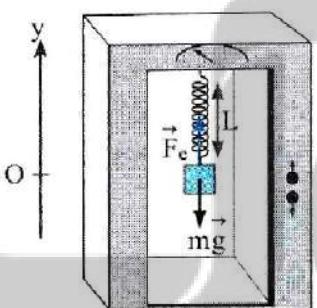
طبق قسمت قبل شتاب حرکت جسم مستقل از جرم جسم است. بنابراین داریم:

$$a_2 = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین جایه‌جایی در مرحله (الف) با جایه‌جایی در مرحله (ب) برابر است.

۱۲) وزنهای به جرم 20 kg را به انتهای فنری به طول 12 cm که ثابت آن 20 N/cm است می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. طول فنر را در حالت‌های زیر محاسبه کنید.

الف) آسانسور ساکن است.



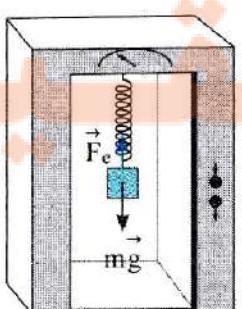
$$m = 2 \text{ kg}, L_0 = 12 \text{ cm}, k = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, L = ?$$

هنگامی که آسانسور ساکن است، وزنه نیز ساکن است بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} = 0 \Rightarrow F_e - mg = 0 \Rightarrow kx = mg \Rightarrow 20x = 2 \times 10 \Rightarrow x = \frac{20}{20} = 1 \text{ cm}$$

$$L = L_0 + x = 13 \text{ cm}$$

ب) آسانسور با سرعت ثابت $s = 2 \text{ m/s}$ رو به پایین در حرکت است. هنگامی که سرعت آسانسور ثابت است شتاب حرکت برابر با صفر است. در نتیجه همانند قسمت (الف) طول فنر برابر با 13 cm خواهد شد.



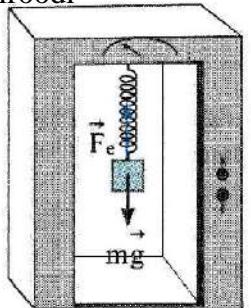
پ) آسانسور با شتاب ثابت $a = 2 \text{ m/s}^2$ از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کند.

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow F_e - mg = -ma \Rightarrow F_e = m(g - a) \Rightarrow kx = m(g - a)$$

$$\Rightarrow 20x = 2(10 - 2) \Rightarrow 20x = 16 \Rightarrow x = 0.8 \text{ cm}$$

$$L = L_0 + x = 12.8 \text{ cm}$$

ت) اساسور با ستار ثابت 270m/s از حال سکون رو به بالا شروع به حرارت کند.



$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = m(g + a) \Rightarrow kx = m(g + a)$$

$$\Rightarrow 20x = 2(10 + 2) \Rightarrow x = 1 / 2\text{cm}$$

$$L = L_0 + x = 13 / 2\text{cm}$$

برای یک راننده دانستن کل مسافت توقف خودرو اهمیت دارد. همان طور که شکل نشان می‌دهد کل مسافت توقف، دو قسمت دارد؛ مسافت واکنش (مسافتی که خودرو از لحظه دیدن مانع تا ترمز گرفتن طی می‌کند) و مسافت ترمز (مسافتی که خودرو از لحظه ترمز گرفتن تا توقف کامل طی می‌کند).



ب) زمان واکنش راننده‌ای 0.6s است. در طی این زمان، خودرو مسافت 18m را طی می‌کند. با فرض ثابت بودن سرعت در این مدت، اندازه آن را حساب کنید.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{18}{0.6} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پ) اگر در این سرعت راننده ترمز کند و خودرو پس از 5s متوقف شود، مسافت ترمز و شتاب خودرو را حساب کنید. خودرو پس از چند ثانیه می‌ایستد، بنابراین سرعت نهایی آن برابر با صفر است. با توجه به ثابت بودن شتاب می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0 + 30}{2} \times 5 = 75\text{m}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 30}{5} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ت) وقتی خودرو ترمز می‌کند، نیروی خالص وارد بر آن چقدر است؟ جرم خودرو 1500kg فرض کنید.

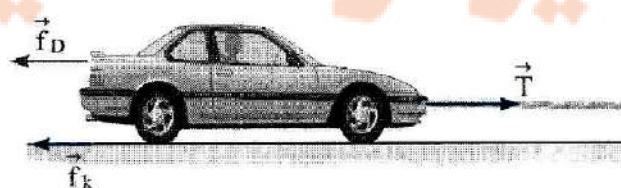
با در نظر گرفتن جهت مثبت محور x در جهت حرکت خودرو با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} = 1500 \times (-6) = -9000\text{N}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که نیرو در خلاف جهت حرکت خودرو به آن وارد می‌شود.

یک خودروی باری با طناب افقی محکمی، یک خودروی سواری به جرم 1500kg را می‌کشد. نیروی اصطکاک و مقاومت هوا در مقابل حرکت خودروی سواری 220N و 380N است.

الف) اگر سرعت خودرو ثابت باشد نیروی کشش طناب چقدر است؟



$$f_k = 220\text{N}, f_D = 380\text{N}, T = ?$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} = \vec{0} \Rightarrow T - (f_D + f_k) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow T = f_D + f_k = 380 + 220 = 600\text{N}$$

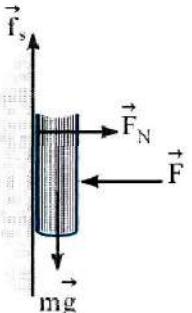
نیروهای موقت

ب) اگر خودرو با شتاب ثابت $s/m = 2$ به طرف راست کشیده شود، نیروی کشش طناب چقدر است؟

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{ma} \Rightarrow T - (f_D + f_k) = ma \Rightarrow T = (f_D + f_k) + ma = 600 + (1500 \times 2) = 3600 \text{ N}$$

(۱۵) کتابی را مانند شکل با نیروی عمودی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.

الف) نیروهای وارد بر کتاب را رسم کنید.



ب) اگر جرم کتاب $5/2 \text{ kg}$ باشد، اندازه نیروی اصطکاک را به دست آورید.

با توجه به اینکه کتاب ساکن است، برايند نیروها در راستای افقی و عمودی برابر صفر در نتیجه در راستای قائم می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{0} \Rightarrow f_s - mg = \vec{0} \Rightarrow f_s = mg = 2/5 \times 10 = 25 \text{ N}$$

پ) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم، آیا نیروی اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیروهایی افزایش می‌یابد؟

خیر، زیرا نیروی اصطکاک با نیروی وزن جسم برابر است. نیروی F در راستای افقی بر جسم اثر می‌گذارد بنابراین با افزایش F ، نیروی عمودی سطح (F_N) افزایش می‌یابد.

(۱۶) توپی به جرم 280 g با تندی $s/m = 15$ به طور افقی به بازیکن نزدیک می‌شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می‌زند

و باعث می‌شود توپ با تندی $s/m = 22$ در جهت مخالف برگردد.

الف) اندازه تغییر تکانه توپ را محاسبه کنید.

جهت مشت محور x را در جهت حرکت اولیه توپ در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$v_1 = (15 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \vec{i}, v_2 = (-22 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \vec{i}, m = 0.28 \text{ kg}$$

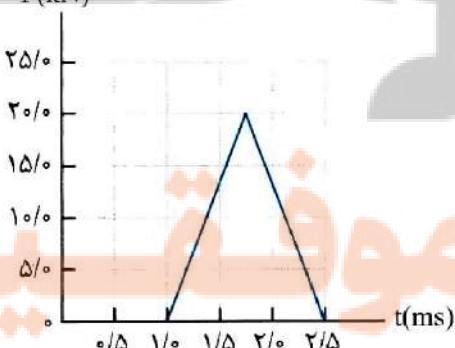
$$\vec{p} = m \vec{v} \Rightarrow \vec{\Delta p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m(v_2 - v_1) = 0.28 \times (-22\vec{i} - 15\vec{i}) = 0.28(-37\vec{i}) = (-10/36 \text{ kg}) \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{i}$$

بنابراین اندازه تغییر تکانه برابر است با:

ب) اگر مشت بازیکن $s/m = 600$ با توپ در تماس باشد، اندازه نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ را به دست آورید.

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{10/36}{0/06} = 172/6$$

$F(\text{kN})$



(۱۷) شکل زیر منحنی نیروی خالص برحسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. تغییر تکانه توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را به دست آورید.

می‌دانیم سطح زیر نمودار نیرو- زمان برابر با تغییر تکانه است، بنابراین:

$$\Delta p = S_{\text{مثلث}} = \frac{(1/5 \times 10^{-3}) \times (20 \times 10^3)}{2} = 15 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای محاسبه نیروی خالص متوسط وارد بر توپ می‌توان نوشت:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{15}{1/5 \times 10^{-3}} = 10^4 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

دو جسم در فاصله 20.0 m از هم، یکدیگر را با نیروی کوانتی نوچک $N = 1.0 \times 10^{-10}$ جذب می‌کنند. اگر جرم یکی از اجسام

۱۸) 50.0 kg باشد، جرم جسم دیگر چقدر است؟

$$r = 20\text{ m}, F = 1 \times 10^{-10}\text{ N}, m_1 = 50\text{ kg}, G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}, m_2 = ?$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow m_2 = \frac{Fr^2}{Gm_1} = \frac{10^{-10} \times (20)^2}{6.67 \times 10^{-11} \times 50} = 1.2 \times 10^3 \text{ kg}$$

۱۹) (الف) در چه ارتفاعی از سطح زمین، وزن یک شخص به نصف مقدار خود در سطح زمین می‌رسد؟

$$W' = G \frac{mM_e}{(R_e + h)^2} \quad \text{وزن شخص در ارتفاع } h \text{ از سطح زمین}$$

$$W = G \frac{mM_e}{R_e^2} \quad \text{وزن شخص در سطح زمین}$$

$$W' = \frac{1}{2} W \Rightarrow \frac{GmM_e}{(R_e + h)^2} = \frac{1}{2} \frac{GmM_e}{R_e^2} \Rightarrow 2R_e^2 = (R_e + h)^2 \Rightarrow \sqrt{2} R_e = (R_e + h)$$

$$\Rightarrow h = (\sqrt{2} - 1)R_e = (\sqrt{2} - 1) \times 6400 = 2650\text{ km}$$

ب) اگر جرم ماهواره‌ای 25.0 kg باشد، وزن آن در ارتفاع 36000 کیلومتری از سطح زمین چقدر خواهد شد؟

$$(M_e = 5.98 \times 10^{24}\text{ kg} \text{ و } R_e = 6400\text{ km})$$

$$r = R_e + h \Rightarrow r = 6400 + 36000 = 42400\text{ km} = 4.24 \times 10^7\text{ m}$$

$$W = G \frac{mM_e}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{25.0 \times 5.98 \times 10^{24}}{(4.24 \times 10^7)^2} = 55/5\text{ N}$$

۲۰) (الف) شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین چقدر است؟

$$M_{\text{خورشید}} = 1.99 \times 10^{30}\text{ kg} \text{ و } M_{\text{ماه}} = 7.36 \times 10^{22}\text{ kg}$$

$$= 149 / 6 \times 10^9\text{ km} \quad \text{فاصله زمین تا خورشید}$$

$$= 3.84 \times 10^8\text{ km} \quad \text{فاصله زمین تا ماه}$$

با توجه به اینکه نیروی گرانشی وارد بر جسمی به جرم m برابر با وزن جسم ($W = mg$) است. بنابراین شتاب گرانشی ناشی از جرم M و فاصله r از آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = mg \Rightarrow G \frac{Mm}{r^2} = mg \Rightarrow g = \frac{GM}{r^2}$$

در نتیجه شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین برابر است با:

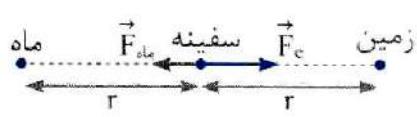
$$g_{\text{خورشید}} = \frac{M_{\text{خورشید}} \times G}{r^2} = \frac{1.99 \times 10^{30} \times 6.67 \times 10^{-11}}{(149 / 6 \times 10^9)^2} = 5.93 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

ب) شتاب گرانشی ناشی از ماه در سطح زمین چقدر است؟

$$g_{\text{ماه}} = \frac{M_{\text{ماه}} \times G}{r^2} = \frac{7.36 \times 10^{22} \times 6.67 \times 10^{-11}}{(3.84 \times 10^8)^2} = 3.33 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

تلاشی در مهندسی

الف) سفینه‌ای به جرم 10^4 kg در وسط فاصله بین زمین و ماه قرار دارد. نیروی گرانشی خالصی را که از طرف زمین و ماه به این سفینه در این مکان وارد می‌شود به دست آورید (از داده‌های مسئله‌های قبل استفاده کنید).



سفینه، ماه و زمین را به صورت ذره در نظر می‌گیریم:

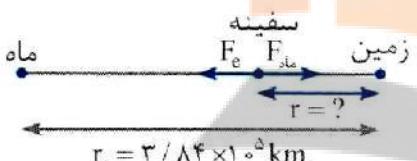
$$r = \frac{1}{2} \times 3/84 \times 10^8 = 1/92 \times 10^8 \text{ m}$$

بنابراین با توجه به شکل داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_e + \vec{F}_{\text{ماه}} = F_e - F_{\text{ماه}} = G \frac{M_e m}{r^2} - G \frac{M_{\text{ماه}} m}{r^2} = G \frac{m}{r^2} (M_e - M_{\text{ماه}})$$

$$= 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{3 \times 10^{24}}{(1/92 \times 10^8)^2} (5/98 \times 10^{24} - 7/36 \times 10^{22}) = 320/6 \text{ N}$$

ب) در چه فاصله‌ای از زمین، نیروی گرانشی ماه و زمین بر سفینه، یکدیگر را خنثی می‌کنند؟



$$\begin{aligned} F_{\text{net}} = 0 &\Rightarrow F_{\text{ماه}} = F_e \Rightarrow G \frac{mM_e}{r^2} = G \frac{mM_{\text{ماه}}}{(r_0 - r)^2} \Rightarrow \left(\frac{r_0 - r}{r}\right)^2 = \frac{M_{\text{ماه}}}{M_e} \Rightarrow \frac{r_0 - r}{r} = \sqrt{\frac{M_{\text{ماه}}}{M_e}} \\ &\Rightarrow \frac{r_0 - r}{r} = \sqrt{\frac{7/36 \times 10^{22}}{5/98 \times 10^{24}}} = 1/111 \Rightarrow 1/111r = r_0 \Rightarrow r = \frac{r_0}{1/111} - \frac{r_0 = 3/84 \times 10^8 \text{ km}}{1/111} \Rightarrow r = 3/46 \times 10^8 \text{ km} \end{aligned}$$



صفحه ۵۵ کتاب درسی

پرسش (۱-۳)

بسامد ضربان قلب مربوط به نمودار شکل ۲-۳ چقدر است؟

دوره تناوب ضربان قلب $T = ۰/۹۲\text{s}$ است؛ بنابراین برای محاسبه فرکانس (بسامد) ضربان قلب می‌توان نوشت:

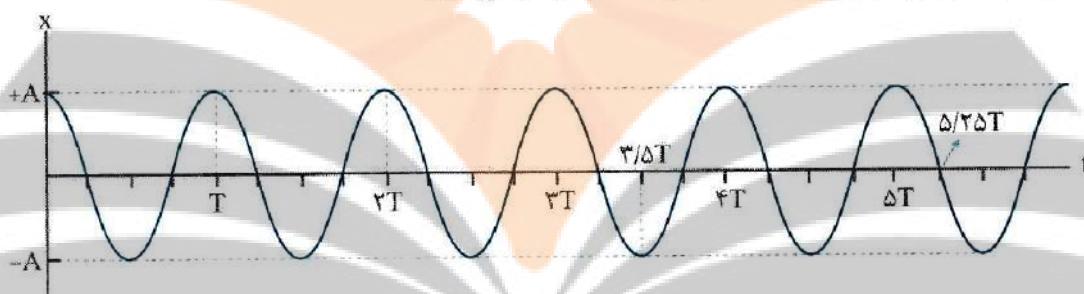
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0/92} = \frac{100}{92} = 1/0.8\text{Hz}$$

صفحه ۵۶ کتاب درسی

تمرین (۱-۴)

ذره‌ای در حال نوسان هماهنگ ساده با دوره تناوب T است. با فرض اینکه در $t=۰$ ذره در $x=+A$ باشد، تعیین کنید در هر یک از لحظات زیر، آیا ذره در $x=-A$ ، در $x=+A$ ، یا در $x=۰$ خواهد بود؟ (الف) $t=۲/۰۰T$ ، (ب) $t=۳/۵۰T$ ، (پ) $t=۵/۲۵T$ (راهنمایی: برای پاسخ به این تمرین، ساده‌تر آن است که چند دوره از این نمودار کسینوسی را رسم کنید).

روش اول: نمودار مکان-زمان را برای مدت زمان ۶ دوره رسم می‌کنیم:



(الف) $t=۲T \Rightarrow x=A$

(ب) $t=۳/۵T \Rightarrow x=-A$

(پ) $t=۵/۲۵T \Rightarrow x=۰$

روش دوم: با استفاده از معادله مکان-زمان در حرکت هماهنگ ساده ($x(t) = A \cos \omega t = A \cos(\frac{2\pi}{T} t)$) داریم:

(الف) $t=۲T \Rightarrow x(2T) = A \cos(\frac{2\pi}{T} \times 2T) = A \cos \cancel{4\pi} = A$

(ب) $t=۳/۵T \Rightarrow x(3/5T) = A \cos(\frac{2\pi}{T} \times 3/5T) = A \cos \cancel{-1} = -A$

(پ) $t=۵/۲۵T \Rightarrow x(5/25T) = A \cos(\frac{2\pi}{T} \times 5/25T) = A \cos(11/5\pi) = A \cos \cancel{2\pi} \frac{\pi}{2} = 0$

صفحه ۵۶ کتاب درسی

تمرین (۱-۴)

در حرکت هماهنگ ساده، مکان $x(t)$ باید پس از گذشت یک دوره تناوب برابر مقدار اولیه‌اش شود. یعنی اگر $x(t)$ مکان در زمان دلخواه t باشد، آن گاه نوسانگر باید در زمان $t+T$ دوباره به همان مکان بازگردد و بنابراین $A \cos \omega t = A \cos \omega(t+T)$ باید باشد. آن گاه نوسانگر باید در زمان $t+T$ دوباره به همان مکان بازگردد و بنابراین $(A \cos \omega t) = (A \cos \omega(t+T)) \Rightarrow A \cos \omega t = A \cos \omega(t+T) \Rightarrow A \cos \omega t = A \cos(\omega t + \omega T) \Rightarrow \omega t + \omega T = 2k\pi + \omega t$.

$$A \cos \omega t = A \cos \omega(t+T) \Rightarrow A \cos \omega t = A \cos(\omega t + \omega T) \Rightarrow \omega t + \omega T = 2k\pi + \omega t$$

$$\Rightarrow \omega T = 2k\pi \xrightarrow{k=1} \omega = \frac{2\pi}{T}$$

آونگ‌های بارتون: یک آونگ با وزنه سنگین و تعدادی آونگ سبک با طول‌های متفاوت را مطابق شکل سوار کنید. آونگ‌ها روی نخی سوار شده‌اند که هر دو انتهای آن توسط گیره‌هایی به تخته آویز متصل شده است. به آونگ سنگین اصطلاحاً آونگ وادارنده گفته می‌شود، زیرا به نوسان درآوردن این آونگ در صفحه عمود بر صفحه شکل، موجب تاب خوردن نخ آویز و در نتیجه به نوسان واداشتن سایر آونگ‌ها می‌شود. آونگ وادارنده را به نوسان درآورید و آنچه را مشاهده می‌کنید توضیح دهید.

با انجام این فعالیت مشاهده می‌کنیم که آونگی که با آونگ وادارنده هم طول است با دامنه بسیار بزرگ‌تری نسبت به دیگر آونگ‌ها به نوسان در می‌آید، زیرا بسامد طبیعی این آونگ و آونگ وادارنده با هم برابر است و در نتیجه پدیدهٔ تشدید رخ می‌دهد و با دامنه بیشتری نوسان می‌کند.

صفحه ۶۱ کتاب درسی

تمرین (۳-۳)

طول تعدادی آونگ ساده که از میله‌ای افقی آویزان‌اند، عبارت‌اند از، $0/40m$ ، $0/80m$ ، $1/2m$ ، $2/8m$ ، $3/5m$. فرض کنید میله دستخوش نوسان‌هایی افقی با بسامد زاویه‌ای در گستره $2/0\text{ rad/s}$ تا $4/0\text{ rad/s}$ بشود. کدام آونگ‌ها با دامنه بزرگ‌تری به نوسان در می‌آیند؟ (توجه کنید گرچه تشدید در بسامد مشخصی رخ می‌دهد، اما دامنه نوسان در نزدیک این بسامد همچنان بزرگ است).

می‌دانیم دورهٔ تناوب آونگ ساده با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ محاسبه می‌شود؛ بنابراین با توجه به رابطه بین دورهٔ

تناوب و بسامد زاویه‌ای ($\omega = \frac{2\pi}{T}$)، بسامد زاویه‌ای آونگ ساده برابر با $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ خواهد بود. در نتیجه کافی است

بسامد زاویه‌ای هر آونگ را با استفاده از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ به دست آورdim و با گستره بسامد زاویه‌ای میله مقایسه کنیم.

$$L_1 = 0/4m \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{10}{0/4}} = 5\text{ rad/s}, \omega_1 > 4\text{ rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد.}$$

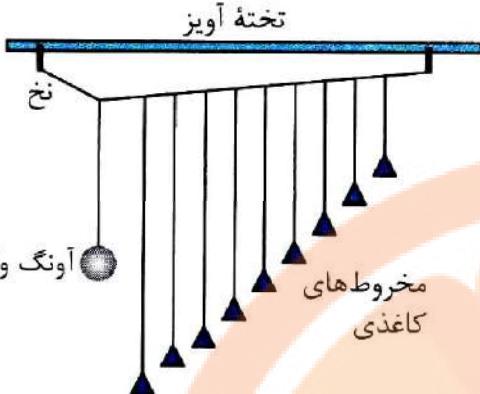
$$L_2 = 0/8m \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{10}{0/8}} = 3.5\text{ rad/s}, 2\text{ rad/s} < \omega_2 < 4\text{ rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ می‌دهد.}$$

$$L_3 = 1/2m \Rightarrow \omega_3 = \sqrt{\frac{10}{1/2}} = 2/89\text{ rad/s}, 2\text{ rad/s} < \omega_3 < 4\text{ rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد.}$$

$$L_4 = 2/8m \Rightarrow \omega_4 = \sqrt{\frac{10}{2/8}} = 1/89\text{ rad/s}, \omega_4 < 2\text{ rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد.}$$

$$L_5 = 3/5m \Rightarrow \omega_5 = \sqrt{\frac{10}{3/5}} = 1/69\text{ rad/s}, \omega_5 < 2\text{ rad/s} \Rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد.}$$

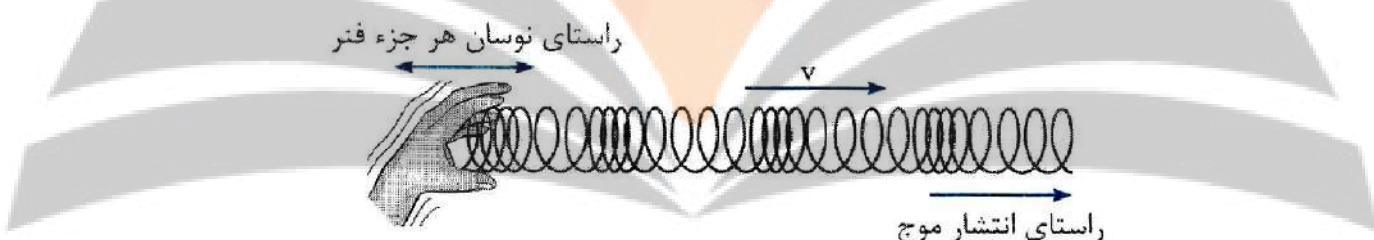
بنابراین آونگ‌های با طول $0/8m$ و $1/2m$ با دامنه بزرگ‌تری به نوسان درمی‌آیند.



تلاش در مسابقات

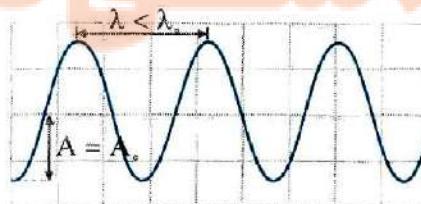
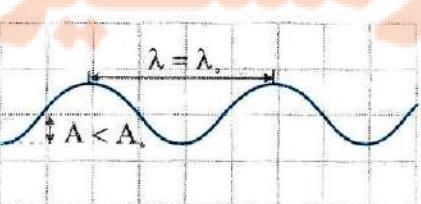
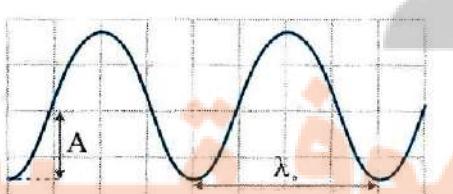
در پی زمین‌لرزه عظیمی (به بزرگی ۸/۱ در مقیاس ریشترا) که در ساحل غربی مکزیک در سال ۱۹۸۵ اتفاق افتاد ساختمان‌های نیمه بلند فرو ریختند، ولی ساختمان‌های کوتاه‌تر و بلندتر پابرجا ماندند. علت این پدیده را توضیح دهید. در هنگام زمین‌لرزه، ساختمان‌ها مانند یک نوسانگر به نوسان در می‌آیند. با توجه به اینکه بسامد طبیعی یک نوسانگر به مشخصات فیزیکی آن از جمله طول نوسانگر (ارتفاع ساختمان) وابسته است؛ پدیده تشديد برای یک فرانکس مشخص (بسامد امواج زمین‌لرزه) در گستره مشخصی از طول نوسانگر (ارتفاع ساختمان) رخ می‌دهد. بنابراین در هنگام وقوع زمین‌لرزه، ساختمان‌هایی که ارتفاع آنها خارج از این گستره قرار می‌گیرد، نوسان‌های کم‌دامنه‌ای انجام می‌دهند و از خطر فروریختن در امان می‌مانند.

همان‌طور که گفته‌یم یکی از ویژگی‌های موج پیش‌رونده انتقال انرژی از یک نقطه به نقطه دیگر، در جهت انتشار موج است. با در نظر گرفتن یک تپ طولی در یک فنر بلند کشیده شده، این ویژگی را توضیح دهید.



همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، با انتشار و حرکت یک تپ طولی در جهت راست، هر حلقه فنر هم‌راستا با حرکت تپ به چپ و راست نوسان می‌کند طوری که ناحیه‌های جمع‌شدگی و بازشدگی در فنر به وجود می‌آید. با توجه به اینکه تغییر طول فنر (فرشده یا کشیده شدن فنر) باعث ذخیره شدن انرژی پتانسیل کشسانی در فنر می‌شود، با حرکت تپ در طول فنر، این انرژی در طول فنر و در جهت انتشار تپ منتقل می‌شود.

شکل رو به رو موجی عرضی را نشان می‌دهد. دامنه و طول موج هر کدام از شکل موج‌های (الف)، (ب)، و (پ) را با دامنه و طول موج این شکل مقایسه کنید.



(پ)

(ب)

(الف)

در سازهای زهی همانند تار، کمانچه و گیتار با سفت یا شل کودن تار، تندي انتشار موج عرضی در تار تغییر می‌کند. در یک گیتار طول هر تار بین دو انتهای ثابت 628 m است. برای نواختن بالاترین بسامد، جرم تار 208 g و برای نواختن پایین‌ترین بسامد، جرم تار 32 g است. تارها تحت کششی برابر 226 N قرار دارند. تندي انتشار موج برای ایجاد این دو بسامد چقدر است؟ برای نواختن بالاترین بسامد داریم:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0.208 \times 10^{-3}}{0.628} = 3.2 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

ابتدا چگالی خطی جرم تارها را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{226}{3.2 \times 10^{-4}}} = 8.27 \times 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون می‌توان تندي انتشار موج در یک تار را محاسبه نمود:

$$L = 0.628\text{ m}, m = 3.2 \times 10^{-3} \text{ kg}, F = 226\text{ N}, v = ?$$

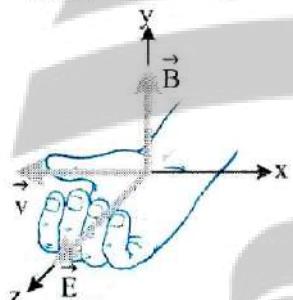
همچنین برای نواختن پایین‌ترین بسامد داریم:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{3.2 \times 10^{-3}}{0.628} = 5.2 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{226}{5.2 \times 10^{-4}}} = 6.53 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پرسش (۳-۵)

در یک لحظه خاص، میدان الکتریکی مربوط به یک موج الکترومغناطیسی در نقطه‌ای از فضا در جهت z و میدان مغناطیسی مربوط به آن در جهت y است. جهت انتشار در کدام سو است؟ (جهت‌های x ، y و z را مانند شکل ۲۰-۳ در نظر بگیرید).



طبق قاعده دست راست برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی، اگر چهار انگشت دست را در جهت میدان الکتریکی \vec{E} بگیریم به نحوی که جهت خم شدن چهار انگشت دست، جهت میدان مغناطیسی \vec{B} را نشان دهد، آنگاه جهت شست، جهت انتشار موج است. در نتیجه جهت انتشار موج در خلاف جهت محور x است.

تمرین (۳-۵)

طول آتنن یک گوشی تلفن همراه قدیمی معمولاً $\frac{1}{4}$ طول موج دریافتی است. اگر طول چنین آتننی تقریباً برابر 8 cm باشد. بسامدی را که این گوشی با آن کار می‌کند تعیین کنید.

$$L_{\text{آتن}} = \frac{1}{4}\lambda = 8/5\text{ cm} \Rightarrow \lambda = 8/5 \times 4 = 32\text{ cm} = 0.32\text{ m}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{0.32} \approx 8.8 \times 10^8 \text{ Hz}$$

فعالیت (۳-۴)

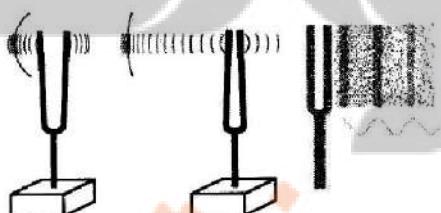
مطابق شکل رو به رو (شکل صفحه ۷۶ کتاب درسی) یک گوشی تلفن همراه را در یک محفظه تخليه هوای شیشه‌ای آویزان کنید. با برقراری تماس با گوشی، صدای آن را خواهید شنید. ولی با به کار افتدن پمپ تخليه هوای صدا به تدریج ضعیف و سرانجام خاموش می‌شود. در حالی که امواج الکترومغناطیسی همچنان به گوشی می‌رسند. از این آزمایش چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ امواج صوتی برای انتشار نیاز به یک محیط مادی مانند هوای سطح مایعات یا جامدات دارند به همین علت با از بین رفتن محیط مادی منتشر نمی‌شوند. اما امواج الکترومغناطیسی برای انتشار نیازی به محیط مادی ندارند.

در مورد نواحی اصلی طیف امواج الکترومغناطیسی، چگونگی تولید و کاربردهای آنها تحقیق کنید.

نام و حدود طول موج	روش تولید	کاربرد
پرتو گاما (γ) 1pm	تشعشعات هسته مواد رادیواکتیو و واپاشی هسته‌ای	از بین بردن بافت‌های سرطانی، پیدا کردن ترک در فلزات، ضدغوفنی کردن تجهیزات و وسائل
پرتو ایکس (X) 100pm	بمباران هدفی فلزی توسط باریکه‌ای از الکترون‌های سریع	استفاده در پرتو نگاری، استفاده در مطالعه ساختار بلورها، معالجه بیماری‌های یوستی، استفاده در پرتو درمانی
پرتو فرابنفش (uv) 10nm	عبور دادن جریان الکتریکی از کمی جیوه تبخیرشده یا سایر گازهای مشابه	لامپ‌های uv در پزشکی
نور مرئی 380nm - 750nm	یونیزه شدن ماده به شیوه قوس یا تخلیه الکتریکی تشعشعات اجسام داغ	استفاده در سیستم‌های مخابراتی (لیزر و تارهای نوری)
فروسرخ 100μm	گرم کردن اجسام	برای گرم کردن، فیلمبرداری و عکاسی در مه و تاریکی، عکاسی IR توسط ماهواره‌ها
رادیویی 1m - 1 ⁸ m	استفاده از مدارهای الکتریکی	در آشپزی، رادیو، تلویزیون، مخابرات ماهواره‌ای و در رادارها برای آشکارسازی هواپیما، موشک و کشتی

پرسش (۴-۳)

الف) چگونگی ایجاد صوت توسط دیاپازون را توضیح دهید.



دیاپازون وسیله‌ای فلزی دارای دو شاخه است که انتهای آنها به یک پایه مشترک وصل شده است. وارد شدن ضربه به یکی از شاخه‌ها، باعث ارزش شاخه‌ها در خلاف جهت هم می‌شود. بالریزش شاخه‌ها مولکول‌های هوای اطراف شاخه‌ها نیز به حرکت و ادراسته می‌شوند و با ارتعاشات خود موجب تولید صدا می‌شوند.

ب) به نظر شما چه ساز و کاری موجب صدای وزوز حشرات هنگام پرواز می‌شود؟

بال زدن حشرات باعث ایجاد آشفتگی در هوا و تولید موج صوتی می‌شود. صدای وزوز ایجاد شده به علت سرعت زیاد بال زدن آنهاست که باعث ایجاد صوت با فرکانس نسبتاً زیاد می‌شود. مثلاً مگس در هر ثانیه ۳۵۰ بار، زنبور عسل ۴۵۰ بار و پشه ۶۰۰ بار بال می‌زنند.

شخصی با چکش به انتهای یک میله باریک بلندی ضربه‌ای می‌زند. تندی صوت در این میله ۱۵ برابر تندی صوت در هوا است. شخص دیگری که گوش خود را نزدیک به انتهای دیگر میله گذاشته است، دو صدا را که یکی از میله می‌آید و دیگری از هوا اطراف میله، با اختلاف زمانی 12 ms می‌شنود. اگر تندی صوت در هوا 340 m/s باشد، طول میله چقدر است؟

$$v_1 = \frac{340}{s} \quad \text{تندی صوت در هوا}$$

$$v_2 = \frac{5100}{s} = 15v_1 = 15 \times 340 = 5100 \text{ m/s} \quad \text{تندی صوت در میله}$$

t_1 : مدت زمان عبور صوت از روی میله

$t_2 = t_1 - 0.012$: مدت زمان عبور صوت از داخل میله

با توجه به اینکه هر دو موج طول میله (L) را طی می‌کنند، داریم:

$$L = vt \Rightarrow v_1 t_1 = v_2 t_2 \Rightarrow y_1 t_1 = 15 y_2 (t_1 - 0.012) \Rightarrow t_1 = 15 t_2 - 0.012 \Rightarrow t_1 = \frac{9}{70} \text{ s}$$

حالا برای محاسبه طول میله کافی است مدت زمان عبور صوت از میله را در سرعت صوت در هوا ضرب کنیم.

$$L = v_1 t_1 = 340 \times \frac{9}{70} = 43.7 \text{ m}$$

با زیاد کردن صدای تلویزیونی، شدت صوتی که به گوش ما می‌رسد 100 برابر می‌شود. تراز شدت صوتی که می‌شنویم چند دسی‌بل افزایش یافته است؟

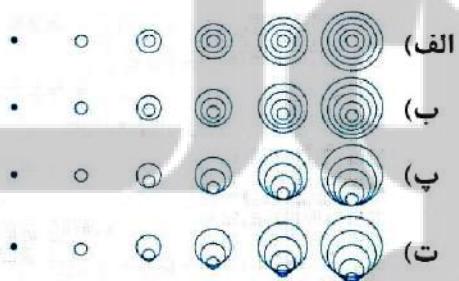
$$I_2 = 100 I_1$$

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = (10 \text{ dB}) (\log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) - \log \left(\frac{I_1}{I_1} \right)) = (10 \text{ dB}) \log \frac{100}{1} = (10 \text{ dB}) \log 10^2 = 20 \text{ dB}$$

تراز شدت صورت، 20 dB افزایش می‌باید. $\Rightarrow \beta_2 = \beta_1 + 20 \text{ dB}$

در هر ردیف شکل رو به رو، جبهه‌های موج متوالی حاصل از یک چشم را می‌بینید.

الف) تندی چشمه‌ها را با هم مقایسه کنید.

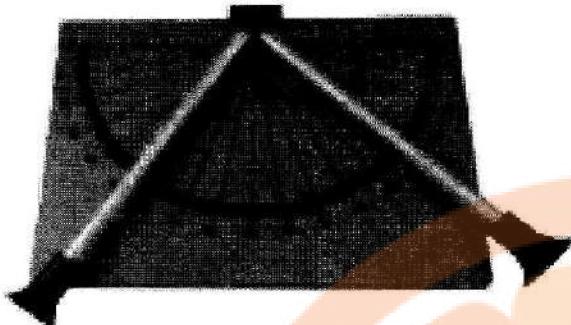


در ردیف الف، فاصله بین جبهه‌های موج در تمام جهات با هم برابر است، بنابراین چشم ساکن است. در ردیف‌های ب، پ و ت، تجمع جبهه‌های موج در قسمت پایین چشم بیشتر از قسمت بالای چشم است بنابراین هر سه چشم به سمت پایین حرکت می‌کنند. هنگام حرکت یک چشم تولید موج هر چه تندی حرکت چشم بیشتر باشد، فاصله بین جبهه‌های موج در پشت چشم

(خلاف جهت حرکت) بیشتر می‌شود. بنابراین تندی چشمه‌ها به این صورت است: $\text{الف} > \text{ب} > \text{پ} > \text{ت}$

ب) تندی هر چشم را با تندی صوت مقایسه کنید.

بنابراین اگر تندی چشم و صوت برابر باشند، چشم روی جبهه‌های موج حرکت می‌کند و شکل جبهه‌های موج به صورت دایره‌های مماس خواهد بود. اگر تندی چشم بیشتر از صوت باشد، چشم از جبهه‌های موج جلو می‌افتد و اگر تندی چشم از تندی موج کمتر باشد چشم از جبهه‌های موج عقب می‌افتد در نتیجه: $\text{ب} > \text{پ} > \text{ت} = \text{صوت} > \text{ب}$



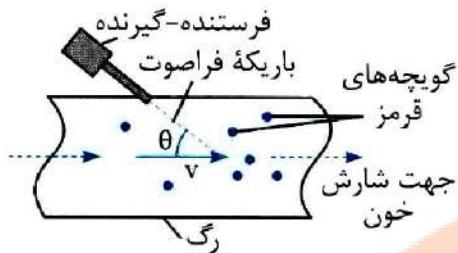
نمایشی از اسباب آزمایش بازتاب صوت

عبور کرده و پس از بازتاب از دیواره، از لوله دوم منعکس می‌شود و با عبور از لوله دوم وارد دهانه گوشی شده و شنیده می‌شود. برای جلوگیری از انتشار صوت به طور مستقیم از منبع به شنونده می‌توان مانعی روی گیره‌ها نصب نمود. اگر لوله دوم را به دوران در بیاوریم متوجه می‌شویم در زاویه معینی صوت شنیده شده از گوشی بیشترین بلندی را دارد. با ثابت نمودن مکان لوله دوم در این حالت و بررسی زاویه لوله ورودی و خروجی با خط عمود بر سطح مانع مشخص می‌شود که در این حالت زاویه تابش و بازتابش با هم برابر هستند.

صفحه ۷۸ کتاب درسی

درباره میکروفون سهموی که از آن برای ثبت صدای ضعیف و دستگاه لیتوتریپسی که از آن برای شکستن سنگ‌های کلیه، با کمک بازتابنده‌های بیضوی استفاده می‌شود تحقیق کنید.

یکی از ویژگی‌های مهم سطوح سهموی این است که اگر یک چشمۀ موج (مکانیکی یا الکترومغناطیسی) در کانون آن قرار داشته باشد، امواج تولیدشده پس از بازتاب از سطح داخلی سهموی به صورت موازی با هم در فضا منتشر می‌شوند. همچنین اگر امواج به صورت موازی به سطح داخلی سهموی بخورد کنند، در کانون سهموی متمرکز می‌شوند. براین اساس می‌توان برای دریافت امواجی که چشمۀ تولید آنها در فاصله دوری قرار دارد و امواج تولیدشده توسط آنها تقویتاً به صورت موازی با هم منتشر می‌شوند و همچنین امواجی که شدت آنها کم است از بازتابنده‌های سهموی استفاده کرد. در این بازتابنده‌ها، گیرنده موج را در کانون سهموی قرار می‌دهند تا شدت موجی که به آن می‌رسد تقویت شود. نوعی از این بازتابنده‌ها که در صدابرداری‌های خاص از آن استفاده می‌شود میکروفون سهموی است. این نوع میکروفون معمولاً برای ضبط صدای طبیعت، صدای میدان برای گزارشات ورزشی، استراق صمع، جاسوسی و... استفاده می‌شود. نوع دیگری از بازتاب‌دهنده‌ها، بازتاب‌دهنده‌های بیضوی هستند که بر اساس ویژگی‌های بازتابی سطوح بیضوی می‌توانند امواجی را که در یکی از کانون‌های بیضوی تولید شده‌اند، در کانون دیگر بیضوی متمرکز کنند. از این بازتاب‌دهنده‌ها در درمان سنگ کلیه توسط تکنولوژی ESWH به عنوان روش سنگ شکنی برون اندامی مؤثر و نسبتاً بی‌خطر استفاده می‌شود. در دستگاه لیتوتریپسی امواج شوک توسط منبع انرژی به سه طریق مختلف انرژی الکتروهیدرولیک، بیزوالکتریک یا الکترومغناطیسی تولید می‌شوند. امواج شوک تولیدی در نقطه کانون اول بازتابنده بیضوی در خارج از بدن ایجاد می‌شوند و سپس به کانون دوم بیضوی که در داخل بدن بیمار است و بر روی سنگ کلیه تنظیم شده است هدایت می‌شوند. امواج شوک در این ناحیه کانونی متمرکز شده، بر سطح سنگ ضربه زده و آن را می‌شکاند.



اندازه‌گیری تندی شارش خون: از مکانیابی پژواکی به همراه اثر دوبلرمی توان برای تعیین تندی شارش خون (گویچه‌های قرمز) در رگ‌ها استفاده کرد. در مورد چگونگی این فناوری تحقیق کنید.

در اندازه‌گیری تندی شارش خون به روش دوبلر، ابتدا یک سیگنال فراصوت به داخل خون فرستاده می‌شود. این سیگنال به وسیله گویچه‌های قرمز که در خون حرکت دارند، بازتابیده می‌شود و پژواک این سیگنال توسط گیرنده دریافت می‌شود. بسته به اینکه تندی حرکت گویچه‌های قرمز چه مقدار باشد، بسامد سیگنال دریافتی با سیگنال ارسالی اندازی تفاوت خواهد داشت. با مقایسه بسامد این دو موج می‌توان تندی حرکت گویچه‌های قرمز خون و در نتیجه تندی شارش خون را در رگ‌ها به دست آورد.

تمرین (۸-۳) صفحه ۷۹ کتاب درسی

کمترین فاصله بین شما و یک دیوار بلند چقدر باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تمیز دهید؟ تندی صوت در $\frac{m}{s}$ ۳۴۰ در نظر بگیرید.

اگر تأخیر زمانی بین صوت و پژواک آن بیشتر از $1s = 0$ باشد شنونده می‌تواند پژواک را از صوت مستقیم تشخیص دهد. بنابراین حداقل زمان لازم برای رفت و برگشت صوت باید $1s = 0$ باشد. اگر فاصله شخص با دیوار را برابر x و زمان لازم جهت رسیدن صوت به دیوار را t بنامیم به ازای $s = vt$ (زمان رفت و برگشت)، خواهیم داشت:

$$2x = v(t) \Rightarrow 2x = (340)(t) \Rightarrow x = 17m$$

صفحة ۸۰ کتاب درسی

فعالیت (۱۰-۳)

رادار دوبلری: از امواج الکترومغناطیسی نیز می‌توان برای مکانیابی پژواکی استفاده کرد. در این مورد و کاربرد آن به خصوص در تعیین تندی خودروها تحقیق کنید.

حسن استفاده از امواج الکترومغناطیسی آن است که این امواج جهت انتشار به محیط مادی نیاز ندارند و برخلاف امواج صوتی که اثر کلی آنها به حرکت منبع، ماده و ناظر بستگی دارد، در امواج الکترومغناطیسی تنها تفاوت سرعت بین ناظر و منبع حائز اهمیت است.

رادارها سیستم‌هایی هستند که از فرستنده‌ها برای تولید امواج الکترومغناطیسی از جمله امواج مایکروویو یا رادیویی استفاده می‌کنند.

رادار دوبلری وسیله‌ای است که با استفاده از اثر دوبلر سرعت اجسام در فواصل دور را مشخص می‌کند. در واقع رادار با ارسال سیگنال‌های رادیویی به سمت هدف موردنظر و دریافت انعکاس آن این کار را انجام می‌دهد. رادار دوبلری تغییرات فرکانس سیگنال منعکس‌کننده را نسبت به سیگنال اصلی آنالیز می‌کند و به این ترتیب اندازه دقیق تندی متحرک مورد نظر را نسبت به منبع رادار مشخص می‌کند.

اگر موج سینوسی از قسمت ضخیم طناب به قسمت نازک آن وارد شود، بسامد، تندی، و طول موج موج عبوری در مقایسه با موج فرودی چه تغییری می‌کند؟ بسامد موج از ویژگی‌های چشممه تولید موج است و به محیط انتشار آن وابسته نیست در نتیجه بسامد تغییری نمی‌کند. اما هنگام عبور موج از قسمت ضخیم به بخش نازک طناب، جرم واحد طول طناب کاهش می‌یابد پس با توجه به رابطه $\sqrt{\frac{F}{\mu}} = v$ ، تندی موج عبوری افزایش می‌یابد. بنابراین با ثابت ماندن بسامد، طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ طول موج نیز افزایش خواهد یافت.

در یک تشت موج به کمک یک نوسان‌ساز تیغه‌ای که با بسامد 5 Hz کار می‌کند، امواجی تخت ایجاد می‌کنیم، به طوری که فاصله بین دو برآمدگی متوالی آن برابر با 10 cm می‌شود. اگر اکنون برهای شیشه‌ای را در کف تشت قرار دهیم، امواج در ورود به ناحیه کم‌عمق بالای بره، شکست پیدا می‌کنند. اگر تندی امواج در ناحیه کم‌عمق، 40% برابر تندی در ناحیه عمیق باشد، طول موج امواج در ناحیه کم‌عمق چقدر می‌شود؟



فاصله بین دو برآمدگی متوالی برابر طول موج است، بنابراین در ابتدا طول موج برابر 10 cm است ($\lambda = 10\text{ cm}$). بنابراین برای محاسبه تندی موج داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f = 0/1 \times 5 = 0/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با قرارگیری بره شیشه‌ای، از عمق آب کاسته شده و تندی امواج، 40% برابر می‌شود. در نتیجه تندی نهایی و طول موج برابر است با:

$$v' = 0/4v = 0/4 \times 0/5 = 0/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda' = \frac{v'}{f} = \frac{0/2}{5} = 0/04 \text{ m} = 4\text{ cm}$$

در تمرین ۹-۳ با فرض اینکه زاویه تابش امواج برابر 30° باشد، زاویه شکست چقدر می‌شود؟

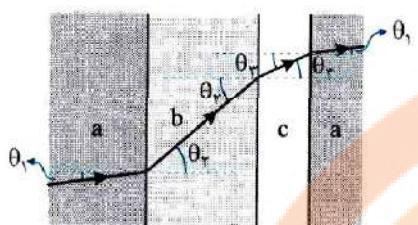
$$v_2 = 0/4v_1, \theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = ?$$

با استفاده از قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin 30^\circ} = \frac{0/4v_1}{v_1} \Rightarrow \sin \theta_2 = (\frac{1}{2})(0/4) = 0/2 \Rightarrow \theta_2 = 11/53^\circ$$

تلشی در مسیر و فرقه

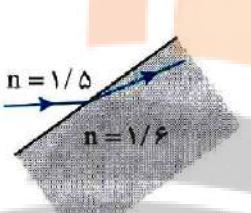
شکل رو به رو یک پرتوی موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که با عبور از محیط اولیه a، از طریق محیط‌های b و c به محیط a بازمی‌گردد. این محیط‌ها را بر حسب تندی موج در آنها از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



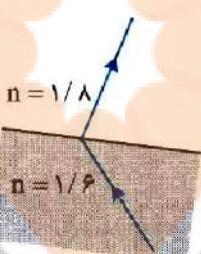
هر چه پرتوی موج به خط عمود بر مرز جدایی دو محیط نزدیک‌تر باشد، تندی موج در آن محیط کمتر است و برعکس، هر چه پرتوی موج از خط عمود بر مرز جدایی دو محیط دورتر باشد، تندی موج در آن محیط بیشتر است. بنابراین با رسم خط عمود بر مرز جدایی دو محیط در نقطه ورود موج و مقایسه زاویه ورودی و خروجی خواهیم داشت:

$$\theta_2 > \theta_3 > \theta_1 \Rightarrow v_b > v_c > v_a$$

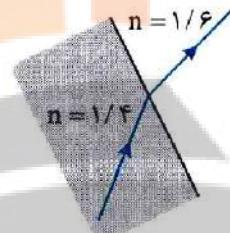
کدام یک از سه زیر یک شکست را نشان می‌دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟



(پ)



(ب)



(الف)

در شکل (الف) ضریب شکست محیط دوم بیشتر از محیط اول است ($1/6 < 1/4$) پس زاویه تابش باید بزرگ‌تر از زاویه شکست باشد و پرتوی نور به خط عمود نزدیک شود. بنابراین این اتفاق ممکن است.

در شکل (ب) پرتوی شکست و پرتوی تابش هر دو در یک طرف خط عمود هستند و از لحاظ فیزیکی امکان‌پذیر نیست.

در شکل (پ) ضریب شکست محیط دوم بیشتر است ($1/6 < 1/5$) بنابراین زاویه شکست باید کوچک‌تر از زاویه تابش باشد اما در شکل پرتوی شکست از خط عمود دور شده است که از لحاظ فیزیکی ناممکن است.

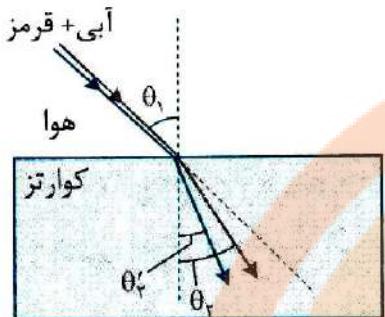
اندازه‌گیری ضریب شکست: با توجه به مثال ۲-۴، آزمایشی را طراحی و اجرا کنید که به کمک آن بتوان ضریب شکست یک تیغه متوازی السطوح را اندازه‌گرفت. تیغه متوازی السطوح را روی کاغذی قرار می‌دهیم،

و با رسم اضلاع تیغه، مکان آن را روی کاغذ مشخص می‌کنیم. باریکه نوری را به طور مایل به وجه بلندتر تیغه می‌تابانیم به طوری که از وجه رو به رو خارج شود. مسیر باریکه نور فرودی و خروجی را نیز روی کاغذ رسم می‌کنیم. سپس تیغه را بر می‌داریم و به کمک خطکش مسیر پرتوی نور در داخل تیغه را رسم می‌کنیم و با رسم خط عمود بر

وجههای مقابل تیغه در محل ورود و خروج پرتوی نور، زاویه شکست را اندازه می‌گیریم. اکنون با کمک قانون شکست اسنل می‌توان ضریب شکست تیغه را محاسبه نمود.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow n_2 = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

شکل رو به رو باریکه نوری متشکل از دو پرتوی قرمز و آبی را نشان می‌دهد که از هوا و با زاویه تابش 45° بر سطح تیغه تختی از کوارتز می‌تابد. زاویه‌های شکست برای این دو پرتو را محاسبه کنید. ضریب شکست نورهای قرمز و آبی در کوارتز به ترتیب برابرند با $n_{\text{قرمز}} = 1/459$ و $n_{\text{آبی}} = 1/467$.



$$\theta_1 = 45^\circ, n_{\text{هوای}} = 1, \theta_2 = ?, \theta'_2 = ?$$

با استفاده از قانون شکست اسنل برای پرتوی نور قرمز داریم:

$$n_{\text{هوای}} \sin \theta_1 = n_{\text{قرمز}} \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 45^\circ = 1/459 \times \sin \theta_2$$

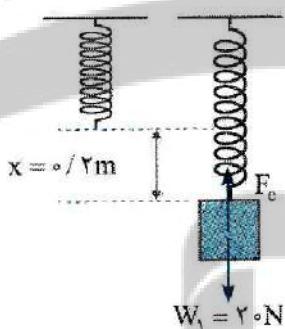
$$\Rightarrow \sin \theta_2 = 0.485 \Rightarrow \theta_2 = 28.99^\circ$$

همچنین برای پرتو آبی می‌توان نوشت:

$$n_{\text{هوای}} \sin \theta_1 = n_{\text{آبی}} \sin \theta'_2 \Rightarrow 1 \times \sin 45^\circ = 1/467 \times \sin \theta'_2 \Rightarrow \sin \theta'_2 = 0.482 \Rightarrow \theta'_2 = 28.82^\circ$$

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل (۳)

- ۱) یک وزنه 20N را از انتهای یک فنر قائم می‌آویزیم، فنر 20cm کشیده می‌شود. سپس این فنر را در حالی که به یک وزنه 5N متصل است روی میز بدون اصطکاکی به نوسان درمی‌آوریم. دوره تناوب این نوسان چقدر است؟



$$W_1 = 20\text{N}, W_2 = 5\text{N}, x = 20\text{cm} = 0/2\text{m}, T = ?$$

وقتی فنر قائم است با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_e - W = ma = 0 \Rightarrow kx = W \Rightarrow k \times 0/2 = 20 \Rightarrow k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



$$W_2 = mg = 5 \Rightarrow m = \frac{5}{10} = 0.5\text{kg}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.5}{100}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{10}\text{s}$$

- ۲) هرگاه جسمی به جرم m فنری متصل شود و به نوسان درآید، با دوره تناوب 0.5s نوسان می‌کند. اگر جرم این جسم 2.0kg افزایش یابد، دوره تناوب 0.3s می‌شود. مقدار m چقدر است؟

$$m_1 = m, m_2 = m + 2, T_1 = 0.5\text{s}, T_2 = 0.3\text{s}, m = ?$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{\sqrt{\frac{m_2}{k}}} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \sqrt{\frac{m}{m+2}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{m}{m+2} \Rightarrow 4m + 8 = 9m \Rightarrow \lambda = 5m$$

$$\Rightarrow m = \frac{\lambda}{5} = 1.6\text{kg}$$

تلاشی در مسیر فتح

۳ جرم خودرویی همراه با سرنشینان آن 1600kg است. این خودرو روی چهار فنر با ثابت $m/N = 2 \times 10^4$ سوار شده است.

دوره تناوب، بسامد، و بسامد زاویه‌ای ارتعاش خودرو وقتی از چاله‌ای می‌گذرد چقدر است؟ فرض کنید وزن خودرو به طور یکنواخت روی فنرهای چهارچرخ توزیع شده است.

$$m = 1600\text{kg}, k = 2 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}, T = ?, f = ?, \omega = ?$$

چون وزن به طور یکنواخت روی فنرهای چهارچرخ توزیع شده است، جرم معادل متصل به هر فنر را $\frac{1}{4}$ جرم خودرو و سرنشینانش در نظر می‌گیریم و برای یکی از فنرها دوره تناوب، بسامد و بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

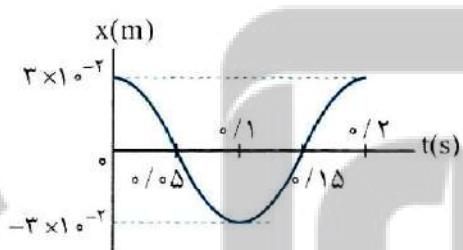
$$m' = \frac{1}{4}m = \frac{1}{4} \times 1600 = 400\text{kg}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \pi \sqrt{\frac{400}{2 \times 10^4}} = 2\pi \times \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{\pi\sqrt{2}}{5} \text{ s} (= 0.888\text{s})$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{\pi\sqrt{2}}{5}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\pi} \text{ Hz} (= 1/125\text{Hz})$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi\sqrt{2}}{5}} = 5\sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}} (= 7/0.7 \frac{\text{rad}}{\text{s}})$$

۴ دامنه نوسان یک حرکت هماهنگ ساده $m = 2 \times 10^{-3}\text{ m}$ و بسامد آن 0.5 Hz است. معادله حرکت این نوسانگر را بنویسید و نمودار مکان-زمان آن را در یک دوره رسم کنید.

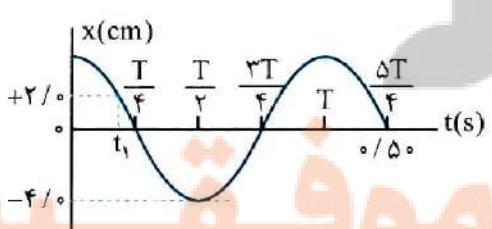


$$A = 2 \times 10^{-3} \text{ m}, f = 0.5 \text{ Hz}, x(t) = ?$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 0.5 = 1.0\pi$$

$$x(t) = A \cos \omega t = 2 \times 10^{-3} \cos 1.0\pi t$$

$$T = \frac{1}{f} = 2 \text{ s}$$



۵ نمودار مکان-زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است:

الف) معادله حرکت این نوسانگر را بنویسید.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta T}{4} &= 0.5 \Rightarrow T = 0.4 \text{ s} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ A &= 4\text{cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x(t) = A \cos \omega t = 4 \times 10^{-2} \cos 5\pi t$$

با توجه به شکل داریم:

تلاشی در مسیر موفقیت

$$t = t_1 \Rightarrow x = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

مکان نوسانگر در لحظه t_1 برابر 2cm است؛ بنابراین:

$$x(t_1) = 2 \times 10^{-2} \Rightarrow 4 \times \cos \omega t_1 = 2 \times 10^{-2} \Rightarrow \cos \omega t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{15} \text{ s}$$

پ) اندازه شتاب نوسانگر را در لحظه t_1 محاسبه کنید.

نیروی وارد بر جرم m در یک سامانه جرم-فner که ثابت فتر آن k باشد برابر است با:

$$F_e = ma \Rightarrow kx = ma \Rightarrow a = \frac{k}{m}x$$

$$a = \omega^2 x \quad \text{بنابراین با توجه به رابطه بسامد زاویه‌ای در سامانه جرم-فner } (\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}), \text{ داریم:}$$

می‌توان نشان داد اندازه شتاب در هر نوسانگر هماهنگ ساده‌ای از رابطه بالا به دست می‌آید؛ بنابراین برای نوسانگر فوق داریم:

$$t_1 = \frac{1}{15} \text{ s} \quad a = \omega^2 x = (5\pi)^2 \times 2 \times 10^{-2} = 50\pi^2 \times 10^{-2} = \frac{\pi^2}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{در لحظه } t_1$$

۶ دامنه نوسان وزنه‌ای که به یک فنربا ثابت فتر $m/74\text{N}$ متصل است و در راستای افقی نوسان می‌کند، برابر با 8cm است.

اگر انرژی پتانسیل این نوسانگر در نقطه‌ای از مسیر نوسان، $J = 8/0 \times 10^{-2}$ باشد، انرژی جنبشی آن در این مکان چقدر است؟

(از نیروهای اتلافی چشم پوشی شود.)

$$k = 74 \frac{\text{N}}{\text{m}}, A = 8\text{cm} = 8 \times 10^{-2} \text{ m}, U = 8 \times 10^{-2} \text{ J}, K = ?$$

$$E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \times 74 \times (8 \times 10^{-2})^2 = 2/368 \times 10^{-1} \text{ J} = 23/68 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$E = K + U \Rightarrow 23/68 \times 10^{-2} = K + 8 \times 10^{-2} \Rightarrow K = 2 \times 3/68 \times 10^{-2} - 8 \times 10^{-2} = 15/68 \times 10^{-2} \text{ J}$$

۷ جسمی به جرم 1kg به فتری افقی با ثابت $F = 6\text{N/cm}$ متصل است. فتر به اندازه 9cm فشرده و سپس رها می‌شود

و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند. با چشم پوشی از اصطکاک

$$m = 1\text{kg}, k = 6 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 6 \times 10^2 \frac{\text{N}}{\text{m}}, A = ?, v_{\max} = ? \quad \text{الف) دامنه نوسان و تندی بیشینه جسم چقدر است؟}$$

با توجه به اینکه فنر در ابتدا 9cm فشرده شده و سپس بدون سرعت اولیه رها می‌شود، بنابراین دامنه نوسان برابر با

9cm است. جسم در نقطه تعادل، بیشترین سرعت را دارد یعنی زمانی که انرژی پتانسیل کشسانی برابر صفر است و

انرژی مکانیکی با انرژی جنبشی برابر است؛ بنابراین:

$$E = k_{\max} \Rightarrow \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} mv_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{k}{m} A^2 \Rightarrow v_{\max} = A \sqrt{\frac{k}{m}} = 9 \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{6 \times 10^2}{1}} = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) وقتی تندی جسم $1/6\text{m/s}$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چقدر است؟

$$v = 1/6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, U = ?$$

$$E = K + U \Rightarrow U = E - K = \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^2 \times (9 \times 10^{-2})^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times (1/6)^2 = 1/5 \text{ J}$$

الف) در چه زمانی، پس از لحظه صفر، برای نخستین بار تندی نوسانگر به بیشترین مقدار خود می‌رسد؟

زمانی که تندی نوسانگر بیشینه است، انرژی جنبشی آن بیشینه و انرژی پتانسیل آن صفر است؛ بنابراین نوسانگر در حالت تعادل قرار دارد ($x = 0$). در نتیجه خواهیم داشت:

$$x = 0 \Rightarrow (0 / 0.5) \cos 2\pi ft = 0 \Rightarrow \cos 2\pi ft = \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2\pi ft = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow t = \frac{n}{f} \pm \frac{1}{4f}, n \in \mathbb{Z}$$

بنابراین در لحظه‌های $\frac{1}{4f}$ ، $\frac{3}{4f}$ و ... مکان نوسانگر برابر با صفر و تندی آن بیشینه است. پس برای اولین بار در لحظه $s = \frac{1}{4f}$ ، تندی نوسانگر بیشینه می‌شود.

ب) در چه زمانی، پس از لحظه صفر، برای نخستین بار تندی نوسانگر به صفر می‌رسد؟

زمانی که تندی نوسانگر صفر است، انرژی جنبشی آن صفر و انرژی پتانسیل آن ماقریم است؛ بنابراین در $x = \pm A$ تندی نوسانگر صفر است.

$$x = \pm A / 0.5 \Rightarrow (0 / 0.5) \cos 2\pi ft = \pm A / 0.5 \Rightarrow \cos 2\pi ft = \pm 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2\pi ft = \cos 0 \Rightarrow 2\pi ft = 2n\pi \Rightarrow t = \frac{n}{f} \Rightarrow t = \left\{ \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \dots \right\} \\ \cos 2\pi ft = \cos \pi \Rightarrow 2\pi ft = 2n\pi \pm \pi \Rightarrow t = \frac{n}{f} + \frac{1}{2} \Rightarrow t = \left\{ \frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{5}{20}, \dots \right\} \end{cases}$$

بنابراین تندی نوسانگر برای اولین بار در لحظه $s = \frac{1}{20}$ به صفر می‌رسد.

پ) تندی نوسانگر چقدر باشد تا انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی پتانسیل آن شود؟

$$\left. \begin{array}{l} E = K + U \\ K = U \end{array} \right\} \Rightarrow E = 2K \Rightarrow \sqrt{kA^2} = 2 \times \sqrt{mv^2} \Rightarrow kA^2 = 2mv^2 \Rightarrow \frac{kA^2}{2m} = v^2 \Rightarrow v = \frac{A}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{A}{\sqrt{2}} \omega \Rightarrow v = \frac{0.05 \times 2\pi}{\sqrt{2}} = 2 / 22 \frac{m}{s}$$

الف) ساعتی آونگ دار (با آونگ ساده) در تهران تنظیم شده است. اگراین ساعت به منطقه‌ای در استوا بردشود، عقب می‌افتد

با جلو؟ مقدار این عقب یا جلوافتادن در یک شبانه‌روز چقدر است؟ (استوا $g = 9.78 \text{ m/s}^2$ ، تهران $g = 9.80 \text{ m/s}^2$)

دوره تناوب آونگ را در تهران با T_1 و در استوا با T_2 نشان می‌دهیم؛ بنابراین:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{\text{تهران}}}}}{2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{\text{استوا}}}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{استوا}}}{g_{\text{تهران}}}} = \sqrt{\frac{9.78}{9.80}} < 1 \Rightarrow T_1 < T_2$$

بنابراین مدت زمان یک دور کامل در استوا بیشتر است و ساعت در استوا عقب می‌افتد. برای پیدا کردن مقدار عقب افتادن ساعت در استوا در یک شبانه‌روز به این صورت عمل می‌کیم. هر شبانه‌روز معادل ۸۶۴۰۰ ثانیه است؛ بنابراین

تلاشی در مسیر پژوهش

اونک ساعت در تهران 86400 بار در هر شبانه روز نوسان می‌کند (به ازای هر نوسان کامل، ساعت ۱ ثانیه جلو می‌رود). کافی است تعداد نوسانات آونگ ساعت در استوا را محاسبه کنیم.

$$n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow n_2 = n_1 \frac{T_1}{T_2} = 86400 \sqrt{\frac{9/78}{9/8}} \approx 86312$$

بنابراین ساعت در استوا 86312 ثانیه در هر شبانه روز جلو می‌رود و 88 ثانیه از زمان واقعی (ساعت در تهران) عقب می‌افتد.

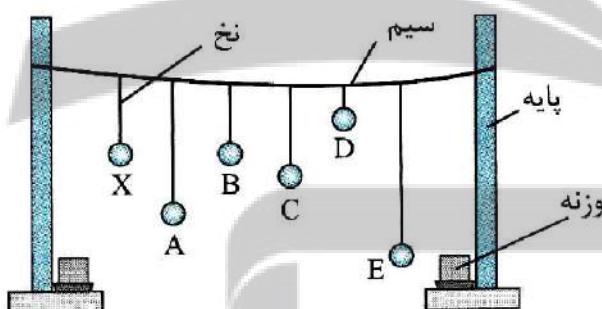
ب) به نظر شما آیا با افزایش دما، یک ساعت آونگ دار جلو می‌افتد یا عقب؟

طبق رابطه $(1 + \alpha \Delta \theta) = 1'$ با افزایش دما، طول آونگ و دوره تناوب آن افزایش می‌یابد و مشابه قسمت قبل می‌توان نشان داد با افزایش دوره تناوب حرکت، ساعت عقب می‌افتد.

۱۰ هر فرد معمولاً با چرخش انداز بدنش به چپ و راست، راه می‌رود و بدین ترتیب نیروهای کوچکی به زمین زیر پایش وارد می‌کند. این نیروها بسامدی در حدود 5 Hz دارند. لرزش شدید پل هوایی میلینیوم در آغاز هزاره جدید را به عبور منظم گروهی از افراد از این پل ربط داده‌اند. چگونه ممکن است نوسان‌های بدن این افراد موجب چنین لرزشی شده باشد؟

هرگاه بسامد نوسان بدن این افراد با بسامد طبیعی پل برابر شود، پدیده تشددید رخ داده و سبب ایجاد لرزش شدید می‌شود.

۱۱ مطابق شکل چند آونگ را از سیمی آویخته‌ایم. توضیح دهید با به نوسان درآوردن آونگ X، آونگ‌های دیگر چگونه نوسان می‌کنند؟



دو آونگ X و B طول یکسانی دارند، بنابراین بسامد طبیعی آنها با یکدیگر برابر است، در نتیجه با نوسان آونگ X برای آونگ B

پدیده تشددید رخ داده و این آونگ با دامنه زیادی نوسان می‌کند. اما آونگ‌های دیگر چون دارای بسامد طبیعی متفاوت با بسامد طبیعی آونگ X دارند، نوسان‌های کوچک‌تری انجام می‌دهند.

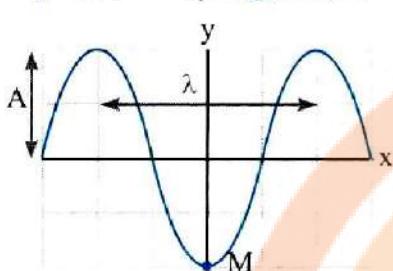
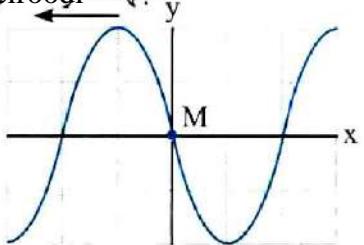
۱۲ یک نوسان‌ساز موج‌های دوره‌ای در یک ریسمان کشیده ایجاد می‌کند.

الف) با افزایش بسامد نوسان‌ساز کدامیک از کمیت‌های زیر تغییر نمی‌کند؟ بسامد موج، تندی موج، طول موج موج.

تندی موج، زیرا تندی موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به شرایط چشمۀ موج مانند بسامد، دامنه و... بستگی ندارد.

ب) حال اگر به جای افزایش بسامد، کشش ریسمان را افزایش دهیم، هر یک از کمیت‌های زیر چه تغییری می‌کند؟ بسامد موج، تندی موج، طول موج موج.

تندی یک موج عرضی که در راستای یک ریسمان کشیده منتشر می‌شود از رابطه $\frac{F}{\mu} = v$ به دست می‌آید؛ بنابراین با افزایش کشش ریسمان (F) تندی موج نیز افزایش می‌یابد. اما چون بسامد موج با بسامد نوسان‌ساز برابر است، بسامد موج تغییر نمی‌کند؛ بنابراین طبق رابطه $\frac{v}{f} = \lambda$ ، طول موج نیز افزایش می‌یابد.



الف) با رسم این موج در زمان $\frac{T}{4}$ بعد، نشان دهید جزء M ریسمان در این مدت در چه جهتی حرکت کرده است. همچنین روی این موج، دامنه موج و طول موج را نشان دهید.

موج در هر دوره (T) به اندازه طول موج خود (λ) پیش می‌رود؛ بنابراین در مدت زمان $\frac{\lambda}{4}$ به اندازه $\frac{T}{4}$ پیش می‌رود. در نتیجه شکل موج به صورت روبرو خواهد بود و با توجه به شکل نقطه M در جهت منفی محور x حرکت کرده است.

ب) اگر طول موج ۵ cm و تندی موج ۱۰ cm/s باشد، بسامد موج را به دست آورید.

$$\lambda = 5 \text{ cm}, v = 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, f = ?$$

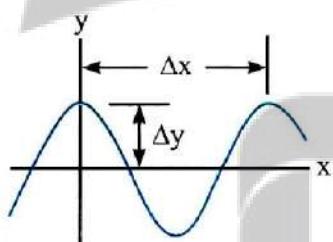
$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 5 = \frac{10}{f} \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$$

پ) تعیین کنید موج در مدت $\frac{T}{4}$ چه مسافتی را پیموده است؟

$$t = \frac{T}{4}, \lambda = 5 \text{ cm}, x = ?$$

$$\begin{cases} x = vt \\ v = \frac{\lambda}{T} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\lambda}{T} t \xrightarrow{t = \frac{T}{4}} x = \frac{\lambda}{T} \times \frac{T}{4} = \frac{\lambda}{4} = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ cm}$$

در نمودار جابه‌جایی-مکان موج عرضی شکل زیر $\Delta y = 15 \text{ cm}$ و $\Delta x = 40 \text{ cm}$ است. اگر بسامد نوسان‌های چشم می‌باشد، طول موج، دامنه، تندی و دوره تناوب موج چقدر است؟

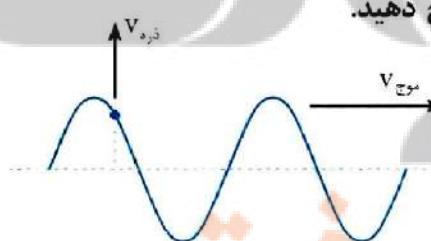


$$\lambda = \Delta x = 40 \text{ cm}, A = \Delta y = 15 \text{ cm}, f = ?$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = f\lambda = 8 \times 40 = 320 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3.2 \text{ m/s}$$

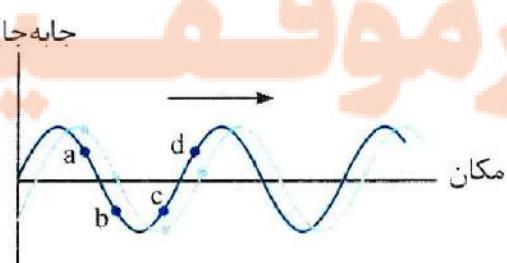
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ s}$$

شکل زیر موجی عرضی در یک ریسمان را نشان می‌دهد که با تندی موج v به سمت راست حرکت می‌کند، در حالی که تندی ذره نشان داده شده ریسمان ذره v است. آیا این دو تندی با هم برابرند؟ توضیح دهید.



خیر، هنگام پیش روی موج، ذره با موج حرکت نمی‌کند و در راستای عمود بر راستای انتشار موج نوسان می‌کند؛ بنابراین تندی سرعت آن در نقاط مختلف، متفاوت است در حالی که سرعت انتشار موج ثابت است.

شکل زیریک موج سینوسی را در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند. چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه هر یک از این چهار جزء بالا می‌روند یا پایین؟ نقش موج را در یک لحظه بعد رسم می‌کنیم و با توجه به شکل مشاهده می‌کنیم که نقاط a و b بالا و نقاط c و d پایین می‌آیند.



تاریخ موقوفه

۱۷) سیمی با چگالی 8.0 g/cm^3 و سطح مقطع 5.0 mm^2 بین دو نقطه با نیروی 156 N کشیده شده است. تندی انتشار موج عرضی را در این سیم محاسبه کنید.

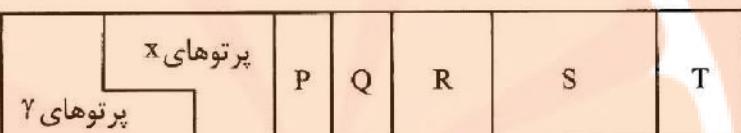
$$\rho = \gamma / g = 8.0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, A = 5.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2, F = 156 \text{ N}, v = ?$$

ابتدا چگالی خطی جرم سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{m}{L} \xrightarrow{m=\rho V} \mu = \frac{\rho A L}{L} = \rho A = 3.9 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{156}{3.9 \times 10^{-3}}} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۸) شکل زیر طیف موج‌های الکترومغناطیسی را به طور تقریبی نشان می‌دهد.



الف) نام قسمت‌هایی از طیف را که با حروف علامت‌گذاری شده‌اند، بنویسید.

میکروموج: S

رادیویی: T

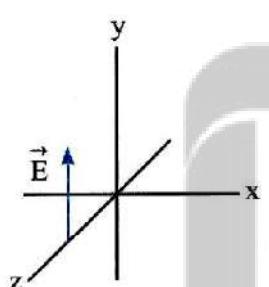
فروسرخ: R

نور مرئی: Q

فرابینفس: P

ب) اگر در طول طیف از چپ به راست حرکت کنیم، مقدار کدام مشخصه‌های موج افزایش یا کاهش می‌یابد و کدام ثابت می‌ماند؟ طول موج افزایش و بسامد موج کاهش می‌یابد و سرعت امواج ثابت می‌ماند.

۱۹) شکل زیر میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی را در نقطه‌ای معین و دور از چشممه، در یک لحظه نشان می‌دهد. موج انرژی را در خلاف جهت محور z انتقال می‌دهد. جهت میدان مغناطیسی موج را در این نقطه و این لحظه تعیین کنید.



با توجه به قاعده دست راست، اگر دست راست را طوری نگه داریم که جهت چهار انگشت دست در جهت میدان الکتریکی \vec{E} (در جهت محور y) و شست در جهت انتشار موج (در خلاف جهت محور z) باشد، جهت خم شدن چهار انگشت دست در جهت میدان مغناطیسی \vec{B} است؛ بنابراین جهت میدان مغناطیسی در جهت محور x است.

۲۰) طول موج نور نارنجی در هوا حدود $6.20 \times 10^{-7} \text{ m}$ است، بسامد این نور چند هرتز است؟

$$v = c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \lambda = 6.20 \times 10^{-7} \text{ m}, f = ?$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{6.20 \times 10^{-7}} = 4.84 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

ب) بسامد نور قرمز در حدود $4.30 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است. طول موج این نور را در هوا و آب حساب کنید. (سرعت نور را در هوا $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ و در آب $2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$ فرض کنید).

$$f = 4.30 \times 10^{14} \text{ Hz}, v_{\text{هوا}} = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_{\text{آب}} = 2.25 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda_{\text{هوا}} = \frac{v_{\text{هوا}}}{f} = \frac{3 \times 10^8}{4.30 \times 10^{14}} = 6.98 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{آب}} = \frac{v_{\text{آب}}}{f} = \frac{2.25 \times 10^8}{4.30 \times 10^{14}} = 5.23 \times 10^{-7} \text{ m}$$

اگر دامنه نوسان‌ها 4 cm باشد.

$$f = 10\text{ Hz}, v = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}, A = 4\text{ cm}, \lambda = ?$$

الف) فاصله بین دو تراکم متواالی این موج چقدر است؟

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{10} = 10\text{ m}$$

فاصله بین دو تراکم متواالی برابر با طول موج است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{ m}$$

ب) فاصله بین یک تراکم و یک انبساط متواالی چقدر است؟

فاصله بین یک تراکم و انبساط متواالی برابر با $\frac{\lambda}{2}$ است؛ بنابراین داریم:

۲۲ عقرب‌های ماسه‌ای وجود طعمه را با امواجی که بر اثر حرکت طعمه در ساحل شنی ایجاد می‌شود، احساس می‌کنند. این امواج که در سطح ماسه منتشر می‌شوند، بر دو نوع اند: امواج عرضی با تندی $v_T = 50\text{ m/s}$ و امواج طولی با تندی $v_L = 150\text{ m/s}$. عقرب ماسه‌ای می‌تواند با استفاده از اختلاف زمانی بین زمان رسیدن این امواج به نزدیک‌ترین پای خود، فاصله خود از طعمه را تعیین کند. اگر این اختلاف زمان برابر $\Delta t = 4.0\text{ ms}$ باشد، طعمه در چه فاصله‌ای از عقرب قرار دارد؟ زمان رسیدن هر دو موج به پای عقرب با استفاده از رابطه $|d| = vt$ به دست می‌آید؛ بنابراین اختلاف زمان رسیدن این دو موج به پای عقرب برابر است با:

$$\Delta t = \frac{|d|}{v_T} - \frac{|d|}{v_L} = |d| \left(\frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_L} \right) = |d| \left(\frac{v_L - v_T}{v_T v_L} \right) \Rightarrow |d| = \left(\frac{v_T v_L}{v_L - v_T} \right) \Delta t = \left(\frac{150 \times 50}{150 - 50} \right) \times 4 \times 10^{-3} = 0.3\text{ m}$$

۲۳ توضیح دهید کدامیک از عامل‌های زیر بر تندی صوت در هوا مؤثر است.

ت) دمای هوا

پ) بسامد موج

ب) دامنه موج

الف) شکل موج

تندی امواج مکانیکی به ویژگی‌های محیطی که در آن منتشر می‌شوند بستگی دارد؛ بنابراین عواملی مانند شکل موج، دامنه موج و بسامد موج بر تندی امواج مکانیکی مثل صوت بی‌تأثیرند. اما با افزایش دما، جنبش مولکول‌ها افزایش یافته و انتقال انرژی از یک مولکول به مولکول دیگر با سرعت بیشتر روی می‌دهد. در نتیجه صوت با سرعت بیشتری منتشر می‌شود.

۲۴ در سونوگرافی معمولاً از کاوه‌ای دستی موسوم به تراگذار فرacoئوئی برای تشخیص پزشکی استفاده می‌شود که دقیقاً روی ناحیه موردنظر از بدن بیمار گذاشته و حرکت داده می‌شود. این کاوه در بسامد 7 MHz عمل می‌کند.

الف) بسامد زاویه‌ای در این کاوه نوسان چقدر است؟

$$f = 7\text{ MHz} = 7 \times 10^6 \text{ Hz}, \omega = ?$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi (7 \times 10^6) = 13 / 4\pi \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ب) اگر تندی موج صوتی در بافتی نرم از بدن 1500 m/s باشد، طول موج این موج در این بافت چقدر است؟

$$f = 7 \times 10^6 \text{ Hz}, v = 1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \lambda = ?$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{7 \times 10^6} = 2.143 \times 10^{-4} \text{ m}$$

۲۵ تندی صوت در یک فلز خاص، برابر فلز^۷ است. به یک سروله توخالی بلندی از جنس این فلز به طول L ضربه محکمی می‌زنیم. شنونده‌ای که در سر دیگر این لوله قرار دارد دو صدا را می‌شنود. یکی ناشی از موجی است که از دیواره لوله می‌گذرد و دیگری از موجی است که از طریق هوای داخل لوله عبور می‌کند.

الف) اگر تندی صوت در هوا^۷ باشد، بازه زمانی Δt بین دریافت این دو صدا در گوش شنونده چقدر خواهد بود؟ زمان رسیدن دو موج به سر دیگر لوله با استفاده از رابطه $L = vt$ به دست می‌آید؛ بنابراین اختلاف زمان رسیدن دو موج به سر دیگر میله برابر است با:

$$\Delta t = \frac{L}{v_{\text{هوای}}} - \frac{L}{v_{\text{فلز}}} = L \left(\frac{1}{v_{\text{هوای}}} - \frac{1}{v_{\text{فلز}}} \right)$$

ب) اگر $\Delta t = 1/008$ و فلز از جنس فولاد باشد، طول L لوله چقدر است؟ ($v_{\text{هوای}} = 340 \text{ m/s}$) با استفاده از جدول ۳ - ۱ صفحه ۷۹ کتاب درسی داریم:

$$\Delta t = L \left(\frac{1}{v_{\text{هوای}}} - \frac{1}{v_{\text{فولاد}}} \right) \Rightarrow 1 = L \left(\frac{1}{340} - \frac{1}{5941} \right) \Rightarrow L = 360/6 \text{ m}$$

۲۶ موجی صوتی با توان $W = 1/2 \times 10^{-4}$ عمود بر جهت انتشار از دو صفحه فرضی (شکل ۳-۲۶) می‌گذرد. با فرض اینکه مساحت صفحه‌ها به تقریب $A_1 = 4/0 \text{ m}^2$ و $A_2 = 12 \text{ m}^2$ باشد، شدت صوت در دو سطح را تعیین کنید و توضیح دهید چرا شنونده در محل صفحه دوم، صدا را آهسته‌تر می‌شنود.

$$\bar{P} = 1/2 \times 10^{-4} \text{ W}, A_1 = 4 \text{ m}^2, A_2 = 12 \text{ m}^2, I_1 = ?, I_2 = ?$$

$$I_1 = \frac{\bar{P}}{A_1} = \frac{1/2 \times 10^{-4}}{4} = 0/3 \times 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad I_2 = \frac{\bar{P}}{A_2} = \frac{1/2 \times 10^{-4}}{12} = 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

در محل صفحه دوم شدت صوت کمتر است و انرژی کمتری در واحد زمان به گوش شخصی که در محل صفحه دوم قرار دارد منتقل می‌شود؛ بنابراین شخص صدا را آهسته‌تر می‌شنود.

۲۷ شدت صدای حاصل از یک مته سنگ‌شکن در فاصله $m = 10/0 \text{ m}$ از آن W/m^2 است. تراز شدت صوتی آن بر حسب dB چقدر می‌شود؟

$$I = 1/0 \times 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \beta = ? \text{ dB}$$

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{1/0 \times 10^{-2}}{10^{-12}} \right) = 10 \log 10^{10} = 100 \log 10 = 100 \text{ dB}$$

۲۸ اگر به مدت ۱۰ دقیقه در معرض صوتی با تراز شدت 120 dB باشیم، آستانه شنوایی به طور موقت از 28 dB به 28 dB افزایش می‌یابد. مطالعات نشان داده است که به طور متوسط اگر به مدت ۱۰ سال در معرض صدایی با تراز شدت 92 dB قرار گیریم، آستانه شنوایی به طور دائم به 28 dB افزایش می‌یابد. شدت‌های صوت مربوط به 28 dB و 92 dB چقدر است؟ (راهنمایی: برای پاسخ دادن لازم است از ماشین حساب مناسب استفاده کنید.)

$$\beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) \Rightarrow 28 = 10 \log \left(\frac{I_1}{10^{-12}} \right) \Rightarrow 2/8 = \log \left(\frac{I_1}{10^{-12}} \right) \Rightarrow 10^{2/8} = \frac{I_1}{10^{-12}} \Rightarrow I_1 = 10^{-9/2} = 6/3 \times 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\beta_2 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_0} \right) \Rightarrow 92 = 10 \log \left(\frac{I_2}{10^{-12}} \right) \Rightarrow 9/2 = \log \left(\frac{I_2}{10^{-12}} \right) \Rightarrow 10^{9/2} = \frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow I_2 = 10^{-2/8} = 1/58 \times 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

یک دستگاه صوتی، صدایی با تراز شدت $\beta_2 = 95 \text{ dB}$ و دستگاه صوتی دیگر، صدایی با تراز شدت $\beta_1 = 90 \text{ dB}$ ایجاد می‌کند. شدت‌های مربوط به این دو تراز (بر حسب W/m^2) به ترتیب I_2 و I_1 هستند. نسبت I_2/I_1 تعیین کنید.

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 95 - 90 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

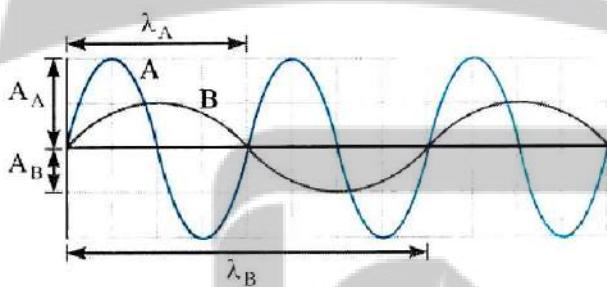
$$\Rightarrow 5 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{5/10} = 3/16$$

در یک آتش‌بازی، موشکی در بالای آسمان منفجر می‌شود. فرض کنید صوت به طور یکنواخت در تمام جهات‌ها منتشر شود. از جذب انرژی صوتی در محیط و نیاز از بازتابی که ممکن است امواج صوتی از زمین پیدا کند چشم پوشی کنید. با فرض اینکه صوت با شدت $I = 10 \text{ W/m}^2$ به شنونده‌ای برسد که به فاصله $r_1 = 640 \text{ m}$ از محل انفجار قرار دارد، این صوت به شنونده‌ای که در فاصله $r_2 = 160 \text{ m}$ از محل انفجار قرار دارد با چه شدتی می‌رسد؟

$$I_1 = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, r_1 = 640 \text{ m}, r_2 = 160 \text{ m}, I_2 = ?$$

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2} = \frac{P}{4\pi r_1^2} \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow I_2 = \frac{P}{4\pi r_1^2} \cdot \left(\frac{640}{160}\right)^2 = \frac{P}{4\pi r_1^2} \cdot 16 = 16 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

نمودار جابه‌جایی-مکان دو موج صوتی A و B که در یک محیط منتشر شده‌اند، به صورت زیر است. دامنه، طول موج، بسامد و شدت این دو موج صوتی را با هم مقایسه کنید.



محیط انتشار هر دو موج یکسان است، بنابراین $v_A = v_B$.

با توجه به شکل داریم:

$$\lambda_B = 2\lambda_A, A_A = 2A_B$$

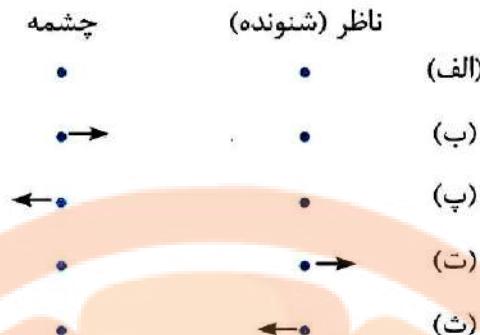
از طرفی با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 2 \Rightarrow f_A = 2f_B$$

می‌دانیم مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) در یک موج سینوسی برای همه اینواع امواج مکانیکی با مربع دامنه (A^2) و نیز مربع بسامد (f^2) موج متناسب است. از طرفی با توجه به اینکه شدت صوت (I) در یک سطح برابر است با آهنگ متوسط انرژی که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند

$$(I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}) \text{ می‌توان نوشت:}$$

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{2f_B}{f_B}\right)^2 \left(\frac{2A_B}{A_B}\right)^2 (1) = 16 \Rightarrow I_A = 16I_B$$



بسامدی راکه ناظر در حالت‌های مختلف می‌شنود با حالت الف مقایسه کنید.

در حالت (ب)، ناظر(شنونده) ساکن و چشم‌های در حال نزدیک شدن به ناظراست بنابراین بسامدی که ناظر دریافت می‌کند بیشتر از بسامد چشم‌های صوتی است.

در حالت (پ)، ناظر ساکن و چشم‌های در حال دور شدن از ناظر ساکن است، در این حالت بسامد موجی که ناظر می‌شنود کمتر از بسامد چشم‌های صوتی است.

در حالت (ت)، ناظر(شنونده) در حال دور شدن از چشم‌های ساکن است، در نتیجه بسامدی که ناظر می‌شود کمتر از بسامد چشم‌های صوتی است.

در حالت (ث)، ناظر(شنونده) در حال نزدیک شدن به چشم‌های ساکن است، بنابراین بسامدی که ناظر می‌شنود بیشتر از بسامد چشم‌های صوتی است.

۳۳ دانش‌آموزی بین دو صخره قائم ایستاده است و فاصله او از صخره نزدیک تر 240m است. دانش‌آموز فریاد می‌زند و او لین پژواک صدای خود را پس از $1/50\text{s}$ و صدای پژواک دوم را $1/00\text{s}$ بعد از پژواک اول می‌شنود.

الف) تندی صوت در هوا چقدر است؟ صوت ایجاد شده توسط دانش‌آموز پس از برخورد به دو صخره بازتاب شده و به گوش وی می‌رسد. اگر فاصله دانش‌آموز از صخره نزدیک تر را x_1 و زمان رفت یا برگشت صوت را t_1 بنامیم، خواهیم داشت:

$$2x_1 = v(2t_1) \Rightarrow v = \frac{480}{1/5} = 320 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) فاصله بین دو صخره را بیابیم. اگر فاصله دانش‌آموز تا صخره دوم را x_2 و زمان رفت یا برگشت صوت را t_2 بنامیم، داریم:

$$2x_2 = v(2t_2) \Rightarrow 2x_2 = 320 \times (1/5 + 1) \Rightarrow x_2 = \frac{320 \times 2/5}{2} = 400\text{m}$$

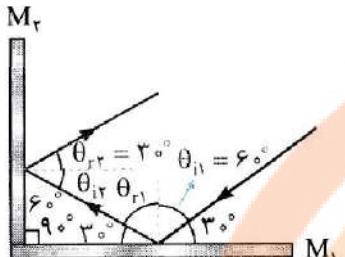
به این ترتیب فاصله دو صخره برابر است با:

۳۴ اگر در فاصله مناسبی از یک رشته پلکان بلند باشیم و یک بار کف بزنیم، پژواکی بیشتر از یک صدای برهمن زدن دست می‌شنویم. نمونه جالبی از این پدیده در برای رشته پله‌های معبد قدیمی کوکولکان در مکزیک رخ می‌دهد. این معبد از ۹۲ پله سنگی تشکیل شده است. در مورد چنین پژواکی توضیح دهید.

با توجه به اینکه پله‌ها در فواصل متفاوتی نسبت به شنونده قرار دارند و با ثابت بودن سرعت صوت طبق رابطه $x = \frac{v}{t}$

زمان رفت و برگشت صوت نسبت به هر پله متفاوت است و به این ترتیب پژواک‌های پی درپی حاصل از برخورد صوت با پله‌ها به گوش می‌رسد که با توجه به فاصله زمانی کوتاه بین آنها، به صورت مجرأ قابل تشخیص نیستند.

۳۵ وقتی یک باریکه لیزر را به دیوار کلاس می‌تابانیم، همه دانش‌آموزان نقطه رنگی ایجاد شده روی دیوار را می‌بینند. دلیل آن چیست؟ سطح دیوار برای نور مرئی ناهموار محسوب می‌شود و بازتاب نامنظم دارد؛ یعنی نور تابیده شده را به تمام جهات بازتاب می‌کند. بنابراین چشم دانش‌آموزان در تمام نقاط کلاس بخشی از پرتوهای بازتاب شده را دریافت می‌کند و آنها می‌توانند نقطه رنگی را ببینند.

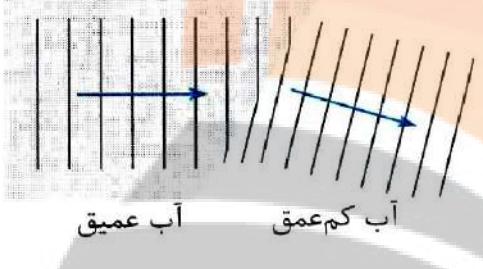


۳۶ در شکل زیر پرتوهای بازتابیده از آینه‌های تخت M_1 و M_2 را رسم کنید.

با استفاده از قانون بازتاب عمومی همواره $\theta_i = \theta_r$.

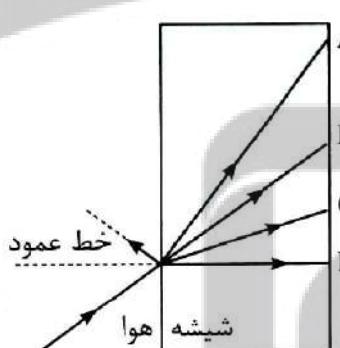
توجه داشته باشید که مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است.

۳۷ با رسم شکلی از جبهه‌های موج توضیح دهید چگونه جهت انتشار جبهه‌های موج با رسیدن به یک ساحل شیب‌دار، تغییر می‌کند. می‌دانیم تندی امواج روی سطح آب به عمق آب بستگی دارد.



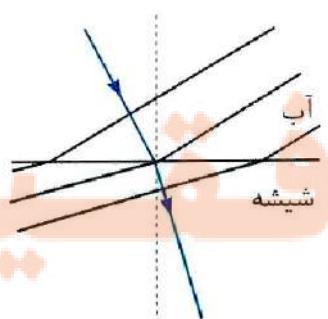
با ورود موج به ناحیه کم‌عمق، تندی موج سطحی کاهش یافته و بخشی که زودتر به این ناحیه رسیده چون با تندی کمتر حرکت می‌کند، از بقیه موج که هنوز وارد این ناحیه نشده عقب می‌افتد، بنابراین فاصله بین جبهه‌های موج در ناحیه کم‌عمق کاهش یافته و باعث تغییر جهت موج در مرز دو ناحیه می‌شود.

۳۸ شکل زیر پرتویی را نشان می‌دهد که از هوا وارد شیشه شده است. کدام گزینه‌های A تا D، می‌تواند پرتوی داخل شیشه را نشان دهد؟ پرتوی C درست است زیرا پرتوی مایل پس از ورود از هوا به شیشه

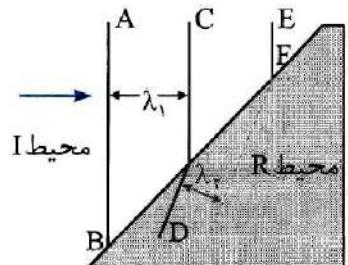


شکسته می‌شود و به دلیل اینکه ضریب شکست شیشه از هوا بیشتر است، پرتوی شکست به خط عمود بر مرز دو محیط نزدیک می‌شود. پرتوی A از خط عمود دور شده است، پرتوی B انحراف پیدا نکرده است و پرتوی D بر خط عمود منطبق است که تنها در مورد تابش عمودی می‌تواند درست باشد.

۳۹ ضریب شکست آب $1/3$ و ضریب شکست شیشه $1/5$ است. اگر نوری به طور مایل از آب به مرز شیشه با آب بتابد، با رسم نموداری، جبهه‌های موج را در دو محیط نشان دهید.



هنگام ورود موج از یک محیط به محیط دیگر تندی موج تغییر می‌کند و باعث تغییر جهت انتشار موج می‌گردد. با توجه به اینکه ضریب شکست آب کمتر از ضریب شکست شیشه است، تندی انتشار نور در شیشه کمتر از آب است، بنابراین با ورود نور از آب به شیشه از تندی آن کاسته شده و آن بخش از موج که زودتر به محیط غلیظ می‌رسد از بقیه موج که هنوز وارد این ناحیه نشده عقب می‌افتد و فاصله جبهه‌های موج و طول موج کاهش می‌یابد و به این ترتیب جبهه‌های موج مطابق شکل رو به رو در مرز بین دو ماده تغییر جهت می‌دهند.



الف) ادامه جبهه موج EF را در محیط R رسم کنید. جبهه‌های موج تخت در یک محیط با هم موازی هستند بنابراین می‌توان سایر آنها را از نقاط برخورد با مرز جدایی دو محیط به صورت جبهه‌های موازی با امتداد جبهه موج CD در محیط R رسم کرد.

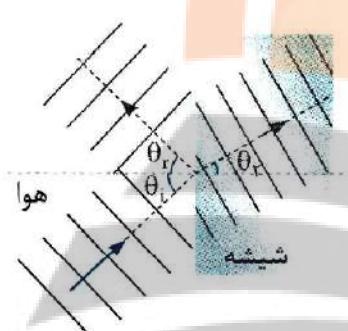
ب) توضیح دهید در کدام محیط تندي موج بیشتر است. تندي موج در محیط I بیشتر است زیرا فواصل بین جبهه‌های موج و در نتیجه طول موج در این محیط بیشتر است.

پ) آیا با استفاده از این نمودار می‌توان نسبت تندي موج عبوری به موج فروودی را محاسبه کرد؟ بله، با اندازه‌گیری فاصله بین جبهه‌های موج در محیط‌های I و R یعنی λ_1 و λ_2 و با توجه به اینکه بسامد موج عبوری از هر دو محیط یکسان است.

به کمک رابطه $\frac{\lambda}{\lambda_2} = \frac{v}{v_2}$ نسبت سرعت موج در دو محیط برابر با نسبت طول موج در دو محیط است.

۴۱) در شکل زیر موج نوری فروودی از هوا وارد شیشه می‌شود. بخشی از موج در سطح

جدایی دو محیط بازمی‌تابد و بخشی دیگر شکست می‌یابد و وارد شیشه می‌شود.



الف) مشخصه‌های موج بازتابیده و موج شکست یافته را با موج فروودی مقایسه کنید.

موج بازتابیده از نظر سرعت، بسامد و طول موج کاملاً شبیه موج فروودی است زیرا چشمۀ موج تغییر نکرده و محیط انتشار آن نیز همچنان هواست. بنابراین با زاویه

$\theta_r = \theta_i$ از مرز شیشه باز می‌تابد و فواصل جبهه‌های موج آن با جبهه‌های موج فروودی برابر است. اما موج شکست یافته وارد محیط با ضریب شکست بیشتری شده و تندي آن کاهش می‌یابد. بنابراین طبق رابطه $\frac{\lambda}{\lambda_2} = \frac{v}{v_2}$ طول موج نیز کاهش

یافته و جبهه‌های موج به هم نزدیک‌تر می‌شود. بنابراین زاویه شکست از زاویه تابش کوچک‌تر می‌شود ($\theta_r < \theta_i$).

ب) جبهه‌های موج بازتابیده و شکست یافته را رسم کنید.

۴۲) طول موج نور قرمز لیزر هلیم-نئون در هوا حدود 633nm است، ولی در زجاجیه چشم 474nm است.

الف) بسامد این نور چقدر است؟

$$\lambda_1 = 633\text{nm} = 633 \times 10^{-9}\text{m}, f_1 = ?$$

سرعت نور در هوا تقریباً برابر سرعت نور در خلاء است ($v_1 = c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)، پس بسامد نور لیزر برابر است با:

$$f = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \times 10^8}{633 \times 10^{-9}} = 4.74 \times 10^{14} \text{Hz}$$

ب) ضریب شکست زجاجیه برای این نور چقدر است؟

$$\lambda_1 = 633\text{nm}, \lambda_2 = 474\text{nm}, n_1 = 1, n_2 = ?$$

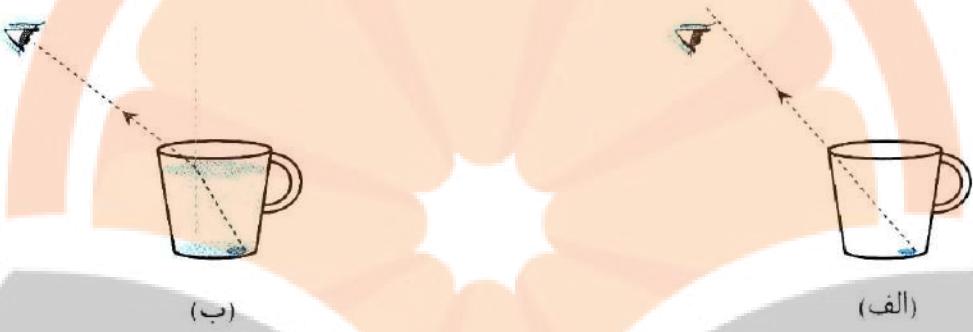
$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{633}{474} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow n_2 = 1.335$$

پ) تندي این نور در زجاجیه را محاسبه کنید.

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \times 10^8}{1.335} = 2.247 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تلاشی در مسیرهای مختلف

۱۴۳ سکه‌ای را در گوشة فنجانی خالی قرار دهید و طوری مقابله آن قرار گیرید که نتوانید سکه را بینید. سپس بی‌آنکه سرثان را حرکت دهید به آرامی در فنجان آب بزیید، به طوری که آب ریختن شما موجب جابه‌جایی سکه نشود. با پرشدن فنجان، سکه را خواهید دید. با رسم پرتوها علت دیده شدن سکه را توضیح دهید. همانطور که در شکل (الف) دیده می‌شود وقتی فنجان خالی است پرتوهایی که از سطح سکه بازتاب می‌شوند به چشم ناظر نمی‌رسند و سکه دیده نمی‌شود. اما با ریختن آب در فنجان طبق شکل (ب) پرتوهای نور بازتابیده شده از سطح سکه پس از خروج از آب شکسته شده و از خط عمود بر سطح آب دورتر می‌شوند، بنابراین می‌توانند به چشم ناظر برسند و ناظر سکه را در امتداد پرتوهای شکست و قدری بالاتر از مکان واقعی آن می‌بینند.



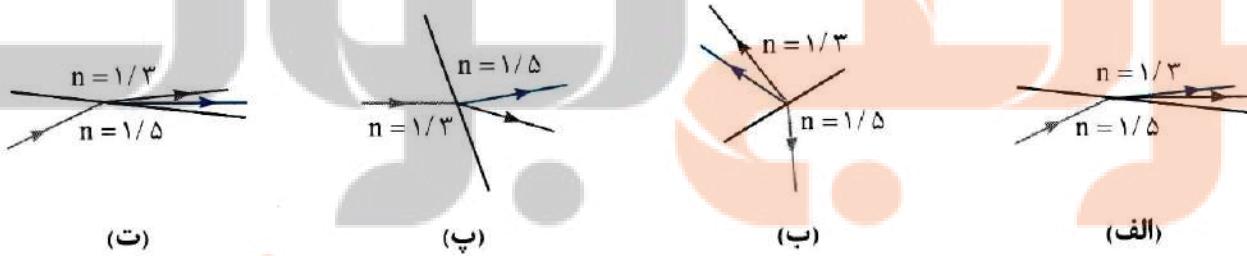
۱۴۴ مطابق شکل، پرتو نوری که از ماهی به چشمان شخص می‌رسد تحت زاویه 60° به مرز آب-هوای برخورد کرده است. زاویه شکست این پرتو در هوای چقدر است؟

$$n_1 = n_{\text{آب}} = 1/33, \quad n_2 = n_{\text{هوای}} = 1, \quad \theta_1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \quad \theta_2 = ?$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1/33 \sin 30^\circ = 1 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1/33}{2} \Rightarrow \theta_2 = 42^\circ$$

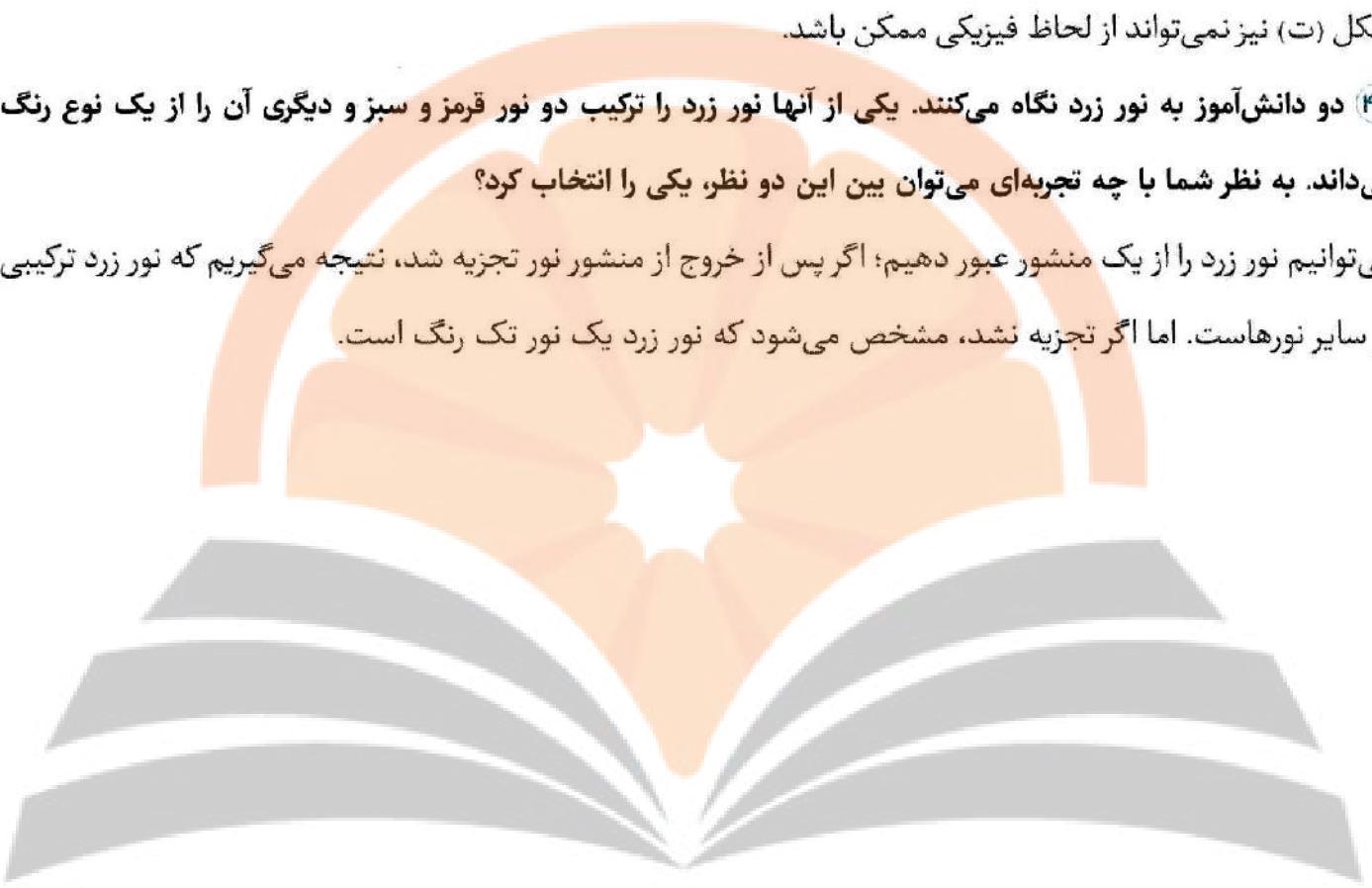
۱۴۵ در شکل‌های زیر، پرتوی فروندی که شامل نورهای قرمز و آبی است در سطح مشترک دو ماده شکست پیدا کرده‌اند. کدام شکل، شکستی را نشان می‌دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟



ابتدا در هر یک از شکل‌ها خط عمود بر مرز جدایی دو محیط را در محل برخورد پرتوی تابش رسم می‌کنیم، در شکست نور همواره پرتوهای تابش و شکست دو طرف خط عمود قرار می‌گیرند. بنابراین شکست پرتوهای نور به صورت شکل (ب) از لحاظ فیزیکی غیرممکن است. علاوه بر این هنگام عبور نور از محیط با ضریب شکست کمتر به محیط با ضریب شکست بیشتر، پرتوی شکست به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود، بنابراین شکست پرتوهای نور به صورت شکل (پ) هم از لحاظ

فیزیکی غیرممکن است. از طرفی می‌دانیم ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است، بنابراین ضریب شکست محیط دوم برای نور آبی بیشتر از نور قرمز است و با توجه به اینکه نور از محیط با ضریب شکست بیشتر به محیط با ضریب شکست کمتر وارد شده انحراف نور قرمز باید بیشتر از نور آبی باشد، بنایاراین شکست پرتوهای نور به صورت شکل (ت) نیز نمی‌تواند از لحاظ فیزیکی ممکن باشد.

۴۶ دو دانشآموز به نور زرد نگاه می‌کنند. یکی از آنها نور زرد را ترکیب دو نور قرمز و سبز و دیگری آن را از یک نوع رنگ می‌داند. به نظر شما با چه تجربه‌ای می‌توان بین این دو نظر، یکی را انتخاب کرد؟ می‌توانیم نور زرد را از یک منشور عبور دهیم؛ اگر پس از خروج از منشور نور تجزیه شد، نتیجه می‌گیریم که نور زرد ترکیبی از سایر نورهای است. اما اگر تجزیه نشد، مشخص می‌شود که نور زرد یک نور تک رنگ است.



نئونج بو

تلشی در مسیر موفقیت

تمرین (۱-۴)

صفحه ۹۹ کتاب درس

نوری با طول موج 240nm به سطحی از جنس فلز تنگستن می‌تابد و سبب گسیل فتووالکترون‌ها از آن می‌شود.

الف) بسامد نور فرودی را پیدا کنید.

$$\lambda = 240\text{nm} = 240 \times 10^{-9} \text{m}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, f = ?$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{240 \times 10^{-9}} = 1.25 \times 10^{15} \text{Hz}$$

ب) اگر توان چشمۀ نور فرودی $W = 50$ باشد، در هر دقیقه چه تعداد فوتون از این چشمۀ گسیل می‌شود؟

$$E = pt = 50 \times 1 = 50\text{J}$$

ابتدا انرژی تابش شده توسط چشمۀ در هر ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

نسبت این انرژی به انرژی هر فوتون، شمار فوتون‌های گسیل شده در هر ثانیه را به دست می‌دهد؛ بنابراین داریم:

$$n = \frac{E}{hf} = \frac{50}{6.63 \times 10^{-34} \times 1.25 \times 10^{15}} = 6.03 \times 10^{19}$$

پ) اگر توان و در نتیجه شدت چشمۀ نور فرودی به نصف کاهش پیدا کند، شمار فوتون‌های گسیل شده از چشمۀ در هر دقیقه چه تغییری می‌کند؟

با نصف شدن توان چشمۀ نور فرودی، انرژی تابش شده توسط چشمۀ در یک مدت زمان مشخص، نصف می‌شود و با توجه به اینکه انرژی هر فوتون تغییری نمی‌کند (چون طول موج و بسامد فوتون‌های گسیل شده تغییری نمی‌کند)، طبق

$$\text{رابطه } n = \frac{E}{hf}, \text{ تعداد فوتون‌های گسیل شده در یک مدت زمان مشخص نیز نصف می‌شود.}$$

صفحه ۱۰۲ کتاب درس

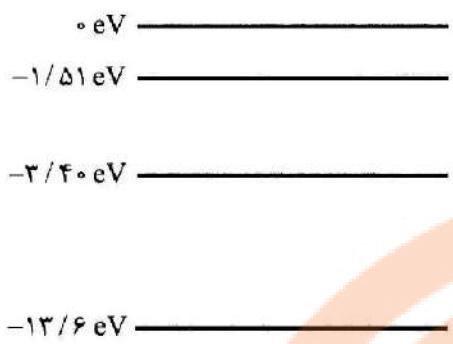
تمرین (۲-۴)

طول موج‌های اولین و دومین خط‌های طیفی اتم هیدروژن در رشتۀ پاشن ($n' = 3$) را به دست آورید و تعیین کنید که این خط‌ها در کدام گستره طول موج‌های الکترومغناطیسی واقع‌اند.

در رشتۀ پاشن $n' = 3$ و اولین و دومین خط طبیعی برای این رشتۀ به ترتیب متناظر با $n = 4$ و $n = 5$ است، در این صورت داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 1.011 \times (4/86 \times 10^{-2}) \Rightarrow \lambda = 1870\text{nm} \\ n = 5 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 1.011 \times (7/111 \times 10^{-2}) = 1228\text{nm} \end{cases}$$

که با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی در فصل ۳، هر دو طول موج در ناحیۀ فروسرخ قرار دارند.



شکل مقابل تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد.

الف) کمترین طول موج فوتونی را پیدا کنید که با گذار بین این ترازها به دست می‌آید. کمترین طول موج متناظر با بیشترین بسامد است. برای گسیل فوتونی با بسامد بیشتر طبق رابطه $E_U - E_L = hf$ ، باید گذار بین دو تراز با بیشترین اختلاف انرژی صورت بگیرد. یعنی گذار از حالت پایه ($n = 1$) با کمترین سطح انرژی ($13/6 \text{ eV}$) به خارج اتم ($n = \infty$) که دارای بیشترین سطح انرژی است.

$$E_U - E_L = E_{\infty} - E_1 = hf = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{\infty} - E_1} = \frac{1240}{13/6 - (-13/6)} = 91/2 \text{ nm}$$

ب) اگر الکترون از تراز انرژی $1/51 \text{ eV}$ به تراز پایه جهش کند طول موج فوتون گسیلی را پیدا کنید.

برای گذار از تراز انرژی $1/51 \text{ eV}$ یعنی تراز سوم به تراز پایه (تراز اول) طول موج فوتون گسیلی به صورت زیر است:

$$\lambda = \frac{hc}{E_3 - E_1} = \frac{1240}{1/51 - (-13/6)} = 102 \text{ nm}$$

پ) کدام گذار بین دو تراز می‌تواند به گسیل فوتونی با طول موج 660 nm منجر شود؟ توجه کنید که این طول موج‌ها در گستره مرئی است.

اگر گذار از تراز U به L رخ می‌دهد، خواهیم داشت:

$$E_U - E_L = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{660} = 1/88 \text{ eV}$$

با توجه به شکل این اختلاف انرژی مربوط به گذار بین تراز ۲ (تراز با انرژی $-3/4 \text{ eV}$) و تراز ۳ (تراز با انرژی $1/51 \text{ eV}$) است یعنی گذار از اولین حالت برانگیخته به دومین حالت برانگیخته رخ می‌دهد. $E_3 - E_2 = -1/51 - (-3/4) = 1/88 \text{ eV}$

آیا معادله ۴ برای فرایند جذب فوتون نیز برقرار است؟

بله، هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر، یک فوتون جذب یا گسیل می‌شود که انرژی آن دقیقاً برابر با اختلاف انرژی دو مدار اولیه و نهایی است. بنابراین برای به دست آوردن انرژی فوتون جذب شده یا گسیل شده می‌توان از معادله ۴ استفاده کرد.

با توجه به آنچه تاکنون دیدید و همچنین با استفاده از جدول تناوبی عناصر، که در پیوست کتاب آمده است، نماد هسته را در هر یک از موارد زیر تعیین کنید.

الف) ایزوتوپ فلوئور (F) با عدد نوترونی ۱۰

عدد اتمی عنصر فلوئور برابر با ۹ است، بنابراین داریم:

$$Z = 9, N = 10 \Rightarrow A = Z + N = 19$$

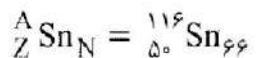
$${}_{Z}^{A} F_N = {}_{10}^{19} F_9$$

به این ترتیب نماد هسته فلوئور به شکل رو به رو خواهد بود.

تاریخ مسیر موفقیت

عدد اتمی عنصر قلع برابر ۵۰ است، بنابراین داریم:
به این ترتیب نماد هسته قلع به صورت روبرو است.

$$Z = 50, N = 66 \Rightarrow A = Z + N = 50 + 66 = 116$$



صفحة ۱۱۴ کتاب درسی

هر نقطه آبی رنگ در نمودار شکل ۲۲-۴ نشان‌دهنده یک هسته پایدار است. با توجه به این نمودار به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

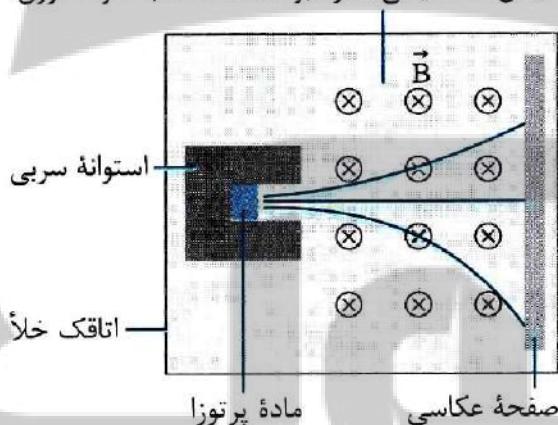
الف) نسبت تعداد نوترون به تعداد پروتون (N/Z) برای هسته‌های پایدار مختلف ثابت است یا متفاوت؟ توضیح دهید.
برای عناصر با عدد اتمی کوچک، نسبت $\frac{N}{Z}$ برای هسته‌های پایدار تقریباً برابر با ۱ است. با افزایش عدد اتمی برای پایدار بودن هسته تعداد نوترون‌ها باید بیشتر از تعداد پروتون‌ها باشد، بنابراین نسبت $\frac{N}{Z}$ برای هسته‌های پایدار با عدد اتمی بزرگ، کوچک‌تر از ۱ است؛ در نتیجه نسبت $\frac{N}{Z}$ همواره ثابت نیست.

ب) ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر را چگونه می‌توان با استفاده از این نمودار تشخیص داد؟

ایزوتوپ‌ها هسته‌هایی با عدد اتمی (Z) یکسان هستند که عدد نوترونی (N) متفاوتی دارند. بنابراین تمام نقاطی که روی خطی افقی قرار می‌گیرند که محور عمودی را در نقطه‌ای مثل Z قطع می‌کند، ایزوتوپ‌های مختلف عنصری با عدد اتمی Z را نشان می‌دهند.

صفحة ۱۱۶ کتاب درسی

میدان مغناطیسی (عمود بر صفحه کاغذ به طرف درون)



شکل روبرو طرح آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد که به کمک آن می‌توان سه نوع پرتوزایی طبیعی را مشاهده کرد و به تفاوت بار و جرم پرتوها از یکدیگر پی برد. قطعه‌ای از ماده پرتوزا را در ته حفره باریکی در یک استوانه سربی قرار می‌دهند. استوانه را درون اتاقکی می‌گذارند و هوای درون آن را تخلیه می‌کنند. سپس یک صفحه عکاسی مقابل حفره قرار می‌دهند و میدان مغناطیسی یکنواختی درون اتاقک برقرار می‌کنند. خطوط قرمزرنگ، مسیر حرکت پرتوها را نشان می‌دهد. نوع بار پرتوها را با هم مقایسه کنید.

با توجه به نیروی وارد بر ذرات باردار متحرک در میدان مغناطیسی و استفاده از قاعده دست راست برای تعیین جهت

نیرو می‌توان نوع بار پرتوها را تعیین کرد. از آنجایی که مسیر حرکت اولیه پرتوها v ابتدا به سمت راست بوده و میدان

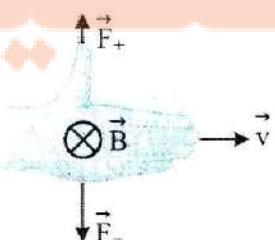
مغناطیسی (B) درون سو است، با قرار دادن چهار انگشت دست راست به طرف راست (در جهت v) به طوری که جهت

خم شدن انگشتان، جهت میدان مغناطیسی (B) را نشان دهد، انگشت شست جهت نیروی وارد بر بار مثبت (F_+) را

مشخص می‌کند. بنابراین پرتویی که به طرف بالا منحرف شده بار مثبت دارد. جهت

نیروی وارد بر بار منفی (F_-) برخلاف جهت بار مثبت است، بنابراین پرتوی منحرف شده

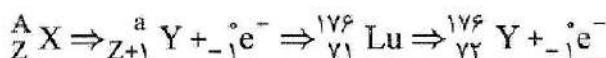
به طرف پایین بار منفی دارد و پرتویی که اصلاً انحراف پیدا نکرده بدون بار است.



تمرین (۴-۵)

صفحه ۱۱۸ کتاب درسی

لوتیم ($^{176}_{71}\text{Lu}$) عنصر پرتوزایی است که با گسیل بتای منفی، واپاشی می‌کند. معادله این واکنش را بنویسید و با استفاده از جدول تناوبی عنصرها که در پیوست آمده است، عنصر جدیدی را که تولید می‌شود تعیین کنید.

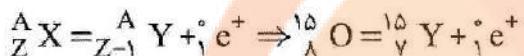


$Z = 72$ متعلق به عنصر هافتیم است.

تمرین (۴-۶)

صفحه ۱۱۹ کتاب درسی

ایزوتوپ ($^{18}_8\text{O}$) با گسیل پوزیترون، واپاشی می‌کند. معادله این واکنش را بنویسید و با استفاده از جدول تناوبی عنصرها که در پیوست آمده است، عنصر جدیدی را که تولید می‌شود تعیین کنید.



$Z = 7$ متعلق به عنصر نیتروژن است.

تمرین (۷-۴)

صفحه ۱۲۱ کتاب درسی

پس از گذشت ۹ روز، تعداد هسته‌های پرتوزای یک نمونه، به $\frac{1}{8}$ تعداد موجود در آغاز کاهش یافته است. نیمه عمر (برحسب روز) ماده چقدر است؟

$$N = \frac{1}{8} N_0 , \quad t = 9 , \quad T_{1/2} = ?$$

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{8} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 3$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow 3 = \frac{9}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = 3$$

صفحه ۱۲۲ تا ۱۲۵ کتاب درسی

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل (۴)

۱ یک لامپ حاوی گاز کم‌فشار سدیم، فوتون‌هایی با طول موج ۵۸۹nm گسیل می‌کند.

الف) بسامد و انرژی فوتون‌های گسیلی را حساب کنید. انرژی را بر حسب ژول و همچنین الکترون‌ولت بیان کنید.

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{589 \times 10^{-9}} = 509 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

$$E = hf = (4 / 14 \times 10^{-15}) \times (509 \times 10^{12}) = 2 / 1 \text{ eV}$$

$$E = (2 / 1 \text{ eV}) \left(\frac{1 / 60 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right) = 3 / 36 \times 10^{-19} \text{ J}$$

ب) فرض کنید توان تابشی مفید لامپ $W/5$ است. در هر دقیقه چند فوتون از این لامپ گسیل می‌شود؟

ابتدا انرژی تابشی لامپ در هر دقیقه را حساب می‌کنیم.

$$E = Pt = 5 \times 60 = 300 \text{ J}$$

نسبت این انرژی به انرژی هر فوتون ($J = 10^{-19} / (3 / 36 \times 10^{-19})$)، تعداد فوتون‌های گسیلی در هر دقیقه است.

$$n = \frac{300}{3 / 36 \times 10^{-19}} = 8 / 92 \times 10^{30}$$

توان باریکه نور خروجی یک لیزر گازی هلیم نئون W/m^2 است. اگر توان ورودی این لیزر W باشد، الف) بازده لیزر را حساب کنید.

$$Ra = \frac{P}{P_{ورودی}} = \frac{\Delta \times 10^{-3}}{50} = 1 \times 10^{-4}$$

بازده برابر با نسبت توان خروجی به توان ورودی لیزر است.

ب) اگر طول موج باریکه نور خروجی 633nm باشد، شمار فوتون هایی را پیدا کنید که در هر ثانیه از این لیزر گسیل می شود. ابتدا انرژی هر فوتون را برحسب الکترون ولت حساب می کنیم:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{633} = 1.96\text{eV}$$

انرژی خروجی لیزر را در هر ثانیه به دست آورده و آن را برحسب یکای الکترون ولت می نویسیم.

$$E = Pt = 5 \times 10^{-3} \times 1 = 5 \times 10^{-3} \text{J} = (5 \times 10^{-3} \text{J}) \times \left(\frac{1\text{eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{J}} \right) = 3.125 \times 10^{16} \text{eV}$$

نسبت این انرژی به انرژی هر فوتون، شمار فوتون های گسیل شده در هر ثانیه است.

$$n = \frac{3.125 \times 10^{16}}{1.96} = 1.59 \times 10^{16}$$

یک لامپ رشته ای با توان $W=100$ از فاصله یک کیلومتری دیده می شود. فرض کنید نور لامپ به طور یکنواخت در فضای اطراف آن منتشر می شود و بازده لامپ 5 درصد است (یعنی $W=5$ تابش مربعی گسیل می کند) و فقط 1 درصد این تابش دارای طول موجی در حدود 550nm است. در هر ثانیه چه تعداد فوتون با این طول موج وارد مردمک های چشم ناظری می شود که در این فاصله قرار دارد؟ (قطر مردمک را 2.0mm در نظر بگیرید).

توان تابش گسیلی لامپ $W=5$ است. بنابراین در هر ثانیه 5 انرژی به طور یکنواخت در فضای اطراف لامپ منتشر می شود. ($E=5J$) تمام این مقدار انرژی در فاصله 1 کیلومتری در سطح کره ای به مرکز لامپ و شعاع $R=1\text{km}$ پخش می شود در نتیجه نسبت مقدار انرژی ای که در هر ثانیه به سطحی به اندازه دایره ای با شعاع $r=1\text{mm}$ (مردمک چشم) وارد می شود به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{E_{eye}}{\pi r^2} = \frac{5}{4\pi R^2} \Rightarrow E_{eye} = \frac{5 \times (1 \times 10^{-3})^2}{4(10^3)^2} = 1.25 \times 10^{-12} \text{J}$$

این مقدار را برحسب eV به صورت مقابل می توان نوشت:

$$E_{eye} = (1.25 \times 10^{-12} \text{J}) \left(\frac{1\text{eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{J}} \right) = 7.81 \times 10^{-6} \text{eV}$$

تنها 1 درصد از انرژی نوری که به چشم می رسد مربوط به تابش با طول موج 550nm است بنابراین انرژی ورودی به چشم مربوط به این طول موج برابر است با:

$$E'_{eye} = \frac{E_{eye}}{100} = 7.81 \times 10^{-4} \text{eV}$$

از طرفی انرژی هر فوتون متناظر با طول موج 550nm برابر است با:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{550} = 2.25\text{eV}$$

نسبت انرژی ورودی به انرژی هر فوتون برابر با شمار فوتون های ورودی است. بنابراین:

$$n = \frac{E_{eye}}{E} = \frac{7.81 \times 10^{-4}}{2.25} = 3.47 \times 10^{-4}$$

تلashی در مسیر معرفت

۴ شدت تابشی خورشید در خارج جو زمین حدود $\frac{W}{m^2} = 1360$ است؛ یعنی در هر ثانیه به سطحی برابر $1m^2$ ، مقدار انرژی 1360 J رسد. وقتی این تابش به سطح زمین می‌رسد مقداری زیادی از شدت آن، به علت جذب در جو و ابرها از دست می‌رود. اگر شدت تابشی متوسط خورشید در سطح زمین به ازای هر متر مربع حدود $\frac{W}{m^2} = 300$ باشد، در هر ثانیه چند فوتون به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد؟ طول موج متوسط فوتون‌ها را 570nm فرض کنید.

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{570} = 2.18\text{eV}$$

انرژی متوسط هر فوتون برابر است با:

$$E = \frac{(300)(1)}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/875 \times 10^{21}\text{eV}$$

مقدار انرژی که در هر ثانیه به هر متر مربع از زمین می‌رسد برابر است با:

نسبت این انرژی به انرژی هر فوتون، تعداد فوتون‌های ورودی را مشخص می‌کند.

$$n = \frac{1/875 \times 10^{21}}{2/18} = 8.6 \times 10^{20}$$

۵ (الف) منظور از اثر فتوالکتریک چیست؟

هنگامی که یک موج الکترومغناطیسی با بسامد مناسب بر سطح یک فلز می‌تابد الکترون‌هایی از آن گسیل می‌شوند. این پدیده فیزیکی اثر فتوالکتریک نامیده می‌شود.

ب) توضیح دهید نظریه کوانتمی تابش که توسط اینشتین مطرح شد و در آن نور به صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفته شد چگونه به تبیین اثر فتوالکتریک کمک کرد؟

بنابر نظریه کوانتمی اینشتین، امواج الکترومغناطیسی از بسته‌های انرژی به نام فوتون تشکیل شده‌اند به طوری که انرژی هر فوتون از یک موج با بسامد f ، برابر با hf است. براساس مدل اینشتین، وقتی نوری تکفام با سطح فلزی برخورد می‌کند، هر فوتون تنها با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند. اگر فوتون به اندازه کافی انرژی داشته باشد، در اثر برهم‌کنش بین الکترون و فوتون، الکترون به صورت آنی از فلز گسیل می‌شود. در این صورت بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز شده و بقیه آن به انرژی جنبشی الکترون خارج شده تبدیل می‌شود. به این ترتیب او توانست نشان دهد اگر انرژی لازم برای جدا شدن سست‌ترین الکترون‌ها از فلز (W)، بیشتر از انرژی فوتون فرودی باشد ($W > hf$)، هیچ الکترونی از فلز خارج نمی‌شود و اثر فتوالکتریک رخ نمی‌دهد و برای شروع این اثر، بسامد نور فرودی حداقل باید برابر $\frac{W}{h}$ باشد.

۶ توضیح دهید برای یک فلز معین، تغییر هر یک از کمیت‌های زیر چه تأثیری در نتیجه اثر فتوالکتریک دارد.

(الف) افزایش یا کاهش بسامد نور فرودی نسبت به بسامد آستانه

با توجه به معادله فتوالکتریک ($K_{max} = hf - W$)، اگر آزمایش با بسامدی برابر با بسامد آستانه انجام شود ($f = f_0$) الکترون بدون هیچ انرژی جنبشی‌ای در آستانه ترک فلز قرار دارد. اگر بسامد نور فرودی را از بسامد آستانه کمتر کنیم ($f < f_0$)، به دلیل اینکه انرژی فوتون فرودی از تابع کار فلز کمتر شده ($W < hf$)، انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها فراهم نمی‌شود و اثر فتوالکتریک رخ نمی‌دهد. اما اگر بسامد نور فرودی را از بسامد آستانه بیشتر کنیم ($f > f_0$)، فوتون‌ها قادر به کندن الکترون‌ها خواهند بود و انرژی جنبشی بیشینه الکترون‌ها غیرصفر خواهد بود. هر چه بسامد فرودی بیشتر باشد انرژی فتوالکترون‌ها نیز بیشتر می‌شود.

با افزایش شدت نور، فقط تعداد فوتون‌های فروودی در واحد زمان افزایش می‌یابد و انرژی هر فوتون (hf) ثابت می‌ماند. بنابراین با توجه به اینکه بسامد نور فروودی کمتر از بسامد آستانه است اثر فتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

پ) کاهش شدت نور فروودی در بسامدهای بزرگ‌تر از بسامد آستانه

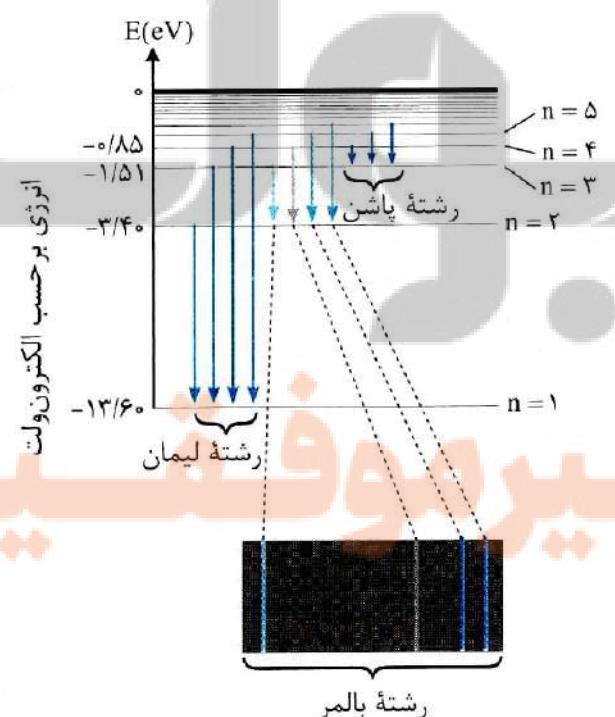
با کاهش شدت نور فروودی، تعداد فوتون‌های فروودی در واحد زمان کاهش می‌یابد، اما انرژی هر فوتون (hf) بدون تغییر است. از آنجایی که بسامد نور فروودی بیشتر از بسامد آستانه است همچنان فوتون‌های فروودی، انرژی لازم برای جداکردن الکترون‌ها از فلز را دارند، اما چون تعدادشان کاهش یافته است از تعداد فتوالکترون‌هایی که می‌توانند با جذب فوتون از فلز خارج شوند نیز کاسته می‌شود.

الف) طیف گسیلی یک جسم در چه مواردی پیوسته و در چه مواردی گستته یا خطی است؟ منشاً فیزیکی این تفاوت را توضیح دهید.

طیف حاصل از تابش گرمایی اجسام جامد همانند رشته داغ یک لامپ روشن، طیفی پیوسته است و شامل گستره پیوسته‌ای از طول موج‌ها است. تشکیل این طیف ناشی از برهمکنش قوی بین اتم‌های سازنده ماده جامد است. اما در گازهای کم فشار و رقیق اتم‌ها منفرد بوده و خبری از برهمکنش قوی بین اتم‌ها مانند اجسام جامد نیست. بنابراین طیف اتمی، طیفی گستته است که تنها طول موج‌های معینی را شامل می‌شود و این طول موج‌ها برای هر اتمی متحصر به فرد است.

ب) توضیح دهید چگونه می‌توان طیف‌های گسیلی پیوسته و خطی را ایجاد کرد. برای تشکیل طیف گسیلی خطی اتم‌های هر گاز نظری هیدروژن، جیوه، سدیم و... معمولاً از یک لامپ باریک و بلند شیشه‌ای که حاوی مقداری گاز رقیق و کم فشار است استفاده می‌شود. دو الکترود کاتد و آند که در دو طرف این لامپ قرار دارند به پایانه‌های مثبت و منفی یک منبع تغذیه با ولتاژ بالا متصل‌اند. ولتاژ بالا باعث تخلیه الکتریکی در گاز شده و اتم‌های گاز را واکنش به گسیل نور می‌کند.

همه اجسام در هر دمایی که باشند از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند، که به آن تابش گرمایی می‌گویند. این تابش گرمایی طیف پیوسته‌ای از امواج الکترومغناطیسی را شامل می‌شود.



۸ شکل زیر سه رشته طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی را روی نمودار تراز انرژی نشان می‌دهد که براساس مدل اتمی بور رسم شده است.

الف) منظور از $n = 1$ و انرژی $-13/60\text{ eV}$ چیست؟
 ۱ اولین مدار مانا در اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. در این حالت الکترون در حالت پایه است و کمترین سطح انرژی را دارد که مقدار آن $-13/60\text{ eV}$ است و نشان می‌دهد اگر بخواهیم الکترون را از حالت پایه به بالاترین حالت برانگیخته ممکن ببریم (الکترون را از اتم جدا کنیم) باید $-13/60\text{ eV}$ انرژی مصرف کنیم.

ب) برآسانس مدل اتمی بور دلیل حکی بودن طیف نسبی دار میداروون اتمی را توضیح دهید.

مدل اتمی بور برآسانس سه فرض اساسی و اصلی پایه‌ریزی شد:

- ۱- مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسسته معینی مجاز هستند.
- ۲- وقتی یک الکترون در یکی از مدارهای مجاز است، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌شود.
- ۳- الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانا دیگر برود. هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر به یک حالت با انرژی کمتر، یک فوتون تابش می‌شود که بسامد فوتون تابش شده متناسب با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است. ($hf = \Delta E$)

بنابراین با توجه به گسسته بودن مقادیر انرژی برای مدارهای مانا اتم‌ها در گاز هیدروژن، اختلاف انرژی بین مدارهای مختلف و در نتیجه بسامد فوتون‌های گسیلی نیز مقادیر گسسته‌ای خواهند داشت و طیف گسیلی اتم هیدروژن به صورت یک طیف خطی در خواهد آمد.

پ) اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول موج در هر رشته را، گستره طول موج‌های آن رشته می‌نامند. گستره طول موج‌های رشته لیمان ($n' = 1$) را پیدا کنید.

در رشته لیمان $n' = 1$ است در نتیجه بلندترین و کوتاه‌ترین طول موج به ترتیب متناظر با $n = \infty$ و $n = 2$ است.

بنابراین با استفاده از شکل صفحه قبل داریم:

$$n' = 1, n = 2 \Rightarrow \Delta E = E_U - E_L = -\frac{3}{4} - (-\frac{13}{6}) = 10/2 \text{ eV}$$

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240}{10/2} = 121 \text{ nm}$$

$$n' = 1, n = \infty \Rightarrow \Delta E = E_U - E_L = 0 - (-\frac{13}{6}) = 13/6 \text{ eV}$$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240}{13/6} = 91 \text{ nm}$$

بنابراین گستره طول موج‌های رشته لیمان برابر $121 - 91 = 30 \text{ nm}$ است.

الف) فرایند جذب فوتون توسط اتم را توضیح دهید.

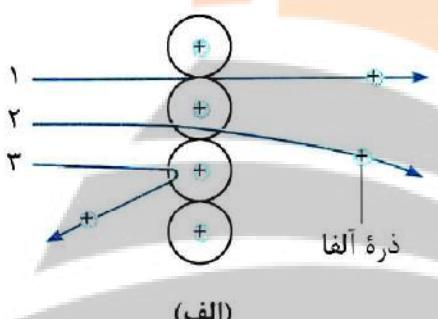
الکترون‌ها می‌توانند از ترازهای انرژی پایین‌تر به ترازهای انرژی بالاتر بروند. در این حالت اتم فوتونی که دقیقاً انرژی لازم برای گذار بین این دو تراز را دارد جذب می‌کند.

ب) با استفاده از مدل بور، چگونه می‌توانید خطهای تاریک در طیف جذبی گاز هیدروژن اتمی را توجیه کنید؟

وقتی نور سفید به اتم‌های هیدروژن می‌تابد، آن دسته از فوتون‌هایی که انرژی آنها دقیقاً برابر اختلاف انرژی دو تراز مختلف باشد توسط اتم‌های هیدروژن جذب می‌شوند. به این ترتیب اگر طیف نوری که از گاز هیدروژن عبور می‌کند را تشکیل دهیم به جای طول موج‌های جذب شده خطوط سیاه به وجود می‌آید.

پ) وقتی که نور فرابینفس به بسیاری از مواد تابیده شود، تابش مرئی از خود گسیل می‌کنند. این پدیده فیزیکی نمونه‌ای از فلوئورسانی است. آزمایش نشان می‌دهد در پدیده فلوئورسانی طول موج‌های گسیل یافته معمولاً برابر همان طول موج نور فروودی یا بزرگ‌تر از آن است. این پدیده را چگونه به کمک مدل بور می‌توانید تبیین کنید؟ هنگامی که نور فرابینفس به یک جسم تابیده می‌شود الکترون‌های جسم با جذب فوتون به ترازی منتقل می‌شوند که انرژی آن دقیقاً به اندازه انرژی فوتون جذب شده ($\Delta E = hf$) است. این الکترون‌ها تمایل دارند با تابش فوتون انرژی خود را از دست بدهند و دوباره به تراز قبلی خود برگردند. در اینجا ممکن است به جای اینکه مستقیماً به تراز قبلی برگردند با تابش یک یا چند فوتون با انرژی کمتر از hf به ترازهای میانی رفته و سپس به حالت اولیه خود برگردند. با توجه به اینکه انرژی فوتون‌های تابش شده کمتر از انرژی فوتون جذب شده است، (دقت کنید که بنا به اصل پایستگی انرژی، مجموع انرژی فوتون‌های تابش شده باید با انرژی فوتون جذب شده برابر باشد). بنابراین بسامد آنها کوچک‌تر یا مساوی با بسامد فوتون جذب شده و طول موج آنها بزرگ‌تر یا مساوی با طول موج فوتون جذب شده خواهد بود.

۱۰) مبنای مدل رادرفورد، نتایج آزمایش‌هایی بود که از پراکندگی ذره‌های آلفا



(الف)

توسط یک ورقه نازک طلا به دست آمده بود (شکل الف).

الف) توضیح دهید چرا بیشتر ذره‌های آلفا مانند ذره‌های ۱ و ۲ یا اصلاً منحرف نمی‌شوند یا به مقدار کمی منحرف می‌شوند.

بخش اعظمی از اتم را فضای خالی تشکیل می‌دهد.

ب) تنها تعداد بسیار کمی از ذره‌ها مانند ذره ۳ منحرف می‌شوند.

این امر چه نکته‌ای را درباره ساختار اتم طلا نشان می‌دهد؟

ذره‌های با انحراف شدید از مرکزی بسیار چگال با بار مثبت برجسته‌اند پس بار مثبت اتم باید در فضایی بسیار کوچک متتمرکز شده باشد که آن را هسته اتم می‌نامیم؛ یعنی هسته‌ای چگال با بار مثبت در مرکز اتم قرار دارد.

پ) چرا رادرفورد در آزمایش خود از صفحه بسیار نازک طلا استفاده کرده بود؟ اگر ضخامت ورقه مورد استفاده زیاد باشد، به علت همپوشانی هسته اتم‌هایی که در لایه‌های مختلف ورقه در مسیر حرکت ذرات آلفا قرار می‌گیرند، هیچکدام از ذره‌های آلفا نمی‌توانند از ورقه عبور کنند. بنابراین در این شرایط نمی‌توان مدل اتمی تامسون را رد کرد. به همین علت ورقه مورد استفاده باید آنقدر نازک باشد که تنها چند ردیف از اتم‌های ماده در مسیر حرکت ذرات آلفا قرار گیرد. یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد طلا چکش‌خواری بسیار بالای آن است. طوری که می‌توان ورقه‌های بسیار نازک به ضخامت چند اتم از آن ساخت بدون اینکه ورقه‌ها پاره شوند. علاوه بر این، عدد جرمی طلا بسیار زیاد است و می‌تواند به سادگی باعث پراکندگی ذرات آلفا شود. به همین دلیل آزمایش پراکندگی رادرفورد با ورقه‌های بسیار نازک از جنس طلا انجام می‌شود.

ت) شکل ب، به کدام مشکل مدل رادرفورد اشاره دارد؟ در مدل بور چگونه این مشکل رفع شده است؟

اگر الکترون‌ها به دور هسته در چرخش باشند به دلیل شتاب‌دار بودن این حرکت، بنا بر فیزیک کلاسیک باید امواج الکترومغناطیسی تابش کند که بسامد این امواج با بسامد حرکت مداری الکtron برابر است. با تابش موج الکترومغناطیسی توسط الکترون، از انرژی آن کاسته می‌شود. این کاهش انرژی باعث می‌شود که شعاع مدار الکترون به دور هسته به تدریج کوچک‌تر شده و بسامد حرکت آن بیشتر شود. این افزایش تدریجی بسامد حرکت مداری الکترون‌ها سبب می‌شود تا بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده نیز به تدریج زیاد شود. به این ترتیب باید طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل شده از اتم پیوسته باشد و الکترون پس از گسیل پی‌درپی امواج الکترومغناطیسی روی هسته فرو افتند. این نتیجه هم با پایداری اتم‌ها و هم طیف خطی گسیل شده توسط اتم‌ها مغایرت دارد.

اما بنا بر نظریه بور، الکترون‌ها روی مدارهای مانای مجاز با شعاع انرژی گستته به دور هسته در حرکتند اما مدامی که روی این مدارهای مانا قرار دارند موج الکترومغناطیسی گسیل نمی‌کنند. در صورتی که الکترون از یک مدار مانا با انرژی بیشتر به مداری با انرژی کمتر گذار کند، یک فوتون تابش می‌شود که انرژی آن با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی برابر است، بنابراین مشکل ناپایداری اتم و پیوسته بودن طیف گسیلی آن مرتفع می‌گردد.

۱۱) با استفاده از رابطه بور برای انرژی الکترون در اتم هیدروژن،

الف) اختلاف انرژی $E_L - E_U$ را حساب کنید.

$$E_n = \frac{-13/6}{n^2} \Rightarrow \Delta E(n_U \rightarrow n_L) = E_U - E_L = \frac{-13/6}{n_U^2} - \frac{-13/6}{n_L^2} = -13/6 \left(\frac{1}{n_U^2} - \frac{1}{n_L^2} \right)$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) = \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2)$$

$$E_2 = \frac{-13/6}{2^2} = -3/4 \text{ eV} \quad E_3 = \frac{-13/6}{3^2} = -1/51 \text{ eV} \quad E_4 = \frac{-13/6}{4^2} = -0/85 \text{ eV}$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) = E_4 - E_2 = -0/85 - (-3/4) = 2/55 \text{ eV} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Delta E(4 \rightarrow 3) &= E_4 - E_3 = -0/85 - (-1/51) = 0/66 \text{ eV} \\ \Delta E(3 \rightarrow 2) &= E_3 - E_2 = -1/51 - (-3/4) = 1/89 \text{ eV} \end{aligned} \quad \Rightarrow \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2) = 2/55 \text{ eV} \quad (2)$$

$$\frac{(1) + (2)}{} \Rightarrow \Delta E(4 \rightarrow 2) = \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2)$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1)$$

$$E_1 = \frac{-13/6}{1^2} = -13/6 \text{ eV} \quad E_2 = -3/4 \text{ eV} \quad E_4 = -0/85 \text{ eV}$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 1) = E_4 - E_1 = -0/85 - (-13/6) = 12/75 \text{ eV} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta E(4 \rightarrow 2) &= 2/55 \text{ eV} \\ \Delta E(2 \rightarrow 1) &= E_2 - E_1 = -3/4 - (-13/6) = 10/2 \text{ eV} \end{aligned} \quad \Rightarrow \Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1) = 12/75 \text{ eV} \quad (4)$$

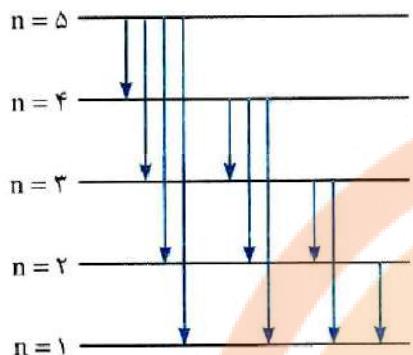
$$\frac{(3) + (4)}{} \Rightarrow \Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1)$$

روش دوم:

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(3 \rightarrow 2) = (E_4 - E_2) + (E_3 - E_2) = E_4 - E_2 + E_3 - E_2 = E_4 - E_1 = \Delta E(4 \rightarrow 1)$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1) = (E_4 - E_2) + (E_2 - E_1) = E_4 - E_2 + E_2 - E_1 = E_4 - E_1 = \Delta E(4 \rightarrow 1)$$

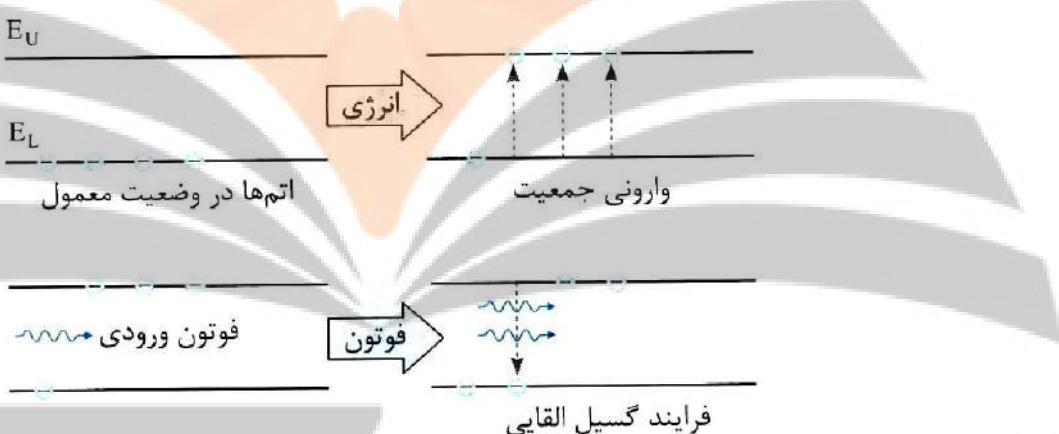
الف) با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این اتم به حالت پایه برود، امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد؟



در شکل مقابل احتمال گذار الکترون از تراز $n = 5$ به ترازهای دیگر با پیکان نمایش داده شده است. تعداد حالت‌های ممکن برای انرژی فوتون‌های گسیل شده برابر با تعداد پیکان‌هاست. یعنی ۱۰ نوع فوتون با انرژی مختلف وجود دارد.

ب) فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز باشند، در این صورت امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد؟ در این صورت تنها پیکان‌هایی با طول ۱ را به حساب می‌آوریم که مطابق شکل تعداد حالت‌ها برابر ۴ است.

شکل زیر فرایند ایجاد باریکه لیزر را به طور طرح وار در ۴ مرحله نشان می‌دهد.



الف) منظور از عبارت «اتم‌ها در وضعیت معمول» چیست؟

به طور معمول و در دمای اتاق بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.

ب) نقش انرژی داده شده چیست و معمولاً این انرژی چگونه تأمین می‌شود؟

انرژی داده شده سبب منتقل شدن الکترون‌های اتم‌های ماده به ترازهای انرژی بالاتر می‌شود. این انرژی به روش‌های مختلفی از جمله درخش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم می‌شود.

پ) منظور از «وارونی جمعیت» چیست؟

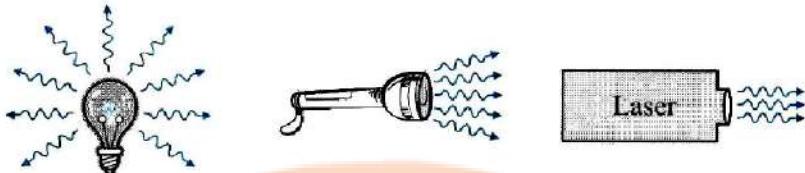
وارونی جمعیت الکترون‌ها در محیط لیزری مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهای شباهی‌پایدار نسبت به ترازهای پایین‌تر بیشتر باشد.

ت) انرژی فوتون ورودی چقدر باید باشد تا فرایند گسیل القایی انجام شود؟

برای گسیل القایی انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً برابر با اختلاف انرژی دو تراز باشد.

ث) فوتون‌هایی که براثر فرایند گسیل القایی و جهش الکtron‌ها به تراز پایین‌تر ایجاد می‌شوند چه ویژگی‌های مشترکی دارند؟ این فوتون‌ها هم‌بسامد، هم‌جهت و هم‌فازند.

تلائون های برموقبت



الف) با توجه به آنچه در این فصل فراگرفتید تفاوت فوتون‌های گسیل شده از هر چشم را با یکدیگر بیان کنید.

نور تولیدشده توسط لامپ به علت داغ شدن رشته داخل آن به وجود می‌آید، بنابراین طیف گسیلی آن پیوسته است؛ یعنی فوتون‌های تولیدشده بسامدهای مختلف دارند. علاوه بر این، چون گسیل تابش به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود، راستای حرکت فوتون‌ها به صورت کاتورهای بوده و در همهٔ جهت‌ها به صورت تصادفی منتشر می‌شوند.

نور تولیدشده توسط چراغ قوه مانند نور لامپ در اثر داغ شدن رشته سیم داخل آن و در اثر گسیل خودبه‌خودی تولید می‌شود، بنابراین بسامد فوتون‌های تولیدشده و جهت انتشار آنها هم متفاوت خواهد بود. البته در چراغ قوه با استفاده از آینه‌های بیضوی راستای انتشار فوتون‌ها تا حدی یکسان می‌شود.

اما در لیزر فوتون‌های گسیل شده کاملاً هم‌سامد، هم‌فاز و هم‌جهت هستند.

ب) چرا توصیهٔ جدی می‌شود که هیچ‌گاه به طور مستقیم به باریکهٔ نور ایجاد شده توسط لیزر نگاه نکنید؟

فوتون‌های تولیدشده توسط لیزر به صورت موازی با هم منتشر می‌شوند. شدت موج تابشی حاصل از آنها و در نتیجه انرژی‌ای که در واحد زمان به واحد سطح منتقل می‌کنند. با افزایش فاصله از منبع تولید لیزر تغییری نمی‌کند. علاوه بر این، فوتون‌های تولیدشده در یک باریکهٔ لیزری با یکدیگر هم‌فاز هستند و هنگام برخورد با یک جسم به علت تداخل سازنده‌ای که با هم ایجاد می‌کنند، می‌توانند بسیار مخرب باشند. به همین خاطر نگاه کردن به نور لیزر می‌تواند موجب تخریب اجزای چشم از جمله قرنیه، عدسی و شبکیه شده و باعث بروز مشکلات جدی در بینایی شود.

(۱۵) مرتبهٔ بزرگی تعداد نوترون‌هایی را که می‌توان تنگ هم در یک توب تنیس به شاعع $3/2\text{ cm}$ جای داد، تخمین بزنید. در این صورت مرتبهٔ بزرگی جرم این توب چقدر است؟ (مرتبهٔ بزرگی شاعع و جرم نوترون را به ترتیب $m = 10^{-15}\text{ kg}$ و $n = 10^{-27}\text{ kg}$ در نظر بگیرید).

$$r_N = 10^{-15}\text{ m}, r_B = 3/2 \times 10^{-2}, m_N = 10^{-27}\text{ kg}, n = ?, M = ?$$

ابتدا مرتبهٔ بزرگی حجم هر نوترون و توب تنیس را تخمین می‌زنیم:

$$V_N = \frac{4}{3}\pi(r_N)^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (10^{-15})^3 = 4/19 \times 10^{-45} = 10^{-45}\text{ m}^3 \quad \text{حجم نوترون}$$

$$V_B = \frac{4}{3}\pi(r_B)^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (3/2 \times 10^{-2})^3 = 1/37 \times 10^{-4} = 10^{-4}\text{ m}^3 \quad \text{حجم توب تنیس}$$

تعداد نوترون‌هایی که می‌توان در توب جای داد از نسبت حجم توب به حجم هر نوترون به دست می‌آید. بنابراین:

$$n = \frac{V_B}{V_N} = \frac{10^{-4}}{10^{-45}} = 10^{41}$$

مرتبهٔ بزرگی جرم توب برابر جرم تمام نوترون‌های موجود در آن است.

$$M = n \times m_N = 10^{41} \times 10^{-27} = 10^{14}\text{ kg}$$

الف) تعداد نوکلئون‌ها: تعداد نوکلئون‌ها برابر با تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هسته است که همان عدد جرمی را نشان می‌دهد، بنابراین:

ب) تعداد نوترون‌ها: تعداد نوترون‌ها را می‌توان از اختلاف عدد جرمی و عدد اتمی به دست آورد، بنابراین:

$$N = A - Z = 208 - 82 = 126$$

پ) بار الکتریکی خالص هسته: بار خالص هسته برابر است با حاصل ضرب تعداد پروتون‌های هسته در بار الکتریکی پروتون، بنابراین:

در هر یک از موارد زیر نماد X چه عنصری را نشان می‌دهد و در هسته هر یک چند نوترون وجود دارد؟ در صورت لزوم از جدول تناوبی استفاده کنید.

$$^{195}_{78} X \equiv ^{195}_{78} \text{Pt}, N = A - Z = 195 - 78 = 117$$

الف)

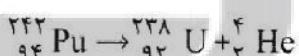
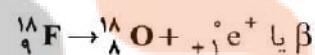
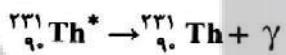
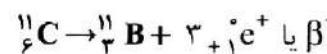
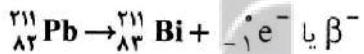
$$^{32}_{16} X \equiv ^{32}_{16} \text{S}, N = A - Z = 32 - 16 = 16$$

ب)

$$^{61}_{29} X \equiv ^{61}_{29} \text{Cu}, N = A - Z = 61 - 29 = 32$$

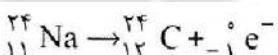
پ)

آیا می‌توان ایزوتوپ X^{61}_{25} را با روش شیمیایی از ایزوتوپ Y^{59}_{25} جدا کرد؟ از ایزوتوپ Y^{59}_{25} چطور؟ پاسخ خود را توضیح دهید. هسته‌های X^{61}_{25} و Y^{59}_{25} ایزوتوپ‌های یک عنصر شیمیایی (Mn) هستند زیرا عدد اتمی یکسان اما تعداد نوترون و عدد جرمی متفاوتی دارند. با توجه به اینکه عدد اتمی خواص شیمیایی هسته را مشخص می‌کند، ایزوتوپ‌ها خواص شیمیایی یکسانی دارند و با روش‌های شیمیایی قابل تفکیک نیستند. اما عدد اتمی X^{61}_{25} و Y^{59}_{25} متفاوت است، بنابراین X و Y مرتبط با دو عنصر شیمیایی مختلف هستند (Fe_{26} , Mn_{25}) و با روش‌های شیمیایی می‌توان آنها را جدا کرد. جاهای خالی در فرایندهای واپاشی زیر نشان دهنده یک یا چند ذره α , β^+ یا β^- است. در هر واکنش، جای خالی را کامل کنید.

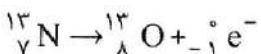


هسته دختر به دست آمده از هر یک از واپاشی‌های زیر را به صورت X^A_Z مشخص کنید.

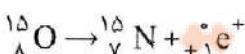
الف) $^{242}_{94} \text{Pu}$ واپاشی α انجام دهد.



ب) سدیم $^{24}_{11} \text{Na}$ واپاشی β^- انجام دهد.

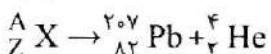


پ) نیتروژن $^{15}_7 \text{N}$ واپاشی β^- انجام دهد.



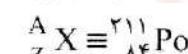
ت) $^{15}_8 \text{O}$ واپاشی β^+ انجام دهد.

سرب $^{207}_{82} \text{Pb}$ هسته دختر پایداری است که می‌تواند از واپاشی α یا واپاشی β^- حاصل شود. فرایندهای مربوط به هر یک از این واپاشی‌ها را بنویسید. در هر مورد هسته مادر را به صورت X^A_Z مشخص کنید.



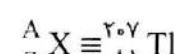
$$A = 207 + 4 = 211$$

$$Z = 82 + 2 = 84$$



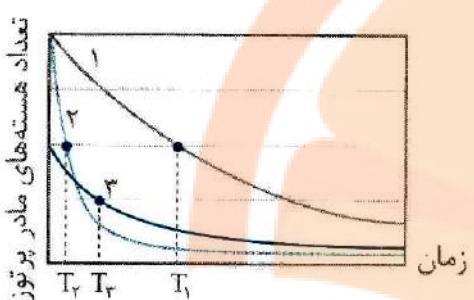
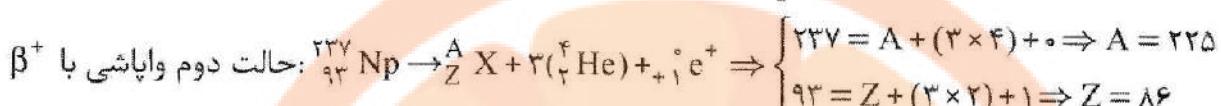
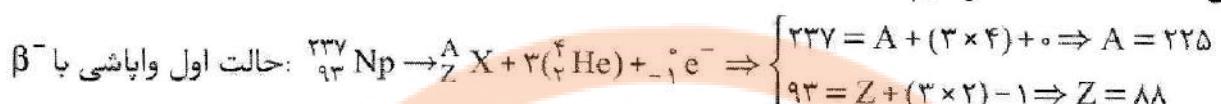
$$A = 207 + 0 = 207$$

$$Z = 82 - 1 = 81$$



گسیل ذرات α , β , γ صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، عدد اتمی و عدد جرمی هسته نهایی چقدر است؟

فرآیند این واپاشی به صورت $^{237}_{93}\text{Np} \rightarrow X + 3\alpha + \beta$ است و در واپاشی بتا ذره گسیل شده می‌تواند الکترون یا پوزیترون باشد، بنابراین ۲ حالت مختلف خواهیم داشت:



شکل زیر نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونه را برحسب زمان نشان می‌دهد. نیمه‌عمر این سه نمونه را با هم مقایسه کنید. از روی نمودار، زمانی را که تعداد هسته‌های مادر پرتوزای هر نمونه، نصف مقدار اولیه می‌شود پیدا می‌کنیم، بنابراین خواهیم داشت:

$$T_2 < T_3 < T_1$$

هنگامی که نیتروژن جو زمین توسط پرتوهای کیهانی (که معمولاً از جنس پروتون، ذره‌های α و الکترون هستند) بمباران می‌شود، ایزوتوپ پرتوزای کربن ۱۴ با آهنگ ثابتی در لایه‌های فوقانی جو تولید می‌شود. این کربن پرتوزا، با کربن ۱۲ که به طور طبیعی در جو وجود دارد در هم می‌آمیزد. بررسی‌ها نشان داده است که به ازای هر ۱۰۰۰۰ میلیارد اتم پایدار کربن ۱۲، تقریباً یک اتم پرتوزا کربن ۱۴ از این طریق وارد جو می‌شود.

اتم‌های کربن جوی از طریق فعالیت‌های بیولوژیکی از قبیل فتوستنتز و تنفس، به نحو کاتورهای مکان خود را عوض می‌کنند و به بدن جانداران منتقل می‌شوند. به طوری که اتم‌های کربن هر موجود زنده شامل کسرکوچک و ثابتی از ایزوتوپ پرتوزا کربن ۱۴ است. وقتی موجود زنده‌ای می‌میرد، مقدار کربن پرتوزا به تله افتاده در موجود غیرزنده، با نیمه‌عمر ۵۷۳۰ سال رو به کاهش می‌گذارد. کربن ۱۴ موجود در یک نمونه زغال قدیمی، مقدار (معادل $\frac{1}{16}$) مقدار عادی کربن ۱۴ موجود در زغالی است که تازه تولید شده است. سن تقریبی این زغال قدیمی چقدر است؟

$$N = \frac{N_0}{16} = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 6$$

ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای گذشته را محاسبه می‌کنیم:

با توجه به اینکه هر نیمه‌عمر ۵۷۳۰ سال است سن زغال را محاسبه می‌کنیم.

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow t = nT_{1/2} = 6 \times 5730 = 34380$$

سال

نیمه‌عمر بیسموت ۲۱۲ حدود ۶۰ دقیقه است. پس از گذشت چهار ساعت، چه کسری از ماده اولیه، در نمونه‌ای از این

$$T_{1/2} = 60\text{ min} = 1\text{ h} \quad , \quad t = 4\text{ h}$$

بیسموت، باقی می‌ماند؟

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{4}{1} = 4$$

ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده را محاسبه می‌کنیم.

$$N_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^n = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} N_0$$

به این ترتیب مقدار ماده باقی‌مانده به صورت رو به رو محاسبه می‌شود.

در نتیجه مقدار ماده باقی‌مانده $\frac{1}{16}$ ماده اولیه خواهد بود.

تلاش در معرفت