

ریاضی (۱)

۱- گزینه «۱»

(بهرار ۴ علاج)

سهمی فوق یک سهمی رو به پایین و دارای Max است که مقدار این Max که همان عرض رأس می باشد، از رابطه $\frac{-\Delta}{4a}$ به دست می آید:

$$y_{\max} = -\frac{((2m-3)^2 - 4(-1)(m+1))}{-4} = m^2 - 2m + \frac{13}{4}$$

که این عبارت، خود یک سهمی رو به بالاست که کمترین مقدار آن برابر است با:

$$\min = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(4-13)}{4} = \frac{9}{4}$$

(معارله‌ها و نامعاره‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۲- گزینه «۳»

(علی آزار)

$$f(x) = ax + b$$

$$\Rightarrow f(3x-1) + 3f(x-1) = 42x - 20$$

$$\Rightarrow a(3x-1) + b + 3(a(x-1) + b) = 42x - 20$$

$$\Rightarrow 3ax - a + b + 3ax - 3a + 3b = 42x - 20$$

$$\Rightarrow 6ax - 4a + 4b = 42x - 20 \Rightarrow a = 7, b = 2$$

$$f(x) = 7x + 2 \Rightarrow f(2) = 16$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۱ کتاب درسی)

۳- گزینه «۴»

(علی سرآبادانی)

به ۵ سؤال از ۸ سؤال اول و به ۵ سؤال از ۷ سؤال دوم باید درست پاسخ داده شود و بقیه سؤالات نیز نادرست باید جواب داده شوند.

$$\binom{8}{5} \times \binom{7}{5} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \times 5!} \times \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2!} = (8 \times 7) \times (7 \times 3) = 49 \times 24$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۴- گزینه «۱»

(مهمر توزندهانی)

بایستی با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴ عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۲۰۰۰۰ بسازیم، بنابراین رقم سمت چپ فقط ارقام ۴, ۳, ۲ می تواند باشد. با توجه به مکان ۱ ها حالت‌های زیر را خواهیم داشت:

$$\frac{3}{\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \right\}} \frac{1}{\left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\}} = 3 \times 2! = 18$$

سبب
۲ رقم دیگر و ۱

حالت اول:

$$\frac{3}{\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \right\}} \frac{2}{\left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\}} \frac{1}{\left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\}} = 6 \times 2! = 12$$

سبب
۲ رقم دیگر و ۱

حالت دوم:

$$\frac{3}{\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \right\}} \frac{2}{\left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\}} \frac{1}{\left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\}} = 6$$

سبب
۲ رقم دیگر و ۱

حالت سوم:

بنابراین در کل ۳۶ حالت می توانیم داشته باشیم.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۵- گزینه «۳»

(بهرار ۴ علاج)

برای تشکیل مستطیل ۲ خط افقی و ۲ خط عمودی لازم است. در صفحه شطرنجی ۴×۶، ۵ خط افقی و ۷ خط عمودی وجود دارد که داریم:

$$\text{تعداد مستطیل‌ها} = \binom{5}{2} \binom{7}{2} = 210$$

که در این تعداد، مربع‌ها نیز لحاظ شده‌اند. حال تعداد مربع‌ها به صورت زیر است:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ در } 1: 4 \times 6 = 24 \\ 2 \text{ در } 2: 3 \times 5 = 15 \\ 3 \text{ در } 3: 2 \times 4 = 8 \\ 4 \text{ در } 4: 1 \times 3 = 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} 50$$

پس تعداد مستطیل‌هایی که مربع نیستند برابر است با:

$$210 - 50 = 160$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۶- گزینه «۳»

(مهمر قرقچیان)

روش اول: فضای نمونه این آزمایش تصادفی به صورت زیر است:

$$S = \left\{ (1,1), (1,2), (1,3), \dots, (1,6), (2,1), \dots, (2,6), (6,1), (6,2), \dots, (6,6) \right\}$$

مجموع عددها	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
احتمال	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$m + n = 14$$

روش دوم: می دانیم در پرتاب ۲ تاس احتمال اینکه مجموع اعداد ظاهر

شده k باشد از رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} \frac{k-1}{36} & k \leq 6 \\ \frac{13-k}{36} & k > 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{k_1-1}{36} = \frac{13-k_2}{36}$$

$$k_1 - 1 = 13 - k_2 \Rightarrow k_1 + k_2 = 14$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۷- گزینه «۳»

(سعیل حسن خان پور)

در این بررسی باید کل افرادی که در ایران مبتلا به سرطان می‌شوند را جزء جامعه آماری دانست، زیرا کسانی که مبتلا به سرطان ریه می‌شوند زیرمجموعه‌ای از این جامعه آماری هستند (نمونه).

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸ کتاب درسی)

۸- گزینه «۳»

(پوریا جلاج)

از بین موارد گفته شده گروه خونی، اسامی افراد، رنگ‌های رنگین کمان و نوع آلایندگی‌های هوا متغیرهای کیفی اسمی‌اند.

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰ کتاب درسی)

۹- گزینه «۴»

(میدر انصاری)

جنسیت داوطلبان: کیفی اسمی

عدد ریشتر زلزله: کمی پیوسته

سطح تحصیلات: کیفی ترتیبی

تعداد فرزندان دختر یک خانواده: کمی گسسته

دقت کنید که نوع فشار خون متغیر کیفی اسمی است در صورتی که اندازه فشار خون متغیر کمی پیوسته است.

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰ کتاب درسی)

۱۰- گزینه «۳»

(میدر شعبانی)

می‌دانیم انواع متغیرهای (کمی پیوسته و گسسته، کیفی اسمی و ترتیبی) داده‌هایی عددی نیستند، پس کیفی می‌باشند و چون دارای یک ترتیب ذاتی نیستند پس کیفی اسمی هستند.

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰ کتاب درسی)

۱۱- گزینه «۴»

(مسعود برملا)

مخرج کسر داده شده به دلیل داشتن $\Delta < 0$ و $a > 0$ همواره مثبت است. بنابراین صورت کسر باید همواره منفی باشد که شرط‌های $\Delta < 0$ و $a < 0$ باید رعایت شود:

$$\begin{aligned} \begin{cases} a < 0: m+1 < 0 \Rightarrow m < -1 & (I) \\ \Delta < 0: m^2 - 4(m+1)(m+1) < 0 \\ \Rightarrow m^2 - 4(m^2 + 2m + 1) < 0 \Rightarrow m^2 - 4m^2 - 8m - 4 < 0 \\ \Rightarrow -3m^2 - 8m - 4 < 0 \Rightarrow 3m^2 + 8m + 4 > 0 \end{cases} \\ \Delta = 64 - 4 \times 3 \times 4 = 16 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-8+4}{6} = \frac{-2}{3} \\ m_2 = \frac{-8-4}{6} = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

m	-2	$-\frac{2}{3}$
$3m^2 + 8m + 4$	$+$	$+$
$m \in (-\infty, -2) \cup (-\frac{2}{3}, +\infty)$	$(I) \cap (II) \rightarrow$	$m < -2$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱ کتاب درسی)

۱۲- گزینه «۲»

(افشین قاصدخان)

ابتدا y های هر نقطه را قرینه می‌کنیم. خواهیم داشت:

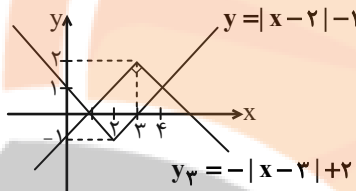
یک واحد در جهت \rightarrow $y_1 = -(|x-2|-1) = -|x-2|+1$
 xهای مثبت

یک واحد در جهت \rightarrow $y_2 = -|x-3|+1$
 yهای مثبت

$y_3 = -|x-3|+2$

نمودار دو تابع y_3 و $y = |x-2|-1$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

بعد از رسم هر دو تابع مشاهده می‌شود که سطح مذکور مستطیل است که طول آن $2\sqrt{2}$ و عرض آن $\sqrt{2}$ می‌باشد.



$S = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۱۳- گزینه «۲»

(علی آزار)

برای حل مسأله ابتدا فرض می‌کنیم که b عددی فرد باشد. در نتیجه $b+2$ نیز فرد خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{تعداد عددهای ۴ رقمی زوج} &= \begin{cases} \frac{5431}{\text{صفر}} = 60 \\ \frac{4431}{2} = 48 \end{cases} \\ \Rightarrow \text{تعداد عددهای ۴ رقمی زوج} &= 108 \end{aligned}$$

$$\text{تعداد عددهای سه رقمی فرد} = \frac{44}{1,3,b,b+2} = 64$$

که نسبت تعداد عددهای ۴ رقمی زوج به عددهای سه رقمی فرد برابر با

$\frac{51}{8}$ نمی‌باشد. بنابراین b و $b+2$ اعدادی زوج هستند، بنابراین:

$$\begin{aligned} \text{تعداد عددهای ۴ رقمی زوج} &= \begin{cases} \frac{5431}{\text{صفر}} = 60 \\ \frac{443}{2,b,b+2} = 144 \end{cases} \\ \Rightarrow \text{تعداد عددهای ۴ رقمی زوج} &= 204 \end{aligned}$$

$$\text{تعداد عددهای سه رقمی فرد} = \frac{442}{1,3} = 32$$

\Rightarrow نسبت مورد نظر $= \frac{204}{32} = \frac{51}{8}$

بنابراین با در نظر گرفتن $b=6$ بزرگترین عدد چهار رقمی فرد به صورت ۸۶۳۱ خواهد بود که مجموع ارقام آن برابر با ۱۸ می‌باشد.

(شمارش، برون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۴- گزینه «۳»

(بهنام کلاهی)

مشاهده می‌شود که عبارت فوق، دارای ۳ حرف «ر» و دو حرف «م» و دو حرف «ا» می‌باشند که جابه‌جایی آن‌ها در کنار هم یک حالت فرض می‌شود چون یکسان‌اند. تعداد کل حالات برابر است با:

$$10! \Rightarrow \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1}$$

(شمارش، برون شمردن، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۵- گزینه «۲»

(بهرام علاج)

اینکه در بین ۴ لنگه حداکثر ۲ تا با هم جفت باشند، دو حالت دارد:

حالت اول: یک جفت کامل و ۲ لنگه غیر جفت:

$$\binom{6}{1} \binom{5}{2} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 240$$

۲ لنگه غیر جفت اجفت

حالت دوم: ۴ لنگه غیر جفت:

$$\binom{6}{4} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 240$$

پس در مجموع ۴۸۰ حالت خواهیم داشت.

(شمارش، برون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۱۶- گزینه «۳»

(بهنام کلاهی)

$$P(A) = 0/35, P(B) = 0/3, P(A \cap B) = 0/17$$

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - (0/35 + 0/3 - 0/17) = 1 - 0/48 = 0/52$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۱۷- گزینه «۳»

(رنا سیرنغی)

الف: نادرست، هر عضو نمونه، عضو جامعه می‌باشد.

ب: نادرست، در سرشماری بایستی تمام جامعه مورد بررسی و استفاده قرار گیرد.

پ: نادرست، تغییر اندازه جامعه، ممکن است در اندازه نمونه اثر بگذارد.

مثلاً اگر از جامعه ۱۷ عضوی ۷ عضو برای نمونه انتخاب شود، سپس با کاهش اعضای جامعه به ۵ عضو، دیگر نمی‌توانیم تعداد نمونه ۷ تایی داشته باشیم.

ت: نادرست، به مقدار کمیت یا تعداد اعضای نمونه، اندازه نمونه می‌گویند.

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸ کتاب درسی)

۱۸- گزینه «۳»

(سپهر سالاری)

واضح است که یکی از شاخصه‌های مهم اعضای تیم بسکتبال، بلندی قد آنان است، پس به نظر می‌آید که میانگین قد آن‌ها بیشتر از میانگین قد کلاس باشد و نتیجه به دست آمده نمی‌تواند قابل استناد باشد.

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸ کتاب درسی)

۱۹- گزینه «۱»

(موری نصراللهی)

سرعت دوندگان یک مسابقه متغیر کمی پیوسته است.

سایر گزینه‌ها متغیر کمی گسسته هستند.

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰ کتاب درسی)

۲۰- گزینه «۴»

(شکیب ریوی)

نوع آلاینده هوا، رنگ‌های لباس، گروه خونی و نوع متغیر تصادفی چون قابل شمارش نیستند کیفی هستند و چون ترتیب خاصی نیز در آن وجود ندارد از نوع کیفی اسمی هستند اما فصل‌های سال کیفی ترتیبی است.

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰ کتاب درسی)

هندسه (۱)

۲۱- گزینه «۴»

(معمّر قرچیان)

دو خط که نقطه اشتراکی ندارند و هیچ صفحه‌ای وجود نداشته باشد که شامل هر دوی آنها باشد را دو خط متناظر می‌گویند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: یال‌های AB ، AC و BC ، دو به دو متقاطع هستند.

گزینه «۲»: یال‌های BE ، CF و AD ، دو به دو موازی هستند.

گزینه «۳»: یال AD با دو یال BC و EF متناظر است ولی یال‌های BC و EF با یکدیگر موازی‌اند.

گزینه «۴»: یال‌های AB و EF متناظرند. همچنین هر دوی این یال‌ها با خط گذرنده از نقاط C و D متناظرند.

(تہسم فضایی، صفحہ‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی)

۲۲- گزینه «۱»

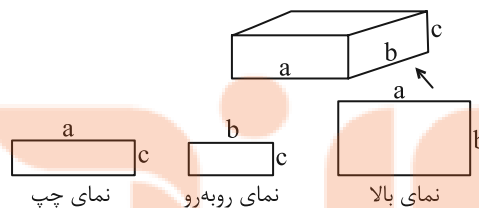
(معمّر طاهر شعاعی)

فرض کنید دو خط d و d' بر صفحه P عمود باشند. در این صورت این دو خط موازی یکدیگر خواهند بود که در تناقض با فرض متناظر بودن خطوط d و d' است، بنابراین هیچ صفحه‌ای در فضا وجود ندارد که بر دو خط متناظر d و d' عمود باشد.

(تہسم فضایی، صفحہ‌های ۷۹ تا ۸۳ کتاب درسی)

۲۳- گزینه «۲»

(معمّر طاهر شعاعی)



$$ab + ac + bc = 15$$

$$\Rightarrow \text{مساحت کل مکعب} = 2(ab + ac + bc) = 30$$

(تہسم فضایی، صفحہ‌های ۸۷ تا ۹۱ کتاب درسی)

۲۴- گزینه «۴»

(نریمان فتح‌اللهی)

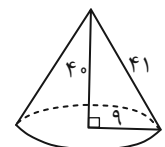
مثلثی به طول اضلاع ۹، ۴۰ و ۴۱، یک مثلث قائم‌الزاویه است، زیرا داریم:

$$9^2 + 40^2 = 41^2$$

شکل حاصل از دوران این مثلث حول یکی از اضلاع قائم، مخروطی قائم به ارتفاع ۴۰ و شعاع قاعده ۹ است، بنابراین حجم این مخروط برابر است با:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi}{3} \times 9^2 \times 40 = 1080\pi$$

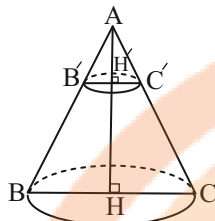
(تہسم فضایی، صفحہ‌های ۹۵ و ۹۶ کتاب درسی)



۲۵- گزینه «۳»

(معمّر قرچیان)

مطابق شکل، سطح مقطع حاصل، دایره‌ای به قطر $B'C'$ است.



با توجه به مساحت قاعده مخروط داریم:

$$S = \pi(BH)^2 \Rightarrow 100\pi = \pi(BH)^2 \Rightarrow BH = 10$$

طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABH داریم:

$$B'H' \parallel BH \Rightarrow \frac{B'H'}{BH} = \frac{AH'}{AH} \Rightarrow \frac{B'H'}{10} = \frac{7}{25}$$

$$\Rightarrow B'H' = 2/8$$

بنابراین مساحت سطح مقطع حاصل برابر است با:

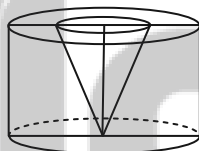
$$S' = \pi(B'H')^2 = 7/184\pi$$

(تہسم فضایی، صفحہ‌های ۹۲ تا ۹۴ کتاب درسی)

۲۶- گزینه «۳»

(سعید ذبیح‌زاده روشن)

از دوران دوزنقه $ABCD$ حول خط d ، یک استوانه حاصل می‌شود که درون آن یک بخش خالی به صورت مخروط قرار دارد.



ارتفاع استوانه برابر ۱۰ و شعاع قاعده آن برابر ۱۳ است، پس داریم:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi R^2 h = \pi(13)^2 \times 10 = 1690\pi$$

ارتفاع مخروط برابر ۱۰ و شعاع قاعده آن برابر $6 = 13 - 7$ است، پس

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi(6)^2 \times 10 = 120\pi$$

بنابراین حجم شکل حاصل برابر است با:

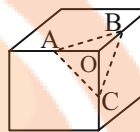
$$V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}} = 1690\pi - 120\pi = 1570\pi$$

(تہسم فضایی، صفحہ‌های ۹۵ و ۹۶ کتاب درسی)

۲۷- گزینه «۴»

(بهنام کلاهی)

با توجه به اینکه نقاط A ، B و C دقیقاً وسط یال‌های مکعب قرار دارند، سطح مقطع حاصل یعنی مثلث ABC ، یک مثلث متساوی‌الاضلاع است.



اگر طول هر یال مکعب برابر a باشد، آنگاه داریم:

$$\Delta OAB : AB^2 = OA^2 + OB^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{a^2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} a^2$$

مساحت کل مکعبی به طول یال a ، برابر $6a^2$ است، پس داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{\text{مکعب}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{8} a^2}{6a^2} = \frac{\sqrt{3}}{48}$$

(تہسم فضایی، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴ کتاب درسی)

۲۸- گزینه «۱»

(نریمان فتح‌اللہی)

طول قطر بزرگ لوزی برابر 20 است. از طرفی قطرهای لوزی عمود منصف یکدیگرند، پس داریم:

$$AM = 20 - 15 = 5 \Rightarrow OM = 10 - 5 = 5$$

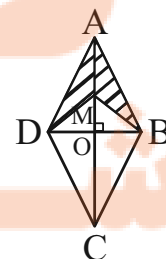
$$\Delta BOM : BO^2 = BM^2 - OM^2 = (5\sqrt{2})^2 - 5^2 = 50 - 25 = 25$$

$$\Rightarrow BO = 5 \Rightarrow BD = 2 \times 5 = 10$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta MBD}$$

$$= \frac{1}{2} OA \times BD - \frac{1}{2} OM \times BD$$

$$= \frac{1}{2} BD(OA - OM) = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$$



(پندر ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶ کتاب درسی)

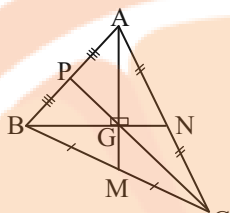
۲۹- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

میانہ‌های هر مثلث، یکدیگر را به نسبت 2 به 1 قطع می‌کنند، بنابراین مطابق شکل داریم:

$$AG = \frac{2}{3} AM = 6$$

$$BG = \frac{2}{3} BN = 4$$



$$\Delta ABG : AB^2 = AG^2 + BG^2 = 36 + 16 = 52$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

مطابق شکل پاره‌خط GP میانۀ وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه

ABG بوده و طول آن نصف طول وتر است، بنابراین داریم:

$$GP = \frac{1}{2} AB = \sqrt{13} \Rightarrow CP = 3GP = 3\sqrt{13}$$

(پندر ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۰ و ۶۷ کتاب درسی)

۳۰- گزینه «۲»

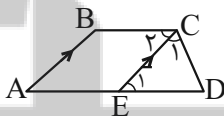
(سعید زبیر زاره روشن)

از رأس C ، خطی موازی با ساق AB رسم می‌کنیم تا قاعدۀ AD را در نقطۀ E قطع کند.

چهارضلعی $ABCE$ متوازی‌الاضلاع است، پس $AE = BC$ و در نتیجه داریم:

$$AD = BC + CD \Rightarrow AE + ED = BC + CD$$

$$\xrightarrow{AE=BC} ED = CD$$



بنابراین مثلث DCE متساوی‌الساقین است و $\hat{C}_1 = \hat{E}_1$ و از طرفی طبق قضیۀ خطوط موازی و مورب داریم:

$$BC \parallel AD \text{ و مورب } CE \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{E}_1 \xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{E}_1} \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

بنابراین $\hat{C}_2 = \hat{C}_1 = 55^\circ$ است. از طرفی در متوازی‌الاضلاع $ABCE$ ، هر دو زاویۀ مجاور، مکمل یکدیگرند، پس داریم:

$$\hat{B} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

(پندر ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳ کتاب درسی)

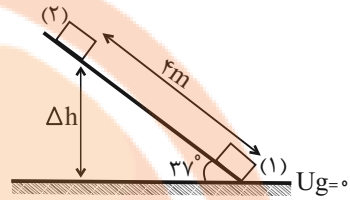


فیزیک (۱)

۳۱- گزینه «۲»

«مرتضی سترینج»

مطابق شکل زیر و با در نظر گرفتن سطح افق به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$\Delta E = E_2 - E_1 = K_2 + U_2 - (K_1 + U_1) = \Delta K + \Delta U$$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg\Delta h \quad \begin{matrix} m=2\text{kg}, v_2=2\frac{m}{s}, v_1=8\frac{m}{s} \\ \Delta h=4\sin 37^\circ=4 \times 0.6=2.4\text{m} \end{matrix}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \times 2 \times ((2)^2 - (8)^2) + 2 \times 10 \times 2.4 / 4$$

$$= -60 + 48 = -12\text{J}$$

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳ کتاب درسی)

۳۲- گزینه «۳»

«عبدالرضا امینی نسب»

ابتدا با توجه به رابطه چگالی، چگالی استوانه را در دمای ۱۰°C می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad V = \pi r^2 h \rightarrow \rho = \frac{m}{\pi r^2 h} \quad \begin{matrix} m=240\text{g} \\ r=1\text{cm}, h=10\text{cm} \end{matrix}$$

$$\rho = \frac{240}{\pi \times (1)^2 \times 10} = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow \rho = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

حال با توجه به رابطه تغییر چگالی در اثر تغییر دما داریم:

$$\Delta \rho = -\rho_1 (\alpha \Delta T) \quad \begin{matrix} \rho_1 = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \alpha = 3 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}, \Delta T = 90 - 10 = 80^\circ\text{C} \end{matrix}$$

$$\Delta \rho = -8000 \times (3 \times 3 \times 10^{-5}) \times 80 = -57.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

پس چگالی استوانه $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ۵۷/۶ کاهش می‌یابد.

(دما و گرما، صفحه‌های ۹۳ و ۹۴ کتاب درسی)

۳۳- گزینه «۴»

«مهدی زمانی»

چون تغییر حالت نداریم، با استفاده از رابطه کلی دمای تعادل داریم:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + \dots}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots}$$

ابتدا رابطه دمای تعادل را برای مایع‌های A و B بررسی می‌کنیم:

$$\frac{m_A c_A \theta_A + m_B c_B \theta_B}{m_A c_A + m_B c_B} = \theta \Rightarrow \frac{12c_A + 30c_B}{3c_A + 5c_B} = \theta$$

$$\Rightarrow 12c_A + 30c_B = 15c_A + 25c_B$$

$$\Rightarrow 3c_A = 5c_B \Rightarrow c_B = \frac{3}{5}c_A$$

حال رابطه دمای تعادل را برای مایع‌های A و C بررسی می‌کنیم:

$$\frac{m_A c_A \theta_A + m_C c_C \theta_C}{m_A c_A + m_C c_C} = \gamma \Rightarrow \frac{12c_A + 12c_C}{3c_A + 8c_C} = \gamma$$

$$\Rightarrow 12c_A + 12c_C = 31c_A + 56c_C$$

$$\Rightarrow 9c_A = 16c_C \Rightarrow c_C = \frac{9}{16}c_A$$

حال رابطه دمای تعادل را برای مایع‌های B و C بررسی می‌کنیم:

$$\theta_{BC} = \frac{m_B c_B \theta_B + m_C c_C \theta_C}{m_B c_B + m_C c_C} \Rightarrow \theta_{BC} = \frac{30c_B + 12c_C}{5c_B + 8c_C}$$

$$\frac{c_B = \frac{3}{5}c_A}{c_C = \frac{9}{16}c_A} \Rightarrow \theta_{BC} = \frac{30 \times \frac{3}{5}c_A + 12 \times \frac{9}{16}c_A}{5 \times \frac{3}{5}c_A + 8 \times \frac{9}{16}c_A}$$

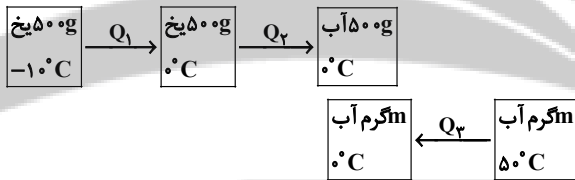
$$\Rightarrow \theta_{BC} = \frac{18c_A + 40.5c_A}{3c_A + 4.5c_A} \Rightarrow \theta_{BC} = 7/1^\circ\text{C}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲ کتاب درسی)

۳۴- گزینه «۲»

«عبدالرضا امینی نسب»

چون تبادل گرمایی فقط بین آب و یخ صورت می‌گیرد و آب و یخ در دمای صفر درجه سلسیوس به حالت تعادل قرار دارند، با توجه به طرحواره زیر داریم:



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow (m_1 c \Delta \theta)_{\text{یخ}} + m_1 L_F + (m_2 c \Delta \theta)_{\text{آب}} = 0$$

$$\Rightarrow 0 / 5 \times 2100 \times 10 + 0 / 5 \times 336000 + m_2 \times 4200 \times (-5) = 0$$

$$\Rightarrow 10500 + 168000 = 21000 m_2 \Rightarrow 21000 m_2 = 178500$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{178500}{21000} = 8.5 \text{kg} = 850\text{g}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۶ کتاب درسی)

۳۵- گزینه «۴»

«مهمرب بولولی»

در این مسئله دو وضعیت از یک گاز با مول‌های مختلف مطرح است. با توجه به قانون گازهای کامل داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{n_1 T_1}{n_2 T_2} \quad \begin{matrix} n = \frac{m}{M} \end{matrix}$$

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{m_1 T_1}{m_2 T_2} \quad \begin{matrix} P_2 = P_1 = 100 \\ P_1 = 100, T_1 = 27 + 273 = 300\text{K} \\ V_2 = V_1 + 100, V_1 = 1/2 V_2, T_2 = 127 + 273 = 400\text{K} \end{matrix}$$

$$\frac{100 P_1 \times 1/2 V_1}{P_1} = \frac{m_2}{16} \times \frac{400}{300} \Rightarrow m_2 = 5/76\text{g}$$

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 5/76 - 16 = -10/24\text{g}$$

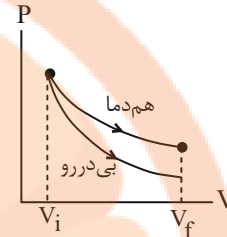
(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)



۳۶- گزینه «۳»

«عمید زرین کفش»

با توجه به نمودار $P-V$ که در شکل زیر برای دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو رسم شده است، درمی‌یابیم که در فرایند بی‌دررو تغییر فشار بیشتری رخ می‌دهد و فشار گاز بیشتر کاهش می‌یابد. در نتیجه نمودار بی‌دررو زیر نمودار هم‌دما قرار می‌گیرد.



حال به بررسی گزینه‌های نادرست می‌پردازیم:

گزینه «۱»: دمای نهایی گاز در فرایند هم‌دما بیشتر از فرایند بی‌دررو است، زیرا $T \propto PV$ و چون PV نهایی برای فرایند هم‌دما بیشتر است، لذا دمای آن نیز بیشتر است.

گزینه «۲»: کار انجام شده بر روی محیط در فرایند هم‌دما بیشتر است، زیرا سطح زیر نمودار $P-V$ در فرایند هم‌دما بیشتر است.

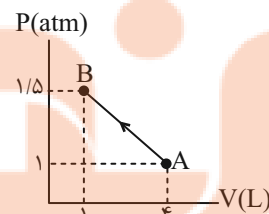
گزینه «۴»: تغییر انرژی درونی در فرایند هم‌دما صفر است، ولی در فرایند بی‌دررو این مقدار مخالف صفر است، لذا اندازه تغییر انرژی درونی در فرایند بی‌دررو بیشتر است.

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹ کتاب درسی)

۳۷- گزینه «۱»

«امیر مهموری انزلی»

با توجه به نمودار درمی‌یابیم که سطح زیر نمودار در فرایند برابر کار انجام شده روی گاز است:



$$W = S = \frac{1}{2}(1+1/5) \times 10^5 \times (4-1) \times 10^{-3} = 375J$$

از طرفی انرژی درونی گاز متناسب با دمای مطلق گاز است و طبق رابطه قانون گازهای کامل نیز دمای مطلق متناسب با حاصل ضرب PV است:

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{T_B}{T_A} \xrightarrow{T \propto PV} \frac{U_B}{U_A} = \frac{P_B V_B}{P_A V_A} \Rightarrow \frac{U_B}{200} = \frac{1 \times 1/5}{4 \times 1} \Rightarrow U_B = 75J$$

حال با توجه به رابطه قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow U_B - U_A = Q + W \Rightarrow 75 - 200 = Q + 375 \Rightarrow Q = -500J$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۹ کتاب درسی)

۳۸- گزینه «۲»

«مهمربعضر مفتاح»

در نمودار $V-T$ امتداد دو فرایند AB و CD از مبدأ می‌گذرد که با توجه به معادله حالت $PV = nRT$ درمی‌یابیم که این دو فرایند، فشار ثابت می‌باشند. از طرفی چون شیب نمودار AB کمتر است، لذا با توجه به رابطه $V = \frac{nR}{P} T$ درمی‌یابیم که فشار در این فرایند بیشتر از فرایند CD است، لذا در نمودار PV نمودار مربوط به آن بالاتر از CD قرار می‌گیرد (گزینه‌های (۱) و (۴) رد می‌شوند).

از طرفی فرایند AB یک فرایند فشار ثابت با افزایش حجم است که با توجه به نمودار گزینه (۲) درمی‌یابیم که این گزینه صحیح است. دقت کنید که فرایندهای BC و DA فرایندهای هم‌حجم می‌باشند.

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۳۹- گزینه «۳»

«عمید زرین کفش»

می‌دانیم که در یک چرخه تغییرات انرژی درونی صفر است، لذا داریم:

$$\begin{aligned} \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} &= 0 \Rightarrow \text{چرخه} \\ Q_{AB} + W_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} + Q_{CA} + W_{CA} &= 0 \\ \frac{W_{AB}=0}{Q_{CA}=0} \rightarrow Q_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} + W_{CA} &= 0 \\ \frac{W_{BC}=-P\Delta V}{Q_{AB}=1500J, Q_{BC}=-2250J} \rightarrow \end{aligned}$$

$$1500 + (-2250) + (-3 \times 10^5 \times (2-5) \times 10^{-3}) + W_{CA} = 0 \Rightarrow 1500 - 2250 + 900 + W_{CA} = 0 \Rightarrow W_{CA} = -150J$$

دقت کنید که فرایند AB یک فرایند حجم ثابت با افزایش دما می‌باشد، لذا $Q_{AB} > 0$ و فرایند BC یک فرایند فشار ثابت با کاهش دما است، لذا $Q_{BC} < 0$ است. همچنین در فرایند AB که حجم ثابت است، کار انجام شده روی گاز صفر و در فرایند بی‌درروی CA ، گرمای مبادله شده صفر است.

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۴۰- گزینه «۴»

«عمید زرین کفش»

با توجه به رابطه بازده ماشین گرمایی، ابتدا کار مفید آن را می‌یابیم:

$$\text{بازده} = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{W}{120 \times 10^3} \Rightarrow W = 30 \times 10^3 J$$

مقدار کار انجام شده در یک دقیقه برابر $W = 30 \times 10^3 J$ است، لذا تعداد چرخه‌ها در هر دقیقه با توجه به اندازه کار در هر چرخه برابر است با:

$$n = \frac{W_{\text{کل}}}{W_{\text{چرخه}}} \Rightarrow n = \frac{30 \times 10^3}{500} = 60$$

توان ماشین برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{30 \times 10^3}{60} = 500W$$

(ترمودینامیک، صفحه ۱۴۵ کتاب درسی)



۴۱- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

$$P_{\text{مفید}} = 1900 \text{ W} \Rightarrow \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} = 0.95 \Rightarrow \frac{P_{\text{مفید}}}{2 \times 10^3} = 0.95$$

کاری که تلمبه برقی انجام می‌دهد، صرف غلبه بر کار نیروی وزن می‌شود.

$$W_{\text{تلمبه}} = mgh \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = -mgh \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = m \times 10 \times 9/5 = 95 \text{ m (J)}$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{تلمبه}}}{t} \Rightarrow 1900 = \frac{95 \text{ m}}{60} \Rightarrow m = 1200 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m = 1/2 \times 10^3 \text{ kg}$$

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶ کتاب درسی)

۴۲- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

ابتدا نسبت جرم کره A به جرم کره B را به کمک رابطه چگالی، به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V : \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{V_A}{V_B}$$

$$\frac{\rho_A = \rho_B}{\rho_A = \rho_B} \rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} \quad (1)$$

حالا با توجه به عدم تغییر حالت دو کره A و B، از رابطه Q = mcΔθ برای مقایسه دو کره استفاده می‌کنیم، داریم:

$$Q = mc\Delta\theta : \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\frac{Q_A = Q_B}{c_A = c_B} \rightarrow 1 = \frac{m_A}{m_B} \times 1 \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{m_B}{m_A} \quad (2)$$

اکنون به کمک رابطه تغییر حجم در اثر تغییر دما، می‌توان نوشت:

$$\Delta V = v\beta\Delta\theta : \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{\beta_A}{\beta_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\frac{\beta_A = \beta_B}{(1), (2)} \rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{m_A}{m_B} \times 1 \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = 1$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید، برای حل سؤال به شعاع کره‌های A و B نیازی نداریم.

(دما و گرما، صفحه‌های ۹۳، ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

۴۳- گزینه «۴»

«کتاب آبی»

چون $\frac{1}{6}$ گرمایی که گلوله از دست می‌دهد، به محیط اطراف داده شده

است، باید $\frac{5}{6} = 1 - \frac{1}{6}$ آن به آب داده شود. بنابراین با استفاده از قانون پایستگی انرژی داریم:

$$Q_1 + \frac{5}{6} Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + \frac{5}{6} C (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$m_1 = 1 \text{ kg}, c_1 = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}}, \theta_1 = 0^\circ \text{C}$$

$$\theta_e = 20^\circ \text{C}, \theta_2 = 100^\circ \text{C}$$

$$2 \times 4200 (20 - 0) + \frac{5}{6} \times C (20 - 100) = 0$$

$$\Rightarrow 168000 - \frac{200}{3} C = 0 \Rightarrow C = 2520 \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲ کتاب درسی)

۴۴- گزینه «۳»

«کتاب آبی»

با انداختن فلز داغ در داخل مخلوط آب و یخ، ابتدا یخ ذوب می‌شود و پس از آن کل مجموعه آب و یخ ذوب شده افزایش دما می‌یابند، با استفاده از قانون پایستگی انرژی داریم:

$$\sum Q = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow mL_F + (m + m')c'(\theta_e - 0) + Mc(\theta_e - \theta) = 0$$

$$L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, m + m' = 400 \text{ g}, c' = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}}$$

$$M = 200 \text{ g}, \theta_e = 5^\circ \text{C}, \theta = 105^\circ \text{C}, c = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}}$$

$$m \times 336000 + 400 \times 4200 (5 - 0) + 200 \times 840 (5 - 105) = 0$$

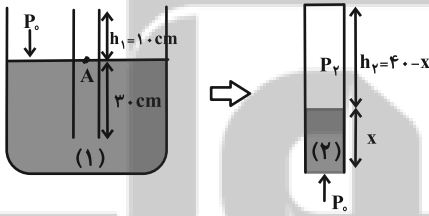
$$\Rightarrow m = 25 \text{ g}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶ کتاب درسی)

۴۵- گزینه «۴»

«کتاب آبی»

با توجه به شکل (۱)، در حالت اول حجم هوای حبس شده برابر $V_1 = Ah_1 = A \times 10$ و فشار آن برابر فشار هوا $P_1 = P_0$ است. در حالت دوم که لوله را از جیوه بیرون می‌آوریم، مقداری جیوه به طول x در لوله باقی می‌ماند. در این حالت، حجم هوای حبس شده برابر $V_2 = Ah_2 = A \times (40 - x)$ و فشار آن برابر $P_2 = P_0 - x$ است. بنابراین با توجه به این‌که دما ثابت است، به صورت زیر، مقدار x را به دست می‌آوریم.



$$P_1 = P_A = P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

$$P_2 + x = P_0$$

$$P_2 + x = 75$$

$$P_2 = 75 - x$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{P_2 = 75 - x, V_2 = A \times (40 - x)}{P_1 = 75 \text{ cmHg}, V_1 = 10 \cdot A}$$

$$75 \times 10 \cdot A = (75 - x) \times A \times (40 - x)$$

$$\Rightarrow 750 = 3000 - 75x - 40x + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 115x + 2250 = 0 \Rightarrow (x - 25)(x - 90) = 0$$

$$\Rightarrow x = 25 \text{ cm} \text{ و } x = 90 \text{ cm}$$

که چون طول لوله ۴۰ cm است، x = ۹۰ cm قابل قبول نیست.

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی)



۴۶- گزینه «۳»

«کتاب آبی»

در این مسأله می‌خواهیم کاهش انرژی درونی یعنی ΔU را محاسبه کنیم. ابتدا کار انجام شده را از رابطه $W = -P\Delta V$ به دست می‌آوریم، سپس با معلوم بودن W و Q از قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی درونی را تعیین می‌کنیم.

چون گاز گرما از دست داده است، مقدار گرمای آن منفی است، یعنی $Q = -2800 \text{ J}$ است. حال باید کار انجام شده روی گاز را محاسبه کنیم:

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{P=2 \times 10^5 \text{ Pa}, V_2=2 \text{ L}, V_1=6 \text{ L}}$$

$$W = -(2 \times 10^5)(-4 \times 10^{-3}) \Rightarrow W = +800 \text{ J}$$

با معلوم بودن Q و W ، تغییر انرژی درونی دستگاه از قانون اول ترمودینامیک محاسبه می‌شود:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=-2800 \text{ J}, W=+800 \text{ J}} \Delta U = -2000 \text{ J}$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۴۷- گزینه «۳»

«کتاب آبی»

چون $P_D V_D > P_A V_A$ است، با توجه به این که $T \propto PV$ می‌باشد، نتیجه می‌گیریم $T_D > T_A$ است. چون انرژی درونی با دمای مطلق متناسب است، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

دقت کنید، در فرایند تراکمی CD کار بر روی گاز مثبت ($W_{CD} > 0$) و در فرایند انبساطی AB کار بر روی گاز منفی ($W_{AB} < 0$) و در فرایند هم‌حجم BC کار صفر است ($W_{BC} = 0$). چون مساحت سطح زیر نمودار CD بزرگ‌تر از مساحت سطح زیر نمودار AB است، کل کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز در طی سه فرایند AB ، BC و CD که از مجموع کار این فرایندها به دست می‌آید، مثبت خواهد بود، در نتیجه کل کار گاز بر روی محیط منفی است.

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹ کتاب درسی)

۴۸- گزینه «۳»

«کتاب آبی»

گزینه (۱) نادرست است. چون در صفحه $P-T$ امتداد فرایندهای CD و AB از مبدا مختصات گذشته است، این دو فرایند هم‌حجم‌اند و کار در آن‌ها صفر می‌باشد، بنابراین $W_{CD} = W_{AB} = 0$ است.

گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست‌اند. در فرایندهای هم‌فشار BC و DA چون $|\Delta T_{BC}| > |\Delta T_{DA}|$ است و $Q \propto \Delta T$ است، باید $|Q_{BC}| > |Q_{DA}|$ و طبق رابطه $W = -P\Delta V = -nR\Delta T$ باید $|W_{BC}| > |W_{DA}|$ باشد.

گزینه (۳) درست است. در فرایندهای هم‌حجم AB و CD ، چون $|\Delta T_{CD}| > |\Delta T_{AB}|$ است، و $Q \propto \Delta T$ است، باید $|Q_{CD}| > |Q_{AB}|$ باشد. (ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹ کتاب درسی)

۴۹- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

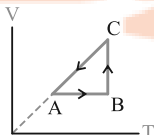
می‌دانیم علامت Q_H ، W و Q_L در یخچال به ترتیب منفی، مثبت و مثبت هستند. بنابراین وسیله‌های B و C می‌توانند یخچال باشند. اما با توجه به بیان یخچالی قانون دوم ترمودینامیک، امکان ندارد در یخچالی بدون انجام کار، گرما از جسم سرد گرفته و به جسم گرم منتقل شود. به عبارت ساده‌تر، در چرخه یک یخچال امکان ندارد $W = 0$ باشد. به این ترتیب وسیله B یخچالی است که قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷ کتاب درسی)

۵۰- گزینه «۴»

«کتاب آبی»

فرایند AB هم‌حجم گرماگیر است، پس در نمودار $V-T$ باید خطی عمود بر محور V و در جهت افزایش دما باشد. فرایند BC هم‌دمای انبساطی است، زیرا فشار آن در حال کاهش است. پس نمودار آن خطی عمود بر محور T و در جهت افزایش حجم بوده و از طرفی دمای فرایند BC از دو فرایند دیگر بیشتر است و فرایند CA هم‌فشار تراکمی می‌باشد که باید در نمودار $V-T$ خطی راست بوده که امتداد آن از مبدا عبور کند، بنابراین نمودار $V-T$ آن به صورت زیر می‌باشد:



(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹ کتاب درسی)



شیمی (۱)

۵۱- گزینه ۳

«آرمین عظیمی»

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در سمت راست معادله واکنش، ۲ اتم K وجود دارد؛ بنابراین مقدار a برابر ۱ است.

در سمت چپ معادله واکنش، ۷ اتم O وجود دارد؛ بنابراین مقدار d برابر ۷ است.

در سمت راست معادله واکنش، ۱۴ اتم H وجود دارد؛ بنابراین مقدار b برابر ۱۴ است.

در سمت چپ معادله واکنش، ۲ اتم Cr وجود دارد؛ بنابراین با توجه به گزینه‌ها که ماده X، یا CrCl_۲ است و یا CrCl_۳، مقدار c برابر ۲ است.

در سمت راست معادله واکنش، ۱۴ اتم Cl وجود دارد؛ بنابراین فرمول شیمیایی درست ترکیب X به صورت CrCl_۳ بوده و نام آن کروم (III) کلرید است.

همه مواد شرکت کننده در این واکنش به جز Cl_۲ ترکیب هستند، از این رو مجموع ضرایب استوکیومتری ترکیب‌های واکنش، برابر ۲۶ است. (صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴ کتاب درسی) (رد پای گازه در زندگی)

۵۲- گزینه ۱

«هدای عباری»

همه مطالب داده شده نادرست هستند.

الف) واکنش هابر در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود اما در دما و فشار بالا و مناسب در حضور یک ورقه آهنی انجام می‌شود.

ب) بزرگترین چالش هابر، یافتن شرایط بهینه برای انجام واکنش در دما و فشار مناسب بود.

پ) برای جداسازی آمونیاک (NH_۳)، مخلوط واکنش را سرد می‌کنند تا آمونیاک مایع و جداسازی شود.

ت) واکنش تولید آمونیاک به روش هابر در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود.

ث) تمامی واکنش دهنده‌ها به فرآورده تبدیل نمی‌شوند؛ زیرا واکنش برگشت پذیر است.

(صفحه‌های ۸۱ و ۸۲ کتاب درسی) (رد پای گازه در زندگی)

۵۳- گزینه ۱

«آرمین عظیمی»

هر درخت تنومند سالانه در حدود ۵۰ کیلوگرم کربن دی‌اکسید مصرف می‌کند. اگر فرض کنیم هر خودرو به ازای طی یک کیلومتر، m گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌کند، داریم:

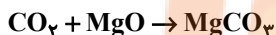
$$\frac{40000 \text{ ماشین} \times 20 \text{ km} \times 365 \text{ day} \times \frac{m}{1000} \text{ kg CO}_2}{50 \text{ kg CO}_2} = 876000$$

$$\Rightarrow m = 150 \text{ g}$$

بنابراین برچسب آلاینده‌ی این خودرو، C است.

هر خودرو روزانه ۳۰۰۰ گرم CO_۲ تولید می‌کند:

$$150 \times 20 = 3000$$



$$3000 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol MgO}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{40 \text{ g MgO}}{1 \text{ mol MgO}} = 2727 \text{ g MgO}$$

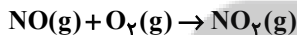
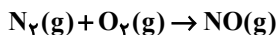
(صفحه‌های ۶۶، ۷۰ و ۸۳ کتاب درسی) (رد پای گازه در زندگی)

۵۴- گزینه ۱

«عباس هنریو»

تنها عبارت (ب) درست است.

واکنش‌های انجام شده برای تولید اوزون تروپوسفری به صورت زیر است:

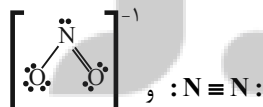


در نتیجه ماده A، گاز O_۲، ماده B، گاز NO و ماده C، گاز NO_۲ است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) مولکول‌های NO و NO_۲ قطبی اما مولکول O_۲ ناقطبی هستند.

ب) ساختار لوویس مولکول‌های [NO_۲]^{-۱} و N_۲ به صورت زیر است:



در نتیجه در هر واحد از این دو مولکول، ۳ پیوند اشتراکی وجود دارد.

ب) در ترکیب C اتم N قاعده هشتایی را رعایت نمی‌کند. اما در O_۳ همه اتم‌ها از قاعده هشتایی پیروی می‌کنند.

ت) دقت کنید که اوزون (O_۳) به دلیل داشتن مولکول‌های قطبی و با جرم مولی بیشتر نسبت به اکسیژن (O_۲) نقطه جوش بیشتری نسبت به آن دارد.

(صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶ کتاب درسی) (رد پای گازه در زندگی)

۵۵- گزینه «۱»

«هاری عباری»

فقط مورد (ب) نادرست است.

بررسی عبارت (ب): برای اینکه در دما و فشار یکسان، حجم دو نمونه گاز با هم برابر باشد، باید تعداد مول‌های آن‌ها نیز با هم برابر باشد:

$$? \text{ mol Ne} = 8.0 \text{ g Ne} \times \frac{1 \text{ mol Ne}}{20 \text{ g Ne}} = 0.4 \text{ mol Ne}$$

$$? \text{ mol H}_2 = 4 \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} = 2 \text{ mol H}_2$$

بررسی سایر عبارت‌ها:

(الف) وقتی $\frac{1}{5}$ جرم گاز خارج می‌شود، جرم و تعداد مول آن در حالت

ثانویه، $\frac{4}{5}$ حالت اولیه می‌شود و با $\frac{4}{5}$ برابر شدن تعداد مول‌های گاز،

حجم آن نیز $\frac{4}{5}$ برابر می‌شود.

$$20\% = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{\frac{4}{5}V_1 - V_1}{V_1} \times 100$$

بنابراین حجم ظرف ۲۰٪ کاهش می‌یابد.

(پ)

$$\frac{56.0 \text{ mL O}_2 \times \frac{1 \text{ LO}_2}{10^3 \text{ mL O}_2} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{V \text{ LO}_2} \times \frac{N_A \text{ مولکول O}_2}{1 \text{ mol O}_2}}{? \text{ atom Ar} \times \frac{1 \text{ L Ar}}{22.4 \text{ mL Ar}} \times \frac{1 \text{ mol Ar}}{V \text{ L Ar}} \times \frac{N_A \text{ atom Ar}}{1 \text{ mol Ar}}} = 2/5$$

$$n_2 = n_1 + 0.25n_1 = n_1 + \frac{1}{4}n_1 = \frac{5}{4}n_1 \quad (\text{ت})$$

وقتی شمار مول‌های گازی $\frac{5}{4}$ برابر می‌شود؛ پس حجم هم $\frac{5}{4}$ برابر

می‌شود.

(صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰ کتاب درسی) (رد پای گازها در زندگی)

۵۶- گزینه «۱»

«سید رفیع هاشمی»

موارد دوم و سوم نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: ساختار لوویس درست اکسیژن به صورت $\ddot{\text{O}} = \ddot{\text{O}}$ است.

مورد سوم: اوزون تروپوسفری آلاینده به حساب می‌آید و تنها اوزون

استراتوسفری است که با جذب تابش‌های فرابنفش و تبدیل آن به تابش

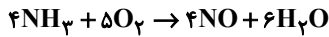
فروسرخ، موجودات را در مقابل این تابش حفظ می‌نماید.

(صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶ کتاب درسی) (رد پای گازها در زندگی)

۵۷- گزینه «۴»

«رسول عابرینی زواره»

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



\times مولکول واکنش دهنده $10/1 \text{ L NO} = 5/418 \times 10^{23}$

$$\frac{1 \text{ mol واکنش دهنده}}{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول}} \times \frac{4 \text{ mol NO}}{1 \text{ mol واکنش دهنده}} \times \frac{V \text{ L NO}}{1 \text{ mol NO}}$$

$$\Rightarrow V = 25/25 \text{ L}$$

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 10/1 \text{ L NO} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{25/25 \text{ L NO}} \times \frac{6 \text{ mol H}_2\text{O}}{4 \text{ mol NO}} \times$$

$$\frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 10/18 \text{ g H}_2\text{O}$$

(صفحه‌های ۸۰ و ۸۱ کتاب درسی) (رد پای گازها در زندگی)

۵۸- گزینه «۳»

«هاری عباری»

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



$$? \text{ LO}_2 = 30.3 \text{ g KNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{101 \text{ g KNO}_3} \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol KNO}_3} \times$$

$$\frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 84 \text{ LO}_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \frac{V_2}{84} = \frac{227 + 273}{0 + 273} \Rightarrow \frac{V_2}{84} = \frac{500}{273}$$

$$\Rightarrow V_2 = 154$$

(صفحه‌های ۷۷ و ۸۱ کتاب درسی) (رد پای گازها در زندگی)

۵۹- گزینه «۲»

«عباس هنریو»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



حجم لازم برای سوختن کامل ۲/۸ لیتر پروپان (C_3H_8) برابر است با:

$$\frac{2/8 \text{ L C}_3\text{H}_8}{1 \text{ L C}_3\text{H}_8} \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8}{22/4 \text{ L C}_3\text{H}_8} \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$= 14 \text{ LO}_2$$

پس مقدار اکسیژن کافی وجود دارد. دقت کنید که دمای 0°C و فشار

۱ atm، نشان دهنده شرایط استاندارد (STP) است.

گزینه «۲»:

$$\left\{ \begin{aligned} 14 \text{ LO}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22/4 \text{ LO}_2} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} &= 20 \text{ g O}_2 \\ \frac{2/8 \text{ L C}_3\text{H}_8}{1 \text{ L C}_3\text{H}_8} \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8}{22/4 \text{ L C}_3\text{H}_8} \times \frac{44 \text{ g C}_3\text{H}_8}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} &= 5/5 \text{ g C}_3\text{H}_8 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} 20 - 5/5 &= 14/5 \end{aligned} \right.$$

$$20 - 5/5 = 14/5$$



۶۳- گزینه ۲»

«هاری عباری»

موارد دوم و سوم درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: دقت کنید که هگزان هیدروکربن است؛ نه ترکیب آلی اکسیژن دار.

مورد چهارم: چگالی هگزان از آب کمتر است؛ در نتیجه در مخلوط آب و هگزان، آب در پایین و هگزان در بالا مخلوط قرار می گیرد.

مورد پنجم: هر واحد اتانول (C_2H_5OH) و استون (C_3H_6O) مجموعاً ۵ اتم کربن ولی هگزان ۶ اتم کربن دارد و برابر نیست.

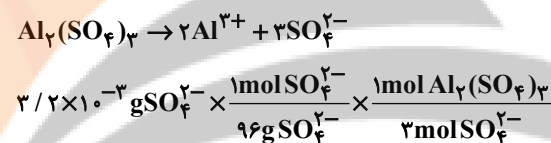
(صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۹ کتاب درسی) (آب، آهنک زندگی)

۶۴- گزینه ۴»

«عباس هنریو»

$$10^6 \times \frac{\text{جرم حل‌شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} = \text{ppm} : \text{SO}_4^{2-} \text{ یون سولفات}$$

$$\Rightarrow 3/2 = \frac{x}{1000} \times 10^6 \Rightarrow x = 3/2 \times 10^{-3} \text{gSO}_4^{2-}$$



$$\times \frac{342 \text{g Al}_2(SO_4)_3}{1 \text{mol}} = 3/8 \times 10^{-3} \text{g}$$

(صفحه‌های ۹۴ و ۹۵ کتاب درسی) (آب، آهنک زندگی)

۶۵- گزینه ۲»

«هاری رفیعی کیاسری»

مولکول‌های کربن‌دی‌اکسید CO_2 برخلاف مولکول‌های گوگرد دی‌اکسید SO_2 ناقطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: «برهم کنش میان مولکول‌ها، نقش مهمی در تعیین حالت فیزیکی و خواص ترکیب‌های مختلف دارد که قدرت این نیروها در حالت جامد، بیشترین مقدار است.

گزینه ۲: ترکیبات هیدروژن‌دار سه عنصر نخست گروه ۱۵، به ترتیب NH_3 ، PH_3 و AsH_3 هستند.

به دلیل توانایی تشکیل پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌های خود، نقطه جوش بالاتری از دو ترکیب دیگر دارد. در میان دو ماده PH_3 و AsH_3 ، هر دو ماده

قطبی هستند؛ در نتیجه AsH_3 به دلیل جرم مولی بیشتر، نقطه جوش بالاتری دارد. همچنین می‌دانیم که هرچه نقطه جوش یک

گاز بالاتر باشد، راحت‌تر به مایع تبدیل می‌شود؛ بنابراین ترتیب مایع شدن آن‌ها به صورت $PH_3 < AsH_3 < NH_3$ خواهد بود.

گزینه ۳: «ترکیب یونی $BaSO_4$ در آب نامحلول است؛ بنابراین نیروی جاذبه یون-دو قطبی در محلول حاصل، کمتر از میانگین قدرت پیوند هیدروژنی در آب و پیوند یونی در $BaSO_4$ است.

(صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷ و ۱۱۱ کتاب درسی) (آب، آهنک زندگی)

۶۶- گزینه ۳»

«رسول عابدینی زواره»

بررسی عبارت‌ها:

آ از سوختن کامل CH_4 ، گاز CO_2 و آب تولید می‌شود که به ترتیب ناقطبی و قطبی می‌باشند. (درستی عبارت آ)

ب) در مولکول‌های قطبی H_2O و HCl اتم هیدروژن قطب (+) مولکول است که به سمت صفحه با بار منفی جهت‌گیری می‌کند.

(درستی عبارت ب)

پ) از سوختن ناقص C_2H_6 ، گاز CO و بخار آب تولید می‌شود که هر دو مولکول قطبی هستند. (نادرستی عبارت پ)

ت) مولکول H_2S قطبی است که از مولکول H_2O که آن هم قطبی است، نقطه جوش کمتری دارد؛ یعنی مولکول با جرم مولی کمتر نقطه

جوش بالاتری دارد. (نادرستی عبارت ت)

(صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (آب، آهنک زندگی)

۶۷- گزینه ۲»

«عباس هنریو»

موارد الف) و ت) برای تکمیل جمله داده شده مناسب هستند.

هرچه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد، در شرایط معین راحت‌تر به حالت مایع تبدیل می‌شود.

بررسی موارد نادرست:

ب) هرچند H_2S به دلیل قطبی بودن و جرم مولی بالاتر نسبت به SiH_4 ، نقطه جوش بالاتری دارد و در شرایط معین، راحت‌تر به مایع

تبدیل می‌شود اما دقت کنید که O_3 برخلاف O_2 قطبی است و جرم مولی O_3 نیز بیشتر است؛ در نتیجه نقطه جوش گاز اوزون

($O_3 - 112^\circ C$) نسبت به گاز اکسیژن ($O_2 - 183^\circ C$) بالاتر

است و در شرایط معین راحت‌تر به حالت مایع تبدیل می‌شود.

پ) هرچند بین دو گاز CO و N_2 ، به دلیل جرم مولی برابر، گاز کربن مونوکسید (CO) به دلیل قطبی بودن، نقطه جوش بالاتری دارد

و در شرایط معین راحت‌تر به حالت مایع تبدیل می‌شود اما گاز NO_2 نیز به دلیل داشتن مولکول‌های قطبی و همچنین جرم مولی بالاتر

نسبت به گاز O_2 ، نقطه جوش بالاتری دارد و در شرایط معین راحت‌تر به حالت مایع تبدیل می‌شود.

(صفحه‌های ۷۴ و ۱۰۳ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (آب، آهنک زندگی)

اختلاف جرم محلول‌ها: $۱۰۵ - ۹۷ / ۵ = ۷ / ۵g$

محاسبه شمار یون‌ها در دو محلول:

$$? \text{ mol یون} = ۴۷ / ۵g \text{ NaNO}_3 \times \frac{۱ \text{ mol NaNO}_3}{۸۵g \text{ NaNO}_3} \times$$

$$\frac{۲ \text{ mol یون}}{۱ \text{ mol NaNO}_3} = ۱ / ۱۲ \text{ mol یون}$$

$$? \text{ mol یون} = ۳۰g \text{ KNO}_3 \times \frac{۱ \text{ mol KNO}_3}{۱۰۱g \text{ KNO}_3} \times$$

$$\frac{۲ \text{ mol یون}}{۱ \text{ mol KNO}_3} = ۰ / ۶ \text{ mol یون}$$

(صفحه ۱۰۲ کتاب درسی) (آب، آهنک زندگی)

۷- گزینه ۱

رسول عابرینی زواره

بررسی همه عبارت‌ها:

(آ) در محلول سدیم کلرید، مولکول‌های آب از سمت اتم‌های H اطراف

یون‌های کلرید و از سمت اتم‌های اکسیژن طرف یون‌های سدیم قرار

می‌گیرند. (نادرست)

(ب) در فرایند اسمز، مولکول‌های آب خود به خود از محیط رقیق به

محیط غلیظ می‌روند. (نادرست)

(پ) نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم دو برابر یون سدیم است

اما از آنجا که بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم است، کمبود آن به

ندرت احساس می‌شود. (نادرست)

(ت) در دما و فشار معین انحلال‌پذیری گازها در آب به صورت

$\text{CO}_2 > \text{NO} > \text{O}_2 > \text{N}_2$ است. (نادرست)

(ث) در هر دو روش اسمز معکوس و صافی کربن، میکروب‌ها از آب جدا

نمی‌شوند. (درست)

(صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۹ کتاب درسی) (آب، آهنک زندگی)

«هاری رفیعی کیاسری»

۶۸- گزینه ۱

تنها عبارت (پ) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) انحلال‌پذیری نمک A در دمای ۴۰°C برابر است با:

$$S = -\frac{۰}{۱۶\theta} + ۳۶ = -\frac{۰}{۱۶(۴۰)} + ۳۶ = ۲۹ / ۶$$

در نتیجه درصد جرمی محلول سیرشده این نمک در دمای ۴۰°C برابر است با:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{S \times ۱۰۰}{S + ۱۰۰} = \frac{۲۹ / ۶ \times ۱۰۰}{۱۲۹ / ۶} = ۲۳\%$$

(ب) دقت کنید که نمودار انحلال‌پذیری نمک A برحسب دما، نزولی است؛ در نتیجه با کاهش دما، مقدار بیشتری از این نمک در آب حل می‌شود.

(پ)

$$۰ / ۳\theta + ۲۷ = -\frac{۰}{۱۶\theta} + ۳۶ \rightarrow ۰ / ۴۶\theta = ۹ \rightarrow \theta = ۲۰^\circ\text{C}$$

(ت) همانطور که در قسمت (الف) حساب کردیم، انحلال‌پذیری نمک

A در دمای ۴۰°C ، $۲۹ / ۶$ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ بنابراین در

۵۰۰ گرم آب، $۲۹ / ۶ \times ۵ = ۱۴۸$ گرم نمک A حل شده و محلول

سیرشده‌ای از این نمک تشکیل می‌شود. با توجه به جرم مولی نمک

A، شمار مول‌های این ماده برابر است با:

$$\text{نمک A} = \frac{۱ \text{ mol A}}{۱۱۰g \text{ نمک A}} \times ۱۴۸g \text{ نمک A}$$

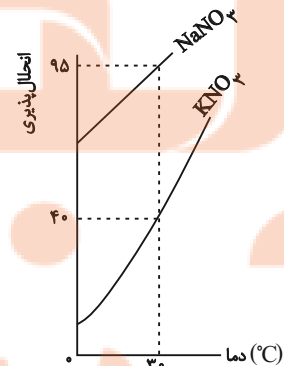
(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳ کتاب درسی) (آب، آهنک زندگی)

۶۹- گزینه ۴

رسول عابرینی زواره

مطابق نمودار، انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات و سدیم نیترات به ترتیب

برابر ۴۰ و ۹۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.



$$۹۵g \text{ NaNO}_3 = ۴۷ / ۵g \text{ NaNO}_3 \times ۵۰g \text{ H}_2\text{O}$$

$$\text{جرم محلول سدیم نیترات} = ۵۰ + ۴۷ / ۵ = ۹۷ / ۵g$$

$$۴۰g \text{ KNO}_3 = ۳۰g \text{ KNO}_3 \times \frac{۱۰۰g \text{ H}_2\text{O}}{۱۰۰g \text{ H}_2\text{O}}$$

$$\text{جرم محلول پتاسیم نیترات} = ۷۵ + ۳۰ = ۱۰۵g$$