

۱- گزینه «۲»

(مجتبی نادر)

می‌دانیم اگر x_0 یک عدد حقیقی باشد، هر بازه باز مانند (a, b) شامل x_0 را یک همسایگی x_0 می‌نامیم و اگر x_0 را از بازه موردنظر حذف کنیم، مجموعه $(a, b) - \{x_0\}$ را همسایگی محذوف x_0 می‌نامیم.

$$\text{بررسی گزینه «۱» : } (-5, 2) \cup (2, 5) = (-5, 5) - \{2\}$$

بنابراین این گزینه یک همسایگی محذوف $x_0 = 2$ هست.

$$\text{بررسی گزینه «۲» : } (-2, \frac{3}{2}) - \{2\} = (-2, \frac{3}{2})$$

طبق تعریف این گزینه یک همسایگی محذوف $x_0 = 2$ نیست.

$$\text{بررسی گزینه «۳» : } 0 < |x - 2| < 2 \xrightarrow{x \neq 2} |x - 2| < 2$$

$$\Rightarrow -2 < x - 2 < 2 \Rightarrow 0 < x < 4 \Rightarrow x \in (0, 4) - \{2\}$$

این مجموعه نیز یک همسایگی محذوف $x_0 = 2$ است.

$$\text{بررسی گزینه «۴» : } \frac{1}{|x - 2|} > \frac{1}{5} \Rightarrow |x - 2| < 5 \Rightarrow -5 < x - 2 < 5$$

$$\Rightarrow -3 < x < 7 \xrightarrow{x \neq 2} x \in (-3, 7) - \{2\}$$

x باید مخالف ۲ باشد زیرا در غیر این صورت کسر $\frac{1}{|x - 2|}$ تعریف نشده است.

این مجموعه نیز یک همسایگی محذوف $x_0 = 2$ است.

(حسابان ۱- ص ۷ و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

۲- گزینه «۴»

(مجتبی نادرری)

اگر نمودار تابع $y = \sin x$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم و یک واحد به سمت پایین انتقال دهیم، نمودار صورت سؤال به دست می آید. لذا نمودار داده شده مربوط به تابع $y = -\sin x - 1$ است.

بررسی گزینه‌ها:

نادرست $y = -\cos(\pi - x) = +\cos x$: گزینه «۱»

نادرست $y = -\sin(\pi + x) - 1 = \sin x - 1$: گزینه «۲»

نادرست $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 1 = \cos x - 1$: گزینه «۳»

درست $y = -\sin(\pi - x) - 1 = -\sin x - 1$: گزینه «۴»

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمه بصیرایی)

۳- گزینه «۲»

فرض می‌کنیم $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = a$ و $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = b$ باشد، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 4} (4f - 3g)(x) = 9 \Rightarrow 4a - 3b = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (f + 2g)(x) = 5 \Rightarrow a + 2b = 5$$

$$\begin{cases} 4a - 3b = 9 \\ -4a - 8b = -20 \end{cases} \Rightarrow -11b = -11 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{f \times g}{g - 2} \right)(x) = \frac{a \times b}{b - 2} = \frac{3 \times 1}{1 - 2} = -3$$

(مسئله ۱- حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f([x]) = f(1) = 2$$

چون مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ برابر عدد ۳ هست پس جزء صحیح آن نیز برابر ۳

می شود. در نتیجه:

$$[\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)] = [3] = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2 \Rightarrow \text{عبارت} = 2 + 2 + 2 = 6$$

(مسابقه ۱- مر و پیوستگی - صفحه های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مصطفی پونا مقدم)

۵- گزینه «۴»

$$\log(2^x + 8) = \log 2 + x \log 2 = \log 2 + \log 2^x$$

$$= \log 2^{x+1} = \log 2^{x+1} \Rightarrow \log(2^x + 8) = \log 2^{x+1}$$

$$\Rightarrow 2^x + 8 = 2^{x+1} \Rightarrow 8 = 2^{x+1} - 2^x \Rightarrow 8 = 2^x(2-1) \Rightarrow x = 3$$

$$\frac{\log_x 3 + 3}{\log_x 3 + 1} = \frac{\log_3 3 + 3}{\log_3 3 + 1} = \frac{4}{2} = 2$$

(مسابقه ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه های ۸۶ تا ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

$$f(2) = 3 \Rightarrow 3^{4a+b} = 3 \Rightarrow 4a + b = 1$$

$$f^{-1}(1) = 4 \Rightarrow f(4) = 1 \Rightarrow 3^{4a+b} = 1 \Rightarrow 4a + b = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 1 \\ 4a + b = 0 \end{cases}$$

از حل دستگاه دو معادله، دو مجهول به دست آمده، مقادیر a و b را می‌یابیم:

$$-1 \times \begin{cases} 4a + b = 1 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4a - b = -1 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 4a = -1$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{4}, b = 2$$

بنابراین $f(x) = 3^{2(-\frac{1}{4})x+2}$ و همچنین داریم:

$$f(-4) = 3^{-\frac{1}{2}(-4)+2} = 3^4$$

$$\Rightarrow \log_{27} f(-4) = \log_{27} 3^4 = \frac{4}{3} \log_{27} 27 = \frac{4}{3}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

نزدیک بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

ابتدا نقاط ابتدا و انتهای نمودار را در بازه $[-\infty, 3]$ به دست می آوریم.

$$x = -\infty \Rightarrow f(-\infty) = \log_b^{-\infty+a} \Rightarrow A(-\infty, \log_b^{-\infty+a})$$

$$x = 3 \Rightarrow f(3) = \log_b^{3+a} \Rightarrow B(3, \log_b^{3+a})$$

شیب خطی که از دو نقطه A و B می گذرد، به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{شیب خط } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\log_b^{3+a} - \log_b^{-\infty+a}}{3 - (-\infty)} = \frac{\log_b^{-\infty+a}}{3/\infty} = \frac{\infty}{3}$$

$$\Rightarrow \log_b^{-\infty+a} = 3 \Rightarrow \frac{a+3}{a-\infty} = b^3 \Rightarrow \frac{a-\infty+3/\infty}{a-\infty} = b^3$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{3/\infty}{a-\infty} = b^3 \Rightarrow \frac{\infty}{3} = b^3 - 1 \Rightarrow \frac{\infty}{3a-1} = b^3 - 1$$

$$\Rightarrow \log \frac{\infty}{b^3-1} = \log \frac{b^3-1}{b^3-1} = -\log \frac{b^3-1}{b^3-1} = -1$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه های ۸۰ تا ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

$$\log_3^x + \log_3^y = \log_3^{xy} = 2 \Rightarrow xy = 3^2 = 9$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 46 + 2(9) = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = 8 & \text{صحیح} \\ x+y = -8 & \text{غلط} \end{cases}$$

$$\log_6^{x+y} = \log_6^8 = \log_{\frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 2}}^{\frac{2^3}{2^2}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۴

۳

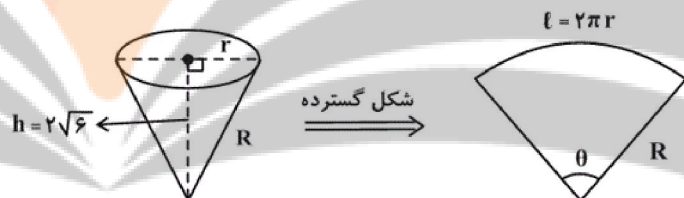
۲

۱ ✓

(سیدوید سیران)

۹- گزینه «۱»

شکل فرضی زیر را در نظر می‌گیریم:



$$S_{\text{قاعده}} = \pi r^2 = 12\pi \Rightarrow r = 2\sqrt{3}$$

$$R^2 = h^2 + r^2 = 24 + 12 = 36 \Rightarrow R = 6$$

$$l = 2\pi r = 2\pi \times 2\sqrt{3} = 4\pi\sqrt{3}$$

$$\theta = \frac{l}{R} = \frac{4\pi\sqrt{3}}{6} = \frac{2}{3}\pi\sqrt{3} \text{ رادیان}$$

$$\frac{2\pi\sqrt{3}}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 120\sqrt{3} \text{ درجه}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

نزدیک بوبوک
تلاشی در مسیر موفقیت

داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{24} + \frac{11\pi}{24} &= \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \frac{11\pi}{24} = \sin \frac{\pi}{24} \\ \frac{5\pi}{24} + \frac{7\pi}{24} &= \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \frac{7\pi}{24} = \sin \frac{5\pi}{24} \\ \Rightarrow \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{24} \cos \frac{7\pi}{24} \cos \frac{11\pi}{24} \\ &= \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{\pi}{24} = \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{24} \times \frac{1}{2} \sin \frac{10\pi}{24} \\ &= \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi}{24} \times \sin \frac{10\pi}{24} = \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi}{24} \cos \frac{2\pi}{24} \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{24} = \frac{1}{8} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سعید عزیزی)

۱۱- گزینه «۱»

ابتدا زاویه‌های داده شده را با توجه به نقاط مرزی بر روی دایره مثلثاتی، تا حد امکان ساده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{\sin(3 \times 18^\circ - 2^\circ) + \cos(4 \times 18^\circ - 2^\circ)}{\cos(5 \times 9^\circ + 2^\circ) + \sin(7 \times 9^\circ + 2^\circ)} \\ = \frac{\sin 2^\circ + \cos 2^\circ}{-\sin 2^\circ - \cos 2^\circ} = -1 \end{aligned}$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

تلاشی در مسیر موفقیت

۱۲- گزینه «۳»

(اکبر کلاه‌مکلی)

برای گزینه «۱»: تابع $f(x) = \begin{cases} 2 & ; x > 0 \\ -2 & ; x < 0 \end{cases}$ را در نقطه $x = 0$ در نظر

بگیرید.

برای گزینه «۲»: فرض کنید $f(x) = [x]$ و $g(x) = x - 1$. در نقطه $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)[x] = 0$$

داریم:

برای گزینه «۴»: فرض کنید $f(x) = x^2 - 4$ و $g(x) = x - 2$. در نقطه

$x = 2$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4}$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۴

۳ ✓

۲

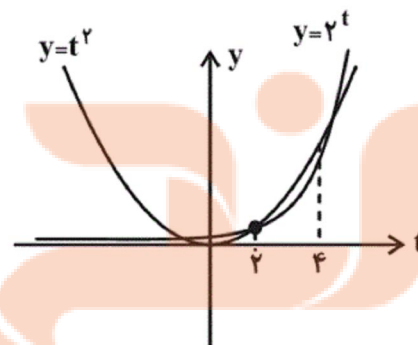
۱

(مفهم عمیری)

۱۳- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{5}} [(\Delta x)^2 - 2\Delta x] \xrightarrow[\Delta x = t]{t \rightarrow 2^+}$$

$$\lim_{t \rightarrow 2^+} [t^2 - 2t]$$



با توجه به نمودار واضح است که به ازای $t \rightarrow 2^+$ مقدار t^2 بزرگتر از $2t$ است.

پس:

$$\lim_{t \rightarrow 2^+} [t^2 - 2t] = [0^+] = 0$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۴- گزینه «۳»

(مجتبی نادری)

چون تابع f در نقطه $x = 1$ دارای حد است بنابراین حد چپ و حد راست آن در نقطه $x = 1$ با هم برابر است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - [x]) = 1 - [1^-] = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2 - ax^2) = 2 - a$$

$$\Rightarrow 1 = 2 - a \Rightarrow a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - x}{x^2 - 9} = \frac{3 - 3}{9 - 9} = \frac{0}{0}$$

رفع ابهام

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - x}{(x - 3)(x + 3)} \stackrel{[3^+] = 3}{=} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3 - x}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{-1}{6}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مجتبی نادری)

۱۵- گزینه «۱»

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin x}{[x] + [-x]}, & x \geq \frac{\pi}{2} \text{ یا } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ [\cos x], & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} [\cos x] = [\cos((\frac{\pi}{2})^-)] = [0^+] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} \frac{2 \sin x}{[x] + [-x]} = \frac{2 \sin(-\frac{\pi}{2})}{-1} = \frac{-2}{-1} = 2$$

لذا گزینه «۱» صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow a \in \mathbb{R}} ([x] + [-x]) = -1$$

توجه داشته باشید که:

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

وقتی $x \rightarrow 1^-$ ، پس $x < 1$ در نتیجه $-x > -1$ و داریم $[-x] = -1$. در این

صورت:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - x + [-x]}{x^3 + 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x - 3} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(2x+1)(x-1)}{(x^2+x+3)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x^2+x+3} = \frac{3}{5} = 0.6$$

(مسابقه ۱- مر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

نشانچه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = -2$$

با توجه به اینکه حد مخرج کسر صفر می‌باشد، می‌بایست $x = -1$ ریشه صورت

کسر نیز باشد.

$$2(-1)^3 + (-1)^2 + a(-1) + b = 0 \Rightarrow b - a = 1$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + x^2 + ax + b \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ 2x^2 - x + (a+1) \end{array} \right. \\ \hline -(2x^3 + 2x^2) \\ \hline -x^2 + ax + b \\ \hline -(-x^2 - x) \\ \hline (a+1)x + b \\ \hline -((a+1)x + (a+1)) \\ \hline b - a - 1 = 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x^2 - x + (a+1))}{(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{2+1+a+1}{-2} = -2 \Rightarrow 4+a = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{b-a=1}{b-a=1} \rightarrow b = 3 \Rightarrow a+b = 5$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

اولاً: تابع در $x = 2$ باید پیوستگی راست داشته باشد.

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= 4a - 2b \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= 2a - b \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4a - 2b = 2a - b \Rightarrow b = 2a \quad (1)$$

ثانیاً: تابع در $x = 3$ باید پیوسته باشد:

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2a - b$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2x^2 + 18}{27(x^2 - 4x + 3)} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2x^2 + 18}{(x-1)(x-3)(27)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2(x-3)(x+3)}{(x-1)(x-3)(27)}$$

$$= \frac{-12}{2 \times 27} = -\frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow 2a - b = -\frac{2}{9} \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} a = \frac{-2}{9} \\ b = \frac{-4}{9} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3}$$

(مسئله ۱- در و پیوستگی - صفحه های ۱۲۳ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

تابع f چون شامل $[x]$ می باشد پس ممکن است در نقاط صحیح ناپیوسته باشد،

$x > 0$ و $x \in \mathbb{Z}$ را بررسی می کنیم)

$$x = 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} [x](x-1) = (1)(0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} [x](x-1) = (0)(0) = 0 \\ f(1) = 1 \times (0) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{در } x = 1 \text{ پیوسته است.}$$

$$x = 2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} [x](x-1) = 2 \times (1) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} [x](x-1) = (1)(1) = 1 \\ f(2) = 2 \times (1) = 2 \end{array} \right\}$$

\Rightarrow در $x = 2$ پیوسته نیست.

پس اگر $a = 2$ باشد، تابع f در بازه $(2, 0)$ پیوسته می باشد. دقت کنید که به

ازای $a > 2$ تابع f در نقطه $x = 2$ ناپیوسته می باشد.

(مسئله ۱- مر و پیوستگی - صفحه های ۱۲۳ تا ۱۳۶ و ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

ابتدا ضابطه تابع $f(x)$ را به دست می آوریم.

$$x + 3 = t \Rightarrow x = t - 3$$

$$f(t) = \begin{cases} [t-3] + a & ; t-3 > 1 \\ 5 & ; t-3 = 1 \\ \lfloor 2[t-3] + |t-3-2| + b \rfloor & ; t-3 < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(t) = \begin{cases} [t] - 3 + a & ; t > 4 \\ 5 & ; t = 4 \\ \lfloor 2[t] - 6 + |t-6| + b \rfloor & ; t < 4 \end{cases}$$

$$f(4) = 5, \quad \lim_{t \rightarrow 4^+} f(t) = 4 - 3 + a = 1 + a$$

$$\lim_{t \rightarrow 4^-} f(t) = 6 - 6 + 2 + b = 2 + b \Rightarrow \begin{cases} 1 + a = 5 \Rightarrow a = 4 \\ 2 + b = 5 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

$$a + 3b = 4 + 9 = 13$$

(مسائل ۱- مر و پیوستگی - صفحه های ۱۲۳ تا ۱۳۶ و ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲ ✓

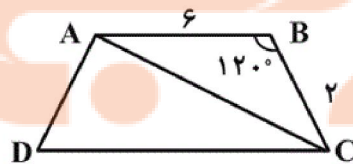
۱

(هادی فولادی)

۲۱- گزینه «۳»

می دانیم در دوزنقه متساوی الساقین، زوایای مجاور به هر ساق مکمل یکدیگرند، پس

$\hat{B} = 120^\circ$ است و طبق قضیه کسینوسها در مثلث ABC داریم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos \hat{B}$$

$$= 6^2 + 2^2 - 2 \times 6 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 52 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث - صفحه های ۶۶ تا ۶۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

۲۲- گزینه «۱»

(فرزانه فاکپاش)

ضلع روبه‌رو به زاویه A (ضلع BC) بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC است، پس هر سه حالت حاده، قائمه و منفرجه برای آن امکان‌پذیر است. برای تعیین دقیق آن، مربع اندازه ضلع BC را با مجموع مربعات اندازه‌های دو ضلع دیگر مقایسه می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= 10^2 + 8^2 = 164 \\ BC^2 &= 12^2 = 144 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} | \\ | \end{array}$$

$$\Rightarrow BC^2 < AB^2 + AC^2 \Rightarrow \hat{A} \text{ حاده است}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه ۷۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

۲۳- گزینه «۴»

(فرزانه فاکپاش)

$$\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \cos \frac{\hat{A}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

طول نیمساز داخلی زاویه A برابر است با:

$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} = \frac{2 \times 4 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{4+2} = \frac{8\sqrt{3}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه ۷۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

۲۴- گزینه «۱»

(مهم فندان)

$$\hat{A} = 118^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 118^\circ - (30^\circ + 15^\circ) = 135^\circ$$

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} \Rightarrow \frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{BC}{\sin 135^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 135^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} \Rightarrow 15\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\hat{A} > 90^\circ} \hat{A} = 120^\circ \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{2}$$

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$= 36 + 100 - 2 \times 6 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 136 + 60 = 196 \Rightarrow BC = 14$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

۴

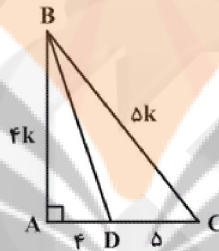
۳✓

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:



$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC} = \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} AB = 4k \\ BC = 5k \end{cases}$$

$$\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 25k^2 = 16k^2 + 9^2$$

$$\Rightarrow 9k^2 = 81 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow \begin{cases} AB = 12 \\ BC = 15 \end{cases}$$

بنابراین طبق رابطه طول نیمساز داخلی مثلث داریم:

$$BD^2 = AB \times BC - AD \times DC = 12 \times 15 - 4 \times 5 = 160$$

$$\Rightarrow BD = 4\sqrt{10}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۴✓

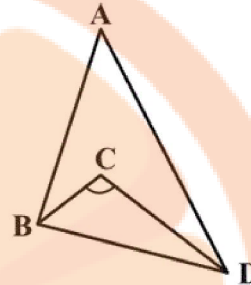
۳

۲

۱

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث BCD داریم:

$$\begin{aligned} BD^2 &= BC^2 + CD^2 - 2BC \times CD \times \cos \hat{C} \\ &= (\sqrt{5}-1)^2 + (\sqrt{5}+1)^2 - 2(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)\left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 6 - 2\sqrt{5} + 6 + 2\sqrt{5} + (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = 16 \Rightarrow BD = 4 \end{aligned}$$



طبق قضیه هرون در مثلث ABD داریم:

$$P = \frac{5+7+4}{2} = 8$$

$$S_{ABD} = \sqrt{8(8-5)(8-7)(8-4)} = 4\sqrt{6}$$

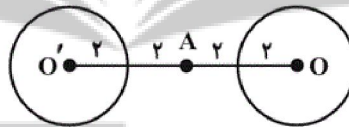
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

۴

۳

۲ ✓

۱



دوران تبدیلی طولی‌ها است، پس $R' = R = 2$. از طرفی مطابق شکل

$OO' = 2OA = 8$ است، بنابراین داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2}$$

$$= \sqrt{8^2 - (2 - 2)^2} = \sqrt{64} = 8$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{8^2 - (2 + 2)^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{\text{طول مماس مشترک خارجی}}{\text{طول مماس مشترک داخلی}} = \frac{8}{4\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

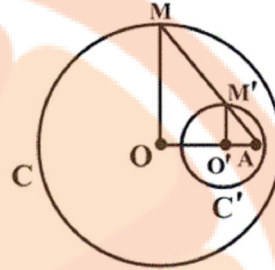
۴ ✓

۳

۲

۱

از نقطه O' (مرکز دایره C') به نقطه دلخواه M' روی دایره C' وصل می‌کنیم و سپس از نقطه O (مرکز دایره C) خطی به موازات $O'M'$ رسم می‌کنیم تا دایره C را در نقطه M قطع کند. از M به M' وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا امتداد OO' را در نقطه A (مرکز تجانس) قطع می‌کند.



طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث OAM داریم:

$$\frac{AO'}{AO} = \frac{O'M'}{OM} = \frac{R'}{R} \quad \text{تفضیل نسبت در مخرج}$$

$$\frac{AO'}{AO - AO'} = \frac{R'}{R - R'} \Rightarrow \frac{AO'}{OO'} = \frac{R'}{R - R'}$$

$$\Rightarrow \frac{AO'}{R'} = \frac{OO'}{R - R'}$$

چون دو دایره متداخل هستند، پس $OO' < R - R'$ و در نتیجه داریم:

$$\frac{AO'}{R'} < 1 \Rightarrow AO' < R' \Rightarrow A \text{ درون دایره } C' \text{ است}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۴
۳
۲
۱ ✓

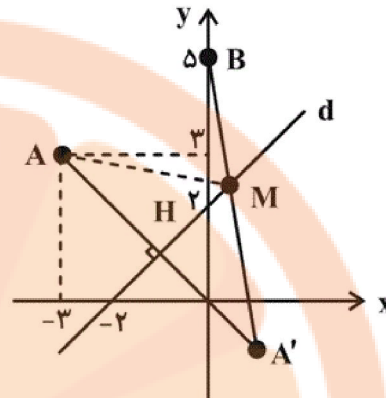
نشانچه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

۳۰- گزینه «۴»

(هاری فولاری)

مطابق شکل دو نقطه A و B در یک طرف خط $y = x + 2$ قرار دارند، بنابراین کافی است بازتاب نقطه A نسبت به خط d را پیدا کرده (نقطه A') و از آن نقطه به B وصل کنیم. طول پاره خط A'B برابر طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن AMB خواهد بود.



$$m_d = 1 \Rightarrow m_{AA'} = -1$$

$$AA' \text{ خط : } y - 3 = -1(x + 3) \Rightarrow y = -x$$

اگر H نقطه برخورد d و AA' باشد، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow x + 2 = -x \Rightarrow x_H = -1 \Rightarrow y_H = 1$$

$$\begin{cases} x_H = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow -1 = \frac{-3 + x_{A'}}{2} \Rightarrow x_{A'} = 1 \\ y_H = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3 + y_{A'}}{2} \Rightarrow y_{A'} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A'(1, -1)$$

$$A'B = \sqrt{(0-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{37}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربرد آنها- صفحه ۵۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(نرا صالح پور)

۳۱- گزینه «۱»

خط فقر برابر نصف میانگین درآمد افراد جامعه است، پس گزینه «۱» نادرست است.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی- صفحه‌های ۱۱۰، ۱۱۵ و ۱۲۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

تلاشی در مسیر موفقیت

بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$

است، یعنی طول بازه اطمینان برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ بوده و در نتیجه داریم:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 13/2 - 12/6 = 0/6 \xrightarrow{n=25} \frac{4\sigma}{5} = 0/6$$

$$\Rightarrow \sigma = 0/75$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(فرزانه فاکپاش)

ابتدا میانگین نمونه و انحراف معیار جامعه را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1+2+4+5}{4} = 3$$

$$\sigma^2 = 1/44 \Rightarrow \sigma = 1/2$$

فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه براساس این نمونه به صورت زیر

به دست می‌آید:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \xrightarrow{n=4} 3 - \frac{2 \times 1/2}{2} \leq \mu \leq 3 + \frac{2 \times 1/2}{2}$$

$$\Rightarrow 1/8 \leq \mu \leq 4/2$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

تلاشی در مسیر موفقیت

میانگین این جامعه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

تعداد اعضای فضای نمونه برابر $\binom{7}{3} = 35$ است و نمونه‌هایی میانگین را به‌طور

دقیق برآورد می‌کنند که مجموع اعضای آن‌ها برابر ۱۲ باشد که این نمونه‌ها عبارت‌اند از:

$\{1, 4, 7\}$, $\{2, 4, 6\}$, $\{3, 4, 5\}$, $\{2, 3, 7\}$, $\{1, 5, 6\}$

اگر پیشامد مورد نظر را با A نمایش دهیم، داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نشانچه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

$$\bar{x} = \frac{2\left(\frac{1}{2}x - 4\right) + 2(x - 1) + 3(x + 2) + 1(2x)}{2 + 2 + 3 + 1}$$

$$\Rightarrow 17/5 = \frac{8x - 4}{8} \Rightarrow 8x - 4 = 140 \Rightarrow 8x = 144 \Rightarrow x = 18$$

با قرار دادن $x = 18$ ، داده‌های جدول به صورت زیر درمی‌آید:

۵, ۵, ۱۷, ۱۷, ۲۰, ۲۰, ۲۰, ۳۶

تعداد داده‌ها عددی زوج و میانه برابر میانگین دو داده وسط است، پس داریم:

$$\text{میانه} = \frac{17 + 20}{2} = 18/5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

نخستین بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

بیشترین مقدار واریانس و انحراف معیار در صورتی پدید می‌آید که انحراف از

میانگین داده‌ها حداکثر مقدار ممکن باشد. کافی است دو داده نزدیک‌ترین فاصله

ممکن به یکدیگر را داشته و داده دیگر بیشترین فاصله را از آن‌ها داشته باشد. با

توجه به یکسان بودن رقم یکان این سه عدد، می‌توانیم مقادیر ۱۰، ۸۰ و ۹۰ را

انتخاب کنیم که در این صورت داریم:

$$\bar{x} = \frac{10 + 80 + 90}{3} = 60$$

$$\sigma^2 = \frac{(10 - 60)^2 + (80 - 60)^2 + (90 - 60)^2}{3} = \frac{2500 + 400 + 900}{3} = \frac{3800}{3}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

نشانچه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های X_j به ترتیب برابر \bar{X} و σ باشد، میانگین و

انحراف معیار داده‌های $u_j = 3X_j + 2$ به ترتیب برابر $3\bar{X} + 2$ و 3σ است، پس

داریم:

$$\frac{CV_2}{CV_1} = \frac{\frac{3\sigma}{3\bar{X}+2}}{\frac{\sigma}{\bar{X}}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3\bar{X}}{3\bar{X}+2} \Rightarrow 3\bar{X}+2 = 12\bar{X}$$

$$\Rightarrow 9\bar{X} = 2 \Rightarrow \bar{X} = \frac{2}{9}$$

$$\bar{u} = 3\bar{X} + 2 = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

نشانچه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

ابتدا داده‌ها را بدون در نظر گرفتن داده a به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

۴, ۴, ۴/۵, ۶, ۷, ۸, ۱۲, ۱۳, ۱۳/۵, ۱۴, ۱۶/۵

با افزودن داده a ، تعداد داده‌ها برابر ۱۲ داده شده و دو داده وسط، داده‌های ششم و

هفتم هستند. چون یکی از این دو داده قطعاً ۸ و میانه داده‌ها نیز ۸ است، پس a

نیز لزوماً برابر ۸ خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$4, 4, \underbrace{4/5, 6}, 7, 8, 8, 12, 13, \underbrace{13, 13/5}, 14, 16/5$$

$$Q_1 = \frac{4/5 + 6}{2} = 5/25 \quad Q_3 = \frac{13 + 13/5}{2} = 13/25$$

بنابراین داده‌های ۶, ۷, ۸, ۸, ۱۲, ۱۳ درون جعبه قرار می‌گیرند. برای این داده‌ها

داریم:

$$\bar{x} = \frac{6 + 7 + 8 + 8 + 12 + 13}{6} = 9$$

$$s^2 = \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + 2(-1)^2 + 3^2 + 4^2}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۱۳ تا ۹۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

نزد نخبه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

طبق رابطه احتمال شرطی داریم:

$$P(A' | B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B) = P(A' | B) \times P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{از طرفی: } P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{3}}{P(A')} \Rightarrow P(A') = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

نزد ننگ بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

فرض کنید A پیشامد هم‌رنگ نبودن دو مهره و B_1 ، B_2 و B_3 به ترتیب پیشامدهای انتخاب کیسه اول، دوم و سوم باشند. در این صورت داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2) + P(B_3)P(A | B_3)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{1} \binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} + \frac{1}{3} \times \frac{\binom{2}{1} \binom{3}{1}}{\binom{5}{2}} + \frac{1}{3} \times \frac{\binom{5}{1} \binom{1}{1}}{\binom{6}{2}}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{8}{15} + \frac{6}{10} + \frac{5}{15} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{44}{30}$$

طبق قانون بیز داریم:

$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1)P(A | B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{8}{15}}{\frac{1}{3} \times \frac{44}{30}} = \frac{4}{11}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

۴۱ - گزینه ۱»

اگر پیشامدهای موفقیت در آزمون‌های اول و دوم را به ترتیب با A و B نمایش

$$P(A) = 0/7 \text{ و } P(B) = 0/6$$

دهیم، داریم:

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0/8 = \frac{P(A \cap B)}{0/7}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/56$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0/7 + 0/6 - 0/56 = 0/74$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

مجموع دو تاس بیش‌تر از ۴: A

مجموع دو تاس کوچک‌تر یا مساوی ۴: A'

$$A' = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (1,3), (3,1)\}$$

بنابراین:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{6}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

اگر B پیشامد رو آمدن سکه باشد، آن‌گاه $P(B) = \frac{1}{2}$.

چون A و B مستقل هستند، داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{12}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۴

۳

۲

۱

سایت کنکور
نرنگه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

گروه نامعلوم را X می‌نامیم. می‌دانیم که مجموع تمام زاویه‌ها در نمودار دایره‌ای

360° است، پس:

$$\alpha_X + \alpha_O + \alpha_{AB} + \alpha_B + \alpha_A = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_X + 35^\circ + 100^\circ + 75^\circ + 7^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_X = 8^\circ$$

اگر فراوانی دسته‌ها را با f و تعداد کل داده‌ها را با n نمایش دهیم، داریم:

$$\alpha_X = \frac{f_X}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 8^\circ = \frac{32}{n} \times 360^\circ \Rightarrow n = 144 \quad \text{بنابراین:}$$

$$\alpha_B = \frac{f_B}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 75^\circ = \frac{f_B}{144} \times 360^\circ \Rightarrow f_B = 30$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی)

۴۴- گزینه ۳»

$$\text{حذف داده‌های } 18, 14, 12 \rightarrow 8 \times \alpha = 8\alpha = \text{مجموع } 8 \text{ داده اولیه}$$

$$\text{برابر کردن } 5 \text{ داده} \rightarrow 8\alpha - (18 + 14 + 12) = 8\alpha - 44 = \text{مجموع } 5 \text{ داده}$$

$$16\alpha - 88 = (8\alpha - 44) \times 2 = \text{مجموع } 5 \text{ داده در حالت جدید}$$

$$\Rightarrow \text{میانگین } 5 \text{ داده در حالت جدید} = \frac{16\alpha - 88}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{16\alpha - 88}{5} = \alpha + 11 \Rightarrow 16\alpha - 88 = 5\alpha + 55$$

$$\Rightarrow 11\alpha = 143 \Rightarrow \alpha = 13$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۴

۳✓

۲

۱

اگر داده‌ها را با X_1, \dots, X_{31} نشان دهیم آن‌گاه:

$$X_{16} = \text{میانه} \Rightarrow 31 = \text{تعداد داده‌ها}$$

$$15 = \text{تعداد داده‌ها در نیمه اول یا در نیمه دوم}$$

$$\Rightarrow Q_1 = X_8, Q_3 = X_{24}$$

$$\frac{X_1 + \dots + X_7}{7} = 12 \Rightarrow X_1 + \dots + X_7 = 84$$

$$\frac{X_{25} + \dots + X_{31}}{7} = 21 \Rightarrow X_{25} + \dots + X_{31} = 147$$

$$\frac{X_8 + \dots + X_{24}}{17} = 15 \Rightarrow X_8 + \dots + X_{24} = 255$$

$$\bar{x} = \frac{(X_1 + \dots + X_7) + (X_8 + \dots + X_{24}) + (X_{25} + \dots + X_{31})}{31}$$

$$= \frac{84 + 255 + 147}{31} = \frac{486}{31} \approx 15.67$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۴

۳✓

۲

۱

کتاب آبی)

۴۶ - گزینه ۳»

نمونه‌گیری خوشه‌ای روشی است که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها باشند که در مثال گزینه «۳» واحدهای نمونه‌گیری کلاس‌ها هستند. در حالی که روش نمونه‌گیری در گزینه «۱» تصادفی ساده، و در گزینه «۲» طبقه‌ای و در گزینه «۴» سامانمند است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

۴

۳✓

۲

۱

کتاب آبی)

۴۷ - گزینه ۲»

در این بررسی میانگین قد دانشجویان نمونه اندازه‌گیری می‌شود و روش جمع‌آوری داده‌ها، از طریق مشاهده است. پس از روش استفاده از دادگان استفاده نکرده‌ایم.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

می‌دانیم که پارامتر میانگین جامعه برابر است با:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

حال با توجه به نمونه موجود، مقدار آماره برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4+6+2+5+8}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

پس برآورد نقطه‌ای ما از پارامتر جامعه یعنی $\frac{N}{2}$ ، برابر است با مقدار آماره نمونه

یعنی ۵، پس برآورد ما از N برابر است با:

$$N = 10$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۲۱)

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

با توجه به رابطه انحراف معیار برآورد و اندازه نمونه داریم:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1/1 = \frac{\sigma}{\sqrt{200}} \Rightarrow \sigma = 10\sqrt{2} \times 1/1 = 11\sqrt{2}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = 3 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{m}} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{11\sqrt{2}}{\sqrt{m}} = 3 \Rightarrow \sqrt{m} = 27\sqrt{2} \Rightarrow m = 1458$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه ۱۲۱)

۴✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$n = 81, \quad \bar{x} = 30, \quad \sigma = 4$$

$$|\mu - \bar{x}| \leq \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow |\mu - \bar{x}| \leq \frac{2 \times 4}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴

۳

۲✓

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

بیشترین توان خروجی در حالی است که $r = R$ باشد، در این صورت داریم:

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \Rightarrow 48 = \frac{(12)^2}{4r} \Rightarrow r = \frac{3}{4} \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow{r=R} I = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow I = \frac{12}{2 \times \frac{3}{4}} = 8A$$

$$P = rI^2 = \frac{3}{4} \times (8)^2 = 48W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۴

۳

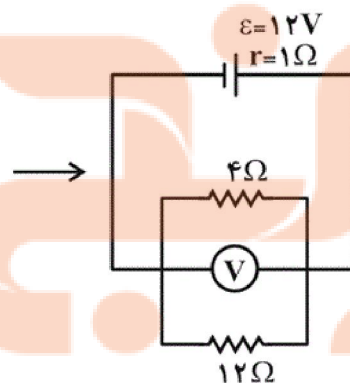
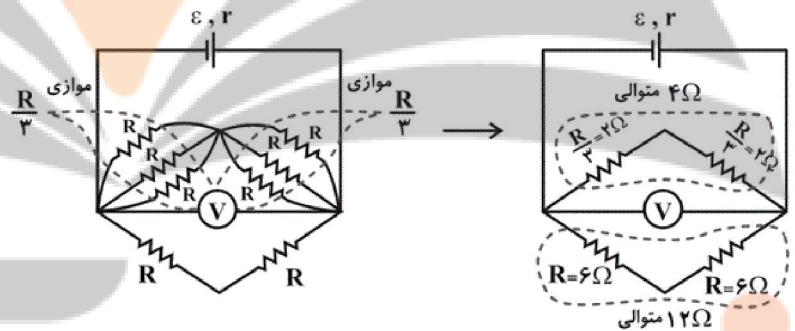
۲

۱ ✓

۵۲- گزینه «۴»

(معمومه شریعت ناصری)

تمام ۶ مقاومت قسمت بالای ولت‌سنج را مطابق شکل زیر در نظر می‌گیریم:



$$R_{eq} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = \frac{48}{16} = 3 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{12}{1 + 3} = 3A \Rightarrow V = R_{eq} I = 3 \times 3 = 9V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

مقاومت‌های ۴۸Ω و ۱۶Ω با هم موازی بوده و مقاومت معادل این دو با مقاومت ۱۲Ω متوالی است و مقاومت جدید با مقاومت ۸Ω موازی خواهد بود.

$$R' = \frac{48 \times 16}{48 + 16} = 12\Omega, \quad R'' = 12 + 12 = 24\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{24 \times 8}{24 + 8} = 6\Omega$$

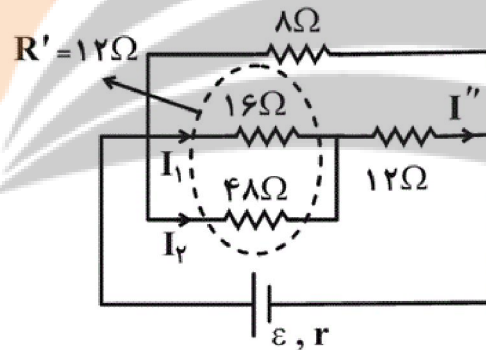
$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I_T = \frac{28}{6 + 1} = 4A$$

$$V'' = V_T \Rightarrow R'' I'' = R_{eq} \times I_T \Rightarrow 24 \times I'' = 6 \times 4$$

$$\Rightarrow I'' = 1A \Rightarrow V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2$$

$$\frac{I_1 + I_2 = 1A}{\rightarrow I_1 = \frac{3}{4}A}$$

$$P = RI^2 \Rightarrow P = 16 \times \frac{9}{16} = 9W$$



(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۴

۳ ✓

۲

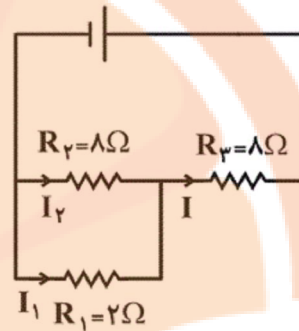
۱

نزدیک بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

با توجه به موازی بودن دو مقاومت R_1, R_2 نسبت جریان‌های عبوری از دو مقاومت را می‌یابیم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 2I_1 = 8I_2 \Rightarrow I_1 = 4I_2 \quad (1)$$

$$I_1 + I_2 = I \xrightarrow{(1)} 4I_2 + I_2 = I \Rightarrow I_2 = \frac{I}{5}, \quad I_1 = \frac{4}{5}I$$



با توجه به رابطه توان مصرفی مقاومت داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2 I_2^2}{R_1 I_1^2} = \frac{8 \times I^2}{2 \times \frac{16}{25} I^2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{25}{4}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓
نزد نجه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

توان مصرفی مقاومت را برای هر گزینه محاسبه می‌کنیم:

$$P_1 = \frac{V^2}{R} = \frac{(0 - (-20))^2}{3} = \frac{400}{3} \text{ W}$$

$$P_2 = \frac{V^2}{R} = \frac{(30 - 0)^2}{2} = \frac{900}{2} = 450 \text{ W}$$

$$P_3 = \frac{V^2}{R} = \frac{(10 - (-10))^2}{3} = \frac{400}{3} \text{ W}$$

$$P_4 = \frac{(30 - (-10))^2}{2} = \frac{1600}{2} = 800 \text{ W}$$

$$P_4 > P_2 > P_1 = P_3$$

بنابراین:

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۴ ✓

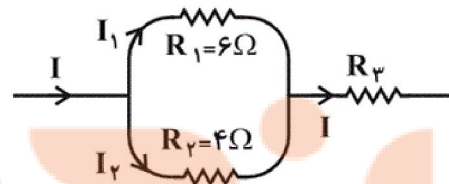
۳

۲

۱

ابتدا با توجه به موازی بودن مقاومت‌های R_1 و R_2 رابطه بین جریان عبوری از دو

مقاومت را می‌یابیم:



$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{2}{3} I_2 \Rightarrow \frac{2}{3} I_2 + I_2 = I$$

$$I_2 = \frac{3}{5} I \Rightarrow I_1 = \frac{2}{5} I$$

$$P_3 = \frac{125}{100} P_1 \Rightarrow R_3 I^2 = \frac{125}{100} \times 6 \times \frac{4}{25} I^2 \Rightarrow R_3 = 1/2 \Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۴

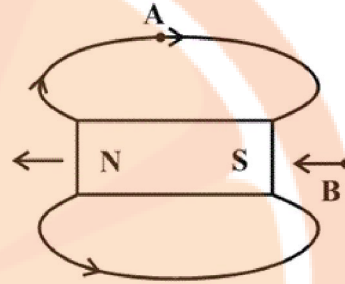
۳

۲

۱ ✓

می‌دانیم خطوط میدان مغناطیسی بیرون آهنربا از قطب N آهنربا خارج و به قطب S آهنربا وارد می‌شوند. ناحیه X، قطب N آهنرباست.

از طرفی جهت عقربه مغناطیسی در هر نقطه مماس بر خط میدان در همان نقطه است.



(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

۴

۳

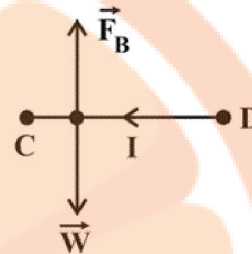
۲ ✓

۱

نشان بده بوبک

تلاشی در مسیر موفقیت

نیروی وزن سیم به سمت پایین به سیم وارد می‌شود، بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم باید به سمت بالا باشد تا سیم در حالت تعادل بماند. طبق قاعده دست راست، جریان سیم از D به C می‌باشد، بنابراین باتری B باید در مدار قرار گیرد.



اکنون می‌توانیم جریان مدار را بیابیم، داریم:

$$\left. \begin{aligned} m &= 4g = 4 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ L &= 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \\ B &= 0.5 \text{ T} \\ \theta &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_B = W \Rightarrow BI\ell = mg$$

$$\Rightarrow I \times 0.2 \times 0.5 = 4 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow I = \frac{4 \times 10^{-2}}{10^{-1}} = 0.4 \text{ A}$$

در نهایت با توجه به قانون اهم داریم:

$$V = RI = 10 \times 0.4 = 4 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۴ ✓

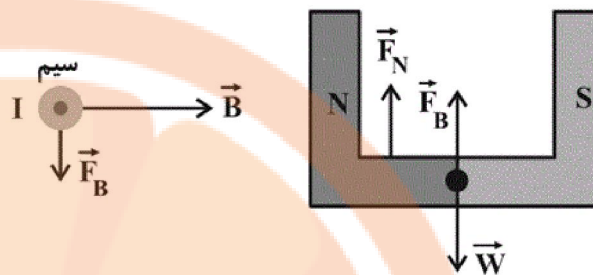
۳

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

بنا به قاعده دست راست، نیروی وارد بر سیم CD واقع در میدان مغناطیسی به سمت پایین است، واکنش این نیرو به آهنربا و رو به بالا وارد می‌شود.



عدد \vec{F}_B باید بزرگتر شود، تا عدد ترازو کاهش یابد، بنابراین باید مقاومت رثوستا را کاهش دهیم تا مطابق قانون اهم جریان عبوری از سیم افزایش یابد، در نتیجه نیروی وارد بر سیم (طبق رابطه $F_B = BI\ell \sin \alpha$) افزایش یابد و واکنش این نیرو به آهنربا نیز افزایش یافته و عدد ترازو (\vec{F}_N) کمتر شود.

(فیزیک ۲ - مغناطیس - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

نشانچه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

سه نیروی وزن، نیروی الکتریکی و مغناطیسی بر ذره اثر می‌گذارند:

$$mg = 2 \times 10^{-3} \times 10 = 2 \times 10^{-2} = 0.02 \text{ N}$$

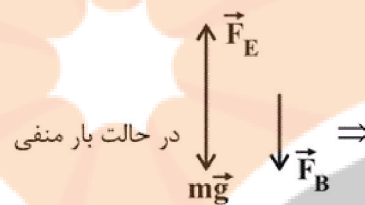
$$F_E = E |q| = 10^3 \times |q| = 1000 |q|$$

$$F_B = |q| v B = 2 \times 100 \times |q| = 200 |q|$$

با توجه به اینکه برآیند نیروها صفر است و بزرگی نیروی مغناطیسی از بزرگی نیروی

الکتریکی کوچکتر است، بنابراین برای تعادل باید نیروی مغناطیسی هم جهت نیروی

وزن باشد. بنابراین بار ذره منفی خواهد بود.



$$F_E = mg + F_B \Rightarrow 1000 |q| = 0.02 + 200 |q|$$

$$\Rightarrow |q| = 25 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q = -25 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس - صفحه‌های ۱۹ و ۹۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

نشانچه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

ابتدا به کمک رابطه $L = N(2\pi r)$ تعداد دور پیچ را می‌یابیم. داریم:

$$L = N2\pi r \Rightarrow 314 = 2 \times 3.14 \times 5 \times N \Rightarrow N = 10$$

با جایگذاری در رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{2r}$ می‌توان جریان را محاسبه کرد.

$$2\pi \times 10^{-5} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10 \times I}{2 \times 0.05}$$

$$I = \frac{2\pi \times 10^{-5} \times 10^{-1}}{4\pi \times 10^{-7} \times 10} = 0.5 \text{ A} = 500 \text{ mA}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۴

۳

۲ ✓

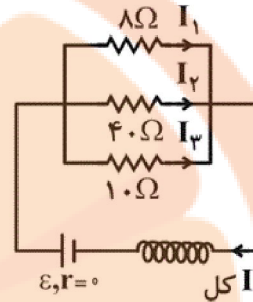
۱

نزد ننگ بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

ابتدا به کمک رابطه $P = RI^2$ جریان عبوری از مقاومت 40 اهمی را به دست می آوریم.

$$P_r = R_r I_r^2 \xrightarrow{P_r = 40W, R_r = 40\Omega} I_r = 1A$$



از طرفی جریان در مقاومت های موازی به نسبت عکس اندازه مقاومت ها تقسیم می شود.

$$\frac{R_r}{R_1} = \frac{I_1}{I_r} \Rightarrow \frac{40}{8} = \frac{I_1}{1} \Rightarrow I_1 = 5A$$

$$\frac{R_r}{R_3} = \frac{I_3}{I_r} \Rightarrow \frac{40}{10} = \frac{I_3}{1} \Rightarrow I_3 = 4A$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 + I_3 = 5 + 1 + 4 = 10A$$

و در نهایت بزرگی میدان مغناطیسی سیملوله برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \xrightarrow{N=500, I=10A, L=10cm=0.1m} B = \frac{12 \times 10^{-7} \times 500 \times 10}{10^{-1}}$$

$$= 600 \times 10^{-4} T = 600 G$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه های ۶۷ تا ۹۹، ۷۷ و ۱۰۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

چون میله ها از جنس ماده فرومغناطیسی هستند، آهنربا می شوند و از یکدیگر دور می شوند و از آنجا که وقتی کلید باز می شود، میله ها به محل اولیه باز می گردند، نتیجه این می شود که میله ها از جنس فرومغناطیسی نرم بوده مانند آهن.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

بردار میدان مغناطیسی با محور y (نیم‌خط عمود بر سطح حلقه) زاویه 30° می‌سازد.

$$\vec{B} = \vec{i} + \sqrt{3} \vec{j}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$B = \sqrt{(1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\Phi = AB \cos \alpha = 1 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ Wb}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب - صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(معمومه شریعت ناصری)

۶۵- گزینه ۴»

طبق رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار و یک میدان مغناطیسی می‌توان نوشت:

$$F_B = |q| vB \sin \alpha \Rightarrow F_B = F_{\max} \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{F_B}{F_{\max}} = \frac{0.8 F_{\max}}{F_{\max}} = 0.8 \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

با توجه به کاهش زاویه α داریم:

$$53^\circ - 16^\circ = 37^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{F'_B}{F_{\max}} \Rightarrow 0.6 = \frac{F'_B}{F_{\max}} \Rightarrow F'_B = 0.6 F_{\max}$$

$$\text{درصد تغییرات: } \frac{F'_B - F_B}{F_B} \times 100 = \frac{0.6 F_{\max} - 0.8 F_{\max}}{0.8 F_{\max}} \times 100 = -25\%$$

(فیزیک ۲- مغناطیس - صفحه‌های ۱۹ و ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

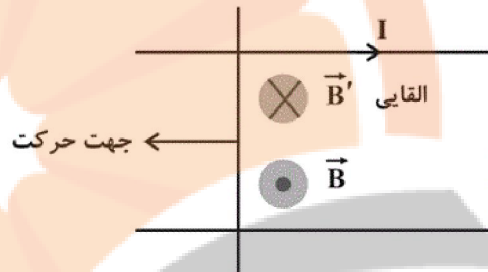
تلاشی در مسیر موفقیت

در شکل گزینه (۱) با حرکت میله به سمت چپ، سطح مدار افزایش می‌یابد و شار

مغناطیسی میدان برون سو افزایش یافته و جریان القایی به وجود می‌آید که طبق

قانون لنز باید میدان القایی آن درون سو باشد تا با افزایش شار مخالفت کند. بنابراین

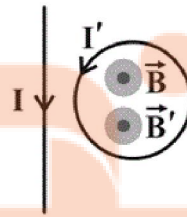
جریان القایی ساعتگرد است.



در شکل گزینه (۲) میدان سیم I در محل حلقه برون سو و در حال کاهش است،

طبق قانون لنز میدان مغناطیسی القایی باید برون سو باشد، بنابراین جریان القایی

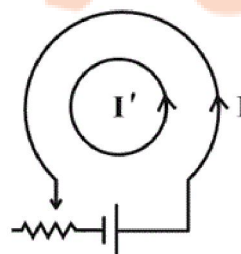
پادساعتگرد است.



در شکل گزینه (۳) با حرکت لغزنده به سمت چپ مقاومت رنوستا افزایش و جریان

مدار کاهش می‌یابد. در این صورت جریان القایی در حلقه میانی همسو با جریان

اصلی مدار است تا با کاهش شار مخالفت کند یعنی باید پادساعتگرد باشد.



نشریه بزرگسالان

پوکه

تلاشی در مسیر موفقیت

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب - صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۴

۳

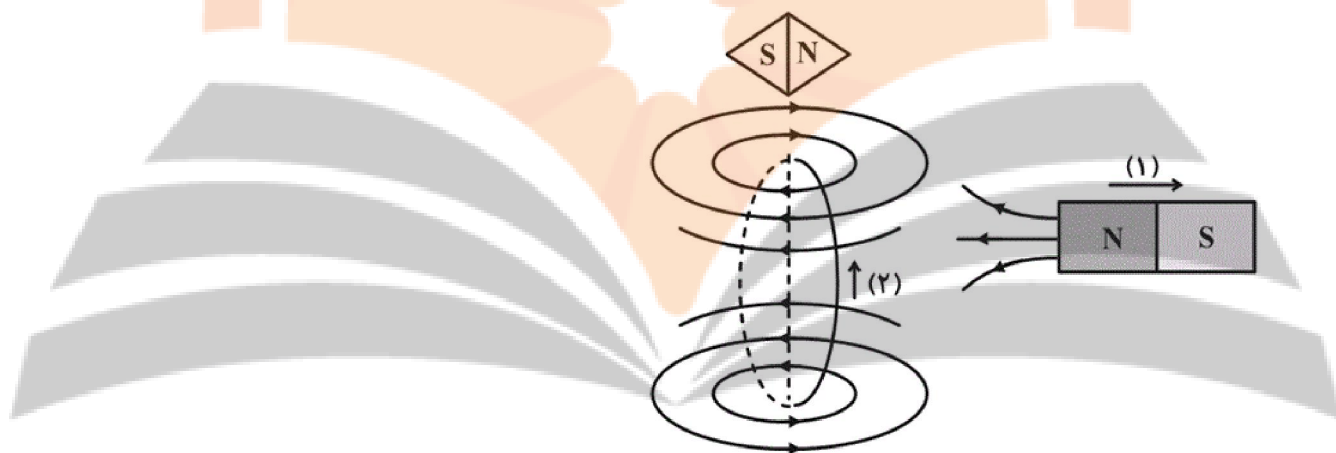
۲

۱

(به نام رستمی)

۶۷- گزینه «۴»

نوک N عقربه مغناطیسی جهت خطوط میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. به کمک قاعده دست راست جهت جریان القایی حلقه در جهت (۲) تعیین می‌شود. از طرفی طبق شکل زیر چون جهت میدان مغناطیسی درون حلقه هم جهت با میدان مغناطیسی آهنربا است بنابراین شار در حال کاهش است یعنی آهنربا در حال دور شدن از حلقه (جهت ۱) است.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب - صفحه‌های ۸۴ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱

نزدیک بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

معادله جریان متناوب برابر است با:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

اگر در $t = \frac{1}{800}$ s جریان را $2\sqrt{2}A$ جایگذاری کنیم، داریم:

$$2\sqrt{2} = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{800}\right) \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{400T}\right) \Rightarrow \frac{\pi}{400T} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{100} \text{ s}$$

اولین لحظه‌ای که جریان بیشینه می‌شود لحظه $\frac{T}{4}$ است، پس:

$$t = \frac{1}{400} \text{ s}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب - صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

(معمومه شریعت ناصری)

۶۹ - گزینه «۳»

طبق متن کتاب درسی موارد «الف»، «ب» و «ج» صحیح هستند و مورد «د»

نادرست است.

بررسی مورد نادرست:

د) یکی از مزیت‌های مهم توزیع توان الکتریکی ac آن است که افزایش و کاهش

ولتاژ ac بسیار آسان‌تر از ولتاژ dc است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب - صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۶)

۴

۳ ✓

۲

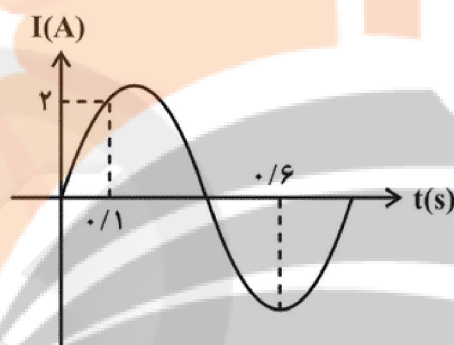
۱

با استفاده از نمودار ابتدا دوره تناوب را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{3T}{4} = 0.6 \Rightarrow T = 0.8$$

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow i = I_m \sin \frac{2\pi}{0.8} \times 0.1$$

$$I_m = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ A}$$



$$P = RI^2 \Rightarrow P = 5 \times 8 = 40 \text{ W}$$

(فیزیک ۲- الفای الکترومغناطیسی و جریان متناوب - صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

۴

۳

۲✓

۱

۷۱ - گزینه ۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: پلی‌آمیدها در شرایط مناسب با آب واکنش می‌دهند و به دی‌اسید و دی‌آمین سازنده تبدیل می‌شوند.

گزینه ۲: اسید سازنده اتیل‌بوتانوات، بوتانوئیک اسید با فرمول مولکولی $C_4H_8O_2$ می‌باشد.

گزینه ۳: عامل آمیدی از واکنش اسید آلی با آمین به‌دست می‌آید.

گزینه ۴: الکل‌ها و اسیدها حداکثر تا ۵ کربن در آب محلول‌اند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴✓

۳

۲

۱

۷۲- گزینه «۴»

(پویا رستگاری)

فرض می‌کنیم دمای محلول اولیه ۳ لیتری پس از انحلال پتاسیم اکسید به اندازه $\Delta\theta$ افزایش یافته و به $20 + \Delta\theta$ درجه سلسیوس می‌رسد. پس از آن محلول موردنظر با یک محلول ۱۰ لیتری با دمای 65°C مخلوط و محلولی با دمای

$$56^\circ\text{C} \text{ به دست آمده است با توجه به دمای محلول نهایی و چگالی آب که } 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$$

است مقدار $\Delta\theta$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\theta = \frac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \frac{3000 \times (20 + \Delta\theta) + 10000 \times 65}{13000} = 56$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 6$$

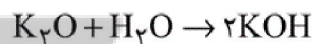
پس دمای محلول ۳ لیتری پس از انحلال پتاسیم اکسید به ۲۶ درجه سلسیوس می‌رسد. در مرحله بعد مقدار گرمایی که طی انحلال پتاسیم اکسید آزاد شده است را محاسبه کرده و پس از آن مقدار مول حل شده از این ماده را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 3000 \times 4 / 2 \times 6 = 75600 \text{ J} = 75 / 6 \text{ kJ}$$

$$? \text{ mol K}_2\text{O} = 75 / 6 \text{ kJ انرژی} \times \frac{1 \text{ mol K}_2\text{O}}{70 \text{ kJ انرژی}}$$

$$= 1 / 0.8 \text{ mol K}_2\text{O}$$

پتاسیم اکسید طبق معادله زیر با آب واکنش داده و پتاسیم هیدروکسید تولید می‌شود:



$$? \text{ g KOH} = 1 / 0.8 \text{ mol K}_2\text{O} \times \frac{2 \text{ mol KOH}}{1 \text{ mol K}_2\text{O}} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}}$$

$$= 120 / 96 \approx 121 \text{ g KOH}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۳ و ۷۲)

۴

۳

۲

۱

(کامران کیومرثی)

۷۳- گزینه «۳»

تمامی عبارتهای صورت سؤال درست هستند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر- صفحه ۱۱۹)

۴

۳

۲

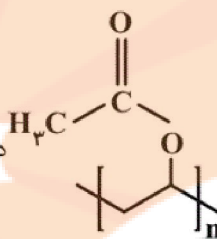
۱

برسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: کولار یک پلی‌آمید است. این پلیمر از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاومتر است.

گزینه «۲»: استر آناناس اتیل‌بوتانوات نام دارد که از واکنش اتانول و بوتانویک اسید به‌دست می‌آید.

گزینه «۳»: پلی‌وینیل استات با فرمول



دارای گروه عامل

گزینه «۳»: پلی‌وینیل استات با فرمول

استری است ولی چون در تشکیل این پلیمر واکنش استری شدن نقش نداشته است پس پلی‌استر نیست برای تشکیل این پلیمر پیوند سیرنشده $C=C$ نقش داشته است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر - صفحه‌های ۱۰۴، ۱۱۳، ۱۱۵ و ۱۱۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی فرزند تبار)

۷۵ - گزینه «۳»

عبارت‌های (آ)، (ب)، (پ) نادرست‌اند.

عبارت (آ) مواد زیست تخریب‌پذیر به مولکول‌های ساده و کوچک تبدیل می‌شوند.

عبارت (ب) تغییر محسوسی در رنگ لباس ایجاد نمی‌شود.

عبارت (پ) آهنگ تجزیه پلی‌استرها و پلی‌آمیدها به ساختار مونومرهای سازنده

بستگی دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر - صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱» با توجه به اینکه در واحد تکرارشونده پلی استرها چهار اتم اکسیژن وجود دارد. هر اتم اکسیژن دارای چهار الکترون ناپیوندی و در مجموع ۱۶ الکترون ناپیوندی در واحد تکرارشونده وجود دارد.

گزینه ۲» فورمیک اسید و متانول به ترتیب کربوکسیلیک اسید و الکل یک عاملی است. در حالی که مونومرهای سازنده یک پلی استر باید کربوکسیلیک اسید و الکل دو عاملی باشند.

گزینه ۳» بسیاری از پلی آمیدها، مانند پلی آمیدهای موجود در پوست، مو، ناخن و ... طبیعی هستند.



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

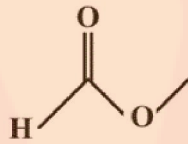
نشانچه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

ساده‌ترین الکل متانول (CH_3OH) و ساده‌ترین اسید آلی فورمیک‌اسید

(HCOOH) است و استر حاصل از واکنش ایندو ترکیب HCOOCH_3

می‌باشد.



$$\text{CH}_3\text{OH} = 12 + 3(1) + 16 + 1 = 32 \text{g.mol}^{-1}$$

$$\text{HCOOH} = 1 + 12 + 2(16) + 1 = 46 \text{g.mol}^{-1}$$

$$46 - 32 = 14$$

اختلاف جرم اسید و الکل سازنده:

جرم مولی اسید، ۱۴ گرم بیشتر است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر- صفحه‌های ۱۰۹، ۱۱۰ و ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(یاسر علیشانی)

۷۸- گزینه ۴»

فرمول مولکولی کربوکسیلیک‌اسید تک‌عاملی به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ و الکل

تک‌عاملی به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$ می‌باشد بنابراین داریم:

$$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2 = 2(\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}) - 60$$

$$14n + 32 = 2(14n + 2 + 16) - 60 \Rightarrow n = 4$$

$$\text{جرم مولی الکل} = \text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O} = 14n + 2 + 16$$

$$= (14 \times 4) + 2 + 16 = 74$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۴ ✓

۳

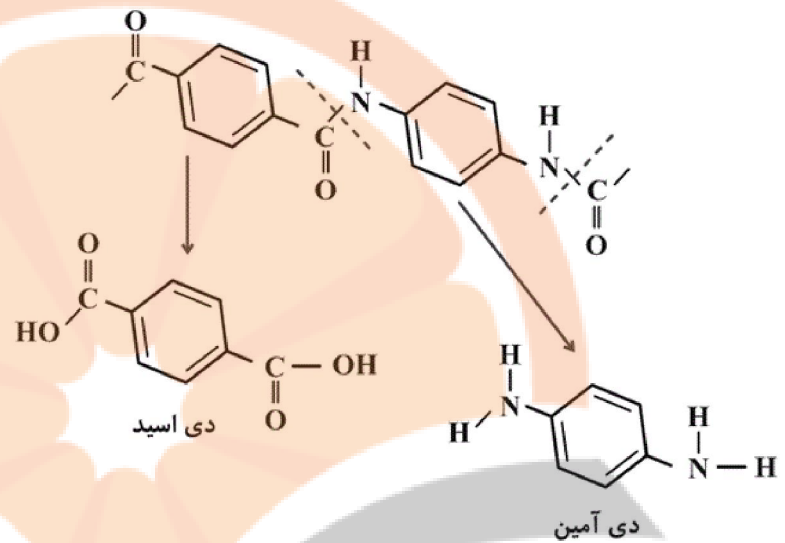
۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

با توجه به ساختار پلی آمید داده شده، ساختار دی آمین و دی اسید تشکیل دهنده آن

به صورت زیر است:



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر- صفحه های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

نزد نجه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

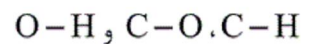
بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱»: در ساختار کلسترول اکسیژن متصل به هیدروژن (گروه هیدروکسیل) وجود دارد، بنابراین می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

گزینه ۲»: از آنجائیکه این ترکیب یک گروه الکلی دارد با یک کربوکسیلیک‌اسید، تولید استر می‌کند.

گزینه ۳»: با توجه به وجود گروه هیدروکسیل این ترکیب یک الکلی محسوب می‌شود و چون پیوند دوگانه کربن - کربن دارد الکلی سیر نشده است و با توجه به اینکه حلقه بنزنی ندارد این ترکیب آروماتیک نمی‌باشد. از طرفی چون تعداد کربن‌های زیادی دارد در آب نامحلول است.

گزینه ۴»: در ساختار آن چهار نوع پیوند یگانه وجود دارد. پیوندهای C-C،



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر - صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۴ ✓

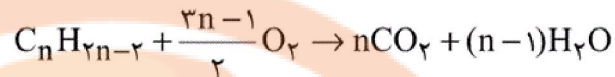
۳

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

معادله سوختن کامل آلکین‌ها به صورت زیر می‌باشد:



با به دست آوردن شمار مول‌های آب و گاز اکسیژن و مقایسه آن‌ها با یکدیگر

می‌توانیم مقدار n را به دست بیاوریم. براین اساس داریم:

$$? \text{ mol } O_2 = 17/92 \text{ LO}_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4 \text{ LO}_2} = 0/8 \text{ mol } O_2$$

$$? \text{ mol } H_2O = 7/2 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} = 0/4 \text{ mol } H_2O$$

$$\frac{\text{شمار مول } O_2 \text{ مصرف شده}}{\text{شمار مول } H_2O \text{ تولید شده}} = \frac{\text{ضریب استوکیومتری } O_2}{\text{ضریب استوکیومتری } H_2O}$$

$$\Rightarrow \frac{0/8}{0/4} = \frac{\left(\frac{3n-1}{2}\right)}{n-1} \Rightarrow n = 3$$

با توجه به مقدار n می‌توان گفت آلکین مورد نظر همان پروپین است ابتدا شمار

مول‌های پروپین مصرف شده را محاسبه کرده و پس از آن سرعت متوسط واکنش را

به دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol } C_3H_4 = 7/2 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_4}{2 \text{ mol } H_2O} \\ = 0/2 \text{ mol } C_3H_4$$

$$\bar{R} = \frac{\bar{R}C_3H_4}{1} \Rightarrow \frac{0/2}{1 \times 20} = 0/01 \text{ mol/s}$$

در مرحله بعد ارزش سوختی گاز پروپین را با توجه به مقدار انرژی آزاد شده محاسبه

می‌کنیم:

$$\text{معده انرژی آزاد شده} = \frac{161 \text{ kJ}}{\text{جرم ماده مصرف شده}} = \frac{40 \text{ g C}_3\text{H}_4}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_4} \times \frac{0.2 \text{ mol C}_3\text{H}_4}{\text{ارزش سوختی}}$$

$$= 49 \text{ kJ/g}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۷۱، ۷۰ و ۸۴ تا ۸۸)

۴

۳

۲✓

۱

(روزیه رضوانی)

۸۲- گزینه «۴»

گزینه «۱»: شاخ و پشم گوسفند از پلیمرهایی به نام پلی‌آمید ساخته می‌شوند که ساختار آن‌ها H، O، N و C وجود دارد اما پنبه از پلیمری به نام سلولز ساخته می‌شود که پلی‌استر است و در ساختار آن اتم N وجود ندارد.

گزینه «۲»: پلی‌آمید و پلی‌استرها در شرایط مناسب با آب واکنش می‌دهند و به مونومرهای سازنده تبدیل می‌شوند این پلیمرها زیست تخریب پذیرند.

گزینه «۳»: پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده به انجام واکنش تمایلی ندارند و از این رو پوشاک و پوشش‌های تهیه شده از این مواد در طبیعت تجزیه

نمی‌شوند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر- صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۱۴ تا ۱۱۹)

۴✓

۳

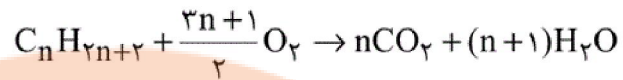
۲

۱

نگارخانه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

واکنش سوختن کامل آلکان‌ها به صورت زیر است:



$$\bar{R}_{CO_2} = 12L.s^{-1} \times \frac{1/1gCO_2}{1LCO_2} \times \frac{1molCO_2}{44gCO_2} = 0.3mol.s^{-1}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n_{O_2}}{\Delta t} = \frac{1440gO_2 \times \frac{1molO_2}{32gO_2}}{1/5min \times \frac{60s}{1min}} = 0.5mol.s^{-1}$$

$$\frac{\bar{R}_{O_2}}{3n+1} = \frac{\bar{R}_{CO_2}}{n} \Rightarrow \frac{0.5}{3n+1} = \frac{0.3}{n} \Rightarrow 0.5n = \frac{0.3(3n+1)}{2}$$

$$n = 0.9n + 0.3$$

$$0.1n = 0.3 \Rightarrow n = 3$$

آلکان موردنظر C_3H_8 (پروپان) می‌باشد.

$$\text{جرم مولی } C_3H_8 = 3(12) + 8(1) = 44g.mol^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱✓

نزدیک بوک

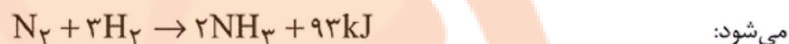
تلاشی در مسیر موفقیت

در ابتدا آنتالپی پیوند (H-H) را با توجه به واکنش صورت گرفته محاسبه



$$? \Delta\text{H}(\text{H}-\text{H}) = \frac{545 \text{ kJ}}{28 \text{ LH}_2} \times \frac{22/4 \text{ LH}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 436 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

در ادامه با توجه به واکنش تولید گاز آمونیاک آنتالپی واکنش به صورت زیر محاسبه



میانگین آنتالپی پیوند (N-H) را y و آنتالپی پیوند ($\text{N} \equiv \text{N}$) را x در نظر

می‌گیریم.

$$\Delta\text{H}(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

$$- [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

$$\Rightarrow \Delta\text{H}(\text{N} \equiv \text{N}) + 3\Delta\text{H}(\text{H}-\text{H})$$

$$-(6\Delta\text{H}(\text{N}-\text{H})) = -93 \Rightarrow x + 1308 - 6y = -93$$

$$\Rightarrow x - 6y = -1401$$

از طرفی صورت سوال ذکر کرده است که مجموع میانگین آنتالپی پیوند (N-H)

(همان y) و آنتالپی پیوند ($\text{N} \equiv \text{N}$) (همان x) برابر با ۱۳۳۶ کیلوژول بر

مول می‌باشد. بنابراین به یک دو معادله دو مجهول می‌رسیم و مقدار عددی

مولفه‌های x و y را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x + y = 1336 \\ x - 6y = -1401 \end{cases} \Rightarrow y = 391 \text{ kJ.mol}^{-1}, x = 945 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم - صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

تنها عبارت سوم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: الگوی نشان داده شده مربوط به ساختار پلی‌استرها است که از آن‌ها برای تولید الیاف و نخ می‌توان بهره برد.

عبارت دوم: استرها عامل بوی خوش شکوفه‌ها و ... هستند که گروه عاملی آن‌ها با پلی‌استرها یکسان است.

عبارت جمله سوم: برای تهیه پلی‌استرها از دی‌اسیدها (کربوکسیلیک‌اسیدهای دو عاملی) و دی‌الکل‌ها (الکل‌های دو عاملی) استفاده می‌شود.

عبارت چهارم: پلی‌استرها در واکنش با آب (آبکافت) به مونومرهای سازنده‌شان تجزیه می‌شوند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر - صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

نشانچه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

موارد اول و سوم از میان عبارتهای داده شده درست می‌باشد.

بررسی همه موارد:

• استفاده از قانون هس، از جمله روش‌هایی غیرمستقیم محاسبه ΔH واکنش‌ها است.

• چون اتانول تعداد اتم‌های کربن کمتری دارد، گرمای حاصل از سوختن یک مول اتانول، کمتر از گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپانول می‌باشد.

• استفاده از قانون هس در شرایطی مقدور است که شرایط همه واکنش‌های انجام شده یکسان باشد.

• چون پایداری آب بیشتر از هیدروژن پراکسید است، از واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن، مولکول‌های آب تولید شده نه هیدروژن پراکسید.

• تعیین آنتالپی واکنش تولید هیدرازین از گازهای هیدروژن و نیتروژن به روش تجربی قابل اندازه‌گیری نیست.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم - صفحه‌های ۷۱ تا ۷۵)

۴

۳

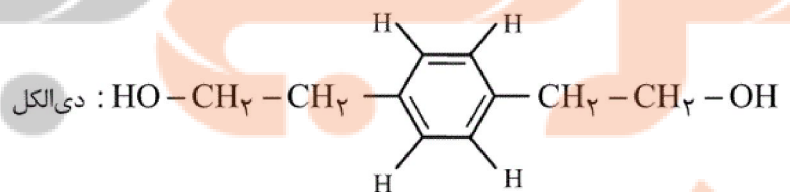
۲

۱ ✓

۸۷ - گزینه «۳»

(شهرام همایون‌فر)

از آبکافت پلی‌استرها، دی‌اسید و دی‌الکل حاصل می‌شود.



$$10(12) + 14(1) + 2(16) = 166 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow 166 - 90 = 76 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر - صفحه‌های ۱۱۷)

۴

۳ ✓

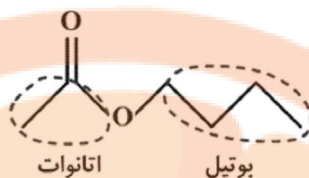
۲

۱

۸۸- گزینه «۳»

(مرتضی حسن زاده)

گزینه «۱»: استر مورد نظر، بوتیل اتانوات بوده که به اشتباه، اتیل بوتانوات نامگذاری شده است.



گزینه «۲»: الکل A، بوتانول است بنابراین فرمول مولکولی بوتانول به صورت $C_4H_{10}O$ است.

$$\%C = \frac{48}{74} \times 100 \approx 65$$

گزینه «۳»: بوتیل اتانوات، دارای ۲۰ جفت الکترون پیوندی است.

گزینه «۴»: درست، فرمول مولکولی هر دو به صورت $C_6H_{12}O_2$ است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۴

۳ ✓

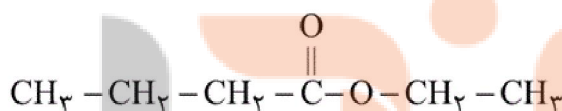
۲

۱

۸۹- گزینه «۲»

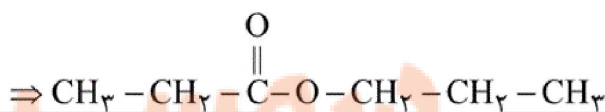
(مرتضی حسن زاده)

- استر سازنده بوی آناناس، اتیل بوتانوات است.



اتیل بوتانوات

$$\%C = \frac{72}{116} \times 100 \approx 62$$



پروپیل پروپانوات

۴

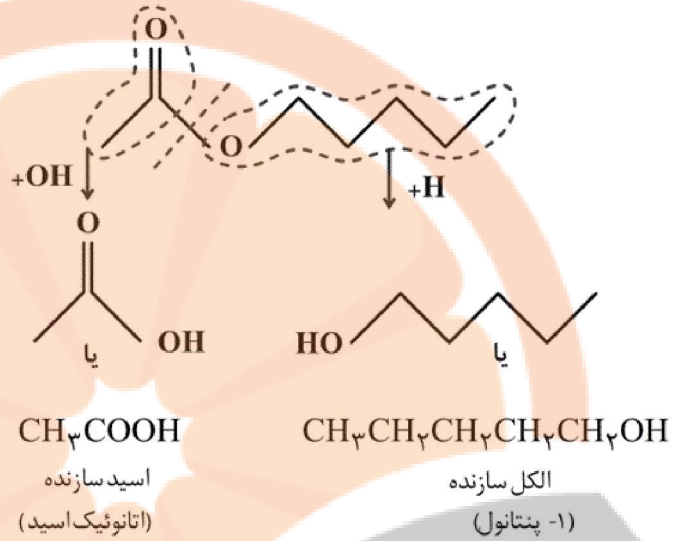
۳

۲ ✓

۱

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر- صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۱۳)

شمار اتم‌های کربن الکل سازنده برابر ۵ و شمار اتم‌های کربن اسید سازنده برابر ۲ است.



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر- صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

نزد نجه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت