دفترچه پاسخ

آزمون ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲و ریاضی‌پایه	کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-محسن بهرام‌پور-عادل حسینی-علی‌اکبر علیزاده
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-سوگند روشنی-رضا عباسی‌اصل-نریمان فتح‌اللهی-احمدرضا فلاح مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته و آمارواحتمال	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-امیررضا امینی-محبوبه بهادری-محسن بهرام‌پور-سوگند روشنی-بیتا سعیدی-محمد صحت‌کار رحمت عین‌علیان-احمدرضا فلاح-مجید نیکنام
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل‌ارجمندی-معصومه شریعت‌ناصری-پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی-امیراحمد میرسعید
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-احمدرضا جعفری‌نژاد-امیرحاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی-روزبه رضوانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲و ریاضی‌پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمارواحتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم محبوبه بیک‌محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

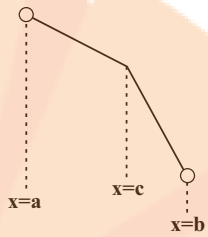
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

تلاشی در مسیر موفقیت

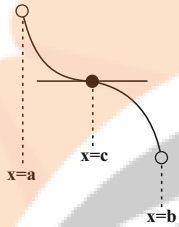
حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۳»** (سیدرضا اسلامی)

گزینه «۱» درست است. به عنوان مثال تابع زیر اکیداً نزولی است در صورتی که در $x=c$ مشتق‌ناپذیر است:



گزینهٔ «۲» درست است، زیرا اگر در نقاطی مجزا مشتق صفر باشد و در بقیه نقاط مشتق، منفی باشد، مشکلی ایجاد نمی‌شود.



گزینهٔ «۳» نادرست است. زیرا این عبارت در صورتی درست است که تابع مشتق‌پذیر باشد.

گزینهٔ «۴» درست است. زیرا در صورتی که مشتق تغییر علامت دهد، تابع در بخشی نزولی خواهد بود.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۲- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

تابع روی دامنهٔ $D_f=[2,+\infty)$ تعریف شده است. مشتق تابع عبارت است از:

$$f'(x)=1-\frac{1}{\sqrt{x-2}}=\frac{\sqrt{x-2}-1}{\sqrt{x-2}}$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0}\sqrt{x-2}-1=0\Rightarrow x=3$$

ریشهٔ مشتق و طول نقطه بحرانی برابر $x=3$ است. جدول تغییرات تابع به این صورت است:

x	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘		↗

تابع در بازهٔ $(3,+\infty)$ صعودی است، پس کم‌ترین مقدار a برابر ۳ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۳- **گزینهٔ «۱»** (کاظم اجلالی)

مشتق تابع f که روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است، به این صورت است:

$$f'(x)=3\frac{\cos x(\cos x+2)+\sin^2 x}{(\cos x+2)^2}=3\frac{1+2\cos x}{(\cos x+2)^2}$$

نقاط بحرانی تابع را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{f'(x)=0}1+2\cos x=0\Rightarrow\cos x=-\frac{1}{2}=\cos\frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3};k\in\mathbb{Z}$$

$$\begin{cases}x=2k\pi+\frac{2\pi}{3}\Rightarrow x=\frac{2\pi}{3},\frac{8\pi}{3},\frac{14\pi}{3},\dots\\ x=2k\pi-\frac{2\pi}{3}\Rightarrow x=\frac{4\pi}{3},\frac{10\pi}{3},\dots\end{cases}$$

گزینه‌های «۱» و «۴» جزء نقاط بحرانی هستند و مینیمم نسبی از بین این دو گزینه خواهد بود. با تعیین علامت مشتق در فاصلهٔ $(\pi,\frac{10\pi}{3})$ مشخص است که $x=\frac{4\pi}{3}$ طول مینیمم نسبی و $x=\frac{8\pi}{3}$ طول ماکزیمم نسبی است.

x	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{3}$	$\frac{10\pi}{3}$
$f'(x)$	$-$	0	$+$ 0	$-$
$f(x)$	↘	نسبی min	↗ نسبی max	↘

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۴- **گزینهٔ «۴»** (سیدرضا اسلامی)

از آنجا که $x=3$ تنها نقطهٔ بحرانی تابع است، باید مشتق تابع کسری $y=\frac{ax^3}{x-a}$ یعنی مشتق ضابطهٔ نخست در این نقطه صفر باشد:

$$y=\frac{ax^3}{x-a}\Rightarrow y'=a\frac{3x^2(x-a)-x^3}{(x-a)^2}=a\frac{x^2(2x-3a)}{(x-a)^2}$$

$$\xrightarrow[y'=0]{x=3}6-3a=0\Rightarrow a=2$$

از طرفی باید تابع در $x=1$ هم مشتق مخالف صفر داشته باشد:

$$\begin{cases}\text{شرط پیوستگی:}\ \frac{a}{1-a}=b+c\Rightarrow b+c=-2\\ f'_+(1)=f'_-(1)\Rightarrow -8=b\end{cases}\Rightarrow c=6$$

به ازای مقادیر به دست آمده، مشتق در $x=1$ برابر ۸- است و این نقطه، بحرانی محسوب نمی‌شود. بنابراین:

$$a-c=2-6=-4$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحهٔ ۱۱۷)

۵- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

ابتدا نقاط بحرانی تابع در بازهٔ $(1,4)$ را مشخص می‌کنیم:

$$f(x)=x+ax^{-2}\Rightarrow f'(x)=1-\frac{2a}{x^3}=\frac{x^3-2a}{x^3}$$

تنها نقطه بحرانی در این بازه، ریشه مشتق یعنی نقطه به طول $x=\sqrt[3]{2a}$ است. پس:

$$x=\sqrt[3]{2a}\Rightarrow y=\frac{2a+a}{\sqrt[3]{4a^2}}=\frac{3a}{\sqrt[3]{4a^2}}$$

عرض این نقطه، همان مقدار اکسترمم نسبی است. اینگونه مقدار a را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۳a}{\sqrt[۳]{۴a^۲}}=۳\Rightarrow a=\sqrt[۳]{۴a^۲}\Rightarrow a^۳=۴a^۲\Rightarrow\begin{cases}a=۰ \text{ غ ق ق}\\ a=۴\end{cases}$$

دقت کنید که به ازای $a=۰$، تابع f به صورت $f(x)=x$ است که اکسترمم نسبی ندارد.

حالا با مقایسه مقادیر تابع در نقاط به طول $x=۱$ ، $x=۲$ و $x=۴$ ماکزیمم مطلق تابع را مشخص می‌کنیم:

$$f(۱)=۵, f(۲)=۳, f(۴)=۴/۲۵$$

ماکزیمم مطلق تابع برابر ۵ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۶- **گزینهٔ «۴»** *(سیدرضا اسلامی)*

در $x=-۱$ مقدار مشتق تابع برابر صفر است ولی در این نقطه مشتق، تغییر علامت نمی‌دهد. در نتیجه $x=-۱$ ریشهٔ مضاعف مشتق است. پس:

$$f'(x)=۸x^۳+۲ax+b=۸(x+۱)^۲(x+c)$$
$$=۸(x^۲+۲x+۱)(x+c)$$
$$=۸(x^۳+(۲+c)x^۲+(۱+۲c)x+c)$$

ضریب $x^۲$ در تابع مشتق برابر صفر است، بنابراین:

$$۲+c=۰\Rightarrow c=-۲$$
$$f'(x)=۸x^۳+۲ax+b=۸x^۳-۲۴x-۱۶$$
$$\Rightarrow a=-۱۲, b=-۱۶$$
$$\Rightarrow f(x)=۲x^۴-۱۲x^۲-۱۶x+۱۰$$

$x=-c=۲$ طول نقطه اکسترمم نسبی است و عرض این نقطه برابر است با:

$$f(۲)=-۳۸$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

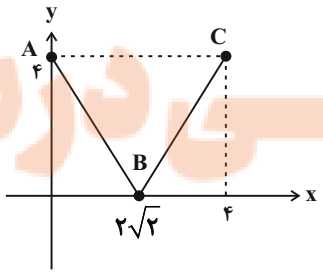
۷- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

مشتق تابع f را محاسبه کرده و تعیین علامت می‌کنیم:

$$f(x)=(x^۲-۸)^{\frac{۲}{۳}}\Rightarrow f'(x)=\frac{۲}{۳}(۲x)(x^۲-۸)^{-\frac{۱}{۳}}=\frac{۴x}{۳\sqrt[۳]{x^۲-۸}}$$

x	-۲		۰		$۲\sqrt{۲}$		۴
f'		$+$	۰	$-$	ت ن	$+$	
f	$\sqrt[۳]{۱۶}$	↗	۴	↘		↗	۴

نقطه $A(۰,۴)$ ماکزیمم نسبی و مطلق، نقطهٔ $B(۲\sqrt{۲},۰)$ مینیمم نسبی و مطلق و نقطهٔ $C(۴,۴)$ ماکزیمم مطلق است. پس مساحت مثلث ABC برابر است با:



$$S_{ABC}=\frac{۴\times۴}{۲}=۸$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحهٔ ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۸- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

معادلهٔ $(m^۲+۱)x^۲+(m-۱)x-۱=۰$ دارای دو ریشهٔ متمایز است، زیرا ضریب $x^۲$ و عدد ثابت، ناهم‌علامت هستند و در نتیجه دلتای آن مثبت است. در این معادله مجموعه دو ریشه برابر است با:

$$S=\frac{۱-m}{m^۲+۱}\ ;\ m\in\mathbb{R}$$

ریشه‌های مشتق را به دست می‌آوریم:

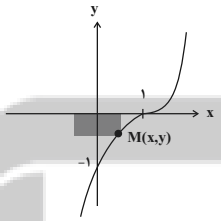
$$S'(m)=۰\Rightarrow\frac{-(m^۲+۱)-۲m(۱-m)}{(m^۲+۱)^۲}=۰$$
$$\Rightarrow m^۲-۲m-۱=۰\Rightarrow m=۱\pm\sqrt{۲}$$

با توجه به جدول تغییرات زیر بیشترین مقدار S برابر $\frac{۱+\sqrt{۲}}{۲}$ به دست می‌آید:

m	$-\infty$		$۱-\sqrt{۲}$		$۱+\sqrt{۲}$		$+\infty$
$S'(m)$		$+$	۰	$-$	۰	$+$	
$S(m)$	$\lim\limits_{m\to-\infty}S(m)=۰$	↗	$\frac{۱+\sqrt{۲}}{۲}$	↘	$\frac{۱-\sqrt{۲}}{۲}$	↗	$\lim\limits_{m\to+\infty}S(m)=۰$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(محسن بهرام‌پور)*



با دوران مستطیل حول محور yها، استوانه‌ای با شعاع قاعدهٔ x و ارتفاع $|y|$ حاصل می‌شود که حجم آن از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$V=\pi x^۲|y|=-\pi x^۲y=-\pi x^۲(x-۱)^۳\ ;\ ۰\le x\le ۱$$

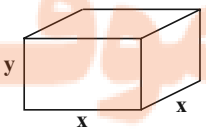
طول نقطه بحرانی V را در بازهٔ $(۰,۱)$ پیدا می‌کنیم:

$$\xrightarrow{V'=۰}۲x(x-۱)^۳+۳x^۲(x-۱)^۲=۰$$
$$\Rightarrow x(x-۱)^۲(۲x-۲+۳x)=۰\Rightarrow x=\frac{۲}{۵}$$

پس بیش‌ترین مقدار حجم استوانه در $x=\frac{۲}{۵}$ رخ می‌دهد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*



مکعب مستطیل با قاعدهٔ $x\times x$ و ارتفاع y را در نظر می‌گیریم. حجم مکعب برابر مقدار ثابت k است و باید $x^۲+۳xy$ را کمینه کنیم:

تلاشگر مسیر موفقیت

$$\begin{cases} S = x^2 + 3xy \\ \text{رابطه کمکی}: x^2y = k \end{cases} \xrightarrow{y=\frac{k}{x^2}} S = x^2 + \frac{3k}{x}$$

ریشهٔ مشتق را می‌یابیم:

$$\xrightarrow{S'=0} 2x - \frac{3k}{x^2} = 0 \Rightarrow 2x^3 = 3k \Rightarrow x^3 = \frac{3}{2}k$$

به ازای این مقدار x، کمترین مقدار سطح به دست می‌آید. در این صورت نسبت $\frac{y}{x}$ برابر است با:

$$\frac{y}{x} = \frac{\frac{k}{x^2}}{x} = \frac{k}{x^3} = \frac{2}{3}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

ریاضی پایه

۱۱- **گزینهٔ «۱»** (کاظم اجلالی)

با جای‌گذاری مقدار a در عبارت دوم، b را به دست می‌آوریم:

$$(2^{\sqrt{2}-1})^b = 2^{\sqrt{2}+1} \Rightarrow 2^{b(\sqrt{2}-1)} = 2^{\sqrt{2}+1}$$

$$\Rightarrow b = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}+1)^2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

دسته‌ها را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\{2\}, \{4,6\}, \{8,10,12,14\}, \{16,18,\ldots,30\}, \ldots$$

کوچک‌ترین عدد دسته‌ها، دنبالهٔ هندسی تشکیل می‌دهند:

$$t_1 = 2, t_2 = 4, t_3 = 8, t_4 = 16, \ldots \Rightarrow t_n = 2^n$$

پس کوچک‌ترین عدد دستهٔ سیزدهم برابر $2^{13} = 8192$ و در نتیجه بزرگ‌ترین عدد دستهٔ دوازدهم برابر 8190 است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** (سیدرضا اسلامی)

چهار جملهٔ متوالی را به صورت $a-3d, a-d, a+d, a+3d$ نمایش می‌دهیم. با توجه به فرض داده شده داریم:

$$(a-3d)(a+3d) = 10(a-d)(a+d)$$

$$\Rightarrow a^2 - 9d^2 = 10a^2 - 10d^2 \Rightarrow 9a^2 = d^2 \Rightarrow d = \pm 3a$$

پس چهار جمله به صورت $-8a, -2a, 4a, 10a$ هستند و مجموع دو جملهٔ میانی را برابر ۳ قرار می‌دهیم:

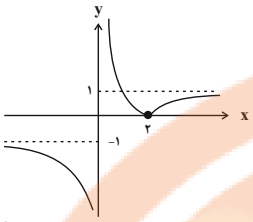
$$(-2a) + (4a) = 3 \Rightarrow 2a = 3$$

پس جملات ۱۵، ۶، ۳- و ۱۲- هستند که مجموع ارقام جملهٔ بزرگ‌تر شش است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

ابتدا نمودار تابع $y = \frac{|x-2|}{x}$ را رسم می‌کنیم:



$$y = \frac{|x-2|}{x} = \begin{cases} \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x} & ; \ x \geq 2 \\ \frac{2-x}{x} = \frac{2}{x} - 1 & ; \ x < 2 \end{cases}$$

برای اینکه خط $y = k$ نمودار را در دو نقطه قطع کند، باید داشته باشیم:

$$0 < k < 1$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۱۵- **گزینهٔ «۴»** (کاظم اجلالی)

ابتدا $f\left(\frac{1}{2}\right)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + \log_4^{\frac{1}{2}} = 1 + \log_{2^2}^{2^{-1}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

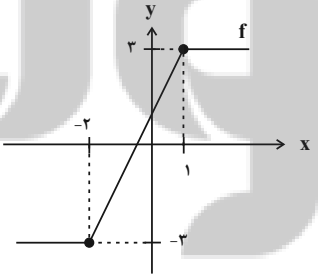
از $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$، پس:

$$\frac{f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)}{f\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** (محسن بهرام‌پور)

برای به دست آوردن برد تابع $y = g(f(x))$، ابتدا برد تابع f را به دست می‌آوریم:



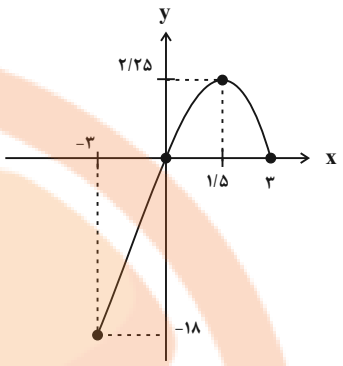
$$R_f = [-3,3]$$

در گام بعدی برد تابع $y = g(x)$ را در فاصله $[-3,3]$ محاسبه می‌کنیم:

$$y = g(x) = x|x-3|; -3 \leq x \leq 3$$

$$\Rightarrow y = -x(x-3) = x(3-x); -3 \leq x \leq 3$$

برای این کار، مجدداً از نمودار تابع کمک می‌گیریم:



$$y_{max} - y_{min} = ۲/۲۵ + ۱۸ = ۲۰/۲۵$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(کاظم اجلالی)*

ابتدا دامنه f و g را به دست آورده و اشتراک می‌گیریم:

$$\begin{cases} x+k \geq ۰ \Rightarrow x \geq -k \\ k-x \geq ۰ \Rightarrow x \leq k \end{cases} \Rightarrow -k \leq x \leq k$$

باید از این محدودهٔ جواب بالا، ریشه‌های f را که حداکثر دوتاست، حذف کنیم:

$$\sqrt{x+k} = \frac{x}{۲} \geq ۰ \Rightarrow x+k = \frac{x^۲}{۴} \Rightarrow x^۲ - ۴x - ۴k = ۰$$

$$\Rightarrow x = ۲ \pm \sqrt{۴+۴k} = ۲ \pm ۲\sqrt{۱+k}$$

از آنجا که k عدد طبیعی است، ریشهٔ $۲-۲\sqrt{۱+k}$ منفی و در نتیجه غیرقابل‌قبول است، پس f یک ریشه دارد و دامنهٔ $\frac{g}{f}$ به این صورت است:

$$D_{\frac{g}{f}} = [-k,k] - \{۲+۲\sqrt{۱+k}\}$$

به ازای $k=۲$، دامنهٔ $\frac{g}{f}$ دارای ۵ عدد صحیح، به ازای $k=۳$ دارای ۷ عدد صحیح و به ازای $k=۴$ هم دارای ۹ عدد صحیح است. به ازای مقادیر طبیعی $k \geq ۵$ نیز تعداد اعضای صحیح دامنهٔ $\frac{g}{f}$ بیشتر خواهد بود.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیدرضا اسلامی)*

ابتدا عدد خواسته شده را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\log_{۶}^{۰/۱۲۵} = \log_{۶}^{\frac{۱}{۸}} = \log_{۲\times۳}^{۲^{-۳}} = -۳\log_{۲\times۳}^{۲}$$

$$= \frac{-۳}{\log_{۲}^{۲\times۳}} = \frac{-۳}{۱+\log_{۲}^{۳}}$$

از فرض داده شده، مقدار $\log_{۲}^{۳}$ را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\log^{۱۲}}{\log^{۱۸}} = \frac{۲\log^{۲}+\log^{۳}}{\log^{۲}+۲\log^{۳}}$$

صورت و مخرج را بر $\log ۲$ تقسیم می‌کنیم:

$$a = \frac{۲+\log_{۲}^{۳}}{۱+۲\log_{۲}^{۳}} \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۲-a}{۲a-۱}$$

پس جواب برابر است با:

$$\log_{۶}^{۰/۱۲۵} = \frac{-۳}{۱+\log_{۲}^{۳}} = \frac{-۳}{۱+\frac{۲-a}{۲a-۱}} = \frac{-۳(۲a-۱)}{a+۱} = \frac{۳-۶a}{a+۱}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(علی‌اکبر علیزاده)*

ابتدا $t = ۲^{-۲a}$ را متغیر جدید فرض کرده t را به دست می‌آوریم:

$$t^۲ + ۳t - \frac{۱۳}{۱۶} = ۰ \Rightarrow (۴t)^۲ + ۱۲(۴t) - ۱۳ = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۴t = ۱ \Rightarrow t = \frac{۱}{۴} \\ ۴t = -۱۳ \Rightarrow t = -\frac{۱۳}{۴} \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

$t = \frac{۱}{۴}$ قابل قبول است و a اینگونه محاسبه می‌شود:

$$۲^{-۲a} = \frac{۱}{۴} = ۲^{-۲} \Rightarrow -۲a = -۲ \Rightarrow a = ۱$$

با به دست آمدن مقدار a، معادله لگاریتمی را حل می‌کنیم:

$$\log_{-x}^{|x-۱|} + \log_{-x}^{۲} = ۲ \Rightarrow \log_{-x}^{۲|x-۱|} = ۲$$

با توجه شرط مربوط به مبنای لگاریتم، $-x$ مثبت و در نتیجه x منفی خواهدبود. با منفی شدن $x-۱$ نیز، داریم: $|x-۱| = ۱-x$ و در نتیجه:

$$\log_{-x}^{۲(۱-x)} = ۲ \Rightarrow x^۲ = ۲-۲x \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow x = -۱ \pm \sqrt{۳} \xrightarrow{x<۰} x = -۱ - \sqrt{۳}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(محسن بهرام‌پور)*

بعد از هر ۴ روز، $\frac{۲۴}{۲۵}$ جرم ماده باقی می‌ماند. با گذشت t روز، به تعداد $\frac{t}{۴}$، جرم ماده در $\left(\frac{۲۴}{۲۵}\right)^{\frac{t}{۴}}$ ضرب می‌شود، یعنی:

$$۶ = ۱۶۲ \times \left(\frac{۲۴}{۲۵}\right)^{\frac{t}{۴}} \Rightarrow ۲۷ = \left(\frac{۲۵}{۲۴}\right)^{\frac{t}{۴}}$$

از طرفین تساوی، لگاریتم گرفته و t را به دست می‌آوریم:

$$\frac{t}{۴}\log\frac{۲۵}{۲۴} = \log ۲۷ \Rightarrow \frac{t}{۴}(۲\log ۵ - ۳\log ۲ - \log ۳) = ۳\log ۳$$

$$\xrightarrow{\log ۵ = ۱ - \log ۲ \simeq ۰/۷} \frac{t}{۴}(۲\times۰/۷ - ۳\times۰/۳ - ۰/۴۸) = ۳\times۰/۴۸$$

$$\Rightarrow \frac{t}{۴}\times۰/۰۲ = ۳\times۰/۴۸ \Rightarrow t = ۲۸۸$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۹۰)

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید $A=(x_0\ ,\ y_0\ ,\ z_0)$ باشد. در این صورت داریم:

$$(۱)\qquad \text{فاصله از صفحهٔ } xy = |z_0| = ۲ \Rightarrow z_0^۲ = ۴$$

$$\text{فاصله از محور } x\text{ها} = \sqrt{y_0^۲ + z_0^۲} = ۳ \Rightarrow y_0^۲ + z_0^۲ = ۹ \xrightarrow{(۱)} y_0^۲ = ۵$$

$$\text{فاصله از صفحهٔ } xz = |y_0| = \sqrt{۵}$$

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

معادلهٔ هر خط موازی محور zها در فضا به صورت $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ است. چون خط مورد نظر از نقطهٔ $A=(-۲\ ,\ ۵\ ,\ ۱)$ عبور می‌کند، پس معادلهٔ آن به صورت $\begin{cases} x=-۲ \\ y=۵ \end{cases}$ خواهد بود. دقت کنید که گزینهٔ «۳» معادلهٔ یک پاره‌خط موازی محور zها و گزینهٔ «۴» معادلهٔ یک نیم‌خط موازی محور zها است.

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)

چون M نقطه‌ای روی صفحهٔ xz است، پس مختصات آن را به صورت $(x\ ,\ ۰\ ,\ z)$ در نظر می‌گیریم. در این صورت مختصات نقطهٔ M' به صورت $(-x\ ,\ ۰\ ,\ -z)$ می‌شود. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} M(x\ ,\ ۰\ ,\ z)\ ,\ A(-۲\ ,\ ۴\ ,\ ۱) \\ \Rightarrow AM = \sqrt{(x+۲)^۲ + (-۴)^۲ + (z-۱)^۲} \\ M'(-x\ ,\ ۰\ ,\ -z)\ ,\ B(۳\ ,\ ۵\ ,\ -۱) \\ \Rightarrow BM' = \sqrt{(-x-۳)^۲ + (-۵)^۲ + (-z+۱)^۲} \end{cases}$$

$$AM = BM' \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (x+۲)^۲ + (-۴)^۲ + (z-۱)^۲$$

$$= (-x-۳)^۲ + (-۵)^۲ + (-z+۱)^۲$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۴x + ۴ + ۱۶ = x^۲ + ۶x + ۹ + ۲۵$$

$$\Rightarrow ۲x = -۱۴ \Rightarrow x = -۷$$

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** (محمد خندان)

$$|\vec{a}+\vec{b}|^۲ + |\vec{a}-\vec{b}|^۲ = (|\vec{a}|^۲ + |\vec{b}|^۲ + ۲\vec{a}.\vec{b})$$

$$+(|\vec{a}|^۲ + |\vec{b}|^۲ - ۲\vec{a}.\vec{b}) = ۲|\vec{a}|^۲ + ۲|\vec{b}|^۲$$

$$\Rightarrow ۴^۲ + |\vec{a}-\vec{b}|^۲ = ۲\times ۲^۲ + ۲\times ۳^۲$$

$$\Rightarrow |\vec{a}-\vec{b}|^۲ = ۸+۱۸-۱۶ = ۱۰ \Rightarrow |\vec{a}-\vec{b}| = \sqrt{۱۰}$$

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** (سوگند روشنی)

طبق فرض سؤال داریم:

$$\vec{a} \perp (۳\vec{a}+\vec{b}) \Rightarrow \vec{a}.(۳\vec{a}+\vec{b}) = ۰$$

$$\Rightarrow ۳|\vec{a}|^۲ + \vec{a}.\vec{b} = ۰ \Rightarrow ۳|\vec{a}|^۲ + |\vec{a}||\vec{b}|\cos ۱۵۰^\circ = ۰$$

$$\Rightarrow ۳|\vec{a}|^۲ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}|\vec{a}||\vec{b}| = ۰ \Rightarrow ۳|\vec{a}|^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}|\vec{a}||\vec{b}|$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۶}$$

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۲۶- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد ملوندی)

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} \vec{a}.(\vec{b}-\vec{c}) = ۰ \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} - \vec{a}.\vec{c} = ۰ \\ \vec{c}.(\vec{a}+\vec{b}) = ۰ \Rightarrow \vec{a}.\vec{c} + \vec{b}.\vec{c} = ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} = ۰$$

$$\Rightarrow \vec{b}.(\vec{a}+\vec{c}) = ۰ \Rightarrow (\vec{a}+\vec{c}) \perp \vec{b}$$

تلاشی تا پیروزی

توجه: بردار $\vec{a}+\vec{c}$ غیرصفر است، زیرا در صورتی که $\vec{a}+\vec{c}=\vec{o}$ باشد، آنگاه $\vec{a}=-\vec{c}$ و در نتیجه $\vec{a}\parallel\vec{c}$ می‌شود که خلاف فرض است.

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

می‌دانیم تصویر قائم بردار $\vec{a}$ در امتداد بردار $\vec{b}$ برابر است با:

$$a'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}.\vec{b}$$

بنابراین طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{2m+m}{m^2+m^2}=\frac{3}{2}\Rightarrow 6m^2=6m\Rightarrow\begin{cases}m=0 & \text{غ ق ق}\\ m=1\end{cases}$$

$$\Rightarrow\vec{b}=(1,-1,0)\Rightarrow|\vec{b}|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$$

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

۱) چون $\vec{a}$ و $\vec{c}$ در خلاف جهت یکدیگرند پس $\vec{a}$ مضرب منفی از $\vec{c}$ است.

۲) $(\vec{a}.\vec{b})\vec{c}$ برداری هم‌جهت با بردار $\vec{c}$ است چون $\vec{a}.\vec{b}$ عددی مثبت است.

۳و۴) $(\vec{a}.\vec{b})(\vec{c}.\vec{d})$ یک عدد حقیقی منفی است و بردار نیست.

تذکر: هنگامی که یک بردار از انتهای یک بردار دیگر آغاز می‌شود، زاویهٔ بین دو بردار، مکمل زاویهٔ بین آن‌ها در شکل است، پس زاویهٔ بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ حاده $(\vec{a}.\vec{b}>0)$ و زاویهٔ بین $\vec{c}$ و $\vec{d}$ منفرجه $(\vec{c}.\vec{d}<0)$ است.

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** (احمدرضا فلاح)

قطرهای متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در واقع همان بردارهای مجموع و تفاضل $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هستند. با توجه به این‌که $\vec{a}.\vec{b}<0$، پس زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ منفرجه بوده و اندازهٔ بردار $\vec{a}-\vec{b}$ بزرگ‌تر از بردار $\vec{a}+\vec{b}$ است، یعنی داریم:

$$\left.\begin{matrix}\vec{a}-\vec{b}=(7,1,10)\\ \vec{a}+\vec{b}=(-1,7,0)\end{matrix}\right\}\xrightarrow{+}2\vec{a}=(6,8,10)\Rightarrow\vec{a}=(3,4,5)$$

اگر زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}$ را با θ نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})}{|\vec{a}||\vec{a}+\vec{b}|}=\frac{(3,4,5).(-1,7,0)}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}\times\sqrt{(-1)^2+7^2}}$$

$$=\frac{-3+28+0}{\sqrt{50}\times\sqrt{50}}=\frac{25}{50}=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=60^\circ$$

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا فلاح)

زاویهٔ بردار $\vec{a}=(x,y,z)$ با محور xها همان زاویهٔ بردار $\vec{a}$ با بردار $\vec{i}=(1,0,0)$ است. اگر این زاویه را با α نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\cos\alpha=\frac{\vec{a}.\vec{i}}{|\vec{a}||\vec{i}|}=\frac{x}{|\vec{a}|}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\vec{a}=(x,y,z)\Rightarrow\cos60^\circ=\frac{x}{|\vec{a}|}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{x}{4}\Rightarrow x=2$$

$$\vec{b}=(x',y',z')\Rightarrow\cos45^\circ=\frac{x'}{|\vec{b}|}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{x'}{2\sqrt{2}}\Rightarrow x'=2$$

$$\left.\begin{matrix}\vec{a}=(2,y,z)\\ \vec{b}=(2,y',z')\end{matrix}\right\}\xrightarrow{-}\vec{a}-\vec{b}=(0,y-y',z-z')$$

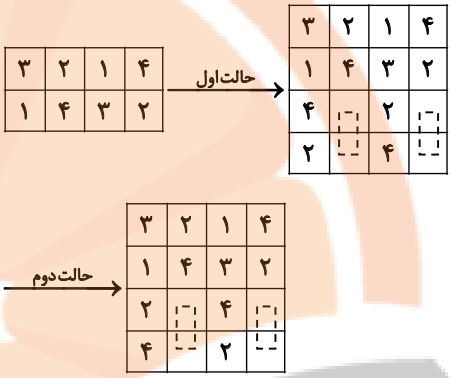
بنابراین بردار $\vec{a}-\vec{b}$ بر محور xها عمود است.

(هندسه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

از درایه سطر سوم و ستون اول شروع می‌کنیم. بنابراین خواهیم داشت.

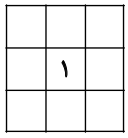


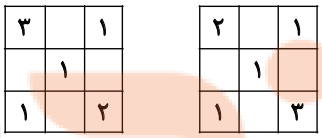
و در هر حالت برای پر کردن درایه‌های باقی‌مانده، ۲ حالت اتفاق می‌افتد و در نتیجه ۴ مربع لاتین با شرایط فوق وجود دارد.

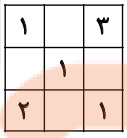
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

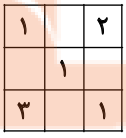
۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیررضا امینی)*

۴ مربع لاتین به صورت وجود دارد:

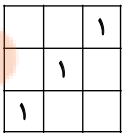


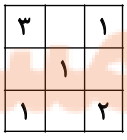


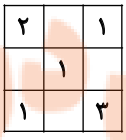




از طرفی دو مربع لاتین به صورت وجود دارد:







در نتیجه تعداد مربع‌های لاتین ۲ برابر است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(محمد صحت‌کار)*

فرض کنیم برنامه‌ریزی برای کت‌ها مطابق مربع لاتین زیر باشد:

	فرد۱	فرد۲	فرد۳
روز۱	A	B	C
روز۲	C	A	B
روز۳	B	C	A

آنگاه برای اینکه شرایط سؤال برقرار باشد، لازم است برنامه‌ریزی برای شلوارها به‌صورت یک مربع لاتین متعامد با مربع لاتین فوق صورت گیرد. به ازای هر مربع لاتین 3×3، ۶ مربع لاتین متعامد با آن وجود دارد، پس برنامه‌ریزی این کار به ۶ صورت امکان‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(محسن بهرام‌پور)*

چون در مربع لاتین B، در سطر سوم عدد ۴ و در ستون اول عدد ۲ وجود دارد پس $a\neq 1$. $a\neq 2,4$ ، زیرا در اینصورت در مربع لاتین متعامد برای درایه‌های سطر یک و ستون سه و نیز سطر سه و ستون یک، عدد ۱۱ خواهیم داشت.

پس $a=3$ با توجه به متعامد بودن مربع‌های لاتین A و B، آن درایه‌هایی از مربع B که با درایه‌های شامل ۱ در مربع A متناظر هستند، باید اعداد متمایز اختیار کنند پس $b=2$.

(ریاضیات گسسته — ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(بیتا سعیدی)*

با توجه به اینکه B' حاصل جایگشت $\begin{pmatrix}1&2&3&4\\ \downarrow&\downarrow&\downarrow&\downarrow\\ 2&3&4&1\end{pmatrix}$ روی مربع لاتین B است. بنابراین:

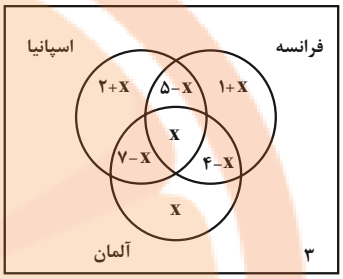
$$B=\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1&&&\\\hline &&3&\\\hline &&&\\\hline &&&2\\\hline\end{array}$$

چون A و B متعامدند، پس اعداد دورقمی ۲۱ و ۲۳ و ۲۲ از ترکیب A و B به وجود آمده‌اند بنابراین درایه سطر سوم و ستون دوم B باید ۴ باشد تا ۲۴ ساخته شود و با توجه به جایگشت داده شده $(1\to 4)$، a برابر ۱ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمد صحت‌کار)*

اگر تعداد افرادی که به هر سه کشور اسپانیا، فرانسه و آلمان سفر کرده‌اند را x بگیریم، آنگاه با توجه به فرض، نمودار ون زیر را خواهیم داشت:



تعداد کل افراد ۲۵ نفر است:

$$(۲+x)+(۵-x)+x+(۷-x)$$
$$+(۱+x)+(۴-x)+x+۳=۲۵$$
$$\Rightarrow ۲۲+x=۲۵\Rightarrow x=۳$$

تعداد افرادی که فقط اسپانیا یا فقط به فرانسه مسافرت کرده‌اند برابر است با:

$$(۲+x)+(۱+x)=۳+۲x=۳+۶=۹$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

مجموع مرجع را اعداد دورقمی بخش‌پذیر بر ۳ در نظر می‌گیریم و خواهیم داشت:

$$n(s)=\left[\frac{۹۹}{۳}\right]-\left[\frac{۹}{۳}\right]=۳۰$$

$$A: n(A)=\left[\frac{۹۹}{۶}\right]-\left[\frac{۹}{۶}\right]=۱۶-۱=۱۵ \quad \text{بخشپذیری بر ۳,۲}$$

$$B: n(B)=\left[\frac{۹۹}{۲۱}\right]-\left[\frac{۹}{۲۱}\right]=۴-۰=۴ \quad \text{بخشپذیری بر ۳,۷}$$

$$A\cap B: n(A\cap B)=\left[\frac{۹۹}{۴۲}\right]-\left[\frac{۹}{۴۲}\right]=۲-۰=۲ \quad \text{بخشپذیری بر ۷,۳,۲}$$

چون عامل‌های عدد ۲۸ دو عدد ۲ و ۷ هستند. عددی نسبت به آن اول است، که این دو عامل را نداشته باشد.

مطلوب سؤال : $n(A'\cap B')=n(A\cup B)'$

$$=n(S)-n(A\cup B)$$
$$=n(S)-(n(A)+n(B)-n(A\cap B))$$
$$=۳۰-(۱۵+۴-۲)=۱۳$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیررضا امینی)*

کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

(فاقد ۷ $\cup$ فاقد۳) - کل اعداد سه رقمی

$$۹\times۱۰\times۱۰-(۸\times۹\times۹+۸\times۹\times۹-۷\times۸\times۸)=۵۲$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(مهیر نیکنام)*

۲ مداد متمایز و ۳ خودکار متمایز روی هم ۵ شیء متمایز را تشکیل می‌دهند که می‌خواهیم بین سه نفر تقسیم کنیم. شرط آنکه هر نفر حداقل یک مداد یا یک خودکار گرفته باشد، به معنی آن است که به هر نفر، حداقل یکی از این ۵ شیء رسیده باشد و این به معنی تعداد توابع پوشا از مجموعه ۵ عضوی اشیاء به مجموعه ۳ عضوی افراد است.

$$\underbrace{(۱,۲,۳,۴,۵)}_{\text{اشیاء}}\quad \underbrace{(a,b,c)}_{\text{افراد}}\Rightarrow \text{تعداد توابع پوشا}=۳^۵-\binom{۳}{۱}۲^۵$$
$$+\binom{۳}{۲}۱^۵=۲۴۳-۹۶+۳=۱۵۰$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

کافی است تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی را از تعداد کل توابع کم کنیم.

$$۵^۳-۵\times۴\times۳=۶۵$$

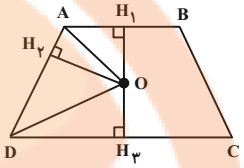
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحهٔ ۷۸)

تلاشی درمسیر موفقیت

هندسه ۱

۴۱- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد ملوندی)

می‌دانیم هر نقطهٔ واقع بر نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است، بنابراین داریم:



$$\left.\begin{array}{l} O \text{ روی نیمساز } \hat{A} \text{ است} \Rightarrow OH_۱ = OH_۲ \\ O \text{ روی نیمساز } \hat{D} \text{ است} \Rightarrow OH_۳ = OH_۲ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow OH_۱ = OH_۲ = OH_۳ \Rightarrow OH_۲ = \frac{OH_۱ + OH_۳}{۲}$$

$$\Rightarrow OH_۲ = \frac{H_۱H_۳}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

$$S_{\overset{\Delta}{OAD}} = \frac{۱}{۲} OH_۲ \times AD = \frac{۱}{۲} \times \frac{۵}{۲} \times ۸ = ۱۰$$

(هندسه ۱: ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید $x < y$ باشد. در این صورت سه حالت زیر برای تشابه دو مثلث امکان‌پذیر است:

$$۱)\ \frac{۳}{۵} = \frac{۴}{x} = \frac{۶}{y} \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{۱۰}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{۵۰}{۳}$$

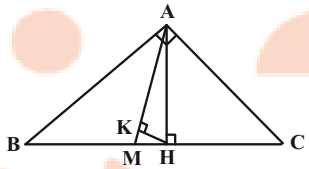
$$۲)\ \frac{۴}{۵} = \frac{۳}{x} = \frac{۶}{y} \Rightarrow \frac{۴}{۵} = \frac{۹}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{۴۵}{۴}$$

$$۳)\ \frac{۶}{۵} = \frac{۳}{x} = \frac{۴}{y} \Rightarrow \frac{۶}{۵} = \frac{۷}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{۳۵}{۶}$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحهٔ ۳۸)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

زاویهٔ B متمم زاویهٔ C است، پس داریم:



$$\hat{B} = ۹۰^\circ - ۵۲/۵^\circ = ۳۷/۵^\circ$$

می‌دانیم طول میانهٔ وارد بر وتر، نصف طول وتر است، پس داریم:

$$\overset{\Delta}{AMB} : AM = BM = \frac{BC}{۲} \Rightarrow B\hat{A}M = \hat{B} = ۳۷/۵^\circ$$

$$\overset{\Delta}{AMB} : A\hat{M}C \text{ زاویهٔ خارجی است} \Rightarrow A\hat{M}C = B\hat{A}M + \hat{B} = ۷۵^\circ$$

$$\Rightarrow M\hat{A}H = ۱۵^\circ$$

بنابراین در مثلث قائم‌الزاویهٔ AMH، زاویهٔ MAH برابر ۱۵° است.

می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ حادهٔ ۱۵°، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع طول وتر است، پس داریم:

$$HK = \frac{۱}{۴} AM = \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} BC = \frac{۱}{۸} \times ۱۲ = ۱/۵$$

$$S_{\overset{\Delta}{AMH}} = \frac{۱}{۲} HK \times AM = \frac{۱}{۲} \times ۱/۵ \times ۶ = ۴/۵$$

(هندسه ۱: چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** (نریمان فتح‌اللهی)

اگر تعداد نقاط مرزی و درونی این چندضلعی به ترتیب برابر b و i باشد، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \Rightarrow ۳b = \frac{b}{۲} + i - ۱ \Rightarrow \frac{۵}{۲} b = i - ۱$$

$$\Rightarrow b = \frac{۲i-۲}{۵} \xrightarrow{b \geq ۳} \frac{۲i-۲}{۵} \geq ۳ \Rightarrow ۲i - ۲ \geq ۱۵ \Rightarrow i \geq \frac{۱۷}{۲}$$

$$i = ۹ \Rightarrow b = \frac{۱۶}{۵} \quad \text{غ ق ق}$$

$$i = ۱۰ \Rightarrow b = \frac{۱۸}{۵} \quad \text{غ ق ق}$$

$$i = ۱۱ \Rightarrow b = ۴$$

$$\min(b \times i) = ۴ \times ۱۱ = ۴۴$$

(هندسه ۱: چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴۵- **گزینهٔ «۱»** (رضا عباسی‌اصل)

گزینهٔ «۱»: از هر نقطهٔ خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحهٔ شامل این خط بر صفحهٔ مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینهٔ «۲»: در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند، ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینهٔ «۳»: اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متقاطع یا متنافر است.

گزینهٔ «۴»: از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

(هندسه ۱: تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

آمار و احتمال

۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\sim (p \Rightarrow q) \vee (q \vee \sim p) \equiv \sim (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

(ترکیب فصلی یک گزاره و نقیض آن همواره درست است.)

بنابراین ترکیب شرطی صورت سؤال به شکل $p \Rightarrow T$ در می‌آید که به دلیل درست بودن تالی، همواره درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(مجوبه بهاری)*

ابتدا از میان اعضای A به جز a، یک عضو انتخاب می‌کنیم تا مجموعهٔ تک عضوی را تشکیل دهد و سپس اعضای سه مجموعهٔ دو عضوی را انتخاب می‌کنیم.

دقت کنید که به دلیل وجود سه مجموعه با تعداد اعضای یکسان، تعداد حالت‌ها باید بر $3!$ تقسیم شود.

$$\text{تعداد افرازها} = \frac{\binom{6}{1}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}}{3!} = \frac{6 \times 15 \times 6 \times 1}{6} = 90$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحهٔ ۲۱)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به اینکه قرار است در بار چهارم به هدف مورد نظر یعنی خروج حداقل یک توپ قرمز و یک توپ آبی دست یابیم، پس دو حالت امکان‌پذیر است. یا ۳ توپ اول قرمز و توپ چهارم آبی است و یا ۳ توپ اول آبی و توپ چهارم قرمز است. طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$\underbrace{\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}}_{\text{۳ توپ قرمز}}\times\underbrace{\frac{6}{7}}_{\text{توپ آبی}} + \underbrace{\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}}_{\text{۳ توپ آبی}}\times\underbrace{\frac{4}{7}}_{\text{توپ قرمز}}$$

$$= \frac{1}{35} + \frac{2}{21} = \frac{3+10}{105} = \frac{13}{105}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(رحمت عین‌علیان)*

اگر A و B به ترتیب پیشامدهای «اعتصاب شدن» و «به موقع تمام شدن کار» باشند، آنگاه بر اساس قانون بیز داریم:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B \mid A)}{P(A)P(B \mid A) + P(A')P(B \mid A')}$$

$$= \frac{0/6 \times 0/3}{(0/6 \times 0/3) + (0/4 \times 0/8)} = \frac{0/18}{0/18 + 0/32} = \frac{9}{25}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(هنانه اتفاقی)*

اگر پیشامد ابتلای این فرد به سرماخوردگی و آنفولانزا را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B)$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$\Rightarrow 0/15 = 1 - (0/7 + 0/4 - P(A \cap B))$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/25$$

احتمال اینکه این فرد فقط به سرماخوردگی مبتلا شود، برابر است با:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/7 - 0/25 = 0/45$$

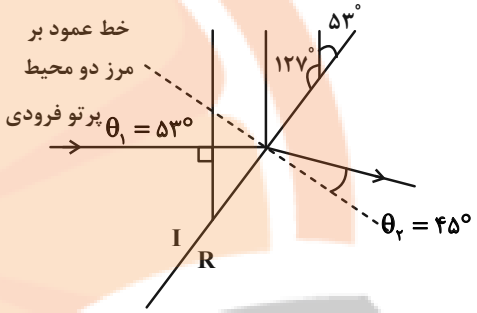
(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

تلاش درمسیر موفقیت

فیزیک ۳

۵۱- **گزینهٔ «۴»** (زهره آقامحمدی)

چون پرتوی فرودی بر جبهه‌های موج فرودی عمود است، زاویهٔ بین پرتوی فرودی و خط عمود بر مرز جدایی در محیط I (زاویه تابش) مطابق شکل برابر ۵۳° خواهد شد.



طبق رابطهٔ قانون شکست عمومی داریم:

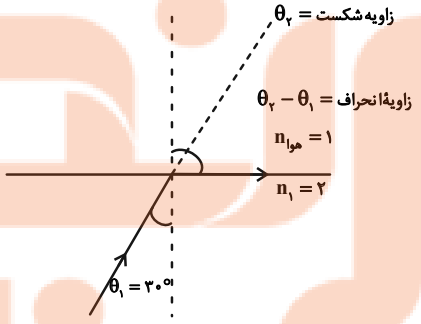
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_I}{v_R} \xrightarrow[f\text{ ثابت است}]{v=\lambda f} \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\lambda_I}{\lambda_R} \Rightarrow \frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۴۵^\circ} = \frac{\lambda_I}{\lambda_R}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_I}{\lambda_R} = \frac{۰/۸}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = ۰/۸\sqrt{۲}$$

طبق قانون شکست عمومی، چون $\theta_1 > \theta_2$ است پس تندی موج در ناحیه I بیشتر است و در نتیجه عمق آب در ناحیه I بیشتر از ناحیه R است.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** (پوریا علاقه‌مند)



با توجه به شکل مسئله و طبق رابطهٔ اسنل داریم:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow ۲\sin ۳۰^\circ = ۱\times\sin\theta_2$$

$$\Rightarrow ۲\times\frac{۱}{۲} = \sin\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = ۹۰^\circ$$

$$\theta_{\text{انحراف}} = ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$$

$$\frac{\theta_{\text{انحراف}}}{\theta_{\text{شکست}}} = \frac{۶۰^\circ}{۹۰^\circ} = \frac{۲}{۳}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** (معصومه شریعت‌ناصری)

موارد «ب» و «ت» غلط هستند.

ب) پراش می‌تواند برای امواج مکانیکی یا الکترومغناطیسی هم رخ دهد.

ت) اگر آزمایش یانگ را به جای هوا در آب انجام دهیم، به علت کاهش طول‌موج، پهنای نوارها باریک‌تر می‌شود.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۰)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** (احسان محمدی)

فاصله دو نوار روشن متوالی برابر دو برابر پهنای هر نوار است پس پهنای هر نوار برابر $۳mm$ است.

و چون پهنای نوارها متناسب با λ است، پس:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = ۱/۵ \Rightarrow \frac{W_2}{۳} = ۱/۵ \Rightarrow W_2 = ۴/۵mm$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

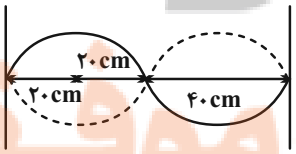
۵۵- **گزینهٔ «۲»** (معصومه شریعت‌ناصری)

کم‌ترین بسامد در حالتی رخ می‌دهد که بیشترین طول‌موج ایجاد شود، یعنی بین M و A شکم دیگری تشکیل نشود. با توجه به این که در نقطهٔ A گره و در نقطهٔ M شکم تشکیل شده است و فاصلهٔ یک گره از شکم مجاورش برابر با $\frac{\lambda}{۴}$ است، می‌توان نوشت:

$$\overline{AM} = \frac{\lambda}{۴} = ۲۰cm \Rightarrow \lambda = ۸۰cm = ۰/۸m$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{۲۰}{f} \Rightarrow f = ۲۵Hz$$

روش دوم:



$$f_n = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow f_2 = \frac{۲\times۲۰}{۲\times۰/۸} = ۲۵Hz$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۵۶- **گزینهٔ «۱»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

طول‌موج این موج برابر است با:

$$\lambda = \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰\mu m = ۵۰\times ۱۰^{-۶} m$$

بنابراین انرژی هر فوتون آن برابر خواهد شد با:

$$E = h\frac{c}{\lambda} = ۴\times ۱۰^{-۱۵} \times \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۵۰\times ۱۰^{-۶}} = ۲/۴\times ۱۰^{-۲} eV$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

بنابه معادلهٔ فوتوالکتریک، داریم:

$$K_{max} = hf - W_۰$$

ابتدا تابع کار فلز را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$K_{max} = hf - W_۰ \Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۱۹} = ۶\times ۱۰^{-۳۴} \times ۰/۵\times ۱۰^{۱۵} - W_۰$$
$$\Rightarrow W_۰ = ۱۰^{-۱۹} J$$

حال می‌توان نوشت:

$$K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_۰ \Rightarrow ۱۱\times ۱۰^{-۱۹} = \frac{۶\times ۱۰^{-۳۴}\times ۳\times ۱۰^{۸}}{\lambda} - ۱۰^{-۱۹}$$
$$\Rightarrow \lambda = ۱/۵\times ۱۰^{-۷} m = ۱۵۰nm$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

فوتون مرئی فقط در سری بالمر $(n' = ۲)$ وجود دارد. با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۶^{۲}}\right)$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = \frac{۳۲}{۱۴۴۰۰} \Rightarrow \lambda = \frac{۱۴۴۰۰}{۳۲} = ۴۵۰nm$$
$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۴۵۰\times ۱۰^{-۹}} \simeq ۷\times ۱۰^{+۱۴} Hz$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

الکترون در تراز $n = ۲$ قرار دارد، لذا: $r = ۴a_۰$

$$r' = ۱۶r = ۱۶(۴a_۰) = ۶۴a_۰$$

$$r' = n'^{۲}a_۰ \Rightarrow n = ۸$$

$$\begin{cases} n = ۸ \Rightarrow E_۸ = -\frac{E_R}{۶۴} \\ n = ۲ \Rightarrow E_۲ = -\frac{E_R}{۴} \end{cases}$$

$$\Delta E = E_۲ - E_۸ = -\frac{E_R}{۴} - \left(\frac{-E_R}{۶۴}\right)$$
$$= E_R\left(\frac{۱}{۶۴} - \frac{۱}{۴}\right) = ۱۳/۶\times\left(-\frac{۱۵}{۶۴}\right) \simeq -۳/۱۸eV$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(بابک اسلامی)*

در طیف گسیلی هیدروژن اتمی، طیف مرئی فقط در رشتهٔ بالمر $(n' = ۲)$ تابش می‌شود و چهار خط اول این طیف $(n = ۳,۴,۵,۶)$ را شامل می‌گردد. بنابراین به ازاء گذار از تراز $n = ۶$ به $n' = ۲$ بیشترین بسامد نور مرئی و به ازاء گذار از تراز $n = ۳$ به $n' = ۲$ کمترین بسامد نور مرئی گسیل خواهد شد. با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$$
$$\xrightarrow{c=\lambda f} f = Rc\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$$
$$\begin{cases} \xrightarrow[n'=۲]{n=۶} f_{max} = Rc\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۶^{۲}}\right) \\ \xrightarrow[n'=۲]{n=۳} f_{min} = Rc\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۳^{۲}}\right) \end{cases}$$
$$\Rightarrow f_{max} - f_{min} = Rc\left[\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۶^{۲}} - \frac{۱}{۲^{۲}} + \frac{۱}{۳^{۲}}\right]$$
$$\Rightarrow \Delta f = Rc\left(\frac{۱}{۳^{۲}} - \frac{۱}{۶^{۲}}\right)$$

مشاهده می‌شود اختلاف بیشترین و کمترین بسامد نور مرئی گسیل شده برابر با بسامد فوتون تابشی از تراز $n = ۶$ به تراز $n' = ۳$ (رشتهٔ پاشن) است که این گذار معادل سومین خط از رشتهٔ پاشن $(n' = ۳)$ می‌باشد.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

تلاشگر درمونه قیت

فیزیک ۱

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود قهرمانی)*

به کمک روش تبدیل یکای زنجیره‌ای، به‌صورت زیر تبدیل یکا را انجام می‌دهیم. دقت کنید، پیشوند میکرو به معنای 10^{-6} و هر متر مکعب برابر با 10^6 سانتی‌متر مکعب است.

$$7/33\times10^{8}(\mu m)^3 = 7/33\times10^{8}(\mu m)^3\times\frac{(10^{-6}m)^3}{1(\mu m)^3}\times\frac{10^6 cm^3}{1m^3}$$

$$\Rightarrow 7/33\times10^{8}(\mu m)^3 = 7/33\times10^{-4}cm^3$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی خلیل‌ارجمندی)*

تحلیل گزینه‌ها:

الف) درست است، کمیت جرم، تنها کمیت اصلی در SI است که یکای آن (kg) دارای پیشوند است.

ب) درست است، مثلاً یکای فرعی نیرو $\left(\frac{kg.m}{s^2}\right)$ را نیوتون (N) می‌نامند.

پ) نادرست است، کمیت‌های فشار و جرم هر دو نرده‌ای هستند.

ت) نادرست است، جریان الکتریکی کمیتی اصلی و نرده‌ای می‌باشد.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم در رابطهٔ $P = ABC + \frac{D}{L}$ باید یکای عبارت‌های ABC و $\frac{D}{L}$ برابر یکای P باشد. با توجه به این که یکای P برحسب پاسکال است، کمیت P، فشار می‌باشد که طبق رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$، یکای آن $\frac{N}{m^2}$ یا $\frac{kg}{m.s^2}$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\left[\frac{D}{L}\right] = \frac{kg}{m.s^2} \xrightarrow{[L]=m^2} \frac{[D]}{m^2} = \frac{kg}{m.s^2} \Rightarrow [D] = kg\frac{m}{s^2}$$

از طرف دیگر داریم:

$$D = MB \Rightarrow [D] = [M]\times[B] \Rightarrow kg.\frac{m}{s^2} = kg\times[B] \Rightarrow [B] = \frac{m}{s^2}$$

اکنون یکای A را می‌یابیم:

$$[P] = [ABC] \Rightarrow [P] = [A]\times[B]\times[C]$$

$$\Rightarrow \frac{kg}{m.s^2} = [A]\times\frac{m}{s^2}\times m \Rightarrow [A] = \frac{kg}{m^3}$$

در آخر داریم:

$$\left[\frac{AD}{B}\right] = \frac{[A]\times[D]}{[B]} \Rightarrow \left[\frac{AD}{B}\right] = \frac{\frac{kg}{m^3}\times kg.\frac{m}{s^2}}{\frac{m}{s^2}}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{AD}{B}\right] = \frac{kg^2}{m^3}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۱۱)

۶۴- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

چون در هر دو ظرف ρ، g و h یکسان‌اند، بنا به رابطه‌های $P = \frac{F}{A}$ و $P = \rho gh$ داریم:

$$F = PA \Rightarrow F = \rho ghA \xrightarrow[h=ثابت]{\rho=ثابت} \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

$$\xrightarrow{A_2>A_1} F_2 > F_1$$

برای اندازهٔ نیروی وارد بر سطح زیر ظرف‌ها داریم:

$$\begin{cases} F_1' = W_1 \\ F_2' = W_2 \end{cases} \xrightarrow{W_1=W_2} F_1' = F_2'$$

برای فشار وارد بر کف ظرف‌ها از طرف مایع می‌توان نوشت:

$$P = \rho gh \xrightarrow[\rho_1=\rho_2]{h_1=h_2} P_1 = P_2$$

و برای فشار وارد بر سطح زیر ظرف‌ها داریم:

$$P' = \frac{W}{A} \xrightarrow{W_1=W_2} \frac{P_1'}{P_2'} = \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{A_2>A_1} P_1' > P_2'$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(حسین مفرومی)*

با استفاده از رابطهٔ فشار کل در شاره‌های ساکن، داریم:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow \begin{cases} P_{30} = 10^5 + 10^3\times10\times30 = 4\times10^5 Pa \\ P_{10} = 10^5 + 10^3\times10\times10 = 2\times10^5 Pa \end{cases}$$

بنابراین:

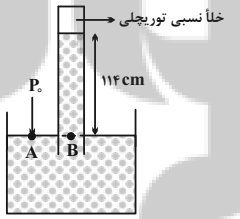
$$\frac{P_{30}}{P_{10}} = \frac{4\times10^5}{2\times10^5} = 2$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

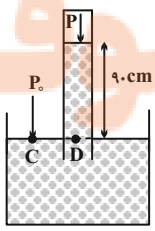
با توجه به این‌که در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن، فشار یکسان است، اگر فشار هوای محیط را P_0 درنظر بگیریم، برای شکل‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

شکل ۱:



$$P_A = P_B \xrightarrow[P_B=h_{مایع}=114cm]{P_A=P_0} P_0 = h_{مایع} = 114cm \quad (1)$$

شکل ۲:



$$P_C = P_D \xrightarrow{P_D=(P_{\text{هوای محبوس}}+۹۰)cm,\ P_C=P_۰} P_۰ = P_{\text{هوای محبوس}} + ۹۰ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} ۱۱۴ = P_{\text{هوای محبوس}} + ۹۰ \Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = ۲۴cm$$

می‌بینیم فشار هوای محبوس معادل فشار ستونی از مایع به ارتفاع $۲۴cm$ است که باید به‌صورت زیر آن‌را برحسب سانتی‌متر جیوه بنویسیم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}]{\rho_{\text{مایع}}=۱۰/۲\frac{g}{cm^۳},h_{\text{مایع}}=۲۴cm}$$

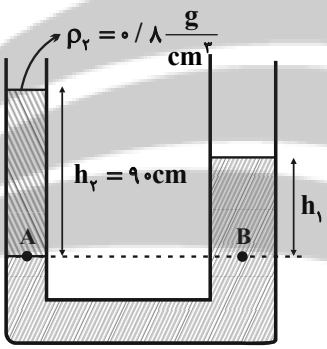
$$۱۳/۶ \times h_{\text{جیوه}} = ۱۰/۲ \times ۲۴ \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = ۱۸cm$$

$$\Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = ۱۸cmHg$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

با توجه به شکل زیر و قبل از وارد کردن آب به لولهٔ سمت راست، $h_۱$ را می‌یابیم. دقت کنید فشار نقاط هم‌تراز A و B که در یک مایع واقع‌اند، یکسان است.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_۰ + \rho_۲ g h_۲ = P_۰ + \rho_۱ g h_۱$$

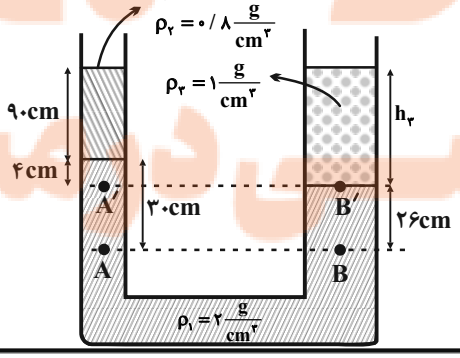
$$\Rightarrow \rho_۲ h_۲ = \rho_۱ h_۱ \Rightarrow ۰/۸ \times ۹۰ = ۲ \times h_۱ \Rightarrow h_۱ = ۳۶cm$$

اکنون، با وارد کردن آب در لولهٔ سمت راست، باید مشخص کنیم در این لوله مایع $\rho_۱$ چند سانتی‌متر پایین می‌رود. چون حجم مایع جابه‌جا شده در لوله‌ها یکسان است، داریم:

$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow A_۱ h'_۱ = A_۲ h'_۲ \xrightarrow{A_۱=۳۰cm^۲,A_۲=۱۰cm^۲,\ h'_۲=۳۰cm}$$

$$۳۰ \times ۱۰ = ۳۰ \times h'_۱ \Rightarrow h'_۱ = ۱۰cm$$

می‌بینیم برای آن‌که مایع (۱) در لولهٔ سمت چپ $۳۰cm$ بالا رود، باید در لولهٔ سمت راست $۱۰cm$ پایین رود. بنابراین با توجه به شکل زیر و هم‌فشاری نقاط هم‌تراز A' و B'، ارتفاع آب در لولهٔ سمت راست را می‌یابیم و به دنبال آن، جرم آب را پیدا می‌کنیم.



$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_۰ + \rho_۲ g h_۲ + \rho_۱ g h_۱ = P_۰ + \rho_۳ g h_۳$$

$$\Rightarrow \rho_۲ h_۲ + \rho_۱ h_۱ = \rho_۳ h_۳$$

$$\Rightarrow ۰/۸ \times ۹۰ + ۲ \times ۴ = ۱ \times h_۳ \Rightarrow h_۳ = ۸۰cm$$

در آخر جرم آب اضافه شده برابر است با:

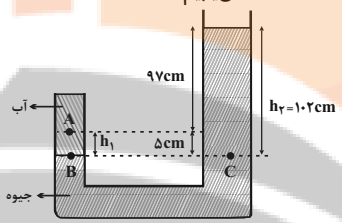
$$m = \rho V \xrightarrow{V=Ah} m = \rho_{\text{آب}} A_۱ h_۳$$

$$\xrightarrow[h_۳=۸۰cm]{A_۱=۳۰cm^۲} m = ۱ \times ۳۰ \times ۸۰ = ۲۴۰۰g$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به این‌که در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است، با استفاده از هم‌فشاری دو نقطهٔ هم‌تراز B و C، مقدار $P_A - P_۰$ را که همان فشار پیمانه‌ای نقطهٔ A است، می‌یابیم:



$$P_B = P_C \Rightarrow P_A + \rho_{\text{آب}} g h_۱ = P_۰ + \rho_{\text{جیوه}} g h_۲$$

$$\xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}}=۱۳۶۰۰\frac{kg}{m^۳},h_۲=۱/۰۲m]{\rho_{\text{آب}}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳},h_۱=۰/۰۵m}$$

$$P_A + ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۵ = P_۰ + ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۱/۰۲$$

$$\Rightarrow P_A - P_۰ = ۱۳۸۷۲۰ - ۵۰۰$$

$$\Rightarrow P_g = ۱۳۸۲۲۰Pa = ۱۳۸/۲۲kPa$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

چون جسم به سمت چپ جابه‌جا می‌شود، کار نیروی $\vec{F}_۱$ مثبت و کار نیروی $\vec{F}_۲$ منفی است. با استفاده از تعریف کار یک نیروی ثابت طی یک جابه‌جایی معین، داریم:

$$W = Fd\cos\theta \Rightarrow \frac{W_۱}{W_۲} = \frac{F_۱}{F_۲} \times \frac{\cos\theta_۱}{\cos\theta_۲} = \frac{۵۰}{۴۰} \times \frac{\cos ۳۰^\circ}{\cos ۱۲۰^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{W_۱}{W_۲} = \frac{۵}{۴} \times \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \frac{W_۱}{W_۲} = \frac{-۵\sqrt{۳}}{۴}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، تندی جسم در لحظهٔ برخورد به زمین را می‌یابیم. دقت کنید کار برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است. در ضمن چون جسم رو به پایین پرتاب شده است، کار نیروی وزن مثبت و کار نیروی مقاومت هوا منفی است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_D} = K_۲ - K_۱$$

$$\xrightarrow[W_{f_D}=-۱۰J]{K_۱=۸J,W_{mg}=۴۰J} ۴۰ - ۱۰ = K_۲ - ۸ \Rightarrow K_۲ = ۳۸J$$

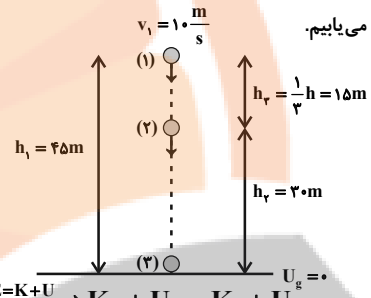
$$K=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{38}{8}=\left(\frac{v_2}{8}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{19}{4}=\left(\frac{v_2}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{19}}{2}=\frac{v_2}{8} \Rightarrow v_2=4\sqrt{19}\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۷۱- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تندی گلوله را در مکان‌های (۲) و (۳) می‌یابیم.



$$E_2=E_1 \xrightarrow{E=K+U} K_2+U_2=K_1+U_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2+mgh_2=\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1$$

$$\Rightarrow \frac{v_2^2}{2}+10\times 30=\frac{100}{2}+10\times 45 \Rightarrow v_2^2=400\left(\frac{m}{s}\right)^2$$

اکنون اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای مکان‌های (۱) و (۳) به کار می‌بریم و v_3 را می‌یابیم:

$$E_3=E_1 \Rightarrow K_3+U_3=K_1+U_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_3^2+0=\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1$$

$$\Rightarrow \frac{v_3^2}{2}=\frac{1}{2}\times 100+10\times 45 \Rightarrow v_3^2=1000\left(\frac{m}{s}\right)^2$$

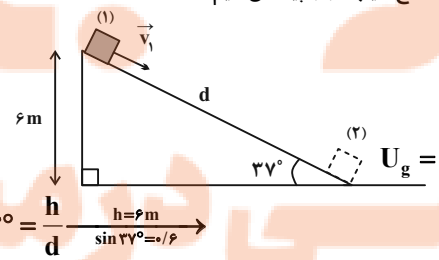
درآخر نسبت $\frac{K_2}{K_3}$ را می‌یابیم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_3}=\frac{v_2^2}{v_3^2}=\frac{400}{1000} \Rightarrow \frac{K_2}{K_3}=\frac{2}{5}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** (مسعود قهرمانی)

ابتدا طول سطح شیب‌دار را پیدا می‌کنیم:



$$\sin 37^\circ=\frac{h}{d} \xrightarrow[\sin 37^\circ=0/6]{h=6m} \frac{6}{10}=\frac{6}{d} \Rightarrow d=10m$$

اکنون با استفاده از قانون پایستگی انرژی، تندی اولیهٔ جسم را می‌یابیم:

$$E_2-E_1=W_{f_k} \xrightarrow[E=U+K]{W_{f_k}=f_k d\cos 180^\circ=-f_k d} (U_2+K_2)-(U_1+K_1)=-f_k d \xrightarrow{U_2=0}$$

$$(0+\frac{1}{2}mv_2^2)-(mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2)=-f_k d \xrightarrow[m=4kg,h_1=6m]{v_2=10\frac{m}{s},f_k=8N}$$

$$\frac{1}{2}\times 4\times 100-4\times 10\times 6-\frac{1}{2}\times 4\times v_1^2=-8\times 10$$

$$v_1^2=20 \Rightarrow v_1=2\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** (مصطفی کیانی)

ابتدا تغییر دمای جسم را برحسب درجهٔ سلسیوس می‌یابیم:

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta F=-54^\circ F} -54=\frac{9}{5}\times\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=-30^\circ C$$

اکنون دمای جسم را برحسب درجهٔ سلسیوس پیدا می‌کنیم:

$$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1 \xrightarrow[\Delta\theta=-30^\circ C]{\theta_1=10^\circ C} -30=\theta_2-10$$

$$\Rightarrow \theta_2=-20^\circ C$$

در نهایت دما را برحسب کلوین به‌دست می‌آوریم:

$$T(K)=\theta(^\circ C)+273=-20+273=253K$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** (عبدالرضا امینی نسب)

چون $\alpha_1>\alpha_2$ است، در اثر افزایش دمای یکسان، طول میلهٔ (۱) بیشتر از طول میلهٔ (۲) افزایش پیدا می‌کند. بنابراین، با توجه به این‌که بعد از افزایش دما اختلاف طول آن‌ها برابر $7cm$ و طول اولیهٔ آن‌ها یکسان است، می‌توان نوشت:

$$\Delta L_1-\Delta L_2=7\times 10^{-2}$$

$$\xrightarrow[L_{01}=L_{02}=L_0]{\Delta L=\alpha L_1\Delta T} \alpha_1 L_0\Delta\theta-\alpha_2 L_0\Delta\theta=7\times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow L_0\Delta\theta(\alpha_1-\alpha_2)=7\times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 100\times\Delta\theta\times(9\times 10^{-6}-2\times 10^{-6})=7\times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta=10^2=100^\circ C$$

$$\xrightarrow{\theta_1=10^\circ C} 100=\theta_2-10 \Rightarrow \theta_2=110^\circ C$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۷۵- **گزینهٔ «۱»** (غلامرضا محبی)

گرمای گرفته شده از آب برای تبخیر سطحی، باعث منجمد شدن آب باقی مانده می‌شود. اگر m' جرم آب منجمد شده و m جرم آب تبخیر شده باشد، داریم:

$$\boxed{\text{یخ}} \xleftarrow{Q_F=-m'L_F} \boxed{0^\circ C\ \text{آب}} \xrightarrow[\text{تبخیرسطحی}]{Q_V=mL_V} \boxed{\text{بخار}}$$

$$Q_V=|Q_F| \Rightarrow mL_V=m'L_F \xrightarrow[L_F=336\frac{kJ}{kg}=336\frac{J}{g}]{L_V=2490\frac{kJ}{kg}=2490\frac{J}{g}}$$

$$m\times 2490=m'\times 336 \Rightarrow m'=\frac{2490}{336}m \Rightarrow m'=\frac{415}{56}m$$

با توجه به این‌که مجموع آب تبخیر شده و آب منجمد شده برابر $942g$ است، داریم:

$$m'+m=942 \xrightarrow{m'=\frac{415}{56}m} \frac{415}{56}m+m=942$$

$$\Rightarrow m=112g$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

۷۶- **گزینهٔ «۴»** (مجتبی خلیل‌ارجمندی)

کمترین مقدار M زمانی به‌دست می‌آید که یخ $-\theta^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ و آب $\theta^\circ C$ نیز به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود. بنابراین، با توجه به طرح واره زیر و استفاده از شرط تعادل گرمایی داریم:

یخ $-\theta^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1=m_1c_1\Delta\theta_1}$ یخ $0^\circ C$ $\xleftarrow{Q_2=-m_2L_F}$ آب $0^\circ C$ $\xleftarrow{Q_3=m_3c_3\Delta\theta_3}$ آب $\theta^\circ C$

$$Q_1+Q_2+Q_3=0$$
$$\Rightarrow m_1c_1(0-(-\theta))+m_2c_2(0-\theta)-m_2L_F=0$$
$$\xrightarrow[c_1=\frac{c}{2},c_2=c]{m_1=2m,m_2=M} 2m\times\frac{c}{2}\times\theta-M c\theta-ML_F=0$$
$$\Rightarrow mc\theta=M(c\theta+L_F)\Rightarrow M=\frac{m}{1+\frac{L_F}{c\theta}}$$

بیشترین مقدار M زمانی به‌دست می‌آید که یخ $-\theta^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ و سپس به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود و از آن‌طرف آب $\theta^\circ C$ نیز به آب $0^\circ C$ تبدیل شود. بنابراین، با توجه به طرح واره زیر و استفاده از شرط تعادل گرمایی داریم:

یخ $-\theta^\circ C$ $\xrightarrow{Q'_1=m_1c_1\Delta\theta_1}$ یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q'_2=m_1L_F}$ آب $0^\circ C$ $\xleftarrow{Q'_3=m_3c_3\Delta\theta_3}$ آب $\theta^\circ C$

$$Q'_1+Q'_2+Q'_3=0$$
$$\Rightarrow m_1c_1(0-(-\theta))+m_1L_F+m_2c_2(0-\theta)=0$$
$$\xrightarrow[c_1=\frac{c}{2},c_2=c]{m_1=2m,m_2=M} 2m\times\frac{c}{2}\times\theta+2mL_F-Mc\theta=0$$
$$\Rightarrow mc\theta+2mL_F=Mc\theta\Rightarrow M=m+\frac{2mL_F}{c\theta}$$

بنابراین، برای M می‌توان نوشت:

$$\frac{m}{1+\frac{L_F}{c\theta}}\le M\le m+\frac{2mL_F}{c\theta}$$

(فیزیک ۱ - رما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** (امیراحمد میرسعید)

برای گازهای آرمانی، مستقل از نوع گاز، با استفاده از معادلهٔ حالت، دمای گاز را برحسب n و R می‌یابیم و سپس آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم، دقت کنید چون مقایسهٔ دماها موردنظر است، از تبدیل یکاها صرف‌نظر نموده‌ایم.

گزینهٔ «۱»:
$$\xrightarrow[P_1=300kPa]{V_1=2L} T_1=\frac{3\times300}{nR}=\frac{900}{nR}$$

گزینهٔ «۲»:
$$\xrightarrow[P_2=250kPa]{V_2=4L} T_2=\frac{4\times250}{nR}=\frac{1000}{nR}$$

گزینهٔ «۳»:
$$\xrightarrow[P_3=160kPa]{V_3=6L} T_3=\frac{6\times160}{nR}=\frac{960}{nR}$$

گزینهٔ «۴»:
$$\xrightarrow[P_4=120kPa]{V_4=8L} T_4=\frac{8\times120}{nR}=\frac{960}{nR}$$

می‌بینیم، دمای ۴ لیتر گاز آرگون در فشار $250kPa$ از بقیه بیشتر است. یعنی گزینهٔ «۲» درست است.

(فیزیک ۱ - رما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** (مسعود قره‌خانی)

چون گاز بر روی محیط کار انجام داده است، حجم آن افزایش می‌یابد، در نتیجه، علامت کار منفی است، لذا $W=-380J$ می‌باشد.

از طرف دیگر چون انرژی درونی گاز افزایش یافته است، $\Delta U=+800J$ خواهد بود. بنابراین، با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U=W+Q\Rightarrow 800=-380+Q\Rightarrow Q=1180J$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۱)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** (مجتبی خلیل‌ارجمندی)

ابتدا با استفاده از معادلهٔ حالت گازهای آرمانی دمای نقطه‌های a و c را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}$$

$$\begin{cases}\xrightarrow[V_a=4L]{P_a=3atm} T_a=\dfrac{3\times10^5\times4\times10^{-3}}{nR}=\dfrac{1200}{nR}\\ \xrightarrow[V_c=8L]{P_c=1/5atm} T_C=\dfrac{1/5\times10^5\times8\times10^{-3}}{nR}=\dfrac{1200}{nR}\end{cases}$$
$$\Rightarrow T_a=T_c\xrightarrow{U\propto T}U_a=U_c\Rightarrow\Delta U_{ac}=0$$

از طرف دیگر برای فرایند abc داریم:

$$\Delta U_{ac}=W_{abc}+Q_{abc}\xrightarrow{\Delta U_{ac}=0}0=W_{abc}+Q_{abc}$$
$$\Rightarrow W_{abc}=-Q_{abc}$$

می‌بینیم گزینهٔ «۳» درست است.

برای سایر گزینه‌ها داریم:

گزینه‌های «۲» و «۴»: نادرست است. زیرا: $V_c>V_b\Rightarrow W_{bc}<0$

$$\Delta U_{ac}=\Delta U_{ab}+\Delta U_{bc}\xrightarrow{\Delta U_{ac}=0}0=\Delta U_{ab}+\Delta U_{bc}$$
$$\Rightarrow\Delta U_{bc}=-\Delta U_{ab}\xrightarrow{\Delta U_{ab}>0}\Delta U_{bc}<0$$

گزینهٔ «۱»: نادرست است. زیرا:

$$\Delta U_{bc}=W_{bc}+Q_{bc}\Rightarrow Q_{bc}=\Delta U_{bc}-W_{bc}$$

می‌بینیم الزاماً $Q_{bc}=0$ نیست. دقت کنید در صورتی $Q_{bc}=0$ است که فرایند bc بی‌دررو باشد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** (مجتبی خلیل‌ارجمندی)

طبق رابطهٔ بازده برای ماشین‌های گرمایی داریم:

$$\begin{cases}\eta_A=\dfrac{|W|}{Q_H}\\ \eta_B=\dfrac{|W|}{Q'_H}\end{cases}\Rightarrow Q_H+Q'_H=\frac{|W|}{\eta_A}+\frac{|W|}{\eta_B}\quad(1)$$

$$\eta_C=\frac{\frac{|W|}{2}}{\frac{Q_H+Q'_H}{3}}\xrightarrow{(1)}\eta_C=\frac{\frac{|W|}{2}}{\frac{1}{3}\left(\frac{|W|}{\eta_A}+\frac{|W|}{\eta_B}\right)}$$
$$\Rightarrow\eta_C=\frac{3\eta_A\eta_B}{2(\eta_A+\eta_B)}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

شیمی ۳

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا جعفری نژاد)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست، اگر ثابت تعادل فقط وابسته به غلظت یک ماده باشد، می‌توان تغییر اعمال شده را به طور کامل برطرف کرد.

گزینهٔ «۲»: درست، هر دو به سمت رفت جابه‌جا می‌شوند.

گزینهٔ «۳»: نادرست، باز گذاشتن درب ظرف سبب خروج کربن‌دی‌اکسید تولید شده در واکنش و جابه‌جایی تعادل به سمت رفت می‌شود ولی برداشتن مقداری CaO از ظرف واکنش تاثیری در جابه‌جایی تعادل ندارد.

گزینهٔ «۴»: درست، چون در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ با کاهش غلظت تعادل به سمت برگشت جابه‌جا می‌شود که حاصل آن تولید بیشتر گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 است اما در تعادل جدید غلظت NO_2 از تعادل قبلی کمتر و رنگ مخلوط کم‌رنگ‌تر است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

$$4NH_3(g) + 3O_2(g) \rightleftharpoons 2N_2(g) + 6H_2O(g)$$

غلظت اولیه:	۰/۷	۰/۵	۰	۰
تغییر غلظت اولیه:	$-4x$	$-3x$	$+2x$	$+6x$
غلظت تعادلی:	$0/7-4x$	$0/5-3x$	$2x$	$6x$

$2x = 0/2 \Rightarrow x = 0/1$

$M = \frac{n}{V=1} \Rightarrow M = \frac{0/1}{1} \Rightarrow M = 0/1$

$[NH_3] = 0/7 - 0/4 = 0/3, [O_2] = 0/5 - 0/3 = 0/2$

$[N_2] = 0/2 , [H_2O] = 0/6$

$$k = \frac{[N_2]^2 \times [H_2O]^6}{[O_2]^3 \times [NH_3]^4} = \frac{(0/2)^2 \times (0/6)^6}{(0/2)^3 \times (0/3)^4} = 28/8 \frac{mol}{L}$$

افزودن N_2 موجب افزایش غلظت N_2 شده و در نتیجه واکنش در جهت مصرف N_2 یعنی برگشت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

موارد «ب» و «پ» نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

نکته: در واکنش‌های تعادلی (q) در سمت مول گازی کمتر می‌باشد.

الف) درست، $N_2O_4(g) + q \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ (بی‌رنگ / قهوه‌ای‌رنگ) با افزایش دما، تعادل در جهت مصرف (q) یعنی در جهت رفت جابه‌جا شده و باعث افزایش یافتن شدت رنگ قهوه‌ای می‌شود.

ب) نادرست، $2NH_3(g) + q \rightleftharpoons N_2(g) + 3H_2(g)$ با کاهش دما تعادل در جهت تولید q(در جهت برگشت) جابه‌جا شده و باعث کاهش درصد مولی مولکول‌های ۲ اتمی می‌شود.

پ) نادرست، $q + 2Ag_2O(s) \rightleftharpoons 4Ag(s) + O_2(g)$

کاهش دما در تعادل مورد نظر باعث می‌شود، تعادل در جهت تولید q و در جهت برگشت(مصرف O_2)جابه‌جا شود و باعث می‌شود که کاهش فشار گاز موجود در ظرف رخ دهد.

ت) درست، $PCl_3(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons PCl_5(g) + q$ ، با کاهش دما تعادل در جهت تولید q یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و باعث افزایش مقدار عددی ثابت تعادل می‌شود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با افزایش دما، تعادل در جهت رفت پیشرفت خواهد کرد. به این ترتیب غلظت SO_3 کاهش یافته و غلظت SO_2 و O_2 افزایش خواهد یافت (و تغییرات غلظت O_2 نیز نصف تغییرات غلظت SO_2 و SO_3 خواهد بود).

با کاهش حجم ظرف ابتدا غلظت همهٔ گازها باید به یکباره افزایش یابند (که چنین شوکی در نمودار مشاهده نمی‌شود) و سپس با پیشرفت واکنش در جهت برگشت، غلظت SO_3 افزایش و غلظت SO_2 و O_2 کاهش یابد. کاهش فشار نیز اثری دقیقاً برعکس کاهش حجم بر روی تغییرات غلظت مواد دارد.

در صورتی که مقداری SO_3 به ظرف واکنش اضافه شود، ابتدا باید غلظت آن به یکباره افزوده شده و سپس با پیشرفت واکنش در جهت رفت، کاهش یابد. غلظت گازهای SO_2 و O_2 نیز با افزایش مواجه خواهد شد.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۷)

تلاشی درسی در مسیر موفقیت

۸۵- **گزینهٔ «۲»** (حمید زیبی)

چون ضریب استوکیومتری NO_2 و O_2 برابر است، پس مول O_2 نیز در تعادل اولیه برابر ۴ مول است. از طرف دیگر چون مجموع ضرایب مواد گازی دو طرف تعادل با هم برابر است، پس می‌توان در رابطهٔ ثابت تعادل، به جای غلظت‌های تعادلی، از مول‌های تعادلی استفاده کرد:

$$k=\frac{[NO_2]\times[O_2]}{[NO]\times[O_3]}=\frac{4\times4}{6\times4}=\frac{2}{3}$$

با افزودن NO به ظرف، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و با تقسیم جرم NO_2 بر جرم مولی آن می‌توان مول NO_2 در تعادل جدید را محاسبه کرد:

$$NO_2\ \text{مول}=\frac{23}{46}=0.5\,mol$$

پس می‌بینیم که ۱ مول NO_2 تولید شده است؛ در نتیجه ۱ مول O_2 نیز تولید شده و از هرکدام از گازهای NO و O_3، ۱ مول مصرف شده است. با افزودن x مول NO، خواهیم داشت:

	$NO(g)$	$+\ O_2(g)$	$\rightleftharpoons\ NO_2(g)$	$+\ O_2(g)$
تعادل اولیه:	۶	۴	۴	۴
تعادل جدید:	$6+x-1$	۴-۱	۴+۱	۴+۱

همچنین بایستی دقت کرد که با تغییر غلظت مواد درون ظرف تعادلی، مقدار عددی k تغییر نمی‌کند؛ پس می‌توان نوشت:

$$\frac{2}{3}=\frac{5\times5}{(5+x)\times3}\Rightarrow10+2x=25\Rightarrow x=7/5\,mol$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** (حمید زیبی)

ابتدا از روی تغییرات مول مواد شرکت‌کننده در واکنش ضرایب a و b را به‌دست می‌آوریم. با تغییر دما از ۱۷۵°C به ۱۰۰°C (کاهش ۷۵°C)، تغییرات مول A و B به صورت زیر است:

$$\text{تغییرات مول } A=0/24-0/04=0/2\,mol$$

$$\text{تغییرات مول } B=0/72-0/32=0/4\,mol$$

چون تغییرات مول B، دو برابر تغییرات مول A است، پس ضریب B دو برابر ضریب A است:

$$A(g)\rightleftharpoons2B(g)$$

حال با جایگذاری غلظت‌های تعادلی در دمای ۱۰۰°C در رابطه ثابت تعادل، مقدار k به دست می‌آید:

$$k=\frac{[B]^2}{[A]}=\frac{\left(\frac{0/32}{2}\right)^2}{\left(\frac{0/24}{2}\right)}\simeq0/213\,mol.L^{-1}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** (حمید زیبی)

ابتدا تغییرات مول مواد را مشخص می‌کنیم و به کوچک‌ترین تغییرات تقسیم می‌کنیم تا ضرایب استوکیومتری تک‌تک مواد به دست آید:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{تغییرات مول } A=8-4=4\,mol & \Rightarrow\frac{4}{4}=1\\ \text{تغییرات مول } B=4-0=4\,mol & \Rightarrow\frac{4}{4}=1\\ \text{تغییرات مول } C=6-0=6\,mol & \Rightarrow\frac{6}{4}=\frac{3}{2}\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow A(s)\rightleftharpoons B(s)+\frac{3}{2}C(g)$$

حال ضرایب را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم تا ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه شده کسری نباشد:

$$2A(s)\rightleftharpoons2B(s)+3C(g)$$

حال عبارت ثابت تعادل را می‌نویسیم (دقت کنید که مواد جامد (s) و مایع خالص (l) در عبارت ثابت تعادل نوشته نمی‌شوند):

$$k=[C]^3=\left(\frac{6}{10}\right)^3=0/216\,(mol.l^{-1})^3$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا پورجاوید)

از آنجا که $CaCO_3$ یک جامد خالص بوده و غلظت آن در طول واکنش بدون تغییر خواهد بود، افزودن آن به ظرف واکنش تغییری در تعادل ایجاد نمی‌کند. افزایش فشار که منجر به افزایش غلظت CO_2 و در نتیجه پیشرفت واکنش در جهت برگشت خواهد شد. بدیهی است که کاهش حجم ظرف نیز به منزلهٔ افزایش فشار و در نتیجه پیشرفت واکنش در جهت

برگشت خواهد بود. اما از آنجا که این تعادل گرماگیر است، با افـزایش دمـا تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی۳، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

۸۹- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا پورجاوید)

بـا دو برابـر شـدن غلظـت NH_3 ، تعـادل در جهـت مصـرف آن (جهـت برگشت) جابه‌جا می‌شود، اما اثر تغییر وارد شده به طور کامل از بین نمی‌رود. به این ترتیب مقداری از NH_3 اضافه شـده در ظـرف بـاقی مـی‌مانـد و از طرفی مقداری N_2 و H_2 نیز تولید می‌شوند. با توجه به افزایش مقدار همهٔ ذره‌های گازی، فشار موجود در ظرف بیشتر خواهد شد.

با همین توضیح می‌توان فهمید که سـرعت هـر دو واکـنش رفـت و برگشـت نسبت به حالت اول بیشتر می‌شود، اما به دو برابـر نمـی‌رسـد. تغییـر غلظـت فراورده‌های واکنش برگشت (H_2, N_2) نیز کمتر از دو برابر خواهد بود.

(شیمی۳، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** (حمید ذبحی)

مول تعادلی گاز SO_3 را برابر n و مول تعادلی گاز SO_2 را برابـر $2n$ در نظر می‌گیریم:

$$k = \frac{[SO_2]^2}{[SO_2]^2 \times [O_2]} \Rightarrow 0/08 = \frac{\left(\frac{n}{4}\right)^2}{\left(\frac{2n}{4}\right)^2 \times [O_2]}$$

$$\Rightarrow 0/08 = \frac{\frac{n^2}{16}}{\frac{4n^2}{16} \times [O_2]}$$

$$\Rightarrow [O_2] = \frac{1}{0/08 \times 4} = \frac{1}{0/32} = 3/125 mol.L^{-1}$$

(شیمی۳، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

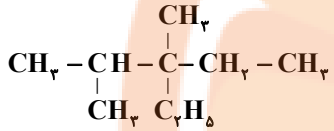
شیمی ۲

۹۱- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا پورجاوید)

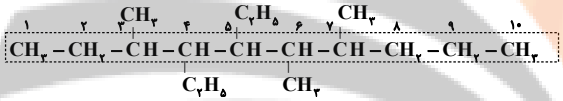
فرمول ساختاری ۳- اتیل -۲، ۳- دی‌متیل پنتان به صورت زیر است:

$$(CH_3)_2 CHC(C_2H_5)_2 CH_3$$

یا



برای تعیین نام آلکانی که ساختار پیوند – خط آن داده شده است، مـی‌تـوان ساختار گستردهٔ آن را رسم کرده و سپس نام آن را نوشت:



۴، ۵- دی‌اتیل – ۳، ۶، ۷- تری‌متیل دکان

(شیمی۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۸)

۹۲- **گزینهٔ «۴»** (حمید ذبحی)

در ساختار ترکیب داده شده ۱۰ پیونـد کـربن – کـربن وجـود دارد (تعـداد خطوط در فرمول پیوند – خط هیدروکربن‌ها همان تعـداد پیونـدهای کـربن- کربن است.

درشرایط STP حالت فیزیکی آب به صورت مایع است. معادلهٔ موازنـه شـدهٔ سوختن کامل هیدروکربن داده شده به صورت زیر است:

$$C_9H_{16}(l) + 13O_2(g) \rightarrow 9CO_2(g) + 8H_2O(l)$$

$$?LCO_2 = 12/4 g C_9H_{16} \times \frac{1 mol C_9H_{16}}{124 g C_9H_{16}}$$

$$\times \frac{9 mol CO_2}{1 mol C_9H_{16}} \times \frac{22/4 LCO_2}{1 mol CO_2} = 20/16 LCO_2$$

(شیمی۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۸)

تلاشی دوستر موفقیت

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(حمید زیبی)*

در معادلهٔ موازنه شده، مجموع اتم‌های هر عنصر در دو طرف معادله با هم برابر است.

$$C_{12}H_{10} + C_{12}H_{22} \rightarrow 2C_{12}H_{16}$$

گزینهٔ «۱»: $C_{12}H_{14}$

گزینهٔ «۲»: $C_{12}H_{12}$

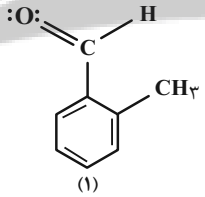
گزینهٔ «۳»: $C_{12}H_{16}$

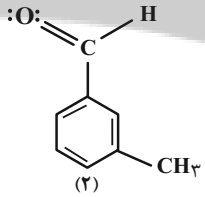
گزینهٔ «۴»: $C_{12}H_{10}$

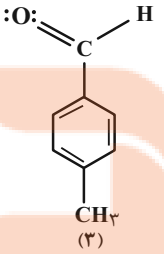
(شیمی۲، صفحهٔ ۴۲)

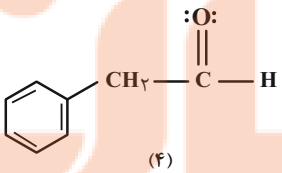
۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

تعداد ایزومرهای آلدهیدی $\Leftarrow$ ۶ کربن در حلقه بنزنی قرار می‌گیرد و از ۲ کربن باقی‌مانده ۱ کربن مربوط به گروه عاملی آلدهید است و ۱ کربن باقی می‌ماند.


(۱)

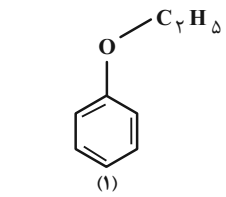

(۲)

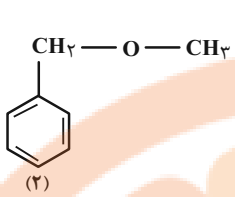

(۳)

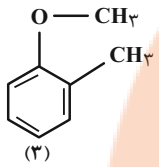

(۴)

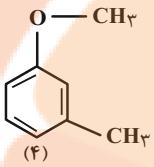
۴- ایزومر ساختاری دارد.

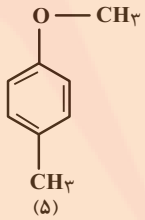
تعداد ایزومرهای این هیدروکربن که پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهد $\Leftarrow$ در ترکیب موردنظر اکسیژن نباید به هیدروژن متصل باشد چون آن‌گاه پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد و اکسیژن باید به حلقه بنزنی متصل شود و ۶ کربن در حلقه بنزنی قرار می‌گیرد و ۲ کربن باقی می‌ماند.


(۱)


(۲)


(۳)


(۴)

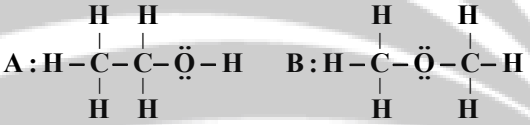

(۵)

۵- ایزومر ساختاری دارد.

(شیمی۲، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۵- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

ساختار ترکیب‌های A و B به صورت زیر است:



* ترکیب A (اتانول) دارای گروه هیدروکسیل است و یک الکل محسوب می‌شود. (نادرستی عبارت اول)
* ترکیب B (دی‌متیل اتر) دارای ۶ پیوند $C-H$ و ترکیب A (اتانول) دارای ۵ پیوند $C-H$ است. (درستی عبارت دوم)
* ترکیب A (اتانول) مانند ترکیب آلی موجود در گشنیز دارای گروه هیدروکسیل است. (درستی عبارت سوم)
* اتانول بعد از آب مهم‌ترین حلال صنعتی است. (نادرستی عبارت چهارم)
* در ترکیب A (اتانول) برخلاف ترکیب B (دی‌متیل اتر) $C-C$ وجود دارد. (درستی عبارت پنجم)

(شیمی۲، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

عبارت‌های اول و دوم صحیح هستند.

تشریح عبارت‌های نادرست:

تلاشی در مسیر موفقیت

* هر مول کلسترول با یک مول H_2 واکنش می‌دهد و به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود.

* کلسترول یک الکل سیرنشده است.

(شیمی ۲، ترکیبی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۴۲ و ۶۸ تا ۷۰)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

ترکیب A ویتامین (آ) با فرمول $C_{20}H_{30}O$ و ترکیب B ویتامین (ث) با فرمول $C_6H_8O_6$ است. ویتامین (آ) در آب حل نمی‌شود پس رسوب ایجاد شده مربوط به این ماده است.

$$28/6g\,C_{20}H_{30}O \times \frac{1mol}{286g} = 0/1mol\,C_{20}H_{30}O$$

پس ۰/۲ مول $C_6H_8O_6$ داریم:

$$\text{جرم کربن ویتامین (آ)} = 0/1 \times 20 \times 12 = 24g$$

$$\text{جرم کربن ویتامین (ث)} = 0/2 \times 6 \times 12 = 14/4g$$

جرم ویتامین (ث) برابر است با:

$$0/2mol \times \frac{176g}{1mol} = 35/2g\,C_6H_8O_6$$

درصد جرمی اتم کربن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{24+14/4}{35/2+28/6} \times 100$$

$$= \frac{38/4}{63/8} \times 100 \simeq \%60/19$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱)

۹۸- **گزینهٔ «۳»** *(حمید زیبی)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول درست است. فرمول مولکولی آسپارتام $C_{14}H_{18}N_2O_5$ است.

$$\frac{\text{درصدجرمی C}}{\text{درصدجرمی N}} = \frac{\text{جرم C}}{\text{جرم N}} = \frac{14\times12}{2\times14} = 6$$

عبارت دوم درست است. دارای گروه‌های عاملی کربوکسیل، آمین، آمید و استری است.

عبارت سوم درست است. ۳ تا از اتم‌های H به N و یک اتم H به O متصل است، ولی بقیهٔ اتم‌های H به C متصل شده‌اند.

عبارت چهارم نادرست است. ویتامین (ث) آروماتیک نیست.

عبارت پنجم درست است.

(شیمی ۲، صفحهٔ ۱۱۱)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

موارد «الف» و «پ» نادرست اند.

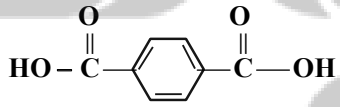
الف: نیروی بین مولکولی الکل‌ها تا ۵ کربن هیدروژنی است، اما از الکل‌های ۴ و ۵ کربنه می‌توان محلول سیرشده در آب تهیه کرد.

پ) ساده‌ترین استر، متیل متانوات است و اتیل بوتانوات استر عامل بوی آناناس است؛ جرم مولی متانول کمتر از اتانول است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

ساختار و فرمول مولکولی مونومرهای سازندهٔ این پلی‌استر به صورت زیر است:



$$HO-CH_2-CH_2-OH$$

تفاوت جرم مولی $C_2H_6O_2$ و $C_8H_6O_4$ برابر ۱۰۴ گرم بر مول است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

تلاشی درمسیر موفقیت

پاسخ تشریحی آزمون دانش شناختی ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفا برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال، پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱. کدام مورد برای مطالعه متون درسی مفید است؟

۱. سوال از خود در مورد میزان یادگیری
۲. سوال از خود در مورد روش یادگیری
۳. بررسی دلایل اشتباهات و خطاها
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. مطالعه صرفا روخوانی و تکرار مطالب نیست. روش صحیح مطالعه این است که بعد از خواندن مطالب، خودارزیابی داشته باشید تا میزان یادگیری خود را متوجه شوید، همچنین دلایل اشتباهات و روش یادگیری خود را بررسی کنید تا با بینش در مورد خود، بتوانید برای مطالعه‌ی مباحث بعدی تصمیم‌گیری و برنامه‌ریزی صحیحی داشته باشید.

۲۶۲. کدام مورد در خصوص بازبینی سوالات آزمون و یا ارزیابی صحیح است؟

۱. موجب آگاهی از نقاط قوت و ضعف می‌شود.
۲. موجب اثربخشی مطالعه بعدی می‌شود.
۳. هیچکدام
۴. هر دو

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. بازبینی سوالات آزمون، موجب آگاهی از نقاط قوت و ضعف می‌شود. بررسی این موضوع که بر کدام بخش از مطالب تسلط دارید و در چه مباحثی نیاز دارید خودتان را تقویت کنید، باعث هدفمند شدن مطالعه شما برای مطالعه دوباره آن مباحث می‌شود.

۲۶۳. کدام مورد در ارزیابی های آزمایشی اهمیت بیشتری دارد؟

۱. نمره نهایی آزمون
۲. نمره تراز
۳. پاسخ‌های ارائه شده به هر سوال
۴. میانگین درصدها

پاسخ تشریحی: پاسخ ۳ صحیح است. در ارزیابی‌های آزمایشی دریافت نمره نهایی بدون بررسی تک‌تک پاسخ‌های ارائه شده به سوالات، کمکی به آگاهی از تسلط شما بر مباحث و پیشرفت‌تان در آزمون‌های آینده نمی‌کند. مهم‌ترین بخش بعد از پاسخ دادن به سوالات، بررسی پاسخنامه تشریحی سوالاتی است که به آن‌ها پاسخ درست و یا غلط داده‌اید. زیرا فقط در این صورت است که متوجه نقاط قوت و ضعف خود می‌شوید و می‌توانید برنامه‌ریزی کنید که چه مباحثی را نیاز دارید مجددا مطالعه کنید و در چه قسمت‌هایی مسلط هستید.

۲۶۴. کدام مورد برای حل مساله مفید است؟

۱. شکاندن مساله به اجزاء کوچکتر
۲. در نظر گرفتن قوانین حاکم بر مساله
۳. ارزیابی راه حل های ممکن
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. حل مسئله گام‌هایی دارد و درست‌ترین راه برای مدیریت آن، تقسیم مسئله به اجزای مختلف، در نظر گرفتن قوانین حاکم بر مساله و بر اساس آن، مشخص کردن تمام راه‌حل‌های ممکن، ارزیابی آن‌ها و در نهایت انتخاب بهترین راه‌حل است. بدون این مراحل، دم‌دست‌ترین راه بدون در نظر گرفتن ارزش آن انتخاب خواهد شد.

۲۶۵. کدام یک از موارد زیر پس از تصمیم‌گیری مفید است؟

۱. چرا من این گزینه را انتخاب کردم؟ ۲. چگونه می‌توانم رویکرد خود را برای انتخاب بعدی بهبود دهم؟
۳. چرا من اشتباه کردم؟ ۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. ارزیابی پیامدهای تصمیمی که گرفته شده است، اهمیت زیادی دارد. با ارزیابی دلیل انتخاب خود، می‌توانید برای انتخاب‌های بهتر آینده تصمیم‌گیری کنید.

۲۶۶. کدام مورد برای استفاده از شکل در تصمیم‌گیری درست است؟

۱. موجب سازماندهی افکار مختلف می‌شود. ۲. امکان برقراری ارتباط بین گزینه‌ها را راحت‌تر می‌کند.
۳. همه گزینه‌ها برای انتخاب پیش رو قرار می‌دهد. ۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. استفاده از شکل به عینی کردن افکار و در نتیجه دیدن تمام گزینه-های ممکن و سازماندهی بهتر کمک می‌کند. همچنین تصاویر گزینه‌های مختلف امکان متوجه شدن ارتباط بین آن‌ها را راحت‌تر می‌کند.

۲۶۷. کدام مورد برای حل یک مساله را مناسب‌تر می‌دانید؟

۱. آگاهی از راه حل‌های مختلف ۲. آگاهی از سریع‌ترین راه حل‌ها
۳. آگاهی از دقیق‌ترین راه حل‌های خود ۴. آگاهی از یک راه حل مطلوب خودمان

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. مناسب‌ترین راه برای حل یک مسئله، آگاهی از راه‌حل‌های مختلف بجای استفاده از اولین و سریع‌ترین راه‌حلی است که به ذهنمان می‌رسد. بررسی و ارزیابی جنبه‌های مختلف چند راه‌حل منجر به تصمیم‌گیری بهتر و انتخاب مناسب‌ترین راه‌حل ممکن می‌شود.

۲۶۸. کدام مورد در خصوص یادگیری با مشارکت دیگران درست است؟

۱. موجب آگاهی از رویکردهای مختلف می‌شود. ۲. مطالب بهتر یاد گرفته می‌شود.
۳. موجب حواس پرتی می‌شود. ۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. یادگیری مشارکتی باعث می‌شود تا مبحث مورد نظر را از دیدگاه‌های مختلف ببینید درنتیجه موجب آگاهی از رویکردهای مختلف می‌شود. همچنین با استفاده از بارش فکری گروهی، راه‌حل را پیدا کنید که این نوع یادگیری اکتشافی و بیان مطالب از زبان دیگران، منجر به یادگیری و تثبیت بهتر اطلاعات می‌شود.

۲۶۹. کدام مورد در خصوص توانایی شناختی ما صحیح است؟

۱. می‌تواند تغییر کند. ۲. تغییر ناپذیر است.
۳. هر دو مورد ۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. توانایی شناختی ما یک امر ذاتی و ثابت نیست و تقویت‌پذیر است. با کمک تمرینات هدفمند شناختی می‌توان آن‌ها را ارتقا داد. این تقویت با دو رویکرد توسعه توانایی‌های شناختی با برنامه‌های هدفمند تقویتی و یا یادگیری مدیریت منابع شناختی موجود صورت می‌گیرد. آزمون-های دانش شناختی رویکرد دوم را دنبال می‌کنند. دسترسی به برنامه‌های هدفمند تقویتی در پروفایل کانون شما قرار داده شده است.