



دبیرستان غیر دولتی صدرای نور

نام خانوادگی: ..... پایه: ..... سوالات درس: ..... امتحانات نیم سال اول: ۴۰۲-۴۰۱ تاریخ امتحان: .....

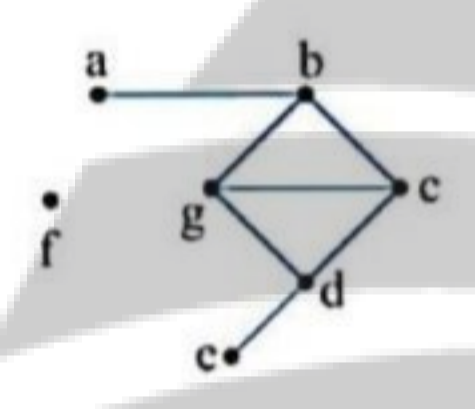
نام و نام خانوادگی: ..... ساعت شروع: ..... مدت زمان امتحان: ..... شماره صندلی: .....

نام و نام خانوادگی دبیر: ..... نمره به عدد: ..... نمره به حروف: ..... تاریخ و امضا: .....

ردیف ..... امام موسی کاظم (ع): « بهترین عبادت بعد از شناختن خداوند، انتظار فرج و گشایش است. »

۱ اگر باقی مانده تقسیم عدد  $a$  بر دو عدد ۶ و ۷ به ترتیب ۳ و ۵ باشد، باقی مانده تقسیم عدد  $a$  را بر ۴۲ بیابید.

۲ اگر عدد طبیعی  $a$ ، دو عدد  $(5k + 9)$  و  $(8k + 13)$  را عاد کند، ثابت کنید:  $a = 1$  یا  $a = 7$   
باتوجه به گراف  $G$  (شکل زیر)، به سوالات زیر پاسخ دهید.



۳ درجه رأس  $a$  در گراف  $\bar{G}$  را تعیین کنید.

۴  $N_G(f)$  را معین کنید.

۵ معادله سیاله  $5x + 2y = 18$  را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.

۶ ثابت کنید اگر  $p > 3$  عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت  $p = 6k + 1$  یا  $p = 6k + 5$  ( $k \in \mathbb{W}$ ) نوشته می شود.

۷ برای هر سه عدد حقیقی  $x, y, z$  ثابت کنید:

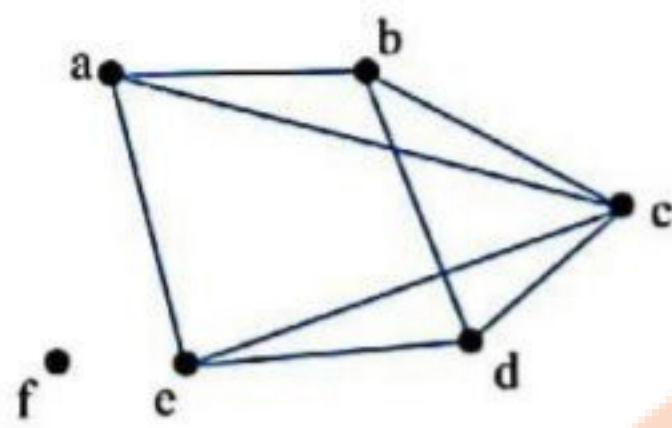
$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$$

۸ باقی مانده تقسیم عدد  $A = (1000)^{25} \times 9 + 11$  را بر ۷ بیابید.

۹ باقی مانده تقسیم  $(38^{36} + 19)$  را بر ۴ به دست آورید.

۱۰ معادله هم نهشتی  $8x \equiv 20 \pmod{12}$  را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.

۱۱ گراف  $G$  به صورت زیر رسم شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید.



الف  $\Delta(G)$  و  $\delta(G)$  را مشخص کنید.

ب ماکزیمم درجه در مکمل گراف  $G$  چند است؟

پ  $N_G(e)$  را با اعضا بنویسید.

۱۲ اگر ۱۲ بهمن در یک سال جمعه باشد، ۳۱ مردادماه در همان سال چه روزی از هفته است؟

۲



دیرستان غیر دولتی صدرای نور

نام خانوادگی: ..... پایه: ..... ساعات درس: ..... امتحانات نیم سال اول: ۴۰۱ - ۴۰۲ تاریخ امتحان: .....

نام خانوادگی: ..... پایه: ..... ساعت شروع: ..... مدت زمان امتحان: ..... شماره صندلی: .....

پاسخنامه

بارم

ردیف

$$\begin{cases} a = 6q + 3 \\ a = 7q' + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a = 42q + 21 \\ 6a = 42q' + 30 \end{cases} \Rightarrow a = 42(q - q' - 1) + 33 \Rightarrow r = 33$$

$$\begin{cases} a | 5k + 9 \\ a | 8k + 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a | 40k + 72 \\ a | 40k + 65 \end{cases} \Rightarrow a | 7 \Rightarrow a = 1 \vee a = 7$$

پاسخ سؤالات ۳ تا ۴

$$N_G(f) = \{ \}$$

$$2y \equiv 18 \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9 \equiv 4 \Rightarrow y = 5k + 4 \\ \Rightarrow 5x + 2(5k + 4) = 18 \Rightarrow x = -2k + 2$$

هرگاه  $p$  را بر ۶ تقسیم کنیم، خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} (1) : p = 6k, (2) : p = 6k + 1, (3) : p = 6k + 2 = 2(3k + 1) \\ (4) : p = 6k + 3 = 3(2k + 1), (5) : p = 6k + 4 = 2(3k + 2), (6) : p = 6k + 5 \end{aligned} \right\} (0/75)$$

در حالات (۱)، (۳) و (۵) زوج و در (۴) بر ۳ بخش پذیر است (۰/۲۵) که با اول بودن  $p$  تناقض دارد (۰/۲۵). بنابراین فقط در حالات (۲) یا (۶)،  $p$  می تواند عددی اول باشد که حکم اثبات می شود (۰/۲۵).

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz &\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz \\ &\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (x^2 + z^2 - 2xz) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (x - y)^2 + (y - z)^2 + (x - z)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط، حکم برقرار است.

$$1000 \stackrel{V}{\equiv} -1 \Rightarrow (1000)^{25} \times 9 + 11 \stackrel{V}{\equiv} (-1)^{25} \times 9 + 11 \stackrel{V}{\equiv} 2 \Rightarrow r = 2$$

امام موسی کاظم(ع): « بهترین عبادت بعد از شناختن خداوند، انتظار فرج و گشایش است. »

$$38 \equiv 2 \pmod{F} \Rightarrow 38^2 \equiv 4 \pmod{F} \Rightarrow 38^{36} \equiv 0, 19 \equiv 3 \pmod{F} \Rightarrow 38^{36} + 19 \equiv 3$$

$$8x \equiv 20 \pmod{32} \xrightarrow{(8,12)=4} x \equiv 5 \pmod{8} \Rightarrow x = 8k + 5$$

$$\delta(G) = 0, \Delta(G) = 4 \quad (0/5)$$

$$\Delta(\bar{G}) = 5 \quad (0/25)$$

$$N_G(e) = \{a, c, d\} \quad (0/75)$$

گام اول: ابتدا فاصله بین ۱۲ بهمن و ۳۱ مرداد را پیدا می‌کنیم:

روز ۱۲ بهمن + دی + آذر + آبان + مهر + شهریور

گام دوم: حال همنهشتی این عدد به پیمانه ۷ را بررسی می‌کنیم:

$$31 + 4 \times 30 + 12 \equiv 3 + 4 \times 2 + 5 \pmod{7}$$

گام سوم: باید از روز جمعه دو روز به عقب برگردیم. یعنی ۳۱ مرداد همان سال چهارشنبه است.

۹

۱۰

۱۱

ب

ب

۱۲