

نمره به حروف:

نمره به عدد:

2	<p>1 جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید:          الف) حاصل <math>(72, [48, 120])</math> برابر است با          ب) رقم یکان عدد <math>1393^{1899}</math> برابر است.          پ) در گراف <math>G</math> با مجموعه رئوس <math>V = \{a, b, c, d, f\}</math> و مجموعه یال های <math>E = \{ac, ab, bc, bd, af, cf\}</math> مجموعه همسایه های باز رأس <math>a</math> برابر است با          ت) مجموع درجه های گراف <math>G</math> برابر 12 و مجموع درجه های گراف <math>\bar{G}</math> برابر با است.</p>
2	<p>2 الف) ثابت کنید: <math>a^x + b^y + c^z \geq ab + ac + bc</math>          ب) ثابت کنید اگر به حاصل ضرب دو عدد فرد متوالی یک واحد اضافه کنیم، حاصل مضرب 4 است.</p>
2/25	<p>3 گزاره های زیر را اثبات و یا با ارایه مثال نقض رد کنید:          الف) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.          ب) اگر <math>p</math> عددی اول و <math>a \in \mathbb{Z}</math> و <math>a \nmid p</math>، آنگاه معادله سیاله <math>ax + py = 19</math>، همواره دارای جواب است.          پ) مربع هر عدد فرد به صورت <math>8q+1</math> است.</p>
1/5	<p>4 در یک تقسیم اگر به مقسوم 88 واحد و به مقسوم علیه 10 واحد اضافه کنیم از باقی مانده 2 واحد کم و خارج قسمت تغییری نمی کند خارج قسمت را به دست آورید.</p>
1/5	<p>5 ثابت کنید <math>29 \mid 2^{90} + 5^{90}</math></p>

۲	۲۰ کیلوگرم شکر را می خواهیم در بسته های ۳ کیلویی و ۲ کیلویی بسته بندی کنیم تمام حالت های ممکن را مشخص کنید .	6
2/25	<p>الف) ثابت کنید <math>2^{4n} - 1</math> بر ۳ تقسیم پذیر است.</p> <p>ب) هر گاه سال نو با یکشنبه آغاز شود 22 آذر چه روزی است؟</p> <p>پ) رقم یکان عدد <math>23^{23} - 17^{17}</math> را بیابید.</p>	7
2/5	<p>در گراف <math>G(V, E)</math> داریم <math>V = \{a, b, c, d, e, f\}</math> و <math>E = \{ab, af, bd, bf, cf, df, ce\}</math></p> <p>الف) گراف را رسم کنید.</p> <p>ب) مقدار <math>\Delta</math> و <math>\delta</math> را تعیین کنید.</p> <p>پ) مجموعه <math>N_G(b)</math> را مشخص کنید.</p> <p>ت) همه دورهای بطول ۳ را در این گراف را بنویسید.</p> <p>ث) چند یال جدید به گراف اضافه کنیم تا گرافی کامل به دست آید؟</p>	8
۱/۵	گرافی از مرتبه ۱۲ و اندازه ی ۲۲ فقط رئوس از درجه ۳ و ۵ دارد، این گراف چند راس از درجه ۳ دارد؟	9
۰/۵	گراف ناهمبندی از مرتبه ۶ بیشترین تعداد یال ممکن را دارد نمودار این گراف را رسم کنید.	10
۲	<p>گراف ساده <math>G</math> سه منتظم است و تعداد یال هایش ۴ واحد بیشتر از تعداد راس های آن است.</p> <p>الف) مرتبه و اندازه گراف را مشخص کنید.</p> <p>ب) گرافی همبند و گرافی ناهمبند با این مشخصات رسم کنید.</p>	11

$\mathbb{N} (= \mathbb{N}_0(a) = \{b, c, f\}) \quad \forall \quad \mathbb{Z} \quad (a) - 1$

$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc \iff x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \quad (a) - 2$   
 $\iff x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \geq 0 \iff x^2 - xy + y^2 + xz - yz + z^2 + y^2 - yz + z^2 \geq 0$   
 $\iff (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0$  *دو طرفہ ناممکن ہے*

$a = 2k-1$   
 $b = 2k+1$   
 $a \times b = (2k-1)(2k+1) = 4k^2 - 1$   
 $a \times b + 1 = 4k^2 - 1 + 1 = 4k^2 \quad \checkmark$

$a = 0$   
 $b = \sqrt{2}$   
 $a \times b = 0 \times \sqrt{2} = 0 \in \mathbb{Q}$  *دو طرفہ ناممکن ہے*

$P \nmid a \implies (p, a) = 1 \mid a$  *مساویات کا اصول*  
 $a = 2k+1 \xrightarrow{+1} a^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1 = 4 \times q + 1 = 4q+1$   
*دو طرفہ ناممکن ہے*

$a = bq + r$   
 $a + \mathbb{N} = (b+1)q + r - r$   
 $\implies bq + r + \mathbb{N} = bq + 1 \cdot q + r - r$   
 $\implies 1 \cdot q = 0 \implies \boxed{q = 0}$

$2q \mid 2^a + 5^a \implies 2^r + 5^r \mid 2^a + 5^a \implies \frac{a}{r} = \frac{a}{r} = 45$   
 چونکہ  $2$  اور  $5$  کے درمیان کوئی مشترک ضربی جز نہیں ہے اس لیے  $a$  اور  $r$  کا تناسب  $45$  ہے۔

$2m + 3j = 2 \quad (2, 3) = 1 \mid 2$   
 $2m \equiv 2 \pmod{3} \xrightarrow{+3} 2m \equiv 1 \pmod{3} \implies m = 2k+1 \quad k \geq -1$   
 $2(2k+1) + 3j = 2 \implies j = -2k \quad k \leq 0$   
 $\implies -1 \leq k \leq 0$

k	-1	0	1
m	1	2	3
j	2	1	0

اس لیے  $(m, j) = (1, 2), (2, 1), (3, 0)$  ہیں۔

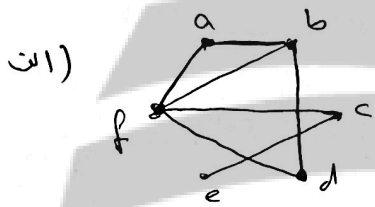
۲  $2^n - 1 \stackrel{?}{=} 2^n$   
 $2^2 \equiv 1 \pmod{3} \quad (2^3)^n \equiv 1^n \pmod{3} \rightarrow 2^{3n} \equiv 1 \pmod{3} \rightarrow 2^{3n-1} \equiv 2 \pmod{3}$  (۷- الف)

$2^{2n} \equiv 1 \pmod{5}$   $2^{2n} \equiv 2 \pmod{5}$   
 $2^{2n} \equiv 4 \times 2^{2(n-1)} + 2^{2(n-1)} + 2^{2(n-1)} \equiv 2^{2n} \pmod{5}$

$2^{2n} \equiv 1 \pmod{5}$   $\rightarrow 2^{2n-1} \equiv 2 \pmod{5}$   
 $2^{2n-1} \equiv 1 \pmod{5} \rightarrow 2^{2n-2} \equiv (-1) \pmod{5} \rightarrow 2^{2n-3} \equiv (-1)^2 \pmod{5} \rightarrow \dots$

$2^{2n} \equiv 1 \pmod{5}$   $\rightarrow 2^{2n-1} \equiv 2 \pmod{5}$   
 $2^{2n-1} \equiv 1 \pmod{5} \rightarrow 2^{2n-2} \equiv (-1) \pmod{5} \rightarrow 2^{2n-3} \equiv 1 \pmod{5} \rightarrow \dots$

$2^{2n} - 2^{2n-1} \equiv 1 - 2 \equiv -1 \pmod{5}$



$\delta = 1, \Delta = 4$   
 $N_G(b) = \{a, d, f\}$   
 $abfa / bfbdb$

$q_G = 5$   
 $q_{K_4} = \binom{4}{2} = 6$   
 $1d - v < n$   $1d - v < n$

$d, d, \dots, d, r, r, \dots, r$   
 $\begin{cases} x+y=12 \\ dx+ry=24 \end{cases}$

$\begin{cases} -2x + y = 12 \\ dx + ry = 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x - ry = -24 \\ dx + ry = 24 \end{cases}$   
 $2x = 12 \rightarrow x = 6 \rightarrow y = 6$

$rp = rq \rightarrow r(p-q) = 0$   
 $q = p+4 \rightarrow r(p-p-4) = 0 \rightarrow -4r = 0 \rightarrow r = 0$   
 $rp = r(p+n) \rightarrow r(p-p-n) = 0 \rightarrow -rn = 0 \rightarrow n = 0$   
 $p = 1, q = 12$

