



بسمه تعالی

سال تحصیلی : 1401-1402

نوبت : دیمه

نام و نام خانوادگی :

سوالات درس : ریاضی گسسته

اداره کل آموزش و پرورش استان یزد

نام پدر :

تعداد صفحات : 4

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان میبد

رشته تحصیلی : ریاضی فیزیک

تعداد سوالات : 13

اداره استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان

پایه تحصیلی : دوازدهم

مدت پاسخگویی : 110 دقیقه

دبیرستان دوره دوم شهید رحیمی فر

امضاء دبیر :

نمره به حروف :

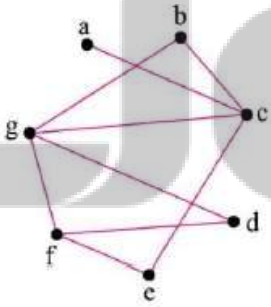
نمره به عدد :

نام و نام خانوادگی دبیر :

| نمره | سؤالات | ردیف |
|------|---|------|
| 2/5 | الف) ثابت کنید اگر $2k + 1 \mid 5$ آنگاه $14k^2 + 19k + 6 \mid 25$. ب) اگر $\sqrt{7}$ عددی گنگ و a عددی گویا باشد آن گاه $\sqrt{7} - a\sqrt{3}$ عددی گنگ است. | 1 |
| 1/5 | اگر x و y و z سه عدد حقیقی باشند به روش اثبات بازگشتی ثابت کنید : $x^2 + y - xy \geq -y^2 + x - 1$ | 2 |

| | | |
|-----|---|---|
| 1/5 | اگر $b > 1$ و $b 9k + 4$ و $b 5k + 3$ ثابت کنید b عددی اول است. | 3 |
| 1/5 | باقیمانده تقسیم عدد $9 - 17 \times (1000)^{47}$ را بر 7 بدست آورید. | 4 |
| 1/5 | به چند طریق می توان با وزنه های 3 و 4 کیلوگرمی یک کیسه 19 کیلویی را وزن کرد؟ | 5 |
| 1/5 | اگر دو عدد $3a - 4$ و $5a + 7$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $6a^2 - 7$ را به دست آورید. | 6 |

| | | |
|------|---|----|
| 1/5 | چند عدد صحیح مانند n وجود دارد به طوری که $n + 3 \mid n^2 + 7$. | 7 |
| 1/25 | اگر عدد $5a7b24$ بر 44 بخش پذیر باشد باقیمانده تقسیم این عدد بر 9 را بدست آورید. | 8 |
| 1/5 | اگر بیستم دیماه سالی سه شنبه باشد سومین دوشنبه خرداد همان سال چه روزی از خرداد ماه است؟ | 9 |
| 1/5 | ثابت کنید تعداد راسهای فرد هر گراف عددی زوج است. | 10 |

| | | |
|------|--|----|
| 1/25 | <p>گراف 4-منتظم مرتبه P با افزودن 42 یال به گراف کامل تبدیل می شود اندازه ی گراف را بدست آورید.</p> | 11 |
| 0/5 | <p>بر روی مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف می توان رسم کرد که $\deg(a) = 2$ باشد؟</p> | 12 |
| 2/5 | <p>گراف G به صورت مقابل است :</p> <p>الف) $N_G[c]$ را با اعضاء مشخص کنید.</p> <p>ب) بزرگترین درجه در گراف \bar{G} مربوط به کدام راس و چند است؟</p> <p>ج) حداقل چند یال به این گراف اضافه کنیم تا قطعاً همبند باشد؟</p> <p>د) تعداد کل مسیرهها در گراف P_n هم مرتبه G را بدست آورید.</p>  | 13 |

موفق باشید

تلاشی در مسیر موفقیت

رسمی

سید زرار

په ۱

(۱- الف)

$$\omega | r_{k+1} \rightarrow r_{k+1} = \Delta q$$

$$1 r_k^2 + r_{k+1} q = r_k^2 + r_{k+1} + 1 \cdot k + \omega + 1 \cdot k^2 + \omega k$$

$$= (r_{k+1})^2 + \omega(r_{k+1}) + \omega k(r_{k+1}) = (\Delta q)^2 + \omega(\Delta q) + \omega k(\Delta q)$$

$$= \Delta q^2 + \Delta q + \omega k \Delta q = \Delta q(q^2 + q + kq) = \Delta q q'$$

نویسند: $\sqrt{r^2 - a} \sqrt{v} = \frac{b}{c}, (b,c)=1, b,c \in \mathbb{Z}$

$$r^2 - a \sqrt{v} = \frac{b^2}{c^2} \rightarrow a \sqrt{v} = r^2 - \frac{b^2}{c^2} \rightarrow a = \frac{r^2 - \frac{b^2}{c^2}}{\sqrt{v}} = \frac{r^2 - \frac{b^2}{c^2}}{\sqrt{v}} \times \sqrt{v}$$

حاصل می شود که در اینجا عددی که در پرانتز است عددی صحیح است و عددی صحیح است

$$r^2 - \frac{b^2}{c^2} = \dots \rightarrow \frac{b}{c} = \sqrt{r^2 - a}$$

$$x^2 + y - x y \geq -y^2 + x - 1 \xrightarrow{x^2} 2x^2 + 2y - 2xy \geq -2y^2 + 2x - 2 \Leftrightarrow -2$$

$$2x^2 + 2y - 2xy + 2y^2 - 2x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$$

$$\begin{aligned} b | 9k + r &\rightarrow 9k + r = b q \xrightarrow{\times \omega} 9\omega k + r\omega = \omega b q' \\ b | \omega k + r &\rightarrow \omega k + r = b q'' \xrightarrow{\times q} \omega k q + r q = b q'' q' \end{aligned}$$

$$v = \frac{b(\omega q' - 9q'')}{q''} \Rightarrow v = b q'' - b | v$$

$$\Rightarrow \boxed{b = v}$$

$$1000 \times v - 9 \equiv v \pmod{?}$$

$$1000 \equiv -1 \xrightarrow{\times v} 1000v \equiv (-1)v \equiv -v \equiv 9$$

$$10v \equiv r$$

$$1000 \times v - 9 \equiv 9 \times r - 9 \equiv 9 \equiv r$$

$$3k + fj = 19 \quad (r, f) = 1 | 19$$

$$3k \equiv 19 \equiv 16 \pmod{3} \xrightarrow{\div 3} k \equiv 5 \pmod{3} \rightarrow \boxed{k = 3k + 1} \quad k \geq 0 \rightarrow k \leq 1$$

$$3(3k+1) + fj = 19 \rightarrow fj = -9k + 16 \rightarrow \boxed{j = -3k + 4} \quad k \leq 1$$

۳ طریق میتوان ۱۹ عدد را با این روشها نوشت کرد

$$2a - 4 \equiv_{10} 5a + 7 \rightarrow 2a \equiv_{10} 11 \rightarrow (2, 10) = 2 \nmid 11$$

-۶

این ۲ عدد هیچ عنوان نمی‌توانند رقم یکانی داشته باشند

$$\begin{array}{cc} n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+7 \\ n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+7 \\ \hline n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+7 \\ n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+7 \\ \hline n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+7 \end{array}$$

-۷

- | | |
|--|--|
| $n+3 = 1 \rightarrow n = -2 \checkmark$ | $n+3 = -2 \rightarrow n = -5 \checkmark$ |
| $n+3 = -1 \rightarrow n = -4 \checkmark$ | $n+3 = 8 \rightarrow n = 5 \checkmark$ |
| $n+3 = 2 \rightarrow n = -1 \checkmark$ | $n+3 = -8 \rightarrow n = -11 \checkmark$ |
| $n+3 = -3 \rightarrow n = -6 \checkmark$ | $n+3 = 12 \rightarrow n = 9 \checkmark$ |
| $n+3 = 4 \rightarrow n = 1 \checkmark$ | $n+3 = -12 \rightarrow n = -15 \checkmark$ |

در این رابطه برای n برقرار است

$$5a + 7b + 2c \equiv_{10} 0 \rightarrow 2c \equiv_{10} 0 \checkmark$$

$$5a + 7b + 2c \equiv_{10} 0 \rightarrow 5a + 7b + 2c + 10 = 10k \rightarrow a + b - 10 = 11k$$

چون a, b, c رقم هستند پس $0 \leq a+b \leq 10$ لذا داریم

$$a+b=10 \rightarrow 5a + 7b + 2c \equiv_{10} 0 \rightarrow 5a + 7b + 2c + 10 = 10k \rightarrow a + b - 10 = 11k$$

$$9 = 4 \times 21 + 2 \times 10 + 6 = 282$$

-۹

$$282 \equiv_{10} 2 \rightarrow \text{که در نتیجه}$$

$$1 \text{ خرداد} = 2 \times 21 + 1 = 43 \equiv_{10} 3$$

لذا اولین خرداد معادل یکشنبه خواهد بود

لذا اولین در ششم خرداد به تاریخ ۲ خرداد خواهد رسید



۱. ما داریم مجموع درجات رأس‌های یک گراف ساده ۲ برابر تعداد یال‌هاست.

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q$$

A : مجموع درجات رؤسای زوج

B : مجموع درجات رؤسای فرد

$$A + B = 2q \rightarrow B = 2q - A$$

عددی است زوج

تفاضل ۲ عدد زوج عددی است زوج

B عددی است زوج یعنی حاصل جمع تعدادی عدد فرد زوج است پس تعداد اعداد فرد زوج است.

۳ وجهه
 $rp = 2q$
 $rp = 2q \text{ (I)}$

تعداد کل
 P
 $q \xrightarrow{+42} q+42$
 $q+42 = \left(\frac{P}{r}\right) \text{ (II)}$

-11

I $\rightarrow q = 2p$
 II $q = \frac{P(P-1)}{r} - 42$

$$2p = \frac{P(P-1)}{r} - 42 \times 2 \quad p^2 - 5p - 14 = 0$$

$$(P+7)(P-12) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} P = -7 \times \\ P = 12 \end{array} \right\}$$

$q = 2p = 24$

۱۲ برای آنکه هر دو با هم برابر باشد یعنی با ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ باید تقسیم پذیر باشد
 $\{b, c, d, e\} \rightarrow \binom{4}{2} = 6$

حال ۳ ضلع یعنی ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶
 معبر باشد هر دو مرتبه باشد یا نه
 $2^4 = 16$ حالت نیز مربوط به ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶
 حرکت
 $7 \times 16 = 112$ حرکت

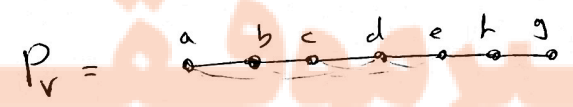
۱۳ - الف) $N_G[C] = \{a, b, c, e, g\}$

ب) $\Delta_{\bar{a}} = \deg_{\bar{a}} a = 5$

ج) بازه قطعاً گنبدی $\binom{7}{2} + 1 \leq q \leq \binom{7}{2}$

$14 \leq q \leq 21$

حرف ۷ را بگیریم ۵ تا حرکت کنیم
 $14 - 9 = 5$
 تا حرکت قطعاً گنبدی



$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$
 حرکت ۱ حرکت ۲ حرکت ۳ حرکت ۴ حرکت ۵ حرکت ۶ حرکت