

شماره کلاس:	 دانشگاه آموزش و پرورش مرکز علمی، پژوهشی، فرهنگی و ارتباطی، دانش و پژوهش جوانان	بسمه تعالی	طراح سوال: شیرغلامی
پایه و رشته: دوازدهم ریاضی		اداره آموزش و پرورش ناحیه ۲ قم	نمره به عدد: نمره به حروف:
تعداد سوال: ۱۱ سوال		دبیرتان شهید دکتر محمد شیریاری	نام دبیر و امضاء: شیرغلامی

آزمون درس: هندسه دوازدهم ریاضی	نوبت دی ماه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰
نام و نام خانوادگی:	نیاز به پاسخ نامه <input type="checkbox"/> دارد <input checked="" type="checkbox"/> ندارد	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

بارم	سوال	ردیف
۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف. اگر ماتریس قطری با ماتریس غیر قطری تعویض پذیر باشد، حتما باید اسکالر باشد.</p> <p>ب. اگر A و B دو ماتریس مربعی و وارون پذیر باشند آن گاه $(A^{-1}B)^{-1} = B^{-1}A$.</p> <p>ج. در حالتی که صفحه P با مولد یک سطح مخروطی موازی باشد و از راس آن بگذرد، سطح مقطع حاصل، سهمی می باشد.</p> <p>د. مکان هندسی نقاطی که از سه خط دو به دو متقاطع، فاصله یکسانی داشته باشند، یک نقطه در صفحه آن سه خط می باشد.</p>	۱
۱	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$، از رابطه ماتریسی زیر ماتریس X را بیابید.</p> $\begin{bmatrix} 2 A & A \\ 1 & \frac{2}{ A} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$	۲
۱	<p>اگر $(A - I)^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A(A - I)^{-1}$ را بدست آورید.</p>	۳

۱	اگر A ماتریس 3×3 باشد و $ A^{-1} = \frac{1}{2}$ آنگاه دترمینان ماتریس $ A + A $ را محاسبه کنید.	۴
۱	$\begin{cases} m(x-1) - 3(x-y) = 0 \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد. m را طوری بیابید که دستگاه	۵
۱	نقطه A به فاصله x از خط d قرار دارد. x را طوری بیابید تا سه نقطه وجود داشته باشد که از A به فاصله 10 و از خط d به فاصله 3 باشد؟	۶
۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(-1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط $2x + y = 2$ وترى به طول 4 ایجاد کند.	۷
۱	در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر دایره رسم کرده‌ایم، معادله این خط مماس را بیابید.	۸

معادله دایره‌ای با بزرگ‌ترین شعاع را بنویسید که از نقطه $A(1, -4)$ بگذرد و مماس بر خط‌های $4x + 3y = 0$ و محور y ها باشد.

۱

۹

به ازای هر مقدار m ، معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه $A(-1, 1)$ روی این دایره باشد. محیط دایره را بدست آورید.

۱

۱۰

سئوالات تستی

الف. اگر A و B هر دو 2×2 باشند و $BA = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس

$$A + B \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} B \text{ کدام است؟}$$

۱. صفر
۲. -2
۳. -6
۴. -12

ب. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $A^3 - 3A^2$ کدام است؟

۱. 256
۲. 128
۳. 64
۴. 32

ج. اگر $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ و $B = [b_{ij}]_{n \times n}$ با تعاریف $a_{ij} = \begin{cases} 0 & i < j \\ \square & i \geq j \end{cases}$ و $b_{ij} = \begin{cases} 0 & i + j = n + 1 \\ \square & i + j \neq n + 1 \end{cases}$

باشند حاصل $|A^{-1}| - |(A-B)^{-1}|$ کدام است؟

۱. -2
۲. صفر
۳. 1
۴. 2

د. به هر درایه سطر سوم دترمینان



کدام عدد افزوده شود تا مقدار دترمینان ۸ واحد بیش تر گردد؟

۲.۴

۱.۳

-۱.۲

-۲.۱

ه. اگر $A = \begin{bmatrix} a & a \\ - & \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} - & \\ a & \\ & \end{bmatrix}$ آن گاه به ازای کدام مقدار a ماتریس $A \times B$ وارون پذیر است؟

۴. هیچ مقدار a

۳. هر مقدار a

۲. -۶

۱. ۲

ح. نقاط A و B و C و D در صفحه مفروض اند. کدام گزینه تعداد نقاطی را مشخص کنید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشند؟

۴. صفر، یک، بی شمار

۳. یک، بی شمار

۲. دقیقاً یک

۱. حداکثر یک

ط. دایره $(x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0)$ از نقطه $(-1, -1)$ می گذرد، شعاع دایره کدام است؟

۴. $\sqrt{2}$

۳. $\sqrt{3}$

۲. $\sqrt{4}$

۱. $\sqrt{5}$

ی. به ازای کدام مقادیر a ، خط $x + y + a = 0$ دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ را در دو نقطه متمایز قطع می کند؟

۴. $-1 < a < 1$

۳. $a < 1$

۲. $a > 1$

۱. $-1 < a < 1$

ک. نقطه $M(\sqrt{2}, b)$ مرکز دایره‌ای است که بر دو خط $y = x$ و $x = y$ مماس است. شعاع دایره کوچک‌تر کدام است؟

۴. $2/5$

۳. ۲

۲. $1/5$

۱. ۱

ل. دو دایره به معادله های $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2 = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2 = 0$ نسبت به یکدیگر چگونه اند؟

۴. متخارج

۳. متقاطع در دو نقطه

۲. مماس داخلی

۱. مماس خارجی

(الف) ۱) درست (ب) درست (ج) درست (د) نادرست

(۲) $|A| = 1 \times 1 \times 4 + (-1 \times 2 \times 2) - 4 \times 4 \times 1 - (-4 \times 1 \times 2) - 2 \times 1 \times 1 - (-1 \times 4 \times 4)$

$4 - 4 - 16 + 8 - 2 + 16 = 6$

$$\begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 1 & \frac{1}{|A|} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{4-2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -10 & 4 \end{bmatrix}$$

(۳) $(A-I)^{-1}$ و $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$$A - I = \frac{1}{4+2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ -\frac{2}{6} & \frac{2}{6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{6} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3} & \frac{7}{6} \end{bmatrix}$$

$$A(A-I)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{7}{6} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3} & \frac{7}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = A(A-I)^{-1}$$

(۴) $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ $|A| = 2$ $|A(A+A)| = |(A+1)A|$

(۵) $(|A|+1)^2 |A| = (2+1)^2 \times 2 = 18$

$m(n-1) - 4(n-1) = 0$ $(m+4)n + 4 = m$

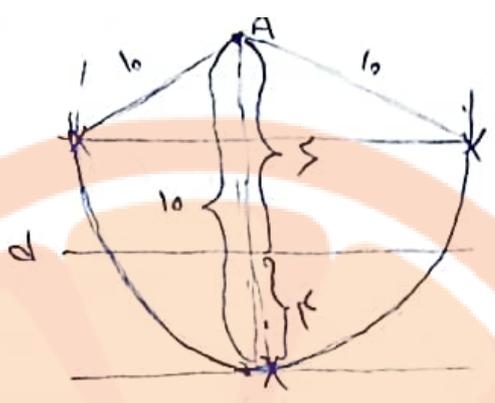
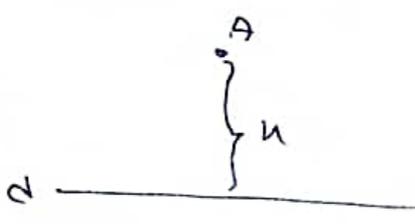
$4n + (m+1) = 2$ $4n + (m+1) = 2$

$\frac{m-4}{4} = \frac{4}{m+1} = \frac{m}{2}$ $\frac{m-4}{4} = \frac{m}{2}$ $2m-4 = 2m$ $m=2$

$\frac{4}{m+1} = \frac{m}{2}$ $4 = m^2 + m$ $m^2 + m - 4 = (m+4)(m-2) = 0$ $m=2$

$\frac{m-4}{4} = \frac{4}{m+1}$ $m^2 - 2m - 4 = 12$ $m^2 - 2m - 16 = 0$ $m = 8$

(۶)



$$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$$

دو خط موازی d به فاصله h رسم کرده و دایره ای به شعاع 10 رسم می کنیم. برای داشتن ۳ نقطه مشترک این دایره موازی باید دایره خود نزدیک را در دو نقطه و خط موازی دیگر در یک نقطه مماس باشد.

(۷)

$$O (-1, -1) \quad x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$$

$$\frac{-2a}{2} = -1 \quad \frac{-2b}{2} = -1 \quad x^2 + y^2 + 2x + 2y + c = 0$$

$$R_1 \left(\frac{1-2-1-2}{\sqrt{2^2+2^2}}, \frac{5}{\sqrt{5}}, \sqrt{5} \right) \quad R_2 \left(\frac{\sqrt{4a^2+4b^2-c}}{2}, \frac{\sqrt{4+4-c}}{2}, \sqrt{5} \right)$$

$$4 + 4 - c = 5 \quad 8 - c = 5 \quad c = 3 \quad x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0 \quad O \left(\frac{1-2}{2}, \frac{1-2}{2} \right) = (1, 1)$$

$$m_1 = \frac{1-3}{1-2} = 2 \quad \text{شیب شعاع از مرکز نقطه A} \quad m_2 = \frac{1}{m_1} = \frac{1}{2}$$

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2) \quad y = \frac{1}{2}x + 2$$

تلاشی در مسیر موفقیت

$$\frac{|4a+3b|}{\sqrt{4^2+3^2}} \text{ و } \frac{|a|}{\sqrt{1^2}} \rightarrow O(a,b) \quad |4a+3b| \text{ و } |a| \quad (9)$$

ا و ب با توجه به محاسبات بودن دایره جزیقاً ذکر شده و تذکره از صفحه A(1, -4) منفرد باشد

$a^2 - 2a + 1 + b^2 + 18b + 25 = a^2 - 2a + 1 + b^2 + 18b + 25$
 $OA = \sqrt{(a-1)^2 + (b+4)^2}$
 $b^2 + 10b + 14 = (b+1)(b+3)$

$m=2 \quad (m-2)u + (m+1)v = 3u + 4v$
 $m=1 \quad (m-2)u + (m+1)v = -3u + 4v$

$OA = \sqrt{(-1-(-2))^2 + (1-2)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

(الف) گزینۀ ۴ - ۱۲
 (ب) ۲۸
 (ج) گزینۀ ۴
 هر دو (د) غیبه قابل خواندن
 طوری که در (د) غیبه قابل خواندن
 غیبه ها به درستی مشخص شده اند.

نرنگ بوک

تلاشی در مسیر موفقیت