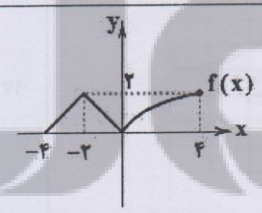


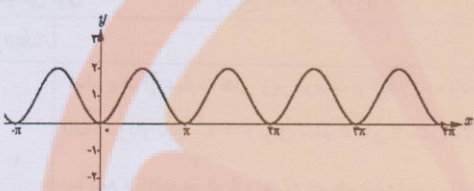
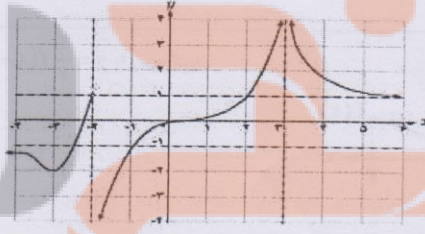
جمهوری اسلامی ایران

اداره آموزش و پرورش شهرستان آمل

دبیرستان نمونه آیت الله آملی

سوال امتحان داخلی درس: حسابان ۲ پایه: دوازدهم رشته: ریاضی دبیرستان نمونه پسر  
پایانی اول تاریخ امتحان ۱۴۰۱/۱۰/۳ ساعت شروع ۱:۳۰ صبح مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	شرح سوال	نم
۱	کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست می باشد؟ الف: نمودار تابع $y = x^3$ برای تمام $x$ های نا منفی بالای $y = x^2$ قرار دارد. ب: تابع تانژانت در هر بازه ای که تعریف شده است، اکیداً یکنواست.	درست نادرست درست نادرست
۲	جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف: اگر $2\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ باشد آنگاه مقدار $\sin \alpha$ از مقدار $\tan \alpha$ ..... است. ب: اگر $A = (2, 3)$ یک نقطه از نمودار تابع $y = f(x)$ باشد، نقطه متناظر با آن روی نمودار تابع $y = \frac{-1}{3} f(2x+1)$ برابر است با.....	
۳	ابتدا نمودار تابع $f$ را رسم کنید سپس بازه هایی را که در آن ها تابع اکیداً صعودی، اکیداً نزولی یا ثابت است مشخص کنید.	
۴	مجموعه جواب نامعادله $\log_{0/1} (x+1) < \log_{0/1} (2x-3)$ کدام است؟	
۵	ضابطه تابع را با توجه به توضیحات بنویسید. در معادله $y = f(2x-1)$ به ترتیب اعمال انتقال در جهت منفی محور $x$ ها به اندازه ۴ واحد، قرنیه نسبت به محور $x$ ها، برد آن را دو برابر کرده و انتقال به طرف $y$ های منفی به اندازه ۳ واحد انجام شده است.	
۶	نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است نمودار تابع $y = \frac{1}{2} f(x-1) + 1$ را رسم کنید.	
۷	اگر چند جمله ای $f(x) = 3x^3 + ax^2 - bx + 6$ بر $x+3$ و $x-1$ بخش پذیر باشد، آنگاه حاصل $2a+b$ برابر کدام است؟	
۸	چند جمله ای $x^5 + 22$ را بر حسب عامل $x+2$ تجزیه کنید.	
۹	مثلثی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با این	حاصل ۵ سوال است؟

۵	نمودار تابعی را به شکل $f(x) = \frac{-1}{2} \tan 2x$ در بازه $(0, \frac{3\pi}{2})$ رسم کنید و بگویید $f(x) = 3$ چند جواب دارد؟	۱۰	
	ضابطه تابعی را به شکل $f(x) = a \sin bx + c$ و $f(x) = a \cos bx + c$ بنویسید که دوره تناوب، مینیمم و ماکزیممش برابر مقادیر زیر باشد.		
۱		۱۱	
۵	جواب کلی معادله $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را به دست آورید.	۱۲	
۱	اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، $a+b$ کدام است؟	۱۳	
	حد توابع زیر را به دست آورید.		
۳	$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[x]^{-2}}{ 3x+1 }$	$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^+} \frac{\sin x}{2 \sin x - 1}$	۱۴
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{ 5 - 2x  + \sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+3}}{2\sqrt{x-2} + \sqrt{9x+7}}$	
۵	هریک از رابطه های $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ به چه معنا هستند توضیح دهید.	۱۵	
۱	مجانب قائم و افقی $y = \frac{x^2 +  x }{x^2 - x - 6}$ را به دست آورید.	۱۶	
	برای تابع $f$ که نمودار آن داده شده است موارد زیر را به دست آورید:		
۱۵	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$ پ) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$ ت) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$ ث) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$ مجانب های افقی و قائم (ج)		۱۷

موفق باشید

عادل حسینی - رتبه ۵۴ کتور سراسری ۱۳۹۰ - مهندسی برق دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(ب) رتبه

الف) نادریت

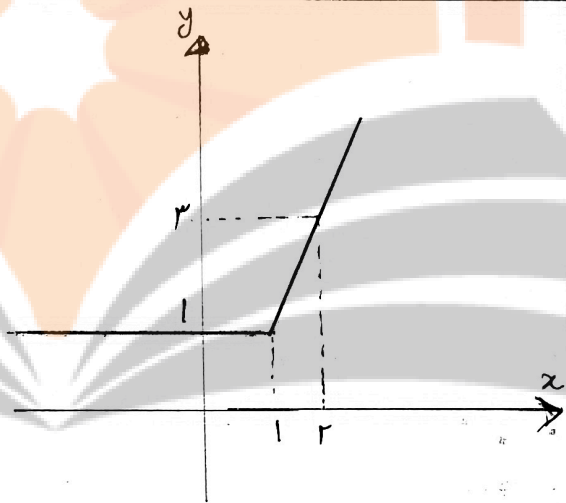
۱

(ب)  $(1 - \frac{1}{p})$

الف) بزرگتر / بیشتر

۲

$$f = |x + p - 1| = \begin{cases} 1 & ; x < 1 \\ 2x - 1 & ; x > 1 \end{cases}$$



۳

باتوجه به نمودار بالا، تابع  $f$  روی بازه  $(-\infty, 1)$  ثابت و روی بازه  $(1, +\infty)$  اکیداً متزوی است.  
در ضمن هیچ بازه‌ای نمی‌تواند ثابت باشد که تابع  $f$  روی آن اکیداً متزوی باشد.

تابع  $x$  و  $y = \log x$  اکیداً متزوی است. پس باتوجه به رابطه توابع مرکب، برای حل ناهمبندارده

۴

بسیار ناهمبندار در زیر حل کنیم:

$$0 < 2x - 3 < x + 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{2} \\ 2x - 3 < x + 1 \Rightarrow x < 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{3}{2} < x < 4$$

در توابع اکیداً متزوی جهت نامساوی معکوس می‌شود.

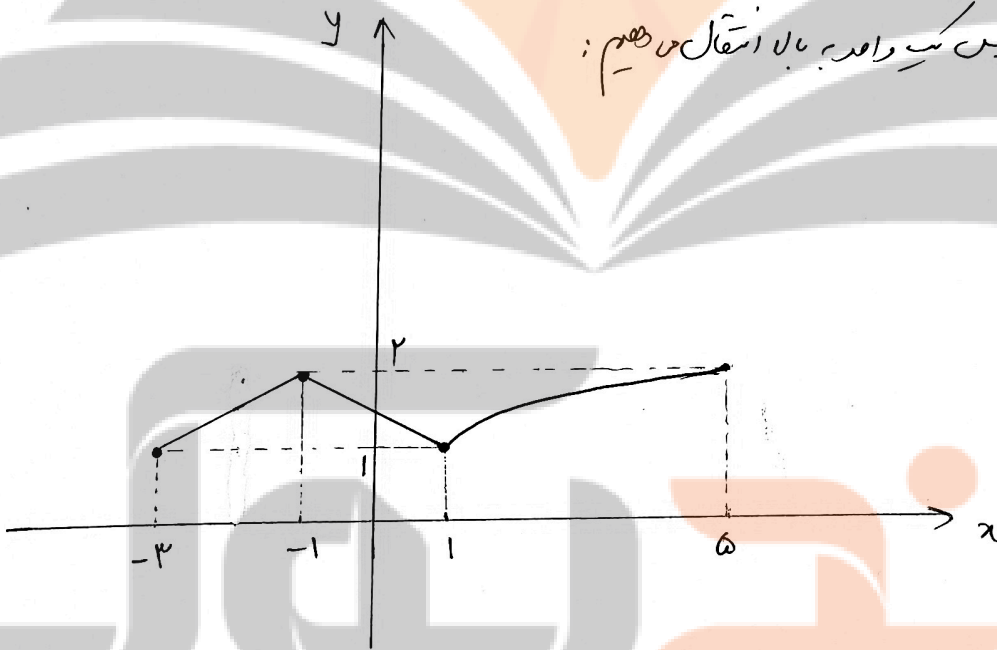
$$y = f(2x-1) \xrightarrow[\text{۳ واحد به راست}]{\text{تغییر متغیر}} y = f(2(x+3)-1) = f(2x+5)$$

$$\xrightarrow[\text{تغییر متغیر: } y \rightarrow (-y)]{\text{تغییر متغیر: } x \rightarrow (x+3)} y = -f(2x+5) \xrightarrow[\text{ضرب ۲ شد}]{\text{بر دو برابر شود}} y = -2f(2x+5)$$

$$\xrightarrow[\text{۳ واحد به چپ}]{\text{۳ واحد به چپ}} y = -2f(2x+5) - 3$$

۵

برای رسم نمودار ورودی، نمودار تابع  $f$  را یک واحد به راست و عرض نقاط را بر ۲ تقسیم می‌کنیم و سپس یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم:



۶

بهمانده حالتی که  $f(x)$  بر  $x+3$  و  $x-1$  برابر هم است، بی  $f(-3)$  و  $f(1)$  عدد برابر هم است:

$$f(-3) = -11 + 9a + 3b + 4 = 0 \Rightarrow 3a + b = 20 \quad (1)$$

$$f(1) = 3 + a - b + 4 = 0 \Rightarrow a - b = -9 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a = 4, b = 13 \Rightarrow 2a + b = 21$$

۷

$$x^5 + 22 = (x+2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 14)$$

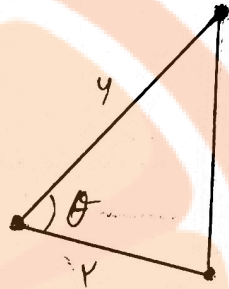
۸

زاویه بین دو ضلع به طول ۲ و ۴ را  $\theta$  در نظر بگیریم. مساحت این مثلث برابر است با:

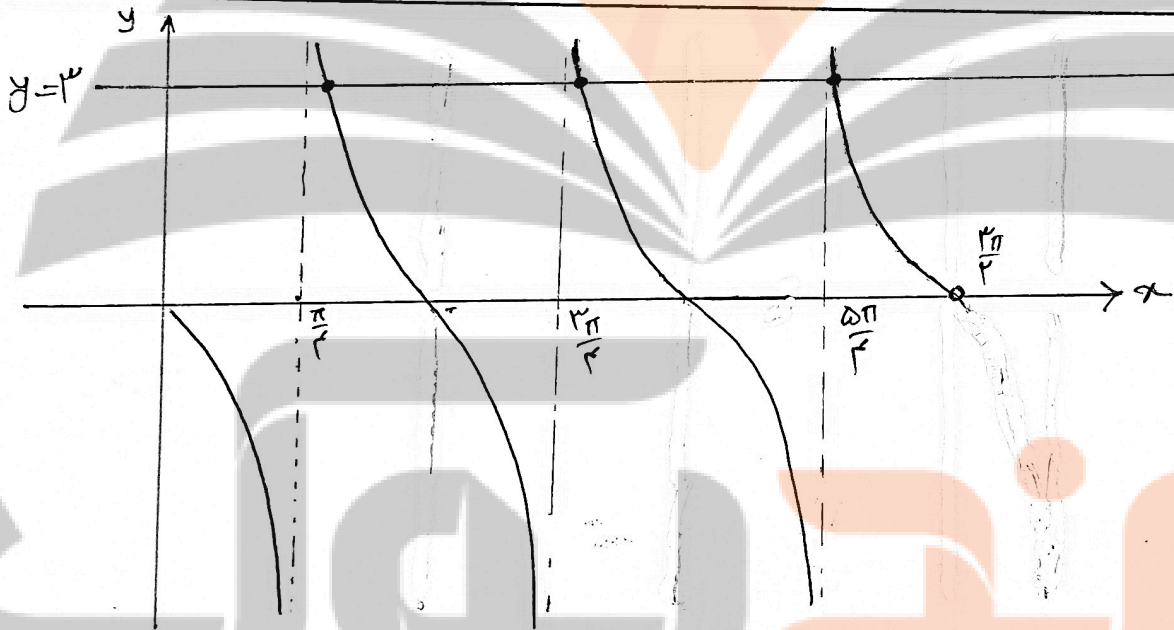
۹

$$S = \frac{1}{2} (2)(4) \sin \theta = 4 \sin \theta$$

$$4 \sin \theta = 4 \Rightarrow \sin \theta = 1 \Rightarrow \theta = 90^\circ$$



مساحت این مثلث هم تمام الزامیه می‌توانیم با شرفات گفته شده رسم کنیم.



۱۰

باتوجه به نمودار بالا، معادله  $f(x) = 3$  جواب دارد زیرا خط  $y=3$  نمودار تابع  $f$  را در سه نقطه قطع کرده است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

$$\begin{cases} y_{\min} = -|a| + c = 0 \Rightarrow |a| = c = 1 \\ y_{\max} = |a| + c = 2 \end{cases}$$

۱۱

می‌توانیم توابع  $y = \pm 2 \sin 2x + 1$  و  $y = \pm 2 \cos 2x + 1$  را مثال بزنیم.

$$\sin x \cos x = \frac{1}{p} \sin 2x = \frac{\sqrt{p}}{p} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{p}}{p} = \sin \frac{\pi}{3}$$

۱۲

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$x = 3$  با  $\frac{\pi}{3}$  و  $\frac{\pi}{6}$  مقادیر فرج باشد در صورتی که  $\frac{\pi}{3}$  و  $\frac{\pi}{6}$  این حاصل از این باشد

۱۳

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x-3)^2 = x^2 - 4x + 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 9 \end{cases} \Rightarrow a+b = 5$$

۱۴

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{p})^-} \frac{[x]}{x(x-\frac{1}{p})} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{q})^+} \frac{\sin x}{2\sin x - 1} = \frac{\frac{1}{p}}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{px + \sqrt{px^2 + 5}}{|a-2x| + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{px + |2x|}{|2x-0| + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+3}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{9x+7}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x} + 3\sqrt{x}} = \frac{3}{5}$$

شماره  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$  به این معنی است که در  $+\infty$  تابع  $f$  به سمت  $-1$  میل دارد در این شرایط

۱۵

تابع  $f$  به سمت  $-1$  میل می کند اما آن جزو  $-1$  نیست.

شماره  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$  به این معنی است که  $x$  به سمت  $a$  میل کند  $f(x)$  نزول می کند در این صورت

رابطه آن گزاره  $f$  است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + |x|}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

۱۶

خط  $y=1$  جنب افق نقطه

جنب ۲ قائم هم از بین می‌آید فرج انشا - شود

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x=3, x=-2$$

جنب ۲ قائم

۱۷

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$$

عطف  $x=3$  و  $x=-2$  جنب ۲ قائم و خطوط  $y=1$  و  $y=-1$  جنب افق  
نقطه تابع هستند

علی حسینی